1) $\boxed{k < 1}$: يؤول التشابه إلى تصغير الشكل.
2) $\boxed{k > 1}$: يؤول التشابه إلى تكبير الشكل.
3) $\boxed{k = 1}$: يؤول التشابه إلى تطابق الشكلين.

أوراق عمل

أ.ماهر برير

هندسة - الوحدة الثانية - الدرس الثالث

التشابه

ملاحظة : نسمي النسبة بين الضلعين المتقابلين (نسبة التشابه) ويرمز له بالرمز k

* إذا كان لدينا تشابه نسبته k حيث $k > 0$

1. يحافظ على قياسات الزوايا
2. يضرب الأطوال بالعدد k

تشابه نسبته $(k > 0)$

1. نضرب الأطوال بالعدد $[k]$
2. نضرب مساحة السطح بالعدد $[k^2]$
3. نضرب حجم المجسم بالعدد $[k^3]$

رياضيات الصف التاسع-نظامي+أحرار.
شروحات كتاب الهندسة

الدرس الثالث

الوحدة الثانية

التشابه

أوراق عمل

مسائل امتحانية محلوله مهمه جدا

تعليمات ثابته لحل أي مسألة تتعلق بالهندسة .

١- ضع الفرضيات على الرسم مباشرة بالقلم الأزرق.

٢- التزم بترتيب الطلبات .

٣- كل معلومه تظهر معك في الطلبات ضعها مباشرة على الرسم بقلم الرصاص .

٤- الطلب الذي تقف عنده قد يكون جوابه موجود مثلا أثبت أن طول أو أثبت ان قياس زاوية محدده يساوي عدد ما .فالجواب موجود ضعه على الرسم وانتقل إلى الطلب الذي يليه ثم عد إليه في نهاية الحل عندئذ ستكون قادرا على حله ان شاء الله .

٥- في المسائل المحلوله : حاول ان تحل بنفسك ثم قارن حلك بالحل الموجود وصحح بيدك بالقلم الأحمر ، ذلك يساعدك في تذكر الأخطاء وتجاوزها في المرات القادمة

أولا : أجب عن السؤالين الآتيين.

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة اكتبها:

1) **(نماذج وزارية)** أسطوانة بحجم $1000m^3$ صمم نموذجاً مصغراً لها حجمه $8m^3$ فيكون معامل التصغير يساوي:

A	$\frac{1}{125}$	B	$\frac{1}{5}$	C	$\frac{2}{100}$

2) **(نماذج وزارية)** المثلث EFD تصغير للمثلث ABC فنسبة التصغير K تكون:

A	$K=1$	B	$K<1$	C	$K>1$

3) **(نماذج وزارية)** مثلثان متشابهان مساحة الأول $25m^2$ ومساحة الثاني $100m^2$ فنسبة التكبير هي:

A	4	B	75	C	2

4) **(نموذج تربية حماة التدريبي)** المثلث ABC تكبير للمثلث EFG فنسبة التكبير K هي نفسها حل المعادلة:

A	$2x+3=4$	B	$2x+3=5$	C	$2x+3=6$

5) **(ريف دمشق 2018)** مربع مساحته $9m^2$ ، صمم نموذجاً مكبراً له مساحته $36m^2$ فإن معامل التكبير يساوي:

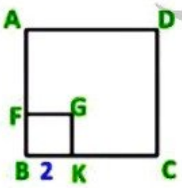
A	4	B	3	C	2

6) **(حلب 2018)** مكعب حجمه $27m^3$ ، صمم نموذجاً مكبراً له حجمه $125m^3$ فإن معامل التكبير يساوي:

A	$\frac{3}{5}$	B	$\frac{5}{3}$	C	$\frac{125}{27}$

أ.ماهر بربر

السؤال الثاني: في كل مما يأتي اجب بكلمة صح أو خطأ:

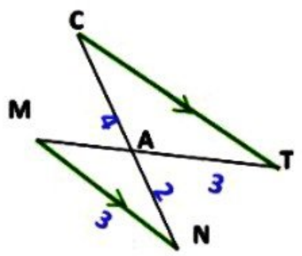


في الشكل المرسوم جانباً: لدينا المربع $BKGF$ هو تصغير للمربع $ABCD$ بنسبة $\frac{1}{3}$.

1) **(الامتحان النصفي الموحد)** إذا كان $BK=2$ فإن طول ضلع المربع الكبير هو 6 .

2) **(الامتحان النصفي الموحد)** نسبة مساحة المربع الصغير إلى الكبير $\frac{1}{3}$.

في الشكل المجاور: (NC) و (MT) مستقيمان متقاطعان في A والمستقيمان (CT) و (NM) متوازيان و $AC=4$ و $AN=2$ و $MN=TA=3$ **فإن:**



3) **(حماة 2018)** $AM=\frac{3}{2}$.

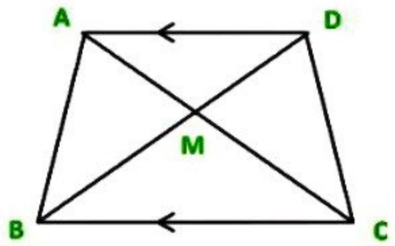
4) **(حماة 2018)** $CT=4$.

5) **(حماة 2018)** $\frac{MN}{TC}=\frac{1}{2}$.

6) **(حماة 2018)** $\frac{\text{مساحة } NAM}{\text{مساحة } TCA}=\frac{2}{3}$.

---

7) **(حمص 2018)** إذا كانت نسبة التشابه $0<K<1$ يؤول التشابه إلى تكبير الشكل.



في الشكل المرسوم جانباً $ABCD$ شبه منحرف فيه $MD=2$ و $BM=3$

8) **(القنيطرة 2018)** فإن: $\frac{AD}{BC}=\frac{MD}{MB}=\frac{MA}{MC}$.

9) **(القنيطرة 2018)** المثلث MDA تصغير للمثلث BMC فإن معامله $\frac{2}{3}$.

10) **(القنيطرة 2018)** النسبة $\frac{MA}{MC}=\frac{3}{2}$.

11) **(القنيطرة 2018)** $\frac{\text{مساحة } MAD}{\text{مساحة } MBC}=\frac{9}{4}$.

Maher Barbar

والأماني فى متناول الجميع ولكن فى النهاية
لايفوز الا أهل العزائم

. أولاً:

. حل السؤال الأول:

*1) بفرض أن:

. حجم الأسطوانة الكبيرة $v_1 = 1000\ cm^3$

. حجم الأسطوانة الصغيرة $v_2 = 8\ cm^3$

. المطلوب معامل التصغير لذلك نقسم

. حجم الأسطوانة الصغيرة على حجم الأسطوانة

. الكبيرة حيث نعلم أن نسبة حجمي

. شكلين متشابهين تساوي مكعب نسبة

. التشابه:

$$\frac{v_2}{v_1} = k^3 \Rightarrow k^3 = \frac{8}{1000} = \frac{2^3}{10^3}$$

$$k^3 = \left(\frac{2}{10}\right)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \Rightarrow k = \frac{1}{5}$$

. فالإجابة الصحيحة هي B.

*2) تذكر أن:

. $k > 1$ يؤول التشابه إلى تكبير الشكل

. $k < 1$ يؤول التشابه إلى تصغير الشكل

. $k = 1$ يؤول التشابه إلى تطابق

. الإجابة الصحيحة هي B، ونذكر $k > 0$

*3) بفرض أن:

. مساحة المثلث الصغير: $S_1 = 25 m^2$

. مساحة المثلث الكبير: $S_2 = 100 m^2$

. المطلوب نسبة التكبير لذلك نقسم

. مساحة المثلث الكبير على مساحة

. المثلث الصغير حيث نعلم أن:

نسبة مساحتي شكلين متشابهين أي

مربع نسبة التشابه:

$$\frac{S_2}{S_1} = k^2 \Rightarrow k^2 = \frac{100}{25} = 4$$

ومنه: $k = 2$ (ولا نأخذ الجذر الآخر)

. فالإجابة الصحيحة هي C

*4) نسبة التكبير هي عدد $k > 1$ أي

يجب أن نختار المعادلة التي حلها عدد أكبر من 1

. لاحظ:

. المعادلة A:

$2x + 3 = 4$

$2x = 4 - 3 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

عدد أصغر من 1 فليست A إجابة صحيحة

. المعادلة B:

$2x + 3 = 5$

$2x = 5 - 3 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

عدد يساوي 1 فليست B إجابة صحيحة

. المعادلة C:

$2x + 3 = 6 \Rightarrow 2x = 6 - 3$

$2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

عدد أكبر من 1 ومنه الإجابة الصحيحة C

*5) بنفس طريقة حل السؤال 3

المطلوب نسبة التكبير وبفرض

مساحة المربع الصغير $S_1 = 9 m^2$

مساحة المربع الكبير $S_2 = 36 m^2$

$$\frac{S_2}{S_1} = k^2 \Rightarrow k^2 = \frac{36}{9} = 4 \Rightarrow k = 2$$

فالإجابة الصحيحة هي C

أ. ماهر برير

*6) نفرض:

حجم المكعب الصغير $v_1=27m^3$

حجم المكعب الكبير $v_2=125m^3$

المطلوب معامل التكبير

لذلك نضع حجم المكعب الكبير على حجم المكعب الصغير حيث نعلم أن نسبة حجمي شكلين متشابهين هي مكعب نسبة التشابه:

$$\frac{v_2}{v_1}=k^3 \Rightarrow k^3=\frac{125}{27}$$

$$k^3=\frac{5^3}{3^3}=\left(\frac{5}{3}\right)^3$$

أي أن $k=\frac{5}{3}$

فالإجابة الصحيحة B.

حل السؤال الثاني:

المربع BKGF هو تصغير المربع ABCD بنسبة $\frac{1}{3}$

*1) نعلم أن: التشابه يضرب الأطوال بالعدد k حيث: k هي تصغير بنسبة $\frac{1}{3}$

لذلك نأخذ ضلع من المربع الصغير على ضلع من المربع الكبير:

$$\frac{BK}{BC}=\underset{\text{تصغير}}{k} \Rightarrow \frac{2}{BC}=\frac{1}{3}$$

ومنه $BC=6$ أو بطريقة أخرى:

1. المطلوب طول ضلع المربع الكبير لذلك نضع الكبير على الصغير مع الانتباه إلى قلب نسبة التصغير لتصبح تكبير كما يلي

$$\frac{BC}{BK}=\underset{\text{تكبير}}{k} \Rightarrow BC=k\times BK$$

$$=\frac{3}{1}\times 2=6$$

فالإجابة صحيحة.

*2) المطلوب مساحة المربع الصغير إلى الكبير بالتالي

$$\frac{\overset{\text{صغير}}{S(BKGF)}}{\underset{\text{كبير}}{S(ABCD)}}=\underset{\text{تصغير}}{k^2}=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$$

فالإجابة خاطئة.

لنكتب مباشرة النسب الثلاث:

$$AMN, ATC \Rightarrow \frac{AM}{AT}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{CT}=k$$

$$\frac{AM}{3}=\frac{2\div2}{4\div2}=\frac{3}{CT}=k=\frac{1}{2}$$

*3) $\frac{AM}{3}=\frac{1}{2} \Rightarrow MA=\frac{3}{2}$

الإجابة صحيحة.

*4) $\frac{3}{CT}=\frac{1}{2} \Rightarrow CT=6$

الإجابة خاطئة.

*5) $\frac{MN}{CT}=k=\frac{1}{2}$

الإجابة صحيحة.

*6) $\frac{\overset{\text{صغير}}{S(NAM)}}{\underset{\text{كبير}}{S(ATC)}}=\underset{\text{تصغير}}{k^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

فالإجابة خاطئة.

أ.ماهر برير

$0 < K < 1$ يؤول التشابه إلى تصغير فالإجابة خاطئة.

7*) أعيد التذكير مجدداً:

$K < 1$ يؤول التشابه إلى تصغير

$K > 1$ يؤول التشابه إلى تكبير

$K = 1$ يؤول التشابه إلى تطابق

$K > 0$ عدد موجب دوماً

• لنكتب مباشرة النسب الثلاث من قاعدتنا بشبه المنحرف متوازيتان أي في المثلثين MAD ، MBC لدينا $(AD)\parallel(BC)$ وفق:

$$\left.\begin{matrix} MAD \\ MCB \end{matrix}\right) \Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MB} = \frac{AD}{BC} = K$$

$$\frac{2}{3} = \frac{MD}{MB} = \frac{AD}{BC} = K \Rightarrow K = \frac{2}{3}$$

8*) عبارة صحيحة وهي نفس عبارة النسب الثلاث

9*) عبارة صحيحة لاحظ نسبة التشابه $K = \frac{2}{3}$ أي نسبة تصغير

10*) إن $\frac{MA}{MC} = K = \frac{2}{3} \neq \frac{3}{2}$ فالعبارة خاطئة

11*) نسبة مساحتي شكلين متشابهين أي مربع نسبة التشابه:

المطلوب: مساحة المثلث الصغير MAD على الكبير MBC

$$\frac{S(MAD) \text{ صغير}}{S(MBC) \text{ كبير}} = K^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

فالعبارة خاطئة

// انتبه //

$\frac{9}{4}$ هي نسبة مساحة الكبير $S(MBC)$ إلى الصغير $S(MAD)$

أسئلة إضافية: (دورات) تشابه نسبته K عندئذٍ:

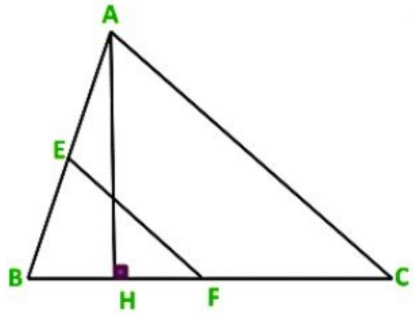
12) تُضرب الأطوال بالعدد K ✓

13) تضرب الزوايا بالعدد K ✗ (التشابه يحافظ على قياس الزوايا)

14) تضرب المساحات بالعدد K^2 ✓ 15) تضرب الحجوم بالعدد K^3 ✓

ثانيا": حل كلا" من المسائل الآتيه.

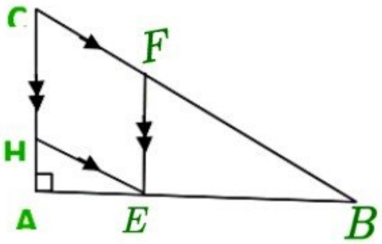
المسألة 1



(الامتحان النصفي الموحد) في الشكل المجاور: $[AH]$ ارتفاع في المثلث ABC
والنقطة E منتصف $[AB]$ والنقطة F منتصف $[BC]$ وإذا كان $BC = 6$
و $AB = 2\sqrt{3}$ وقياس الزاوية $A\hat{B}C = 60^\circ$ **والمطلوب:**

1) أثبت أن $EF \parallel AC$.
2) إذا كان المثلث BFE تصغير للمثلث BCA استنتج معامل التصغير .
3) إذا علمت أن مساحة المثلث ABC تعطى بالعلاقة $S = \frac{1}{2}[AB] \times [BC] \times \sin \hat{B}$
أحسب S مساحة المثلث ABC وأستنتج طول الارتفاع AH .

المسألة 2



(حلب 2018) ABC مثلث قائم في A طولا ضلعيه القائمتين هما:
$AC = 3cm$ و $AB = 4cm$ والنقطة E على $[AB]$ بحيث
$AE = 1$ و $(EH) \parallel (BC)$و $(EF) \parallel (AC)$ **والمطلوب:**

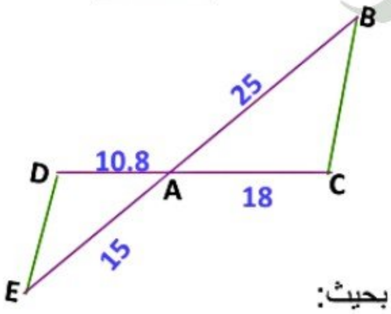
1) أحسب طول BC .
2) المثلث HAE تصغير للمثلث ACB أكتب معامل التصغير واستنتج طول EH .
3) المثلث ABC تكبير للمثلث EBF أكتب معامل التكبير واستنتج طول BF .

أ. ماهر بربر

المسألة 3

(حماة 2019) في الشكل المجاور: $AC = 18$ و $AB = 25$ و $AD = 10.8$ و $AE = 15$ **والمطلوب:**

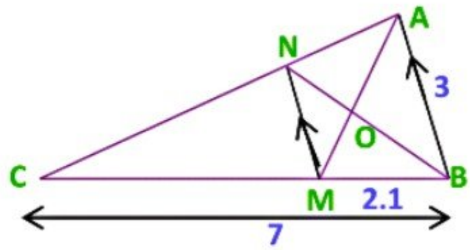
1) أثبت أن $ED \parallel CB$.
2) المثلث ABC تكبير للمثلث AED عين معامل التكبير .
3) إذا علمت أن مساحة المثلث AED تساوي 45 استنتج مساحة المثلث ABC .



المسألة 4

(حلب 2019) (AN) و (BM) متقاطعان في C و $AB \parallel NM$ بحيث:
$AB = 3\ ,\ MB = 2.1\ ,\ BC = 7$ **والمطلوب:**

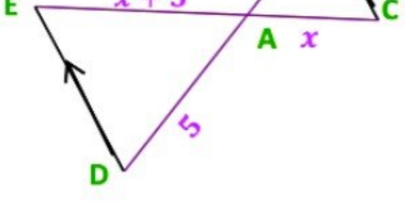
1) أحسب MN واستنتج نوع المثلث MNB .
2) بفرض O نقطة تقاطع AM و NB أثبت أن المثلث OMN تصغير للمثلث OAB زأوجد معامل التصغير .



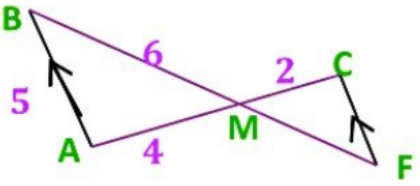
المسألة 5

(الرقة 2019) في الشكل المرسوم جانباً: $(DE) \parallel (CB)$ و $AC = x$ و
$AE = x + 3$ و $AB = 3$ و $AD = 5$ **والمطلوب:**

1) أحسب قيمة x .
2) إذا كانت مساحة المثلث ADE تساوي 15 أحسب مساحة المثلث ABC .



المسألة ﴿6﴾ (السويداء2019) في الشكل المرسوم جانباً: $(CF) \parallel (AB)$ و $BM = 6$ **والمطلوب:**

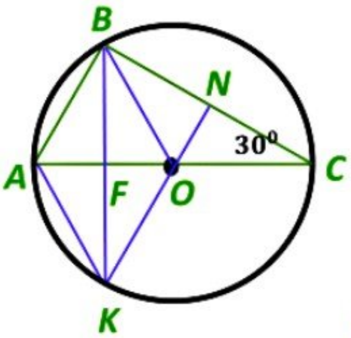


1) أكتب النسب الثلاث في المثلثين CMF , AMB .

2) أحسب طول كل من: FC , MF .

3) أحسب النسبة $\dfrac{FMC \text{ مساحة المثلث}}{AMB \text{ مساحة المثلث}}$.

المسألة ﴿7﴾ (نماذج وزارية) في الشكل المجاور دائرة مركزها O وقطرها AC و B نقطة تحقق $A\hat{C}B = 30^{\circ}$ و N منتصف BC **والمطلوب:**



1) ما نوع المثلث ABC ؟ برر إجابتك.

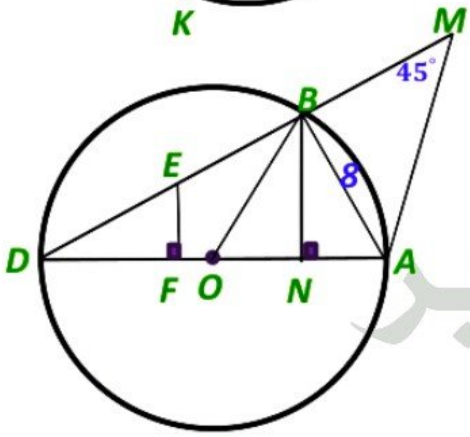
2) أستنتج قياس الزاوية $C\hat{A}B$ واذكر نوع المثلث OBA .

3) علل $AC = 2AB$.

4) أثبت أن المثلث CON تصغير للمثلث CAB واستنتج معامل التصغير .

5) أستنتج تعامد المستقيمين BK و AO .

المسألة ﴿8﴾ (نموذج تربية حماة التدريبي) في الشكل المرسوم جانباً: دائرة C مركزها O وقطرها $AD = 16$ و $AB = 8$ و $B\widehat{M}A = 45^{\circ}$ **والمطلوب:**



1) ما نوع المثلث ABD مع التعليل .

2) استنتج قياس الزاوية $B\hat{A}D$.

3) ما نوع المثلث AOB .

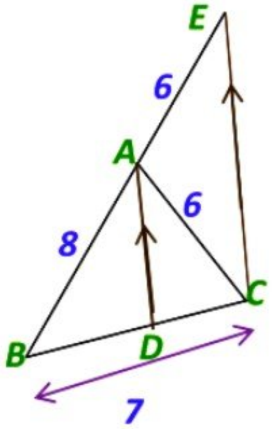
4) أستنتج AN وأحسب BN .

5) أستنتج BM .

6) أثبت أن المثلثين DBN و DEF متشابهين .

أ.ماهر بربر

المسألة ﴿9﴾ (إدلب 2018) في الشكل المجاور ABC مثلث أطوال أضلاعه: $AB = 8$ و $AC = 6$ و $BC = 7$ و D نقطة من BC ونرسم من C مستقيماً يوازي AD يقطع امتداد BA في النقطة E وكان $AE = 6$ **والمطلوب:**

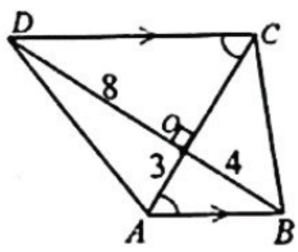


1) المثلث BDA تصغير للمثلث BCE أكتب النسب الثلاث وأحسب طول BD ثم استنتج طول DC.

2) أحسب كلاً من النسب: $\frac{BA}{CA}$ و $\frac{BD}{CD}$ وقارن بينهما .

3) أثبت أن: $D\hat{A}C = A\hat{C}E$ ، $D\hat{A}B = C\hat{E}A$ ثم استنتج أن AD منصف للزاوية $B\hat{A}C$.

المسألة ﴿10﴾ دورة 2021



في الشكل جانباً $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[DC]$ ،

O نقطة تقاطع قطريه المتعامدين، فيه $OA = 3$, $OB = 4$, $OD = 8$.

والمطلوب:

1) احسب الطول AB ، ثمّ اكتب النسب الثلاث المتساوية للمثلثين المتشابهين AOB و COD .

2) احسب الطولين OC و CD ،واحسب النسبة: $\dfrac{AOB \text{ مساحة}}{COD \text{ مساحة}}$.

حذاري من قراءة الحلول قبل المحاوله في الحل عدة مرات

.ثانياً:

-حل كلاً من المسائل الآتية:

*المسألة الأولى: (ضع فرضيات المسألة على الرسم)

*1) •طريقة أولى:

E منتصف [AB] فرضاً } ⇐ [EF] قطعة مستقيمة واصلة بين
F منتصف [BC] فرضاً } منتصفي ضلعين في المثلث ABC وهي
توازي الضلع الثالث وتساوي نصفه (حسب المبرهنة الأولى في المنتصفات)
أي أن: $EF \parallel AC$ and $[EF] = \frac{1}{2}[AC]$

•طريقة ثانية: حتى يكون $EF \parallel AC$ يجب أن نتحقق $\frac{BF}{BC} = \frac{BE}{BA}$
(حيث F منتصف [BC]، E منتصف [AB])

$$\frac{BF}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BE}{BA} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

⇐ $EF \parallel AC$ حسب مبرهنة النسب الثلاث العكسية حيث النقاط B، F، C على المستقيم (BC) هي نفسها بالترتيب مع النقاط A، E، B على المستقيم (BA)

*2) $EF \parallel AC$ (إثباتاً) فالمثلثان BFE، BCA متشابهان لأن الأضلاع المتقابلة متناسبة حسب مبرهنة النسب الثلاث حيث:

صغير BFE
كبير BCA } ⇒ $\frac{BF}{BC} = \frac{BE}{BA} = \frac{EF}{AC} = k$ ⇒

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{EF}{AC} = k \Rightarrow k = \frac{1}{2} < 1$ من الطلب السابق وهي نسبة تصغير المثلث. (العامل التصغير)

*3) لدينا فرضاً:

$$S_{(ABC)} = \frac{1}{2}[AB]\times[BC]\times\sin\hat{B}$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}}(\cancel{2}\sqrt{3})\times(6)\times\sin 60^\circ \qquad \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 6\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 3(\sqrt{3})^2 = 3\times3 = 9 \text{ (وحدة مربعة)}$$

• نعلم أن: مساحة المثلث تساوي نصف جداء القاعدة في الارتفاع المتعلق بها:

$$\underbrace{S_{(ABC)}}_{9} = \frac{[BC]\times[AH]}{2}$$

$$9 = \frac{\cancel{6}^{3}\times[AH]}{\cancel{2}} \Rightarrow [AH] = \frac{9}{3} = 3 \text{ (وحدة طول)}$$

---

*المسألة الثانية (ضع فرضيات المسألة على الرسم)

*1) حسب فيثاغورث في المثلث القائم ABC نجد:

$$[CB]^2 = [CA]^2 + [AB]^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BC = \sqrt{25} = 5\text{ cm}$$

(ضعها على الرسم)

*2) $(EH)\parallel(CB)$ فرضاً بالتالي المثلثان HAE ، ACB متشابهان لتناسب أطوال أضلاعهما المتقابلة حسب جبر مبرهنة النسب الثلاث حيث:

$$\left.\begin{matrix}\text{صغير } AHE\\ \text{كبير } ACB\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{HE}{CB} = K$$

$$\frac{AH}{3} = \frac{1}{4} = \frac{HE}{5} = K \Rightarrow K = \frac{1}{4} < 1$$

عامل التصغير = عامل التصغير

$$HE = K\times CB \Leftrightarrow HE = \frac{1}{4}\times5 = \frac{5}{4}\text{ cm}$$

*3) $(EF)\parallel(CA)$ فرضاً فالمثلثان EBF ، ABC متشابهان لتناسب أطوال أضلاعهما المتقابلة حسب مبرهنة النسب الثلاث حيث:

أ. ماهر بربر

(لمنا نريد معامل التكبير لذلك نأخذ رؤوس المثلث ABC الكبير أولاً)

$$\left.\begin{matrix}ABC\\EBF\end{matrix}\right) \Rightarrow \frac{AB}{EB} = \frac{AC}{EF} = \frac{BC}{BF} = k'$$

$$(AB=4 \text{ and } AE=1 \Rightarrow EB=3)$$

$$\frac{4}{3} = \frac{3}{EF} = \frac{5}{BF} = k' \Rightarrow k' = \frac{4}{3} > 1$$ وهي معامل التكبير.

$$\frac{5}{BF} = k' \Rightarrow \frac{5}{BF} = \frac{4}{3} \Rightarrow BF = \frac{15}{4} \text{ cm}$$

* مطلب إضافي:

احسب مساحة المثلث ABC ثم استنتج مساحة المثلث EFB.

بما أن ABC مثلث قائم مساحته تساوي نصف جداء ضلعيه القائمتين

$$S(ABC) = \frac{[CA]\times[AB]}{2} = \frac{3\times 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

نعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين هي مربع نسبة التشابه حيث المثلث ABC هو تكبير للمثلث EFB بنسبة تكبير $\frac{4}{3}$ ومنه:

$$\frac{S(ABC)_{\text{كبير}}}{S(EFB)_{\text{صغير}}} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{6}{S(EFB)} = \frac{16}{9} \Rightarrow$$

$$S(EFB) = \frac{9\times 6}{16} = \frac{9\times 3}{8} = \frac{27}{8} \text{ cm}^2$$

أ.ماهر بربر

*** المسألة الثالثة:**

*1) حتى يكون $ED \parallel CB$ يجب أن تتحقق المساواة $\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}$

$$\frac{AD}{AC}=\frac{10.8\times10}{18\times10}=\frac{108\div36}{180\div36}=\frac{3}{5}$$

$$\frac{AE}{AB}=\frac{15\div5}{25\div5}=\frac{3}{5}$$

$\Rightarrow ED \parallel CB$

وذلك حسب مبرهنة النسب الثلاث العكسية حيث النقاط D، A، C على المستقيم (DC) فنسبتها بالترتيب مع النقاط B، A، E على المستقيم (EB)

*2) أثبتنا أن $ED \parallel CB$ ومنه المثلثان ADE، ABC متشابهان لتناسب الأضلاع المتقابلة حسب مبرهنة النسب الثلاث حيث:

(نريد معامل التكبير لذلك نكتب رموز المثلث ABC الكبير أولاً)

$$\left.\begin{matrix}ABC\\AED\end{matrix}\right) \Rightarrow \frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}=\frac{BC}{ED}=k$$

مقلوب النسبة في الطلب الأول $\frac{5}{3}=\frac{5}{3}=\frac{BC}{ED}=k \Rightarrow k=\frac{5}{3}>1$ وهي معامل التكبير

*3) مساحة المثلث الصغير $S(AED)=45$ فرضاً

نريد مساحة المثلث الكبير $S(ABC)$ حيث نعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين هي مربع نسبة التشابه:

كبير $S(ABC)$

صغير $S(AED)$

$$\frac{S(ABC)}{S(AED)}=\underbrace{k^2}_{\text{تكبير}} \Rightarrow \frac{S(ABC)}{45}=\left(\frac{5}{3}\right)^2 \Rightarrow$$

$$S(ABC)=\frac{25}{9}\times45=25\times5$$

$=125$ وحدة مربعة

أ.ماهر بربر

* المسألة الرابعة: $CB = 7 , MB = 2.1 \Rightarrow CM = 4.9$

*1) لدينا فرضاً في المثلث ABC المستقيمان AB , MN متوازيان ومنه وحسب مبرهنة النسب الثلاث نجد:

$$\left.\begin{matrix} CMN \\ CBA \end{matrix}\right) \Rightarrow \frac{CM}{CB} = \frac{CN}{CA} = \frac{MN}{AB}$$

$$\frac{4.9}{7} = \frac{CN}{CA} = \frac{MN}{3} \Rightarrow$$

من النسبة الأولى والثالثة نجد:

$$\frac{4.9 \times 10}{7 \times 10} = \frac{MN}{3} \Rightarrow \frac{49 \div 7}{70 \div 7} = \frac{MN}{3} \Rightarrow \frac{7}{10} = \frac{MN}{3} \Rightarrow MN = \frac{21}{10}$$
$$\Rightarrow MN = 2.1$$

. في المثلث MNB نلاحظ أن $MN = MB = 2.1$ فهو متساوي الساقين في M

*2) لدينا فرضاً في المثلثين OMN , OAB المستقيمان $(AB) , (NM)$ متوازيان ومنه المثلثان متشابهان لتناسب أطوال أضلاعهما المتقابلة حسب مبرهنة النسب الثلاث حيث:

(نريد معامل التصغير لذلك نضع رؤوس المثلث الصغير أولاً)

$$\left.\begin{matrix} OMN \\ OAB \end{matrix}\right) \Rightarrow \frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OB} = \frac{MN}{AB} = k \Rightarrow$$

$$\frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OB} = \frac{2.1}{3} = k \Rightarrow k = \frac{7}{10} < 1$$

المثلث OMN هو صورة عن المثلث OAB بنسبة تصغير $k = \frac{7}{10}$

أ.ماهر برير

* المسألة الخامسة:

*1) لدينا في المثلثين ABC ، ADE المستقيمان (BC) ، (ED) متوازيان
وعنه ومن مبرهنة النسب الثلاث نجد:

$$\left.\begin{matrix} ABC \\ ADE \end{matrix}\right) \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} = K$$

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{x+3} = \frac{BC}{ED} = K \Rightarrow$$

من النسبتين الأولى والثانية نجد:

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{x+3} \Rightarrow 3x + 9 = 5x \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2}$$
$$\Rightarrow x = 4.5$$

*2) لدينا فرضاً مساحة المثلث الكبير $S(ADE) = 15$ والمطلوب حساب مساحة المثلث الصغير $S(ABC)$

بداية: بما أن المثلثات ABC ، ADE متشابهات لتناسب أضلاعها المتقابلة كما وجدنا في الطلب الأول، ونعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين هي مربع نسبة التشابه حيث $K = \frac{3}{5}$ (تصغير)

$$\frac{S(ABC)\ \text{صغير}}{S(ADE)\ \text{كبير}} = K^2\ \text{تصغير} \Rightarrow S(ABC) = K^2 \times S(ADE)$$
$$= \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times 15$$

$$\Rightarrow S(ABC) = \frac{9}{25} \times 15 = \frac{9 \times 3}{5}$$

ومنه $S(ABC) = \frac{27}{5}$
$= 5.4$ وحدة مربعة

أ.ماهر بربر

*المسألة السادسة.

*1) لدينا في المثلثين AMB ، CMF المستقيمان (MF) ، (CF) متوازيان

وفق ومبرهنة النسب الثلاث نجد:

(تذكرة للمرة الأخيرة: عند كتابة النسب الثلاث يجب وضع الرؤوس المتساوية أي التي تقع على قاطع واحد تحت بعضها البعض ولا نضعها عبثاً.)

$$\left.\begin{matrix} MCF \\ MAB \end{matrix}\right) \Rightarrow \frac{MC}{MA} = \frac{MF}{MB} = \frac{CF}{AB} = k$$

$$\frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{MF}{6} = \frac{CF}{5} = k = \frac{1}{2}$$

*2)

من النسبتين الأولى والثانية نجد:

$$\frac{1}{2} = \frac{MF}{6} \Rightarrow MF = 3$$

من النسبتين الأولى والثالثة نجد:

$$\frac{1}{2} = \frac{CF}{5} \Rightarrow CF = \frac{5}{2} = 2.5$$

*3) نعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه بين المثلثان FMC ، AMB متشابهان لتناسب أطوال أضلاعهما المتقابلة من مبرهنة النسب الثلاث كما وجدنا في الطلب الأول ونسبة التشابه هي $k = \frac{1}{2}$ (نسبة تصغير حول المطلوب فعلاً مساحة الصغير إلى الكبير)

$$\frac{S(FMC)_{\text{صغير}}}{S(AMB)_{\text{كبير}}} = \underset{\text{تصغير}}{k^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

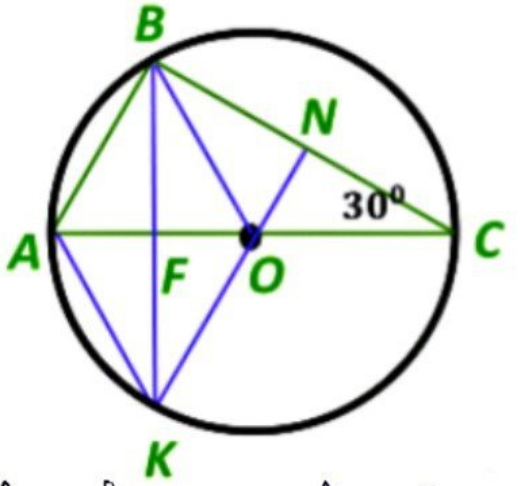
إذاً النسبة بين مساحتي المثلثين:

$$\frac{1}{4} = \frac{\text{مساحة المثلث } FMC}{\text{مساحة المثلث } AMB}$$

المطلوب حساب نسبة مساحتي المثلثين وليس حساب مساحة أحدهما

* المسألة السابعة: (مسألة بـ 100 درجة)

- أعيد التذكير وخاصة بالمسائل من هذا النمط، ضع المعطيات مباشرة على الرسم بالقلم الأزرق، والمعلومات التي تظهر معك في الطلبات ضعها على الرسم بقلم الرصاص



*1) AC قطراً في الدائرة التي مركزها O وهو أحد أضلاع المثلث ABC فهو مثلث قائم وتره تلك الضلع AC وزاويته القائمة هي الرأس المقابل لـ AC أي قائم في B

*2) ← ABC مثلث قائم إثباتاً في B، فيه $\hat{C}=30^\circ$ ومنه $\hat{A}=60^\circ$.

← المثلث OBA متساوي الساقين في O لأن كلاً من ساقيه AO، OB أنصاف أقطار في دائرة $OA=OB=R$، وفيه زاوية قياسها $\hat{A}=60^\circ$ فهو مثلث متساوي الأضلاع (تذكر: إذا كان في المثلث المتساوي الساقين زاوية قياسها 60° فهو متساوي الأضلاع) أي: [$AO=OB=AB=R$ لأن OBA متساوي الأضلاع]

*3) ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ إثباتاً، فيه الزاوية $\hat{C}=30^\circ$ ونعلم أن: في المثلث القائم، الضلع المقابلة للزاوية 30 تساوي نصف طول الوتر ومنه:

$$[AB]=\frac{1}{2}[AC] \Rightarrow [AC]=2[AB]$$

*4) بداية علينا البحث عن مستقيمين متوازيين في المثلثين CON، CAB:

. إما أن نطبق مبرهنة النسب الثلاث العكسية حيث N منتصف $[BC]$ فرضاً أو مباشرة:

O منتصف $[AC]$، N منتصف $[BC]$ ⇐ $[ON]$ قطعة مستقيمة واصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث ABC فهي توازي الضلع الثالث وتساوي نصفه

ومنه: $ON \parallel AB$، حسب المبرهنة الأولى في المنتصفات وعليه وحسب مبرهنة النسب الثلاث في المثلث ABC نجد

$$\frac{CO}{CA}=\frac{CN}{CB}=\frac{ON}{AB} \xrightarrow{\text{وانتبه}} CA=2[CO],\ CB=2[CN],\ AB=2[ON]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{1}{2}=\frac{1}{2}=k \Rightarrow k=\frac{1}{2}<1$$

أ.ماهر بربر

أي أن المثلث CON مشابه للمثلث CAB وهو مصغر أي عنه بنسبة $k=\frac{1}{2}$

(وبالعكس: CAB مكبر أي عن CON بنسبة تكبير 2 (مقلوب نسبة التصغير)

*5) أثبت ماثل هذا الطلب:

• بداية: كيف أثبت أن الرباعي هو متوازي أضلاع ؟؟

← نثبت أن كل ضلعين متقابلين متوازيين

أو نثبت أن فيه ضلعين متقابلين متساويين و متوازيين يُرجى الانتباه.

• لدينا BOC مثلث متساوي الساقين في O حيث $OC = OD = R$

ومنه زاويتا القاعدة متساويتان أي $\hat{B} = \hat{C} = 30$

N منتصف BC بالتالي ON متوسط نازل من رأس المثلث المتساوي

الساقين فهو ارتفاع ومنصف ومحور عندئذ يكون $B\hat{O}N = N\hat{O}C = 60°$

أ.ماهر برير

• $A\hat{O}K = N\hat{O}C = 60$ (التقابل بالرأس)

لنتأمل الرباعي ABOK الذي فيه:

$\left.\begin{array}{l} B\hat{A}O = 60° \\ A\hat{O}K = 60° \end{array}\right\} \Leftarrow$ $B\hat{A}O = A\hat{O}K$ وهما في وضع التبادل الداخلي لذن $(OK) \parallel (AB)$

• بما أن $[OK] = R$ ، ابتداءً $[AB] = R$ $\Leftarrow$ OK ، AB ضلعان متقابلان ومتوازيان ومتساويان في الرباعي ABOK فهو متوازي أضلاع.

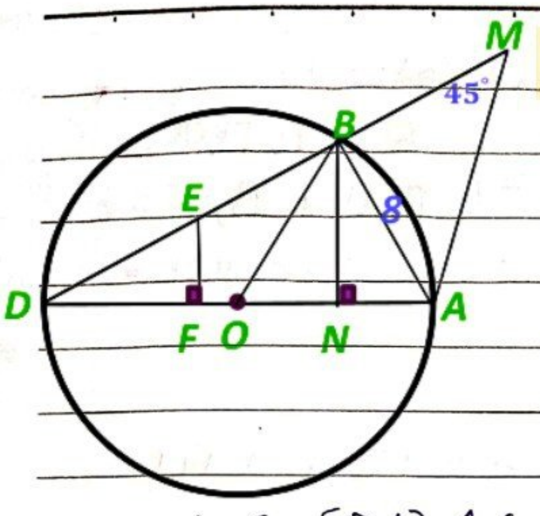
• فيه $[AB] = [BO]$ ضلعين متجاورين متساويين فهو معين) وقطراه

• AO ، BK ونعلم أن قطرا المعين متعامدان ومنه $AO \perp BK$

(تعمدت إدراج هذا البرهان بشكل مفصل لتعلم طرائق الإثبات المختلفة ونستطيع الحل بسطرين كما يلي ..)

• AOK مثلث متساوي الأضلاع (لماذا؟؟) ومنه $OK = KA = R$

وهو حسب الطلب الثاني $AB = BO = R$ ومنه أضلاع الرباعي ABOK متساوية فهو معين قطراه AO ، BK فهما متعامدان وبذلك يتم المطلوب.



*** المسألة الثامنة: (مسألة بـ 100 درجة)**

*1) مثلث ABD قائم في B
لأن أحد أضلاعه AD قطر في الدائرة التي مركزها O فهو قائم في الرأس المقابل لذلك الضلع أي في B.

*2) في المثلث القائم ABD لدينا:
$[BA]=8$ وهو مقابل للزاوية $\hat{D}$ ، $[DA]=16$ وتره
نلاحظ أن $[BA]=\frac{1}{2}[BD]$ ومنه $\hat{D}=30^\circ$ ، أو بطريقة أخرى
$$\sin\hat{D}=\frac{BA}{DA} \Rightarrow \sin\hat{D}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow \sin\hat{D}=\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{D}=30^\circ$$
أصبح لدينا في المثلث ABD: $\hat{B}=90^\circ$ ، $\hat{D}=30^\circ \Rightarrow \hat{A}=60^\circ$

(أو مباشرة: $\cos\hat{A}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A}=60^\circ$

أ.ماهر بربر

*3) مثلث AOB متساوي الساقين في O ، حيث $OA=OB=R$
فيه A زاوية قياسها $\hat{A}=60^\circ$ فهو متساوي الأضلاع طول ضلعه $R=\ell=8$

*4) المثلث AOB متساوي الأضلاع إثباتاً فيه $BN \perp OA$ أي أن
BN ارتفاع في مثلث متساوي الأضلاع فهو محور ومنصف ومتوسط بالتالي
$$ON=NA=\frac{8}{2}=4$$

حساب BN: إن BN هو ارتفاع في مثلث متساوي الأضلاع ونعلم أن:
ارتفاع مثلث المتساوي الأضلاع هو: $h_3=\frac{\ell\sqrt{3}}{2}=\frac{8\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$
(أو نستطيع الحساب بالاستفادة من النسب المثلثية للزوايا الشهيرة)

*5) $D\hat{B}M$ زاوية مستقيمة ، $D\hat{B}A=90^\circ$ (إثباتاً) ومنه $M\hat{B}A=90^\circ$
أي أن المثلث ABM قائم في $\hat{B}$ فيه $\hat{M}=45^\circ$ بالتالي $\hat{A}=45^\circ$ فهو مثلث قائم
ومتساوي الساقين في B فيه $BA=8$ ومنه $BM=8$

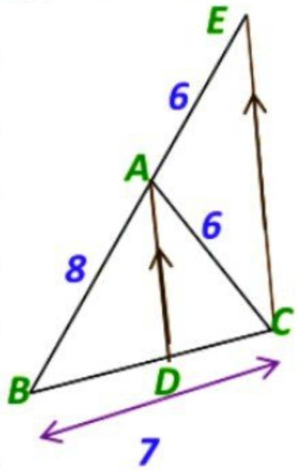
6*) علينا بداية البحث عن مستقيمين متوازيين في المثلثين المذكورين:

$$\left.\begin{array}{l} EF \perp DN \\ BN \perp DN \end{array}\right\} \Leftarrow$$ العمودان على مستقيم واحد متوازيان ومنه $EF \parallel BN$

وبالتالي وحسب مبرهنة النسب الثلاث في المثلثين DBN ، DEF

$$\left.\begin{array}{l} DEF \\ DBN \end{array}\right) \Rightarrow \frac{DE}{DB} = \frac{DF}{DN} = \frac{EF}{BN} = K$$

فالمثلثان متشابهان لتناسب أطوال أضلاعهما المتقابلة.



*المسألة التاسعة:

1*) المثلث BDA والمثلث BCE متشابهان لتناسب الأضلاع المتقابلة وفيهما حسب مبرهنة النسب الثلاث حيث $DA \parallel CE$

والمثلث BDA تصغير للمثلث BCE، لنكتب النسب الثلاث وذلك لحساب نسبة التصغير (نضع الصغير على الكبير)

$$\left.\begin{array}{l} BDA \\ BCE \end{array}\right) \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{BA}{BE} = \frac{DA}{CE} = K$$

$$\frac{BD}{7} = \frac{8}{8+6} = \frac{DA}{EC} = K \Rightarrow$$

$$\frac{BD}{7} = \frac{8 \div 2}{14 \div 2} = \frac{DA}{EC} = K \Rightarrow K = \frac{4}{7} < 1$$ وهي نسبة التصغير

حساب BD: من النسبتين الأولى والثانية نجد:

$$\frac{BD}{7} = \frac{4}{7} \Rightarrow BD = 4 \quad \Rightarrow DC = 7 - 4 = 3$$

*2) $\frac{BA}{CA} = \frac{8 \div 2}{6 \div 2} = \frac{4}{3}$

$\frac{BD}{CD} = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow \frac{BA}{CA} = \frac{BD}{CD}$

*3) المستقيمان (EC) و (DA) متوازيان و BC و BE قاطعين لهما

$D\hat{A}C = A\hat{C}E$ ..... ☆ (التبادل الداخلي)

$D\hat{A}B = C\hat{E}A$ ..... ☆☆ (التناظر)

ولدينا:

ACE مثلث متساوي الساقين في A حيث $AC = EA = 6$ فرضاً

وبالتالي زاويتا القاعدة متساويتان ومنه:

$A\hat{C}E = A\hat{E}C$ وبالمقارنة مع ☆ و ☆☆ نجد أن

$D\hat{A}C = D\hat{A}B$ أي أن AD منصف للزاوية $B\hat{A}C$.

(اطلاع: ملاحظة للفائدة)

[إذا كان AD منصف داخلي في المثلث BAC فإنه يقسم الضلع المتعلق به بنسبة منسجمة في التجاور مع نسبة طولي الضلعين الباقيين:

أي أن: AD منصف $\Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ ..... (I)

وبالعكس: إذا تحققت المساواة (I) فإن AD منصف داخلي. نقارن ذلك مع الطلب الثاني...]

أ. ماهر بربر

*المسألة العاشرة: (دورة 2021 ــ 70 درجة)

الحل باختصار:

*1) حسب فيثاغورث في المثلث القائم AOB نجد $AB = 5$

$$\left.\begin{matrix} AOB \\ COD \end{matrix}\right) \Rightarrow \frac{AO}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{DC} = K$$

$$\frac{3}{OC} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{5}{DC} = K \Rightarrow K = \frac{1}{2}$$

*2) من النسبتين الأولى والثانية نجد:

$$\frac{3}{OC} = \frac{1}{2} \Rightarrow OC = 6$$

من النسبتين الثانية والثالثة نجد:

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{DC} \Rightarrow DC = 10$$

. نعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين هي مربع نسبة التشابه
[ونريد حساب مساحة الصغير على مساحة الكبير أي نريد نسبة تصغير وهي بالأصل $K = \frac{1}{2}$]

$$\frac{S(AOB)\ \text{صغير}}{S(COD)\ \text{كبير}} = \underset{\text{تصغير}}{K^2} \Rightarrow$$

انتهى الحل $\frac{S(AOB)}{S(COD)} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

للاحظ:

$$S(AOB) = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \quad , \quad S(COD) = \frac{6 \times 8}{4} = 24$$

$$\frac{S(AOB)}{S(COD)} = \frac{6 \div 6}{24 \div 6} = \frac{1}{4}$$ وهي نفس النسبة التي حصلنا عليها.

أ.ماهر برير