# Chapter 2

الاستاذة: سامية النجار

0580957642

المدينة المنورة

# Chapter 2

## 2 – 1

## Linear equation → المعادلات الخطية

1- تعريف المعادلات

equations : → is a statement that expressions are equal

Example : → $x + 2 = q$ , $11x = 5x + 6x$

* What is mean to solve an equation ? ماذا يقصد بحل المعادلة

Means to find all numbers that make the equation a true statement and these number are called solution or root of equation

حلول جذور

يقصد بحل المعادلات هو إيجاد جميع الأعداد التي تجعل المعادلة صحيحة و تسمى هذه الأعداد حلول أو جذور

Example :- Solve $6x + 3 = 27$

إيجاد الحلول

أولاً نضع علامة المساواة ومن ثم نجعل الأعداد في طرف والمتغيرات في طرف مع تغيير الإشارة إذا انتقلنا

$6x = 27 – 3$ ← تغيرت إشارة 3 لأنه انتقل

$= \frac{24}{6} \rightarrow x = 4\frac{\cancel{6}x}{\cancel{6}}$

The set solution = $\{4\}$

* Linear equation : → المعادلة الخطية

Is one variable → وهي بمتغير واحد

ax + b = 0

Example : →which is statement is linear equation

1- $3x + \sqrt{2} = 0$ →linear

2- $\sqrt{x} + 2 = 5$ →non linear→ $X^{\frac{1}{2}}$ ليست خطية لأن المتغير تحت الجذر وهذا يعني

3- $x^2 + 2x + 0.2$ →non linear→ $x^2$ لأن المتغير من الدرجة الثانية

4- $\frac{5}{x} + 4 = 2$ →non linear→ $5^{X-1}$ لأن المتغير في المقام وإذا رفعناه إلى البسط يصبح

---

Example : → $3(2x - 4) = 7 - (x + 5)$

$$3 \cdot 2x - 3 \cdot 4 = 7 - x - 5$$

$$6x - 12 = 2 - x$$

$$6x + x = 2 + 12$$

$$\frac{\cancel{7}x}{\cancel{7}} = x = 2\frac{14}{7} \rightarrow$$

The set solution = {2}

**Homework 1**

$$+\frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x - \frac{72x+4}{3 \quad 3}$$

*أولاً نوزع 3 على الحدين اللي في البسط* $\frac{2x}{3} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x - \frac{7}{3}$

ثانياً الأعداد في طرف و المتغيراتفي طرف مع مراعاة تغير الإشارة+ $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x = \frac{-7}{3} - \frac{42x}{3\ 3}$

$$= \frac{-11}{3}\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)x$$

أقسم على $\frac{11}{12}$ للطرفين $= \frac{-11}{3} \rightarrow x = -4 \qquad \frac{11}{12}x$

The set solution = $\{-4\}$

---

الجزئية المهمة في هذا الدرس وهو الأهم في الامتحانات

* أنواع المعادلات الخطية

The type of linear equations : -

1- identity → if The statement 0 = 0

حل وحيد 2- conditional → if The statement x = number

تعارض 3- contradiction→ if The statement -3 = 7

تعارض تعارض

أمثلة مهمة جداً لتوضيح أنواع المعادلات الخطية :

a- $-2(x + 4)$ + 3x = X – 8

أولاً نحل المعادلة كالمعتاد الأعداد في طرف والمتغيرات في طرف

$\underline{-2x} - 8 + \underline{3x} = x - 8$ نطرح ونأخذ إشارة الأكبر

$x - 8 = x - 8$

$x - x = 8 - 8$

وهذا يعني أنها الحالة الأولى → $0 = 0$

وتسمى identity وتكون مجموعة الحل هي جميع الأعداد الحقيقية

Set solution $\{all\ real\ number\}$ or $(-\infty, \infty)$

b- $5x - 4 = 11$

$5x = 11 + 4 \rightarrow \frac{5x}{5} = \frac{15}{5} \rightarrow x = 3$

هذا يعني أنها الحالة الثانية أعطتنا رقم وحيد إذا مجموعة الحل

The set solution $\{3\}$

c- $3(3x - 1) = 9x + 7$

$\cancel{9x} - 3 = \cancel{9x} + 7$

$9x - 9x = 7 + 3 \rightarrow 0 = 10$

استحالة أن الصفر يساوي 10 هذا يعني تعارض contradiction

So the set solution $\emptyset$ or null set or empty set or $\{\quad\}$

## أسئلة الامتحانات على درس 1 – 2

1- The solution of the equation

$$= \frac{2 \qquad -2}{2X + 12X - 1}$$

لحل هذا النوع من المعادلات نضرب طرفين في وسطين

-2 ( 2X + 1 ) = 2 ( 2X – 1 )

-4X – 2 = 4X – 2

-4X – 4X = -2 + 2

$= \frac{0}{-8} \rightarrow$ X = 0$\frac{-8X}{-8}$

So the set solution is { 0 }

هنا نلاحظ أن مجموعة الحل (0) وهذا يعني أنه الحالة الثانية الصفر يعتبر رقم

## 2- The solution of linear equation

4 ( 5X + 1 ) = -5 – ( 3 – 20X )

20X + 4 = -5 – 3 + 20X

20X + 4 = -8 + 20X

20X – 20X = -8 – 4

0 = -12 → contradictionتعارض

So the set solution

المجموعة الخالية Ø

**2 – 2**

## Complex number → الأعداد المركبة

تعريف الأعداد المركبة

1- Complex number :- the set of real numbers does not include all the number needed in algebra.

$X^2 = -1$ → لا يوجد عدد مربع بالسالب

* The imaginary unit i ← الجزء التخيلي

$i = \sqrt{-1}$ , $i^2 = -1$ → مهم جداً

Complex number → العدد المركب

العدد المركب :- هو العدد الذي يحتوي على جزء حقيقي وجزء تخيلي .

$$\underbrace{a}_{\text{الجزء الحقيقي}} + \underbrace{b\,i}_{\text{الجزء التخيلي}}$$

الجزء الحقيقي ← a

b i → الجزء التخيلي

Real part

Imaginary part

3i → pure imaginary → عدد تخيلي

So if $a + b\,i$ → $a = 0$ , $b \neq 0$

So called pour imaginary number

إذا كان الجزء الحقيقي يساوي الصفر هذا يعني أنه عدد تخيلي

Pour imaginary number .

The expression $\sqrt{-a}$ :- $\sqrt{-1} = i$

$$= \sqrt{-1 \times a} = \sqrt{-1} \times \sqrt{a} = i\sqrt{a}\sqrt{-a}$$

Example :-

a- $\sqrt{-16} = \sqrt{-1 \times 16} = \sqrt{-1} \times \sqrt{16} = \mathrm{i} \times 4 = 4\mathrm{i}$

c- $\sqrt{-48} = \sqrt{-1 \times 48} = \sqrt{-1} \times \sqrt{16 . 3} = 4\sqrt{3i}$

ملاحظة ⟵ * hint :- $\sqrt{-4} \,.\, \sqrt{-9} = 2i \times 3i = 6\mathrm{i}^2 = -6$ ⟶ $\mathrm{i}^2 = -1$

---

**Homework 1**

1- $\sqrt{-7} \,.\, \sqrt{-7} = i\sqrt{7} \,.\, i\sqrt{7} = \mathrm{i}^2 . 7 = -7$

ومن الآلة الحاسبة يمكن التأكد من mode→ 2 وهكذا نحول الآلة إلى complex

2- $\sqrt{-6} \,.\, \sqrt{-10} = \sqrt{-2 . 3} \times \sqrt{-5 . 2} =$

$. \sqrt{2} \,.\, \cancel{\sqrt{3}} \times \sqrt{-1} \,.\, \sqrt{5} \,.\, \cancel{\sqrt{2}} = \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times 2\mathrm{i}^2 = \quad \sqrt{-1} \quad -2\sqrt{15}$

i i

3- $\frac{\sqrt{-20}}{\sqrt{-2}} =$ $\sqrt{-2}$ الضرب في إنطاق المقام وهو ضرب البسط والمقام بـ

$$= \frac{\sqrt{-20}}{\sqrt{-2}} \times \frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{-2}} = \frac{\sqrt{2 \times 10 \times -1} \times \sqrt{-1 \times 2}}{-2} = \frac{\cancel{-2}\sqrt{10}}{\cancel{-2}} = \sqrt{10}$$

يمكن حلها بالآلة الحاسبة

## Addition and subtraction of complex number

جمع طرح الأعداد المركب

$$( a + bi ) + ( c + di ) = ( a + c + bi + di )$$

هو جمع الجزء الحقيقي مع بعض و الجزء التخيلي مع بعض .

Example :-

a- $( 3 - 4i ) + ( -2 + 6i ) = ( 3 - 2 + ( -4 + 6 ) i )$

b- $( -4 + 3i ) - ( 6 - 7i ) = ( -4 - 6 + 3i + 7i ) = -10 + 10i$ يمكن حلها بالآلة الحاسبة

* Multiplication of complex number

ضرب الأعداد المركبة

$( 2 - 3i ) ( 3 + 4i ) = 2\times3 + 2 \times 4i - 3i \times 3 - 3i \times 4i$

$= 6 + 8i - 9i - 12i^2$

$6 + ( -i ) - 12 ( -1 )$

$= 6 + ( -i ) + 12 = 18 - i$ يمكن حلها بالآلة الحاسبة

$( a + bi ) ( a - bi ) = a^2 + b^2$

عند تشابه الحدود مع اختلاف الإشارة نربع الطرفين

$( 3 + 4i ) ( 3 - 4i ) = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

يمكن حلها بالآلة الحاسبة

**Homework 2**

a- $\frac{3 + 2i}{5 - i}$ في حالة الكسور نستخدم إنطاق المقام

$$\frac{3+2i}{5-i} \times \frac{5+i}{5+i} = \frac{3\times5 + 3i+2i \times 5+2i2}{25+i2}$$

$$= \frac{15+3i+10i-2}{25+1} = \frac{13+\ 13i}{26} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

يمكن حلها بالآلة الحاسبة

---

الجزئية المهمة في هذا الدرس وتكون منه جزئية الامتحان

Power of i

مثلاً : $i^{15}$ لا يمكن إيجادها بالآلة الحاسبة فالتالي

نقسم الأس على 4 و نحدد القيمة من الباقي

1- 1 → 0.25 → $i^1 = \sqrt{-1}$

2- 2 → 0.5 → $i^2 = -1$

3- 3 → 0.75 → $i^3 = -i$

Example :-

1- $i^{25} \rightarrow 4\overline{)\,25}$ → $i^1 = \sqrt{-1}$

24

1

2

2- $\frac{1}{i^{-11}} = i^{11} = 4\overline{)\,11}$ i3 = - i

8

3

أسئلة امتحانات متعلقة في هذا الدرس :

1- The quotient $\frac{1+2i}{1-i}$ in standard from a + bi

يمكن حلها بالآلة الحاسبة

$$\frac{1+2i}{1-i} \times \frac{1+i}{1+i} = \frac{1 \times 1 + i + 2i + 2i2}{1+1} = \frac{1+3i-2}{2} = \frac{-1+3i}{2}$$

$$= \frac{-1}{2} + \frac{3i}{2}$$

2- $\frac{\sqrt{-32}\sqrt{-2}}{8}$ simplify the following بسطي العبارة

$$= \frac{\sqrt{-1\ \ 8 \times 4} \times \sqrt{-2}}{8} = \frac{\sqrt{-1} \times \sqrt{4 \times 2}\,.\ \sqrt{4} \times \sqrt{-2}}{8}$$

$$= \frac{i\ \times\ 2\sqrt{2}\,.\ 2 \times\ \sqrt{-2}}{8} = \frac{4\,.\ 2i \times i}{8} = \frac{\cancel{8}i^{\,2}}{\cancel{8}} = -1$$

يمكن حلها بالآلة الحاسبة

3- simplify the following بسطي العبارة الآتية

$i^{1111} \rightarrow$ 4 نقسم على

$$\begin{array}{r|l} & 277 \\ \hline 4 & 1111 \\ & \underline{1108} \\ & 3 \end{array}$$

→ الباقي 3

من الآلة نقسم على 4 والناتج 277.75

هذا الجزء مرفوع فوق أس فردي نفس الإشارة

4- $(-1)^{2013}\,(i)^{1435}$

$(-1)\,(i)^{1435} \rightarrow$

$$\begin{array}{r|l} & 358 \\ \hline 4 & 1435 \\ & \underline{1432} \\ & 3 \end{array}$$

→ الباقي 3

بالتالي $i^3 = -i$

$$(-1)^{2013}(i)^{1435} = -1 \times -i = +i$$

5- The expression $(i\sqrt{-4})^2$ in a simple form العبارة التالية في ابسط صور

$(i\sqrt{-4})^2$ = يتوزع 2 على ما في داخل الأقواس

$$i^2(\sqrt{-4})^2 = i^2(-4) = -1 \times -4 = +4$$

6- Simplify the following term $\frac{\sqrt{-1}\sqrt{-2}\sqrt{-3}\sqrt{-4}}{\sqrt{+3}}$

$$= \frac{i \times i\sqrt{2} \times i\sqrt{3} \times i\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \frac{i4\sqrt{24}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1 \times 2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$$

يمكن حلها
بالآلة الحاسبة

## 2 – 3

Quadratic equations → الدالة التربيعية

Can be written in the form

$$ax^2 + bx + c = 0$$

is called quadratic equation (( stander form ))

الصورة القياسية للدالة التربيعية

Solve $6X^2 + 7X = 3$ عن حل معادلة من الدرجة الثانية نرتبها على شكل الصورة القياسية

$6X^2 + 7X - 3 = 0$ $\qquad$ $6X^2 = 2X \;\; 3X$

$$(3X - 1)\;(2X + 3) = 0$$

$3X - 1 = 0$ or $2X + 3 = 0$

$3X = 1$ $\qquad$ $\frac{2X}{2} = \frac{-3}{2}$

$X = \frac{1}{3}$ $\qquad$ $X = \frac{-3}{2}$

الدالة التربيعية عند حلها يمكن إيجادها بواسطة الآلة الحاسبة

mod → 5 → 3

**Homework 2**

a- $X^2 = 17$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$X = \pm\sqrt{17}$

b- $X^2 = -25$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$X = \pm 5i$

c- $(X - 4)^2 = 12$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين للتخلص من التربيع

$X - 4 = \pm\sqrt{12} \rightarrow X - 4 = \sqrt{12}$ or $X - 4 = \sqrt{12}$

$X = \sqrt{12} + 4$ or $X = -\sqrt{12} + 4$

$X = 7.4$ or $X = 0.53$

So the set solution $\{ 7.4 , \ 0.53 \}$

---

* عند حل معادلات تربيعية أي من الدرجة الثانية تحل بعدة طرق :

1- التحـليل .

2- إكمال المربع (Completing the square) .

3- باستخدام القانون العام ( Quadratic Formula ).

4- باستخدام الآلة الحاسبة .

**Example** :- Solve the equation using the completing The square .

a- $X^2 - 4X - 14 = 0$

$X^2 - 4X = 14$ ⟵ نضع الأعداد بطرف و المتغيرات بطرف مع مراعاة الإشارة

$X^2 \underline{- 4}X + 4 = 14 + 4$

$X2 - 4X + 4 = 18$

$(X - 2)^2 = 18$

نأخذ معامل X ونضربه في $\frac{1}{2}$ ومن ثم نربعه و نضيفه للطرفين

$(\frac{1}{2} \times 4)^2 = (2)^2 = 4$

b- $(X - 2)^2 = 18$

$X - 2 = \pm\sqrt{18}$

$X = \pm\sqrt{18} + 2$ $\sqrt{18} = \sqrt{9.2} = 3\sqrt{2}$

The set solution is $\{2 \pm 3\sqrt{2}\}$

5 → 3 → mode ويمكن إيجاد حل المعادلة بواسطة الآلة الحاسبة

---

* حل المعادلة التربيعية باستخدام القانون العام :

$$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$ مهم جداً حفظ القانون

ويسمى ما تحت الجذر بالمميز ( Discriminant ) مهم جداً

$$b^2 - 4ac$$

Example :-

$X^3 + 8 = 0$

هنا دالة تكعيبه بالتالي نفك التكعيب باستخدام القانون التالي

$( a^3 + b^3 ) = ( a + b ) ( a^2 - ab + b^2 )$

$( X + 2 ) \; ( X^2 - 2X + 4 ) = 0$

$X + 2 = 0$ or $\underline{X^2 - 2X + 4} \longrightarrow$

دالة تربيعية نحلها بأحد الطرق
السابقة وهنا سوف نختار
القانون العام

$X = -2$

$a = 1 \; , \; b = -2 \; , \; c = 4$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$

$$= x \; \approx 1 \pm i\sqrt{3}$$

The set solution $\{-2\,, 1 \pm i\,\sqrt{3}\}$

الجزئية المهمة في هذا الدرس وتأتي في الامتحانات :

هو عدد الحلول ونوع الحلول في جدول صــــ69ـــــ

| المميز<br>Discriminant | عدد الحلول<br>Number of solution | نوع الحلول<br>Type of solution |
|---|---|---|
| Positive , perfect square<br>المميز موجب و مربع كامل<br>$, \sqrt{9} = 3 , \sqrt{16} = 4 \sqrt{4} = 2$ | Two | **Rational** |
| Positive but not perfect square<br>موجب وليس مربع كامل<br>$, \sqrt{12} \ , \ \sqrt{10} \sqrt{5}$ | Two | **Irrational** |
| Zero | One ( double solution ) | **Rational** |
| Negative<br>سالب | Two | **Non real complex** |

Example :- مهم جداً → صـــ69ـــ

Determine the number of distinct solution and tell whether they are rational , Irrational , complex number

a- 5X2 + 2X – 4

$\sqrt{b^2 -}$ a = 5 ,b = 2 , c = -4

$= \sqrt{(2)^2 - 4(5)(-4)}$

$= \sqrt{84}$ →Positive and perfect square

# of solution tow type of solution Irrational

b- $X^2 - 10 = -25$

$X^2 - 10X + 25 = 0$

a = 1 , b = -10 , c = 25

$=0\sqrt{(-10)^2 - 4(5)(25)}$

# ofsolution( one ) type of solution Rational

ت عا

c- $2X^2 - X + 1 = 0$

a = 2 , b = -1 , c = 1

$\sqrt{(-1)^2 - 4(2)(1)}$

$= \sqrt{-7}$ Negative

# of solution = 2 type of solution Non real complex

1- Factor $2X^2 + 3X - 5$ عوامل المعادلة التالية

* يمكن إيجادها بأحد الطرق الثلاثة السابقة أو عن طريق الآلة الحاسبة

$$( X - 1 ) \; ( 2X + 5 )$$

في الآلة تعطي النتيجة كالتالي $X = -\frac{5}{2}$ , $X = 1$

عكس الإشارة ↓ بعكس الإشارة ↓

$( 2X + 5 )$ $( X - 1)$

## 2- Use the quadratic to solve this equation

المعادلة هذه لحل القانون العام استخدام

$$4X2 - 3X + 3 = 0$$

الحل

$$a = 4 \;,\; b = -3 \;,\; c = 3$$

$$= \frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4(4)(3)}}{2(4)} = \frac{+3\pm\sqrt{-39}}{8} = \frac{+\,3\,\pm i\sqrt{39}}{8} x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

## 3- The set solution of $-27X = X^3 - 12X^2$ is

$$X^3 - 12X^2 + 27\,X = 0$$

الحل :- نأخذ عامل مشترك $X ( X^2 - 12X + 27 ) = 0$

بالآلة $X = 0$ or $X2 - 12X + 27 = 0$

$$( X - 9 ) \; ( X - 3 )$$

$X = 9$ $X = 3$ → The set solution { 0 , 3 ,9 }

## 4- The root of $X^2 = 5X + 2$ are

الحل :- في حالة طلب Factor set solation فحل يكون بالطرق الثلاثة السابقة وهنا سوف استخدم القانون العام ومن ثم تأكد من الحل بالآلة الحاسبة .

$aX^2 + bX + c = 0$ أولاً نضعها في الصورة القياسية *

X2 – 5X – 2 = 0

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)} \frac{+5 \pm \sqrt{33}}{2}$$

5- What are the factor of this quadratic ?

$8X^2 – 6X – 5 = 0$

mode → 5 → 3 ماهي عوامل المعادلة التربيعية في الآلة

( 4X – 5 ) ( 2X + 1 )

6- The equation X – 1 = 0 is called linear equation .

## 2 – 4

Inequalities → المتباينات

less than , $>$ → greater than $<$→

less than or equal , $\geq$ → greater than or equal $\leq$→

**ملاحظة مهمة

عند الضرب أو القسمة على عدد سالب نغير اتجاه المتباينة

---

مهم معرفة أسماء المعادلات

$$ax + b > 0 \rightarrow \text{ or } \quad 3X + 4 < 0$$

دالة (( متباينة من الدرجة الأولى هذا يعني أنها متباينة خطية ))

$3X + 4 < 0$ → linear inequality

Solve $\quad -3X + 5 > -7$

$$-3X > -7 - 5$$

$$\frac{\cancel{-3}X}{\cancel{-3}} > \frac{-12}{-3}$$ قسمنا على عدد سالب نغير اتجاه المتباينة

$$X < 4$$

و لتمثيل مجموعة لحل على شكل أقواس أو interval notation تكون

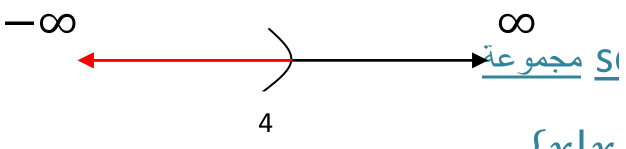
كالتالي $\quad X < 4$ تعني أن X جميع الأعداد الأقل من 4

1- عندما تكون المتباينة بدون علامة مساواة تعني أنها مفتوحة ويرمز لها

بالرزمز : ( )

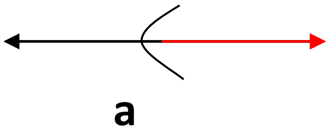
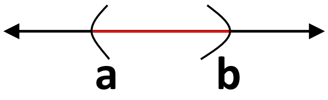
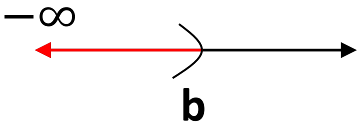
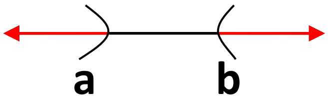
$( -\infty \; , \; 4 )$

و على خط الأعداد Graph or مجموعة S



$\{x | x < 4\}$

جدول صـــ73ـــ مهم جداً

| Type of interval | Set | Interval notation | Graph |
|---|---|---|---|
| Open interval<br>الفترة المفتوحة | $\{x \mid x > a\}$ | ( a , ∞ ) |  |
| Open interval<br>الفترة المفتوحة | $\{x \mid \mathrm{a} < x < b\}$ | ( a , b ) |  |
| Open interval<br>الفترة المفتوحة | $\{x \mid \mathrm{x} < b\}$ | ( −∞ , b ) |  |
| Closed interval | $\{x \mid \mathrm{a} \leq \mathrm{x} \leq \mathrm{b}\}$ | [ a , b ] |  |
| Disjoint interval | $\{x \mid x < a \text{ or } x > b\}$ | (−∞ , b ) or ( b , ∞) |  |

**Homework 1**

$4 - 3X \leq 7 + 2X$

$-2X - 3X \le 7 - 4$

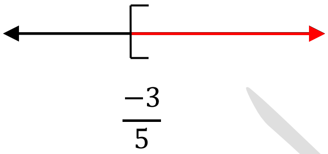
$\frac{-5X}{-5} \le \frac{3}{-5} \rightarrow X \ge \frac{-3}{-5}$

( set , interval notation  or  graph ) تمثيلها على 3 أشكال

1- Set $\left\{x \middle| x \ \ge \ \frac{-3}{-5}\right\}$

2- interval notation $[\frac{-3}{5}, \infty)$

3- Graph



---

**Homework 2**

$-2 < 5 + 3X < 20$

$-5 - 2 < 3X < 20 - 5$

بالقسمة على3 $\frac{-7}{3} < \frac{\cancel{3}X}{\cancel{3}} < \frac{15}{3}$

$\frac{-7}{3} < X < 5$

The solution in interval notation $\left(\frac{-7}{3}, 5\right)$

** Quadratic inequality :- المتباينة التربيعية

$aX^2 + bX + c < 0$

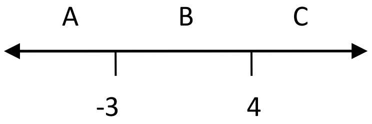
Example :-

Solve $X2 - X - 12 < 0$

أولاً : نقوم بتحليل المتباينة إلى عواملها وذلك بالآلة الحاسبة أو القانون العام

$X = -3 \quad , \quad X = 4$

ثانيا : لتحديد منطقة الحل نرسم خط الأعداد



ثالثاً : منطقة الحل أما أن تكون B أو ( A , C ) ولمعرفة هذه المنطقة نأخذ قيم في كل منطقة ونعوض في المعادلة ونرى هل تحقق أو لا

1- $A \rightarrow ((-5)) \overset{\text{نعوض}}{\rightarrow} (5)^2 - 5 - 12 < 0 \rightarrow \underline{8 < 0}$ حل غير منطقي

2- $B \rightarrow ((0)) \overset{\text{نعوض}}{\rightarrow} (0)2 - 0 - 12 < 0 \rightarrow \underline{-12 <}$ حل منطقي

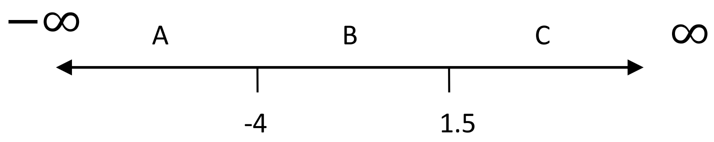
إذا منطقة الحل هي B ( -3 , 4 ) فترات مفتوحة لأن المتباينة ليس مساواة

Solve :- $2X^2 + 5X - 12$

1- تقوم بتحليل المتباينة

$$X_1 = \frac{3}{2} = 1.5 \quad , \quad X_2 = -4$$

2- تحديد منطقة الحل على خط الأعداد



3- نختار 3 قيم من كل A , B , C

$A = -5 \xrightarrow[\text{في المتباينة}]{\text{نعوض}} \to 2(-5)^2 + 5(-5) - 12 \geq 0 \to 13 \geq 0$ حل منطقي

$B = 0 \to 2(0)^2 + 5(-5) - 12 \geq 0 \to -12 \geq 0$ حل غير منطقي

$C = 3 \to 2(3)^2 + 5(3) - 12 \geq 0 \to 21 \geq 0$ حل منطقي

إذا منطقة الحل هي A , C

$$X \leq -4 \quad \text{or} \quad X \geq \frac{3}{2}$$

So the set solution $( \infty , -4 ] \cup [\frac{3}{2} , \infty )$

و دائما عند $-\infty$ , $\infty$ فترات مفتوحة

** Rational inequalities :- المتباينة النسبية

و هي متباينات تكون على شكل كسر أي بسط ومقام .

مثل :-

$$, \quad \frac{2X-1 \quad 5}{3X+4x+4} \geq 1$$

---

**Homework 2**

Solving $\frac{5}{x+4} \geq 1$

1- أولاً لحل متباينات نسبية نضع جميع الحدود في جهة واحدة

$$\frac{5}{x+4} - 1 \geq 0$$

2- نوحد المقامات

$$\frac{(1)*5}{(1)*\mathrm{x}+4} - \frac{1*(x+4)}{1*(x+4)} = \frac{5-x-4}{x+4} \geq 0 = \frac{-x+1}{x+4} \geq 0$$

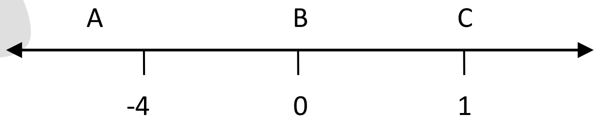
3- ومن ثم نأخذ البسط والمقام و نساويه بالصفر

-X + 1 = 0 or X + 4 = 0

-X = -1 X = -4

X = 1

4- تحديد منطقة الحل وذلك بالرسم على خط الأعداد



5- نأخذ قيم افتراضية في منطقة A , B , C ولنفترض أخذ من B قيمة = صفر نعوض بها بالمتباينة

$\rightarrow \frac{5}{4} \geq 1 \rightarrow 1.25 \geq 1 \frac{5}{0+4} \geq 1$ حل منطقي

So the set solution in interval notation → ( -4 , 1 ]

ملاحظة مهمة جداً لماذا عند قيمة -4 فترة مفتوحة و عند 1 فترة مغلقة ؟

* ذلك لأن -4 تجعل المقام غير معرف وبالتالي يجب استبعادها ( excluded) , و قيمة 1 لا تؤثر فيجب ضمها مع الفترة .

** سؤال امتحان مهم جداً

The set solution $\frac{3x+4}{2x-1} \leq 0$ is

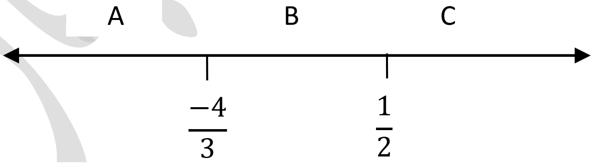
أولاً هنا نجد أن جميع الأطراف في جهة واحدة بالتالي ننتقل للخطوة الثانية .

نأخذ البسط و نساويه بالصفر و المقام و نساويه بالصفر

3X + 4 = 0  or  2X – 1 = 0

$\frac{\cancel{3}X}{\cancel{3}} = \frac{-4}{3}$  2X = 1

مغلقة على حسب المتباينة اللي عندي ← X = $\frac{-4}{3}$  X = $\frac{1}{2}$ → قيمة المقام يجب وضع فترة مفتوحة عندها



نفرض X = 3

$$\frac{3(3)+\ 4}{2(3)-\ 1} \leq 0$$

حل غير منطقي

نفرض X = 0

$-4 \leq 0 \frac{3(0)+4}{2(0)-1} \leq 0$ حل منطقي

نفرض أخذنا -2 و نعوض في المتباينة

$$\frac{3(-2)+\ 4}{2(-2)-\ 1} \leq 0$$

$0.4 \leq 0$

حل غير منطقي

إذاً منطقة الحل هي B

So The set solution $[\frac{-4}{3}, \frac{1}{2})$

اناث

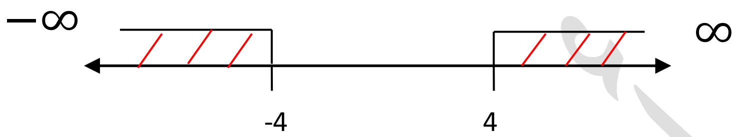
1- Write $X < -4$ or $X \geq 4$ in interval notation

أكتبى على صيغة الأقواس

الحل : تكون على صيغة interval notation كالتالي بالأقواس

جميع الأعداد الأكبر من 4 ← $X \geq 4$ , $X < -4$ ← جميع الأعداد الأقل من -4

$(\infty , -4) \cup [ 4 , \infty)$



2- Solve $6 \leq X - 2 < 14$ and Write inter notation

$+2 + 6 \leq X < 14 + 2$

$8 \leq X < 16 \rightarrow X < 16 \; , \; X \geq 8$ inter notation $( 16 , \infty ) [ 8 , \infty)$

3- Which of the following represent $X \leq -5$ or $X > 1$

4- Solve $-3 ( X + 4 ) + 2X < 6$

$-3X - 12 + 2X < 6$

$- X < 6 + 12$

$$\frac{-X}{-1} < \frac{18}{-1}$$

$X > 18$

$( -18 , \infty )$