Al sham University
Faculty of Informatic

جامعة الشام الخاصة
كلية الهندسة المعلوماتية

أسس الهندسة الكهربائية

لطلاب السنة الثانية

2018-2019

Dr. Ghada Aldahim

ghadadhem@gmail.com

Chapter 2 CAPACITORS

الفصل الثاني

المكثفات

Dr. Ghada Aldhem

2018-2019

السعة الكهربائية *Capacitance*

تعتبر السعة الكهربائية مفهوماً مهماً للغاية، وهو من أهم التطبيقات المباشرة على مفهوم الكهرباء الساكنة، وذلك بعد وصل طرفي المكثف الكهربائي *Capacitor* بفرق جهد مناسب. إن السعة *Capacitance* صفة من صفات المكثف والذي يصمم بأشكال مختلفة تناسب الغرض المقصود من استعماله، إذ أن هذا الإستعمال يؤدي إلى تخزين الطاقة الكهربائية في المكثف، كما يؤدي إلى نشوء مجال كهربائي بين لوحيه له تطبيقات عديدة. وكما نعلم فإن المكثف هو عبارة عن لوحين متوازيين مصنوعين من مادة ناقلة للكهرباء يفصل بينهما وسط عازل، يحمل الوجهان الداخليان للوحين المتوازيين شحنات كهربائية متعاكسة بسبب فرق الجهد الكهربائي *(V)* بينهما . إن كمية الشحنة المختزنة *Storage Charge (q)* في المكثف تتناسب تناسباً طردياً مع فرق الجهد بين لوحيه، أي أن:

$$q \ \alpha \ V$$

حيث أن ثابت التناسب هنا هو مانطلق عليه **السعة الكهربائية للمكثف (C)**.

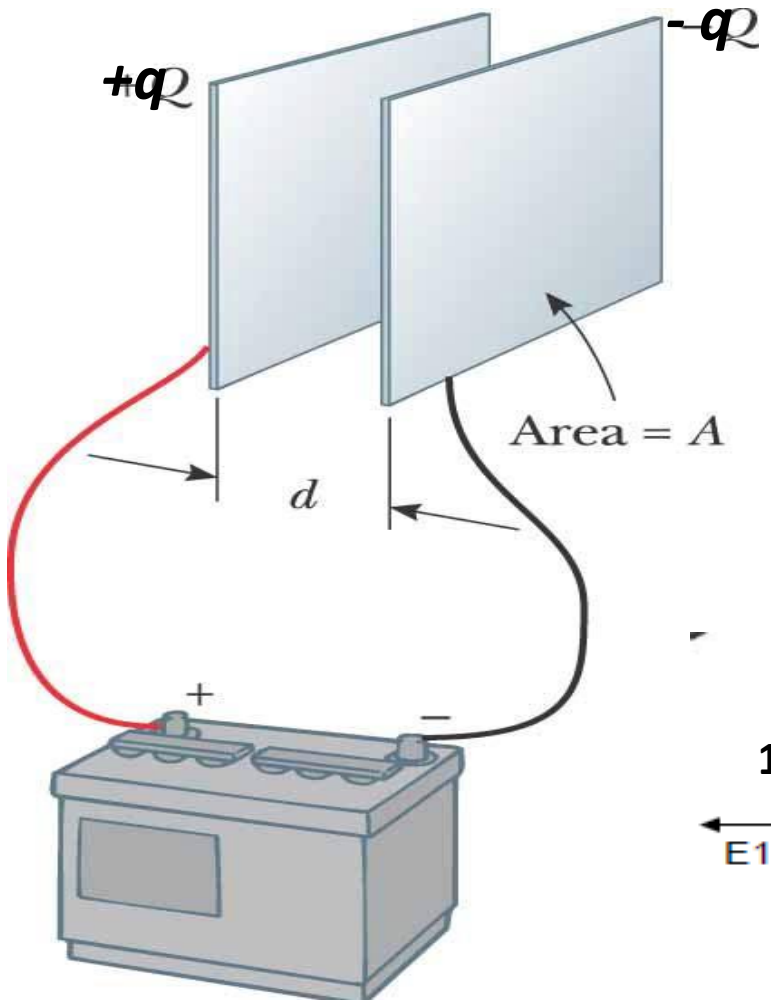
$$q = C\,V$$

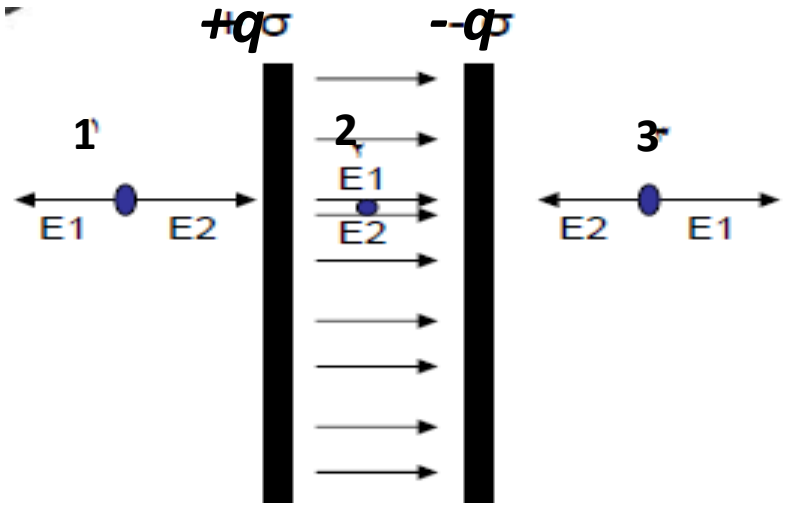
والتي يعتمد مقدارها على الأبعاد الهندسية للمكثف ونوع المادة العازلة بين اللوحين.

حساب السعة الكهربائية لبعض المكثفات

المكثف متوازي اللوحين:

كما هو موضح بالشكل المرافق، يتكون المكثف متوازي اللوحين من موصلين مساحة السطح لكل منهما ***A*** والمسافة الفاصلة بينهما ***d*** صغيرة جداً مقارنة بمساحة أي من اللوحين، ومشحونين بشحنة مختلفة النوع مقدارها ***q*** وفرق الجهد بينهما ***V*** . المجال الكهربائي بين لوحين متوازيين يكون منتظم ومتجانس وتعطى شدة المجال بالعلاقة:



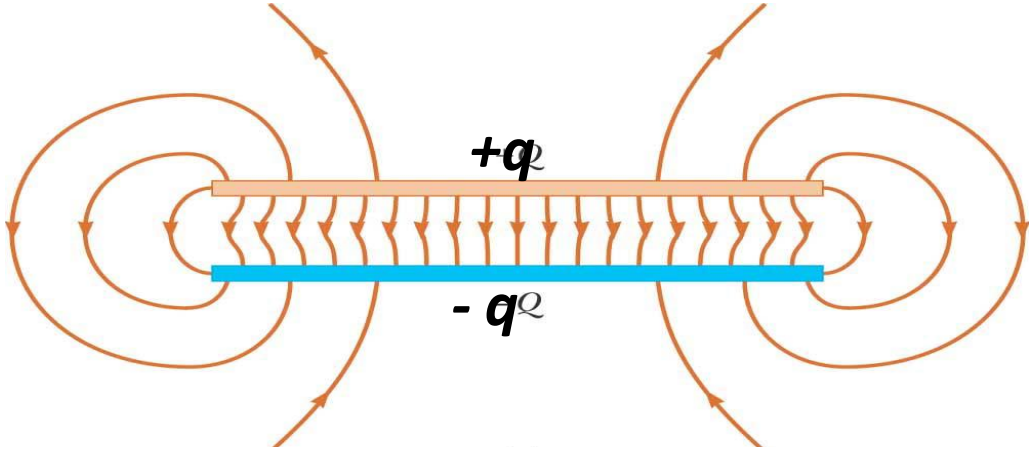


$$E = \frac{q}{A\varepsilon_o}$$

$$E = \frac{q}{A\varepsilon_o}$$

$$V = Ed$$

$$V = \frac{q}{A\varepsilon_o} d$$



$$C = \frac{q}{V}$$

$$= \frac{q}{\frac{q}{A\varepsilon_o} d}$$

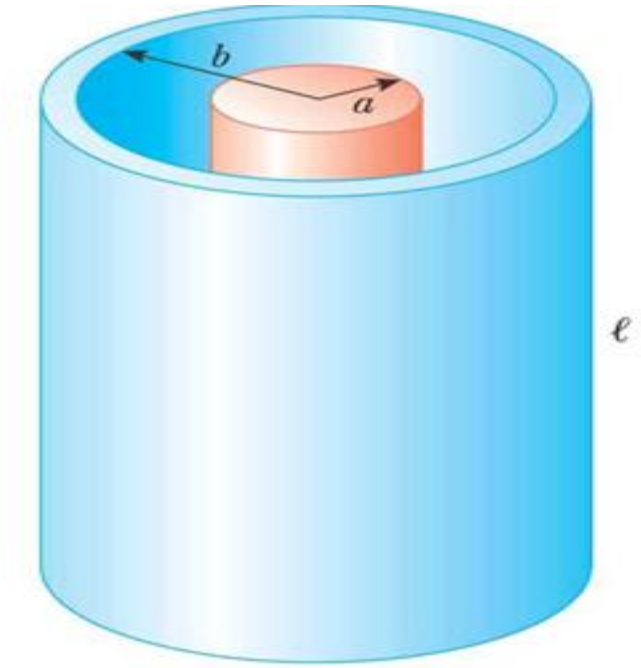
$$C = \varepsilon_o \frac{A}{d}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_o \varepsilon_r$$

Relative permittivity (dielectric constant) of various dielectrics.

Dielectric	ϵ_r (Average Values)
Vacuum	1.0
Air	1.0006
Teflon	2.0
Paper, paraffined	2.5
Rubber	3.0
Transformer oil	4.0
Mica	5.0
Porcelain	6.0
Bakelite	7.0
Glass	7.5
Distilled water	80.0
Barium-strontium titanite (ceramic)	7500.0

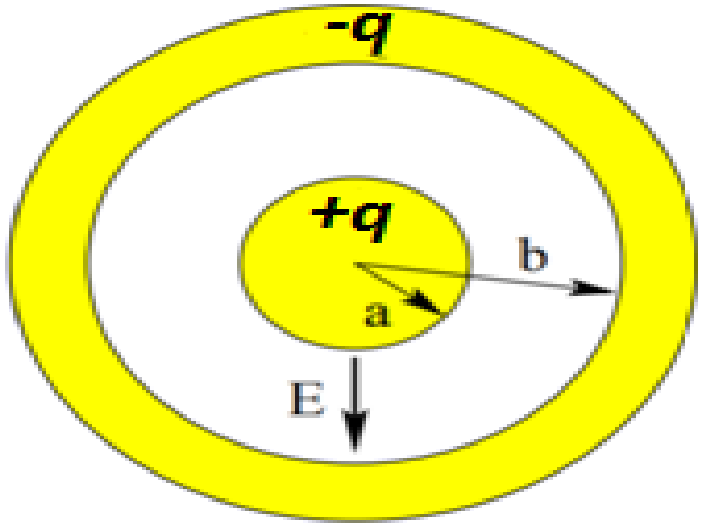
RELATIVE PERMITTIVITY OF COMMON SUBSTANCES	
SUBSTANCE	RELATIVE PERMITTIVITY ε_r
Calcium titanate	150
Ebonite	2.7 - 2.9
FR4 PCB material	4.8 typically
Glass	5 - 10
Marble	8.3
Mica	5.6 - 8.0
Paper	3.85
Paraffin wax	2 - 2.4
Polyethylene)	2.25
Polyimide	2.25
Polypropylene	2.2 - 2.36
Porcelain (ceramic)	4.5 - 6.7
PTFE (Teflon)	2.1
Rubber	2.0 - 2.3
Silicon	11.68
Silicon dioxide	3.9



(a)

المكثف الأسطواني

$$C_{cylindrical} = \frac{2\pi\varepsilon\ell}{\mathrm{Log}(\frac{b}{a})}$$



المكثف الكروي

$$C = 4\pi\epsilon \frac{ab}{b-a}$$

Example 1:

1. A cylindrical capacitor filled with air is formed by to cylinders with inner radius 1 cm, and outer radius 5 cm. What is its capacitance per meter?

Solution

$$C = 2\,\pi\,\epsilon\,/\mathrm{Log}(b/a) = 2\,\pi\,(8.854 * 10^{(-12)}\ \mathrm{F/m})\,/\mathrm{Log}(\ 5\ \mathrm{cm}/\ 1\ \mathrm{cm})$$

$$C = 55.63 * 10^{(-12)}\ \mathrm{F/m}\ /\mathrm{Log}(5) = 79.6 * 10^{(-12)}\ \mathrm{F/m}$$

Example 2:

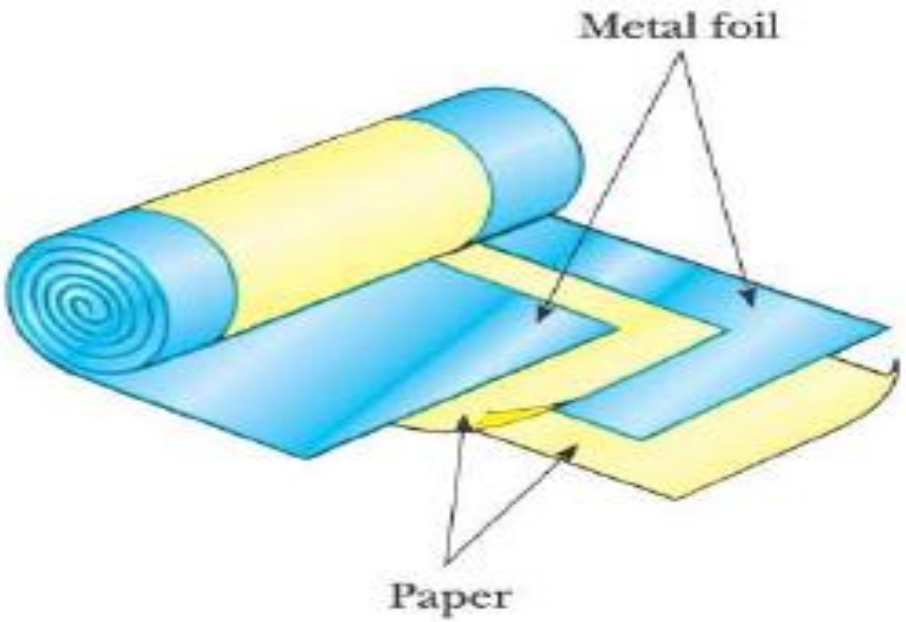
2. A cylindrical capacitor filled with paper ($\epsilon_{r=3.85}$) is formed by to cylinders with inner radius 2 cm, and outer radius 5 cm. What is its capacitance per meter?

Solution

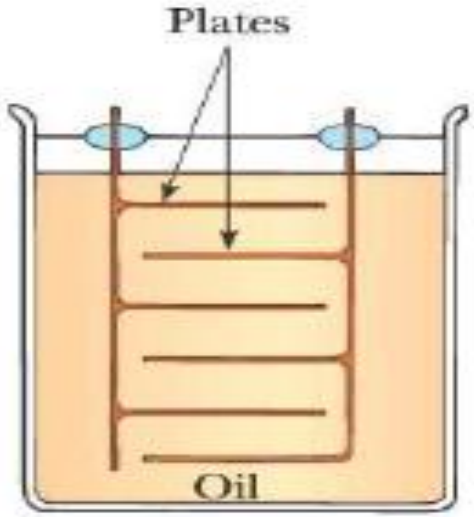
$$C = 2\,\pi\,\epsilon\,/\mathrm{Log}(b/a) = 2\,\pi\,(8.854 * 10^{(-12)}\ \mathrm{F/m}) * (3.85)\,/\mathrm{Log}(5\ \mathrm{cm}/\ 2\ \mathrm{cm})$$

$$C = 3.85 * 55.63 * 10^{(-12)}\ \mathrm{F/m}\ /\mathrm{Log}(2.5) = 538.22 * 10^{(-12)}\ \mathrm{F/m}$$

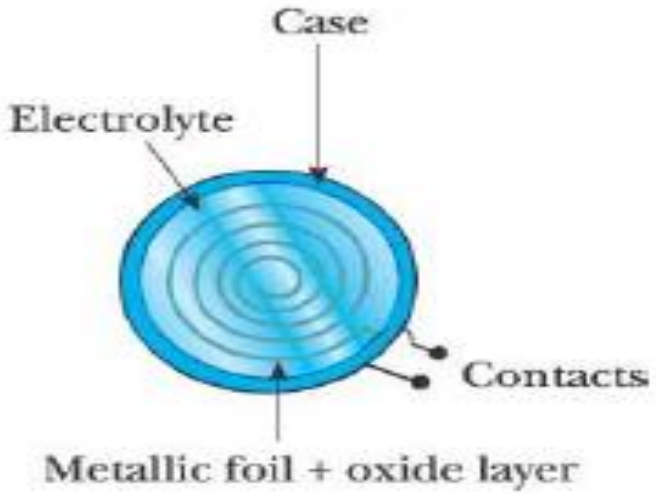
أشكال أخرى للمكثفات



(a)

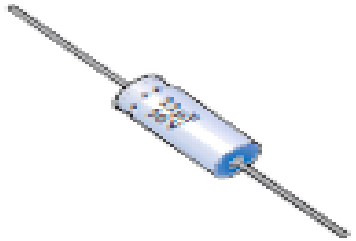


(b)



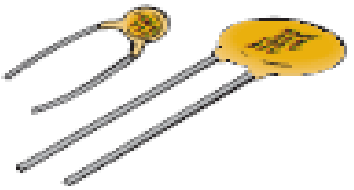
(c)

Type: Miniature Axial Electrolytic
Typical Values: 0.1 μF to 15,000 μF
Typical Voltage Range: 5 V to 450 V
Capacitor tolerance: ±20%
Applications: Polarized, used in DC power supplies, bypass filters, DC blocking.

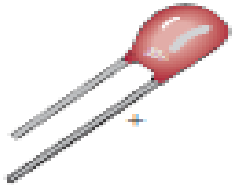


Type: Miniature Radial Electrolyte
Typical Values: 0.1 μF to 15,000 μF
Typical Voltage Range: 5 V to 450 V
Capacitor tolerance: ±20%
Applications: Polarized, used in DC power supplies, bypass filters, DC blocking.

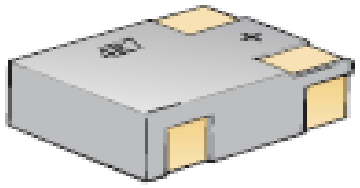
Type: Ceramic Disc
Typical Values: 10 pF to 0.047 μF
Typical Voltage Range: 100 V to 6 kV
Capacitor tolerance: ±5%, ±10%
Applications: Non-polarized, NPO type, stable for a wide range of temperatures. Used in oscillators, noise filters, circuit coupling, tank circuits.



Type: Dipped Tantalum (solid and wet)
Typical Values: 0.047 μF to 470 μF
Typical Voltage Range: 6.3 V to 50 V
Capacitor tolerance: ±10%, ±20%
Applications: Polarized, low leakage current, used in power supplies, high frequency noise filters, bypass filter.



Type: Surface Mount Type (SMT)
Typical Values: 10 pF to 10 μF
Typical Voltage Range: 6.3 V to 16 V
Capacitor tolerance: ±10%
Applications: Polarized and non-polarized, used in all types of circuits, requires a minimum amount of PC board real estate.



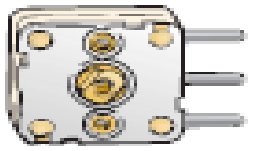
Type: Silver Mica
Typical Value: 10 pF to 0.001 μF
Typical Voltage Range: 50 V to 500 V
Capacitor tolerance: ±5%
Applications: Non-polarized, used in oscillators, in circuits that require a stable component over a range of temperatures and voltages.

Type: Mylar Paper
Typical Value: 0.001 μF to 0.68 μF
Typical Voltage Range: 50 V to 600 V
Capacitor tolerance: ±22%
Applications: Non-polarized, used in all types of circuits, moisture resistant.

Type: AC/DC Motor Run
Typical Value: 0.25 μF to 1200 μF
Typical Voltage Range: 240 V to 660 V
Capacitor tolerance: ±10%
Applications: Non-polarized, used in motor run-start, high-intensity lighting supplies, AC noise filtering.

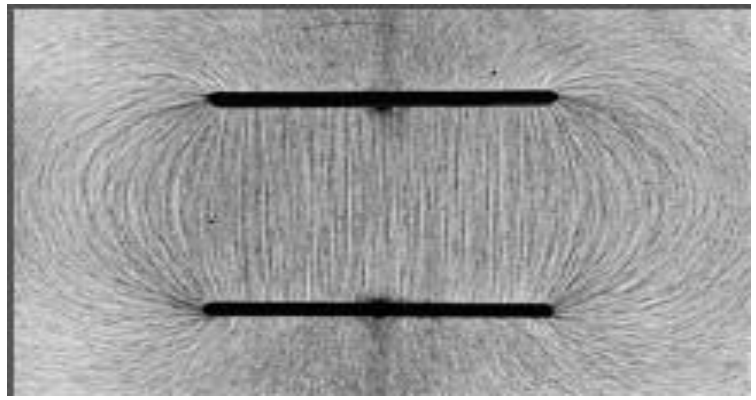
Type: Trimmer Variable
Typical Value: 1.5 pF to 600 pF
Typical Voltage Range: 5 V to 100 V
Capacitor tolerance: ±10%
Applications: Non-polarized, used in oscillators, tuning circuits, AC filters.

Type: Tuning variable
Typical Value: 10 pF to 600 pF
Typical Voltage Range: 5 V to 100 V
Capacitor tolerance: ±10%
Applications: Non-polarized, used in oscillators, radio tuning circuit.



مثال 1

احسب سعة مكثف متوازي اللوحين مساحة لوحه $2\ Cm^2$ والمسافة بينهما $1\ mm$ ؟



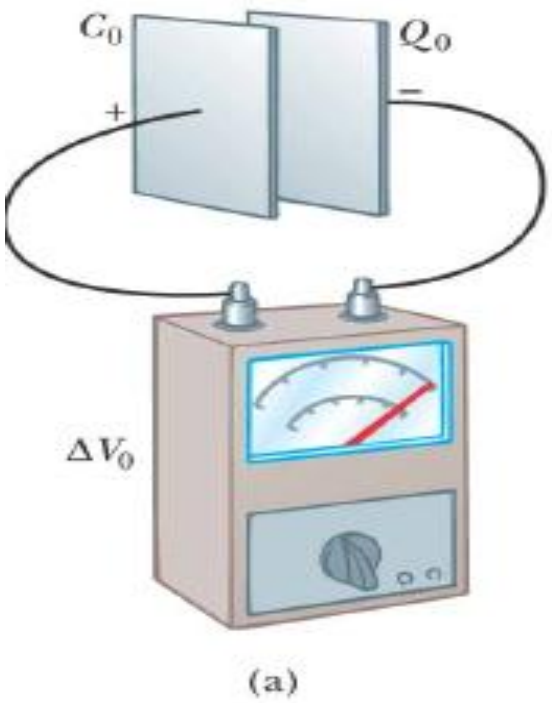
الحل:

$$C = \varepsilon_o \frac{A}{d}$$

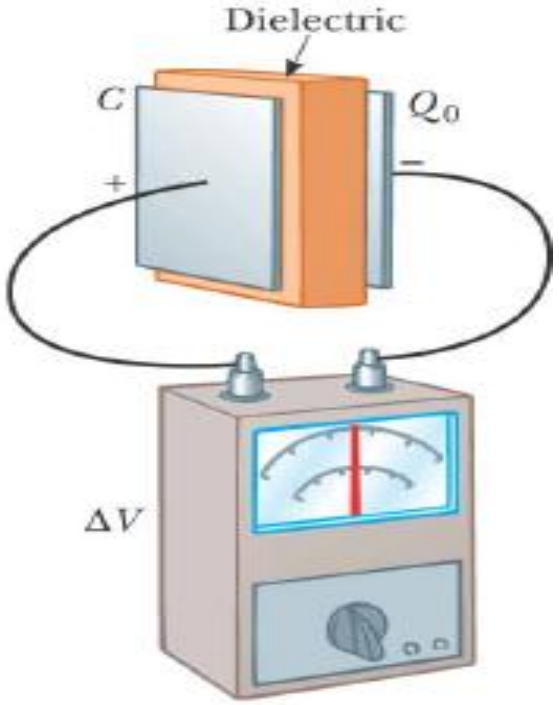
$$C = 8.85 \times 10^{-12}\ (C^2/N.m^2)\ .\ 2 \times 10^{-4}(m^2)/\ 1 \times 10^{-3}\ (m)$$

$$= 1.77 \times 10\text{-}12\ F = 1.77\ pF$$

تأثير المادة العازلة على سعة المكثف:



(a)



(b)

عند وضع مادة عازلة بين لوحي مكثف فان سعة المكثف تزداد عنه قبل وضع المادة العازلة،

مقدار الزيادة تعتمد على نوع المادة العازلة

حيث إن كل مادة عازلة لها ثابت عزل ε_r مختلف؛

$$\varepsilon_r = \frac{C}{C_0} = \frac{V_o}{V} = \frac{E_0}{E} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}$$

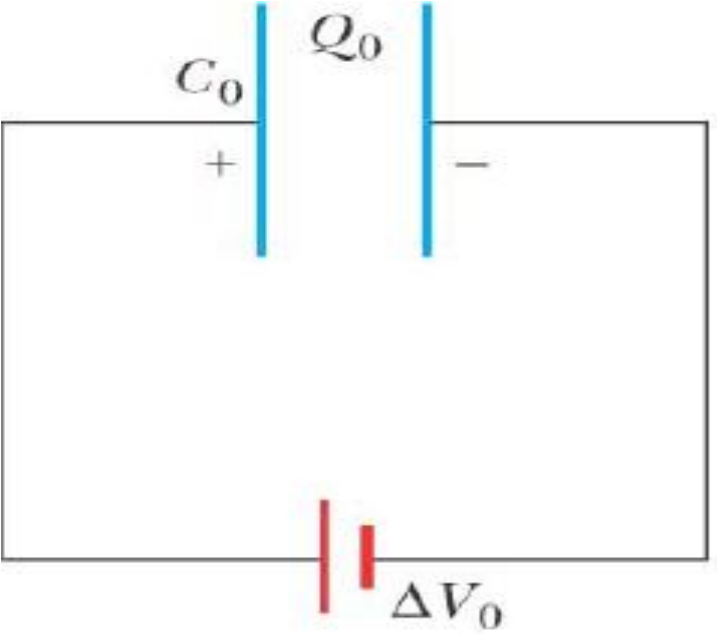
حيث ثابت النفاذية النسبي للمادة العازلة دائماً أكبر من واحد $\varepsilon_r > 1$

حيث ان C_0, V_0, E_0 السعة، فرق الجهد، شدة المجال قبل وضع المادة العازلة ε_r

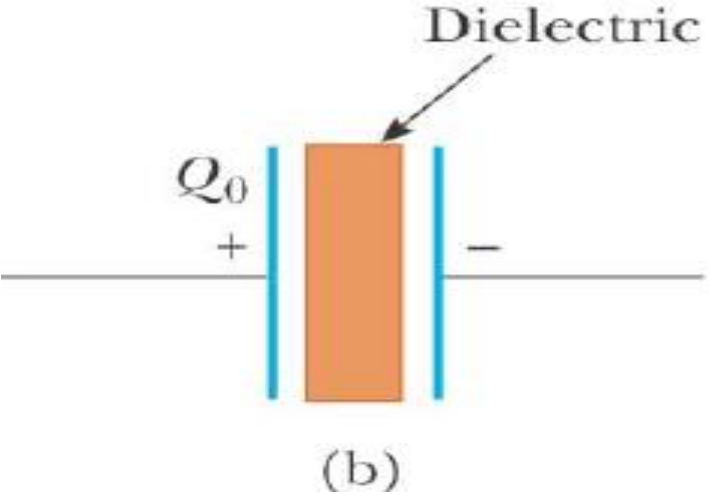
C, V, E السعة، فرق الجهد، شدة المجال بعد وضع المادة العازلة .

فمثلا سعة المكثف متوازي اللوحين بعد وضع المادة العازلة يساوي

$$C = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

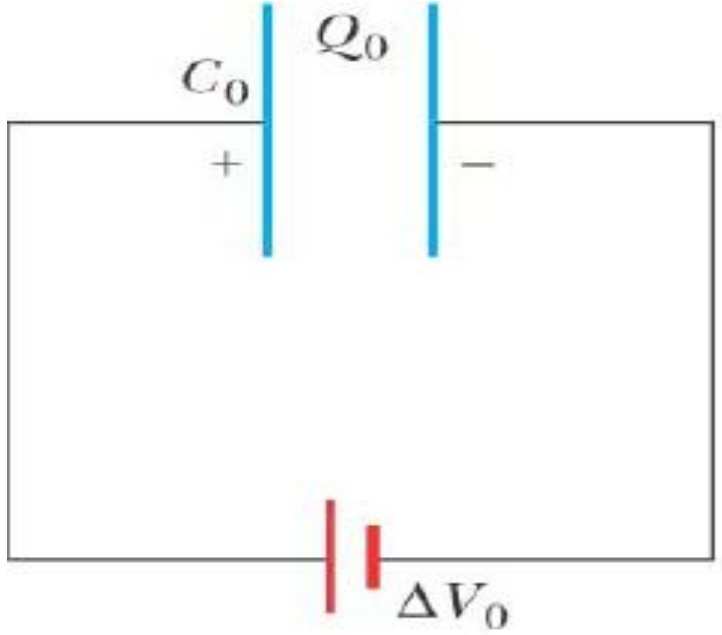


(a)

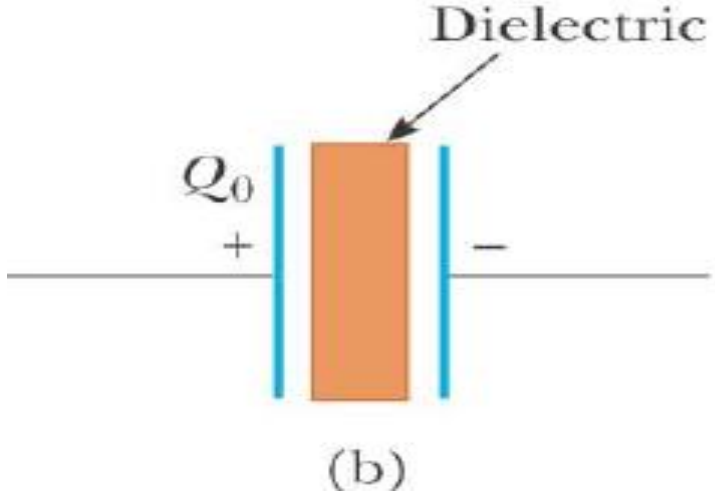


(b)

نعرف: E_{max} هي أقصى شدة مجال يمكن أن تتحمله المادة العازلة دون أن تفقد خاصية العزل الكهربائي أي دون حدوث انهيار للمادة العازلة.



(a)



(b)

ويمكن تلخيص تأثير وضع المادة العازلة داخل المكثف في النقاط الآتية:

1- تزيد من سعة المكثف.

2 – تزيد من جهد التشغيل الأقصى.

3 - تعطي دعماً ميكانيكياً للمكثف وتكون عازلاً بين لوحي المكثف عندما تكون المسافة الفاصلة بين اللوحين صغيرة جداً، حيث أنه عندما تتناقص المسافة تزداد سعة المكثف.

مثال

مكثف متوازي اللوحين مساحة اللوح 6 Cm^2 والمسافة الفاصلة بينهما 1 mm عند وضع مادة عازلة بين لوحي المكثف (ورق) حيث ثابت العزل يساوي 3.7 وشدة العزل تساوي 16×10^6 V/m ، احسب

1- سعة المكثف قبل وبعد وضع المادة العازلة.

2- ما هو أكبر مقدار للشحنة يمكن أن يحملها المكثف دون حدوث تفريغ كهربائي.

الحل

-1

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = 8.85x10^{-12} \frac{6x10^{-4}}{1x10^{-3}} = 5.3x10^{-12} \quad [F]$$

$$C = \varepsilon_r C_0 = 3.7\,x5.3x10^{-12} = 19.6x10^{-12} \quad [F]$$

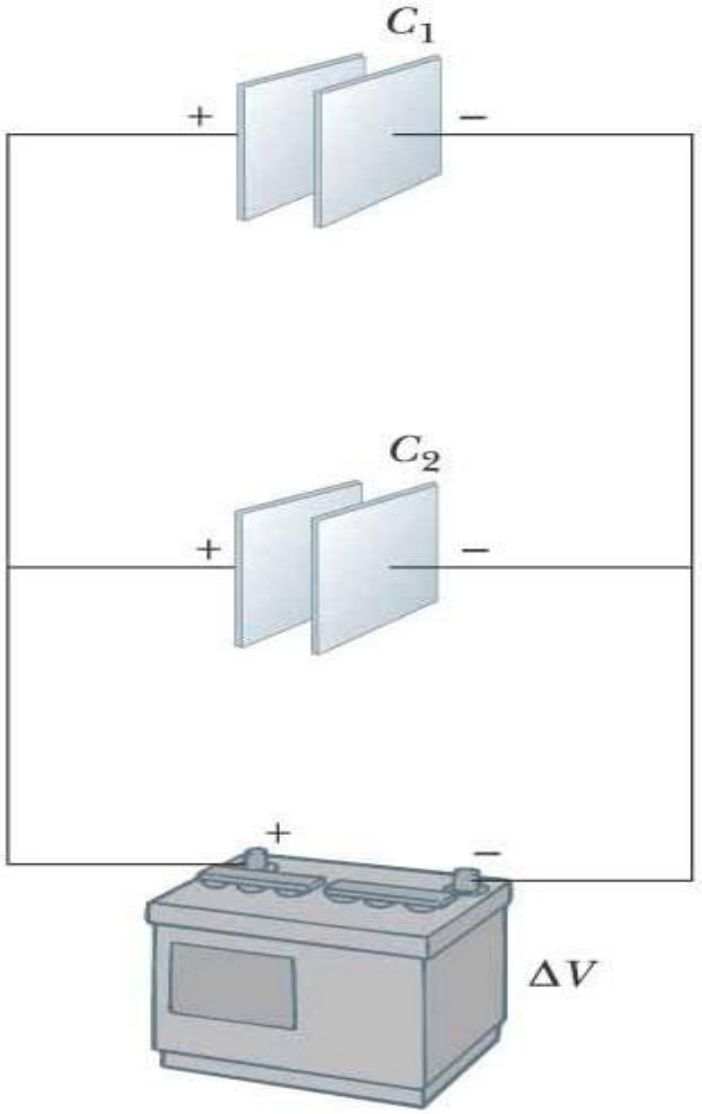
-2

& $V_{max} = E_{max}.d = 16 \times 10^3$ v **$E_{max} = 16 \times 10^6$ v/m**

$Q_{max} = CV_{max} = 19.6 \times 10^{-12} x16x.10^3 = 31x10^{-8}$ C = 0.31 µC

توصيل المكثفات

1- توصيل المكثفات على التوازي *Capacitors in parallel*



$$V = V1 = V2$$

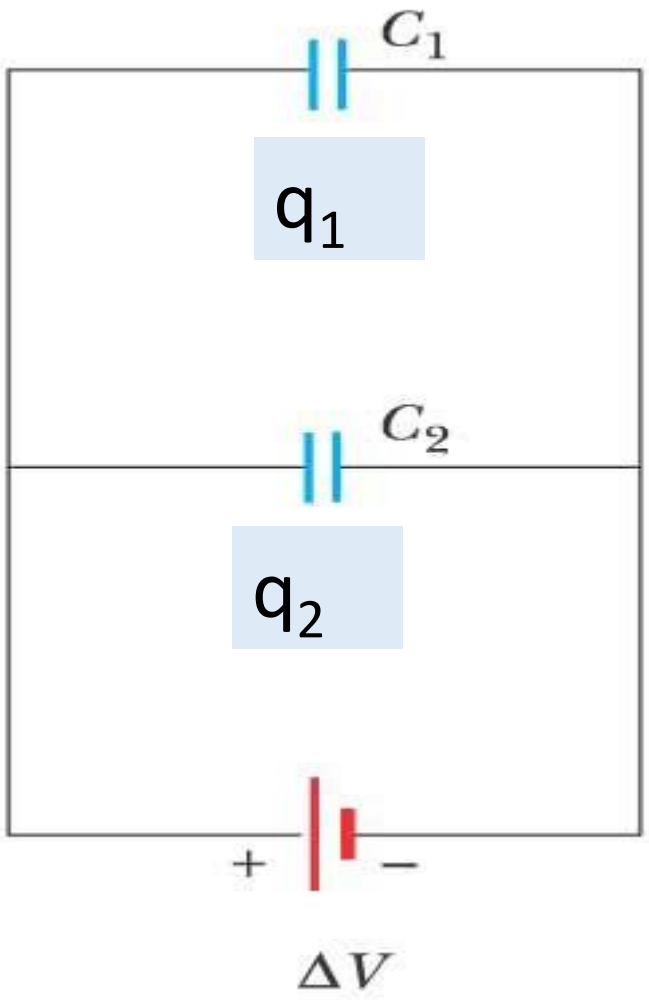
$$Q = Q1 + Q2$$

$$C_{eq}\, V = C1\, V + C2\, V$$

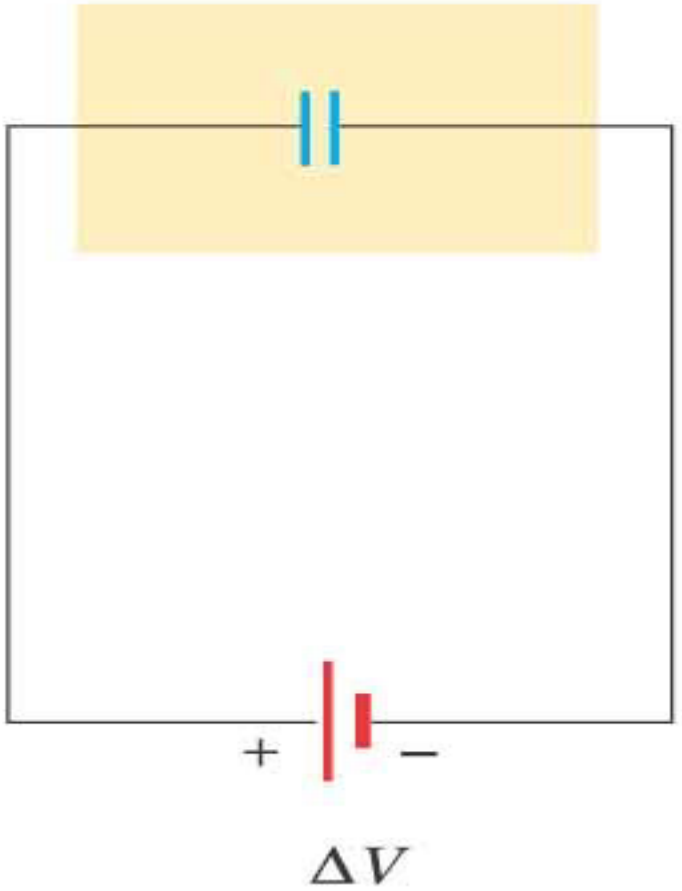
$$C_{eq} = C1 + C2$$

$$C_{eq} = C1 + C2 + C3 + \ldots\ldots$$

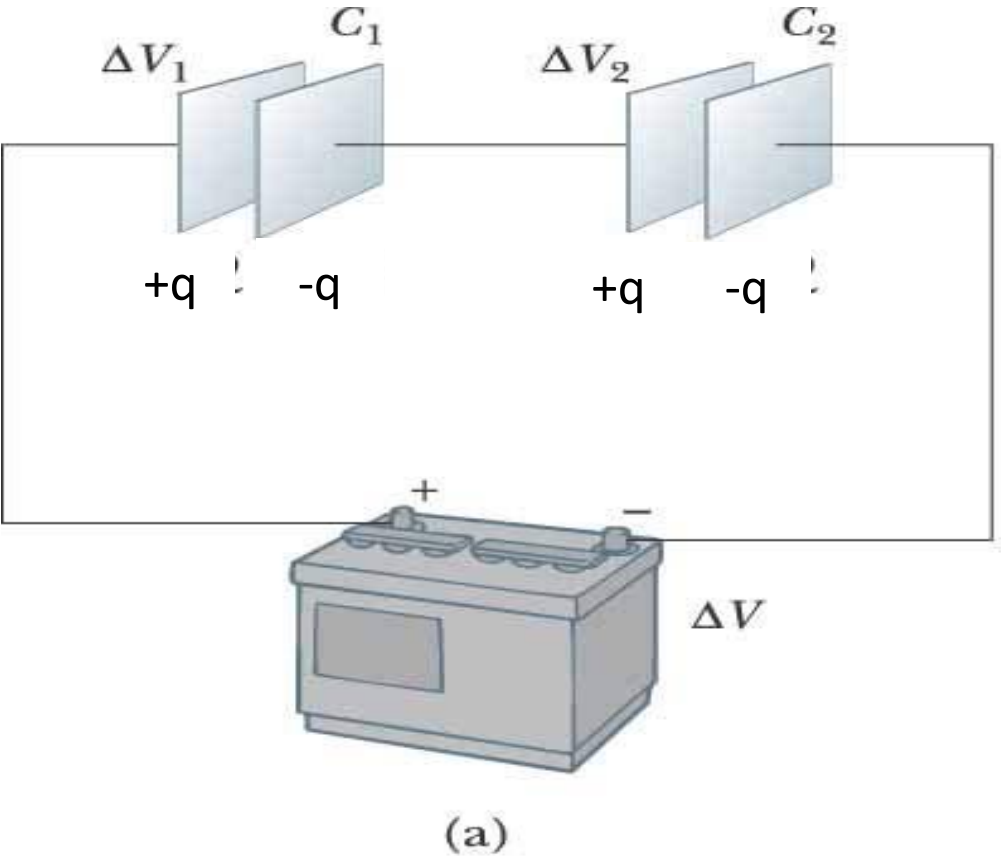
$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$



$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

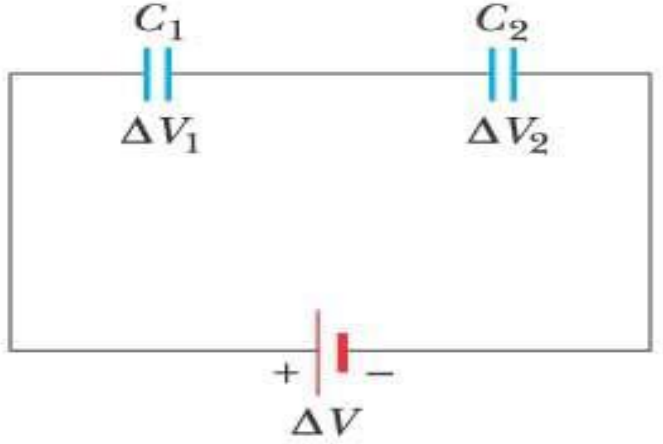


2- توصيل المكثفات على التسلسل *Capacitors in Series*



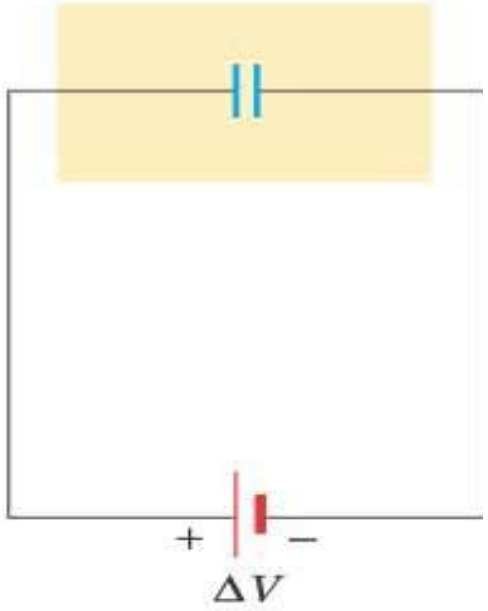
(a)

$$q = q_1 = q_2$$



(b)

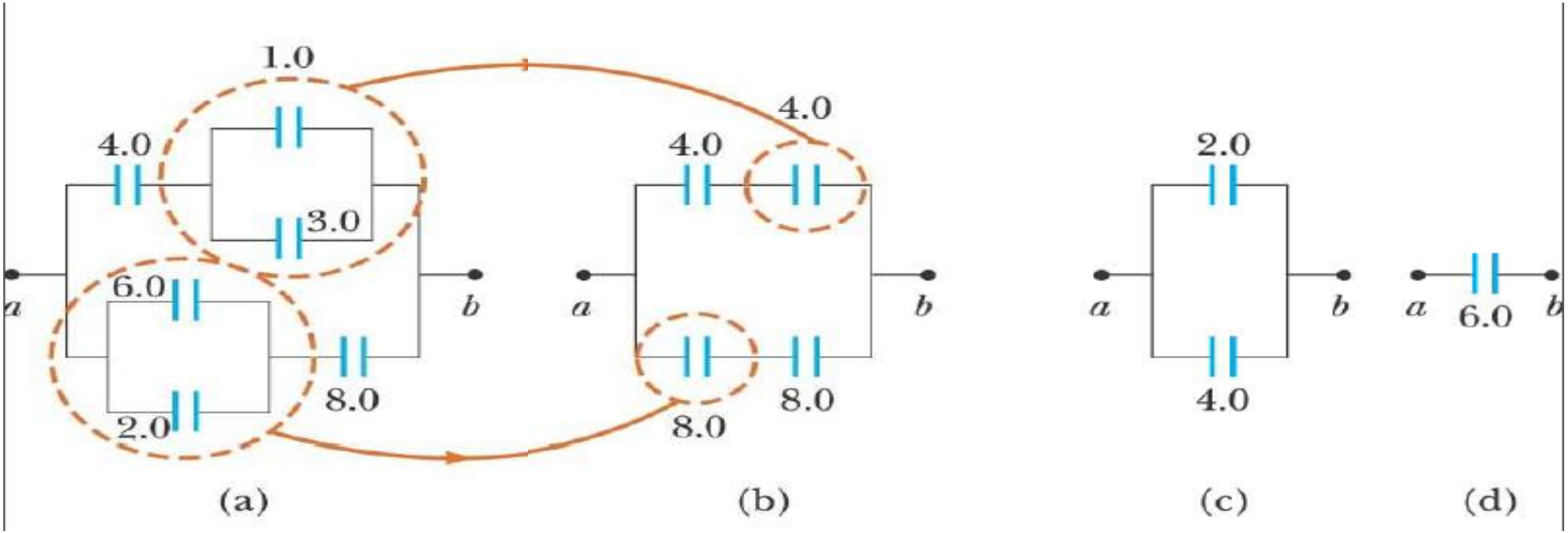
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



(c)

V = V1+ V2

مثال: اوجد السعة المكافئة للمكثفات بالدائرة ؟ علما بأن السعة بوحدة المايكرو فاراد.



مسألة: 1

مكثفان سعة كل منهما $C_1 = 200\ PF$ ، $C_2 = 600\ PF$ تم وصلهما على التوازي، ثم شحنا حتى صار فرق الجهد بين لوحي كل منهما 120 V.

1- أوجد حسابياً الشحنة الكهربائية على كل مكثف.

2- أوجد الشحنة الكلية.

3- أوجد حسابيا السعة المكافئة.

الحل:

$$q_1 = C_1V = (200 \times 10^{-12}\ F)(120\ V) = 2.4 \times 10^{-8}\ [C]$$

$$q_2 = C_2V = (600 \times 10^{-12}\ F)(120\ V) = 7.2 \times 10^{-8}\ [C]$$

$$q = q_1 + q_2 = 2.4 \times 10^{-8} + 7.2 \times 10^{-8} = 9.6 \times 10^{-8}\ [C]$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = (200 \times 10^{-12}) + (600 \times 10^{-12}) =$$

$$800 \times 10^{-12}\ [F]$$

مسألة 2

مكثفان سعة كل منهما $C_2 = 3\ PF$ و $C_1 = 6\ PF$ تم وصلهما على التسلسل، ثم وصلت المجموعة بمنبع توتر (جهد) مقداره $V = 10\ V$.

1- أوجد حسابياً السعة المكافئة للمجموعة.

2- أوجد حسابياً الشحنة الكهربائية الكلية للمجموعة والشحنة على كل مكثف.

3- أوجد حسابياً فرق التوتر (الجهد) عبر كل مكثف.

الحل:

-1

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{6\ PF} + \frac{1}{3\ PF} = \frac{6+3}{18\ PF} = \frac{1}{2\ PF}$$

$$C = 2\ PF = 2 \times 10^{-12}\ F$$

-2

$$q = CV$$

$$q = (2 \times 10^{-12}\ F)(10\ V) = 2 \times 10^{-11}\ C$$

وبما أن التوصيل على **التسلسل** فإن:

$$q = q_1 = q_2 = 2 \times 10^{-11}\ C$$

-3

$$V_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{2 \times 10^{-11}\ C}{3 \times 10^{-12}\ F} = 6.67\ V$$

$$V_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{2 \times 10^{-11}\ C}{6 \times 10^{-12}\ F} = 3.33\ V$$

نلاحظ أن توصيل المكثفات على التسلسل يعمل على توزيع التوتر (الجهد) على المكثفات أي أن:

$$V_t = V_1 + V_2$$

$$10 = 6.67 + 3.33\ V$$

مسألة 3

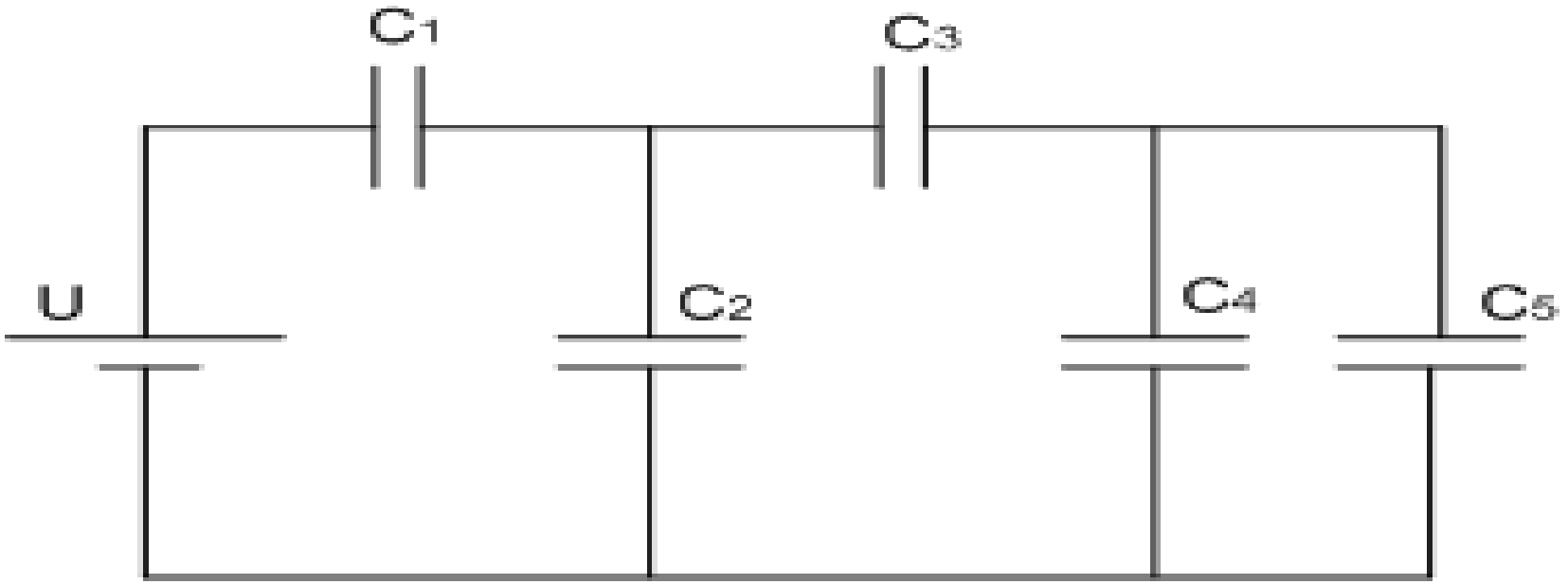
لدينا المكثفات التالية المبينة في الدارة أدناه:

$$C_1 = 4\ \mu F\ , C_2 = 2\ \mu F\ , C_3 = 4\ \mu F\ , C_4 = 3\ \mu F\ , C_5 = 1\ \mu F$$

<u>أوجد:</u>

1- توتر كل مكثف من المكثفات الموجودة في الدارة علماً بأن:

$$U_4 = 100\ V$$



2- أوجد التوتر الكلي

3- أوجد السعة الكلية

الحل:

-1

$$q_4 = C_4 U_4 = 3 \times 10^{-6} \times 100 = 3 \times 10^{-4}\ C$$

المكثفان C_4, C_5 موصولان على التفرع ومنه :

$$U_5 = 100\ V$$

$$q_5 = C_5 U_5 = 1 \times 10^{-6} \times 100 = 10^{-4}\ C$$

شحنة المكثف C_3 تساوي شحنة $C_4 + C_5$

$$q_3 = q_4 + q_5 = 4 \times 10^{-4}\ C$$

$$U_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{4 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-6}} = 100\ V$$

التوتر على طرفي المكثف C_2:

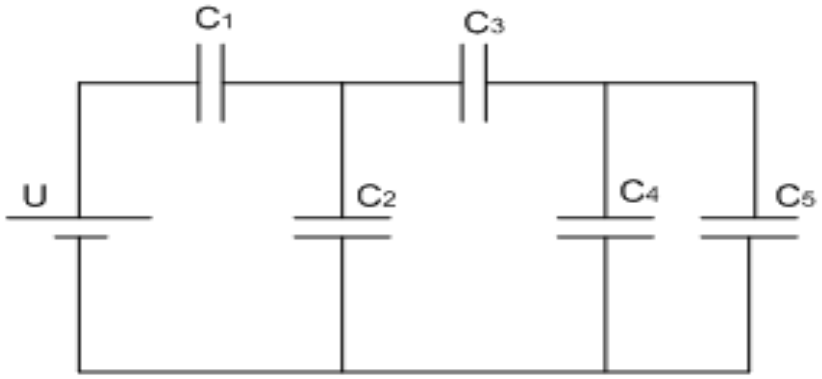
$$U_2 = U_3 + U_4 = 200\ V$$

$$q_2 = C_2 U_2 = 2 \times 10^{-6} \times 200 = 4 \times 10^{-4}\ C$$

الشحنة Q_1 على طرفي C_1 تساوي الشحنة على طرفي C_2 و C_3

$$q_1 = 4 \times 10^{-4} + 4 \times 10^{-4} = 8 \times 10^{-4}\ C$$

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{8 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-6}} = 200\ V$$



-2 التوتر الكلي على طرفي الدارة:

$$U = U_1 + U_2 = 200 + 200 = 400\ V$$

-3 حساب السعة الكلية:

$$C_{4,5} = C_4 + C_5 = 3 \times 10^{-6} + 1 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-6}\ F$$

$$\frac{1}{C_{3,4,5}} = \frac{1}{C_{4,5}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{4 \times 10^{-6}} + \frac{1}{4 \times 10^{-6}}$$

$$C_{3,4,5} = 2 \times 10^{-6}\ F$$

المكثفان C_2 و $C_{3,4,5}$ على التفرع ومنه تكون محصلتهما:

$$C' = C_2 + C_{3,4,5} = 2 \times 10^{-6} + 2 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-6}\ F$$

المكثفان c' و c_1 موصلان على التسلسل ومنه محصلتهما والتي تساوي السعة الكلية:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C'} = \frac{1}{4 \times 10^{-6}} + \frac{1}{4 \times 10^{-6}} \overset{\text{ومنه}}{\Longrightarrow}$$

السعة الكلية:

$$C_{eq} = 2 \times 10^{-6}\ F$$

طريقة ثانية لحساب السعة الكلية:

$$C_{eq} = \frac{q_t}{U} = \frac{8 \times 10^{-4}}{400} = 2 \times 10^{-6}\ \ F$$

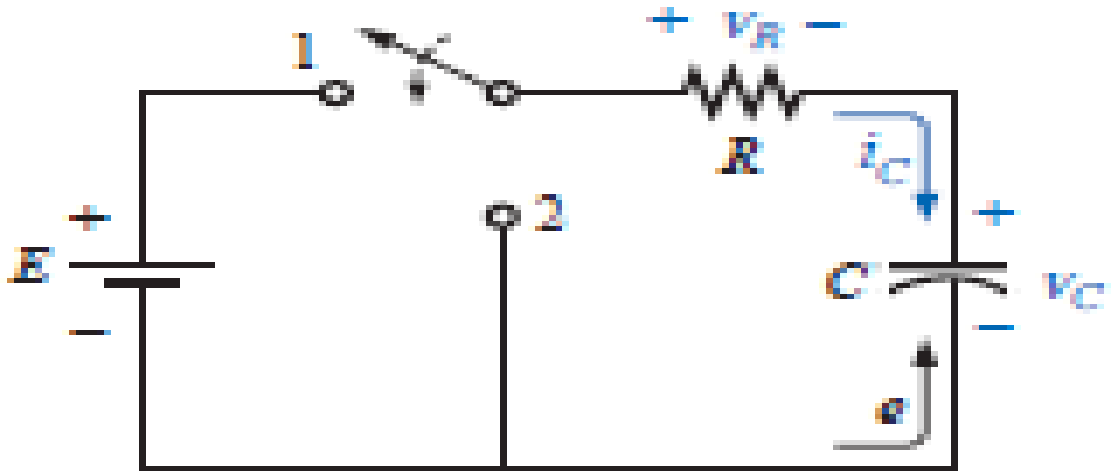
الحالات العابرة في الشبكات السعوية: مرحلة (طور) الشحن

TRANSIENT IN CAPACITIVE NETWORKS: CHARGING PHASE

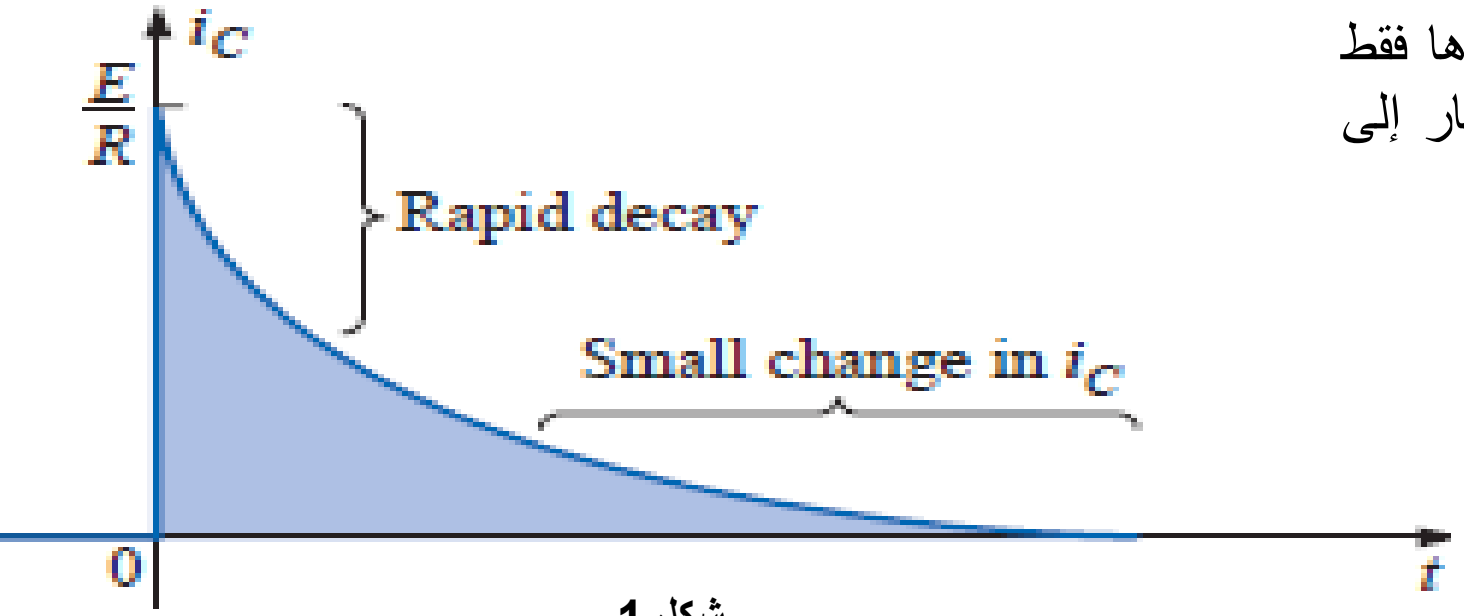
طور الشحن:

عند إغلاق القاطع على الوضع 1: في لحظة الإغلاق ستنتقل الإلكترونات من الصفيحة العليا وتتوضع على الصفيحة السفلى بفعل المدخرة (البطارية). إنتقال الإلكترونات سيكون سريعاً في البداية ثم يتباطأ عندما يقترب التوتر عبرالمكثف من توتر المدخرة. وعندما يصبح التوتر عبر المكثف مساوياً لتوتر المدخرة فإن انتقال الإلكترونات سوف يتوقف وسيكون لصفيحتي المكثف شحنة مقدارها: $q = CV_C = CE$

حيث E هو توتر المنبع.

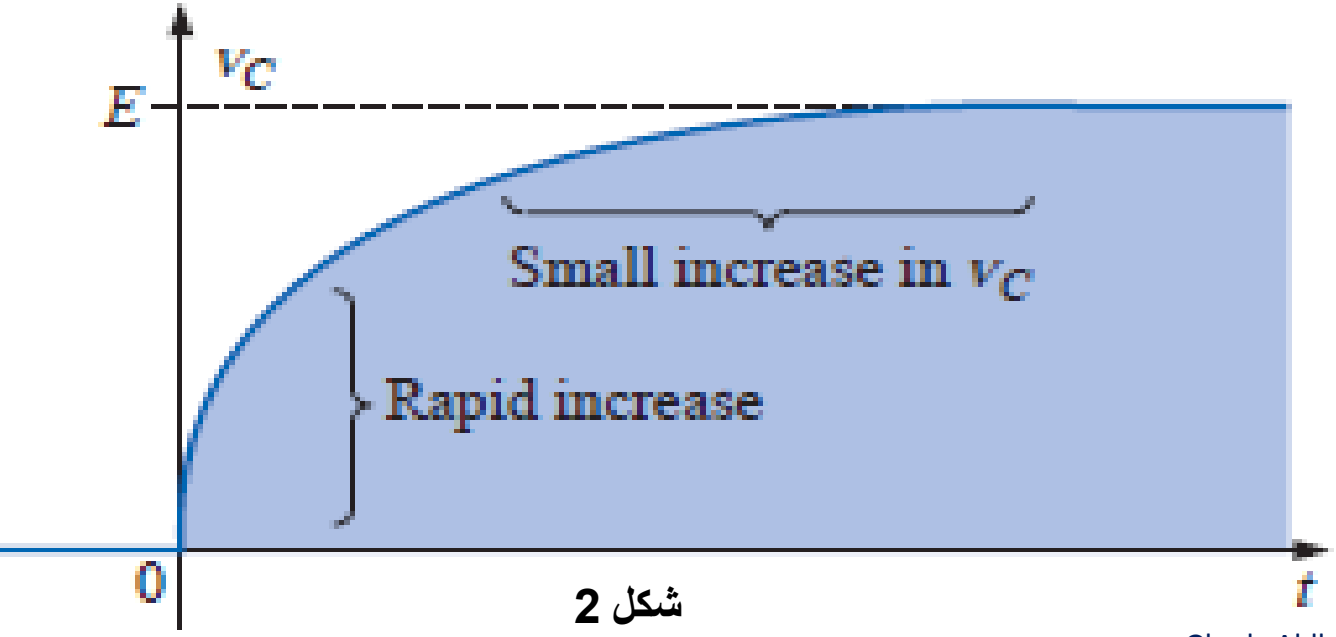


في لحظة إغلاق القاطع يقفز التيار إلى قيمة عظمى يحدها فقط قيمة المقاومة R الموجودة في الدارة ثم يتناقص هذا التيار إلى الصفر عندما تُشحن الصفائح. شكل 1



شكل 1

وبما أن التوتر عبر الصفائح يتناسب طرداً مع شحناتها من العلاقة Vc = q/C فإن المعدل السريع الذي تتحرك فيه الشحنات في البداية على الصفائح يؤدي إلى زيادة سريعة في *Vc* . ومن الواضح أنه كما ينخفض معدل تدفق الشحنات *(I)* فإن معدل تغير الجهد سيحذو حذوه. وفي نهاية المطاف سيتوقف تدفق الشحنات وبالتالي ستكون قيمة التيار صفر وقيمة التوتر مساوية لتوتر المنبع، وبذلك ينتهي طور الشحن - شكل 2 -.



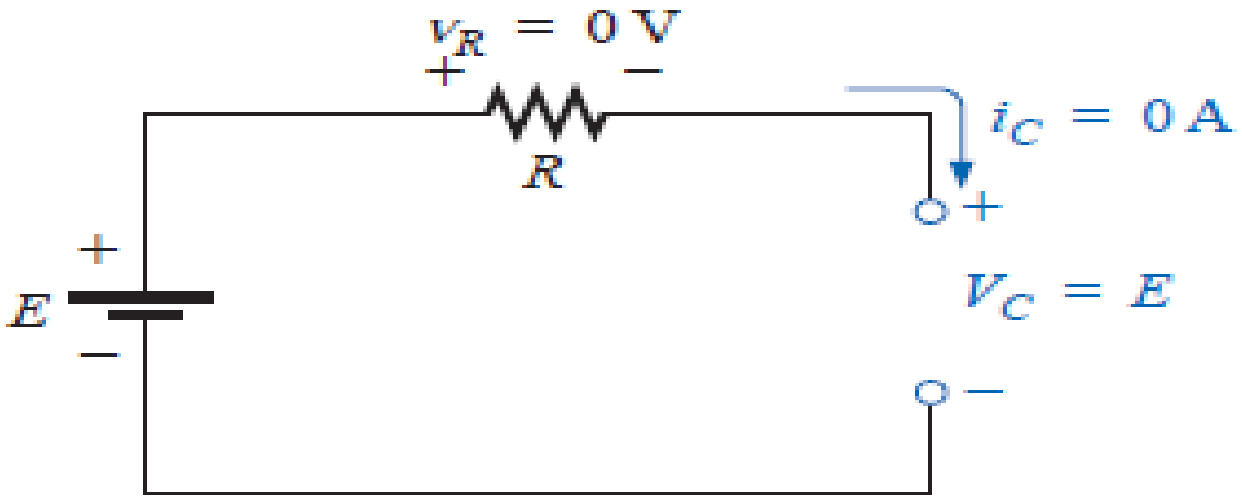
شكل 2

عند هذه النقطة يأخذ المكثف خصائص الدارة المفتوحة أي: وجود توتر عبر الصفائح دون تدفق للشحنات بينها.

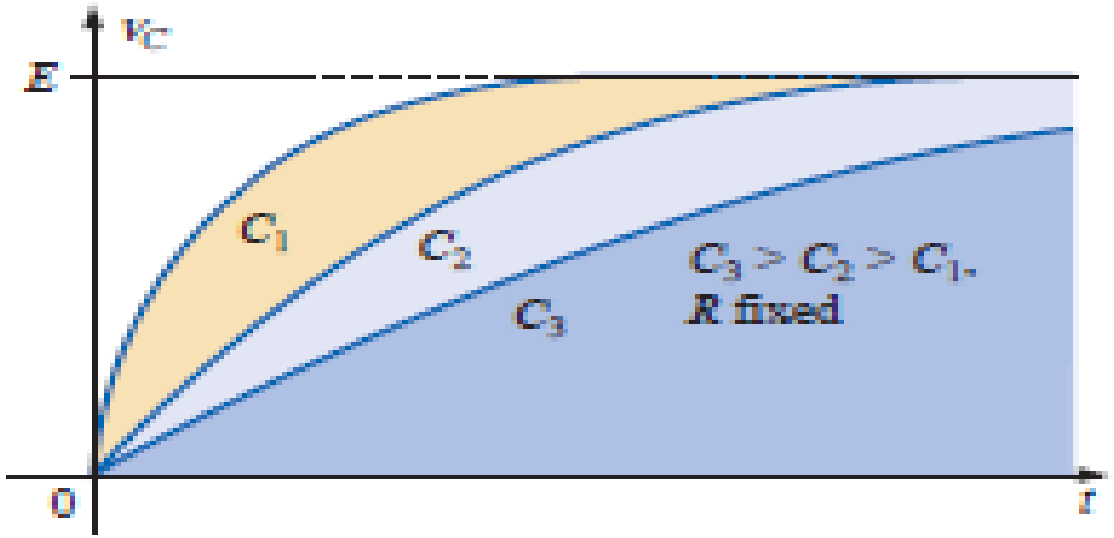
كما هو مبين في الشكل 3، الجهد عبر مكثف هو مصدر الجهد طالما أن :

$$i = i_c = i_R = 0\ [A]$$

$$V_R = i \cdot R = (0)\ R = 0\ [V]$$



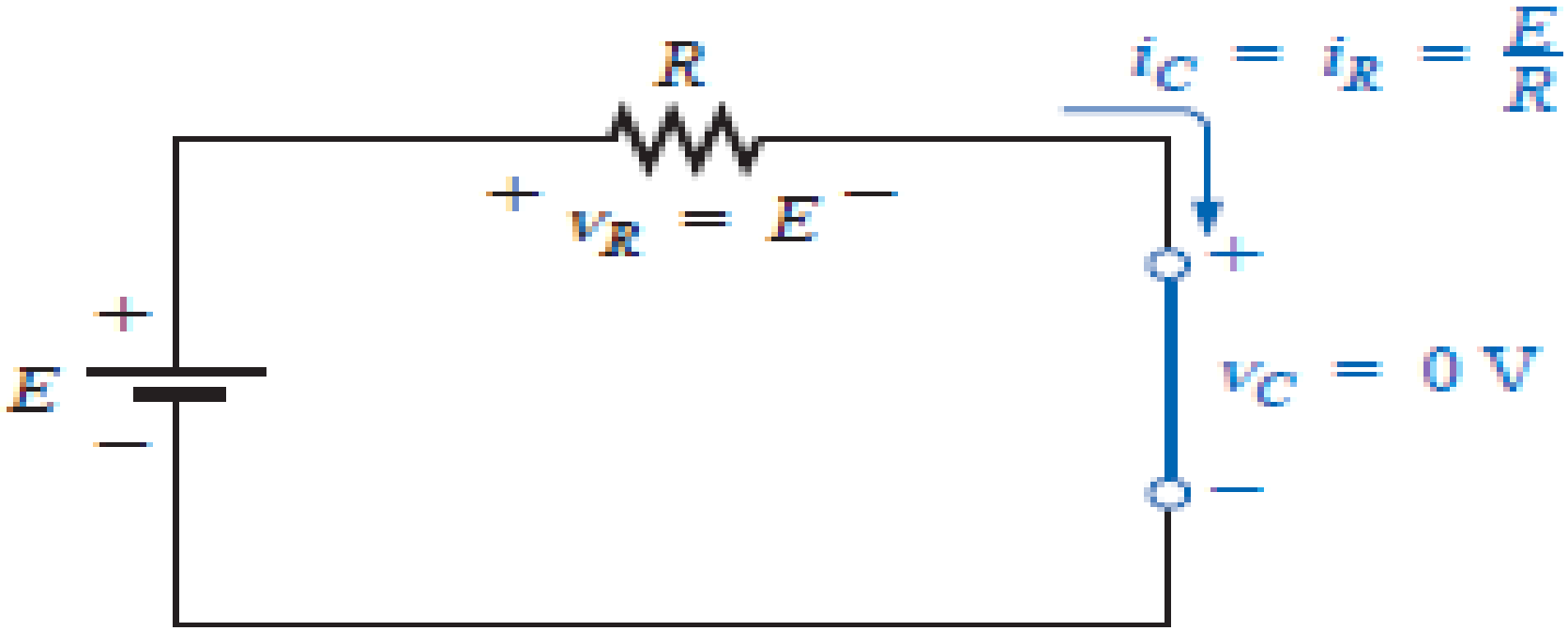
شكل 3



ومنه:

يمكن استبدال مكثف بدارة مفتوحة مكافئة بمجرد انتهاء مرحلة الشحن في شبكة التيار المستمر.

إذا عدنا للوراء في لحظة إغلاق القاطع نلاحظ أن المكثف يسلك سلوك **الدارة القصرى** في لحظة إغلاق القاطع بشبكة شحن التيار المستمر. كما هو مبين في الشكل التالي:



والتيار:

$$i = i_C = i_R = E/R$$

والتوتر:

$$v_C = E - v_R = E - i_R R =$$

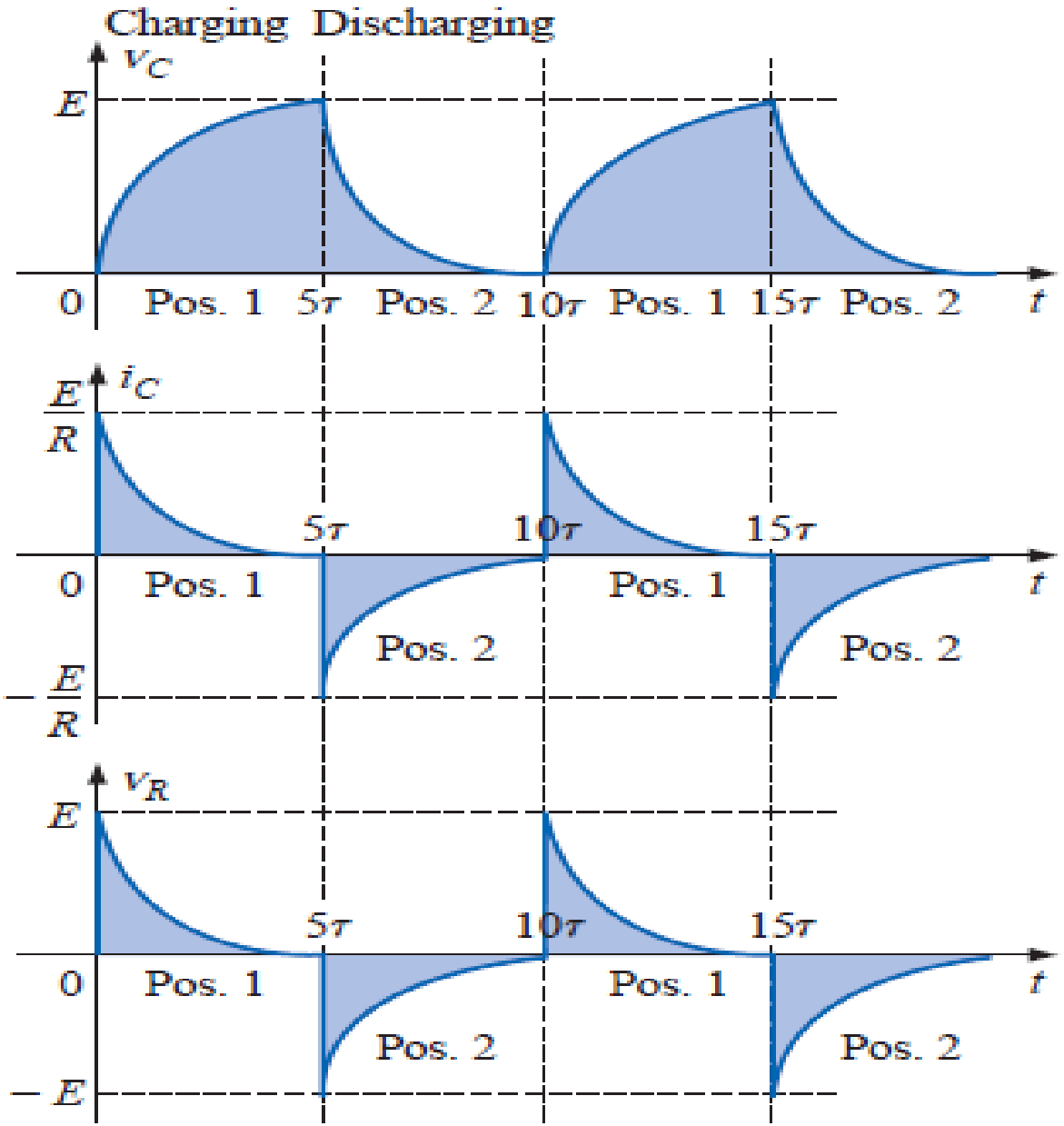
$$E - (E/R)R = E - E = 0 \text{ V at } t = 0 \text{ s.}$$

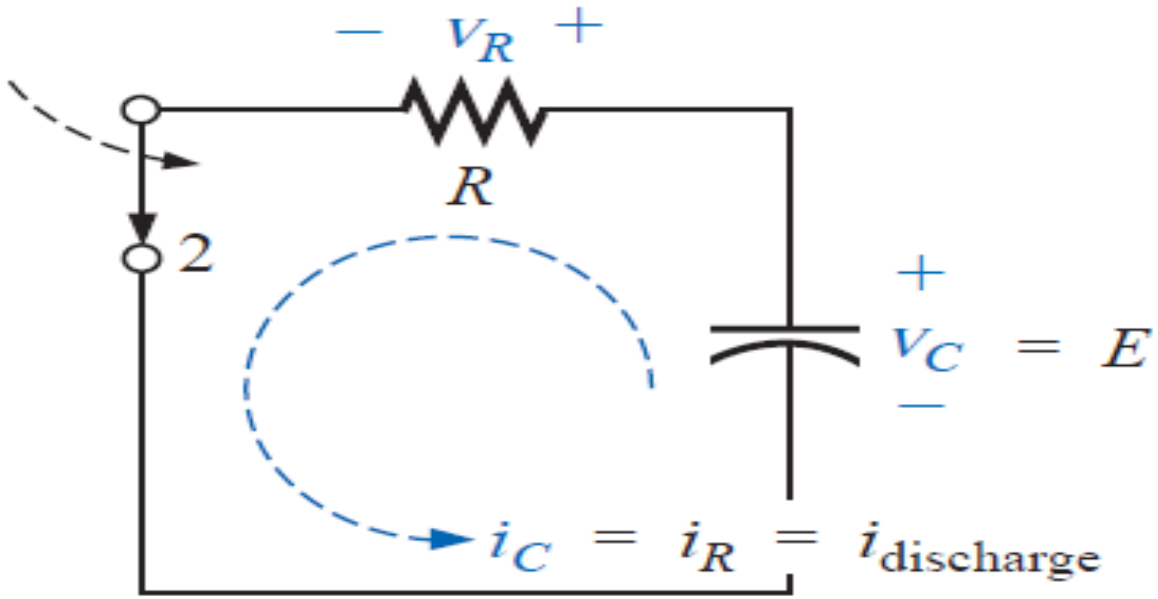
وبالتالي يمكن الحصول على العلاقة الرياضية التي تعطي تيار الشحن i_C

$$i_C = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

$$\tau = RC$$ [Second]

طور التفريغ:





$$v_C = Ee^{-t/RC}$$

الطاقة الكهربائية المختزنة في مكثف مشحون

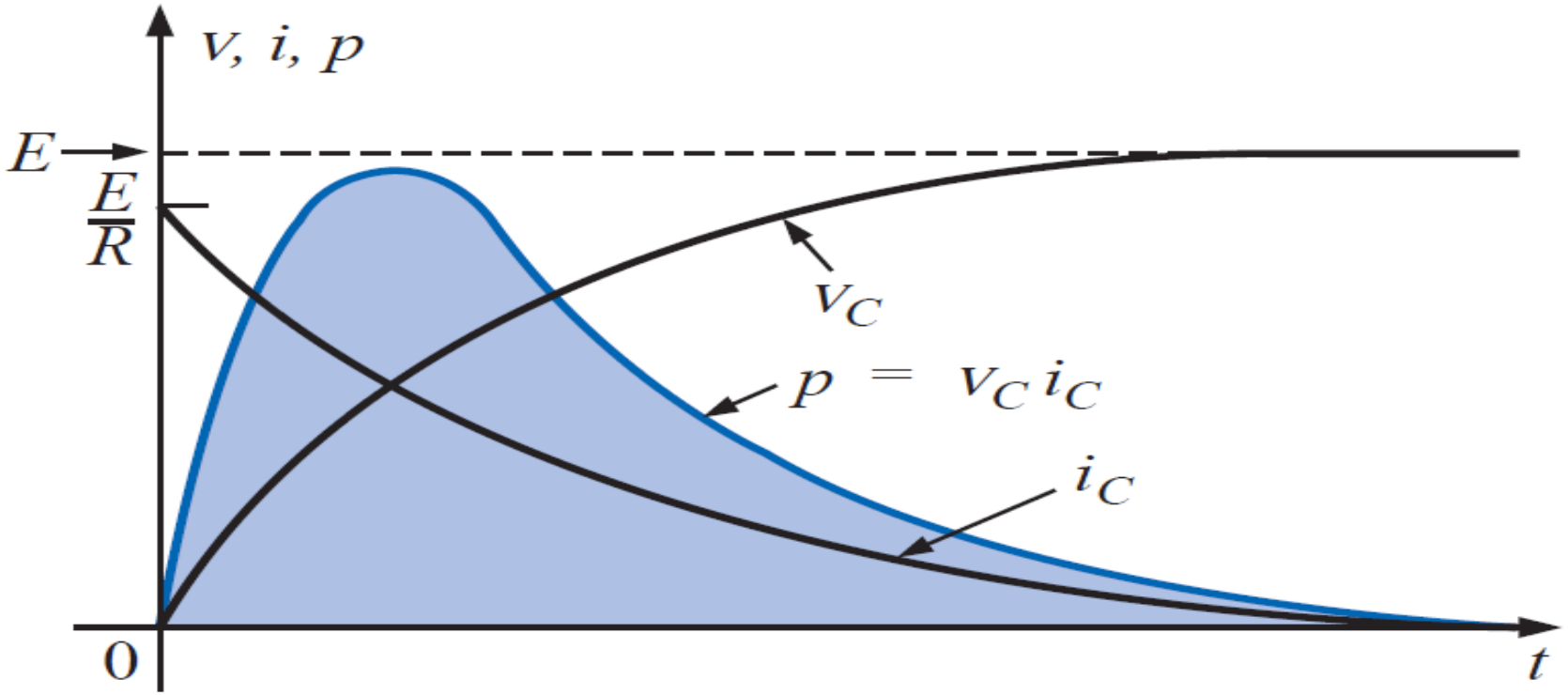
Storage Energy In A Charged Capacitor

إن مقدار الشحنة الكهربائية ***(q)*** في المكثف يتناسب مع فرق الجهد ***(V)*** بين طرفي المكثف الكهربائي، ومن المعلوم أن الجهد الكهربائي بين طرفي المكثف يبدأ من القيمة صفر ***(V = 0)*** عندما تكون الشحنة الكهربائية ***(q = 0)*** ثم يزداد تدريجياً إلى القيمة ***(V = E)*** عندما يكتمل شحن المكثف وتصل الشحنة الكهربائية إلى المقدار ***(q)***.

أثناء شحن المكثف فإن هناك عمل يبذل لنقل عنصر الشحنة dq من مصدر الشحنات الكهربائية (البطارية)، قيمة العمل المبذول يزداد بزيادة الشحنة على لوحي المكثف وذلك للتغلب على قوة التنافر الكهربائية بين الشحنات على لوح المكثف والشحنة المنقولة إليه، مقدار العمل يكافئ الطاقة المخزنة بالمكثف والتي تعتمد على مقدار الشحنة، فرق الجهد بين لوحي المكثف شدة المجال بينهما.

$$W_C = \frac{q^2}{2C}$$

يخزن المكثف الطاقة على شكل حقل كهربائي بين السطحين الناقلين والمكثف المثالي لا يبدد أي من الطاقة الواصلة إليه. ويظهر الشكل منحنيات الجهد والتيار والطاقة للمكثف أثناء مرحلة الشحن.
يمكن الحصول على منحنى الطاقة من خلال إيجاد جداء كل من الجهد والتيار في كل لحظة زمنية.
وتمثل الطاقة المخزنة في المنطقة المظللة تحت منحنى الطاقة. عن طريق حساب التكامل في المنطقة تحت المنحنى.



$$W_C = \frac{1}{2}CV^2$$

مسألة 4 :

مكثف مؤلف من طبقتين عازلتين مساحة كل منهما $30 \times 40\ Cm^2$، الأولى من الزجاج سماكتها $d_1 = 4\ mm$ و $\varepsilon_{r1} = 8$ ، والثانية سماكتها $d_2 = 1\ mm$ و $\varepsilon_{r2} = 3$. يطبق عليه توتر كهربائي $U = 10\ KV$ والمطلوب:

1- حساب السعة الكلية للمكثف.
2- التوتر على كل طبقة.
3- كثافة الشحنة على طرفي المكثف.
4- القدرة المختزنة في كل طبقة وفي المكثف.

الحل:

-1

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 s}{d_1} = \frac{8 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 40 \times 30 \times 10^{-4}}{4 \times 1 \times 10^{-3}} = 212.4 \times 10^{-11}\ F$$

$$C_1 = 2.124 \times 10^{-9}\ F$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_2 s}{d_2} = \frac{3 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 40 \times 30 \times 10^{-4}}{1 \times 1 \times 10^{-3}} = 318.6 \times 10^{-11}\ F$$

$$C_2 = 3.186 \times 10^{-9}\ F$$

$$C_{eq} = \frac{C_1 . C_2}{C_1 + C_2} = 1.275 \times 10^{-9}\ F$$

2- لحساب التوتر على كل طبقة يجب أن نحسب الشحنة الكلية:

$$q = U.C = 10 \times 10^3 \times 1.275 \times 10^{-9} = 1.275 \times 10^{-5}\ C$$

$$U_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{1.257 \times 10^{-5}}{2.124 \times 10^{-9}} = 6\ KV$$

$$U_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{1.257 \times 10^{-5}}{3.186 \times 10^{-9}} = 4\ KV$$

طريقة ثانية لحساب التوترات على المكثفات وذلك من خلال قانون مجزئ الجهد

$$U_1 = U\frac{C_2}{C_1 + C_2} \quad , \quad U_2 = U\frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

3 – كثافة الشحنة على أقطاب المكثف: Q

$$Q = \frac{q}{s} = \frac{1.275 \times 10^{-5}}{0.12} = 1.06 \times 10^{-4}\ C/m^2$$

4 – شدة الحقل في كل سعة:

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{6 \times 10^3}{4 \times 10^{-3}} = 1.5 \times 10^3\ \ [KV/m]$$

$$E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{4 \times 10^3}{1 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^3\ \ [KV/m]$$

طريقة ثانية لحساب شدة الحقل:

$$E_1 = \frac{Q}{\varepsilon_1} = \frac{1.06 \times 10^{-4}}{8 \times 8.85 \times 10^{-12}} = 1.5 \times 10^3\ KV$$

$$E_2 = \frac{Q}{\varepsilon_2} = \frac{1.06 \times 10^{-4}}{3 \times 8.85 \times 10^{-12}} = 4 \times 10^3\ KV$$

4 – القدرة المختزنة في كل طبقة من طبقات المكثف :

$$W_{C1} = \frac{1}{2} C_1 . {U_1}^2 = \frac{1}{2} \times 2.125 \times 10^{-9} \times 6000^2 = 38.25 \ mJ$$

$$W_{C2} = \frac{1}{2} C_2 . {U_2}^2 = \frac{1}{2} \times 3.19 \times 10^{-9} \times 4000^2 = 25.5 \ mJ$$

$$W_C = W_{c1} + W_{C2} = 63.75 \, mJ$$

أو :

$$W_C = \frac{1}{2} C_{eq} . U^2 = \frac{1}{2} \times 1.275 \times 10^{-9} \times 10000^2 = 63.75 \ mJ$$

مسألة 5 :

يتألف مكثف من صفيحتين مربعتين متماثلتين من الألمنيوم أبعاد الواحدة $10 \times 10\ cm^2$.
ماهي سعة المكثف إذا كانت المسافة بين اللبوسين 1cm والعازل بينهما الهواء ؟ إذا شحن المكثف بشحنة مقدارها ***500 PC***

1- ماهو فرق الكمون بين هاتين الصفيحتين ؟
2- ماهي قيمة السعة وفرق الكمون إذا أصبح العازل شمعاً ذو سماحية نسبية $\varepsilon_r = 4$ بدلاً من الهواء؟
3- ماهي قيم كل من شدة المجال (الحقل) الكهربائي وكثافة الشحنة الكهربائية في المكثف بحالتي الهواء والشمع؟

الحل

-1

$$C_1 = \varepsilon_o \frac{s}{d} = \frac{8.85 \times 10^{-12} F/m\ (0.1 \times 0.1) m^2}{0.01\ m} = 8.85 \times 10^{-12}\ [F]$$

$$U_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{500 \times 10^{-12}}{8.85 \times 10^{-12}} = 56.4\ V$$

-2

❖ عندما يصبح العازل **شمعاً** تتغير ε وتزداد السعة 4 مرات

$$C_2 = 4 \times 8.85 = 35.4\ P\ F$$

ويتناقص الكمون بنفس القيمة:

$$U_2 = \frac{56.4\ V}{4} = 14.1\ V$$

3- شدة المجال و كثافة الشحنة:

شدة المجال:

$$E_1 = \frac{U_1}{d} = \frac{56.4}{0.01} = 5640\ V/m$$

كثافة الشحنة:

$$Q_1 = \varepsilon_o E_1 = 8.85 \times 10^{-12} \times 5640 = 5 \times 10^{-8}\ C/m^2$$

❖ عندما يصبح العازل **شمعاً** تصبح شدة المجال وكثافة الشحنة:

$$E_2 = \frac{U_2}{d} = \frac{14.1}{0.01} = 1410 \ \ V/m$$

$$Q_2 = \varepsilon_o \varepsilon_r E_2 = 8.85 \times 10^{-12} \times 4 \times 1410 = 5 \times 10^{-8} \ C/m^2$$

ملاحظة: نلاحظ أن كثافة الشحنة لم تتغير بتغير نوع العازل.

مسألة 6 :

يتألف مكثف من لبوسين معدنيين متوازيين سطح كل منهما $100\times100\ cm^2$ والبعد بينهما $2\ mm$ سماحية العازل بينهما النسبية $\varepsilon_r = 3.5$ ، فإذا طبق فرق كمون بين اللبوسين مقداره $500\ V$ احسب:

1 – سعة المكثف.

2 – شحنة المكثف.

3- كثافة الحقل (الشحنة) الكهربائي.

4- تدرج الكمون (شدة الحقل الكهربائي).

الحل:

-1

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} = \frac{8 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 3.5 \times (100 \times 100) 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} = 15.5 \times 10^{-9}\ F$$

-2

$$q = C.U = 15.5 \times 10^{-19} \times 500 = 7.75 \times 10^{-6}\ C$$

-3

$$Q = \frac{q}{s} = \frac{7.75 \times 10^{-6}}{(1 \times 1)^2} = 7.75 \times 10^{-6}\ C/m^2$$

4-

المقصود بتدرج الكمون هو شدة الحقل ويحسب بطريقتين:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{500}{2 \times 10^{-3}} = 25 \times 10^{4}\ V/m$$

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{7.75 \times 10^{-6}}{5.85 \times 10^{-12} \times 3.5} = 25 \times 10^{4}\ V/m$$

مسألة 7:

مكثف يتألف من صفيحتين متوازيتين مربعتين طول ضلع كل منهما 30 Cm والمسافة بينهما 2 mm، وضع بينهما عازلين سماكة كل منهما 1 mm، السماحية النسبية للعازل الأول $\varepsilon r_1 = 3$ وللثاني $\varepsilon r_2 = 5$، إذا طبق بينهما فرق كمون 500 V أوجد تدرج الكمون في كل من العازلين.

الحل:

بما أن كثافة الشحنة الكهربائية متساوية في العازلين:

ومنه

$$Q = \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} E_2 \Rightarrow \varepsilon_{r1} E_1 = \varepsilon_{r2} E_2$$

$$3E_1 = 5E_2$$

إن فرق الكمون بين اللبوسين

$$V = E_1 d_1 + E_2 d_2$$

$$500 = E_1 \times 10^{-3} + E_2 \times 10^{-3}$$

$$E_1 = 3.125 \times 10^5 \, V/m, \quad E_2 = 1.875 \times 10^5 \, V/m$$

مسألة 8:

سعة مكثفين عند وصلهما على التسلسل $0.03\ \mu F$ وعند وصلهما على التفرع $0.16\ \mu F$ أوجد سعة كل من المكثفين.

الحل:

1- على التسلسل:

$$C_{eq1} = \frac{C_1 . C_2}{C_1 + C_2} = 0.03\ \mu F$$

2- على التفرع (التوازي):

$$C_{eq2} = C_1 + C_2 = 0.16\ \mu F$$

ومنه

$$\Rightarrow C_1 = 0.12\ \mu F$$

ومنه

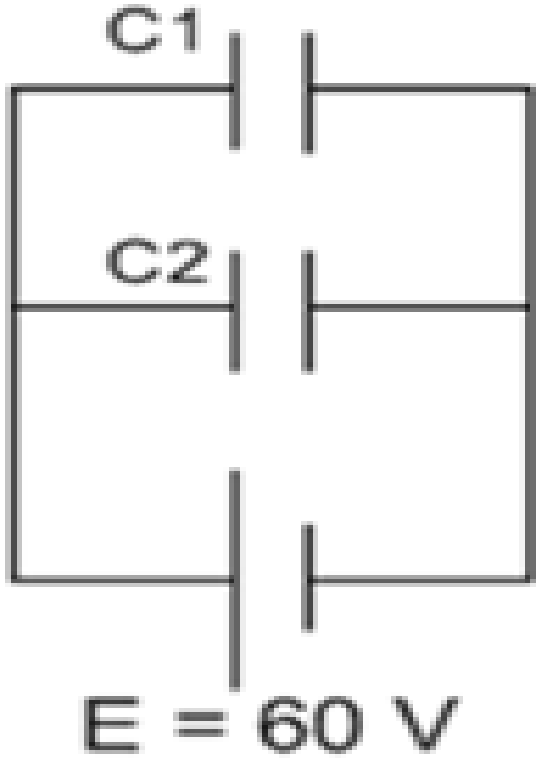
$$\Rightarrow C_2 = 0.04\ \mu F$$

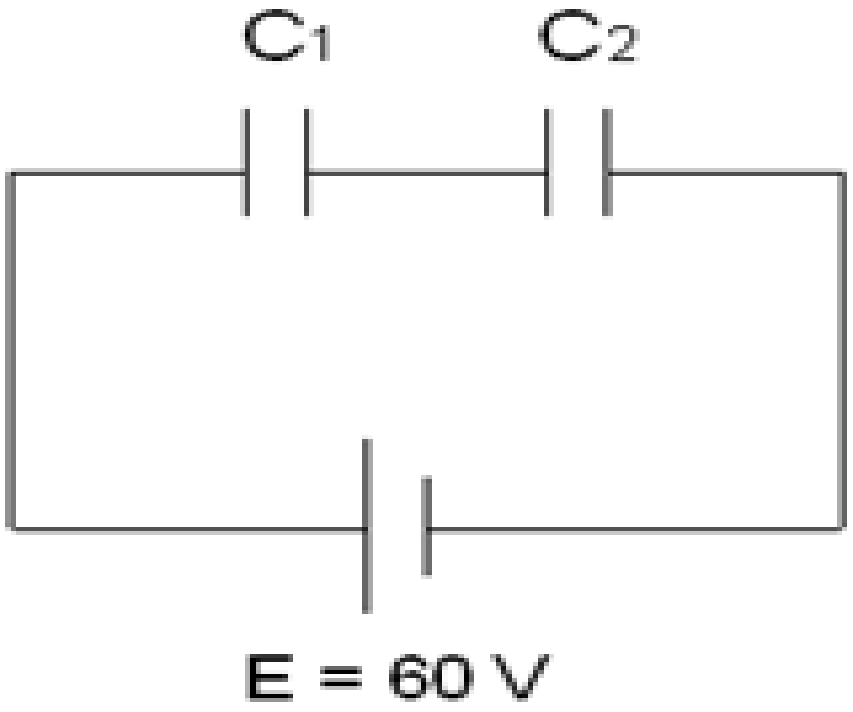
مسألة 9:

مكثفان سعة الأول 4 μF وسعة الثاني 2 μF ، ربطا على التسلسل مع بطارية 60 V . أوجد

1- التوتر على طرفي كل من المكثفين، وشحنة كل من المكثفين.

2- الشحنة النهائية لكل مكثف إذا غير الربط وأصبح تفرعياً





الحل:

$$V_1 = E\frac{C_2}{C_1 + C_2} = 60\frac{2}{4+2} = 20\ V$$

$$V_2 = E\frac{C_1}{C_1 + C_2} = 60\frac{4}{4+2} = 40\ V$$

$$q_1 = V_1 C_1 = 20 \times 4 \times 10^{-6} = 80 \times 10^{-6}\ C$$

$$q_1 = q_2 = V_2 C_2 = 40 \times 2 \times 10^{-6} = 80 \times 10^{-6}\ C$$

عند الربط على التفرع يتغير توزيع الشحنات على المكثفين

$$V_1' = V_2' = 60\ V$$

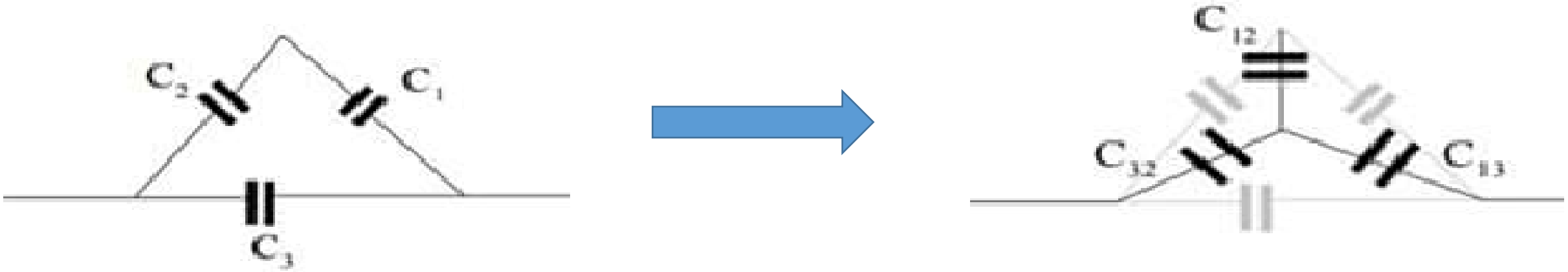
$$q_1' = V_1'\, C_1 = 60 \times 4 \times 10^{-6} = 240 \times 10^{-6}\ [C]$$

$$q_2' = V_2'\, C_2 = 60 \times 2 \times 10^{-6} = 120 \times 10^{-6}\ [C]$$

$$q_t' = 240 \times 10^{-6} + 120 \times 10^{-6} = 360 \times 10^{-6}\ [C]$$

تحويلات مثلثي – نجمي / نجمي - مثلي في المكثفات:

قوانين التحويل من مثلثي Δ إلى نجمي Y :

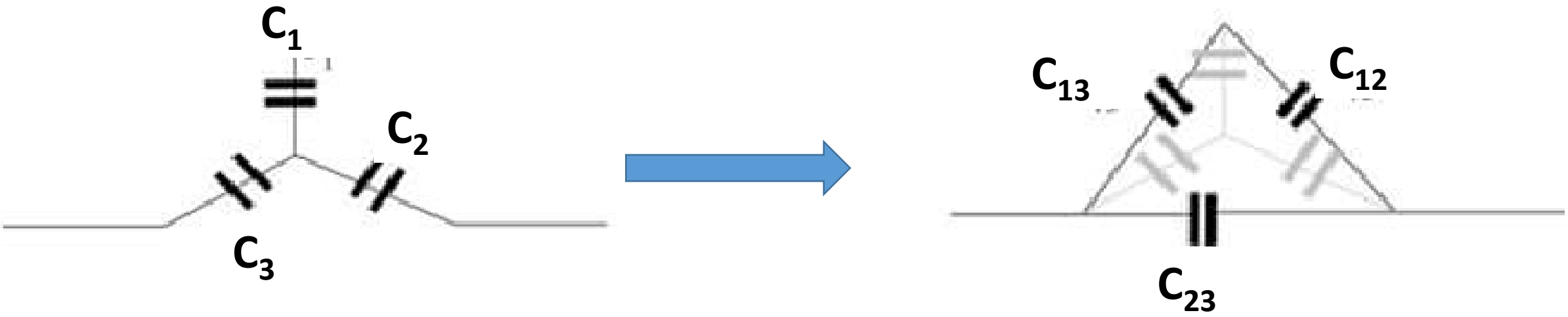


$$C_{12}=C_1+C_2+\frac{C_1C_2}{C_3}$$

$$C_{32}=C_3+C_2+\frac{C_3C_2}{C_1}$$

$$C_{13}=C_1+C_3+\frac{C_1C_3}{C_2}$$

قوانين التحويل من نجمي Y إلى مثلثي Δ:



$$C_{13} = \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3 + C_2}$$

$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_3 + C_2}$$

$$C_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_1 + C_3 + C_2}$$