حالات عدم التعيين

$\frac{\infty}{\infty}$ -3 $\infty - \infty$ -1

$0(\infty)$ -4 $\frac{0}{0}$ -2

$(1)^{\infty}$ -5

أولاً: حالة $\infty - \infty$

- سحب عامل مشترك
- الضرب بالمرافق

ex: $f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$, $a = +\infty$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty - \infty$ ت.ع.ح

إذا كان $\sqrt{x^2} = x$

نضرب بالمرافق

$$\frac{(\sqrt{x^2+1} - x)(\sqrt{x^2+1} + x)}{(\sqrt{x^2+1} + x)}$$

المرافق: نفس المقدار فقط نغير الإشارة

في البدل لدينا متطابقة من الشكل

$(x-a)(x+a) = x^2 - a^2$

$$\frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$$

$x \to \infty$ $\frac{1}{\infty} = 0$

مثال عن حالة سحب عامل مشترك:

$f(x) = \sqrt{2x^2+1} - 3x$, $a = \infty$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty - \infty$ ت.ع.ح

نلاحظ أنه $\sqrt{2x^2} = x\sqrt{2}$

حدوده غير موجود بجانبه

لإزالة هذه الحالة نستخدم طريقة سحب عامل مشترك.

$= \sqrt{x^2(2+\frac{1}{x^2})} - 3x$

$= |x|\sqrt{2+\frac{1}{x^2}} - 3x$

$= x\sqrt{2+\frac{1}{x^2}} - 3x$

$= x\left[\sqrt{2+\frac{1}{x^2}} - 3\right]$

$x \to \infty = -\infty$

ثانياً: حالة $\frac{\infty}{\infty}$

لإزالتها: إذا كان لدينا تابع كسري جذري وظهرت معنا حالة $\frac{\infty}{\infty}$ نسحب عامل مشترك

ex: $f(x) = \frac{x+\sqrt{x}}{x+1}$, $a = \infty$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty}$ ت.ع.ح

$$\frac{x(1+\frac{\sqrt{x}}{x})}{x(1+\frac{1}{x})}$$

$x = \sqrt{x}.\sqrt{x}$

$$\Rightarrow \frac{1+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}.\sqrt{x}}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{1+\frac{1}{\sqrt{x}}}{1+\frac{1}{x}}$$

$x \to \infty = 1$

Mr: Ahmad Ajjan
Alhadid
0956546519

حالة $\frac{0}{0}$

ضرب بالمرافق

تحليل البسط أو المقام

مثال: $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$

$a=0$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\dfrac{0}{0}$ ع.ع.ت

ملاحظة: إذا كان لدينا تابع آسري جذري وظهر لنا حالة $\frac{0}{0}$ نضرب ونفسر بالمرافق

$$\Rightarrow \frac{(\sqrt{x^2+1}-1)(\sqrt{x^2+1}+1)}{x(\sqrt{x^2+1}+1)}$$

$$=\frac{x^2+1-1}{x(\sqrt{x^2+1}+1)}$$

$$=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}+1} \Rightarrow$$

$x\to 0 \quad \frac{0}{2}=0$

مثال: $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x^2+x}$

$a=-1$

$\lim\limits_{x\to -1} f(x)=\dfrac{0}{0}$ ع.ع.ت

لدينا $1+x=\sqrt{1+x}\cdot\sqrt{1+x}$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{1+x}\cdot\sqrt{1+x}-1}{x(x+1)}$$

$$=\frac{\sqrt{1+x}\cdot\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x}}{x(x+1)}$$

$$=\frac{\sqrt{1+x}(\sqrt{1+x}-1)}{x(x+1)}$$

$$=\frac{\sqrt{1+x}}{x}$$

وعند $x\to -1 = 0$

$f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$

$a=2$

$\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\dfrac{0}{0}$ ع.ع.ت

نحلل البسط $x^2-4=(x-2)(x+2)$

$$=\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}=x+2$$

عندما $x\to 2 = 4$

$f(x)=\dfrac{x^3+x^2-2}{x-1}$

$a=1$

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\dfrac{0}{0}$ ع.ع.ت

نلاحظ أن البسط درجة ثالثة نقوم بتحليل البسط باستخدام قسمة إقليدية

$$\begin{array}{r|l} x^3+x^2-2 & x-1 \\ \hline -x^3+x^2 & x^2+2x+2 \\ \hline 0+2x^2-2 & \\ -2x^2+2x & \\ \hline 2x-2 & \\ 2x-2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$x^3+x^2-2=(x-1)(x^2+2x+2)$

$$\Rightarrow \frac{(x-1)(x^2+2x+2)}{(x-1)}$$

$x\to 1 = 5$

$f(x)=\dfrac{x^2-9}{x-3}$

$a=3$

$\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\dfrac{0}{0}$

ع.ع.ت

نحلل البسط

$x^2-9=(x-3)(x+3)$

$$\frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)}=x+3$$

$\lim\limits_{x\to 3} x+1=6$

حكمة بليغة الرياضيات

إذا لم تكن مركز الدائرة

فكن قطرها

فلا محيط ولا مساحة

بدونك

MR: Ahmad Ajjan
Al hadid
0956546519