الوحدة الأولى: الحركة والتحريك

1 الحركة التوافقية البسيطة (النواس المرن)

برهن أن محصلة القوى المؤثرة في مركز عطالة الجسم الصلب في النواس المرن هي قوة إرجاع تعطى بالعلاقة: $\vec{F} = -k\vec{x}$

جملة المقارنة: خارجية   الجملة المدروسة: (جسم – نابض)

حالة سكون:

- يؤثر على الجسم: قوة ثقل الجسم $\vec{w}$ ، $\vec{Fs_0}$: قوة توتر النابض.
- يؤثر على النابض: $\vec{F s_0'}$: قوة يؤثر فيها الجسم بنهاية النابض.

(القوة التي تسبب للنابض الاستطالة x_0)

$$Fs_0 = F s_0' \Rightarrow F s_0' = kx_0$$

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{w} + \vec{Fs_0} = \vec{0}$$

نسقط على $\overleftarrow{x'x}$ الشاقولي الموجه نحو الأسفل:

$$w - Fs_0 = 0 \Rightarrow w = Fs_0 = F's_0 \Rightarrow \boxed{mg = kx_0 \ ...(1)}$$

حالة حركة:

- يؤثر على الجسم: $\vec{w}$: قوة ثقل الجسم ، $\vec{Fs}$: قوة توتر النابض.
- يؤثر على النابض: $\vec{F s'}$: قوة يؤثر فيها الجسم بنهاية النابض.

(القوة التي تسبب للنابض الاستطالة $x_0 + \bar{x}$)

$$Fs = F_s' \Rightarrow F_s' = k(x_0 + \bar{x})$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{w} + \vec{F_s} = m\vec{a}$$

نسقط على $\overleftarrow{x'x}$ الشاقولي الموجه نحو الأسفل:

$$w - F_s = m\bar{a} \Rightarrow mg - k(x_0 + \bar{x}) = m\bar{a} \Rightarrow mg - kx_0 - k\bar{x} = m\bar{a}$$

بالاستفادة من العلاقة 1

$$kx_0 - kx_0 - k\bar{x} = m\bar{a} \Rightarrow -k\bar{x} = m\bar{a} \Rightarrow \boxed{\bar{F} = -k\bar{x} = m\bar{a}}$$

إن محصلة القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الجسم في كل لحظة هي قوة إرجاع لأنها تعيد الجسم إلى مركز الاهتزاز دوماً، وهي تتناسب طرداً مع المطال $\bar{x}$ ، وتعاكسه بالإشارة.

انطلاقاً من العلاقة $m.\bar{a} = -k\bar{x}$ برهن أن حركة النواس المرن غير المتخامد حركة جيبية انسحابية، ومن ثم استنتج علاقة الدور الخاص لهذا النواس.

$$\bar{F} = -k\bar{x} = m.\bar{a}$$

حيث: $\bar{a} = (\bar{x})''t \Rightarrow m(\bar{x})''t = -k\bar{x} \Rightarrow \boxed{(\bar{x})''t = -\frac{k}{m}.\bar{x} \ ...(1)}$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

التابع الزمني لمطال الحركة من الشكل العام $\boxed{\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})}$

(قد يأتي اكتب تابع المطال بشكله العام مبيناً دلالات الرموز)

x_{max}: سعة الحركة وتقدر بـ m

ω_0: النبض الخاص للحركة يقدر بـ $rad.s^{-1}$

$(\omega_0 t + \bar{\varphi})$: طور الحركة في اللحظة t يقدر بـ rad

$\bar{\varphi}$: الطور الابتدائي في اللحظة $t = 0$ ويقدر بـ rad

بالاشتقاق مرتين: $\bar{v} = (\bar{x})_t = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$$\bar{a} = (\bar{x})''t = -\omega_0^2.x_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\boxed{(\bar{x})''t = -\omega_0^2.\bar{x} \ ...(2)}$$

بالمساواة بين (1) و (2): $\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$ وهذا محقق لأن m , k موجبان، فالحركة جيبية انسحابية

استنتاج الدور:

$$\left.\begin{array}{l}\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

من العلاقة السابقة نستنتج أن الدور الخاص:

- لا يتعلق بسعة الاهتزاز x_{max}.
- يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لكتلة الجسم المهتز m.
- يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لثابت صلابة النابض k.

استنتج علاقة الطاقة الميكانيكية(الكلية) في الهزازة التوافقية البسيطة (النواس المرن) بدلالة سعة الاهتزاز، وارسم الخط البياني للطاقة الميكانيكية والطاقة الكامنة بدلالة المطال ، وارسم منحني تغيرات كل من (E_p, E_K) بدلالة الزمن أثناء اهتزاز النواس المرن

$$E_{\text{ميكانيكية}} = E_{p\,\text{كامنة}} + E_{k\,\text{حركية}} \Rightarrow E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \ ، \ \bar{v} = (\bar{x})_t = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$E = \frac{1}{2}kx_{max}^2\cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \frac{1}{2}m\omega_0^2 x_{max}^2\sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

لكن $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$$E = \frac{1}{2}kx_{max}^2\cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \frac{1}{2}m\frac{k}{m}x_{max}^2\sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

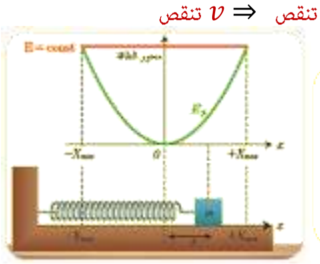
$$E = \frac{1}{2}kx_{max}^2\underbrace{[\cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})]}_{1}$$

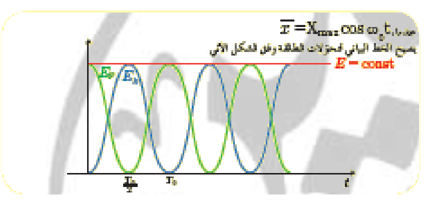
$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2}kx^2_{max} = const}$$

إن الطاقة الكلية في الحركة التوافقية البسيطة ثابتة وتتناسب طرداً مع مربع سعة الاهتزاز

مناقشة تغيرات الطاقة:

- في الوضعين الطرفيين: $v = 0 \Rightarrow E_K = 0 \Rightarrow E = E_P$
- في وضع التوازن: $x = 0 \Rightarrow E_P = 0 \Rightarrow E = E_K$
- عند الاقتراب من وضع التوازن: E_P تنقص $\Rightarrow$ E_K تزداد $\Rightarrow$ v تزداد
- عند الابتعاد عن وضع التوازن: E_P تزداد $\Rightarrow$ E_K تنقص $\Rightarrow$ v تنقص





أثبت صحة العلاقة: $v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2}$ في الحركة التوافقية البسيطة.

$$E_{tot} = E_P + E_k \Rightarrow \frac{1}{2}kX^2_{max} = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

لكن: $\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2}$

$$\frac{1}{2}kX^2_{max} = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}\frac{k}{\omega_0^2}v^2$$

$$X^2_{max} = x^2 + \frac{1}{\omega_0^2}v^2 \Rightarrow (X^2_{max} - x^2) = \frac{v^2}{\omega_0^2}$$

$$v^2 = \omega_0^2(X^2_{max} - x^2) \Rightarrow v = \omega_0\sqrt{X^2_{max} - x^2}$$

جسم معلق بنابض مرن شاقولي حلقاته متباعدة يهتز بدوره الخاص، ما نوع حركة الجسم بعد انفصاله عن النابض في كل من الموضعين الآتيين، ولماذا؟

a. مركز الاهتزاز وهو يتحرك بالاتجاه السالب؟

b. المطال الأعظمي الموجب؟

لحظة انفصال الجسم يخضع لقوة ثقله فقط $\vec{W} = m\vec{g}$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = const$$

a. الانفصال في مركز الاهتزاز: قذف شاقولي نحو الاعلى لأن الجسم مزود بسرعة ابتدائية الحركة المستقيمة متغيرة بانتظام.

طورها الاول صعود (متباطئة بانتظام) وطورها الثاني هبوط (متسارعة بانتظام).

b. الانفصال في المطال الأعظمي الموجب: سقوط حر ؛ لأن السرعة الابتدائية للجسم معدومة

انطلاقاً من الشكل العام لتابع المطال

$$\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

وفي شروط بدء مناسبة $\bar{x} = x_{max}$ في اللحظة $t = 0$

1. استنتج الشكل المختزل لتابع المطال (أو ما شكل التابع عند الشروط السابقة)
2. نظم جدولاً تبين فيه قيم المطال عند كل ربع دور ،ثم حدد الأوضاع التي يكون فيها المطال:
a) أعظمياً (طويلة) b) معدوماً
c) حدد قيمة مطال الجسم في اللحظة $t = \frac{3T_0}{2}$
3. ارسم المنحني البياني لتغيرات المطال بدلالة الزمن خلال دور .

1. عندما $(t = 0)$ نفرض $\bar{x} = x_{max}$ نعوض في الشكل العام لتابع المطال:

$$\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$
$$x_{max} = x_{max}\cos\bar{\varphi}$$
$$\cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0$$

الشكل المختزل (أبسط شكل): $\boxed{\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t)}$

.2

$$\bar{x} = X_{max}\,Cos(\omega_0 t) \Rightarrow$$
$$\bar{x} = X_{max}\,Cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\,.\,t\right)$$

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
$\bar{x}$	$+X_{max}$	0	$-X_{max}$	0	$+X_{max}$

يكون المطال أعظمياً (طويلة):

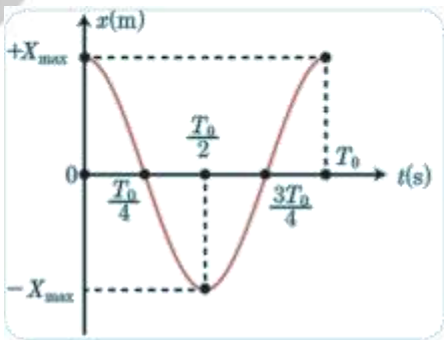
في الوضعين الطرفيين $\bar{x} = |\pm X_{max}|$

يكون المطال معدوماً: في مركز الاهتزاز $\bar{x} = 0$.

يكون المطال في اللحظة $t = \frac{3T_0}{2}$:

$$\bar{x} = X_{max}\,Cos(\omega_0 t) \Rightarrow$$
$$\bar{x} = X_{max}\,Cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\,.\,t\right)$$
$$t = \frac{3T_0}{2} \Rightarrow \bar{x} = X_{max}\,Cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\,.\,\frac{3T_0}{2}\right)$$
$$\bar{x} = -X_{max}$$

.3



انطلاقاً من التابع الزمني للمطال في النواس المرن:

المطال $\bar{x} = x_{max}\cos\omega_0 t$:

1. استنتج التابع الزمني للسرعة ،
2. نظم جدولاً تبين فيه قيم السرعة عند كل ربع دور، ثم حدد الأوضاع التي تكون فيها السرعة:
a) عظمى (طويلة) b) معدومة
c) حدد قيمة سرعة الجسم وجهة حركته في اللحظة $t = \frac{5T_0}{4}$
3. ارسم المنحني البياني لتغيرات السرعة بدلالة الزمن خلال دور.

1. تابع السرعة: هو المشتق الأول لتابع المطال بالنسبة للزمن، نشتق فنجد:

$$\boxed{\bar{v} = (\bar{x})'_t = -\omega_0 x_{max}\sin\omega_0 t}$$

.2

$$\bar{v} = -\omega_0\,x_{max}\,Sin(\omega_0 t) \Rightarrow$$
$$\bar{v} = -\omega_0\,x_{max}\,Sin\left(\frac{2\pi}{T_0}\,.\,t\right)$$

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
$\bar{x}$	$+X_{max}$	0	$-X_{max}$	0	$+X_{max}$
$\bar{v}$	0	$-w_0 X_{max} = -v_{max}$	0	$+w_0 X_{max} = +v_{max}$	0

تكون السرعة عظمى (طويلة):

$\bar{v} = |\pm\omega_0 x_{max}|$ لحظة المرور في مركز الاهتزاز .

تكون السرعة معدومة:

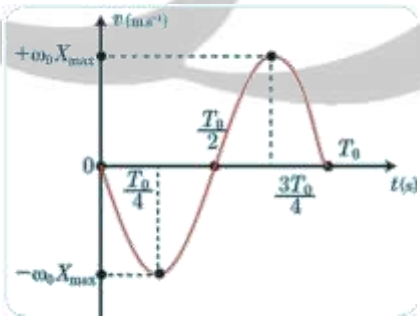
$\bar{v} = 0$ لحظة المرور في المطالين الأعظميين (الموضعين الطرفين).

تكون السرعة في اللحظة $t = \frac{5T_0}{4}$:

$$\bar{v} = -\omega_0\,x_{max}\,Sin(\omega_0 t) \Rightarrow$$
$$\bar{v} = -\omega_0\,x_{max}\,Sin\left(\frac{2\pi}{T_0}\,.\,t\right)$$
$$t = \frac{5T_0}{4} \Rightarrow$$
$$\bar{v} = -\omega_0\,x_{max}\,Sin\left(\frac{2\pi}{T_0}\,.\,\frac{5T_0}{4}\right) = -v_{max}$$

(يتحرك بالاتجاه السالب)

.3



انطلاقاً من التابع الزمني للمطال في النواس المرن :

المطال $\bar{x} = x_{max}\cos\omega_0 t$:

1. استنتج تابع تسارع الجسم بدلالة مطال الحركة $\bar{x}$ ، أثابتة قيمة التسارع أم متغيرة أثناء حركة الجسم
2. نظم جدولاً تبين فيه قيم التسارع عند كل ربع دور ، ثم حدد الأوضاع التي تكون فيها التسارع:
a) أعظمياً (طويلة) b) معدوماً
c) حدد قيمة التسارع في اللحظة $t = \frac{5T_0}{2}$
3. ارسم المنحني البياني لتغيرات التسارع بدلالة الزمن خلال دور .

1. تابع التسارع: هو المشتق الأول لتابع السرعة بالنسبة للزمن أو المشتق الثاني لتابع المطال بالنسبة للزمن .

$$\bar{a} = (\bar{v})_t = (\bar{x})''_t$$
$$\bar{v} = (\bar{x})'_t = -\omega_0 x_{max}\sin\omega_0 t$$
$$\bar{a} = (\bar{v})_t = -\omega_0^{\,2} x_{max}\cos\omega_0 t$$
$$\boxed{\bar{a} = -\omega_0^{\,2}\bar{x} \neq const}$$

أي يتناسب التسارع طرداً مع المطال $\bar{x}$ ويعاكسه بالإشارة ويتجه دوماً نحو مركز الاهتزاز

.2

$$\bar{a} = -\omega_0^{\,2} x_{max}\cos\omega_0 t \Rightarrow$$
$$\bar{a} = -\omega_0^2\,X_{max}\,Cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\,.\,t\right)$$

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
$\bar{x}$	$+X_{max}$	0	$-X_{max}$	0	$+X_{max}$
$\bar{a}$	$-w_0^2 X_{max} = -a_{max}$	0	$+w_0^2 X_{max} = +a_{max}$	0	$-w_0^2 X_{max} = -a_{max}$

يكون التسارع أعظمياً (طويلة):

$$\bar{x} = \pm x_{max} \Rightarrow a_{max} = |\omega_0^{\,2} x_{max}|$$

أي في المطالين الأعظميين

يكون التسارع معدوماً :

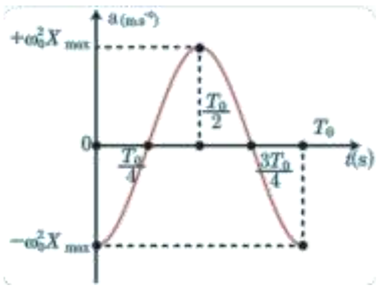
$$\bar{x} = 0 \Rightarrow a = 0$$

في وضع التوازن (مركز التوازن)

يكون التسارع في اللحظة $t = \frac{5T_0}{2}$:

$$\bar{a} = -\omega_0^{\,2} x_{max}\cos\omega_0 t \Rightarrow$$
$$\bar{a} = -\omega_0^2\,X_{max}\,Cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\,.\,t\right)$$
$$t = \frac{5T_0}{2} \Rightarrow \bar{a}$$
$$= -\omega_0^2\,X_{max}\,Cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\,.\,\frac{5T_0}{2}\right)$$
$$= +a_{max}$$

.3



نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته k، مثبت من أحد طرفيه، ويربط بطرفه الآخر جسم صلب كتلته m يمكنه أن يتحرك على سطح أفقي أملس، نشد الجسم مسافة أفقية مناسبة ، ونتركه دون سرعة ابتدائية. المطلوب:

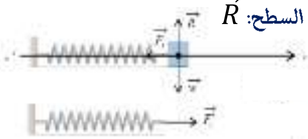
1. ادرس حركة الجسم، و استنتج التابع الزمني للمطال.
2. استنتج علاقة الطاقة الحركية للجسم بدلالة X_{max} في كل من الموضعين: A و B

$x_A = -\frac{X_{max}}{2}$ و $x_B = +\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$، ماذا تستنتج؟

1. جملة المقارنة: خارجية. الجملة المدروسة: النواس المرن

القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الجسم:

قوة توتر النابض: $\vec{F_s}$ ، قوة الثقل: $\vec{W}$ ، قوة رد فعل السطح: $\vec{R}$



بتطبيق قانون نيوتن الثاني: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{W} + \vec{R} + \vec{F_s} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على محور أفقي له حامل $\vec{F_s}$ ويعاكسه بالجهة: $-F_s = m\bar{a}$

تؤثر على النابض القوة $\vec{F_s'}$ التي تسبب له الاستطالة $\bar{x}$ حيث: $F_s' = F_s = k\bar{x}$

بالتعويض نجد: $-k\bar{x} = m\bar{a}$

بما أن حركة الجسم مستقيمة متغيرة فالتسارع الناظمي معدوم و التسارع: تسارع مماسي

$$\bar{a} = \bar{a}_t = (\bar{x})_t''$$

$$-k\bar{x} = m(\bar{x})_t''$$

$$\boxed{(\bar{x})_t'' = -\left(\frac{k}{m}\right)\bar{x} \ldots (1)}$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل: $\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

للتحقق من صحة الحل: نشتق التابع مرتين بالنسبة للزمن نجد:

$$(\bar{x})'_t = \bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{x})''_t = \bar{a} = -\omega_0^2 X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\boxed{(\bar{x})''_t = \omega_0^2 \bar{x} \ldots (2)}$$

بالمقارنة بين (1) و (2) نجد أن: $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ ومنه: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$ وهذا محقق لأنّ k, m موجبان.

حركة الجسم هي حركة جيبية انسحابية التابع الزمني للمطال يعطى بالعلاقة:

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

2. $E_{tot} = E_P + E_k \Longrightarrow E_k = E_{tot} - E_p$

$$E_k = \frac{1}{2}kX_{max}^2 - \frac{1}{2}kx^2 \Longrightarrow E_k = \frac{1}{2}k(X_{max}^2 - x^2)$$

$$E_{kA} = \frac{1}{2}k(X_{max}^2 - x^2_A) : \bar{x}_A = -\frac{X_{max}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}k\left(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{4}\right) = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}kX_{max}^2\right) \Rightarrow \boxed{E_{kA} = \frac{3}{4}E_{tot}}$$

$$E_{kB} = \frac{1}{2}k(X_{max}^2 - x^2_B) : \bar{x}_B = +\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$$

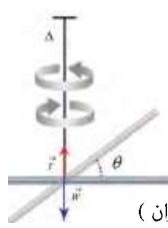
$$= \frac{1}{2}k\left(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}kX_{max}^2\right) \Rightarrow \boxed{E_{kB} = \frac{1}{2}E_{tot}}$$

النتيجة: تنقص الطاقة الحركية للجسم بازدياد مطاله و بالتالي تزداد طاقته الكامنة

2 الاهتزازات الجيبية الدورانية (نواس الفتل غير المتخامد)

برهن أن محصلة العزوم المؤثرة في نواس الفتل هي عزم إرجاع يعطى بالعلاقة: $\sum \bar{\Gamma}_\Delta = -k\bar{\theta}$

جملة المقارنة: خارجية



القوى الخارجية المؤثرة في الساق: $\vec{W}$ ثقل الساق (الجسم)، $\vec{T}$ توتر سلك التعليق

وعندما ندير الساق حول سلك الفتل تتولد مزدوجة فتل $\bar{\Gamma}_\eta = -k\bar{\theta}$

$$\sum \bar{\Gamma}_{\vec{F}} = I_\Delta \bar{\alpha} \Rightarrow \bar{\Gamma}_\eta + \bar{\Gamma}_{\vec{T}} + \bar{\Gamma}_{\vec{W}} = I_\Delta \bar{\alpha}$$

$\Gamma_{\vec{T}}$ و $\Gamma_{\vec{W}} = 0$ (حامل $\vec{T}$ ، $\vec{W}$ كل منهما منطبق على محور الدوران)

$$-k\bar{\theta} + 0 + 0 = I_\Delta \bar{\alpha} \Rightarrow \boxed{\sum \bar{\Gamma}_\Delta = \bar{\Gamma}_\eta = -k\bar{\theta}}$$

انطلاقاً من العلاقة $-k\bar{\theta} = I_\Delta \bar{\alpha}$ برهن أن حركة نواس الفتل غير المتخامد هي حركة جيبية دورانية، ثم استنتج علاقة الدور الخاص لهذا النواس.

التسارع الزاوي هو المشتق الثاني لتابع الفاصلة الزاوية $\bar{\alpha} = (\bar{\theta})''_t$

$$-k\bar{\theta} = I_\Delta(\bar{\theta})''_t \Rightarrow \boxed{(\bar{\theta})''_t = -\frac{k}{I_\Delta}\bar{\theta} \ldots (1)}$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نشتق مرتين بالنسبة للزمن : $\bar{\omega} = (\bar{\theta})'_t = -\omega_0 \theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$$\bar{\alpha} = (\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2 \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\boxed{(\bar{\theta})''_t = -w_0^2 \bar{\theta} \ldots (2)}$$

بالمساواة بين (1) و (2) نجد $\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} > 0$

وهذا ممكن لأنّ k, I_Δ موجبان أي أن حركة نواس الفتل جيبية دورانية

استنتاج الدور:

$$\left.\begin{array}{l}\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} \\ \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}}$$

من العلاقة السابقة نستنتج أن الدور الخاص :

- لا يتعلق بالسعة الزاوية للحركة θ_{max} .
- يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لعزم عطالة الجملة I_Δ .
- يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لثابت فتل السلك k .
- ينقص الدور بنقصان طول سلك الفتل . وذلك حسب العلاقة: $k = k' \times \frac{(2r)^4}{\ell}$

k' : ثابت يتعلق بنوع مادة السلك . $2r$: قطر السلك . ℓ : طول سلك الفتل .

انطلاقاً من مصونية الطاقة الميكانيكية برهن أن حركة نواس الفتل حركة جيبية دورانية

$$E_{tot} = E_P + E_k = const$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}k\theta^2 + \frac{1}{2}I_\Delta \omega^2$$

نشتق طرفي العلاقة بالنسبة للزمن: $0 = \frac{1}{2}k\,2(\bar{\theta}\bar{\omega}) + 2\frac{1}{2}I_\Delta(\bar{\omega}\bar{\alpha})$

$$0 = k(\bar{\theta}) + I_\Delta(\bar{\theta})''_t \Rightarrow \boxed{(\bar{\theta})''_t = -\frac{k}{I_\Delta}(\bar{\theta}) \ldots (1)}$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل: $\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

للتحقق من صحة الحل: نشتق التابع (2) مرتين بالنسبة للزمن نجد:

$$(\bar{\theta})'_t = \bar{\omega} = -\omega_0 \theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{\theta})''_t = \bar{\alpha} = -\omega_0^2 \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\boxed{(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2 \bar{\theta} \ldots (2)}$$

بالمقارنة بين (1) و(2) نجد أنَّ: $\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta}$

ومنه $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} > 0$ وهذا محقق لأنّ k , I_Δ موجبان

و بالتالي حركة نواس الفتل حركة جيبية دورانية.

تعلق ساقين متماثلين بسلكي فتل متماثلين طول الأول l_1 وطول الثاني l_2 فإذا علمت أن أوجد العلاقة بين طولي السلكين.

$$\frac{T_{0_1}}{T_{0_2}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k_1}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k_2}}} \Rightarrow \frac{T_{0_1}}{T_{0_2}} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}$$

بما أن: $T_{0_1} = 2T_{0_2}$

$$\frac{2T_{0_2}}{T_{0_2}} = \sqrt{\frac{k = k' \times \frac{(2r)^4}{\ell_2}}{k = k' \times \frac{(2r)^4}{\ell_1}}} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} \xrightarrow{\text{تربيع}} 4 = \frac{\ell_1}{\ell_2} \Rightarrow \boxed{\ell_1 = 4\ell_2}$$

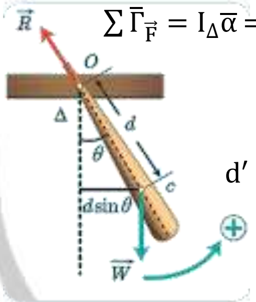
أي أن الدور يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لطول سلك الفتل $T_0 = const\sqrt{l}$

3 الاهتزازات غير التوافقية (النواس الثقلي غير المتخامد)

نعلق جسماً كتلته m ومركز عطالته c الى محور دوران أفقي، ادرس حركته عندما يهتز بعد ازاحته بمطال زاوي θ باستخدام نظرية التسارع الزاوي متوصلاً إلى المعادلة التفاضلية.

جملة المقارنة: خارجية   الجملة المدروسة: الجسم الصلب

القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{W}$ ثقل الجسم، $\vec{R}$ رد فعل محور الدوران



نطبق نظرية التسارع الزاوي: $\sum \Gamma_{\vec F} = I_\Delta \bar{\alpha} \Rightarrow \Gamma_{\vec W} + \Gamma_{\vec R} = I_\Delta \bar{\alpha} \dots (*)$

(حامل $\vec{R}$ يلاقي محور الدوران) $\boxed{\Gamma_{\vec R} = 0 \dots (1)}$

$$\Gamma_{\vec W} = -d'.w$$

$$d' = oc.\sin\theta \xRightarrow{oc=d} d' = d.\sin\theta$$

$$\boxed{\Gamma_{\vec W} = -mgd\sin\theta \dots (2)}$$

نعوض (1) و (2) في (*):

$$-mgd.\sin\theta = I_\Delta \bar{\alpha} \xRightarrow{\bar{\alpha} = (\bar\theta)''_t} \boxed{(\bar\theta)''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta}\sin\theta}$$

معادلة تفاضلية تحوي $\sin\theta$ بدلاً من θ فحلها ليس جيبياً ومن ذلك فإن حركة النواس الثقلي هي حركة اهتزازية غير توافقية.

انطلاقاً من العلاقة $(\bar\theta)''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta}\sin\theta$ من أجل سعات صغيرة برهن أن حركة النواس الثقلي المركب غير المتخامد هي حركة جيبية دورانية ثم استنتج علاقة الدور الخاص لهذا النواس مبيناً دلالات الرموز.

من أجل السعات الصغيرة $\theta \le 0.24rad$, $\theta \le 14^o$ أي $\sin\theta \simeq \theta$:

$$\boxed{(\bar\theta)''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta}\bar\theta \dots (1)}$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar\varphi)$$

بالاشتقاق مرتين :

$$\bar\omega = (\bar\theta)'_t = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar\varphi)$$
$$\bar\alpha = (\bar\theta)''_t = -\omega_0^2\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar\varphi)$$
$$\Rightarrow \boxed{(\bar\theta)''_t = -\omega_0^2\bar\theta \dots (2)}$$

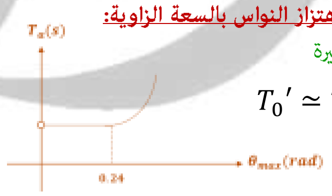
بالمقارنة بين (1) و (2) نجد: $\omega_0^2 = \frac{mgd}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}} > 0$

وهذا محقق لأن المقادير g, m, d, I_Δ موجبة فحركة النواس الثقلي من أجل السعات الزاوية الصغيرة هي حركة جيبية دورانية نبضها ω_0

استنتاج علاقة الدور: $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}}$

ولا يتغير الدور بتغير السعة الزاوية طالما كانت صغيرة

ملاحظة: الخط البياني الممثل لعلاقة الدور الخاص لاهتزاز النواس بالسعة الزاوية:



يتغير الدور بتغير السعة الزاوية مادامت السعة الزاوية كبيرة

وتُعطى علاقة الدور في هذه الحالة: $T_0' \simeq T_0\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$

مم يتألف النواس الثقلي البسيط نظرياً وعملياً (أو عرف النواس الثقلي البسيط نظرياً وعملياً)

عملياً: كرة صغيرة كتلتها m كثافتها النسبية كبيرة معلقة بخيط خفيف مهمل الكتلة لا يمتط طوله l كبير أمام نصف قطر الكرة.

نظرياً: نقطة مادية تهتز بتأثير ثقلها على بعد ثابت l من محور أفقي ثابت.

كرة صغيرة كتلتها m كثافتها النسبية كبيرة معلقة بخيط خفيف مهمل الكتلة لا يمتط طوله l كبير أمام نصف قطر الكرة، ادرس حركته عندما يهتز بعد ازاحته بمطال زاوي θ باستخدام نظرية التسارع الزاوي متوصلاً إلى المعادلة التفاضلية.

القوى الخارجية المؤثرة في الكرة: $\vec{W}$ ثقل الكرة، $\vec{T}$ توتر الخيط.

$$\sum \Gamma = I_\Delta.\bar\alpha \Rightarrow \Gamma_{\vec T} + \Gamma_{\vec W} = I_\Delta.\bar\alpha \dots (*)$$

(حامل $\vec{T}$ يلاقي محور الدوران) $\boxed{\Gamma_{\vec R} = 0 \dots (1)}$

$$d' = l.\sin\theta \Rightarrow \boxed{\Gamma_{\vec W} = -mgl\sin\theta \dots (2)}$$

نعوض (1) و (2) في (*):

$$0 - m.g.l\sin\theta = m.l^2(\bar\theta)''_t$$
$$-g.\sin\theta = l(\bar\theta)''_t$$

نعوّض في العلاقة السابقة مع الاختصار $\boxed{(\bar\theta)''_t = -\frac{g}{l}\sin\theta}$

(ويمكن الوصول إلى المعادلة السابقة انطلاقاً من قانون نيوتن الثاني)

انطلاقاً من العلاقة $(\bar\theta)''_t = -\frac{g}{l}\sin\bar\theta$ من أجل سعات صغيرة برهن أن حركة النواس الثقلي البسيط غير المتخامد هي حركة جيبية دورانية ثم استنتج علاقة الدور الخاص لهذا النواس مبيناً دلالات الرموز.

$$(\bar\theta)''_t = -\frac{g}{l}\sin\theta$$

وفي حالة السعات الزاوية الصغيرة $\theta \le 0.24\,rad$

$$\sin\theta \simeq \theta$$

$$\boxed{(\bar\theta)''_t = -\frac{g}{l}\bar\theta} \dots (1)$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar\varphi)$$

باشتقاق تابع المطال مرتين بالنسبة للزمن نجد: $\boxed{(\bar\theta)''_t = -\omega_0^2\bar\theta} \dots (2)$

بالمطابقة بين (1) و (2) نجد: $\omega_0^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} > 0$

وهذا محقق؛ لأنّ g ، l مقداران موجبان، فحركة النواس الثقلي البسيط من أجل السعات الزاوية الصغيرة هي حركة جيبية نبضها الخاص ω_0.

استنتاج علاقة الدور الخاص للاهتزاز: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

وهي علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي البسيط في السعات الصغيرة.

ملاحظة هامة: يمكن الوصول لعلاقة الدور الخاص للنواس البسيط انطلاقاً من العلاقة العامة للدور الخاص للناس الثقلي المركب في حالة السعات الزاوية الصغيرة، وذلك بتعويض كل من d و I_Δ :

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}} \xrightarrow{I_\Delta = ml^2 ،\ d=l} T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m\,l^2}{m\,g\,l}} \Longrightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

من العلاقة السابقة نستنتج أن الدور الخاص :

- لا يتعلق دور النواس البسيط بكتلته ، ولا بنوع مادة كرته .
- النوسات صغيرة السعة لها الدور نفسه (متواقتة فيما بينها)
- يتناسب دور النواس البسيط من أجل السعات الزاوية الصغيرة :
  - طرداً مع الجذر التربيعي لطول الخيط l
  - عكساً مع الجذر التربيعي لتسارع الجاذبية الأرضية g.

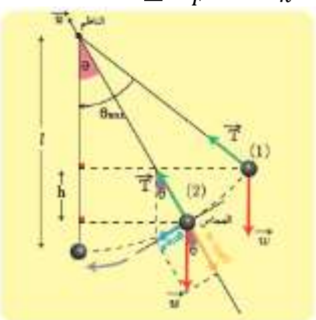
استنتج العلاقة المحددة للسرعة الخطية لكرة النواس في نقطة من مساره

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين :

الأول: لحظة ترك الكرة بدون سرعة ابتدائية : $\bar\theta_1 = \theta_{max}$

الثاني : لحظة المرور : $\bar\theta_2 = \theta$

$$\sum W_{\vec F} = \Delta E_k \Rightarrow W_{\vec W} + W_{\vec T} = E_{k2} - E_{k1}$$



$E_{k1} = 0$ (ترك دون سرعة ابتدائية $v = 0$)

$W_{\vec T} = 0$ حامل $\vec T$ عمودي على الانتقال في كل لحظة

$$m.g.h = \frac{1}{2}m.v^2$$

من الشكل: $h = l.\cos\theta - l.\cos\theta_{max}$:

$$h = l(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$
$$m.g.l(\cos\theta - \cos\theta_{max}) = \frac{1}{2}m.v^2$$
$$\Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2g.l(\cos\theta - \cos\theta_{max})}}$$

نواس ثقلي بسيط طول خيطه l نحرف الخيط عن الشاقول بزاوية θ_{max} ونتركه دون سرعة ابتدائية، أثبت أن توتر الخيط عندما يصنع مع الشاقول زاوية $\theta < \theta_{max}$ يُعطى بالعلاقة:

$$T = m.g(3cos\theta - 2cos\theta_{max})$$

جملة المقارنة: خارجية. الجملة المدروسة: كرة النواس.

القوة الخارجية المؤثرة: $\vec{W}$ ثقل الكرة ، $\vec{T}$ توتر الخيط.

نطبق العلاقة الأساسية بالتحريك الانسحابي:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow \quad \vec{w} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على الناظم $\overrightarrow{nn'}$ منطبق على حامل $\vec{T}$ وبجهته:

$$-m.g.cos\theta + T = m.a_c \Rightarrow T = m.a_c + m.g.cos\theta$$

$$T = m.\frac{v^2}{l} + m.g.cos\theta \xRightarrow{v=\sqrt{2g.l(cos\theta - cos\theta_{max})}}$$

$$T = m.\frac{2g.l(cos\theta - cos\theta_{max})}{l} + m.g.cos\theta$$

$$T = 2m.g(cos\theta - cos\theta_{max}) + m.g.cos\theta$$

$$T = 2m.g.cos\theta - 2m.g.cos\theta_{max} + m.g.cos\theta$$

$$T = 3m.g.cos\theta - 2m.g.cos\theta_{max}$$

$$\boxed{T = m.g(3cos\theta - 2cos\theta_{max})}$$

4 ميكانيك السوائل

فسر قدرة السوائل على حرية الحركة والجريان وعلى إشغال كامل حجم الوعاء الذي يحتويها

تتميز السوائل بقوى تماسك ضعيفة جزئياً بين جزئياتها فهي لا تحافظ على شكل معين وتتحرك جزئياتها بحيث تأخذ شكل الوعاء الذي توضع فيه وهي تستجيب بسهولة للقوى الخارجية التي تحاول تغيير شكلها.

عرف كلاً مما يلي:

1- الجريان المستقر المنتظم : تكون فيه سرعة جسيمات السائل ثابتة مع مرور الزمن في النقطة نفسها من خط الانسياب ، وتبقى هذه السرعة ثابتة في جميع نقاط السائل مع مرور الزمن.

2- الجريان المستقر غير المنتظم: تكون فيه سرعة جسيمات السائل ثابتة مع مرور الزمن في النقطة نفسها من خط الانسياب ، وتتغير هذه السرعة من نقطة إلى أخرى بمرور الزمن .

3- جسيم السائل: جزء من السائل أبعاده صغيرة جداً بالنسبة لأبعاد السائل وكبيرة بالنسبة لأبعاد جزيئات السائل

4- أنبوب التدفق: الأنبوب وهمي الذي يجري السائل بداخله أو أنبوب وهمي يحتوي على السائل .

5- خط الانسياب(خط الجريان): خط وهمي يبيّن المسار الذي يسلكه جسيم من السائل أثناء جريانه ويمس في كل نقطة من نقاطه شعاع السرعة في تلك النقطة.

6- معدل التدفق الكتلي: كتلة كمية السائل التي تعبر مقطع الأنبوب في واحدة الزمن $Q = \frac{m}{\Delta t}$

7- معدل التدفق الحجمي أو معدل الضخ:

حجم كمية السائل التي تعبر مقطع الأنبوب في واحدة الزمن $Q' = \frac{V}{\Delta t}$

اكتب مع الشرح ميزات (خصائص) التي يتمتع بها السائل المثالي.

1- غير قابل للانضغاط: كتلته الحجمية ثابتة مع مرور الزمن .

2- عديم اللزوجة: قوى الاحتكاك الداخلي بين مكوناته مهملة عندما تتحرك بالنسبة لبعضها البعض، وبالتالي لا يوجد ضياع للطاقة .

3- جريانه مستقر: أي أن حركة جسيماته لها خطوط انسياب محددة وسرعة جسيماته عند نقطة معينة تكون ثابتة بمرور الزمن .

4- جريانه غير دوراني: لا تتحرك جسيمات السائل حركة دورانية حول أي نقطة في مجرى الجريان

عندما يتحرك سائل داخل أنبوب مقطعا طرفيه مختلفان S1, S2 استنتج معادلة الاستمرارية، انطلاقاً من علاقة المنسوب الحجمي ، مبرهناً أن سرعة السائل تزداد كلما نقص سطح مقطع الانبوب الذي يجري فيه السائل .

$$Q'_1 = Q'_2 \Rightarrow \frac{V_1}{\Delta t} = \frac{V_2}{\Delta t} \Rightarrow V_1 = V_2 \Rightarrow$$

$$S_1 x_1 = S_2 x_2 \xRightarrow{x=v.t} S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$$

$$Q' = S_1 v_1 = S_2 v_2 = const \quad : \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2}$$

من هذه العلاقة نلاحظ أن سرعة تدفق السائل تتناسب عكساً مع مساحة مقطع الأنبوب الذي يتدفق منه السائل .

اذكر نص نظرية برنولي واستنتج العمل الكلي لجسيمات السائل متوصلاً إلى:

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = const$$

نص نظرية برنولي: إن مجموع الضغط والطاقة الحركية لوحدة الحجوم والطاقة الكامنة الثقالية لوحدة الحجوم تساوي مقداراً ثابتاً عند أية نقطة من نقاط خط الانسياب لسائل جريانه مستقر

الاستنتاج:

العمل الكلي المبذول لتحريك كتلة السائل من المقطع الأول إلى المقطع الثاني هو مجموع عمل قوة ثقل السائل وعمل قوة ضغط السائل :

- عمل قوة ثقل السائل :

$$\overline{w}_{\vec{w}} = -m.g.h = -mg(z_2 - z_1) = -mgz_2 + mgz_1$$

- عمل قوة ضغط السائل :

$\vec{F_1}$: قوة تؤثر على المقطع S1 لها جهة الجريان أي تقوم بعمل موجب (محرك)

$$W_1 = F_1.\Delta x_1 = P_1.S_1.\Delta x_1 = P_1.\Delta V_1$$

$\vec{F_2}$: قوة تؤثر على المقطع S2 لها جهة تعاكس جريان السائل تقوم بعمل سالب (مقاوم)

$$W_2 = -F_2.\Delta x_2 = -P_2.S_2.\Delta x_2 = -P_2.\Delta V_2$$

ويصبح العمل الكلي: $\overline{w}_{tot} = \overline{w}_{\vec{w}} + \overline{w}_{\vec{F_1}} + \overline{w}_{\vec{F_2}}$

$$\boxed{\overline{w}_{tot} = -mgz_2 + mgz_1 + P_1.\Delta V_1 - P_2.\Delta V_2} \dots\dots\dots (1)$$

وبحسب مصونية الطاقة فإن :

$$\boxed{\overline{w}_{tot} = \overline{\Delta E_k} = E_{k2} - E_{k1} = \frac{1}{2}m.{v_2}^2 - \frac{1}{2}m.{v_1}^2} \dots\dots\dots (2)$$

بالمساواة بين (1) و (2) نجد أن :

$$-mgz_2 + mgz_1 + P_1.\Delta V_1 - P_2.\Delta V_2 = \frac{1}{2}m.{v_2}^2 - \frac{1}{2}m.{v_1}^2$$

حيث $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$

(ننقل كل حد فيه 1 إلى طرف و2 إلى الطرف الآخر)

$$P_1\Delta V + \frac{1}{2}mv_1^2 + mgZ_1 = P_2\Delta V + \frac{1}{2}mv_2^2 + mgZ_2$$

(نقسم الطرفين على وحدة الحجوم ΔV)

$$P_1 + \frac{1}{2}\frac{m}{\Delta V}v_1^2 + \frac{m}{\Delta V}gZ_1 = P_1 + \frac{1}{2}\frac{m}{\Delta V}v_2^2 + \frac{m}{\Delta V}gZ_2$$

ولكن ($\rho = \frac{m}{\Delta V}$) :

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g Z_2$$

معادلة برنولي : $\boxed{P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = const}$

فسر علمياً انطلاقاً من معادلة برنولي: إذا كان الأنبوب أفقياً أي عندما $(z_1 = z_2)$ يزداد الضغط السائل في نقطة منه عندما تقل السرعة.

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = const$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g Z_2$$

بما أن الأنبوب أفقي أي $(Z_1 = Z_2)$: $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 = const$$

نستنتج أن ضغط السائل يقل عندما تزداد سرعته لأن الارتفاع نفسه يكون $h = const$ وبالتالي يزداد الضغط بنقصان السرعة.

انطلاقاً من معادلة برنولي استنتج معادلة المانومتر باعتبار أن السائل ساكن (قانون الضغط في السوائل الساكنة) ، وماذا يستفاد من هذه المعادلة؟

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = const$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g Z_2$$

بفرض أن السائل ساكن في الأنبوب أي أنّ: $v_1 = v_2 = 0$

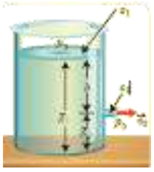
$$P_1 + \rho g Z_1 = P_2 + \rho g Z_2 \Rightarrow P_1 - P_2 = \rho g (Z_2 - Z_1)$$

$$\boxed{P_1 - P_2 = \rho\, g\, h}$$

وهذه معادلة المانومتر (قانون الضغط في السوائل الساكنة) ، ويستفاد منها في قياس فرق الضغط بين نقطتين لسائل ساكن.

انطلاقاً من معادلة برنولي استنتج العلاقة المحددة لسرعة تدفق سائل من فتحة صغيرة تقع قرب قعر خزان واسع جداً على عمق (Z) من السطح الحر للسائل(نظرية تورشيللي)، وماذا يستفاد من هذه العلاقة.

معادلة برنولي : $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = const$



$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

ولكن: $s_1 \gg s_2 \Rightarrow v_1 \ll v_2$

v_1 تهمل لصغرها و $P_1 = P_2 = P_0$

$$\rho g z_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

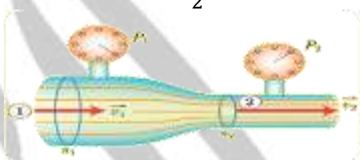
$$g z_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + g z_2 \Rightarrow \frac{1}{2}v_2^2 = g z_1 - g z_2$$

$$v_2^2 = 2g(z_1 - z_2) \Rightarrow \boxed{v_2 = \sqrt{2gh}}$$

يستفاد من هذه العلاقة في حساب سرعة خروج سائل من أي فتحة في الوعاء ،سواء كان في قعره أم في جدرانه الجانبية، وسرعة خروج السائل تساوي السرعة التي يسقط بها جسم سائل سقوطاً حراً من ارتفاع h

انطلاقاً من معادلة برنولي استنتج العلاقة المحددة لفرق الضغط بين الجذع الرئيسي والاختناق.
أو (في أنبوب فنتوري بين أن الضغط في الاختناق أقل من الضغط في الجذع الرئيسي) ، وماذا يستفاد من هذه الخاصية؟

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g Z_2$$



وبما أن الأنبوب أفقي : $Z_1 = Z_2$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Rightarrow$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

ولكن: $s_1 v_1 = s_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{s_1}{s_2} . v_1$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\left[\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^2 v_1^2 - v_1^2\right] = \frac{1}{2}\rho\left[\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^2 - 1\right] v_1^2$$

$$s_1 > s_2 \Rightarrow P_1 - P_2 > 0 \Rightarrow P_1 > P_2$$

أي أن الضغط في الاختناق أقل من الضغط في الجذع الرئيس للأنبوب.

يستفاد من هذه الخاصية: في الطب، فقد تتناقص مساحة مقطع الشرايين في منطقة ما نتيجة تراكم الدهون و الشحوم، وهذا يعيق جريان الدم في هذه الشرايين، ويتناقص ضغط الدم في المقاطع المتضيقة عن قيمته الطبيعية اللازمة لمقاومة الضغوط الخارجية.

(أيهما أكثر تقوساً السطح العلوي أم السطح السفلي لجناح الطائرة)؟

سرعة جريان الهواء في الأعلى أكبر مما هي عليه من الأسفل، وهذا يجعل الضغط من الأسفل أكبر منه في الأعلى، وينشأ فرق في الضغط يؤدي ذلك إلى رفع الطائرة للأعلى، تسمى قوة فرق الضغط هذه بقوة الرفع، وتناسب سرعة الطائرة .

أعط تفسيراً علمياً باستخدام العلاقات المناسبة:

1. اختلاف سرعة جريان الماء عبر مقاطع مختلفة المساحة في مجرى نهر جريانه أفقي.
أو يندفع الماء بسرعة كبيرة من ثقب صغير حدث في جدار خرطوم ينقل الماء
أو تكون مساحة فتحات الغاز في موقد الغاز صغيرة

حسب معادلة الاستمرارية $S_1 v_1 = S_2 v_2$ السرعة تتناسب عكساً مع مساحة مقطع لذلك تزداد السرعة عندما تنقص المساحة، و تنقص السرعة عندما تزداد المساحة.

2. عدم تقاطع خطوط الانسياب للسائل.
خط الانسياب يمس في كل نقطة شعاع سرعة جسيم السائل في تلك النقطة، تقاطع خطوط الانسياب يعني وجود أكثر من سرعة للجسيم بالمكان نفسه و باتجاهات مختلفة باللحظة ذاتها وهذا غير ممكن.

3. ينقص مقطع عمود الماء المتدفق من الخرطوم عندما توجّه فوهته للأسفل، ويزداد مقطعه عندما توجّه فوهته رأسياً للأعلى.

حسب معادلة الاستمرارية : $S_a . v_a = S_b . v_b$.

عندما توجه فوهته للأسفل: سرعة جريان الماء تزداد كلما اقتربنا من سطح الأرض: $v_b > v_a$

فينقص مقطع الماء المتدفق: $S_b < S_a$

عندما توجه فوهته للأعلى: سرعة جريان الماء تنقص كلما ابتعدنا عن سطح الأرض: $v_b < v_a$.

فيزداد مقطع الماء المتدفق: $S_b > S_a$

4. تستطيع خراطيم سيارات الإطفاء إيصال الماء لارتفاعات ومسافات كبيرة.
أو لجعل الماء المتدفق من فتحة خرطوم يصل إلى مسافات أبعد نغلق جزءاً من فتحة الخرطوم.

حسب معادلة الاستمرارية: $S_a . v_a = S_b . v_b$

إن فوهة الخرطوم ضيقة لذا تزداد $S_b < S_a \Longrightarrow v_b > v_a$

سرعة الماء فتزداد طاقته الحركية لذا يصل إلى ارتفاعات أعلى ومسافات اطول.

5 النسبية الخاصة

اكتب فرضيتا أينشتاين في النسبية الخاصة.

1. الفرضية الأولى : سرعة انتشار الضوء في الخلاء هي نفسها $c = 3 \times 10^8\ m.s^{-1}$ في جميع جمل المقارنة.

2. الفرضية الثانية : القوانين الفيزيائية تبقى نفسها في جميع جمل المقارنة العطالية.

نفرض قطاراً يسير بسرعة ثابتة v ، مثبت على سقف إحدى عرباته مرآة مستوية ترتفع مسافة d عن منبع ضوئي بيد مراقب يقف ساكناً في العربة ذاتها، يرسل المراقب ومضة ضوئية باتجاه المرآة، ويسجل الزمن t_0 الذي تستغرقه الومضة الضوئية للعودة إلى المنبع ، أما بالنسبة لمراقب خارجي يقف ساكناً خارج القطار على استقامة واحدة مع المنبع الضوئي لحظة إصدار الومضة الضوئية فإن الزمن الذي تستغرقه الومضة الضوئية للعودة إلى المنبع هو t ، برهن أن الزمن الذي يسجله المراقب الخارجي يتمدد بالنسبة للمراقب الداخلي.

بالنسبة لمراقب داخلي : الزمن × السرعة = المسافة التي يقطعها الضوء

$$2d = c.t_0 \Rightarrow \boxed{t_0 = \frac{2d}{c}} ....(1)$$

بالنسبة لمراقب خارجي:

الزمن × السرعة = المسافة التي يقطعها الضوء

$$ab + bc = c.t \Rightarrow 2ab = c.t \Rightarrow \boxed{ab = \frac{c.t}{2}}$$

الزمن × السرعة = المسافة التي يقطعها المنبع

$$ae + ec = v.t \Rightarrow 2ae = c.t \Rightarrow \boxed{ae = \frac{v.t}{2}}$$

حسب مبرهنة فيثاغورث ي المثلث abe :

$$\boxed{(ab)^2 = (ae)^2 + (be)^2} \Rightarrow \frac{c^2.t^2}{4} = \frac{v^2.t^2}{4} + d^2$$

$$\frac{c^2.t^2}{4} - \frac{v^2.t^2}{4} = d^2 \Rightarrow t^2\left(\frac{c^2 - v^2}{4}\right) = d^2$$

$$t^2 = \frac{d^2}{\left(\frac{c^2-v^2}{4}\right)} \Rightarrow t^2 = \frac{4d^2}{c^2 - v^2} \Rightarrow \boxed{t = \frac{2\,d}{\sqrt{c^2 - v^2}}} ....(2)$$

بقسمة العلاقة (1) إلى (2) نجد: $\frac{t}{t_0} = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}$

$$\frac{t}{t_0} = \frac{c}{\sqrt{c^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}} = \frac{c}{c\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}} \Rightarrow \frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

ندعو النسبة : $\gamma = t/t_0$ (عامل لورنز أو عامل التصحيح)

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \gamma = \frac{t}{t_0} > 1 \Rightarrow \boxed{t = \gamma\, t_0}$$

نستنتج أن الزمن يتمدد (يتباطأ) عند الحركة.

تخيل مراقبين: الأول في محطة إطلاق على الأرض، و الثاني هو روبوت في مركبة فضاء انطلقت من محطة الفضاء نحو الشمس بسرعة ثابتة بالنسبة للمراقب الأول ، وجد أن طول المسافة التي تسجلها عدادات المركبة الفضائية أقصر من المسافة التي تسجلها العدادات في المحطة الأرضية، برهن صحة ذلك .

- تسجل العدادات في المحطة على الأرض الآتي:

المسافة بين الأرض و الشمس L_0، الزمن الذي استغرقته مركبة الفضاء في رحلتها t:

$$\boxed{L_0 = v\,t}$$

- وتسجل عدادات مركبة الفضاء المعطيات الآتية:

المسافة المقطوعة بين الأرض و الشمس L، وزمن الرحلة t_0:

$$\boxed{L = v\,t_0}$$

بقسمة العلاقتين بعضهما على بعض فنجد: $\frac{L_0}{L} = \frac{t}{t_0}$

- لكن الزمن الذي استغرقته رحلة المركبة الفضائية يتمدد بالنسبة للمراقب الأول $t = \gamma t_0$، أي:

$$\frac{L_0}{L} = \frac{\gamma t_0}{t_0}$$

$$\boxed{L = \frac{L_0}{\gamma}}$$

نستنتج أن الطول ينكمش (يتقلص) عند الحركة .

أما بالنسبة لطول المركبة الفضائية (وفق منحى سرعتها) فيعد L بالنسبة للمراقب الأرضي في المحطة لأن المركبة الفضائية متحركة بالنسبة له، ويعتبر L_0 بالنسبة للمراقب في المركبة الفضائية ، فيكون طول المركبة بالنسبة للمراقب الأرضي أقصر مما هو عليه بالنسبة لمراقب في المركبة.

الطاقة الكلية في الميكانيك النسبي هي مجموع الطاقة السكونية والطاقة الحركية اكتب العلاقة المعبرة عن كل منها.

$$\boxed{E = E_0 + E_k}$$

الطاقة السكونية: $E_0 = m_0 . c^2$

الطاقة الحركية: $E_k = E - E_0$

الطاقة الكلية: $E = m. c^2$

الكتلة ثابتة في الميكانيك الكلاسيكي من اجل السرعات الصغيرة أمام سرعة انتشار الضوء في الخلاء، أما وفق الميكانيك النسبي فإن الكتلة تزداد بزيادة السرعة، وفق العلاقة: $m = \gamma m_0$ ، استنتج مقدار الزيادة في الكتلة انطلاقاً من علاقة الطاقة الحركية

$$E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2$$

$$E_k = (m - m_0)c^2$$

$$E_k = \Delta m c^2$$

$$\boxed{\Delta m = \frac{E_k}{c^2}}$$

نستنتج انه عندما يتحرك الجسم تزداد كتلته بمقدار يساوي طاقته الحركية مقسومة على رقم ثابت c^2، أي أن الكتلة تكافئ الطاقة.

انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المحددة للطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي ، هل من المفيد تطبيق قوانين النظرية النسبية من أجل السرعات الصغيرة.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}} = \frac{1}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

من أجل السرعات الصغيرة أمام سرعة الضوء في الخلاء أي $v \ll c$ فإن $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$

ومنه عند استخدام قانون التقريب وذلك بعد تحقق ان $\varepsilon \ll 1$ نجد :

$$\boxed{\gamma = 1 + \frac{v^2}{2c^2} \dots (*)}$$

تكون عندئذ علاقة الطاقة الحركية في الميكانيك النسبي:

$$E_k = E - E_0 = m. c^2 - m_0 . c^2 = (m - m_0)c^2 = (\gamma m_0 - m_0)c^2$$

$$E_k = (\gamma - 1)m_0c^2$$

نعوض $(*)$:

$$E_k = \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1\right)m_0c^2 = \left(\frac{v^2}{2c^2}\right)m_0c^2$$

وهي علاقة الطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي. $\boxed{E_k = \frac{1}{2}m_0v^2}$

نلاحظ إن أثر النظرية النسبية الخاصة يهمل من اجل السرعات الصغيرة بالنسبة إلى سرعة انتشار الضوء في الخلاء، وتؤول عندها العلاقات الفيزيائية إلى شكلها الكلاسيكي

أعط تفسيراً علمياً باستخدام العلاقات المناسبة:

1. عندما يكون الجسم متحركاً بالنسبة لجملة مقارنة فإن طوله يتقلص وفق قياس جملة المقارنة تلك.

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \quad : \gamma \ > 1 \Rightarrow L < L_0$$

2. عندما يكون الجسم متحرك بالنسبة لجملة مقارنة فإن زمنه يتمدد وفق قياس جملة المقارنة تلك .

$$t = \gamma\, t_0 \quad : \gamma \ > 1 \Rightarrow t > t_0$$

3. عندما يكون جسم متحركاً بالنسبة لجملة مقارنة فإن كتلته تزداد وفق قياس جملة المقارنة تلك.

$$m = \gamma m_0 : \gamma \ > 1 \Rightarrow m > m_0$$

4. جسم ساكن على سطح الأرض(مستوي مرجعي) ، فإن طاقته النسبية الكلية غير معدومة.

طاقته الحركية معدومة لإنعدام سرعته، طاقة الكامنة الثقالية معدومة بالنسبة للمستوى المرجعي لأن ارتفاع الجسم عنه معدوم، طاقته الكلية النسبية غير معدومة لأنها مجموع الطاقة الحركية و الطاقة السكونية، صحيح أن طاقته الحركية معدومة إلا أن طاقته السكونية موجودة مازال يمتلك كتلة سكونية.

$$E = E_0 + E_k = m_0c^2 + 0 = m_0c^2 \neq 0$$

في الميكانيك الكلاسيكي إذا تضاعفت كمية حركة جسيم ما فإن طاقته الحركية تزداد أربعة أضعاف، فهل يتحقق ذلك في الميكانيك النسبي، وضح ذلك .

في الميكانيك الكلاسيكي: تضاعف كمية حركة جسيم ما مرتين يعني بالضرورة تضاعف سرعته مرتين لأن كتلته ثابتة فتزداد طاقته الحركية أربعة أضعاف .

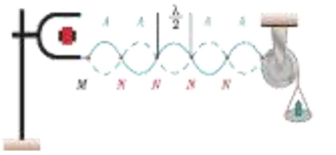
إما في الميكانيك النسبي: فهذا غير محقق لأن الكتلة تزداد بزيادة السرعة .

الوحدة الثالثة : الأمواج المستقرة

الأمواج المستقرة العرضية

الدراسة التجريبية للأمواج المستقرة العرضية في وتر:

تجربة 1 أثبت البكرة على الحامل، وأثبت طرف الوتر بإحدى شعبتي الرنانة، وأمرر الوتر على محز البكرة، و أعلق بطرفه المتدلي كفة الأثقال ، وأضع في الكفة ثقلاً مناسباً بحيث يشد الوتر بوضع أفقي :



1. أصل الرنانة بوساطة أسلاك التوصيل بمربطي وحدة التغذية الموصولة بمآخذ تيار المدرسة (تيار المدينة)، وأغلق مفتاح تشغيل وحدة التغذية لتعمل الرنانة، ماذا تلاحظ؟

تتشكل أمواج عرضية متقدمة تنتشر على طول الوتر.

2. اكتب معادلة مطال موجة واردة متقدمة جيبية بالاتجاه الموجب للمحور $\overrightarrow{x'x}$ عندما تصل إلى النقطة n من وسط الانتشار و التي فاصلتها $\overline{x}$ عن النهاية المقيدة m في اللحظة t.

$$\overline{y}_{1(t)} = y_{max} cos\left(\omega t - 2\pi\frac{\overline{x}}{\lambda}\right) \quad .... (1)$$

3. اكتب معادلة مطال موجة منعكسة متقدمة جيبية بالاتجاه السالب للمحور $\overrightarrow{x'x}$ تصل إلى النقطة n من وسط الانتشار والتي فاصلتها $\overline{x}$ عن النهاية المقيدة m في اللحظة t.

$$\overline{y}_{2(t)} = y_{max} cos\left(\omega t + 2\pi\frac{\overline{x}}{\lambda} + \varphi'\right) \quad .... (2)$$

تتعرض لفرق في الطور $\overline{\varphi'}$ بسبب الانعكاس، وهو متأخر في الطور عن الموجة الواردة إلى n.

4. حدد أوجه الاختلاف والتشابه بين الموجة الواردة المتقدمة والموجة المنعكسة المتقدمة؟

تنعكس الإشارة عن النهاية المقيدة أو عن النهاية الطليقة بسرعة الانتشار نفسها والتواتر نفسها و بالسعة نفسها _ عند إهمال الضياع في الطاقة _ وينشأ فرق في الطور $\overline{\varphi'}$ بين الموجة الواردة والموجة المنعكسة في الوسط (الوتر):

1. إذا كانت النهاية مقيدة: فإن جهة الإشارة المنعكسة تعاكس جهة الإشارة الواردة؛ أي يتولد بالانعكاس فرق طور $\overline{\varphi'} = \pi \text{ rad}$ (تعاكس بالطور).

2. إذا كانت النهاية طليقة: فإن جهة الإشارة المنعكسة نفسها للإشارة الواردة؛ أي فرق في الطور $\overline{\varphi'} = 0 \text{ rad}$ (توافق بالطور).

5. حدد ماذا يتشكل نتيجة التداخل بين الموجة الجيبية الواردة مع الموجة الجيبية المنعكسة ؟

تتشكل الأمواج المستقرة العرضية نتيجة التداخل بين موجة جيبية واردة مع موجة جيبية منعكسة على نهاية مقيدة تعاكسها بجهة الانتشار و لها التواتر نفسه و السعة نفسها، وينتج عن تداخلها:

- نقاط تهتز بسعة عظمى تسمى بطون الاهتزاز يرمز لها بـ A ، حيث تلتقي فيها الأمواج الواردة والمنعكسة على توافق دائم.

■ ونقاط تنعدم فيها سعة الاهتزاز تسمى عقد الاهتزاز، يرمز لها بـ N ، حيث تلتقي فيها الأمواج الواردة والمنعكسة على تعاكس دائم.

6. ماهي المسافة بين عقدتين متتاليتين ؟ وكيف تهتز نقاط المغزل الواحد ونقاط مغزلين متجاورين ؟ ولماذا سميت الأمواج المستقرة بهذا الاسم ؟

تكون المسافة الفاصلة بين كل عقدتين متتاليتين $\lambda/2$، ويشكل الاهتزاز ما بين عقدتين متجاورتين ما يشبه المغزل وتهتز جميع نقاط المغزل الواحد على توافق بالطور فيما بينها، بينما تهتز نقاط مغزلين متجاورين على تعاكس بالطور فيما بينها وتبدو الموجة وكأنها تهتز مراوحة في مكانها، فتأخذ شكلاً ثابتاً ، لذلك سميت بالأمواج المستقرة.

7. ما الأمواج المستقرة العرضية؟

الموجة المستقرة: هي نمط اهتزاز مستقر تحتوي على عقد بينها بطون تنشأ نتيجة التداخل بين موجتين متساويتين في التواتر و السعة وتنتشران في اتجاهين متعاكسين.

الدراسة النظرية للأمواج المستقرة العرضية:

في الدراسة النظرية للأمواج العرضية المستقرة في وتر استنتج تابع المطال لنقطة n من الوتر؟

■ يمكن استنتاج المطال المحصل للاهتزاز النقطة n التي تخضع لتأثير الموجتين الواردة و المنعكسة معاً بجمع المعادلتين (1) مع (2) فيصبح مطالها المحصل $\bar{y}_{n(t)}$:

$$\bar{y}_{n(t)} = \bar{y}_{1(t)} + \bar{y}_{2(t)}$$

$$\bar{y}_{n(t)} = Y_{max}\left[cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}\right) + cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}\bar{x} + \bar{\varphi}'\right)\right]$$

وبما أن : $cos\alpha + cos\beta = 2cos\frac{\alpha-\beta}{2}cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

نجد: $\bar{y}_{n(t)} = 2Y_{max}cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}+\frac{\varphi'}{2}\right)cos\left(\omega t+\frac{\varphi'}{2}\right)$

الأمواج المستقرة العرضية المنعكسة على نهاية مقيدة:

في الانعكاس على نهاية مقيدة يكون فرق الطور $\varphi' = \pi$ rad نعوض:

$$\bar{y}_{n(t)} = 2Y_{max}cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x} + \frac{\pi}{2}\right)cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

وبما أن $cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right) = -sin\theta$ تصبح العلاقة:

$$y_n(t) = 2y_{max}\left(-\sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}\right).\left(-\sin\omega t\right)$$

$$\bar{y}_{n(t)} = 2Y_{max} sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}\, sin(\omega t)$$

$$\bar{y}_{n(t)} = Y_{max/n} sin(\omega t)$$

باعتبار $Y_{max/n}$ سعة الموجة المستقرة في النقطة n: $Y_{max/n} = 2Y_{max}\left|sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}\right|$

انطلاقاً من هذه العلاقة المعبرة عن سعة الموجة المستقرة العرضية $y_{max\cdot n} = 2y_{max}\left|sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}\right|$

استنتج العلاقة المحددة لأبعاد عقد وبطون الاهتزاز عند النهاية المقيدة؟

أبعاد العقد: عقد الاهتزاز N: نقاط سعة اهتزازها معدومة دوماً، تحدد أبعادها $\bar{x}$ عن النهاية المقيدة

بالعلاقة: $Y_{max/n} = 0 \Rightarrow sin\frac{2\pi}{\lambda}x = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi$

$\boxed{x = n\frac{\lambda}{2}}$ حيث: $n = 0,1,2,3 \ldots\ldots$

أي أن النقاط التي تبعد عن النهاية المقيدة _التي يحدث عندها انعكاس وحيد_ أعداد صحيحة موجبة من نصف طول الموجة ، يصلها اهتزاز وارد ، واهتزاز منعكس على تعاكس دائم، فتكون ساكنة دوماً.

وتؤلف عقد اهتزاز N، وتكون المسافة بين كل عقدتين متتاليتين $\frac{\lambda}{2}$.

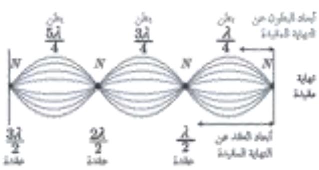
أبعاد البطون: بطون الاهتزاز A: نقاط سعة اهتزازها عظمى دوماً،

تحدد أبعادها $\bar{x}$ عن النهاية المقيدة بالعلاقة:

$$Y_{max/n} = 2Y_{max} \Rightarrow \left|sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}\right| = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{\pi}{2}+\pi n \Rightarrow \frac{2}{\lambda}x = \frac{1}{2} + n \Rightarrow \frac{4}{\lambda}x = 1+2n \Rightarrow$$

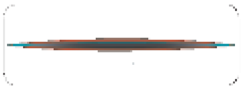
$\boxed{x=(2n+1)\frac{\lambda}{4}}$ حيث: $n=0,1,2,3\ldots\ldots$.



أي أن النقاط التي تبعد عن النهاية المقيدة_ التي يحصل عندها انعكاس وحيد_ أعداد فردية من ربع طول الموجة، يصلها اهتزاز وارد واهتزاز منعكس على توافق دائم، فتكون سعة الاهتزاز فيها عظمى دوماً، وتؤلف بطون اهتزاز A وتكون المسافة بين كل بطنين متتاليين $\frac{\lambda}{2}$ والمسافة بين عقدة وبطن يليه $\frac{\lambda}{4}$.

الاهتزازات القسرية في وتر مرن:

تجربة 2 تجربة ملد على نهاية مقيدة: أثبت البكرة على الحامل، وأثبت أحد طرفي الوتر بشعبة الهزازة (النقطة a) ، وأمرر الوتر على محز البكرة (النقطة b) لتشكل عقدة ثابتة، وأعلق بطرفه المتدلي كفة الأثقال ، و أضع في الكفة ثقلاً مناسباً يشد الوتر بوضع أفقي ويجعل تواتر صوته الأساسي ثابتاً : $f_1 = 10\ Hz$



1. نزيد تواتر الرنانة f بالتدريج بدءاً من القيمة 0 حتى القيمة $f < 10Hz$ ، ماذا تلاحظ؟

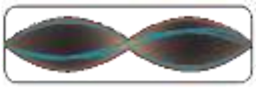
اهتزازات قسرية في الوتر بسعة اهتزاز صغيرة نسبياً من رتبة سعة اهتزاز الهزازة Y_{max}

2. أجعل تواتر الرنانة $f = 10\ Hz$، هل يتشكل موجة مستقرة واضحة بسعة عظمى $Y > Y_{max}$؟

اهتزازات قسرية في الوتر بسعة اهتزاز عند البطون أكبر بكثير من السعة العظمى للهزازة

3. أجعل تواتر الرنانة $10 < f < 20\ Hz$ ، ماذا ألاحظ؟

تعود سعة الاهتزاز صغيرة ويتكون مغزلين غير واضحين



4. أجعل تواتر الرنانة $f = 20\ Hz$، ماذا ألاحظ ؟

مغزلين واضحين وبسعة اهتزاز عظمى $Y > Y_{max}$

5. أتساءل كيف أحصل على أربعة مغازل في الوتر تهتز بسعة اهتزاز عظمى ؟.

اجعل تواتر الهزازة $f = 40\ Hz$ لان تواتر الصوت الأساسي $f = 10\ Hz$

6. ماذا تستنتج من هذه التجربة؟

نستنتج من تجربة ملد

تتولد أمواج مستقرة على طول الوتر مهما كان تواتر الهزازة وتميز حالتين:

-1 $f_{هزازة} = nf_1$ سعة الاهتزاز كبيرة -2 $f_{هزازة} \neq nf_1$ سعة الاهتزاز صغيرة

استنتج العلاقة بين تواتر الاهتزاز وطول الوتر (تواتر مدروجات)

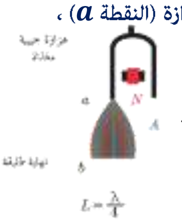
$f = n f_1$: $L = n\frac{\lambda}{2} \xRightarrow{\lambda=\frac{v}{f}} L = n\frac{v}{2f}$

$\boxed{f = n\frac{v}{2L}}$ حيث: n عدد صحيح موجب .. $n = 1,2,3,4\ldots$

يسمى أول تواتر يولد مغزلاً واحداً: التواتر الأساسي. $n = 1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L}$ المدروج الأول (الأساسي).

وتسمى بقية التواترات من أجل $n = 1,2,3,4\ldots$ تواترات المدروجات $f = n\frac{v}{2L} = n f_1$.

تجربة 3 تجربة ملد على نهاية طليقة: أثبت أحد طرفي الوتر بشعبة الهزازة (النقطة a) ، وأترك الوتر يتدلى شاقولياً، ليكون طرفه السفلي نهاية طليقة (النقطة b) .



1. أغلق القاطعة لتعمل الهزازة، ماذا تلاحظ؟

عندما تعمل الهزازة تتولد أمواج مستقرة في حالة التجاوب على طول الوتر .

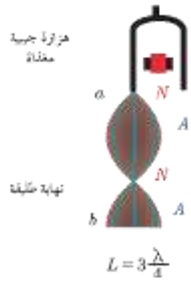
2. ماذا يتشكل في كل من النقطة a، والنقطة b عند حدوث التجاوب؟

يتكون في النقطة a عقدة اهتزاز وفي النقطة b بطن اهتزاز .

3. ماهو تواتر الصوت عندما يتشكل على طول الوتر $\frac{\lambda}{4}$ ، $3\frac{\lambda}{4}$ وماذا يسمى كل منهما ؟

■ عندما يكون طول الوتر $L = \frac{\lambda}{4}$ فإنه يصدر صوتاً أساسياً تواتره $f_1 = \frac{v}{4L}$.

■ عندما يكون طول الوتر $L = \frac{3\lambda}{4}$ فإنه يصدر صوتاً تواتر مدروجه الثالث: $f_1 = 3\frac{v}{4L}$



4. حدد المدروجات انطلاقاً من العلاقة المحددة لطول الوتر ؟ وماذا يمثل $(2n-1)$ ؟

$$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \xRightarrow{\lambda=\frac{v}{f}} L = (2n-1)\frac{v}{4f}$$

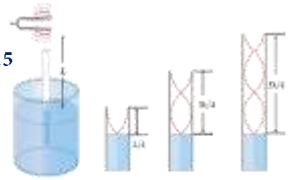
حيث: n عدد صحيح موجب .. $n = 1,2,3,4,\ldots$

$\boxed{f = (2n-1)\frac{v}{4L}}$

ويمثل $(2n-1)$ مدروج الصوت الصادر.

تطبيقات الأمواج المستقرة:

تجربة 4 قياس سرعة انتشار الاهتزاز العرضي في وتر مشدود: أثبت البكرة على الحامل، وأثبت أحد طرفي الوتر بشعبة الهزازة (النقطة a)، وأمرر الوتر على محز البكرة (النقطة b) لتشكل عقدة ثابتة، و أعلق بطرفه المتدلي كفة الأثقال، وأضع في الكفة ثقلاً مناسباً يشد الوتر بوضع أفقي (قوة شد الوتر F_T) ويجعل تواتر صوته الأساسي $f_1 = 10\ Hz$.



1.عرف الوتر المشدود؟ هو جسم صلب مرن أسطواني، طوله كبير بالنسبة لنصف قطر مقطعه، مشدود بين نقطتين ثابتتين تؤلفان عقدتي اهتزاز في جملة أمواج مستقرة عرضية.

2.عندما تعمل الهزازة بتواتر $f = f_1$، يتشكل في الوتر مغزل واحد، أعلل ذلك؟
لأنه يحدث التجاوب عندما يكون تواتر الهزازة المعلوم f يساوي تواتر الصوت الأساسي للوتر المهتز f_1 أو مساوياً مضاعفات صحيحة منه.

3.ماذا أسمي الصوت الناتج في هذه الحالة؟
يسمى الصوت الناتج بالصوت الأساسي (المدروج الأول)

4.ماذا يساوي طول الوتر في هذه الحالة؟ وماهي علاقة سرعة الانتشار؟
يكون طول الوتر المهتز مساوياً $L = \frac{\lambda}{2}$، وتحسب سرعة الانتشار من العلاقة $v = \lambda f$.

5.عندما تعمل الهزازة بتواتر $f = nf_1$ ماذا تسمى الأصوات الناتج؟
تسمى الأصوات الناتجة بـالمدروجات.

6. كيف يزداد عدد المغازل؟ وكيف ينقص تجريبياً ؟
يزداد عدد المغازل عندما يزداد طول الوتر او عندما يزداد تواتر الاهتزاز، وينقص بزيادة قوة الشد.

7.بما تتعلق سرعة انتشار الاهتزاز العرضي في الوتر المهتز ؟ اكتب العلاقة المعبرة عن ذلك، ثم اكتب علاقة الكتلة الخطية للوتر ؟
تدل نتائج التجارب المختلفة على أن سرعة انتشار الاهتزاز العرضي في الوتر المهتز تتناسب:
1.طرداً مع الجذر التربيعي لقوة الشد F_T.
2.عكساً مع الجذر التربيعي لكتلة وحدة الطول من الوتر المتجانس، وتسمى الكتلة الخطية μ.

أي: $$v = const\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

إن هذا الثابت في الجملة الدولية يساوي الواحد $(const = 1)$

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

حيث أن الكتلة الخطية للوتر $\mu = \frac{m(kg)}{L(m)}$ وواحدتها في الجملة $kg.m^{-1}$.

7.استنتج تواتر الصوت البسيط الصادر عن الوتر بدلالة قوة الشد F_T ، واكتب دلالات الرموز ؟
نعوض عن سرعة انتشار الاهتزاز في الوتر، وعن الكتلة الخطية للوتر في علاقة تواتر الوتر المشدود فنجد:

$$f = n\frac{v}{2L} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T L}{m}}$$

- f تواتر الصوت البسيط الصادر عن الوتر، ويقدر بالهرتز Hz.
- F_T قوة شد الوتر، وتقدر بالنيوتن N.
- L طول الوتر، وتقدر بالمتر m.
- μ الكتلة الخطية للوتر، وتقدر بـ $kg.m^{-1}$.

n عدد صحيح يمثل عدد المغازل المتكونة في الوتر أو رتبة الصوت الصادر عنه (المدروج).

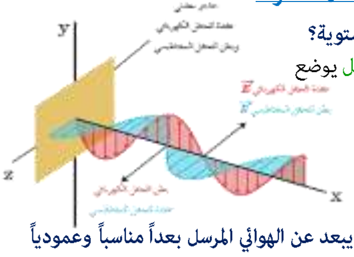
8. بفرض أن وتراً طوله L ، كتلته m، ومساحة مقطعه s وكتلته الحجمية ρ، استنتج علاقة الكتلة الخطية μ بدلالة الكتلة الحجمية ؟

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho.V}{L} = \frac{\rho.S.L}{L} = \rho.S = \rho\pi r^2$$

الامواج الكهرطيسية المستقرة:

نشاط 1 1. كيف تتولد الأمواج الكهرطيسية المستوية؟
تتولد الأمواج الكهرطيسية المستوية بوساطة هوائي مرسل يوضع في محرق عاكس بشكل قطع مكافئ دوراني.

2. مما تتألف الموجة الكهرطيسية المستوية؟
تتألف الموجة الكهرطيسية المستوية من حقلين متعامدين: حقل كهربائي $\vec{E}$ وحقل مغناطيسي $\vec{B}$.



3. ماذا يحدث عند وضع حاجز معدني ناقل مستوي يبعد عن الهوائي المرسل بعداً مناسباً وعمودياً على منحى الانتشار.
عندما تلاقي الامواج الكهرطيسية الواردة حاجزاً معدنياً ناقلاً مستوياً عمودياً على منحى الانتشار، ويبعد عن الهوائي المرسل بعداً مناسباً، تنعكس عنه .

4. ماذا ينتج عن تداخل الموجة الكهرطيسية الواردة مع الموجة الكهرطيسية المنعكسة؟وماذا تتمتع هذه الأمواج ؟
تتداخل الأمواج الكهرطيسية الواردة مع الامواج الكهرطيسية المنعكسة لتؤلف أمواجاً كهرطيسية مستقرة.
تتمتع هذه الأمواج بطيف واسع من التواترات يشمل الأمواج الطويلة مثل الأمواج الراديوية والرادارية والكروية إلى الأمواج القصيرة مثل الضوء المرئي و الأشعة السينية وأشعة غاما و الأشعة الكونية

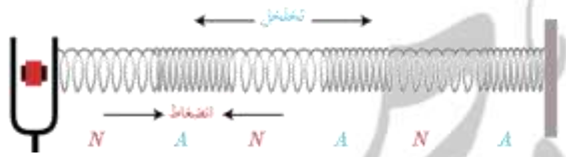
5 كيف نكشف عن الحقل الكهربائي؟
نكشف عن الحقل الكهربائي $\vec{E}$ بوساطة هوائي مستقبل نضعه موازياً للهوائي المرسل، يمكن تغيير طوله، وعند وصل طرفي الهوائي المستقبل براسم اهتزاز مهبطي، وتغيير طول الهوائي حتي يرتسم على شاشة راسم الاهتزاز خط بياني بسعة عظمى فيكون أصغر طول للهوائي المستقبل مساوياً $\frac{\lambda}{2}$.

6 كيف نكشف عن الحقل المغناطيسي؟
نكشف عن الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ بوساطة حلقة نحاسية عمودية على $\vec{B}$ فيولد فيها تواتراً نتيجة تغير التدفق المغناطيسي الذي يجتازها.

7. ماذا يحصل عند نقل كلا الكاشفين بين الهوائي المرسل والحاجز؟
عندما ننقل كلاً من الكاشفين بين الهوائي المرسل والحاجز نجد الآتي:
- توالي مستويات N يدل فيها الكاشف على دلالة صغرى ومستويات للبطون A يدل فيها الكاشف على دلالة عظمى متساوية الأبعاد عن بعضها، قيمتها $\frac{\lambda}{2}$ بين كل مستويين لهما الحالة الاهتزازية نفسها.
- مستويات عقد الحقل الكهربائي هي مستويات بطون للحقل المغناطيسي وبالعكس.
- الحاجز الناقل المستوي عقدة للحقل الكهربائي وبطون للحقل المغناطيسي.

الأمواج المستقرة الطولية

تجربة 5 الأمواج المستقرة الطولية في نابض: أثبت أحد طرفي النابض بنقطة ثابتة، وأثبت الطرف الآخر من النابض بشعبة هزازة جيبية مغذاة (رنانة كهربائية) ، وأشد النابض أفقياً بقوة شد مناسبة ، وأغلق القاطعة لتعمل الرنانة الكهربائية :



1.عندما تعمل الهزازة ، اشرح ماذا يحدث ، وكيف تبدو حلقات النابض ؟
عندما تعمل الهزازة تنتشر الأمواج الطولية الواردة من المنبع (الرنانة) وفق استقامة النابض لتصل إلى النهاية الثابتة، وتنعكس عنها، فتتداخل الأمواج الطولية المنعكسة مع الأمواج الطولية الواردة، ونشاهد على طول النابض حلقات تبدو ساكنة وحلقات أخرى تهتز بسعات متفاوتة فلا تتضح معالمها.

2.ماذا أسمي حلقات النابض الساكنة؟ وكيف تتكون؟
تسمى الحلقات الساكنة عقد اهتزاز $Nodes$ حيث تكون سعة الاهتزاز معدومة، وتصلها الموجة الطولية الواردة و الموجة الطولية المنعكسة على تعاكس دائم

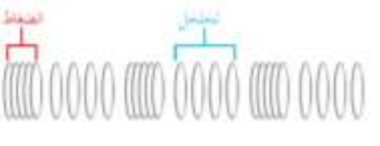
3.ماذا أسمي حلقات النابض الأوسع اهتزازاً؟ وكيف تتكون؟
الحلقات الأوسع اهتزازاً تسمى بطون الاهتزاز $Antinodes$ حيث تكون سعة الاهتزاز عظمى، وتصلها الموجة الطولية الواردة و الموجة الطولية المنعكسة على توافق دائم.

4.كيف تنشأ الأمواج المستقرة الطولية في النابض؟
تداخل الأمواج الطولية الواردة والامواج الطولية المنعكسة.

5.ماهي المسافة بين عقدتي اهتزاز متتاليتين أو بطني اهتزاز متتاليين، وماهي المسافة بين عقدة اهتزاز وبطن اهتزاز.
المسافة بين عقدتي اهتزاز متتاليتين أو بطني اهتزاز متتاليين يساوي نصف طول الموجة $\frac{\lambda}{2}$ و
المسافة بين عقدة اهتزاز وبطن اهتزاز يليه يساوي ربع طول الموجة $\frac{\lambda}{4}$.

علل ما يلي: في الأمواج المستقرة الطولية:

1.عند بطون الاهتزاز يكون الضغط ثابت (عقد ضغط) إن بطن الاهتزاز والحلقات المجاورة له تترافق دوماً في الاهتزاز إلى إحدى الجهتين _ تكاد تبدو المسافات بينها ثابتة_ فلا نلاحظ تضاغطاً بين حلقات النابض أو تخلخلاً فيها أي يبقى الضغط ثابتاً، أي أن بطون الاهتزاز هي عقد للضغط.



2.عند عقد الاهتزاز يوجد تغير في الضغط (بطون ضغط)
إن عقد الاهتزاز تبقى في مكانها_ تتحرك الحلقات المجاورة على الجانبين في جهتين متعاكستين دوماً فتتقارب خلال نصف دور ثم تتباعد خلال نصف الدور الآخر، وبذلك نلاحظ تضاغطاً يليه تخلخلٌ أي أن عقد الاهتزاز التي عندها تغير في الضغط هي بطون للضغط.

الأعمدة الهوائية المفتوحة والمغلقة:

تجربة 6 أضع الأنبوب الزجاجي داخل الوعاء المملوء بالماء الساكن، وأمسك الرنانة من قاعدتها ثم أضرب بالمطرقة على إحدى شعبتيها، وأقرب الرنانة المهتزة لتصبح فوق طرف الأنبوب الزجاجي المفتوح مباشرة، وارفع الأنبوب والرنانة ببطء نحو الأعلى حتى أسمع صوتاً شديداً عالياً.
1.اشرح اذا تحدث؟ ولماذا؟

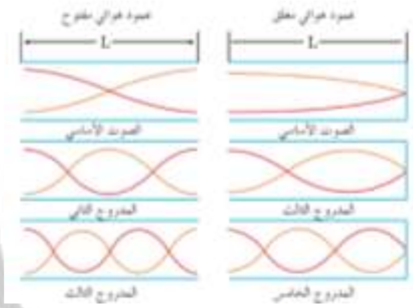
يحدث تضخيم وتقوية للصوت في أثناء انتقاله عبر الأنابيب نتيجة حدوث انعكاسات متكررة داخله، فيتولد عنها امواج مستقرة ذات نغمات صوتية واضحة، وتزداد وضوحاً في الأنابيب الضيقة.

2. ما نوع الأمواج المتولدة؟ ومتى نسمع صوتاً شديداً؟

تتولد أمواج مستقرة طولية في هواء الأنبوب ونسمع صوتاً شديداً عالياً عندما يكون تواتر الرنانة يساوي تواتر الهواء في عمود الأنبوب.

3. ماذا يتكون عند سطح الماء؟ وعند فوهة الأنبوب؟

تتكون عقدة اهتزاز عند سطح الماء الساكن لأنه يمنع الحركة الطولية للهواء (حيث يعتبر نهاية مغلقة)، وبطن اهتزاز تقريباً عند فوهة الأنبوب (نهاية مفتوحة).



4. أحرك الأنبوب الزجاجي نحو الاعلى أو الأسفل قليلاً لتحديد نقطة الرنين الأولى (الصوت الشديد) بدقة، نقيس المسافة من سطح الماء (نقطة الرنين) إلى أعلى الأنبوب الزجاجي، ماذا تمثل هذه القيمة المقيسة؟ وماذا تساوي؟

طول أقصر عمود هوائي فوق سطح الماء يحدث عنده التجاوب (الرنين الأول) يساوي $L_1 = \frac{\lambda}{4}$.

5. أضرب بالمطرقة على الرنانة مرة أخرى وأقربها من طرف الأنبوب المفتوح، وأستمر في رفع الأنبوب الزجاجي نحو الاعلى ببطء حتى أسمع صوتاً شديداً عالياً مرة أخرى، ثم أحدد نقطة الرنين الثانية على الأنبوب بدقة ونقيس المسافة من هذه النقطة إلى الأنبوب الزجاجي، ماذا تمثل هذه القيمة المقيسة؟ وماذا تساوي؟

طول العمود الهوائي فوق سطح الماء يحدث عنده التجاوب (الرنين الثاني) يساوي $L_2 = \frac{3\lambda}{4}$

6. ماهي المسافة بين مستويي الماء الموافقين للصوتين الشديدين المتتاليين السابقين .

المسافة بين مستويي الماء الموافقين للصوتين الشديدين المتتاليين $\Delta L = \frac{\lambda}{2}$.

7. أخرج الأنبوب الزجاجي (البلاستيكي) السابق من الحوض، وأدخل فيه الأنبوب البلاستيكي الآخر ذي القطر الأقل (ليشكلا أنبوبة تلسكوبية يمكنك تغيير طولها) فأحصل على عمود هوائي مفتوح الطرفين، وأقرب الرنانة المهتزة من أحد طرفي العمود الهوائي المفتوح وأزيد من طوله ببطء، وذلك بإخراج الأنبوب الآخر رويداً رويداً حتى أسمع صوتاً شديداً عالياً، ماذا يتكون عند كل طرف من العمود وفي المنتصف؟ وما طول العمود الهوائي؟

في العمود الهوائي مفتوح الطرفين يتشكل عند كل طرف مفتوح بطن للاهتزاز وفي منتصف العمود عقدة للاهتزاز فيكون طول العمود الهوائي في هذه الحالة $L = \frac{\lambda}{2}$ (الرنين الأول) .

8. ما هو طول العمود الهوائي مفتوح الطرفين الذي يحدث عنده الرنين الثاني؟ وبماذا تتشابه الأعمدة الهوائية المفتوحة؟

طول العمود الهوائي في هذه الحالة $L = 2\frac{\lambda}{2}$ (الرنين الثاني) ، وتتشابه الأعمدة الهوائية المفتوحة بأنفاق عبور السيارات.

9. عند استخدام رنانة تواترها كبير، هل تتغير القيم السابقة؟ وضح ذلك؟

عند استخدام رنانة تواترها كبير نحصل على عمود هوائي طوله قصير، حيث يتناسب تواتر الرنانة المستخدم عكساً مع طول العمود الهوائي حيث $L\ .\ f = const$

10. كيف تعمل القناة السمعية في أذن الإنسان؟ ولماذا؟

تعمل القناة السمعية في أذن الإنسان التي تنتهي بغشاء الطبل كأنها عمود هوائي مغلق في حالة رنين (تجاوب) يؤدي إلى زيادة حساسية الأذن للتواترات من $2000Hz$ إلى $5000Hz$ في حين يمتد المدى الكامل لتواترات الصوت التي تسمعها الأذن البشرية من $20Hz$ إلى $20000Hz$.

تعاريف

11. عرف كل من الأعمدة الهوائية المفتوحة والمغلقة:

العمود الهوائي المفتوح: هو أنبوب أسطواني الشكل، مفتوح الطرفين والمملوء بجزيئات لهواء الساكنة يمكن تغيير طوله بإضافة أنبوب آخر قطره أقل، وطول هذا الأنبوب عند التجاوب يساوي عدداً صحيحاً من نصف طول الموجة. $L = n\frac{\lambda}{2}$ حيث: $n = 1,2,3 \dots$.

العمود الهوائي المغلق: هو أنبوب أسطواني الشكل، مفتوح من طرف ومغلق من الطرف الآخر والمملوء بجزيئات الهواء الساكنة يمكن تغيير طوله بإضافة الماء، وطول هذا الأنبوب عند التجاوب يساوي عدداً فردياً من ربع طول الموجة. $L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$ حيث: $n = 1,2,3, \dots$.

المزامير

المزمار: أنبوب أسطواني أو موشوري، مقطعه ثابت وصغير بالنسبة إلى طوله، جدرانه خشبية أو معدنية ثخينة لكي لا تشارك في الاهتزاز، يحتوي غازاً (الهواء غالباً) يهتز بالتجاوب مع المنبع الصوتي للمزمار .

تصنف المنابع الصوتية إلى نوعين:

1. المنبع ذو الفم:
وهو نهاية غرفة صغيرة مفتوحة يدفع فيها الهواء وينساق ليخرج من شق ضيق، ويتشكل عند الفم بطن اهتزاز (عقدة ضغط).

2. المنبع ذو لسان:
يتألف من صفيحة مرنة تدعى اللسان قابلة للاهتزاز، مثبتة من أحد طرفيها تقطع جريان الهواء، لها تواتر المنبع، ويتشكل عند اللسان عقدة اهتزاز (بطن ضغط).

تعليل الأمواج المستقرة الطولية في أنبوب هواء المزمار:

1. كيف تتشكل الأمواج المستقرة الطولية في هواء المزمار؟

عندما تهتز طبقة الهواء المجاورة للمنبع ينتشر هذا الاهتزاز طولياً في هواء المزمار كله لينعكس على النهاية. تتداخل الأمواج الواردة مع الأمواج المنعكسة داخل الأنبوب لتؤلف جملة أمواج مستقرة طولية. ويتكون عند النهاية المغلقة عقدة للاهتزاز، أما عند النهاية المفتوحة يتكون بطن للاهتزاز.

2. علل الانعكاس على نهاية مفتوحة؟

إن الانضغاط الوارد إلى طبقة الهواء الاخيرة يزيحها إلى الهواء الخارجي، فتسبب انضغاطاً فيه، وتخلخلاً وراءها يستدعي تهافت هواء المزمار ليملأ الفراغ، وينتج عن ذلك تخلخل ينتشر من نهاية المزمار إلى بدايته، وهو منعكس الانضغاط الوارد.

قوانين المزامير

تقسم المزامير من الناحية الاهتزازية إلى نوعين ، ماهما ؟

1. متشابه الطرفين: منبع ذو فم يتشكل عنده بطن اهتزاز ونهايته مفتوحة يتشكل عندها بطن اهتزاز، أو منبع ذو لسان تتشكل عنده عقدة اهتزاز ونهايته مغلقة يتشكل عندها عقدة اهتزاز.
2. مختلف الطرفين: منبع ذو فم يتشكل عنده بطن اهتزاز ونهايته مغلقة تتشكل عندها عقدة اهتزاز، أو منبع ذو لسان تتشكل عنده عقدة اهتزاز ونهايته مفتوحة يتشكل عندها بطن اهتزاز.

أولاً: المزمار متشابه الطرفين:

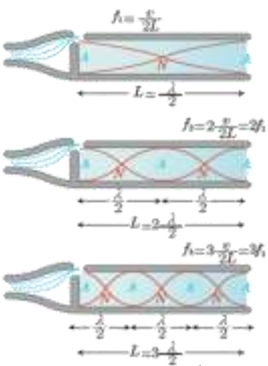
استنتج بالرموز علاقة تواتر الصوت في مزمار متشابه الطرفين من الناحية الاهتزازية ؟وبين كيف يصدر المزمار مدروجاته المختلفة ؟ واكتب دلالات الرموز ؟

يكون طول المزمار L يساوي عدداً صحيحاً من نصف طول الموجة. ... ... $\frac{\lambda}{2}, 2\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2},$

أي: $L = n\frac{\lambda}{2}$

حيث: $n = 1,2,3 \dots \dots$ عدد صحيح موجب، ولكن $\lambda = \frac{v}{f}$

نعوض فنجد:



$$L = n\frac{v}{2f}$$

$$\boxed{f = n\frac{v}{2L}}$$

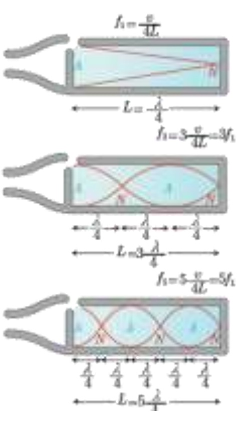
- f تواتر الصوت البسيط الصادر عن المزمار (Hz).
- L طول المزمار (m).
- v سرعة انتشار الصوت في غاز المزمار $(m.s^{-1})$.
- n عدد صحيح موجب يمثل رتبة صوت المزمار (مدروجات الصوت).

ولكي يصدر المزمار مدروجاته المختلفة نزيد نفخ الهواء فيه تدريجياً، كما يمكن إصدار مدروجات المزمار ذي اللسان بتغيير طول اللسان.

ثانياً: المزمار مختلف الطرفين:

استنتج بالرموز علاقة تواتر الصوت في مزمار مختلف الطرفين من الناحية الاهتزازية؟ واكتب دلالات الرموز؟

يكون طول المزمار L يساوي عدداً فردياً من ربع طول الموجة .... $\frac{\lambda}{4}, 3\frac{\lambda}{4}, 5\frac{\lambda}{4}$:



أي: $L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$

حيث: $n = 1,2,3 \dots ..$ عدد صحيح موجب، ولكن $\lambda = \frac{v}{f}$

نعوض فنجد: $L = (2n-1)\frac{v}{4f}$

$$\boxed{f = (2n-1)\frac{v}{4L}}$$

- f تواتر الصوت البسيط الصادر عن المزمار (Hz).
- L طول المزمار (m).
- v سرعة انتشار الصوت في غاز المزمار $(m.s^{-1})$.
- $(2n-1)$ يمثل رتبة صوت المزمار (مدروجات الصوت).