

**السؤال الأول :** جد نهاية كل من التوابع التالية عند  $a$  المُعطاة :

1)  $f(x) = \frac{2\pi x \cdot \tan(x)}{x^2 + \sin^2(x)}$  ;  $a = 0$

2)  $f(x) = \frac{\cos(3x) - \cos(x)}{x \cdot \sin(x)}$  ;  $a = 0$

3)  $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}$  ;  $a = -2, -\infty$

**السؤال الثاني :**

- (i) ليكن  $f$  التابع المُعرَّف على  $]-\infty, -2[$  وفق :  $f(x) = \frac{-x^2 - 2x + \sin(x) - 2}{x+2}$ .  
أثبت أنَّ المستقيم المنصَّف للربع الثاني مقارب مائل للتابع ، وادرس الوضع النسبي بينهما .
- (ii) أثبت أنَّ للمعادلة  $2x - \cos(x) = 0$  حلاً وحيداً  $\alpha$  في  $R$  ثمَّ بيِّن أنَّ  $\alpha \in ]0, \frac{\pi}{6}[$ .

**السؤال الثالث :** يرمز  $E(x)$  إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي  $x$ . ليكن  $f$  تابعاً مُعرِّفاً وفق :  $f(x) = \frac{2x - E(x)}{3x}$ . المطلوب :

- (1) اكتب  $f(x)$  بصيغة مستقلة عن  $E(x)$  على  $I = [1, 3]$ .
- (2) هل  $f$  مستمر على  $I = [1, 3]$ ؟ علِّل .
- (3) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $f(-1.1)$ .

**السؤال الرابع :**  $C$  هو الخط البياني للتابع  $f$  المُعرَّف على  $R$  وفق :  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$ . المطلوب :

- (1) اكتب  $x^2 - 4x + 5$  بالصيغة القانونية .
- (2) استنتج  $\Delta$  معادلة المقارب المائل للخط  $C$  في جوار  $-\infty$ .
- (3) ادرس الوضع النسبي بين الخط  $C$  ومقاربه  $\Delta$ .

**السؤال الخامس :**

(i)  $f$  و  $g$  تابعان مُعرِّفان وفق :  $f(x) = \frac{1}{4-3\sin(2x)}$  و  $g(x) = \frac{x+2\cos(x)}{4-3\sin(2x)}$ . المطلوب :

(1) أثبت أنَّ  $f$  محدود . استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .

(ii) ليكن  $f$  التابع المُعرَّف على  $R_+$  وفق :  $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{2+x}$ . المطلوب :

(1) تحقِّق أنَّ  $f(x) = \frac{-2}{\sqrt{x} + \sqrt{2+x}}$ . (2) استنتج أنَّ  $\frac{-1}{\sqrt{x}} \leq f(x) \leq \frac{-1}{\sqrt{2+x}}$  ، ثمَّ احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

**السؤال السادس :**  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المُعرَّف على  $[0, +\infty[ \setminus \{1\}$  وفق :  $f(x) = |x-1| + \frac{x}{x-1}$ . المطلوب :

- (1) احسب نهاية التابع عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة المقارب الشاقولي للخط  $C$ .
- (2) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$  ، وفسِّر النتيجة هندسياً .
- (3) ادرس تغيّرات التابع  $f$  ونظِّم جدولاً بها .
- (4) أثبت أنَّ للمعادلة  $f(x) = 0$  حل وحيد  $\alpha$  يُحقِّق  $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ .
- (5) في معلم متجانس ارسم  $C$  مع مقارباته ، واستنتج رسم الخط  $C_h$  حيث :  $h(x) = |f(x)|$ .
- (6) ناقش بحسب قيم العدد الحقيقي  $\lambda$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = \lambda$ .