

4.2 - 4.3

Synthetic Division.

القسمة التركيبية

Division Algorithm:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = q(x) + \frac{r(x)}{g(x)} \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{\text{المقسوم}}{\text{المقسوم عليه}} = \text{ناجح القسمة} + \frac{\text{الباقى}}{\text{المقسوم عليه}}$$

"ك" "ر"

نضرب طرفي المعادلة (1) في $g(x)$

$$g(x) \frac{f(x)}{g(x)} = g(x) \left(q(x) + \frac{r(x)}{g(x)} \right)$$

$$f(x) = g(x)q(x) + r(x)$$

$$\frac{f(x)}{x-k}$$

معادلة $f(x)$ مرتبة ترتيب تنازلي

$$x-4 \Rightarrow k=4$$

$$x+4 \Rightarrow k=-4$$

Remainder Theorem:- نظرية الباقي

$$\frac{f(x)}{x-k} \Rightarrow f(k) = r \quad \text{Remainder الباقي}$$

من المثال السابق: $k = -2$, $r = -10$

$$f(-2) = -10$$

$$f(x) = 5x^3 - 6x^2 - 28x - 2$$

$$f(-2) = 5(-2)^3 - 6(-2)^2 - 28(-2) - 2 = -10 \quad \text{الباقي}$$

Factor Theorem:- نظرية العوامل

$$\frac{f(x)}{x-k} \text{ و } x-k \text{ is factor of } f(x) \iff f(k) = 0$$

يكون $x-k$ عامل من عوامل $f(x)$ إذا كان الباقي = صفر،
وأيضاً k صفر للعلاقة $f(x)$ إذا كان الباقي = صفر.

HW1 p. (130): Factor $f(x) = 6x^3 + 19x^2 + 2x - 3$
if -3 is zero of $f(x)$

$$\begin{array}{r|rrrr} -3 & 6 & 19 & 2 & -3 \\ & & -18 & -3 & 3 \\ \hline & 6 & 1 & -1 & 0 \end{array} \quad (+)$$

(-3) صفر للعلاقة $f(x)$ الباقي = صفر

-3 is zero of $f(x)$ و $(x+3)$ is factor of $f(x)$

$$f(x) = (x+3)(6x^2 + x - 1)$$

Example 2 p. (127)

Decide whether the given number k is a zero of $f(x)$.

— هل k صفر للدالة؟ \iff يكون صفر للدالة اذا كان الباقي = صفر

① $f(x) = x^3 - 4x^2 + 9x - 6$, $k = 1$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -4 & 9 & -6 \\ & \downarrow & & & \\ & 1 & -3 & 6 & 0 \end{array} (+)$$

x^2 معامل x الباقي remainder

$f(x)$ هو صفر للدالة \iff 1 هو صفر للدالة

$$f(x) = (x-1)(x^2 - 3x + 6) + 0$$

1 is zero of $f(x)$

$x-1$ is a factor of $f(x)$ \iff $(x-1)$ عامل من عوامل $f(x)$

② $f(x) = x^4 + x^2 - 3x + 1$, $k = -1$ أو $x+1$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 0 & 1 & -3 & 1 \\ & \downarrow & & & & \\ & 1 & -1 & 2 & -5 & 6 \end{array} (+)$$

الباقي \neq صفر \iff -1 ليس صفر للدالة \iff $x+1$ ليس عامل.

-1 is not zero of $f(x)$

$x+1$ is not a factor of $f(x)$

$$f(x) = (x+1)(x^3 - x^2 + 2x - 5) + 6$$

© $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 2x - 5 ; k = 1 + 2i$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 1+2i & 1 & -2 & 4 & 2 & -5 \\
 & & 1+2i & -5 & -1-2i & 5 & (+) \\
 \hline
 & 1 & -1+2i & -1 & 1-2i & 0
 \end{array}$$

الباقى = صفر ← $1+2i$ صفر للدالة

$$\begin{aligned}
 & (1+2i)(-1+2i) \\
 & = -1 + 2i - 2i + 4i^2 \\
 & = -1 - 4 = -5
 \end{aligned}$$

$1+2i$ is zero of $f(x)$

$x - (1+2i)$ is a factor of $f(x)$

$$f(x) = (x - (1+2i))(x^3 + (-1+2i)x^2 - x + (1-2i)) + 0$$

Exercises 4.2 :

③
$$\frac{x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 3x + 9}{x+3}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 -3 & 1 & 5 & 4 & -3 & 9 \\
 & & -3 & -6 & 6 & -9 & (+) \\
 \hline
 & 1 & 2 & -2 & 3 & 0
 \end{array}$$

$$f(x) = (x+3)(x^3 + 2x^2 - 2x + 3) + 0$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{x^3 + x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}}{x + \frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -\frac{1}{2} & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{8} \\ & & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{8} \\ \hline & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 \end{array} \quad (+)$$

$$f(x) = (x + \frac{1}{2})(x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}) + 0$$

$$\textcircled{10} \quad f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 16x + 10 \quad ; \quad k = -4$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -4 & 2 & 3 & -16 & 10 \\ & & -8 & 20 & -16 \\ \hline & 2 & -5 & 4 & -6 \end{array} \quad (+)$$

$$f(x) = (x + 4)(2x^2 - 5x + 4) + (-6)$$

$$\textcircled{23} \quad f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 16x + 12 \quad , \quad k = 1$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 9 & -16 & 12 \\ & & 2 & 11 & -5 \\ \hline & 2 & 11 & -5 & 7 \end{array} \quad (+)$$

1 is not zero of $f(x)$

$x-1$ is not factor of $f(x)$

$$f(x) = (x-1)(2x^2 + 11x - 5) + 7$$

⑧ $2x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 5x + 6 ; x+3$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -3 & 2 & 5 & -2 & 5 & 6 \\ & & -6 & 3 & -3 & -6 & (+) \\ \hline & 2 & -1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

-3 is zero of $f(x)$; $(x+3)$ is a factor of $f(x)$

$$f(x) = (x+3)(2x^3 - x^2 + x + 2)$$

⑬ $f(x) = 2x^3 + (3-2i)x^2 + (-8-5i)x + (3+3i) ;$
 $k = 1+i$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1+i & 2 & 3-2i & -8-5i & 3+3i \\ & & 2+2i & 5+5i & -3-3i & (+) \\ \hline & 2 & 5 & -3 & 0 \end{array}$$

$1+i$ is zero of $f(x)$

$x - (1+i)$ is factor of $f(x)$.

$$f(x) = (x - (1+i))(2x^2 + 5x - 3)$$