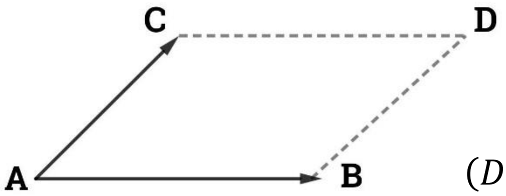
الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن الأسئلة التالية:



السؤال الأول: ليكن $ABDC$ متوازي أضلاع كما هو موضّح جانباً **والمطلوب:**

1. عيّن النقطة N التي تحقق العلاقة الشعاعية: $2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

2. عبّر عن A بصفتها مركز أبعاد متناسبة للنقاط المثقلة (B,β) , (C,γ) , (D,δ) حيث β و γ و δ أعداد حقيقية يُطلب تعيينها.

السؤال الثاني: في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقاط $A(0,2,3)$, $B(2,-2,1)$ **والمطلوب:**

1. أعطِ إحداثيات النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.

2. اكتب معادلة المستوي المحوري P للقطعة المستقيمة $[AB]$.

3. اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P.

السؤال الثالث: نتأمّل في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ المستويات المحددة بالعلاقات:

$$P: x - y - z = 1 \quad Q: 2x + y + z = 2 \quad R: y - z - 2 = 0$$

1. أثبت أنّ المستويات الثلاثة متعامدة مثنى مثنى.

2. جد إحداثيات نقطة تقاطع المستويات الثلاثة.

ثانياً: أجب عن التمارين التالية:

التمرين الأول: في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقاط $A(1,0,2)$, $B(2,1,1)$, $C(3,1,2)$ **والمطلوب:**

1. أوجد إحداثيات النقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,-1)$, $(B,2)$, $(C,1)$

2. عيّن طبيعة Γ مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ من الفراغ التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}\right\| = 4$.

3. أعطِ معادلة للمجموعة Γ.

يتبع في الصفحة الثانية...

إعداد: طارق صنّاع

0938 833 248

الصفحة الثانية

التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، لدينا المستقيمين d',d اللذين معادلتيهما:

$$d:\begin{cases} x+z=2 \\ 2x-2y+z=1 \end{cases} \quad \text{و} \quad d':\begin{cases} x=2-t \\ y=t \\ z=t \end{cases} ;t\in\mathbb{R}$$

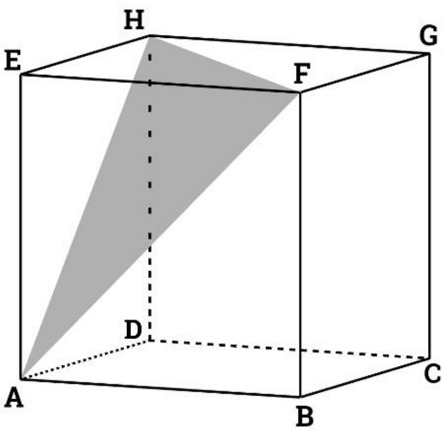
أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d، ثم بيّن فيما إذا كان المستقيمان متقاطعين في نقطة واحدة يُطلب تعيينها.

التمرين الثالث: لدينا في معلم متجانس الشعاعان $\vec{u}(1,-1,1)$, $\vec{v}(0,1,1)$ والنقطة $A(1,2,-1)$ **والمطلوب:**

1. تحقّق أنّ $\vec{n}(2,1,-1)$ يعامد كلاً من $\vec{u}$, $\vec{v}$.
2. ماذا تمثّل ε مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ المحققة للعلاقة: $\overrightarrow{AM}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$ حيث α , β عددان حقيقيان.
3. أعطِ معادلة ε.

<u>ثالثاً: حل المسألتين الاتيتين:</u>

المسألة الأولى: نتأمل جانباً $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 1، فيه I منتصف $[AF]$ و J منتصف $[FH]$ و K مركز ثقل المثلث AFH، باتّخاذ معلم متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ **والمطلوب:**



1. عيّن إحداثيات النقاط F,H,I,J,K.
2. بيّن طبيعة المثلث AFH، واحسب مساحته.
3. اكتب معادلة المستوي (AFH).
4. أثبت أنّ النقطة K هي المسقط القائم للنقطتين C , E على المستوي (AFH).
5. احسب بُعد النقطة E عن المستوي (AFH).
6. احسب حجم رباعي الوجوه $(AFEH)$.

طلب إضافي: **استنتج** حجم الهرم $(A-FGHE)$.

انتهت الأسئلة

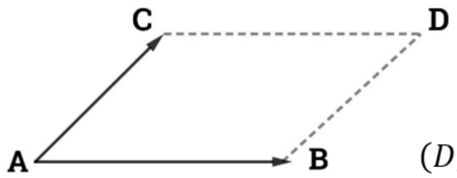
0938 833 248

إعداد: طارق صنّاع

الحل المقترح

السؤال الأول:

<u>أولاً: أجب عن الأسئلة التالية:</u>



السؤال الأول: ليكن $ABDC$ متوازي أضلاع كما هو موضّح جانباً **والمطلوب:**

1. عيّن النقطة N التي تحقق العلاقة الشعاعية: $2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

2. عبّر عن A بصفتها مركز أبعاد متناسبة للنقاط المثقلة $(D,\delta)\,,(C,\gamma)\,,(B,\beta)$ حيث β و γ و δ أعداد حقيقية يُطلب تعيينها.

الخطوة		الدرجة
1	$2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}\right) + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC}$ إذن N تنطبق على C	
2	انطلاقاً من العلاقة الشعاعية السابقة مع تعويض $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC}$ نجد: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \vec{0} \Rightarrow \beta = 1\,,\ \gamma = 1\,,\ \delta = -1$	

السؤال الثاني:

السؤال الثاني: في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقاط $A(0,2,3)\,,B(2,-2,1)$ **والمطلوب:**

1. أعطِ إحداثيات النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.

2. اكتب معادلة المستوي المحوري P للقطعة المستقيمة $[AB]$.

3. اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P.

الخطوة		الدرجة
1	$I(1,0,2)$	
2	$\overrightarrow{AB} = \vec{n}(2,-4,-2) \Rightarrow P: x - 2y - z + 1 = 0$	
3	$(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 6$	

السؤال الثالث:

السؤال الثالث: نتأمّل في معلم متجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$ المستويات المحددة بالعلاقات:

$$P: x-y-z=1 \quad Q: 2x+y+z=2 \quad R: y-z-2=0$$

1. أثبت أنّ المستويات الثلاثة متعامدة مثنى مثنى.
2. جد إحداثيات نقطة تقاطع المستويات الثلاثة.

الخطوة		الدرجة
1	حساب الجداء الداخلي للنواظم	
2	$I(1,1,-1)$	

السؤال الرابع:

التمرين الأول: في معلم متجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$ النقاط $A(1,0,2)$, $B(2,1,1)$, $C(3,1,2)$ **والمطلوب:**

1. أوجد إحداثيات النقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,-1)$, $(B,2)$, $(C,1)$
2. عيّن طبيعة Γ مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ من الفراغ التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right\|=4$.
3. أعطِ معادلة للمجموعة Γ.

الخطوة		الدرجة
1	$x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma}$ و $y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}$ و $z_G=\frac{\alpha z_A+\beta z_B+\gamma z_C}{\alpha+\beta+\gamma}$ $G\left(3,\frac{3}{2},1\right)$	
2	$\left\|\overrightarrow{MG}\right\|=2$ $\Leftarrow$ معادلة كرة مركزها $G\left(3,\frac{3}{2},1\right)$ ونصف قطرها $r=2$	
3	$(x-3)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+(z-1)^2=4$	

السؤال الخامس:

التمرين الثاني: في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، لدينا المستقيمين d',d اللذين معادلتيهما:

$$d':\begin{cases}x=2-t\\y=t\\z=t\end{cases};t\in\mathbb{R} \quad \text{و} \quad d:\begin{cases}x+z=2\\2x-2y+z=1\end{cases}$$

أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d، ثم بيّن فيما إذا كان المستقيمان متقاطعين في نقطة واحدة يُطلب تعيينها.

الخطوة		الدرجة
1	$d:\begin{cases}x=-1+2\lambda\\y=\lambda\\z=3-\lambda\end{cases};\lambda\in\mathbb{R}$	
2	$I(1,1,-1)$	

السؤال السادس:

التمرين الثالث: لدينا في معلم متجانس الشعاعان $\vec{u}(1,-1,1)$, $\vec{v}(0,1,1)$ والنقطة $A(1,2,-1)$ **والمطلوب:**

1. تحقّق أنّ $\vec{n}(2,1,-1)$ يعامد كلاً من $\vec{u}$, $\vec{v}$.
2. ماذا تمثّل ε مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ المحققة للعلاقة: $\overrightarrow{AM}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$ حيث α , β عددان حقيقيان.
3. أعطِ معادلة ε.

الخطوة		الدرجة
1	$\vec{n}.\vec{v}=0$ و $\vec{n}.\vec{u}=0$	
2	ε : معادلة المستوي الموجَّه بالشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$	
3	$\begin{pmatrix}x-1\\y-2\\z+1\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$ بالمطابقة نجد: $x-1=\alpha\ ,\ \ y-2=\beta-\alpha\ ,\ \ z+1=\alpha+\beta$	
4	$\varepsilon: 2x+y-z=4$	

0938 833 248

إعداد: طارق صنّاع

Tarek Sannaa
Maths Teacher
0938833248

السؤال السابع:

الخطوة		الدرجة
1	$K\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right), J\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},1\right), I\left(\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right), H(0,1,1), F(1,0,1)$	
2	المثلث AFH متساوي الأضلاع ويمكن حساب مساحته من خلال طول ضلعه a $S_{AFH}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$	
3	$(AFH): x+y-z=0$	
4	من الواضح أنّ النقطة K تنتمي إلى (AFH) و (EC)، وبملاحظة $(EC)\perp(AFH)$ لأن $\overrightarrow{EC},\vec{n}$ مرتبطان خطياً، ومنه K هي المسقط القائم للنقطتين على المستوي(AFH)	
5	$dist_{(E,AFH)}=\frac{1}{\sqrt{3}}$	
6	$v_{AFEH}=\frac{1}{3}S_{AFH}\times h\ ;\ h=dist_{(E,AFH)}$	
	$v_{A-FGHE}=2v_{AFEH}$	

نهاية الحل المقترح

للمزيد تابعوني على

Telegram Whatsapp Facebook