الرياضيات		النموذج الثاني
نماذج امتحانية		المدة : ثلاث ساعات
البكالوريا السورية 2024		الدرجة : ستمائة

أولاً : أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $R\backslash\{-1,2\}$ خطه البياني C

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖		$-$		‖	$+$	
$f(x)$	0 ↗		$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0

1) اكتب معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي للخط C

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

3) جد حلول المتراجحة $f'(x)<0$

4) جد مجموعة تعريف التابع : $g: x \mapsto \ln\big(-f(x)\big)$

السؤال الثاني :

في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نتأمل المستقيمين $d\ ,\acute{d}$

$$d:\begin{cases}x=2t+3\\ y=-3t-3\\ z=4t+6\end{cases}\ ;t\in R \quad \text{و} \quad \acute{d}\begin{cases}x=-4s+1\\ y=6s\\ z=-8s+2\end{cases}\ ;s\in R$$

اثبت أن المستقيمين $d\ ,\acute{d}$ منطبقان

السؤال الثالث :

ليكن f التابع المعرف على المجال $I=[1,+\infty[$ وفق $f(x)=x+\sqrt{x-1}$ أثبت أنَ $f(I)=I$

السؤال الرابع :

ليكن f التابع المعرف على $R\backslash\{0\}$ وفق : $f(x)=2+x\sin\frac{1}{x}$

1) تحقق أن $|f(x)-2|\le|x|$ أياً كانت $x\in R\backslash\{0\}$.

2) استنتج نهاية التابع f عند الصفر .

السؤال الخامس:

حل في R المعادلة : $4^x-3\times2^x+2=0$

ثم استنتج حلول المتراجحة : $4^x-3\times2^x+2>0$

السؤال السادس :

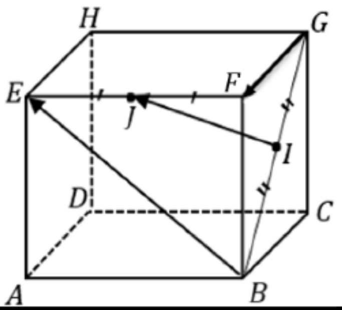
مغلف يحوي 7 بطاقات متماثلة مرقمة $\{1,2,3,\dots,7\}$ سحب من المغلف ثلاث بطاقات معاً

1) ما عدد النتائج المختلفة لهذ السحب

2) ما عدد النتائج المختلفة لظهور ثلاثة أرقام مجموعها من مضاعفات العدد 2

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية : (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني - 60 للتمرين الثالث)

التمرين الأول :



$ABCDEFGH$ مكعب و I منتصف $[BG]$ و J منتصف $[EF]$

1) أثبت أنّ الأشعة $\overrightarrow{IJ},\overrightarrow{GF},\overrightarrow{BE}$ مرتبطة خطياً

2) استنتج أنّ المستقيم (IJ) يوازي المستوي (CBE)

يتبع في الصفحة الثانية

الصفحة الثانية

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق : $u_n = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}$ والمطلوب :

1) بيّن أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ تكتب بالصيغة : $u_n = a + b\left(\frac{1}{2}\right)^n$ حيث $a\,,b$ عددان حقيقيان يطلب تعيينهما .

2) إذا علمت أنّ : $a = 1 \;\;,\;\; b = -1$

ولنعرف المتتالية $(t_n)_{n\geq1}$ وفق : $t_n = 1 + \frac{1}{n}$ أثبت أنّ المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ و $(t_n)_{n\geq1}$ متجاورتان .

التمرين الثالث : في المستوي العقدي المنسوب الى المعلم المتجانس $(o\,,\vec{u}\,,\vec{v})$ لدينا النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية : $z_A = \sqrt{3}+i$ و $z_B = \sqrt{3}-i$ و $z_C = 3\sqrt{3}+i$ على الترتيب

1) عين مجموعة النقاط $M \neq B$ التي تجعل العدد العقدي $\dfrac{z_M - z_C}{z_M - z_B}$ تخيلياً بحتا .

2) جد العدد العقدي z_D الممثل للنقطة D صورة النقطة B وفق الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3) جد العدد العقدي $w = z_A - z_B$ ثم حل في C المعادلة $z^2 = w$.

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى :

أولاً – يحتوي صندوق U_1 على كرتين حمراوين وثلاث كرات زرقاء، ويحتوي صندوق U_2 على n كرة حمراء وكرتين زرقاوين

نختار بشكل عشوائي أحد الصندوقين ونسحب منه عشوائياً كرة واحدة .

ليكن الحدث R الحصول على كرة حمراء و ليكن الحدث B الحصول على كرة زرقاء

إذا علمت أن $P(U_1|R) = \frac{2}{5}$ ، فاحسب n عدد الكرات الحمراء في الصندوق U_2 .

ثانياً – نأخذ الصندوق U_1 الذي يحتوي على كرتين حمراوين وثلاث كرات زرقاء و نسحب منه كرة نسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق مع إضافة كرة من لونها بعدها نسحب كرة واحدة من الصندوق .

و ليكن X متحولاً عشوائياً يدل على عدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق بعد السحب الثاني .

عيّن قيم المتحول العشوائي X ، واكتب قانونه الاحتمالي و احسب توقعه الرياضي .

المسألة الثانية :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I =]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ والمطلوب :

1) جد نهاية التابع f عند طرفي مجموعة تعريفه . وبيَن ما لخطه البياني C من مقاربات أفقية أو شاقولية ثم ادرس الوضع النسبي للخط C مع مقاربه الأفقي .

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها .وعين قيمته الحديه المحلية ونوعها .

3) ارسم في معلم متجانس كل مقارب وجدته للخط C ثم ارسم C .

4) ناقش بيانياً بحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$.

5) أثبت وجود عددان حقيقيان $a\,,b$ موجبان تماماً يحققان $\frac{\ln a}{\ln b} = \frac{a}{b}$ ؟

6) احسب S مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحور الفواصل والمستقيم الذي معادلته $x = e$.

انتهت الأسئلة

حلول النموذج الثاني من النماذج الامتحانية للبكالوريا السورية2024

السؤال الأول : نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $R\backslash\{-1\,,2\}$ خطه البياني C

x	$-\infty$	-1		$\frac{1}{2}$		2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$-$		$-$	‖	$+$
$f(x)$	$0 \nearrow +\infty$	‖	$+\infty \searrow$	0	$\searrow -\infty$	‖	$-\infty \nearrow 0$

1) اكتب معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي للخط C
2) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$
3) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$
4) جد مجموعة تعريف التابع : $g: x \mapsto \ln(-f(x))$

الحل :

1) المستقيم الذي معادلته $y = 0$ مقارب أفقي لـ C
المستقيم الذي معادلته $x = -1$ مقارب شاقولي لـ C
المستقيم الذي معادلته $x = 2$ مقارب شاقولي لـ C

2) حل وحيد

3) $x \in]-1\,,2[$

4) التابع g معرف عندما : $-f(x) > 0$ و بالتالي $f(x) < 0$

أي : $D_g =]\frac{1}{2}\,,2[\cup]2\,,+\infty[$

إعداد المدرس	كتابة المدرس	تنسيق وتدقيق المهندس	إشراف الأستاذ
محمد أحمد العيسى	عبد السلام غازي حسن	حسام قاسم	عبد الحميد السيد

السؤال الثاني :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل المستقيمين $d\,,\acute{d}$

$$d:\begin{cases} x = 2t+3 \\ y = -3t-3 \\ z = 4t+6 \end{cases} ;t \in R \quad \text{و} \quad \acute{d}\begin{cases} x = -4s+1 \\ y = 6s \\ z = -8s+2 \end{cases} ;s \in R$$

اثبت أن المستقيمين $d\,,\acute{d}$ منطبقان

الحل :

$\vec{u}_d(2,-3,4)$ شعاع موجه للمستقيم (d)

$\vec{u}_{\acute{d}}(-4,6,-8)$ شعاع موجه للمستقيم $(\acute{d})$

$\frac{2}{-4} = \frac{-3}{6} = \frac{4}{-8}$ فالشعاعان $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{\acute{d}}$ مرتبطان خطيا لتناسب مركباتهما

فالمستقيمان متوازيان . بأخذ النقطة $A(3,-3,6)$ من d وذلك بتعويض $t = 0$
في التمثيل الوسيطي لـ d وبتعويض إحداثيات النقطة A في التمثيل الوسيطي
لـ $\acute{d}$ نجد :

$$\begin{cases} 3 = -4s+1 & \Rightarrow s = -\frac{1}{2} \\ -3 = 6s & \Rightarrow s = -\frac{1}{2} \\ 6 = -8s+2 & \Rightarrow s = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

بالتالي A نقطة مشتركة بين المستقيمين ولكونهما متوازيان فهما منطبقان

إعداد المدرس	كتابة المدرس	تنسيق وتدقيق المهندس	إشراف الأستاذ
محمد وسيم عبد	عبد السلام غازي حسن	حسام قاسم	عبد الحميد السيد

التدقيق العلمي واللغوي المدرسون :

يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد حداد ✿ علي جمول ✿ مهند حريقة

صلاح سالم ✿ مصطفى الرزوق ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

السؤال الثالث:

ليكن f التابع المعرف على المجال $I = [1,+\infty[$ وفق $f(x) = x + \sqrt{x-1}$ أثبت أنَ $f(I) = I$

الحل :

$$f(1) = 1$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x-1}} > 0$$

فالتابع f متزايد تماما على I وبالتالي :

$$f(I) = [\, f(1) \,, \lim_{x\to+\infty} f(x) \,[\;=\; [1,+\infty[\;= I$$

ملاحظة ((يمكن الحل باستخدام جدول التغيرات))

إعداد الأستاذ	كتابة المدرس	تنسيق وتدقيق المهندس	إشراف الأستاذ
عبد الحميد السيد	عبد السلام غازي حسن	حسام قاسم	عبد الحميد السيد

السؤال الرابع :

ليكن f التابع المعرف على $R \setminus\{0\}$ وفق : $f(x) = 2 + x\sin\frac{1}{x}$

1) تحقق أن $|f(x) - 2| \le |x|$ أياً كانت $x \in R\setminus\{0\}$.

2) استنتج نهاية التابع f عند الصفر .

الحل :

1)
$$f(x) - 2 = x\sin\frac{1}{x}$$

أياً كانت $x \in R^*$

$$-1 \le \sin\frac{1}{x} \le 1$$

$$\left|\sin\frac{1}{x}\right| \le 1$$

نضرب الطرفين بـ : $|x| > 0$

$$|x|\left|\sin\frac{1}{x}\right| \le |x|$$

$$\left|x.\sin\frac{1}{x}\right| \le |x|$$

فإن $|f(x) - 2| \le |x|$

2) بما أنَ $\lim_{x\to0}|x| = 0$ فإن $\lim_{x\to0} f(x) = 2$ حسب مبرهنة المقارنة الثانية .

إعداد المدرس	كتابة المدرس	تنسيق وتدقيق المهندس	إشراف الأستاذ
محمد زين جعرور	عبد السلام غازي حسن	حسام قاسم	عبد الحميد السيد

التدقيق العلمي واللغوي المدرسون :

يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد حداد ✿ علي جمول ✿ مهند حريقة

صلاح سالم ✿ مصطفى الرزوق ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

السؤال الخامس :

حل في R المعادلة : $4^x - 3 \times 2^x + 2 = 0$

ثم استنتج حلول المتراجحة : $4^x - 3 \times 2^x + 2 > 0$

الحل :

$$4^x - 3 \times 2^x + 2 = 0$$

$$2^{2x} - 3 \times 2^x + 2 = 0$$

$$(2^x - 2)(2^x - 1) = 0$$

إما : $2^x - 1 = 0 \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow 2^x = 2^0 \Rightarrow x = 0$

أو : $2^x - 2 = 0 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1$

المتراجحة : $4^x - 3 \times 2^x + 2 > 0$ محققة من أجل : $x \in]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$

إعداد المدرس	كتابة المدرس	تنسيق وتدقيق المهندس	إشراف الأستاذ
أحمد ذياب الرفاعي	عبد السلام غازي حسن	حسام قاسم	عبد الحميد السيد

السؤال السادس :

مغلف يحوي 7 بطاقات متماثلة مرقمة $\{1,2,3,\ldots,7\}$ سحب من المغلف ثلاث بطاقات معاً

1) ما عدد النتائج المختلفة لهذ السحب

2) ما عدد النتائج المختلفة لظهور ثلاثة أرقام مجموعها من مضاعفات العدد 2

الحل :

(1 $$n(\Omega) = \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

(2 $$\text{عدد النتائج} = \overbrace{\binom{3}{3}}^{\text{زوجي}} + \overbrace{\binom{3}{1}}^{\text{زوجي}}\overbrace{\binom{4}{2}}^{\text{فردي}} = 1 + 3 \times 6 = 19$$

إعداد المدرس	كتابة المهندس	تنسيق وتدقيق المهندس	إشراف الأستاذ
عبد الرزاق فسوات	حسام قاسم	حسام قاسم	عبد الحميد السيد

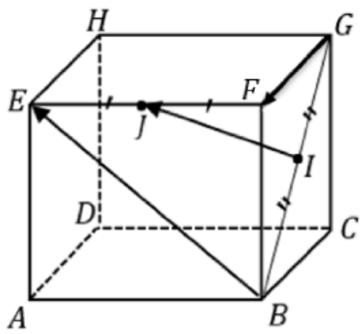
التدقيق العلمي واللغوي المدرسون :

يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد حداد ✿ علي جمول ✿ مهند حريقة

صلاح سالم ✿ مصطفى الرزوق ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

التمرين الأول :

$ABCDEFGH$ مكعب و I منتصف $[BG]$ و J منتصف $[EF]$



1) أثبت أنّ الأشعة $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{GF}$, $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطياً

2) استنتج أنّ المستقيم (IJ) يوازي المستوي (CBE)

الحل :

1) حسب شال :

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FJ} \ldots\ldots (1)$$

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EJ} \ldots\ldots\ldots (2)$$

$\overrightarrow{FJ}$, $\overrightarrow{EJ}$ شعاعين متعاكسين $\left(\overrightarrow{EJ} + \overrightarrow{FJ} = \vec{0}\right)$

$\overrightarrow{IG}$, $\overrightarrow{IB}$ شعاعين متعاكسين $\left(\overrightarrow{IG} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}\right)$

بجمع العلاقتين (1) و (2) نجد : $2\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{BE}$

ومنه : $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GF} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BE}$

فالأشعة $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{BE}$ مرتبطة خطياً

2) وجدنا :

$$2\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{BE}$$

لكون $\overrightarrow{GF} = \overrightarrow{CB}$ اذاً $2\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE}$

بالتالي شعاع توجيه المستقيم (IJ) مرتبط خطيا مع شعاعي توجيه المستوي (CBE)

فالمستقيم (IJ) يوازي المستوي (CBE)

إعداد المدرس
فادي طنوس

كتابة المدرس
عبد السلام غازي حسن

تنسيق وتدقيق المهندس
حسام قاسم

إشراف الأستاذ
عبد الحميد السيد

التدقيق العلمي واللغوي المدرسون :

يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد حداد ✿ علي جمول ✿ مهند حريقة

صلاح سالم ✿ مصطفى الرزوق ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

التمرين الثاني :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة وفق : $u_n = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}$ والمطلوب :

1) بيّن أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ تكتب بالصيغة : $u_n = a + b\left(\frac{1}{2}\right)^n$ حيث $a\,,b$ عددان حقيقيان يطلب تعيينهما .

2) إذا علمت أن : $a = 1 \;,\; b = -1$

ولنعرف المتتالية $(t_n)_{n\geq 1}$ وفق : $t_n = 1+\frac{1}{n}$ أثبت أن المتتاليتين $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(t_n)_{n\geq 1}$ متجاورتان .

الحل :

1) $u_n = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}$

u_n تمثل مجموع n حدا متعاقبا من حدود متتالية هندسية أساسها : $q = \frac{1}{2}$

وحدها الأول : $u_1 = \frac{1}{2}$

$$u_n = u_1 \times \frac{1-q^n}{1-q} = \frac{1}{2}\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}} = 1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

وبالمطابقة مع الشكل $u_n = a + b\left(\frac{1}{2}\right)^n$

نجد أن : $a = 1 \quad , \; b = -1$

2) لكون $a = 1\,, b = -1$ فإن : $u_n = 1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$$u_n = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}$$

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}}$$

$$u_{n+1}-u_n = \frac{1}{2^{n+1}} > 0$$

فالمتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة تماماً

$$t_{n+1}-t_n = 1+\frac{1}{n+1}-1-\frac{1}{n} = \frac{n-n-1}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0$$

فالمتتالية $(t_n)_{n\geq 1}$ متناقصة تماماً

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty}\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) = 1$$

حيث أن $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ وذلك كون $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ متتالية هندسية أساسها $-1 < q = \frac{1}{2} < 1$

ولدينا $\lim_{n\to+\infty} t_n = \lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right) = 1$

إنّ المتتاليتين متجاورتان لأن احداهما متناقصة والأخرى متزايدة وتملكان النهاية ذاتها .

إشراف الأستاذ	تنسيق وتدقيق المهندس	كتابة المدرس	إعداد المدرس
عبد الحميد السيد	حسام قاسم	عبد السلام غازي حسن	عبد الله الكنّاوي

التدقيق العلمي واللغوي المدرسون :

يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد حداد ✿ علي جمول ✿ مهند حريقة

صلاح سالم ✿ مصطفى الرزوق ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

التمرين الثالث :

في المستوي العقدي المنسوب الى المعلم المتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ لدينا النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية : $z_A=\sqrt{3}+i$ و $z_B=\sqrt{3}-i$ و $z_C=3\sqrt{3}+i$ على الترتيب

1) عين مجموعة النقاط $M\neq B$ التي تجعل العدد العقدي $\dfrac{z_M-z_C}{z_M-z_B}$ تخيلياً بحتا .

2) جد العدد العقدي z_D الممثل للنقطة D صورة النقطة B وفق الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3) جد العدد العقدي $w=z_A-z_B$ ثم حل في C المعادلة $z^2=w$.

الحل :

1) المقدار $\dfrac{z_M-z_C}{z_M-z_B}$ تخيلي بحت إذا كان :

$$z_M=z_C \quad \text{أو} \quad arg\left(\frac{z_M-z_C}{z_M-z_B}\right)=\pm\frac{\pi}{2}(2\pi)$$

هذا يكافىء : $M=C$ أو $(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{CM})\in\left\{-\frac{\pi}{2},+\frac{\pi}{2}\right\}$

هذا يعني أنّ الشعاعين $\overrightarrow{BM}$ و $\overrightarrow{CM}$ متعامدان

أي إنّ مجموعة النقاط M هي النقاط التي ترى منها القطعة المستقيمة $[CB]$ تحت زاوية قائمة باستثناء النقطة B

إذاً مجموعة النقاط M تمثل الدائرة التي قطرها $[CB]$ ماعدا النقطة B

2) $z_D=i.z_B=i(\sqrt{3}-i)=1+i\sqrt{3}$

3) $w=z_A-z_B=\sqrt{3}+i-\sqrt{3}+i=+2i$

$$z^2=2i=(1+i)^2$$

وبالتالي : $Z_1=1+i$ أو $Z_2=-1-i$

أو عن طريق إيجاد الجذور التربيعية للعدد العقدي $2i$ بالشكل الجبري

إعداد المدرس يوسف منصور | كتابة المدرس عبد السلام غازي حسن | تنسيق وتدقيق المهندس حسام قاسم | إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد

التدقيق العلمي واللغوي المدرسون :

يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد حداد ✿ علي جمول ✿ مهند حريقة

صلاح سالم ✿ مصطفى الرزوق ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

المسألة الأولى :

أولاً – يحتوي صندوق U_1 على كرتين حمراوين وثلاث كرات زرقاء، ويحتوي صندوق U_2 على n كرة حمراء وكرتين زرقاوين نختار بشكل عشوائي أحد الصندوقين ونسحب منه عشوائياً كرة واحدة .

ليكن الحدث R الحصول على كرة حمراء و ليكن الحدث B الحصول على كرة زرقاء

إذا علمت أن $P(U_1|R) = \frac{2}{5}$ ، فاحسب عدد الكرات الحمراء في الصندوق U_2 .

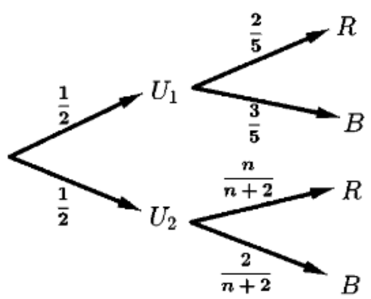
ثانياً – نأخذ الصندوق U_1 الذي يحتوي على كرتين حمراوين وثلاث كرات زرقاء و نسحب منه كرة نسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق مع إضافة كرة من لونها بعدها نسحب كرة واحدة من الصندوق .

و ليكن X متحولاً عشوائياً يدل على عدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق بعد السحب الثاني .

عيّن قيم المتحول العشوائي X ، واكتب قانونه الاحتمالي و احسب توقعه الرياضي .

الحل :

أولاً –



$$P(U_1|R) = \frac{P(U_1 \cap R)}{P(R)}$$

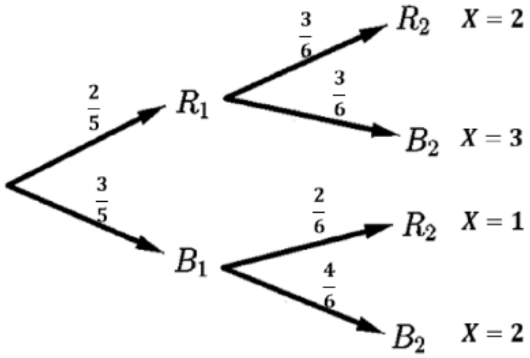
$$P(U_1|R) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{2}{5}}{\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{n}{n+2}}$$

$$P(U_1|R) = \frac{2n+4}{7n+4}$$

$$\frac{2n+4}{7n+4} = \frac{2}{5} \quad \Rightarrow \quad 10n + 20 = 14n + 8 \quad \Rightarrow \quad n = 3$$

فيكون عدد الكرات الحمراء في الصندوق الثاني هو 3 كرات

ثانياً – قيم المتحول العشوائي $X(\Omega) = \{1,2,3\}$ كما هو موضح في الشجرة:



$$P(X=1) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{5}$$

$$P(X=3) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{5}$$

$$P(X=2) = 1 - (\ P(X=1) + P(X=3)\ )$$

$$= 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i p_i = 1\left(\frac{1}{5}\right) + 2\left(\frac{3}{5}\right) + 3\left(\frac{1}{5}\right) = 2$$

إشراف الأستاذ	تنسيق وتدقيق المهندس	كتابة المدرس	إعداد الدكتور
عبد الحميد السيد	حسام قاسم	مهند حريقة	حليم ذهبية

التدقيق العلمي واللغوي المدرسون :

يوسف منصور ✿ فادي المحمد ✿ خالد حداد ✿ علي جمول ✿ مهند حريقة

صلاح سالم ✿ مصطفى الرزوق ✿ أمين الحايك ✿ زينب يوسف

المسألة الثانية :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I=]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ والمطلوب :

1) جد نهاية التابع f عند طرفي مجموعة تعريفه . وبيّن ما لخطه البياني C من مقاربات أفقية أو شاقولية ثم ادرس الوضع النسبي للخط C مع مقاربه الأفقي .

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها .وعين قيمته الحديه المحلية ونوعها .

3) ارسم في معلم متجانس كل مقارب وجدته للخط C ثم ارسم C .

4) ناقش بيانياً بحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$.

5) أثبت وجود عددان حقيقيان $a\,,b$ موجبان تماماً يحققان $\frac{\ln a}{\ln b}=\frac{a}{b}$ ؟

6) احسب S مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحور الفواصل والمستقيم الذي معادلته $x=e$.

الحل :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ومنه فإنّ المستقيم الذي معادلته $y=0$ مقارب افقي لـ C

$\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=-\infty$ ومنه فإنّ المستقيم الذي معادلته $x=0$ مقارب شاقولي لـ C

❖ الوضع النسبي : $f(x)-y_\Delta=\frac{\ln x}{x}$

- ولكون المقام موجب تماماً على المجال I فالإشارة تماثل إشارة $\ln x$
- على المجال $]0,1[$ يكون $\ln x<0$ فيكون C تحت مقاربه الأفقي
- على المجال $]1,+\infty[$ يكون $\ln x>0$ فيكون C فوق مقاربه الأفقي
- ويتقاطع C مع مقاربه الأفقي في النقطة $(1,0)$

2) التابع f معرف واشتقاقي على I ومشتقه : $f'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x}{x^2}=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$

ينعدم المشتق عندما $1-\ln x=0$

$\ln x=1$

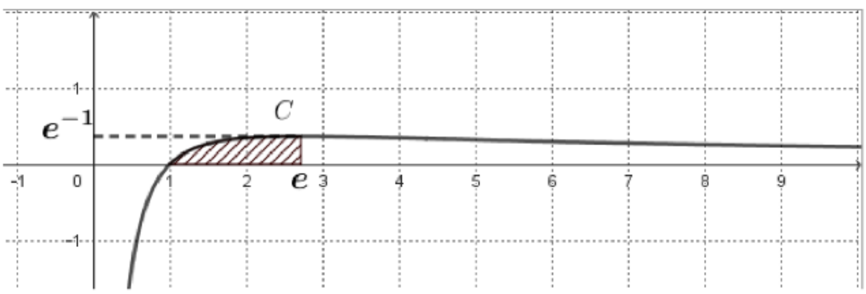
ومنه: $x=e$

بالتالي : $f(e)=\frac{1}{e}$

$f(e)=\frac{1}{e}$ قيمة كبرى محلياً

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0

3) الرسم :



4) $m \in]-\infty, 0]$ للمعادلة حل وحيد

$m \in]0, \frac{1}{e}[$ للمعادلة حلان مختلفان

$m = \frac{1}{e}$ للمعادلة حل وحيد

$m \in]\frac{1}{e}, +\infty[$ ليس للمعادلة حلول

5) لدينا $\frac{\ln a}{a} = \frac{\ln b}{b} = m$ أي $f(a) = f(b) = m$

و الشرط الازم والكافي ليكون للمعادلة $f(x) = m$ حلان مختلفان هو أن يكون $m \in]0, \frac{1}{e}[$

وعندها يكون : $f(a) = f(b) = m$ وبالتالي يوجد عددان a و b يحققان المطلوب .

6)
$$S = \int_1^e f(x)dx$$
$$S = \int_1^e \frac{1}{x}.\ln x\, dx = \left[\frac{(\ln x)^2}{2}\right]_1^e = \frac{(\ln e)^2}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

إعداد المهندس عبد العزيز المقداد	كتابة المدرس عبد السلام غازي حسن	تنسيق وتدقيق المهندس حسام قاسم	إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد

فريق العمل

كتابة المدرس عبد السلام غازي حسن	تنسيق وتدقيق المهندس حسام قاسم	إشراف الأستاذ عبد الحميد السيد

التدقيق العلمي واللغوي :

المدرس يوسف منصور	المدرس فادي المحمد	المدرس خالد حداد	المدرس أمين الحايك
المدرس علي جمول	المدرس مهند حريقة	المدرس مصطفى الرزوق	المدرس صلاح سالم
	المدرسة زينب يوسف		