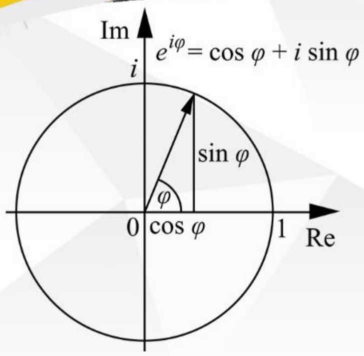


أوراق عمل

الجزء الثاني كاملاً

أوراق عمل شاملة لأفكار الفصل الثاني كاملاً

المدرّس: محمد رسول الصباغ

0934131159

المحتويات

قسم الأشعة 1

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال الأوّل:

$ABCDEFGH$ متوازي سطوح. G مركز ثقل المثلث BIK. أثبت أن النقاط J, G, D على استقامة واحدة

السؤال الثاني :

$ABCDEFGH$ مكعب و I منتصف $[FG]$، المطلوب:

1- عين موضع النقطة M التي تحقق: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FI}$.

2- أثبت صحة العلاقتين:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CB}$

b) $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{DF} = 0$

السؤال الثالث:

$ABCDEFGH$مكعب و J منتصف $[BE]$ و I منتصف $[FG]$، أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{BG}, \overrightarrow{EF}$ مرتبطة خطياً.

السؤال الرابع:

جد معادلة الكرة التي مركزها O وتمر بالنقطة $A(1,2,-4)$.

السؤال الخامس:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقاط الآتية:
$A(1,-1,0)$, $B(2,0,-2)$, $C(1,0,-1)$, $D(0,1,-1)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن النقاط A, B, C, D تقع في مستوٍ واحد.

2- أوجد معادلة المستوي (ABC).

3- جد معادلة الكرة التي مركزها A ونصف قطرها $r = AB$.

السؤال السادس:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن: $B(1,1,2)$, $A(2,1,-3)$, $P: x + y + z = 0$،
المطلوب: أثبت أن المستقيم (AB) يقطع المستوي P بنقطة واحدة وعين هذه النقطة.

المدرّس: محمد رسول صباغ

0934131159

السؤال السابع:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن $A(1,1,-1)\ ,B(2,1,0)$

$d:\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \quad ;t\in\mathbb{R} \\ z=-t \end{cases}$ بيّن فيما إذا كان المستقيمان $d,(AB)$ متقاطعان أم لا ، وإن كان هناك تقاطع عين نقطة التقاطع.

السؤال الثامن:

$ABCD$ رباعي وجوه. عين موقع G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقّلة:

$(A,1)\ ,(B,1)\ ,(C,1)\ ,(D,2)$.

ملاحظة: ارسم الرسمة على ورقة الإجابة وعين عليها G.

السؤال التاسع:

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=2\ ,BC=CG=1$ والنقطة I منتصف $[EF]$. المطلوب:

1- نتأمل المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}\ ,\overrightarrow{AD}=\vec{j}\ ,\ \overrightarrow{AE}=\vec{k}$ ، أعط إحداثيات رؤوس متوازي المستطيلات.

2- أوجد $\overrightarrow{AB}\ ,\overrightarrow{AD}$.

3- عيّن موضع النقطة M التي تحقق: $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.

السؤال العاشر:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط:

$A(2,1,3)\ ,B(1,0,-1)\ ,C(4,0,0)\ ,D(0,4,0)\ ,E(1,-1,1)$ ، المطلوب:

1- جد $\overrightarrow{AB}\ ,\overrightarrow{CD}\ ,\overrightarrow{CE}$.

2- أثبت أن النقاط E,D,C ليست على استقامة واحدة.

3- أثبت أن AB يعامد المستوي (CDE).

4- اكتب معادلة المستوي (CDE).

5- احسب بعد B عن المستوي (CDE).

6- اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE).

السؤال الحادي عشر:

في الشكل المجاور $ABCDEFGH$ مكعب ، فيه J, I منتصفات $[EF]$ $[BC]$.

1- أثبت أن $2(\overrightarrow{CJ}+\overrightarrow{IE})=\overrightarrow{CE}-\overrightarrow{CG}$.

2- أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{CG}, \overrightarrow{CE}$ مرتبطة خطياً.

السؤال الثاني عشر:

نتأمل في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط $A(1,2,-3)$, $B(-1,3,3)$, $C(4,-1,2)$ ، عين إحداثيات النقطة D التي تجعل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

السؤال الثالث عشر:

نتأمل في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط الآتية:
$A(2,0,1)$, $B(1,-2,1)$, $C(5,5,0)$, $D(-3,-5,6)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن النقاط A, B, C تحدد مستوٍ.

2- أوجد معادلة المستوي.

3- أثبت أن D تقع في المستوي ABC ، هل تقع $E(3,1,2)$ في المستوي ABC؟

السؤال الرابع عشر:

لتكن لدينا النقطتان $f(2,0,1)$, $H(3,2,1)$
1- اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[Hf]$.
2- اكتب المعادلات الوسيطية للمستقيم (Hf).
3- ادرس تقاطع المستقيم (Hf) مع المستوي P الذي معادلته: $P: x+y-z-1=0$

السؤال الخامس عشر:

جد معادلة الكرة التي مركزها النقطة $A(2,3,1)$ وتمر بالنقطة $B(1,2,-4)$.

السؤال السادس عشر:

ليكن لدينا المستويان:

$$P: 2x-Y+Z+1=0$$
$$Q: 4x-2y+2z+3=0$$

أثبت توازي المستويين Q, P ، هل هما طبوقان أم لا؟

السؤال السابع عشر:

نتأمل النقاط $A(2,3,0)\,,B(2,3,6)\,,M(4,-1,2)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن M لا تقع على المستقيم AB .

2- احسب بعد M عن المستقيم (AB) .

السؤال الثامن عشر:

نتأمل النقطتين $A(2,1,0)\,,B(-1,4,2)$ ، المطلوب:

1- أوجد العدد الحقيقي λ الذي يجعل النقطة $C(1,1,\lambda)$ تقع على المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

2- أوجد معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

السؤال التاسع عشر:

إذا كانت G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة: $(B,1)\,,(C,1)\,,(D,1)$ ، جد مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق: $\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\|=\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\|$

السؤال العشرون:

$ABCD$ رباعي وجوه والنقطتين F,E معرفتين وفق: $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ ، $\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ ولتكن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,1)\,,(B,3)\,,(C,1)\,,(D,2)$ ، المطلوب:

أثبت أن النقاط G,F,E تقع على استقامة واحدة .

السؤال الواحد والعشرون:

$ABCDEFGH$ مكعب، النقطة I من الحرف $[CD]$ تحقق المساواة: $\overrightarrow{DI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ ، والنقطة J من الحرف $[BC]$ تحقق المساواة: $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ ، المطلوب:

أثبت أن المستقيم (HI) يوازي المستوي (EGJ) .

السؤال الثاني والعشرون:

في معلم $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(3,-1,1)\,,B(3,-3,1)$ والشعاعان: $\vec{u}(1,0,-2),\vec{v}(2,1,-3)$. d هو المستقيم المار بالنقطة A والموجه بالشعاع $\vec{u}$ و d' هو المستقيم المار بالنقطة B والموجه بالشعاع $\vec{v}$. أثبت أن المستقيمين d,d' متقاطعان ثم عين I نقطة تقاطعهما .

السؤال الثالث والعشرون:

اكتب معادلة للمخروط الذي رأسه $A(3,0,0)$ ومحوره $(O,\vec{i})$ وقاعدته الدائرة التي مركزها $B(5,0,0)$ ونصف قطرها $r=3$.

السؤال الرابع والعشرون:

$ABCDEFGH$ مكعب فيه: I منتصف $[CF]$ و J منتصف $[HG]$ ، المطلوب:

1- أثبت أن: $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{FG}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CH}$.

2- استنتج أن الأشعة $\overrightarrow{IJ},\overrightarrow{FG},\overrightarrow{CH}$ مرتبطة خطياً.

قسم الأشعة 2

السؤال الأوّل:

عين t التي تحقق: $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$

1- M مركز الأبعاد المتناسبة ل $(A,-2)$, $(B,1)$

2- M مركز الأبعاد المتناسبة ل $(A,2)$, $(B,3)$

السؤال الثاني:

جد γ , β , α لتكون M مركز الأبعاد المتناسبة ل (A,α) , (B,β) , (C,γ) في كل من الحالات التالية:

1- $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

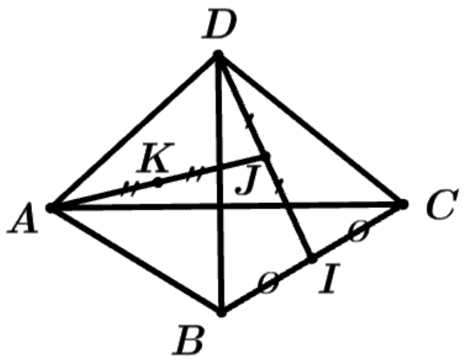
2- $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}$

3- $\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{BC}$

4- $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

السؤال الثالث:

انطلاقا من الشكل المجاور جد $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ لتكون النقطة K مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) , (B,β) , (C,γ) , (D,δ) بحيث:



- I منتصف BC .
- J منتصف DI .
- K منتصف AJ .

السؤال الرابع:

ادرس تقاطع المستقيم d والمستوي P في كل من الحالات التالية:

1- $P: 2x + 3y - z = 0$, $d: \begin{cases} x = \lambda + 1 \\ y = 2\lambda + 1 \quad ; \lambda \in \mathbb{R} \\ z = 8\lambda - 3 \end{cases}$

2- $P: x - y + z = 1$, $d: \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t \quad ; t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 3t \end{cases}$

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال الخامس:

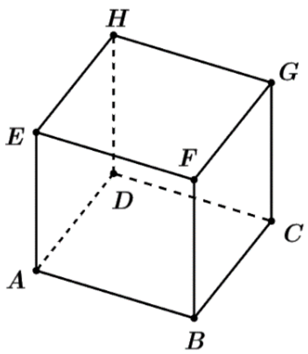
أوجد نقطة تقاطع المستقيم (AB) مع P بحيث: $A(-1,2,3)$, $B(1,2,-1)$ والمستوي $P: x + y + z = 1$.

السؤال السادس:

لدينا النقطتين $A(1,-1,2)$, $B(2,0,4)$ والمستوي $P: x - y + 3z - 4 = 0$ ، المطلوب:

جد معادلة المستوي Q العمودي على P ويمر من A, B .

السؤال السابع:



$ABCDEFGH$ مكعب، وليكن I مركز ثقل المثلث BEG .

وليكن لدينا المعلم المتجانس $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ ، المطلوب:

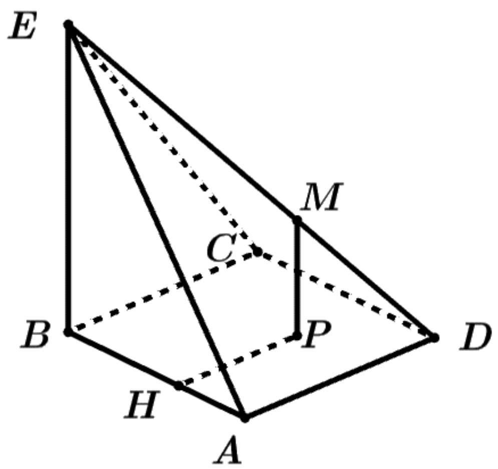
أثبت أن النقاط F, I, D تقع على استقامة واحدة .

السؤال الثامن:

جد معادلة للأسطوانة التي محورها $(O, \vec{i})$ ومركز قاعدتها السفلى $T(3,0,0)$ وارتفاعها $h = 5$ ونصف قطرها $r = \sqrt{6}$.

السؤال التاسع:

$ABCDE$ هرم رأسه E وقاعدته مربع . $[BE]$ عمودي على المستوي $ABCD$. فيه:



- $BE = 4, AB = 3$.
- M نقطة من القطعة $[ED]$ تحقق: $3\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DE}$.
- P المسقط القائم للنقطة M على $ABCD$.
- H المسقط القائم للنقطة P على (AB) .

المطلوب:

1- أوجد إحداثيات النقاط H, P, M .

2- احسب طول القطعة $[MH]$.

السؤال العاشر:

جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق:

$$\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\|=\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}\|$$

السؤال الحادي عشر:

لتكن $B(3,0,1)$, $A(5,2,-1)$ ، المطلوب:

1- أوجد معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

2- أوجد معادلة الكرة التي قطرها $[AB]$.

السؤال الثاني عشر:

$EABD$ رباعي وجوه فيه ABD مثلث قائم ومتساوي الساقين في A ، $[AE]$ يعامد المستوي (ABD) ونتأمل المعلم المتجانس $(A;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ بحيث: $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}\,,\overrightarrow{AE}=2\vec{k}\,,\overrightarrow{AD}=2\vec{j}$.

المطلوب:

1- أوجد معادلة المستوي (EBD).

2- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار بالنقطة A .

3- أوجد إحداثيات مركز ثقل المثلث (EBD) .

السؤال الثالث عشر:

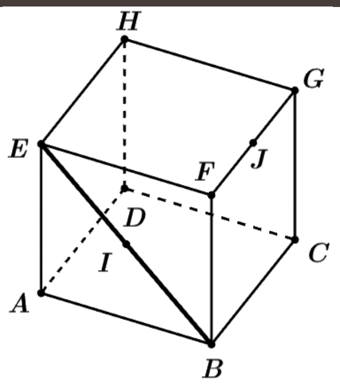
في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين: $B(-1,3,5)$, $A(2,-1,0)$ والمستوي P الذي يقبل المعادلة: $P: 2X-3Y+Z-5=0$ ، المطلوب:

أثبت أن المستقيم AB يقطع المستوي P وعين إحداثيات C نقطة التقاطع .

السؤال الرابع عشر:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $B(-1,0,-1)$, $A(2,-1,0)$ ومستوياً P يقبل $\vec{v}(3,-1,-1)$, $\vec{u}(1,1,-2)$ شعاعين موجهين، المطلوب:

أثبت أن المستقيم AB عمودي على المستوي P .



السؤال الخامس عشر:

$ABCDEFGH$ مكعب، ولتكن I منتصف $[BE]$ و J منتصف $[FG]$.

المطلوب:

أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{BG}, \overrightarrow{EF}$

السؤال السادس عشر:

نتأمل في معلم $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط
$A(1,2,-3)$, $B(-1,3,3)$, $C(4,-1,2)$ ولتكن D النقطة التي تجعل $ABCD$ متوازي أضلاع. المطلوب:

احسب إحداثيات I مركز متوازي الأضلاع.

السؤال السابع عشر:

نتأمل في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط الآتية:
$A(2,0,1), B(1,-2,1), C(5,5,0), D(-3,-5,6)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن النقاط A, B, C تحدد مستوياً.

2- أوجد معادلة المستوي (ABC) .

3- أثبت أن النقاط A, B, C, D تقع في مستوٍ واحد بطريقتين مختلفتين.

4- هل تقع النقطة $E(3,1,2)$ في المستوي ABC؟

5- أثبت أن المستقيم $d(FH)$ يوازي المستوي (ABC) حيث: $F(2,0,1)$, $H(3,2,1)$.

6- اكتب المعادلات الوسيطية للمستقيم HF .

السؤال الثامن عشر:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط $A(2,-2,-2)$ والمستوي:

$P: x+2y+3z=5$ ، المطلوب: اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

0934131159

السؤال التاسع عشر:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستويين P,Q المعرفين وفق:

$$P: x-2y+3z-5=0$$

$$Q: x+y+z+1=0$$

المطلوب:

1- أثبت أن المستويين P,Q متقاطعين.

2- اكتب معادلة المستوي R العمودي على كل من P,Q ويمر بالنقطة $A(2,5,-2)$.

السؤال العشرون:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(3,-1,2)$ والمستويان:

$$P: 2X-Y+Z-4=0$$

$$Q: x+y+1z-5=0$$

أثبت تقاطع المستويين P,Q واحسب بعد A عن المستقيم d الذي يمثل فصلهما المشترك .

السؤال الواحد والعشرون:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(2,5,3),B(-1,0,-1)$ ومستوياً P يقبل $\vec{u}(1,1,-2),\vec{v}(3,-1,-1)$ شعاعين موجهين، المطلوب:

أثبت أن المستقيم AB عمودي على المستوي P .

السؤال الثاني والعشرون:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط $A(1,2,0),B(0,0,1),C(1,5,5)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن النقاط A,B,C تحدد مستوياً.

2- إذا كان $\vec{n}(a,b,c)$ ناظماً للمستوي (ABC) فأوجد مركباته.

3- أوجد معادلة المستوي (ABC).

4- إذا كانت $D(-11,9,-4)$ أوجد D' المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC).

السؤال الثالث والعشرون:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(2,-1,0),B(-1,3,5)$ والمستوي P الذي يقبل معادلة $P: 2x-3y+z-5=0$ ، المطلوب:

1- احسب بعد النقطة $D(1,-1,0)$ عن المستوي P ، ماذا تستنتج؟

2- اكتب المعادلات الوسيطية للمستقيم AB.

أثبت أن المستقيم AB يقطع المستوي P بنقطة C ، ثم عين إحداثيات هذه النقطة.

قسم الأشعة 3

السؤال الأوّل:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن لدينا النقطتان: $B(2,0,4)$, $A(1,-1,2)$ ، المطلوب:

جد معادلة المستوي Q المار A,B والعمودي على P .

السؤال الثاني:

لتكن $A(3,-1,2)$ والمستويان:

$$P: 2X - Y + Z - 4 = 0$$
$$Q: x + y + 2z - 5 = 0$$

المطلوب: احسب بعد A عن الفصل المشترك للمستويين P,Q .

السؤال الثالث:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,2,0), B(0,0,1), C(1,5,5)$ ، المطلوب:

أوجد D' المسقط القائم للنقطة $D(-11,9,-4)$ على المستوي ABC .

السؤال الرابع:

لتكن لدينا النقاط: $A(2,1,3), B(1,0,-1), C(4,0,0), D(0,4,0), E(1,-1,1)$ ،
المطلوب:

1- أثبت أن النقاط E,D,C تحدد مستوياً.

2- جد معادلة المستوي EDC .

3- أثبت أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (CDE) .

السؤال الخامس:

نتأمل المستويات:

$$P_1: -x + 2y + 3z - 5 = 0$$
$$P_2: 3x - y - 4z + 5 = 0$$
$$P_3: 2x + 3y - 2z + 2 = 0$$

أثبت أن هذه المستويات تتقاطع في نقطة واحدة يطلب تعيين إحداثياتها.

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال السادس:

نتأمل المستويين:

$$P_1: 2x + y - z + 2 = 0$$

$$P_2: x + 2y - z + 1 = 0$$

تيقن أن هذين المستويين متقاطعان، ثم جد تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك d.

السؤال السابع:

$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 1 فيه I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[CD]$ و K منتصف $[EH]$ ، نتأمل المعلم $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ ، المطلوب:

1- أعطِ تمثيلاً وسيطياً لكل من FJ, IK .

2- أيتقاطع المستقيمان FJ, IK؟

3- هل تقع النقاط F, K, J, I في مستوٍ واحد؟

السؤال الثامن:

في فضاء متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط:

$A(1,4,-5), B(5,4,-3), C(5,4,-3), D(-2,8,4)$ والشعاع: $\vec{u} = \vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$.

المطلوب:

1- بيّن أن $x - 2z - 11 = 0$ هي المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) .

2- حدد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم T المار بالنقطة D والموازي للشعاع $\vec{u}$.

3- ليكن P المستوي الذي معادلته $x - y - z - 7 = 0$

a. بين أن المستويين $P, (ABC)$ يتقاطعان وفق مستقيم Δ تمثيله الوسيطي:

$$d: \begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

b. بين أن المستقيمين Δ, T ليسا من نفس المستوي.

4- لتكن النقطتان $E(3,2,-4), F(-3,3,5)$ ، تحقق أن: $E \in \Delta$, $F \in T$.

السؤال التاسع:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستقيمان Δ, d معرفان كما يأتي:

$$\Delta:\begin{cases}2x-y-z-1=0\\ x+y+z-5=0\end{cases}\quad,\quad d:\begin{cases}x=2t\\ y=t\\ z=t+1\end{cases}\;;t\in\mathbb{R}$$

1- أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ .

2- اكتب شاعي توجيه $\vec{v},\vec{u}$ للمستقيمين Δ, d بالترتيب.

3- أثبت أن المستقيمين Δ, d يقعان بمستوٍ واحد، ثم أثبت أنهما متعامدان.

4- جد معادلة للمستوي الذي يحوي المستقيمين Δ, d .

السؤال العاشر:

نتأمل النقطتين $A(2,1,-2), B(-1,2,1)$ والمستوي $P: 2x-y+z-2=0$.

تيقن أن AB يقطع المستوي P في نقطة I يطلب تعيين إحداثياتها.

السؤال الحادي عشر:

نتأمل النقطتين $A(1,1,1), B(3,2,0)$ في الفراغ $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، ليكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ ناظماً له. وليكن Q المستوي الذي معادلته $Q: x-y+2z+4=0$.
ولتكن S الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB ، المطلوب:

1- أثبت أن معادلة المستوي P هي من الشكل $2x+y-z-8=0$.

2- جد معادلة الكرة S .

3- أثبت أن المستوي Q يمس الكرة S .

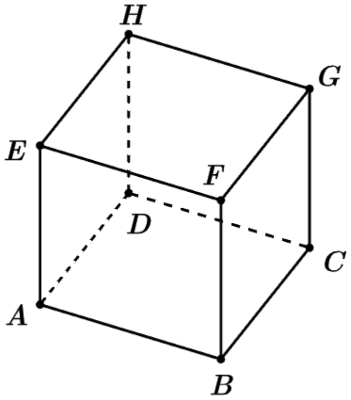
4- أثبت أن $\mathrm{C}(0,2,-1)$ هي مسقط A على المستوي Q .

5- أوجد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك d بين المستويين P, Q .

6- أثبت أن المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

السؤال الثاني عشر:

$ABCDEFGH$ مكعب في المعلم $\left(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$ ، المطلوب:



1- عين إحداثيات النقاط D,B,E,G .

2- أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم AG.

3- أثبت أن المستقيم AG يتقاطع مع المستوي (EDB) في نقطة J ، ثم عين إحداثياتها.

4- احسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$.

السؤال الثالث عشر:

$ABCDEFGH$ مكعب، K نقطة من EF تحقق $\overrightarrow{EK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{EF}$ والنقطة J من BF تحقق: $\overrightarrow{BJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BF}$ ، المطلوب:

1- جد إحداثيات H,D,J,K,G في المعلم $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

2- أثبت أن الشعاعين $\overrightarrow{DJ},\overrightarrow{DG}$ غير مرتبطان خطياً.

3- أثبت أن المستقيم HK يوازي (EBJ) .

السؤال الرابع عشر:

في معلم متجانس لدينا النقطتين $A(2,-1,0),B(-1,3,5)$ والمستوي P الذي معادلته: $P: 2X-3Y+Z-5=0$ ، المطلوب:

1- أثبت أن المستقيم AB يقطع المستوي P بنقطة تقاطع C يطلب تعيين إحداثياتها.

2- اكتب معادلة المستوي Q العمودي على P ويمر بالنقطتين A,B .

السؤال الخامس عشر:

لتكن لدينا $A(1,2,3),B(1,-1,0)$ والمستوي P الذي معادلته $P: x+y-z=0$

1- أوجد المعادلات الوسيطية للمستقيم (AB) .

2- ادرس الوضع النسبي للمستقيم (AB) مع المستوي P.

السؤال السادس عشر:

في معلم متجانس لدينا النقاط $A(2,3,-4), B(0,1,-1), C(1,-1,2)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن النقاط A, B, C تحدد مستوياً.

2- بيّن نوع المثلث ABC.

3- احسب إحداثيات I منتصف $[AB]$.

4- احسب إحداثيات G مركز ثقل المثلث ABC .

5- أوجد معادلة المستوي ABC .

السؤال السابع عشر:

أوجد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك للمستويين:

$P: x + y + 2z + 2 = 0$

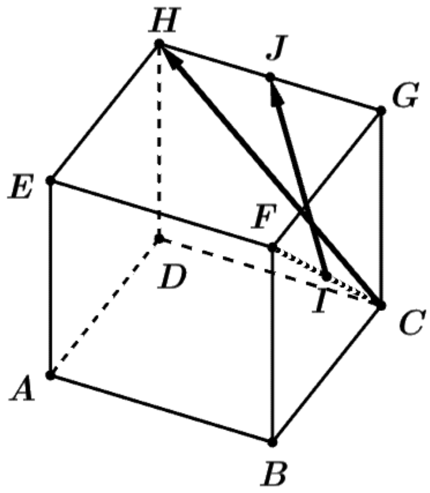
$Q: -x + y - z + 1 = 0z$

قسم شوامل الأشعة

السؤال الأوّل:

$ABCD$ رباعي وجوه ، G مركز ثقله ، I منتصف $[AB]$ ، J منتصف $[CD]$ ، المطلوب:
أثبت أن النقاط I,J,G تقع على استقامة واحدة .

السؤال الثاني:



$ABCDEFGH$ مكعب ، I منتصف $[CF]$ و J منتصف $[HG]$
المطلوب:

1- أثبت أن $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CH}$.

2- استنتج أن الأشعة $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{FG}, \overrightarrow{CH}$ مرتبطة خطياً .

السؤال الثالث:

عين إحداثيات I نقطة تقاطع المستويات:

$$\begin{cases} P_1: x - 3y + 2z = 1 \\ 2x - y + 3z = 9 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}$$

السؤال الرابع:

اكتب معادلة الكرة التي قطرها $[AB]$ حيث $A(1,1,1), B(1,3,5)$.

السؤال الخامس:

أثبت أن المستقيم (AB) حيث $A(2,1,1), B(0,-1,-1)$ يقطع المستوي $2x + 3z = 2$ ثم عين إحداثيات C نقطة التقاطع .

المسألة الأولى:

نتأمل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط $A(1,2,3), B(0,1,4), C(-1,-3,2), D(4,-2,5)$
المطلوب:

1- أثبت أن النقاط A, B, C تعيّن مستوياً .

2- أثبت أن $\vec{n}(2,-1,1)$ شعاع ناظم على المستوي (ABC) ، ثم استنتج معادلة (ABC) .

3- ليكن Δ المستقيم الذي تمثيله الوسيطي $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 4 - t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$ ، أثبت أن D نقطة من Δ ، وأن Δ عمودي على المستوي ABC .

4- لتكن E المسقط القائم للنقطة D على المستوي ABC ، أوجد إحداثيات E ، ثم استنتج أن E مركز ثقل المثلث ABC .

السؤال الأوّل:

ادرس تقاطع المستقيم d والمستوي P في الحالتين:

1- $P: x - y + z = 1 \ , \ d: \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t \\ z = 1 - 3t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$

2- $P: 2x + 3y - z = 0 \ , \ d: \begin{cases} x = s + 1 \\ y = 2s + 1 \\ z = 8s - 1 \end{cases} ; s \in \mathbb{R}$

السؤال الثاني:

في المستوي لدينا $A(-1,2,3), B(1,2,-1)$ والمستوي $P: x + y + z = 1$

أثبت تقاطع المستقيم (AB) مع المستوي P .

السؤال الثالث:

في المستوي لدينا المستقيم d المعرف بالمعادلات وفق: $d: \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t - 3 \\ z = -t + 2 \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$ ، المطلوب:

أياً من النقطتين $I(2,-1,1), J(1,0,2)$ تقع على المستقيم d .

السؤال الرابع:

جد α, β, γ لتكون M مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,\alpha), (B,\beta), (C,\gamma)$.

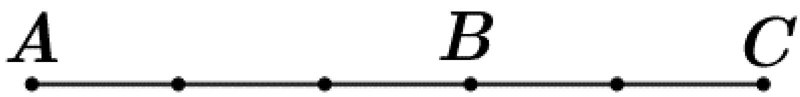
1- $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

2- $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

3- $2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

السؤال الخامس:

عبر عن كل واحدة من النقاط A, B, C بصفتها مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين الأخريين.



المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال الأوّل:

$ABCD$ رباعي وجوه ، G مركز ثقل المثلث BCD ، K منتصف $[AG]$ ، المطلوب:

عين الأمثال $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ لتكون K مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma),(D,\delta)$.

السؤال الثاني:

$ABCDEFGH$ مكعب ، I منتصف $[EF]$ ، المطلوب:

3- عين إحداثيات النقطة M التي تحقق العلاقة $\frac{1}{2}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{HD} = \overrightarrow{IM}$.

4- أوجد إحداثيات النقاط I, D, G ثم استنتج إحداثيات N مركز ثقل المثلث IDG .

السؤال الثالث:

اكتب المعادلات الوسيطية للفصل المشترك لتقاطع المستوين: $\begin{cases} P: 2x+3y-z=0 \\ Q: x-2y+2=0 \end{cases}$

السؤال الرابع:

$ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول ضلعه a ، احسب: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$.

السؤال الخامس:

لتكن النقطتين $A(2,1,1), B(-1,-1,0)$ ، المطلوب:

أوجد إحداثيات النقطة C نظيرة B بالنسبة إلى A .

المسألة الأولى:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط $A(2,1,3), B(-3,-1,7), C(3,2,4)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة .

2- اكتب معادلة المستقيم d المار بالنقطة $D(-7,0,4)$ ويقبل $\vec{u}(2,-3,1)$ شعاع توجيه له، ثم أثبت أنه يعامد المستوي ABC .

3- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

4- عيّن إحداثيات H نقطة تقاطع d و (ABC) ، ثم استنتج بعد D عن المستوي (ABC) .

السؤال الأوّل:

نتأمل في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط التالية:

$A(1,5,4), B(10,4,3), C(4,3,5), D(0,4,5)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة .

2- أثبت أن النقاط A, B, C, D تقع في مستو واحد .

3- استنتج أن النقطة D هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,\alpha), (B,\beta), (C,\gamma)$.

السؤال الثاني:

ليكن $ABCDEFGH$ مكعباً في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس: $\left(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$

1- عيّن إحداثيات النقاط D, B, E, G .

2- أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم AG .

3- أثبت أن المستقيم AG ناظماً للمستوي EDB .

أوجد إحداثيات J نقطة تقاطع المستقيم AG مع المستوي EDB .

السؤال الأوّل:

أثبت صحة المساواة الشعاعية في الحالتين التاليتين:

1- $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{BE}=\vec{0}$

2- $\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{FD}$

السؤال الثاني:

ليكن لدينا في الفراغ النقطة $A(1,2,-4)$. جد معادلة الكرة التي مركزها O وتمر بالنقطة A .

السؤال الثالث:

لدينا النقطتين $A(5,2,-1), B(3,0,1)$. أوجد معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

السؤال الرابع:

أثبت في حالة أربع نقاط A, B, C, D من المستوي أن:

$$2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}=AB^2-BC^2+CD^2-DA^2$$

التمرين الأول:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(2,-1,0), B(-1,3,5)$ والمستوي P الذي يقبل $P: 2x-3y+z-5=0$. المطلوب:

أثبت أن المستقيم (AB) يقطع المستوي P وعين إحداثيات C نقطة التقاطع.

التمرين الثاني:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(2,5,3), B(-1,3,5)$ والمستوي P الذي يقبل $\vec{u}(1,1,-2), \vec{v}(3,-1,-1)$ شعاعي توجيه. المطلوب:

أثبت أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي P .

التمرين الثالث:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط $A(1,2,0), B(0,0,1), C(1,5,5)$. أوجد إحداثيات D' المسقط القائم لـ $D(-11,9,-4)$ على المستوي (ABC) .

0934131159

التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(3,-1,-2)$ والمستويان P,Q المعرفان وفق: $P: 2x-y+z-4=0\ ,Q: x+y+2z-5=0$. المطلوب:

أثبت تقاطع المستويين P,Q واحسب بعد النقطة A عن المستقيم d الذي يمثل فصلهما المشترك .

المسألة الأولى:

- Gمركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,2),(B,1),(C,-1)$.
- G'مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط . $(A,2),(B,-1),(C,1)$.

المطلوب:

1- عين المجموعة ξ المكونة من النقاط M التي تحقق:

$$\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|=\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|$$

2- عين المجموعة F المكونة من النقاط M التي تحقق:

$$\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|=\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|$$

3- نزود الفضاء بمعلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ونفترض أن النقاط A,B,C معطاة بالشكل $A(0,0,2),B(-1,2,1),C(-1,2,5)$ ، المطلوب:

a- احسب إحداثيات G,G' .

b- أثبت أن ξ,F متقاطعتان .

c- احسب r نصف قطر الدائرة s الناجمة عن تقاطع ξ,F .

المسألة الثانية:

في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,0,-1),B(2,2,3),C(3,1,-2),D(-4,2,1)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته .

2- أثبت أن $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظماً للمستوي (ABC) ، ثم استنتج معادلة المستوي (ABC) .

3- احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$.

4- أوجد معادلة المستوي P العمودي على ABC ويمر بالنقطتين $E(0,1,1),H(1,0,1)$.

5- أوجد معادلة المستوي Q العمودي على كل من المستويين $(ABC),P$ ويمر بالنقطة $K(1,1,1)$.

قسم الأعداد العقدية وتطبيقاتها

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال الأول:

ليكن العدد العقدي Z المعطى بالشكل $Z = \frac{z-2-i}{z+i}$ ، بحيث: $z = x + iy\ ,\ \mathbb{Z} = X + iY$.

1) عين $Re(\mathbb{Z})$ ، $Im(\mathbb{Z})$.

2) عين مجموعة النقط $\mathrm{M}(\mathbb{Z})$ من المستوي التي يكون عندها $\mathbb{Z}$ تخيلي بحت.

السؤال الثاني:

حل في $\mathbb{C}$ جملة المعادلتين:

$$\begin{cases} 3z + z' = 2 - 5i \\ z - z' = -2 + i \end{cases}$$

السؤال الثالث:

ليكن كثير الحدود من الدرجة الثالثة: $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$.

1) أثبت أن $P(-1) = 0$.

2) أثبت أن $P(z)$ يكتب بالشكل: $P(z) = (z+1)Q(z)$ حيث $Q(z)$ كثير حدود من الدرجة الثانية .

3) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z) = 0$.

4) مثل حلول المعادلة $P(z) = 0$ في مستوٍ عقدي، ثم أثبت أن هذه الحلول تمثل مثلث متساوي الأضلاع .

السؤال الرابع:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $Z^2 - (1+2i)Z + 3 + 2i = 0$

السؤال الخامس:

في مستوٍ منسوب إلى معلم متجانس، لتكن النقطتان A و B الممثلتان بالعددين العقديين :

$$Z_A = \left(\sqrt{3}+1\right) + \left(\sqrt{3}-1\right)i \quad , \quad Z_B = \overline{Z_A}$$

1- بيّن أنّ $\frac{Z_A}{Z_B} = e^{\frac{\pi}{6}i}$

2- استنتج زاوية العدد العقدي Z_A

3- استنتج $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$

السؤال السادس:

لتكن النقطة A الممثلة بالعدد العقدي $a = 3 + i\sqrt{3}$، جد العددين الحقيقيين p, q اللذين يجعلان a جذراً للمعادلة $Z^2 + pZ + q = 0$.

السؤال السابع:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2 = 1 - i$، واستنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{\pi}{8}$.

السؤال الثامن:

عين مجموعة النقاط M الممثلة للعدد العقدي Z في الحالة: $e^{\frac{\pi}{3}i}\bar{Z} \in \mathbb{R}$.

السؤال التاسع:

عين مجموعة النقاط حتى تكون النقاط الممثلة بالأعداد $\frac{1}{Z}, Z^2, 1$ على استقامة واحدة .

السؤال العاشر:

1) $P(z)$ كثير حدود للمتغير z بحيث:

$$:P(z) = z^3 - (4+2i)z^2 + 8(1+i)z - 16i$$

a) بيّن أن المعادلة $P(z) = 0$ تقبل حلاً تخيلياً بحتاً z_0 يطلب تعيينه .

b) نضع $f(z) = z^2 + \alpha z + \beta$، جد العددين الحقيقيين α , β بحيث يكون من أجل كل عد مركب z: $P(z) = (z - zi)f(z)$.

2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z) = 0$.

السؤال الحادي عشر:

$$Z_A = 3\sqrt{2}(1+i) \quad , \quad Z_B = \overline{Z_A} \quad , \quad Z_C = 6\sqrt{2} \quad , \quad Z_D = \frac{Z_C}{2}$$

1) اكتب $Z_A , Z_B , (1+i)Z_A$ بالشكل الأسي .

2) احسب $\left(\frac{(1+i)Z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}$.

عين قيم $n \in \mathbb{N}$ لكي يكون $\left(\frac{(1+i)Z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{n}$ حقيقياً سالباً .

السؤال الثاني عشر:

ليكن العدد العقدي $Z = (2-2i)^3 e^{\frac{2\pi}{5}i}$ ، المطلوب:

1- اكتب العدد العقدي $Z_1 = (2-2i)^3$ بالشكل المثلثي

2- استنتج الشكل المثلث للعدد العقدي Z

السؤال الثالث عشر:

نتأمل النقاط A, B, C, D الممثلة للأعداد العقدية:

$a = -1 \, , b = 2 + i\sqrt{3} \, , c = 2 - i\sqrt{3} \, , d = 3$، والمطلوب:

1- ارسم النقاط A, B, C, D ثم احسب AB, AC, BC واستنتج طبيعة المثلث ABC

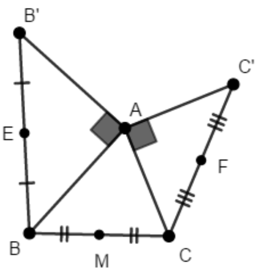
2- عيّن $\arg\frac{a-c}{d-c}$ واستنتج طبيعة المثلث DAC

السؤال الرابع عشر:

نتأمل z عدداً عقدياً ما، و ω عدداً عقدياً يحقق: $|\omega| = 1 \, , \omega \neq 1$، والمطلوب:

أثبت أن العدد العقدي $Z = \frac{\omega - z}{1 - \omega z}$ حقيقي

السؤال الخامس عشر:



ABC مثلث مباشر التوجيه، النقطتين B', C' تجعلان المثلثين $AB'B$ و ACC' قائمين ومتساويي الساقين، ولتكن النقاط M, E, F منتصفات الأضلاع $[BC] \, , [BB'] \, , [CC']$ بالترتيب

نفرض $(A; \vec{u} \, , \vec{v})$ معلماً متجانساً، ونرمز للأعداد العقدية التي تمثل النقط A, B, C, M, E, F هي a, b, c, m, e, f ، والمطلوب:

1- أثبت أن $b' = -ib \, , c' = ic$

2- عبّر عن الأعداد العقدية m, e, f بدلالة b, c

3- أثبت أن $\frac{e-m}{f-m} = i$،استنتج طبيعة المثلث EFM.

السؤال السادس عشر:

اكتب الأعداد العقدية التالية بالشكل المثلثي ثم الأسي:

$$Z_1 = \left(\sin\frac{\pi}{3} i\cos\frac{\pi}{3}\right)^5 \quad , \quad Z_2 = -i \quad , \quad Z_3 = -1 + i\sqrt{3}$$

السؤال السابع عشر:

اكتب بالشكل الأسي الأعداد العقدية التالية:

$$Z_1 = (1+i)\sqrt{3}e^{\frac{i\pi}{3}} \quad , \quad Z_2 = (1+i)e^{\frac{i\pi}{3}} \quad , \quad Z_3 = (1+\sqrt{2})e^{\frac{\pi}{6}i}$$

السؤال الثامن عشر:

أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z = 4 + 2\sqrt{5}i$

السؤال التاسع عشر:

أوجد المجموعة M التي تمثلها الأعداد $Z(M)$ في المعادلة التالية:

$$|Z+3+i| = |Z-1|$$

السؤال العشرون:

ليكن لدينا العدد العقدي: $Z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$

1- اكتب Z بالشكل الأسي والمثلثي

2- اكتب Z بالشكل الجبري

3- استنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{\pi}{12}$

4- أثبت أن Z^{48} عدد حقيقي

السؤال الواحد والعشرون:

ليكن العددان العقديان $Z_1 = 1+\sqrt{3}i \,, Z_2 = 1+i$، والمطلوب:

1- اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد $Z_1, Z_2, \frac{Z_1}{Z_2}$

2- اكتب بالشكل الجبري $\frac{Z_1}{Z_2}$، واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$

السؤال الثاني والعشرون:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A,B,C,M التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية: $a=-1-i\,,b=1-i\,,c=2i\,,m=-1+i$

1- مثل الأعداد a,b,c,m في المستوي

2- احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

3- أثبت أن النقاط B,O,M تقع على استقامة واحدة

4- احسب $\arg\frac{c-d}{m}$ واستنتج أن $DC\,,OM$ متعامدان

السؤال الثالث والعشرون:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقطتين A,B اللتين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان $Z_A=4\ \ ,\ \ Z_B=2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$ ولتكن I نتصف $[AB]$، والمطلوب:

1- مثِّل النقطتين A,B في معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ واكتب Z_B بالشكل الأسي

2- بيّن طبيعة المثلث OAB وأثبت أن قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$

3- اكتب العدد العقدي Z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج $\sin\frac{\pi}{8}$

السؤال الرابع والعشرون:

أثبت أنّ: $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{36}+\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^{21}=2$

السؤال الخامس والعشرون:

أوجد عدداً $\omega\in\mathbb{C}$ يحقق المعادلة: $\omega^2=-5-12i$، ثم حل المعادلة الآتية:

$$Z^2-6iZ-4+12i=0$$

السؤال السادس والعشرون:

ليكن العددان العقديان $Z_1=\sqrt{3}+\sqrt{3}i\ \ ,\ \ Z-2=3+\sqrt{3}i$

1- اكتب كلاً من Z_1,Z_2 بالشكل الأسي

2- اكتب الصيغة الجبرية والأسية للعدد العقدي $Z=\frac{Z_1}{Z_2}$

3- استنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{\pi}{12}$

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال السابع والعشرون:

اكتب الأعداد العقدية الآتية بالشكل الأسي:

1- $Z = -\sin\theta + i\cos\theta \qquad ;\theta \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

2- $Z = \frac{1+i\tan\theta}{1-i\tan\theta} \qquad ;\theta \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

السؤال الثامن والعشرون:

لتكن A, B, Q النقط المُمثلة بالأعداد العقدية: $Z_A = 3\,, Z_B = 1+2i\,, Z_Q = -1+2i$، المطلوب:

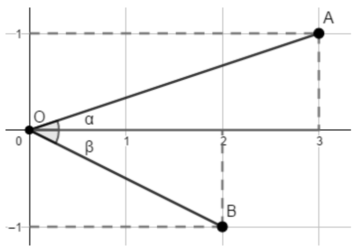
1- ارسم هذه النقط في معلم متجانس

2- جد Z_N صورة A وفق دوران مركزه (O) وزاويته $\frac{\pi}{2}$

3- جد Z_R ليكون الرباعي $(OQNR)$ متوازي أضلاع

4- أثبت أن $OR\,, AB$ متعامدان، وأثبت أن $OR = \frac{1}{2}AB$

السؤال التاسع والعشرون:



ليكن لدينا العددان العقديان Z_A, Z_B بحيث:

$\arg(Z_A) = \alpha \;, \arg(z_B) = \beta$ كما هو موضح في الشكل، والمطلوب:

1- اكتب $Z_A\,, Z_B$ بالشكل الجبري

2- اكتب $\frac{Z_A}{Z_B}$ بالشكلين الجبري والأسي

3- استنتج قيمة $\alpha\,, \beta$

السؤال الثلاثون:

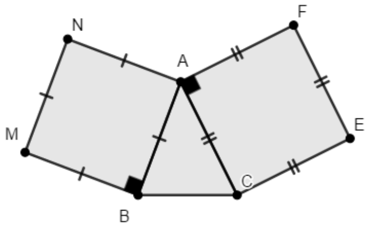
اكتب بالشكل الأسي الأعداد العقدية الآتية :

1- $Z_1 = (1+i)\sqrt{3}e^{\frac{i\pi}{3}}$

2- $Z_2 = \left(1+i\sqrt{3}\right)^4 e^{\frac{i4\pi}{3}}$

3- $Z_3 = -ie^{\frac{i\pi}{3}}$

السؤال الواحد والثلاثون:



ABC مثلث متساوي الساقين ومباشر التوجيه خارجه مربعين $ABMN\ , ACEF$ ، نفرض $(O;\vec{u},\vec{v})$ معلماً متجانساً . نرمز للأعداد العقدية التي تمثل النقط A,B,C,M,N,E,F بالرموز a,b,c,m,n,e,f ، والمطلوب:

1- أثبت أن $f = ic$ ، $n = -ib$

2- أثبت أن $b - f = i(c - n)$

3- استنتج أن $CN \perp BF$ وأن $BF = CN$

بفرض A مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(N,1),(B,2),(C,2),(F,1)$ ، استنتج النسبة $\frac{c}{b}$

السؤال الثاني والثلاثون:

أوجد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي : $Z = 4 - 2\sqrt{5}i$

السؤال الثالث والثلاثون:

أوجد مجموعة النقاط M التي تمثلها Z_M في المعادلة التالية:
$|Z + 3 + i| = 5$

السؤال الرابع والثلاثون:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $Z^2 + (1 + 4i)Z - 5 - i = 0$

السؤال الخامس والثلاثون:

في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس، لتكن النقطتان A, B الممثلتان بالعددين العقديين :

$$Z_A = \left(\sqrt{3} + 1\right) + \left(\sqrt{3} - i\right)i \quad , \quad Z_B = \overline{Z_A}$$

1- بيّن أن $\frac{Z_A}{Z_B} = e^{\frac{i\pi}{6}}$ ، واستنتج زاوية العدد العقدي Z_A

2- استنتج $\cos\frac{\pi}{12} \quad , \quad \sin\frac{\pi}{12}$

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال السابع والثلاثون:

لتكن النقطتان $G\left(3-i\sqrt{3}\right)$ و $H\left(3+i\sqrt{3}\right)$ وليكن R الدوران الذي مركزه O ويحقق $R(G)=H$. احسب قياس الزاوية $\left(\overrightarrow{OG},\overrightarrow{OH}\right)$ واستنتج الصيغة العقدية للدوران

السؤال الثامن والثلاثون:

1- حل المعادلة : $2iz+\bar{z}=3+3i$

2- اكتب بالشكل الأسي العدد العقدي : $Z=-2ie^{\frac{i\pi}{2}}$

السؤال التاسع والثلاثون:

ليكن العدد العقدي : $\omega=5+12i$

1- أوجد الجذرين التربيعيين للعدد ω

2- استنتج حلول المعادلة : $z^2+(1+4i)z-5-i=0$

السؤال الأربعون:

ليكن العددان المركبان : $z_1=1+i \quad , \quad z_2=\sqrt{3}-i$

1- اكتب كلاً من $z_1\ ,\ z_2$ بالشكل المثلثي

2- اكتب بالشكل الجبري وبالشكل المثلثي الأعداد : $z=z_1\cdot z_2$ ، ثم استنتج

$\sin\frac{\pi}{12}\ ,\cos\frac{\pi}{12}$

السؤال الواحد والأربعون:

ليكن كثير الحدود : $P(z)=z^4+4z^3+6z^2+4z-15$

1- عين عددين حقيقيين a,b يحققان : $P(z)=(z^2+az+b)(z^2+az+5)$

2- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z)=0$

السؤال الثاني والأربعون:

ليكن : $z=x+iy$ ، بيّن أن مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقق :

$z\cdot\bar{z}+4(z+\bar{z})+i(z-\bar{z})=8$ دائرة عيّن مركزها ونصف قطرها

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال الثالث والأربعون:

ليكن $z = e^{i\theta}$ برهن أنّ : $z \notin \{-i,+i\}$; $\frac{z^2-1}{z^2+1} = i\tan\theta$

السؤال الرابع والأربعون:

نتأمل النقاط A, B, C التي تمثل الأعداد العقدية: $a = 8 , b = -4+4i , c = -4i$، المطلوب:

1- تحقق أن $b - c = i(a-c)$ ، واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين

2- عيّن العدد العقدي d الموافق للنقطة D صورة النقطة A وفق تحاكٍ مركزه C نسبته 2

3- اكتب العدد العقدي : $z = (1-\sqrt{3})\left(-\sin\frac{\pi}{5} + i\cos\frac{\pi}{5}\right)$ بالشكل الأسي

السؤال الخامس والأربعون:

ليكن Z عدداً عقدياً ما . وليكن ω عدد عقدي يحقق : $\omega \neq 1$, $|\omega| = 1$.

أثبت أن $Z = \frac{\omega\bar{z}-z}{i\omega-i}$ تخيلي بحت

السؤال السادس والأربعون:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $Z^2 = 1 + i2\sqrt{2}$

السؤال السابع والأربعون:

اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي : $Z = \frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}$

السؤال الثامن والأربعون:

اكتب العدد العقدي التالي بالشكل الأسي : $Z = (1-\sqrt{2})\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

السؤال التاسع والأربعون:

ليكن كثير الحدود : $P(z) = z^4 + 5z^3 + 10z^2 + 10z + 4$

1- عين عددين a, b يحققان : $P(z) = (z^2 + az + z)(z^2 + bz + a)$

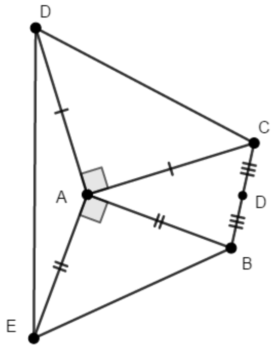
2- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 0$

السؤال الخمسون:

عيّن العددين العقديين Z_1, Z_2 اللذين يحققان :

$$\begin{cases} 2Z_1 - Z_2 = -3 \\ 2\overline{Z_1} + \overline{Z_2} = -3 + i2\sqrt{3} \end{cases}$$

السؤال الواحد والخمسون:

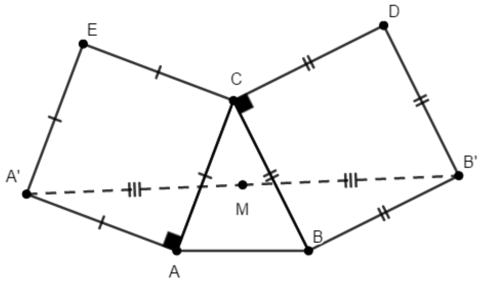


نتأمل في المستوي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً ، لتكن M منتصف $[BC]$ وليكن ACD , AEB مثلثين قائمين في A متساويي الساقين مباشرين . نختار مباشراً مبدؤه النقطة A ونرمز بالرمزين b, c إلى العددين العقديين للنقطتين B, C

1- احسب بدلالة c, b الأعداد العقدية m, d, e الممثلة للنقط M, D, E

2- احسب $\frac{d-e}{m-a}$ ثم استنتج أن AM ارتفاع في المثلث AED وأن $ED = 2AM$

السؤال الثاني والخمسون:



ليكن المثلث ABC في المستوي ننشئ على ضلعيه $[AC], [BC]$ وخارجه المربعين $ACEA', CBB'D$ كما في الشكل المجاور. تمثل الأعداد العقدية a, b, c, a', b', c' النقاط A, B, C, A′, B′, C′ ، المطلوب :

1- B' هي صورة C وفق دوران مركزه B ، عيّنه واكتب الصيغة العقدية للعدد b' بدلالة c, b

2- أثبت أن $a' = i(c-a) + a$

3- عيّن العدد العقدي m الممثل للنقطة M منتصف $[A'B']$

السؤال الثالث والخمسون:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - (1+2i)z + 3 + 3i = 0$

السؤال الرابع والخمسون:

لدينا النقاط $Z_A = \sqrt{3} + i \;,\; Z_B = \sqrt{3} - i \;,\; Z_C = 3\sqrt{3} + i$

1- اكتب العدد العقدي $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي واستنتج نوع المثلث ABC

2- عين ξ مجموعة النقاط $M \neq B$ التي تجعل : $\frac{Z_M - Z_C}{Z_M - Z_B}$ تخيلياً بحتاً

3- عين Γ مجموعة النقاط $M \neq B$ التي تجعل : $\frac{Z_M - Z_C}{Z_M - Z_B}$ حقيقياً

السؤال الخامس والخمسون:

ليكن لدينا العدد العقدي: $\mathbb{Z} = \frac{1+z}{2+z}$ بحيث $z \neq -2$، ولنفترض أنّ $z = x + iy$ و $\mathbb{Z} = X +$ iY:

1) احسب X, Y بدلالة x, y .

2) أثبت أن مجموعة النقاط $M(z)$ التي يكون عندها $\mathbb{Z}$ تخيلي بحت هي دائرة محذوف منها نقطة .

السؤال السادس والخمسون:

ليكن كثير الحدود: $P(z) = z^3 + (2 - 3i)z^2 + (10 - 6i)z - 30i$:

1) أثبت أنّ $z_0 = 3i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$.

2) عين كثير الحدود $Q(z)$ الذي يحقق: $P(z) = (z - 3i)Q(z)$.

3) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

السؤال السابع والخمسون:

لتكن النقاط A, B, C التي تمثل الأعداد العقدية: $a = i \;,\; b = -2 - 2i \;,\; c = 3 - i$، والمطلوب:

1) اكتب العدد العقدي $\frac{b-a}{c-a}$ بالشكل الجبري .

2) أثبت أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين .

السؤال الثامن والخمسون:

أوجد الجذور التربيعية للعدد العقدي $\omega = -8 - 6i$، ثم حل المعادلة:

$$z^2 - (1+i)z + 2 + 2i = 0 .$$

السؤال التاسع والخمسون:

في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$، لتكن لدينا المعادلة: $z^3 - 3z^2 + 3z - 9 = 0$

1) تحقق أن $z = 3$ حل للمعادلة السابقة، ثم عين العددين a, b اللذين يحققان:

$$z^3 - 3z^2 + 3z - 9 = (z-3)(az^2 + bz + c)$$

2) حل المعادلة السابقة في $\mathbb{C}$.

السؤال الستون:

في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نسمي A, B, C النقاط التي تحقق على الترتيب:

$$a = 1 - 4i \,, b = -1 - 2i \,, c = 1 - 2i :$$

1) وضع النقط A, B, C .

2) اكتب بالشكل الجبري $\mathbb{Z} = \frac{c-a}{c-b}$.

3) ما نوع المثلث ABC .

4) عين d لكي يكون $ABCD$ مربع (d العدد العقدي الممثل للنقطة D) .

السؤال الواحد والستون:

ليكن في المستوي العقدي $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط : A, B, C التي تحقق :

$$Z_A = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \,, Z_B = \overline{Z_A} \,, Z_C = Z_A + Z_B$$

1- اكتب بالشكل الأسي الأعداد العقدية للنقط A', B', C' صو النقط A, B, C وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$ وبالاتجاه المباشر.

2- بين أن الرباعي $OA'C'B'$ مربع.

السؤال الثاني والستون:

ليكن لدينا في المستوي العقدي الأعداد: $Z_A = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \ , \ Z_B = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$

1- ماذا تمثل مجموعة النقاط $|Z - Z_A| = |Z - Z_B|$، استنتج معادلتها.

2- حل المعادلة $\left(\frac{Z-Z_A}{Z-Z_B}\right)^2 = i$.

السؤال الثالث والستون:

في المستوي المنسوب لمعلم متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ لدينا النقاط:

$$Z_A = \sqrt{3} + i \, , Z_B = \sqrt{3} - i \, , Z_C = 3\sqrt{3} + i$$

1- اكتب العدد العقدي $\frac{Z_C - Z_A}{Z_C - Z_B}$ بالشكل الجبري ثم الأسي واستنتج طبيعة المثلث ABC.

2- عين مجموعة النقط $M \neq B$، التي تجعل $\frac{Z_M - Z_C}{Z_M - Z_B}$ تخيلي بحت.

السؤال الرابع والستون:

في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ ليكن لدينا الأعداد التالية:

$$Z_A = 1 + i\sqrt{3} \, , Z_B = 1 - i \, , Z_C = \frac{Z_A}{Z_B}$$

1- اكتب كلاً من هذه الأعداد بالشكل الأسي.

2- اكتب بالشكل الجبري $Z_C = e^{-\frac{\pi}{3}i} Z_A$.

السؤال الخامس والستون:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$Z^2 = -3 + 4i \, , Z = x + iy \, ; x, y \in \mathbb{R}$$

السؤال السادس والستون:

في المستوي العقدي $(O; \vec{u}, \vec{v})$: $Z_A = 2i \, , Z_B = -\sqrt{3} + i$

1- اكتب بالشكل الأسي كلاً من Z_A, Z_B.

2- اكتب بالشكل الجبري العدد $Z_{\overrightarrow{AB}}$ ثم وضِّع A, B في المستوي.

3- احسب $|Z_{\overrightarrow{AB}}|$ و $|Z_B|$ و $|Z_A|$ واستنتج نوع المثلث ABC.

4- بفرض M منتصف $[AB]$ اكتب Z_M بالشكل الجبري.

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال السابع والستون:

ليكن العددان العقديان $Z_1 = 1 + \sqrt{3}i \, , Z_2 = 1 + i$.

1- اكتب بالشكل المثلثي $Z_1 \, , Z_2 \, , \frac{Z_1}{Z_2}$.

2- اكتب بالشكل الجبري $\frac{Z_1}{Z_2}$.

3- استنتج $\cos\frac{\pi}{12} \, , \sin\frac{\pi}{12}$.

السؤال الثامن والستون:

لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $Z = -1 + i$:

1- أثبت أن Z^8 حقيقياً.

2- جد Z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ وبالاتجاه المباشر .

السؤال التاسع والستون:

في المستوي المنسوب لمعلم متجانس $(O;\vec{u}\,,\vec{v})$ نتأمل النقاط M, C, B, A التي تمثلها الأعداد:

$$a = -1 - i \, , b = 1 - i \, , c = 2i \, , m = -1 + i$$

1- مثل هذه النقط في المستوي.

2- أثبت أن النقط B, O, M على استقامة واحدة.

3- ليكن $Z_D = e^{\frac{\pi}{2}i} Z_C$، أثبت أن OM يعامد DC.

السؤال السبعون:

في المستوي العقدي نتأمل النقطتين A, B اللتان تحققان: $Z_A = 4 \, , Z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ والنقطة I منتصف $[AB]$.

1- مثّل النقطتين A, B في معلم متجانس، ثم اكتب Z_B بالشكل الأسي.

2- بيّن طبيعة المثلث OAB وأثبت أنّ $(\vec{u}, \overrightarrow{oI}) = \frac{\pi}{8}$.

3- اكتب Z_I بالصيغة الجبرية واستنتج $\sin\frac{\pi}{8}$.

السؤال الواحد والسبعون:

في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ لتكن المعادلة: $\frac{1-i}{2}Z^2 - \sqrt{3}Z + 1 + i = 0$

1) أثبت أنّ $\Delta = -1$ "Δ مميز المعادلة".

2) حل المعادلة واكتب جذريها بالشكل الجبري.

3) بفرض $b = 1 - i$ و $a = \sqrt{3} + i$، اكتب بالشكل الأسي كلاً من الأعداد: $a\,, b\,, \frac{a}{b}$.

4) استفد من كتابة العدد $\frac{a}{b}$ بالشكل الجبري والأسي في استنتاج:

$$\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \quad \text{وكذلك} \quad \sin\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

5) بفرض $Z = x + iy$، أوجد المعادلة الديكارتية لمجموعة النقط $M(Z)$ التي تحقق:

$Z \cdot \bar{Z} = Z + \bar{Z}$ وبرهن أنّها دائرة Γ يطلب تعيين إحداثيتي مركزها وطول نصف قطرها.

6) بفرض أنّ النقطة B صورة العدد b في المستوي العقدي $(O;\ \vec{u}\,, \vec{v})$، أثبت أنّ $B \in \Gamma$

السؤال الثاني والسبعون:

في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$:

1) اكتب العدد $a = e^{\frac{\pi}{6}i}$ بالشكل الجبري .

2) اكتب العدد $b = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ بالشكل الأسي .

3) في المستوي العقدي $(O;\ \vec{u}\,, \vec{v})$، عين مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقق: $\arg(z) = \frac{\pi}{4}$

4) بفرض: $d = (x^2 + y^2 - 9) + i(x - y)$، عين مجموعة النقاط $M(x, y)$ في الحالتين:

a) d تخيلي بحت .

b) d حقيقي .

5) حل المعادلة $Z^2 = -5 + 12i$ حيث $Z = x + iy$.

السؤال الثالث والسبعون:

في مجموعة الأعداد العقدية:

1) أوجد العدد الحقيقي α إذا علمت أن: $(\alpha + i)^2 = 3 + 4i$.

2) بفرض $Z = x + iy$، أوجد مجموعة النقط $M(x, y)$ التي تحقق: $|Z|^2 = Z^2$.

إذا كان $\overline{Z'} = \frac{Z-2}{2Z-1}$ حيث $Z \neq 1$ و $|Z| = 1$، أثبت أن: $\overline{Z'} = \frac{1}{Z'}$ واستنتج $|Z'|$.

السؤال الرابع والسبعون:

في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$:

1) حل المعادلة: $Z^2 - \sqrt{3}Z + 1 = 0$.

2) بفرض: $Z_2 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i \quad , \quad Z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

a) اكتب $Z_1 \, , \; Z_2 \, , \; Z_1 \cdot Z_2$ بالشكل الأسي.

b) اكتب بالشكل الجبري: $Z_1 \cdot Z_2$.

c) استنتج النسب المثلثية الآتية: $\cos\frac{5\pi}{12} \quad , \quad \sin\frac{5\pi}{12}$.

3) أثبت أنّ: $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^{12} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^{12} = 2$.

4) في المستوي العقدي $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ارسم مجموعة النقط $M(Z)$ التي تحقق: $Im(Z) = \frac{1}{2}$.

السؤال الخامس والسبعون:

1) في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$، حل المعادلة: $(Z^2 + 3)(Z^2 - 6Z + 21) = 0$.

2) في المستوي العقدي $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقط: A, B, C, D, Ω صور الأعداد "على الترتيب":

$$Z_A = \sqrt{3}i \, , Z_B = \overline{Z_A} \, , Z_C = 3 + 2\sqrt{3}i \, , Z_D = \overline{Z_C} \, , Z_\Omega = 3$$

a) اكتب بالشكل الأسي Z_A.

b) أثبت أنّ النقاط: A, B, C, D تقع على دائرة واحدة مركزها Ω ثم عين نصف قطرها واكتب المعادلة العقدية لهذه الدائرة.

السؤال السادس والسبعون:

في المستوي العقدي $(O;\vec{u},\vec{v})$، نتأمل النقطتين $A\,,B$ صورتي العددين:
$Z_A = 1+\sqrt{3}i \;\; , Z_B = \overline{Z_A}$ على الترتيب.

1) اكتب بالشكل الأسي العدد Z_A واكتب بالشكل الجبري $(Z_A)^3$.

2) ليكن العدد العقدي $Z = x+iy$ الذي صورته النقطة $M(x,y)$، أوجد حلول المعادلة:

$$2iZ - \bar{Z}(1+i) = Z_A \cdot Z_B - 2i$$

السؤال السابع والسبعون:

في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$، ليكن العددان: $Z_B = -1+\sqrt{3}i \;\;,\;\; Z_C = -1-\sqrt{3}i$

1) اكتب Z_B بالشكل الأسي واستنتج Z_C بالشكل الأسي.

2) في المستوي العقدي $(O;\vec{u},\vec{v})$، عيّن Z_A ليكون المثلث ABC متساوي الأضلاع.

السؤال الثامن والسبعون:

في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$:

1) أوجد العدد الحقيقي y بحيث: $\quad (1+iy)^2 = -11-4\sqrt{3}i$

2) لدينا المعادلة: $\quad Z^2 - Z + 3 + \sqrt{3}i = 0$. تحقق أنّ: $\Delta = \left(1-2\sqrt{3}i\right)^2$

"حيث Δ مميز المعادلة"، ثم أوجد حلول المعادلة.

3) لتكن الأعداد العقدية:

$$Z_1 = 1 - i\sqrt{3}\,, Z_2 = \sqrt{3}i\,, Z_3 = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\,, Z_4 = \overline{Z_1}$$

a) اكتب كلاً من الأعداد السابقة بالشكل الأسي.

b) أثبت أنّ: $3(Z_4)^3 = 8(Z_2)^2$.

c) أثبت أنّ: $\arg\left(\frac{Z_3}{Z_1}\right) = \arg\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \;\; (2\pi)$

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال التاسع والسبعون:

في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$:

1) حل المعادلة: $(Z-4)(Z^2-2Z+4)=0$

2) اكتب بالشكل الأسي كلاً من الأعداد: $Z_1=4\,, Z_2=1+\sqrt{3}i\,, Z_3=\overline{Z_2}$.

3) احسب $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}\right)^9$.

4) في المستوي العقدي $(O;\vec{u}\,,\vec{v})$، لتكن النقطة $M(x,y)$ صورة العدد $Z=x+iy$

بيّن أن المعادلة: $|Z|^2-2(Z+\bar{Z})=0$ تمثل دائرة Γ عين مركزها ونصف قطرها.

5) بفرض النقطة M_1 صورة $Z_1=4$، تحقق أنّ: $M_1\in\Gamma$.

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال الأول:

ليكن العدد العقدي $Z = (2-2i)^3 e^{\frac{2\pi}{5}i}$ ، المطلوب:

1- اكتب العدد العقدي $Z_1 = (2-2i)^3$ بالشكل المثلثي

2- استنتج الشكل المثلث للعدد العقدي Z

السؤال الثاني:

لتكن النقاط A, B, C التي تمثل الأعداد العقدية: $a = 2i\,, b = 1 - i\,, c = -3 + i$، والمطلوب:

1- اكتب العدد العقدي $\frac{b-a}{c-a}$ بالشكل الجبري

2- أثبت أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين

التمرين الأول:

في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ لدينا النقط A, B, C التي تمثلها الأعداد العقدية

$$Z_A = \sqrt{3} + i \ , \qquad Z_B = \sqrt{3} - i\,, \qquad Z_C = 3\sqrt{3} + i$$

1- اكتب العدد العقدي $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي واستنتج طبيعة المثلث ABC

2- عين ع مجموعة النقاط $M \neq B$ التي تجعل $\frac{Z_M - Z_C}{Z_M - Z_B}$ تخيلياً بحتاً

3- عين F مجموعة النقاط $M \neq B$ التي تجعل $\frac{Z_M - Z_C}{Z_M - Z_B}$ حقيقياً

التمرين الثاني:

ليكن كثير الحدود $P(z) = z^3 + (2+2i)z^2 + (5+4i)z + 10i$

1- أثبت أن $z_0 = -2i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$

2- عيّن كثير حدود $Q(z)$ يحقق: $P(z) = (z+2i)Q(z)$

3- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$

المسألة الأولى:

في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ لدينا الأعداد:

$$\omega = \frac{2}{1-\sqrt{3}i}\ , Z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\ , Z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\ , Z = Z_1 \cdot Z_2$$

1) اكتب بالشكل الجبري العدد ω.

2) اكتب بالشكل الأسي كلاً من الأعداد: Z_1, Z_2, Z.

3) اكتب بالشكل الجبري العدد Z.

4) استفد من الشكلين الجبري والأسي للعدد Z في استنتاج $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

5) أثبت أنّ: $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{12} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{4} = 0$

قسم التحليل التوافقي

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال الأول:

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة

1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة
2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية

السؤال الثاني:

في إحدى مراكز الخدمات ثلاث مهندسين وخمس عمال، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكن تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة.

السؤال الثالث:

ما هي أمثال الحد x^2y في منشور $\left(\frac{y^2}{x}+\frac{x}{y}\right)^8$؟

السؤال الرابع:

رف يحوي 7 كتب لمؤلفين ثلاثة كتب للمؤلف A وأربعة كتب للمؤلف B

1) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B
2) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف B في البداية.

السؤال الخامس:

تحتوي مدرسة 8 مدرسين و 10 مدرسات، أرادت المدرسة اختيار لجنة مؤلفة من ثلاث أشخاص

1) بكم طريقة يمكن اختيار اللجنة إذا علمت أنها تضم مدرسين اثنين ومدرسة واحدة؟
2) بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب رئيس وأمين سر اللجنة؟

السؤال السادس:

أثبت صحة العلاقة : $\frac{\binom{n+1}{r+1}}{\binom{n}{r}}=\frac{n+1}{r+1}$

السؤال السابع:

احسب قيمة n في كل من الحالات الآتية :

1- $P_{n+2}^{3}=6P_{n+2}^{1}$

2- $\binom{10}{3n}=\binom{10}{n+2}$

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال الثامن:

انشر كلاً من العبارات :

1- $(2-i)^4$

2- $\left(x+\frac{1}{x}\right)^5$

السؤال التاسع:

احسب أمثال x^3 في منشور $(2+3x)^5$

السؤال العاشر:

ليكن A_n العدد المعرف بالصيغة : $A_n=\left(2+\sqrt{3}\right)^n+\left(2-\sqrt{3}\right)^n$

1- تحقق أن A_2, A_4 عددان طبيعيان

2- أثبت أن A_n عدد طبيعي أيًّا كانت $n \in \mathbb{N}$

السؤال الحادي عشر:

أثبت أن عدد أقطار مضلع محدب عدد رؤوسه n حيث $n \geq 4$ يعطى بالعلاقة : $\frac{n(n-3)}{2}$

السؤال الثاني عشر:

أراد صف فيه 12 طالب و 8 طالبات تأليف لجنة نشاط للصف مؤلفة من 5 أشخاص
كم لجنة مختلفة يمكنه تأليف في كل من الحالات الآتية :

1- اللجنة مؤلفة من 3 طلاب وطالبتين

2- في اللجنة طالبتان على الأكثر

3- في اللجنة طالبتان على الأقل

السؤال الثالث عشر:

صف فيه 8 طلاب و 5 طالبات ، نريد تأليف لجنة مكونة من 3 أشخاص ، المطلوب:

1- بكم طريقة يمكن تأليف هذه اللجنة

2- بكم طريقة يمكن تأليف لجنة مكونة من طالب واحد وطالبتين

3- بكم طريقة يمكن تأليف لجنة مكونة من طالب واحد على الأقل

السؤال الرابع عشر:

ما هو أمثال الحد x^4y في منشور $(x-2y)^5$

السؤال الخامس عشر:

جد العدد الطبيعي n إذا علمت أن : $3P_n^3 = 2\binom{2n}{3}$

السؤال السادس عشر:

ما الشرط على العدد الطبيعي n كي يحوي منشور $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^n$ حد ثابت مستقل عن x

السؤال السابع عشر:

اكتب $\sin^3\theta$ بصيغة عبارة خطية في النسب المثلثية لمضاعفات الزاوية θ ثم استنتج

$$\lim_{x\to 0}\frac{3\sin x - \sin 3x}{4x^3}$$

السؤال الثامن عشر:

يريد معلم توزيع 5 هدايا مختلفة ، بكم طريقة يمكنه توزيعها على 4 طلاب على أن ينال كل شخص هدية واحدة على الأقل

السؤال التاسع عشر:

لتكن : $S = \{0,1,3,5,7\}$ ، ما عدد عناصر المجموعة H التي تتميز بما يلي :

أرقامها مختلفة عن بعضها ومأخوذة من S وكل عدد منها من مضاعفات العدد 5 وأكبر من 30000 .

السؤال العشرون:

عيّن قيمة n في كل مما يلي :

1- $\binom{n}{2} = 10$

2- $\binom{10}{3n} = \binom{10}{n+2}$

السؤال الواحد والعشرون:

باستخدام منشور ثنائي الحد انشر ما يلي :

1- $(2-x)^4$

2- $(1+2i)^3$

السؤال الثاني والعشرون:

أثبت صحة العلاقة : $\dfrac{\binom{n+1}{r+1}}{\binom{n}{r}} = \dfrac{n+1}{r+1}$

السؤال الثالث والعشرون:

احسب أمثال x^3 في منشور $(2+3x)^4$

السؤال الرابع والعشرون:

صف فيه 8 طلاب و 5 طالبات نريد تأليف لجنة مؤلفة من ثلاث أشخاص ، كم لجنة مختلفة يمكن تأليفها في الحالات الآتية :

1- اللجنة مؤلفة من طالبان وطالبة

2- طالبة على الأقل

3- طالب على الأكثر

السؤال الخامس والعشرون:

في الشكل المرسوم جانباً دائرة تمر برؤوس مسدس منتظم :

1- ما عدد المثلثات التي يمكن أن نحصل عليها بهذا الأسلوب

2- ما عدد المثلثات القائمة

3- ما عدد المثلثات المنفرجة

4- ما عدد المثلثات الحادة

السؤال السادس والعشرون:

كم كلمة من ثلاثة حروف يمكننا تكوينها انطلاقاً من حروف كلمة $SYRIA$

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال السابع والعشرون:

لتكن المجموعة: $S = \{1,2,3,4,5\}$ ولدينا مجموعة H من الأعداد التي تتميز بالخصائص :

- أرقامها مختلفة ومأخوذة من S
- لا يوجد أي منها من مضاعفات العدد 5
- كل عدد منها أكبر من 20000
- ما هو عدد عناصر H ؟

السؤال الثامن والعشرون:

نتأمل صندوق يحوي أربع كرات 6,7,8,9 نسحب ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة :

1- كم عدد النتائج الممكنة لهذه التجربة ؟

2- كم نتيجة ممكنة في كل من الحالات الآتية ؟

a) الكرة المسحوبة أولاً تحمل الرقم 6 والثانية تحمل الرقم 9 والثالثة تحمل الرقم 7 .

b) الكرة المسحوبة أولاً تحمل الرقم 8 والثانية تحمل الرقم 7 .

c) الكرة المسحوبة ثانياً تحمل الرقم 9 والمسحوبة ثالثاً تحمل الرقم 8 .

d) الكرة المسحوبة ثانياً تحمل الرقم 7 .

السؤال التاسع والعشرون:

رف يحوي 7 كتب لمؤلفين : ثلاثة للمؤلف A وأربعة للمؤلف B :

1- بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B

2- بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف A في البداية

السؤال الثلاثون:

نريد تأليف لجنة مكونة من مدير ومعاون وأمين سر من مجموعة تضم خمسة أشخاص .
بكم طريقة يمكن اختيار هذه اللجنة علماً بأنه في المجموعة شخصين متخاصمين لا يجتمعان في اللجنة ذاتها؟

السؤال الواحد والثلاثون:

احسب قيمة r إذا علمت أن :
$$\frac{1}{\binom{4}{r}} = \frac{1}{\binom{5}{r}} + \frac{1}{\binom{6}{r}}$$

السؤال الثاني والثلاثون:

نريد تأليف لجنة مكونة من مدير ومعاون وأمين سر من مجموعة تضم خمسة أشخاص .
بكم طريقة يمكن اختيار هذه اللجنة علماً بأنه في المجموعة شخصين متخاصمين لا يجتمعان في اللجنة ذاتها؟

السؤال الثالث والثلاثون:

لتكن $S = \{2,3,5,6,7,9\}$:

1- ما عدد الأعداد المكونة من ثلاث خانات مختلفة مثنى مثنى وأرقامها مأخوذة من S
2- ما عدد الأعداد المكونة من ثلاث خانات مختلفة مثنى مثنى وأرقامها مأخوذة من S وكل منها من مضاعفات العدد 5 وأصغر من 500

السؤال الرابع والثلاثون:

كم كلمة مكونة من ثلاث حروف يمكن تكوينها انطلاقاً من حروف كلمة $SYRIA$

السؤال الخامس والثلاثون:

ما عدد النتائج الممكنة لسباق يضم 6 أحصنة، بافتراض عدم وصول حصانين أو أكثر إلى خط النهاية في الوقت نفسه؟

السؤال السادس والثلاثون:

في إحدى المدارس 20 معلم ، تريد نقابة المعلمين تشكيل وحدة نقابية من ثلاثة منهم (أمين وحدة ، نائب ، أمين سر) ، بكم طريقة يمكن تشكيل هذه الوحدة

السؤال السابع والثلاثون:

لتكن مجموعة الأرقام $A = \{2,3,4,6,9\}$ ، المطلوب :

1- كم عدداً مؤلفاً من رقمين مختلفين يكمن تشكيله من هذه الأرقام
2- كم عدداً مؤلفاً من رقمين يمكن تشكيله من هذه الأرقام
3- كم عدداً مؤلفاً من ثلاثة أرقام يمكن مختلفة يمكن تشكيله من هذه الأرقام
4- كم عدداً مؤلفاً من ثلاثة أرقام مختلفة وأصغر من 500 يمكن تشكيله من هذه الأرقام

السؤال الثامن والثلاثون:

هل يوجد حد مستقل عن x في منشور $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^9$ ؟ في حالة الإيجاب عيّن هذا الحد
وهل يوجد في المنشور حد يحوي x^5 ؟ في حالة الإيجاب عيّن هذا الحد

السؤال التاسع والثلاثون:

مجمع تجاري له ستة أبواب ، بكم طريقة يمكنك الدخول من باب والخروج من باب آخر؟

السؤال الأربعون:

ما الحد الذي يحوي x^2y في المنشور : $\left(\frac{y^2}{x}+\frac{x}{y}\right)^n$

السؤال الواحد والأربعون:

ما الحد الثابت في منشور $\left(3x+\frac{1}{x^3}\right)^{12}$

السؤال الثاني والأربعون:

أوجد مجموعة حلول المتراجحة الآتية (مع تعيين شرط التعريف) :

$$\frac{\binom{n}{1}}{\binom{n+1}{1}}-\frac{\binom{n}{2}}{\binom{n+1}{2}}>\frac{1}{8}$$

السؤال الثالث والأربعون:

نريد تشكيل عدد من (3) منازل من عناصر المجموعة $S=\{1,2,3,4,5,6\}$

1- كم عدداً يمكن تشكيله ؟

2- من بين تلك الأعداد السابقة ، كم عدداً :

a) يظهر الرقم /6/ فيه مرة واحدة على الأقل

b) جميع أرقامه مختلفة

c) يظهر نفس الرقم في خاناته مرتين على الأقل

السؤال الرابع والأربعون:

في منشور $\left(2x+\frac{3}{x^2}\right)^7$. احسب T_r بدلالة r ، وهل يوجد حد مستقل عن x ؟

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال الخامس والأربعون:

لدينا /3/ جوائز مختلفة و /10/ طلاب :

1- بكم طريقة يمكن توزيع الجوائز على الطلاب بحيث لا ينال أي طالب أكثر من جائزة

2- بكم طريقة يمكن توزيع الجوائز على الطلاب بحيث يمكن للطالب أن ينال أكثر من جائزة

السؤال السادس والأربعون:

حل المعادلة التالية : $3 \cdot \binom{n}{3} = 2P_n^2$

السؤال السابع والأربعون:

في منشور $\left(x^5 + \frac{1}{x^2}\right)^{14}$ أوجد الحد T_{10} وماذا تسمي هذا الحد ؟ وهل هناك حد يحوي x^4 ؟

السؤال الثامن والأربعون:

رف يحوي 7 كتب لمؤلفين ، ثلاثة كتب للمؤلف A وأربعة للمؤلف B .

1- بكم طريقة يمكننا ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B

2- بكم طريقة يمكننا ترتيب الكتب إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف B

السؤال التاسع والأربعون:

بكم طريقة مختلفة يمكن توزيع 9 نماذج امتحانية مختلفة على ثلاث طلاب بحيث يأخذ الأول 4 نماذج ويأخذ الثاني نموذجين والثالث 3 نماذج ؟

السؤال الخمسون:

على رف في غرفة عمار يوجد تسعة كتب مختلفة أربعة منها ذات غلاف أحمر وخمسة ذات غلاف أخضر بكم طريقة ممكنة يمكن ترتيب الكتب على الرف في الحالات الآتية:

1- ليس هناك شرط

2- يجب أن تكون الكتب الحمراء بجانب بعض والخضراء مجتمعة

السؤال الواحد والخمسون:

يحتوي صندوق على 9 كرات مرقمة من 1 لل 9 ، نسحب على التتالي أربع كرات دون إعادة ونسجل بالترتيب أرقام الكرات المسحوبة .

ما عدد الأعداد المكونة من أربع خانات التي يمكن تشكيله بهذه الطريقة؟

السؤال الثاني والخمسون:

إذا كان لدينا الأعداد 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 ، كم عدد مكون من ثلاث خانات بالضبط بحيث :

1- له خانات زوجية فقط

2- له خانات زوجية فقط دون تكرار

3- له خانات زوجية فقط وفيه خانة مكررة مرتين

4- له خانة زوجية واحدة فقط

السؤال الثالث والخمسون:

1- كم كلمة مكونة من ثلاث حروف يمكننا تكوينها انطلاقاً من حروف كلمة $SYRIA$ ؟

2- كم كلمة مكونة من ثلاث حروف مختلفة يمكننا تكوينها انطلاقاً من حروف كلمة $SYRIA$ ؟

3- كم كلمة مختلفة يمكننا تكوينها انطلاقاً من حروف كلمة $SYRIA$ ؟

السؤال الرابع والخمسون:

عشرة أشخاص يريدون الجلوس حول منضدة دائرية، بكم طريقة يمكنهم فعل ذلك ؟

السؤال الخامس والخمسون:

نريد تأليف لجنة مكونة من مدير ومعاون وأمين سر من مجموعة تضم 5 أشخاص . بكم طريقة يمكننا اختيار هذه اللجنة علماً أن في المجموعة شخصين متخاصمين لا يجتمعان

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين :

السؤال الأول :

حل المعادلة الآتية: $\binom{10}{n+5} = \binom{10}{2n}$

السؤال الثاني :

عين في منشور $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ أمثال الحد الثابت المستقل عن x وأمثال الحد الثالث

ثانياً : حل التمرينين الآتيين :

التمرين الأوّل :

لتكن المجموعة $S = \{2,3,4,7,9\}$

1) كم عدد مؤلف من ثلاث منازل يمكن تشكيله من S؟
2) كم عدد مختلف الأرقام ومؤلف من ثلاث منازل يمكن تشكيله من S؟
3) كم عدد زوجي مؤلف من ثلاث منازل مختلفة يمكن تشكيله من S؟

التمرين الثاني :

يريد معلم توزيع $n+1$ جائزة مختلفة على n تلميذ بحيث يحصل كل تلميذ على مكافأة واحدة على الأقل. ما عدد النتائج المختلفة لهذه العملية؟

ثالثاً : حل المسألة الآتية :

المسألة الأولى :

صندوق يحوي 10 كرات، 6كرات حمراء، 3خضراء، وكرة واحدة صفراء.

a) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة والمطلوب:
1) كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب؟
2) كم عدد النتائج المختلفة التي تحوي على كرتين اثنتين من اللون نفسه؟
3) كم عدد النتائج المختلفة التي تحوي على ثلاث كرات من نفس اللون؟
4) كم عدد الكرات المختلفة التي تحوي على ثلاث كرات مختلفة الألوان؟

b) نسحب من الصندوق ثلاث كرات معاً:
5) كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب؟
6) كم عدد النتائج المختلفة التي تحوي على ثلاث كرات مختلفة الألوان؟
7) كم عدد النتائج المختلفة التي تحوي على كرة واحدة حمراء؟

قسم الاحتمالات

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال الأوّل:

في تجربة رمي ثلاث قطع نقود معاً. إذا كان الحدث A: "ظهور شعار واحد على الأكثر" .

والحدث B: "ظهور كتابين فقط". هل A, B مستقلين احتمالياً؟

السؤال الثاني:

نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية $\frac{1}{3}$.

ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار. اكتب مجموعة قيم المتحول x واكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي وتباينه وانحرافه المعياري.

السؤال الثالث: دورة 1999

يحوي صندوق 8 بطاقات متماثلة ومرقمة كما يلي: 3 , 3 , 3 , 3 , 2 , 2 , 0 , 0. نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة.

1- إذا علمت أن البطاقتين المسحوبتين تحملان الرقم ذاته، ما احتمال أن يكون هذا الرقم 3؟

2- إذا علمت أن البطاقتين المسحوبتين مختلفتان، فما احتمال أن يكون مجموعهما زوجي؟

السؤال الرابع: دورة 2002

تسع بطاقات متماثلة، على n بطاقة منها $(n \geq 4)$ كُتِب الرقم 3 وكُتِب على الباقي الرقم 5، سُحب منها بطاقتين عشوائياً

1- إذا علمت أن احتمال سحب بطاقتين تحملان الرقم ذاته يساوي $\frac{1}{2}$، احسب n.

2- بفرض $n = 6$، X يدل على مجموع البطاقتين المسحوبتين، اكتب مجموعة قيم x واحسب توقعه الرياضي.

السؤال الخامس: دورة 2007

ليكن الحدثان A, B بحيث: $P(A \cup B) = \frac{5}{12}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A) = \frac{1}{3}$، المطلوب:

1- هل الحدثان A, B مستقلان احتمالياً؟

2- احسب $P(B|A')$, $P(A'|B')$

السؤال السادس:

بفرض A, B حدثان من فضاء العينة Ω. بحيث: $P(A') = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$.

أوجد: $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B')$, $P(A' \cup B')$.

السؤال السابع:

يحتوي صندوق على 5 كرات متماثلة: 3 بيضاء والباقي سوداء. اخترنا عشوائياً ثلاث كرات معاً.

1- ما احتمال أن تكون الكرات المسحوبة بيضاء؟
2- ما احتمال أن تكون كرة واحدة فقط سوداء؟
3- ما احتمال أن تكون كرة واحدة على الأقل سوداء؟

السؤال الثامن:

مغلف فيه 9 بطاقات مرقمة من 1 ⟵ 9، نسحب عشوائياً من المغلف بطاقتين معاً. إذا علمت أن رقم إحدى البطاقتين المسحوبتين زوجي فما احتمال أن يكون مجموع رقمي البطاقتين زوجياً؟

السؤال التاسع:

في تجربة رمي حجري نرد مرة واحدة، ليكن X المتغير العشوائي الذي يدل على العدد الأكبر بين العددين على الوجهين الظاهرين إذا اختلفا، وأحدهما إن تساويا. المطلوب:

1- اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي.
2- اكتب جدول القانون الاحتمالي للمتغير X.
3- احسب التوقع الرياضي للمتغير X.

السؤال العاشر:

نلقي حجر نرد متوازن ثلاث مرات متتالية، ليكن A حدث الحصول على عدد زوجي مرتين على الأقل. ما احتمال A.

السؤال الحادي عشر:

يحتوي صندوق على 5 كرات، اثنتان تحملان الرقم 1، اثنتان تحملان الرقم 2، وواحدة تحمل الرقم 3.

نسحب عشوائياً وفي آن معاً كرتين من الصندوق. ليكن X المتحول العشوائي الذي يقرن بكل نتيجة سحب مجموع أرقام الكرتين المسحوبتين. عين قيم x واكتب قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي وتباينه.

السؤال الثاني عشر:

في أحد صفوف مدرسة 12 طالباً و9 طالبات، نريد تأليف لجنة مكونة من ثلاث أشخاص، والمطلوب:

1- بكم طريقة يمكن تأليف هذه اللجنة؟

2- بكم طريقة يمكن تأليف لجنة مكونة من طالب واحد وطالبتين؟

السؤال الثالث عشر:

عين الحد الثابت المستقل عن x في منشور $\left(x^4+\frac{1}{x}\right)^{15}$، ثم احسب أمثال x^5 في هذا المنشور.

السؤال الرابع عشر:

صندوق يحتوي كرتين حمراوين وكرتين سوداوين، نسحب من الصندوق 10 كرات على التتالي مع إعادة. المطلوب: احسب احتمال الحصول على كرة حمراء واحدة على الأقل.

السؤال الخامس عشر:

نلقي حجر نرد متوازن وجوهه مرقمة من 1 إلى 6، نحصل على درجة واحدة عند ظهور عدد أكبر تماماً من 4 ونخسر درجة عند ظهور عدد أصغر تماماً من 4 ولا نحصل على أي نقطة عند ظهور العدد 4، وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل الدرجة التي نحصل عليها، المطلوب:

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

2- احسب $E(X)$ و $V(X)$.

السؤال السادس عشر:

أجريت دراسة على عينة مكونة من 1000 شخص (600 ذكر و 400 أنثى) تبيَّن أن 75% من الذكور مدخنون و 20% من الإناث مدخنات، نختار عشوائياً شخص من العينة، والمطلوب:

1- ارسم مخططاً شجرياً يمثل نتائج التجربة السابقة.

2- احسب احتمال كل من الحدثين: (A الشخص ذكر مدخن، B الشخص أنثى مدخنة).

3- ما احتمال أن يكون الشخص مدخناً؟

4- إذا كان الشخص مدخناً، ما احتمال أن يكون أنثى؟

5- ما احتمال أن يكون الشخص ذكر علماً بأنه من الأشخاص غير المدخنين؟

السؤال السابع عشر:

صندوق يحتوي على 3 كرات حمراء و 5 كرات سوداء. نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً. وليكن A: "حدث الحصول على كرة حمراء على الأقل" وB: "حدث الحصول على كرتين سوداوين على الأقل".

1- احسب $P(A)\,, P(B)\,, P(A|B)$.

2- إذا كان X متحول عشوائي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة. اكتب مجموعة قيم X واكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه وتباينه.

السؤال الثامن عشر:

صندوق فيه ثلاث كرات حمراء وكرة واحدة بيضاء. نسحب من الصندوق كرة تلو الأخرى ولا نعيدها إلى الصندوق حتى لا يتبقى فيه إلَّا كرات من ذات اللون. وليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات السحب اللازمة لذلك. اكتب مجموعة قيم X واكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي وتباينه.

السؤال التاسع عشر:

صندوق فيه /10/ كرات حمراء، منها (n) كرة حمراء والباقي سوداء حيث: $2 \le n \le 8$ نسحب من الصندوق كرتين بآن معاً. ليكن X: المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة. اكتب مجموعة قيم X واكتب جدول القانون الاحتمالي له ثم عيّن قيمة n إذا كان $E(X) = 1$.

السؤال العشرون:

مغلف فيه /6/ بطاقات متماثلة مرقمة بالأعداد: 0,0,1,1,1,2 نسحب من المغلف عشوائياً بطاقتين على التتالي مع الإعادة.

1- ما احتمال الحدث A: " الحصول على بطاقتين مجموعهما أكبر تماماً من 2" .

2- إذا علمت أن جداء البطاقتين المسحوبتين معدوماً، فما احتمال أن تكون البطاقة ذات الرقم /2/ بين البطاقتين المسحوبتين.

3- نعرف X: متحول عشوائي يمثل جداء البطاقتين المسحوبتين. اكتب مجموعة قيم X واكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب التوقع الرياضي $E(X)$.

السؤال الواحد والعشرون:

طلب أحد المحلات /1000/ مصباح، فكان 80% من إنتاج المصنع A و 20% من إنتاج المصنع B. فإذا كانت نسبة الإنتاج المعيب في المصنع A هي 5% ونسبة الإنتاج المعيب في المصنع B هي 2%. نختار عشوائياً قطعة من المحل. ليكن الحدث A: "المصباح مصنوع في المصنع A " والحدث B: "المصباح مصنوع في المصنع B" والحدث M: "المصباح معيب".

1- ارسم مخطط شجري لهذه التجربة.

2- أوجد احتمال أن يكون المصباح معيب.

3- إذا كان المصباح معيب فما احتمال أن يكون من إنتاج المصنع A.

4- نسحب مصباحين بآن معاً من إنتاج المصنع B، ونعرف X: متحول العشوائي يمثل عدد المصابيح المعيبة. اكتب مجموعة قيم X واحسب القانون الاحتمالي لـ X.

السؤال الثاني والعشرون: دورة1988

صندوق يحوي 4 كرات بيضاء و3 كرات حمراء. سحبت منه كرتان عشوائياً ودون إعادة، المطلوب:

1- ما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من اللون ذاته؟

2- ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة. اكتب مجموعة قيم X والجدول والتوقع الرياضي.

السؤال الثالث والعشرون: دورة1989

يحوي كيس 8 بطاقات متماثلة ومرقمة كما يلي: 1,2,3,4,5,6,7,8. نسحب بطاقتان معاً، المطلوب:

1- ما احتمال أن تكون إحدى البطاقتين المسحوبتين تحمل الرقم 5؟

2- إذا كان مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين أكبر تماماً من (10) فما احتمال أن تحمل إحداهما الرقم (5).

السؤال الرابع والعشرون: دورة 1990

يحتوي صندوق على كرتين حمراوين و 4 كرات بيضاء، نسحب من الصندوق ثلاث كرات عشوائياً دون إعادة، ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة. اكتب قيم X واكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي.

السؤال الخامس والعشرون: دورة 1994

في فضاء احتمالي لدينا: $P(A) = \frac{1}{2}\ , P(B) = \frac{1}{3}\ , P(A \cup B) = \frac{7}{12}$، المطلوب:

احسب $P(A \cap B)\ , P(A|B)\ , P(A'|B')$

السؤال السادس والعشرون: دورة 1998

يحتوي صندوق على كرتين حمراوين وثلاث كرات بيضاء، نسحب عشوائياً منه ثلاث كرات مع الإعادة. ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات الحمراء. اكتب جدوله وقانونه الاحتمالي، واحسب توقعه الرياضي.

السؤال السابع والعشرون: دورة 1999

يحتوي صندوق على 8 بطاقات مرقمة كما يلي: 0,0,2,2,3,3,3,3، نسحب عشوائياً بطاقتين على التتالي دون إعادة.

1- إذا علمت أن مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين أكبر تماماً من 4 فما احتمال أن يكون مجموعهما زوجي؟
2- بفرض X متحول عشوائي يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين، اكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي.

السؤال الثامن والعشرون: دورة 2002

تسع بطاقات متماثلة على n منها $(n \geq 4)$ كُتب الرقم 3 وكتب على باقي البطاقات الرقم 5، سُحي منها بطاقتين عشوائياً، المطلوب:

1- إذا علمت أن احتمال سحب بطاقتين تحملان الرقم ذاته يساوي $\left(\frac{1}{2}\right)$، احسب n.
2- بفرض $n = 6$، ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. اكتب مجموعة قيم X واحسب توقعه الرياضي.

السؤال التاسع والعشرون: دورة 2003

احتمال أن يصيب رامٍ هدفاً بالطلقة الأولى $\frac{4}{10}$ واحتمال أن يصيب الهدف ذاته بالطلقة الثانية $\frac{7}{10}$.
فإذا أطلق الرامي طلقتين متتاليتين على الهدف.

1- ما احتمال إصابة الهدف بالطلقتين معاً؟
2- ما احتمال أن يصيب الهدف؟
3- إذا علمت أن الهدف قد أصيب، ما احتمال أنه أصيب بالطلقة الأولى فقط؟

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال الثلاثون: دورة 2007

ليكن الحدثان A, B من فضاء احتمالي بحيث: $P(A \cup B) = \frac{5}{12}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A) = \frac{1}{3}$،
المطلوب:

1- هل A, B مستقلان؟ علل ذلك.

2- أوجد $P(B|A')$, $P(A'|B')$.

السؤال الواحد والثلاثون: دورة 2008

يحوي صندوق 6 كرات متماثلة: 4 حمراء و2 بيضاء. نسحب من الصندوق كرتين على التتالي دون إعادة، ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة. اكتب مجموعة قيم X واحسب توقعه الرياضي.

السؤال الثاني والثلاثون: دورة 2010

صندوق يحتوي 9 كرات متماثلة: 2 حمراء 3 بيضاء 4 زرقاء. نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة.

1- ما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين؟

2- نعطي الكرة الحمراء القيمة (0) والكرة البيضاء القيمة (1) والكرة الزرقاء القيمة (2).
ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على مجموع القيم الناتجة من سحب كرتين. اكتب مجموعة قيم X.

السؤال الثالث والثلاثون: دورة 2011

ليكن A, B حدثين بحيث: $P(B|A) = \frac{8}{15}$, $P(B \cap A') = \frac{4}{15}$, $P(A \cap B') = \frac{1}{3}$،
المطلوب:

احسب $P(B|A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$, $P(A)$.

السؤال الرابع والثلاثون: 2012/1

يحوي مغلف 7 بطاقات مرقمة من 1 إلى 7، نسحب عشوائياً من المغلف بطاقتين معاً. إذا علمت أن رقم إحدى البطاقتين المسحوبتين زوجي فما احتمال أن يكون مجموع رقمي البطاقتين عدداً زوجياً؟

السؤال الخامس والثلاثون: 2012/2

مغلف فيه 6 بطاقات متماثلة ومرقمة بالأرقام 2,2,3,3,3,4 نسحب من الصندوق عشوائياً بطاقتين على التتالي مع إعادة، المطلوب:

1- إذا علمت أن مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين يساوي 6، ما احتمال أن يكون للبطاقتين المسحوبتين الرقم ذاته؟

2- ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين، اكتب مجموعة قيم X والجدول والتوقع الرياضي.

السؤال السادس والثلاثون: 2013/1

يحوي صندوق 7 بطاقات متماثلة تحمل الأرقام 1,2,2,3,3,3,3، نسحب من الصندوق عشوائياً بطاقتين على التتالي مع الإعادة.

1- إذا علمت أن مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين يساوي (4)، ما احتمال أن يكون رقم أحد البطاقتين (1)؟

2- ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين، اكتب مجموعة قيم X وجدوله وتوقعه الرياضي.

السؤال السابع والثلاثون: 2013/2

يحوي صندوق 6 بطاقات متماثلة تحمل الأرقام 2,2,3,3,3,4. نسحب من الصندوق عشوائياً بطاقتين على التتالي دون إعادة.

1- إذا علمت أن مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين يساوي (6)، ما احتمال أن يكون للبطاقتين المسحوبتين الرقم ذاته؟

2- ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين، اكتب مجموعة قيم X وجدوله وتوقعه الرياضي.

السؤال الثامن والثلاثون:

ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية. الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي لـX:

1) ما عدد الاختبارات في التجربة

2) أكمل الجدول المجاور

3) احسب التوقع الرياضي والتباين للمتحول العشوائي X

K	0	1	2	3	4
$P(X=K)$					$\frac{1}{81}$

السؤال التاسع والثلاثون:

نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل مرة مساوياً $\frac{1}{4}$
ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار، اكتب مجموعة قيم X وجدوله وقانونه واحسب توقعه الرياضي وتباينه

السؤال الأربعون:

يحتوي صندوق على خمس كرات حمراء، ثلاث كرات زرقاء، وكرتين خضراء نسحب عشوائياً معاً ثلاث كرات من الصندوق. ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الألوان المختلفة المسحوبة:

1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X؟
2) احسب كلاً من $P(X=1)$ و $P(X=3)$
3) استنتج $P(X=2)$
4) احسب توقع X وتباينه

السؤال الواحد والأربعون:

يحوي صندوق 5 بطاقات متماثلة مرقمة بالأرقام 2 2 1 0 0 نسحب من الصندوق عشوائياً ثلاث بطاقات على التتالي دون إعادة، ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على مجموع أرقام البطاقات المسحوبة

1) ما هي مجموعة قيم X
2) اكتب جدول بقيم X
3) احسب توقع X وتباينه

السؤال الثاني والأربعون:

صندوق يحوي أربع كرات حمراء وأربع كرات خضراء. نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً.
نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 4 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات خضراء ويأخذ القيمة 2 إذا كانت نتيجة السحب كرتان حمراوان وكرة خضراء والقيمة 1 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء والقيمة 0 إذا كانت نتيجة السحب كرتان خضراوان وكرة حمراء. عيّن القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه وتباينه.

0934131159

السؤال الثالث والأربعون:

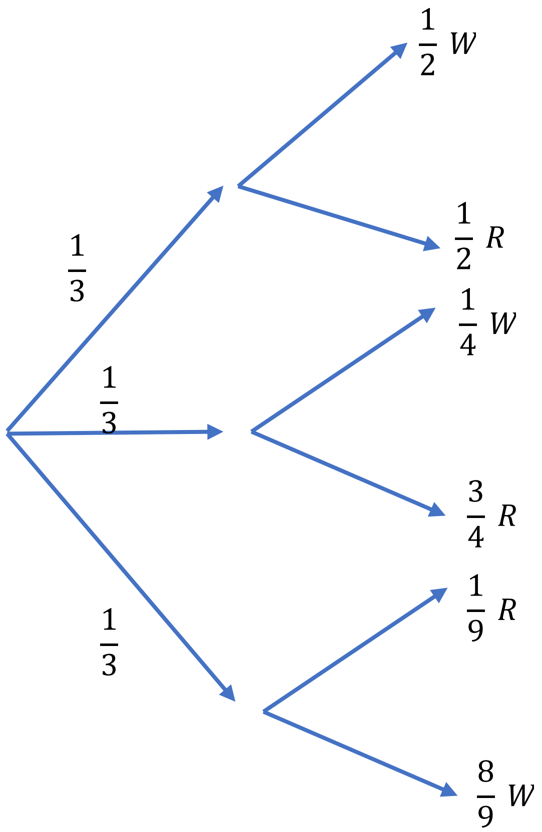
يشتري محل للأدوات الكهربائية 800 مصباح من المصنع A و400 مصباح من المصنع B.
نعلم أن نسبة المصابيح المعطوبة في إنتاج المصنع A هي 8% وفي إنتاج المصنع B هي 20%.
نسحب عشوائياً مصباحاً.

1) ما احتمال أن يكون المصباح معطوباً
2) إذا علمت أن المصباح معطوب ما احتمال أن يكون من B.

السؤال الرابع والأربعون:

في المخطط المرسوم جانباً، الرمز w يدل على عدد الكرات البيضاء والرمز R على عدد الكرات الحمراء حيث يتم اختيار كرة واحدة عشوائياً.

1) ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء
2) إذا علمت أن الكرة المسحوبة حمراء فما احتمال أن تكون من الصندوق الأول



السؤال الخامس والأربعون:

تتألف عائلة من أربعة أطفال، نقبل أنه عند كل ولادة احتمال ولادة الذكر تساوي احتمال ولادة الأنثى، ونفترض أن الولادات المتتالية هي أحداث مستقلة. نرمز A, B, C إلى الأحداث:

A: للأطفال الأربعة الجنس نفسه
B: هناك طفلان ذكران وطفلتان
C: الطفل الثاني ذكر

1) احسب احتمال وقوع الأحداث A, B, C
2) احسب $P(A \cap C)$ ثم $P(C|A)$. أيكون الحدثان A و C مستقلان احتمالياً؟
3) احسب $P(B \cap C)$ ثم $P(C|B)$. أيكون الحدثان B و C مستقلان احتمالياً؟

السؤال السادس والأربعون:

يحتوي صندوق على 6 بطاقات تحمل الأرقام 1,1,1,2,2,3 نسحب من الصندوق بطاقتين على التتالي مع الإعادة. ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. عين مجموعة قيم المتغير x واكتب جدول توزيعه واحسب التوقع الرياضي.

السؤال السابع والأربعون:

يحتوي صندوق على 9 كرات متماثلة: 2حمراء 3 بيضاء 4 زرقاء نسحب عشوائياً من الصندوق كرتين معاً. بحث نعطي الكرة البيضاء القيمة (1) والكرة الحمراء القيمة (0) والكرة الزرقاء القيمة (2)0. نعرف متغيراً عشوائياً يدل على القيم الناتجة من سحب الكرتين.

1- ما هي قيم المتغير العشوائي؟
2- اكتب جدول توزيعه واحسب توقعه الرياضي.

السؤال الثامن والأربعون:

لتكن المجموعة $A = \{2,3,4,5,6\}$، والمطلوب:

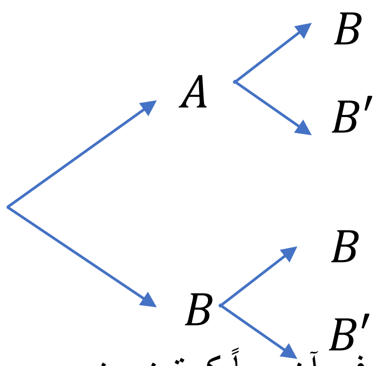
1- كم عدداً مؤلفاً من ثلاث منازل مختلفة يمكن تشكيله من عناصر المجموعة A؟
2- كم عدداً زوجياً مؤلفاً من ثلاث كمنازل يمكن تشكيله من عناصر المجموعة A؟

السؤال التاسع والأربعون:

عيّن قيم n التي تحقق: $P_{n+1}^{3} = 2P_{n+2}^{2}$.

السؤال الخمسون:

أكمل مخطط الشجرة المجاور:



1- احسب احتمال كل من الحدثين B , $A \cap B$.
2- هل الحدثين A, B مستقلين احتمالياً؟ برر إجابتك.

السؤال الواحد والخمسون:

يحوي صندوق 4 كرات مرقمة بالشكل 0,1,1,2، نسحب عشوائياً وفي آن معاً كرتين من الصندوق، وليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين، المطلوب:

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.
2- احسب $E(X)$ و $V(X)$.

السؤال الثاني والخمسون:

A) في صندوق 8 كرات حمراء و 5 كرات زرقاء وكرتين خضراوين، نسحب مكن الصندوق كرتين على التتالي مع إعادة، احسب احتمال كل من: A: سحب كرة حمراء واحدة على الأقل. A' سحب كرة حمراء واحدة على الأكثر.

B) نوزع الكرات على ثلاث صناديق بالشكل:

U_1: يضم (3 كرات حمراء وكرتين زرقاوين وكرة خضراء)

U_2: يضم (كرتين حمراوين وكرتين زرقاوين وكرة خضراء)

U_3: يضم (3 كرات حمراء وكرة زرقاء) ، والمطلوب:

1- ارسم مخططاً شجرياً يمثل نتائج التجربة السابقة.

2- احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.

3- إذا علمت أن الكرة المسحوبة حمراء، ما احتمال أن تكون من الصندوق الثالث؟

السؤال الأول:

إذا كان $P(A)=\frac{2}{3}$ و $P(B)=\frac{4}{5}$ و $P(A\cap B)=\frac{1}{2}$. فاحسب $P(B|A)$ و $P(A|B)$.
واحسب أيضاً $P(A'\cap B')$ واستنتج $P(B'|A')$.

السؤال الثاني:

أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية (X,Y)، علماً بأن المتحولين العشوائيين X,Y مستقلين احتمالياً.

X \ Y	0	1	2	قانون X
0				0.3
1			0.08	
2				0.3
قانون Y	0.5			

التمرين الأول:

يحوي صندوق 5 بطاقات مرقمة بالأرقام 0,1,2,3,4، نسحب منه عشوائيّاً بطاقتين على التتالي مع الإعادة، ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على أكبر رقمي البطاقتين المسحوبتين.

1) عين مجموعة قيم المتحول العشوائي X، واكتب جدول قانونه الاحتمالي
2) احسب التوقع الرياضي

التمرين الثاني:

ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد النجاحات في تجربة برنولية. الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمال لـ X.

K	0	1	2	3	4	5
$P(X=K)$						$\frac{32}{243}$

1) ما عدد الاختبارات في التجربة؟
2) أكمل الجدول المجاور.
3) ما التوقع الرياضي والتباين للمتحول العشوائي X.

المسألة الأولى:

نلقي حجري نرد متوازنين أحدهما مرقم 1,1,3,3,5,5، والآخر 2,2,4,4,6,6. لنرمز إلى مجموع الرقمين الظاهرين بالرمز S. ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل باقي قسمة الناتج على 5، وليكن Y المتحول العشوائي الذي يمثل باقي قسمة العددين على 3، وليكن أخيراً R المتحول العشوائي الذي يمثل باقي قسمة الناتج على 4 .

1) عين القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي S.
2) عين القانونين الاحتماليين للمتحول العشوائي X.
3) عين القانونين الاحتماليين للمتحول العشوائي Y.
4) عين القانونين الاحتماليين للمتحول العشوائي R.

RIE

RASOUL

INTERNATIONAL EDUCATION