مدونة المناهج السعودية

https://eduschool40.blog

الموقع التعليمي لجميع المراحل الدراسية

في المملكة العربية السعودية

حـل المعادلـة من الدرجـة الثانية

التـي من الشكل: $أ ع^2 + ب ع + جـ = 0$ حيث أ ، ب ، جـ $\in$ ح

عندما $\Delta = 0$

عندما $0 < \Delta$ يوجد حليـن حقيقيين مختـلفيـن

عندما $0 > \Delta$ يوجد لـهـا حليين مركبيـن

: أي معادلـة من الدرجة الثانية لها حـلاً دائماً فـي م.

مثـال: حل المعادلة: $ع^2 - 6 ع + 13 = 0$

الحـل:

$أ = 1$ ، $ب = -6$ ، $جـ = 13$

$\therefore \Delta = ب^2 - 4 أ جـ = 36 - 4 \times 1 \times 13 = 36 - 52$

$\therefore \Delta = -16$

$\therefore ع = \dfrac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{2أ}$

$\therefore ع = \dfrac{6 \pm \sqrt{-16}}{2 \times 1} = \dfrac{6 \pm 4ت}{2} = 3 \pm 2ت$

$\therefore$ قيم ع = { (3 + 2ت) ، (3 − 2ت) }

مثـال: حل المعادلة $ع^3 = 1$

الحـل:

∵ $\text{ع}^3 - 1 = 0$ ∴ $(\text{ع} - 1)(\text{ع}^2 + \text{ع} + 1) = 0$

إما $\text{ع} - 1 = 0 \Leftarrow \text{ع} = \boxed{1}$

أو إما $\text{ع}^2 + \text{ع} + 1 = 0$ ∵ أ = 1 ، ب = 1 ، جـ = 1

∴ $\Delta = \text{ب}^2 - 4\,\text{أ}\,\text{جـ} = 1 - 4 \times 1 \times 1 = -3$

∴ $\text{ع} = \dfrac{-\text{ب} \pm \sqrt{\Delta}}{2\text{أ}} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2 \times 1}$

∴ $\text{ع} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}\,\text{ت}}{2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}\,\text{ت}}{2}$

∴ قيم ع: هي $\left\{ 1 \text{ ، } \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}\,\text{ت}}{2} \right\}$

<u>اليمن: سنـ1993ـة</u>

مثـال: حل المعادلة: $\text{ع}^2 - (5 + 7\text{ت})\,\text{ع} + (-6 + 17\text{ت}) = 0$

الحـل:

∵ أ = 1 ، $\text{ب} = -(5 + 7\text{ت})$ ، $\text{جـ} = (-6 + 17\text{ت})$

∴ $\Delta = \text{ب}^2 - 4\,\text{أ}\,\text{جـ}$

∴ $\Delta = (5 + 7\text{ت})^2 - 4 \times 1 \times (-6 + 17\text{ت})$

$= 25 - 49 + 70\text{ت} + 24 - 68\text{ت} = 2\text{ت}$

(1) نحسب: $\sqrt{2\text{ت}}$

∴ $\sqrt{2\text{ت}} = \sqrt{[2 \text{ ، } 90^5]} = [\sqrt{2} \text{ ، } 45^5]$

$= \sqrt{2}\,(\text{جتا}45^5 + \text{ت جا } 45^5) = (1 + \text{ت})$

∴ $\text{ع} = \dfrac{(5 + 7\text{ت}) \pm \sqrt{2\text{ت}}}{2} = \dfrac{(5 + 7\text{ت}) \pm (1 + \text{ت})}{2}$

إما $\text{ع} = \dfrac{(5 + 7\text{ت}) + (1 + \text{ت})}{2} = (3 + 4\text{ت})$

أو إما ع = $\frac{(5+7\text{ت}) - (1 + \text{ت})}{2} = \frac{4+6\text{ت}}{2} = (2 + 3\text{ت})$

∴ مجموعة الحل = {(3 + 4 ت) ، (2 + 3ت)}

ملاحظـات هامـة:

[1] جذري المعادلة أ ع^2 + ب ع + جـ = 0

هما ع = $\frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\Delta}}{2\text{أ}}$

[2] مجموع الجذرين = $\frac{-\text{ب}}{\text{أ}}$ ، حاصل ضرب الجذرين = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$

[3] لتكوين معادلة من الدرجة الثانية إذا علم جذراها هي:

ع^2 - (مجموع الجذرين) ع + حاصل ضربهما = 0

مثـال: أوجد مجموع وحاصل ضرب جذري المعادلة:

(1 + 4 ت) ع^2 + (5 − 3ت) ع + (8 − 2 ت) = 0

الحـل:

∵ أ = (1+ 4 ت) ، ب = (5 −3 ت) ، جـ = (8 −2ت)

∵ مجموع الجذرين = $\frac{-\text{ب}}{\text{أ}} = \frac{(5-3\text{ت})}{(1+4\text{ت})} \times \frac{(1-4\text{ت})}{(1-4\text{ت})}$

∴ مجموع الجذرين = $\frac{-[5-20\text{ت}-3\text{ت}-12]}{1+16} = \left(\frac{7}{17}+\frac{23}{17}\text{ت}\right)$

(2) ∴ حاصل ضرب الجذرين = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$

$= \frac{8-2\text{ت}}{1+4\text{ت}} \times \frac{1-4\text{ت}}{1-4\text{ت}} = \frac{8-32\text{ ت}-2\text{ ت}-8}{1+16}$

$= \frac{-34\text{ ت}}{17} = -2\text{ت}$

مثـال: كون المعادلة التي جذراها: (2− ت) ، (3 + 2ت)

الحـل:

∴ مج $= (2 - ت) + (3 + 2 ت) = (5 + ت)$

∴ حاصل ضرب الجذرين $= (2 - ت) \times (3 + 2ت) = 6 + 4ت - 3ت + 2$

$= (8 + ت)$

∴ المعادلة هي: $ع^2 -$ مج ع + جد = 0

∴ $ع^2 - (5 + ت)$ ع $+ (8 + ت) = 0$

مثـــال: كون معادلة من الدرجة الثانية التي معاملاتها حقيقية وأحد جذراها:

يسـاوي $\dfrac{(1 - 2ت)(1 + 2ت)}{(2 - ت)}$

الحــــل:

∵ أحد الجذور $= \dfrac{1 - 4ت^2}{2 - ت} \times \dfrac{2 + ت}{2 + ت} = \dfrac{\cancel{5}(2 + ت)}{\cancel{5}} = (2 + ت)$

∴ الجذر الآخر $= (2 - ت)$

∴ مج الجذرين $= 4$ ، حاصل الضرب $= 5$

∴ المعادلة هي: $ع^2 - 4ع + 5 = 0$

مثـــال: إذا كان $(ل + م ت)^2$ ، $(ل - ت م)^2$

هما جذرا المعادلة $ع^2 + 16ع + 100 = 0$ أوجد قيمة ل ، م $\in ح^+$

الحــــل:

∵ مج $= - 16$ ∴ $(ل + م ت)^2 + (ل - ت م)^2 = 16$

∴ $2ل^2 - 2م^2 = -16 \Leftarrow ل^2 - م^2 = -8$ ....(1)

∵ حاصل ضرب الجذرين ∴ $(ل + م ت)^2 \times (ل - م ت)^2 = 100$

∴ $[(ل + م ت)(ل - م ت)]^2 = 100$

∴ $(ل^2 + م^2)^2 = 100 \Leftarrow ل^2 + م^2 = 10$ ....(2)

$\Leftarrow ل^2 - م^2 = -8$ ....(1) بالجمع

$2ل^2 = 2$ $ل^2 = 1$

∴ ل = (1)

من (1)   ∴ $1 - م^2 = -8 \Leftarrow م^2 = 9 \Leftarrow م = 3$

حـل تمارين ومسائل (1- 6) صـ (46)

61 حـل المعادلات التاليـة حيث ع ∋ م

أ) $3ع^2 + ع + 2 = 0$

ب) $ع^2 + 2ع + 3 = 0$

ج) $ع^2 - 6ع + 9 - 2ت = 0$

د) $ع^2 - 2\sqrt{2}\,ع + 4 = 0$

هـ) $2ع^2 - (4 - ت)ع + (5 - ت) = 0$

و) $ع^2 + 2ت\,\bar{ع} - 1 = 0$

الحــل:

[أ] أ = 3 ، ب = 1 ، جـ = 2

∵ $\Delta = ب^2 - 4أجـ = 1 - 4 \times 3 \times 2 = -23$

∴ $ع = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{2أ} = \frac{-1 \pm \sqrt{23}\,ت}{2 \times 3} = \frac{-1}{6} \pm \frac{\sqrt{23}}{6}\,ت$

[ب] الحل بنفس طريقة (أ)

[ج] أ = 1 ، ب = −6 ، جـ = 9 − 2ت

$\Delta = ب^2 - 4أجـ = 36 - 4 \times 1\,(9 - 2ت) = 36 - 36 + 8ت$

∴ $\Delta = 8ت = [8 ، 90°]$

∴ $\sqrt{8ت} = \sqrt{[8 ، 90°]} = [2\sqrt{2} ، 45°]$

$= 2\sqrt{2}\,(جتا 45° + ت جا 45°)$

$= (2 + 2ت)$

∴ $ع = \frac{6 \pm (2 + 2ت)}{2 \times 1} = (4 \pm ت)$

[د] الحل بنفس طريقة (أ)

[هـ] أ = 2 ، ب = −4 + ت ، جـ = 5 − ت

∴ Δ = ب^2 − 4أ جـ = (−4 + ت)^2 − 4× 2(5 − ت)

= 16 − 8ت − 1 − 40 +8 ت = 16−41 = −25

∴ ع = $\frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\Delta}}{2\text{أ}} = \frac{(4-\text{ت}) \pm 5\text{ت}}{2\times 2}$

∴ ع$_1$ = $\frac{4-\text{ت}+5\text{ت}}{4} = \frac{4+4\text{ت}}{4}$ = 1 + ت

∴ ع$_2$ = $\frac{4-\text{ت}-5\text{ت}}{4} = \frac{4}{4} - \frac{6\text{ت}}{4} = 1 - \frac{3}{2}$ت

[و] محلول كمثال.

---

62 كـون المعادلـة التـي جذورهـا علـى النحـو التالـي:

أ) (3+5ت) ، (3−5ت) ب) 2ت ، (4− ت) ج) (1− ت) ، (3− ت)

الحـــل:

[أ] مج = 5 + 3ت + 5− 3ت = 10

حاصل ضرب الجذرين = (5+ 3ت) (3−5ت) = 25 + 9 =34

∵ المعادلـة هـي: ع^2 − (مجموع الجذرين) ع + حاصل ضرب الجذرين = 0

∴ المعادلـة هـي: ع^2 − 10ع + 34 = 0

[ب] بنفس الطريقـة السابقة.

[ج] مج = 4−2ت ،

حاصل ضرب الجذرين = (1− ت) (3− ت) = 4−3ت + ت^2+ ت^2 = 2−4ت

∴ المعادلـة هـي: ع^2 − (4 − 2ت) ع + (2 − 4 ت) = 0

---

63 أوجــد مجموعــة حــل كــل مــن المعـادلات الآتيــة حيــث ع ∋ م

أ) ع² − 3ع + (1+3ت) = 0   ب) (1 − ت)ع² − (3 − ت)ع + (2 − 4ت) = 0

جـ) ع² − $\bar{\text{ع}}$ = 0   د) ع² − (2 − ت) ع + (3 − ت) = 0

هـ) (3 − ت) ع² − 10ع = −3(1+3ت)   و) ت ع² + (2 − 1ت) ع + 3ت − 1 = 0

الحــل:

[أ] أ = 1 ، ب = −3 ، جـ = 1 + 3ت

Δ = ب² − 4 أجـ = 9 − 4(1 + 3 ت) = 9 − 4 − 12 ت = 5 − 12ت

نوجد أولاً $\sqrt{\Delta}$ = $\sqrt{5-12\text{ت}}$ = س + ت ص بالتربيع.

س² − ص² + 2 س ص ت = 5 − 12ت

س² − ص² = 5 ....(1)

2 س ص = 12 ....(2) من (1) ، (2) بالتربيع والجمع

∴ (س² + ص²)² = 25 + 144 = 169 ∴ س² + ص² = 13 .... (3)

بجمع (1) ، (3) 2س² = 18 بطرح (1) من (3) ∴ 2ص² = 8

س = ± 3 ، ص = ± 2

ومن (2) ∴ س ، ص من إشارة مختلفة ∴ $\sqrt{5-12\text{ت}}$ = (3 − 2ت)

$$\text{ع} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\Delta}}{2\text{أ}} = \frac{3 \pm (3 - 2\text{ت})}{2 \times 1}$$

$$\text{ع}_1 = \frac{3 + 3 - 2\text{ت}}{2} = 3 - \text{ت} \quad ، \quad \text{ع}_2 = \frac{3 - 3 + 2\text{ت}}{2} = \text{ت}$$

∴ مجموعة الحل = { 3 − ت ، ت }

[هـ] بالقسمة على (3 − ت) وجعلها معادلة صفرية.

$$\text{ع}^2 - \frac{10}{3-\text{ت}}\,\text{ع} + \frac{3(1+3\text{ت})}{3-\text{ت}} = 0$$

أ = 1

ب $= \frac{-10(3+\text{ت})}{(3-\text{ت})(3+\text{ت})} = \frac{10(3+\text{ت})}{9+1} = -(3+\text{ت})$

جـ $= \frac{(73+3\text{ت})(3+\text{ت})}{(3-\text{ت})(3+\text{ت})} = \frac{3(3+3\text{ت}+9\text{ت}^2+\text{ت})}{9+1} = \frac{3\times 10\text{ت}}{10} = 3\,\text{ت}$

$\Delta = \text{ب}^2 - 4\,\text{أجـ} = (3+\text{ت})^2 - 4 \times 1\,(3\text{ت})$

$= 9 + 6\text{ت} + \text{ت}^2 - 12\text{ت} = 8 - 6\text{ت}$

نحسب $\sqrt{8-6\text{ت}} = \text{س} + \text{ت ص}$ بالتربيع

$\text{س}^2 - \text{ص}^2 = 8$ .... (1)

$2\text{س ص} = -6$ .... (2)

بتربيع (1) ، (2) ثم بجمع الناتج

$\therefore \text{س}^2 + \text{ص}^2 = 10$ .... (3) ثم بحل (3) مع (1)

$\therefore 2\text{س}^2 = 18 \Leftarrow \text{س} = \pm 3 \qquad \therefore \text{ص} = \pm 1$

$\therefore$ الجذرين هما: $\pm (3 - \text{ت})$

$\because \text{ع} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\Delta}}{2\text{أ}} = \frac{+(3+\text{ت}) \pm (3-\text{ت})}{2}$

إما $\text{ع} = \frac{3+\text{ت}+3-\text{ت}}{2} = \frac{6}{2} = 3$

أو إما $\text{ع} = \frac{3+\text{ت}-3+\text{ت}}{2} = \frac{2\text{ت}}{2} = \text{ت}$

مجموعة الحل = $\{3 ، \text{ت}\}$

[و] تحل بنفس الطريقة السابقة.

---

64 أوجد قيمة س ، ص التي تقعد المعادلة:

$(\text{س} + \text{ت ص})^2 - 10(\text{س} + \text{ت ص}) + 41 = 0$

الحل:

نضع $\text{ع} = \text{س} + \text{ت ص} \quad \therefore \text{ع}^2 - 10\text{ع} + 41 = 0$

Δ = ب^2 − 4 أ جـ = 100 − 4 × 1 × 41

= 100 − 164 = −64

ع = $\frac{+10 \pm 8ت}{2}$ = (5 ± 4ت)

∴ س = 5 و ص = 4

أو س = 5 و ص = −4

65 أوجـد مجموعـة حـل المعادلـة: ع^3 + ع^2 + ع + 1 = 0، ع ∋ م

الحـل:

∵ (ع^3 + ع^2) + (ع + 1) =0 ⇐ ع^2 (ع+1) + (ع+1) =0

⇐ (ع +1) (ع^2+ 1) = 0

⇐ (ع +1) (ع^2 − ت^2) = 0

∴ (ع + 1) (ع − ت) (ع + ت) = 0

أما ع +1 = 0 أو ع − ت =0 أو ع + ت =0

∴ع = −1 ∴ ع = ت ∴ ع = − ت

مجموع الحلول = {−1 ، ت ، − ت }

أمثلة عامة على الأعداد المركبة

1) اليمن سنـة1995

مثـــال: إذا كان ع$_1$ = [ر ، هـ] ، ع$_2$ = [رَ ، هـَ]

فبرهن أن ع$_1$. ع$_2$ = [ر رَ ، هـ + هـَ]

الحـل:

∵ ع$_1$ = ر (جتاهـ + ت جاهـ) ع$_2$ = رَ (جتاهـَ + ت جاهـَ)

∴ع$_1$. ع$_2$ = ر رَ (جتاهـ+ ت جاهـ) (جتاهـَ + ت جاهـَ)

= ر ر ◌ (جتاه جتاه ◌ + ت جتاه جاه ◌ + ت جاه جتاه −
جاه جاه ◌)

= ر ر ◌ ◌ (جتاه جتاه ◌ − جاه جاه ◌) + ت (جاه جتاه
◌ + ت جاه ◌ جتاه ◌)

= ر ر ◌ [جتــا (ه + ه ◌) + ت جــا (ه + ه ◌)] = [ر ر
ر ◌ ، ه + ه ◌]

2) اليمن سنـ1995ـة

مثـــال: إذا كان ع$_1$ = ت ص ، ع$_2$ = (0 ، ص)

أكتب ع$_1$. ع$_2$ بالصورة [ر ، هـ]

الحـــل:

∵ ع$_1$. ع$_2$ = (ت ص) × (ت ص) = − ص^2 = [ص^2 ، π]

مثـــال: إذا كان ع$_1$ = $\frac{-7}{3}$ ت ، ع$_2$ = [$\frac{3}{2}$ ، $\frac{7\pi}{6}$]

فأوجد: (1) ع$_1$. ع$_2$ على صورة [ر ، هـ]

(2) 3ع$_1$ ، 2ع$_2$ بالصورة الديكارتية.

الحـــل:

(1) نحول ع$_1$ = $\frac{-7}{3}$ ت = [$\frac{7}{3}$ ، $\frac{3\pi}{2}$]

∴ (1) ع$_1$. ع$_2$ = [$\frac{21}{6}$ ، $\frac{7\pi}{6} + \frac{3\pi}{2}$] = [$\frac{7}{2}$ ، $\frac{16\pi}{6}$]

(2) 3ع$_1$ = 3 × $\frac{-7}{3}$ ت = − 7 ت

∴ 2ع$_2$ = 2× $\frac{3}{2}$ [جتا $\frac{7\pi}{6}$ + ت جا $\frac{7\pi}{6}$] = 3 (جتا 210° + ت جا210°)

= 3 ($-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$ ت)

مثـــال: إذا كانت ع = [ر ، هـ] فما قيمة هـ ، ر في كل الحالتين:

(1) − 2ع = [2 ، 240°]

(2) [2، 30°] ع^2 = [8 ، 90°]

الحـــل:

(1) ∵ −2ع = [2 ، 240°]

∴ ع = $\frac{1}{-2}$ [2 ، 240°] = $\frac{[2 ، 240°]}{[2 ، 180°]}$ = [1 ، 60°]

(2) [2 ، 30°] ع^2 = [8 ، 90°]

∴ ع^2 = $\frac{[8، 90°]}{[2، 30°]}$ = [4 ، 60°]

ع = [4 ، 60°]$^{\frac{1}{2}}$ = [2 ، 30°]

∴ هـ = 30° ، ر = 2

مثـــال: ليكن ع$_1$ = 1− ت ، ع$_2$ = س + ت ص

وكان ع$_2^2$ − ع$_1^2$ = $\bar{ع}_2^2$ − $\bar{ع}_1^2$ اثبت أن : س ص + 1 = 0

الحـــل:

∵ ع$_2^2$ − ع$_1^2$ = $\bar{ع}_2^2$ − $\bar{ع}_2^{-2}$

∴ (س + ت ص)^2 − (1− ت)^2 = (س− ت ص)^2 − (1+ ت)^2

∴ س^2−ص^2 + 2س ص ت− (−2ت) = س^2 − ص^2− 2س ص ت− (+2ت)

∴ 2س ص ت + 2ت = −2 س ص ت − 2 ت

∴ 4 س ص ت = − 4 ت ∴ س ص = −1 ∴ س ص + 1 = 0

مثـــال: اختر الإجابة الصحيحة.

(1) مجموع حل المعادلة $س^2 + 9 = 0$ [{ 3 } ،{ 3 ، −3} ، { 3ت ، −3ت }]

(2) المعكوس الضربي للعدد ع =(3 + 2ت) هو:

[(3 −2ت) ، $\frac{1}{3-2ت}$ ، $\frac{3}{13} - \frac{2}{13}$ ت]

(3) إذا كان ع، $\bar{ع}$ عددان مترافقان فإن ع . $\bar{ع}$ يمكن أن يساوي:

{ (9 − 4ت) ، 5 ت ، 13 ، (ت + 1) }

الحــل:

(1) { 3ت ، −3ت }

(2) {$\frac{3}{13} - \frac{2}{13}$ ت}

(3) { 13 }

مثـــال: عددان مركبان مترافقان مجموعهما يساوي (8) وحاصل ضربهما يساوي (15) أوجد العددين؟

الحــل:

نفرض أن العددان

(س + ت ص) ، (س − ت ص) ⇐ مجموعهما = 2س = 8

⇐ س = (4)

∴ حاصل ضربهما = $س^2 + ص^2$ ∴ $س^2 + ص^2 = 25$

∴ $16 + ص^2 = 25$

∴ $ص^2 = 9$ ∴ ص = ± 3

∴ ع = (4 ± 3 ت)

اليمن: سنة1995

مثال: حل المعادلة: ع + 2 $\bar{\text{ع}}$ = ت

الحل:

نفرض ع = (س + ت ص) ، $\bar{\text{ع}}$ = (س + ت ص)

∴ (س + ت ص) + 2 (س − ت ص) = ت

∴ س + ت ص + 2س − 2 ت ص = ت

∴ 3س − ت ص = ت ∴ 3س = 0 ⇐ س = 0

∴ − ص = 1 ⇐ ص = −1 ∴ ع = س + ت ص = 0 − ت

ع = − ت تخيلي بحث

مثال: إذا كان ع = [1 ، هـ] فبرهن أن $\frac{1}{\text{ع}+1} = \frac{1}{2}\left(1 - \text{ت ظا}\frac{\text{هـ}}{2}\right)$

الحل:

∵ ع = [1 ، هـ] = 1 (جتاهـ + ت جاهـ) ∴ $\text{ط}_1 = \frac{1}{1(\text{جتاهـ} + \text{ت جا هـ}) + 1}$

$$= \frac{1}{(\text{جتاهـ}+1) \times \text{ت جا هـ}} \times \frac{(\text{جتاهـ}+1) - \text{ت جا هـ}}{(\text{جتاهـ}+1) - \text{ت جا هـ}} = \frac{(\text{جتاهـ}+1) - \text{ت جا هـ}}{(\text{جتاهـ}+1)^2 + \text{جا}^2\text{هـ}}$$

$$\therefore \text{ط}_1 = \frac{(\text{جتاهـ}+1) - \text{ت جا هـ}}{\text{جتا}^2\text{هـ} + 1 + 2\,\text{جتاهـ} + \text{جا}^2\text{هـ}} = \frac{(\text{جتاهـ}+1) - \text{ت جا هـ}}{2(\text{جتاهـ}+1)}$$

$$= \frac{1}{2}\left[1 - \text{ت}\frac{\text{جا هـ}}{\text{جتاهـ}+1}\right]$$

نعلم أن جتاهـ + 1 = 2 $\text{جتا}^2\frac{\text{هـ}}{2}$ جاهـ = $2\text{جا}\frac{\text{هـ}}{2}\ \text{جتا}\frac{\text{هـ}}{2}$

$$\therefore \text{ط}_1 = \frac{1}{2}\left[1 - \text{ت} \times \frac{2\,\text{جا}\frac{\text{هـ}}{2}\ \text{جتا}\frac{\text{هـ}}{2}}{2\,\text{جتا}^2\frac{\text{هـ}}{2}}\right] \qquad \therefore \text{ط}_1 = \frac{1}{2} = \left[1 - \text{ت ظا}\frac{\text{هـ}}{2}\right]$$

∴ $\text{ط}_1 = \text{ط}_2$

مثال: إذا كانت ع ∈ ق^* وكان ع + $\bar{\text{ع}}$ = $\frac{1}{\text{ع}}$ فبرهن أن ع حقيقي.

الحــل:

$$(س + ت ص) + (س - ت ص) = \frac{1}{س + ت ص}$$

$\therefore$ 2 س $= \frac{1}{ع}$ $\therefore$ ع $= \frac{1}{2 س} \in$ ح $\therefore$ ع **حقيقي #**