(1) تحقق من فهمك

في المصفوفة التالية :

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ -2 & 19 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$$

1A) ما رتبة $\underline{B}$ ؟ ..... 3 X 2 .....

1B) ما قيمة b_{32}؟ ..... -1 .....

(2) تحقق من فهمك

2) بيتزا: يبين الجدول المجاور الأسعار بالريال لأربعة أنواع من البيتزا بثلاثة أحجام في أحد المطاعم.

أسعار البيتزا (بالريال)

	صغيرة	وسط	كبيرة
ثمار البحر	13	24	35
الخضار	12	23	34
الدجاج	14	25	36
اللحم	15	27	37

A) نظّم هذه البيانات في مصفوفة $\underline{A}$ ، على أن تكون الأسعار مرتبة تصاعديًّا.

$$\begin{bmatrix} 12 & 23 & 34 \\ 13 & 24 & 35 \\ 14 & 25 & 34 \\ 15 & 27 & 37 \end{bmatrix}$$

B) حدد رتبة المصفوفة. 4 X 3

C) ما قيمة العنصر a_{21}؟ 13

(3) تحقق من فهمك

3) محافظات: يبين الجدول المجاور عدد المحافظات من الفئتين أ، ب في 4 مناطق إدارية مختلفة في المملكة.

عدد المحافظات من الفئتين أ، ب في 4 مناطق مختلفة في المملكة

المنطقة	محافظة فئة أ	محافظة فئة ب
الرياض	12	8
مكة المكرمة	9	7
المدينة المنورة	4	4
القصيم	5	7

المصدر: المملكة العربية السعودية، حقائق وأرقام، هيئة المساحة الجيولوجية السعودية، 1433هـ

A) نظّم البيانات في مصفوفة .

B) اجمع عناصر كل عمود، وفسر النتائج.

C) اجمع عناصر كل صف، وفسر النتائج.

D) هل إيجاد معدل عناصر كل صف يعطي بيانات ذات معنى؟

أوراق عمل دروس

(1) تحقق من فهمك

أوجد كلاً مما يأتي إن أمكن :

(1A $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 12 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & -8 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

(1B $\begin{bmatrix} -9 & 8 & 3 \\ -2 & 4 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -3 & 6 \\ -9 & -5 & 18 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -13 & 5 & 9 \\ -11 & -1 & 11 \end{bmatrix}$

(2) تحقق من فهمك

إذا كانت $T = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & -2 & 9 \end{bmatrix}$، فأوجد $-4T$

$= \begin{bmatrix} -32 & 0 & -12 & 8 \\ 4 & 16 & 8 & -36 \end{bmatrix}$

(3) تحقق من فهمك

إذا كانت $B = \begin{bmatrix} 12 & 5 \\ 5 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -8 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$، فأوجد $-6B + 7A$

$= \begin{bmatrix} -72 & -30 \\ -30 & 24 \\ -24 & 42 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -35 & 21 \\ 42 & -56 \\ 14 & 63 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -107 & -9 \\ 12 & -32 \\ -10 & 7 \end{bmatrix}$

(4) تحقق من فهمك

استعمل البيانات التالية لحساب معدل المبيعات والنفقات الشهري لجميع المعارض على فرض أن الشهر 30 يوماً :

لدى مؤسسة تجارية للمعدات الثقيلة فروع في كل من: الرياض، والشرقية، وجدة، يتبع كلًّا منها ثلاثة معارض.
وتبين المصفوفات الآتية معدل النفقات والمبيعات الأسبوعية في معارض المناطق الثلاث:

	الرياض		الشرقية		جدة	
	المبيعات	النفقات	المبيعات	النفقات	المبيعات	النفقات
المعرض (1)	145000	1900	122000	1700	109500	1050
المعرض (2)	225000	2400	145500	1800	135000	1800
المعرض (3)	290000	2700	160000	1800	150500	1800

(1) **تحقق من فهمك**

هل يمكن إيجاد $A \cdot B$ في كلٍّ مما يأتي، وإن كانت كذلك، فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة:

(1A $A_{4\times 6} \cdot B_{6\times 2}$

يمكن ∴ $AB_{4\times 2}$

(1B $A_{3\times 2} \cdot B_{3\times 2}$

لا يمكن

(2) **تحقق من فهمك**

إذا كانت $V = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$ ، $U = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$، فأوجد UV .

$$= \begin{bmatrix} 10+54 & -5+(-45) \\ -6+(-12) & 3+10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64 & -50 \\ -18 & 13 \end{bmatrix}$$

(4) **تحقق من فهمك**

4) إذا كانت $B = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$، فهل $AB = BA$ ؟

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12+4 & 24+(-5) \\ -15+8 & 30+(-10) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 21 \\ -7 & 20 \end{bmatrix}$$

(5) **تحقق من فهمك**

تابع الحل

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12+30 & 3+(-12) \\ -16+(25) & 4+(-10) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18 & -9 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}$$

أوراق عمل دروس

∴ نلاحظ أن $A \cdot B \neq B \cdot A$

(1) تحقق من فهمك

أوجد قيمة كل محدِّدة فيما يأتي:

(1A $\begin{vmatrix} -6 & -7 \\ 10 & 8 \end{vmatrix}$

$48-(-70)$

$48+70=118$

(1B $\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 9 & -4 \end{vmatrix}$

$-28-45$

$=-73$

(2) تحقق من فهمك

أوجد قيمة المحددات التالية باستخدام قاعدة الأقطار، أوباستعمال محددة المصفوفة 2×2 .

$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix}$

$س=10+(-180)+(-48)$

$=-218$

$ق=16+(-150)+(-36)$

$=-170$

$س-ق=-218-(-170)=-48$

$\begin{vmatrix} -8 & -4 & 4 \\ 0 & -5 & -8 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$

$س=40+96+0=136$

$ق=-60+256+0=196$

$س-ق=136-196$

$=-60$

(3) تحقق من فهمك

خرائط: يقف خالد وسعد ورضوان عند ثلاث نقاط مختلفة على خريطة المدينة التي يسكنونها، فإذا كانت إحداثيات هذه النقاط هي: $(3, 15), (6, 4), (11, 9)$، بحيث تمثّل كل وحدة على الخريطة $0.5km$.
فما مساحة المنطقة المثلثة التي يقفون عند رؤوسها؟

الآلة الحاسبة

$\frac{1}{2}|A|$

فانون صاب المثلث لمو

$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 15 & 1 \\ 6 & 4 & 1 \\ 11 & 9 & 1 \end{vmatrix}=\frac{1}{2}|70|=\frac{1}{2}(70)$

$=35$

(4) تحقق من فهمك

حل الأنظمة الآتية باستعمال قاعدة كرامر:

(4A

$$7x + 3y = 37$$
$$-5x - 7y = -41$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 37 & 3 \\ -41 & -7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ -5 & -7 \end{vmatrix}} = \frac{-136}{-34} = 4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 37 \\ -5 & -41 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ -5 & -7 \end{vmatrix}} = \frac{-102}{-34} = 3$$

(4B

$$8x - 5y = 70$$
$$9x + 7y = 3$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 70 & -5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & -5 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{505}{101} = 5$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 70 \\ 9 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & -5 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{-606}{101} = -6$$

(5) تحقق من فهمك

حل الأنظمة الآتية باستعمال قاعدة كرامر:

(5A

$$3x + 5y + 2z = -7$$
$$-4x + 3y - 5z = -19$$
$$5x + 4y - 7z = -15$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -7 & 5 & 2 \\ -19 & 3 & -5 \\ -15 & 4 & -7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & 4 & -7 \end{vmatrix}} = \frac{-345}{-330} = \frac{23}{22}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -7 & 2 \\ -4 & -19 & -5 \\ 5 & -15 & -7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & 4 & -7 \end{vmatrix}} = \frac{855}{-330} = \frac{57}{-20}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 5 & -7 \\ -4 & 3 & -19 \\ 5 & 4 & -15 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & 4 & -7 \end{vmatrix}} = \frac{-455}{-330} = \frac{91}{66}$$

(5B

$$6x + 5y + 2z = -1$$
$$-x + 3y + 7z = 12$$
$$5x - 7y - 3z = -52$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 12 & 3 & 7 \\ -52 & -7 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 5 & 2 \\ -1 & 3 & 7 \\ 5 & -7 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{-1536}{384} = -4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -1 & 2 \\ -1 & 12 & 7 \\ 5 & -52 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 5 & 2 \\ -1 & 3 & 7 \\ 5 & -7 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{1991}{384}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 5 & -1 \\ -1 & 3 & 12 \\ 5 & -7 & -52 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 5 & 2 \\ -1 & 3 & 7 \\ 5 & -7 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{-384}{384} = -1$$

(1) تحقق من فهمك

حدِّد ما إذا كانت كلّ من المصفوفتين تمثل نظيرًا ضربيًّا للأخرى أم لا، ثم ما يأتي:

$$X=\begin{bmatrix}4 & -1\\ 2 & -2\end{bmatrix}, Y=\begin{bmatrix}\frac{1}{3} & -\frac{1}{6}\\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\end{bmatrix}$$

بالضرب

$X\cdot Y = Y\cdot X = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

$Y\cdot X = \begin{bmatrix}\frac{1}{3} & -\frac{1}{6}\\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}4 & -1\\ 2 & -2\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}\frac{4}{3}+(-\frac{2}{6}) & -\frac{1}{3}+\frac{2}{6}\\ \frac{4}{3}+(-\frac{4}{3}) & -\frac{1}{3}+\frac{4}{3}\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

$X\cdot Y = \begin{bmatrix}\frac{4}{3}+(-\frac{1}{3}) & -\frac{4}{6}+\frac{2}{3}\\ \frac{2}{3}+(-\frac{2}{3}) & -\frac{2}{6}+\frac{4}{3}\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

إذاً X, Y كلاً منهما نظيراً للآخر

(2) تحقق من فهمك

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي، إن وجد:

(2A $D=\begin{bmatrix}3 & 7\\ 1 & -4\end{bmatrix}$

$\begin{vmatrix}3 & 7\\ 1 & -4\end{vmatrix} = -12-7 = -19$

∴ يوجد نظير ضربي

$D^{-1} = \frac{1}{-19}\cdot\begin{bmatrix}-4 & -7\\ -1 & 3\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}\frac{4}{19} & \frac{7}{19}\\ \frac{1}{19} & \frac{3}{-19}\end{bmatrix}$

(2B $T=\begin{bmatrix}2 & 1\\ -4 & 3\end{bmatrix}$

$\begin{vmatrix}2 & 1\\ -4 & 3\end{vmatrix} = 6-(-4) = 10$

يوجد نظير

$T^{-1} = \frac{1}{10}\cdot\begin{bmatrix}3 & -1\\ 4 & 2\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}\frac{3}{10} & \frac{-1}{10}\\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5}\end{bmatrix}$