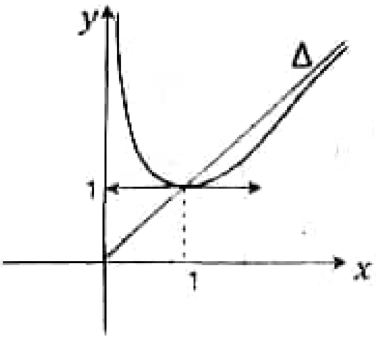
وزارة التربية في سورية	امتحان الرياضيات	الاسم :
مديرية التربية في السويداء	الفصل الأول للعام الدراسي (٢٠٢١-٢٠٢٢)	المدة : ثلاث ساعات
ثانوية توفيق مرهج	الصف الثالث الثانوي العلمي	الدرجة العظمى : ٦٠٠

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: يمثل المنحني المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $D =]0, +\infty[$



١- أوجد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to 0} f(x)$.

٢- اكتب معادلة كل مقارب للخط C

٣- أوجد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$

٤- نظم جدولاً بالوضع النسبي للخط C مع مقاربه المائل.

السؤال الثاني: لتكن ε مجموعة النقط $M(x, y, z)$ التي تحقق:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8z - 5 = 0$$

١- أثبت أن مجموعة النقط ε هي كرة ، وعين مركزها ونصف قطرها.

٢- أثبت أن المستوي $P: x + y - z = 0$ قاطع للكرة ε .

السؤال الثالث: ليكن التابع $f(x) = \cos\sqrt{x}$ المعرف على المجال $[0, +\infty[$

١- أثبت أن التابع f اشتقاقي على المجال $I =]0, +\infty[$ ، وأوجد $f'(x)$ على هذا المجال.

٢- أثبت أن f اشتقاقي عند $x = 0$ واكتب معادلة المماس في النقطة $(0, 1)$.

السؤال الرابع: إذا كان z عدداً عقدياً يحقق $|z| = 1$ و $z \neq i$ ، فأثبت أن:

العدد العقدي $w = \frac{z+i}{1+iz}$ هو عدد حقيقي.

ثانياً: حل التمارين الأربعة التالية: (٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن التابع $f(x) = 2 + \frac{1}{x+1}$ المعرف على المجال $I = [0, +\infty[$

١- أوجد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعط عدداً حقيقياً A يحقق الشرط أياً كان $x > A$ فإن $f(x) \in]1.99 , 2.01[$

٢- استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$

التمرين الثاني : ليكن المستقيمان: $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} : t \in \mathbb{R}$ ، $d_2: \begin{cases} x = 1 + s \\ y = 2s \\ z = 2 - s \end{cases} : s \in \mathbb{R}$

١- أثبت أن d_1 و d_2 متقاطعان في نقطة يطلب إيجاد احداثياتها.

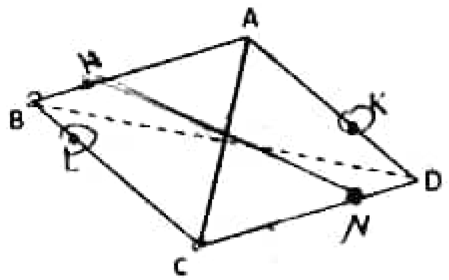
٢- اكتب معادلة المستوي P المحدد بالمستقيمين d_1 و d_2 .

الصفحة الثانية

التمرين الثالث: لتكن المتتالية $u_0 = 6$ ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$

١- أثبت بالتدريج صحة العلاقة $2 < u_{n+1} \le u_n$ أياً كان العدد الطبيعي n .
٢- استنتج جهة اطراد المتتالية u_n
٣- لتكن المتتالية $v_n = u_n - 2$ اثبت أن v_n هندسية .
٤- اكتب v_n بدلالة n ثم اكتب u_n بدلالة n .

التمرين الرابع: $ABCD$: رباعي وجوه والنقطتان K , L معرفتان بالعلاقتين :



$$\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} \ ، \ \overrightarrow{BL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$$

والنقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقط :

$$(A,1),(B,3),(C,1),(D,2)$$

١- أثبت أن G تقع على المستقيم LK وعين موقعها
٢- عين $\mathcal{E}$ مجموعة النقط M التي تحقق العلاقة:

$$\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MD}\| = 14$$

ثالثاً: حل المسألتين التاليتين: (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع $f(x) = x + \sqrt{x^2+1}$ المعرف على R

١) أوجد النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ واستنتج المقارب الأفقي.
٢) أثبت أن المستقيم $d: y = 2x$ هو مقارب مائل وادرس وضعه النسبي مع C.
٣) ادرس تغيرات التابع f نظم جدولاً بها.
٤) بفرض $m \in R$ ،استنتج حسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$
٥) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم الخط C .

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط

$$D(1,2,-1)\ ,C(1,2,2),B(1,-1,-1),A(-2,2\ ,-1)$$

١- تحقق أن المستوي (ABC) يعطى بالمعادلة : $x + y - z - 1 = 0$
٢- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من D والعمود على المستوي (ABC) .
٣- أوجد N نقطة تقاطع المستقيم مع المستوي (ABC).
٤- احسب بعد النقطة A عن المستقيم d
٥- أثبت أن النقطة (0 , 1 , 0) تنتمي الى المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

--------------- انتهت الأسئلة ---------------