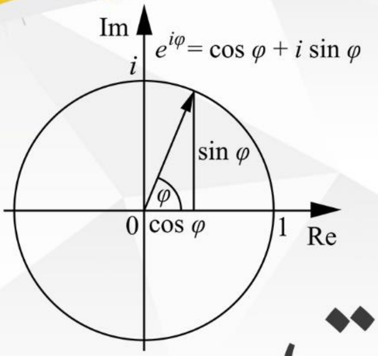
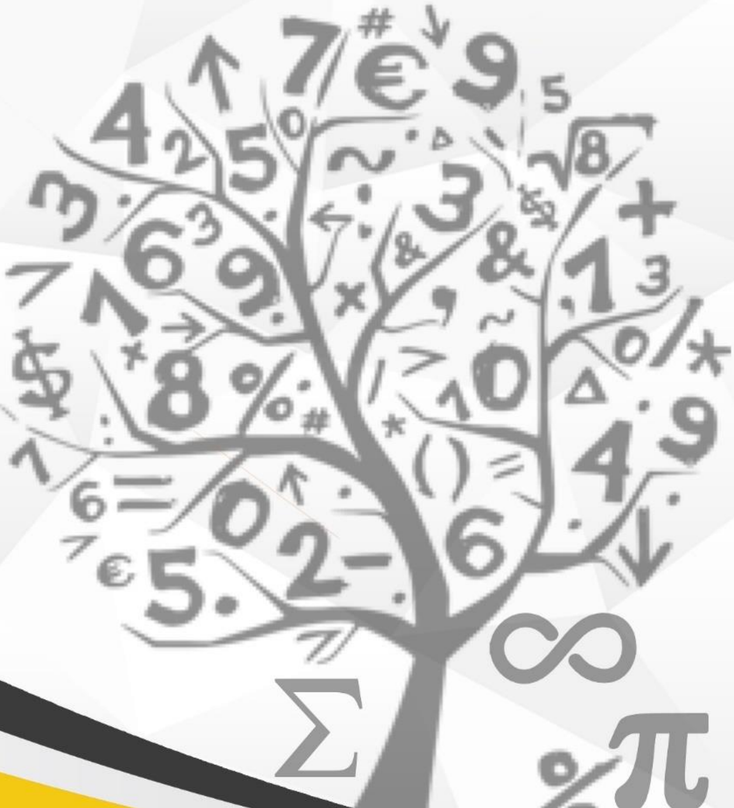


أسئلة الدورات والنماذج الوزارية

كافة أسئلة الدورات والنماذج الوزارية

المدرِّس: محمد رسول الصباغ

0934131159



المحتويات

المدرّس: محمد رسول صباغ

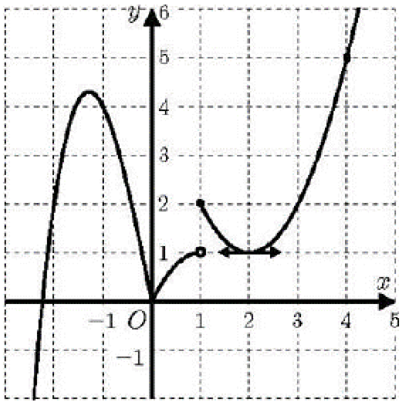
0934131159

قسم النماذج الوزارية

النموذج الأول 2017

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول :



نجد جانباً الخط البياني لتابع f معرَّف على $\mathbb{R}$ والمطلوب :

1- ما عدد حلول المتراجحة $f(x) = 5$.

2- ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \geq 5$.

3- هل $f(1)$ قيمة محلية صغرى أو كبرى للتابع. علل ذلك ؟

4- ما عدد القيم الحدية للتابع f ؟

5- ما قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها $x = 2$؟

6- أيكون التابع f اشتقاقياً عند $x = 1$ ؟

السؤال الثاني :

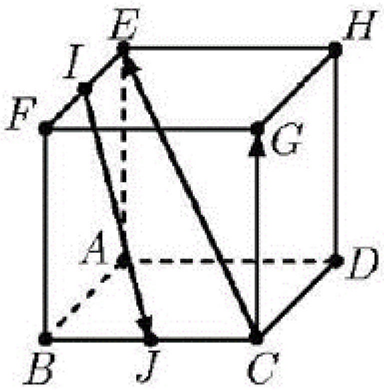
ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية ، الجدول المجاور غير المكتمل هو القانون الاحتمالي لـ X .

1- ما عدد الاختبارات في التجربة ؟

2- أكمل الجدول المجاور .

3- احسب التوقع الرياضي وتباين المتحول العشوائي X

السؤال الثالث :



في الشكل المجاور مكعب . I و J منتصفات $[EF]$ و $[BC]$.

1- أثبت أن $2(\overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{IE}) = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CG}$.

2- أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{CG}$, $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطياً .

السؤال الرابع:

حل المعادلة : $4^x = 5^{x+1}$.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأوّل :

ليكن g التابع المعرف على $I =]-1, +\infty[$ وفق العلاقة : $g(x) = \ln\sqrt{x+1}$.

احسب كلاً من $g(1)$ و $g'(x)$ و $g'(1)$ واستنتج $lim_{x\to 1} \frac{\ln\sqrt{x+1} - \ln\sqrt{2}}{x-1}$

التمرين الثاني:

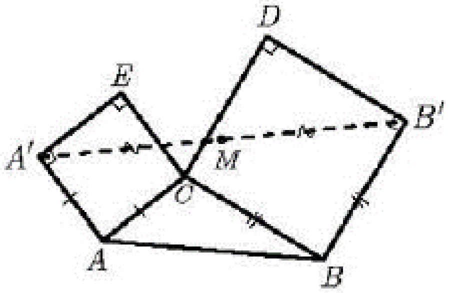
لتكن $(x_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعطاة وفق $x_0 = 4$ و $x_{n+1} = \frac{3}{4}x_n + 2$ في حالة $n \geq 0$.

نعرف المتتالية $(y_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $y_n = x_n - 8$.

أثبت أن $(y_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية . واكتب y_n بدلالة n . واحسب $lim_{x\to+\infty} y_n$.

التمرين الثالث:

ليكن المثلث ABC في المستوي ننشئ على ضلعيه $[AC]$ و $[BC]$ وخارجه المربعين $ACEA'$ و $CBB'D$ كما في الشكل المجاور .



تمثل الأعداد العقدية a , b , c , a', b' النقاط A , B , C , A', B' .

1- B' هي صورة C وفق دوران مركزه B ، عيّنه واكتب الصيغة العقدية للعدد b' بدلالة b , c .

2- أثبت أن $a' = i(c-a) + a$.

3- عين العدد العقدي m الممثل للنقطة M منتصف $[A'B']$.

4- كيف تتغير النقطة M عندما تتحول C في المستوي ؟

التمرين الرابع :

أثبت صحة المساواة $\cos^2 x \cdot \sin^2 x = \left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right) \cdot \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)$ ، ثم احسب $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot \sin^2 x \, dx$.

<u>ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :</u>

المسألة الأولى :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = xe^{-x}$ ، المطلوب:

1- احسب نهاية التابع f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، احسب $f'(x)$ ، ادرس اطّراد التابع f ونظم جدولاً بتغيراته وعيّن قيمته الحدّيّة ، ثم ارسم c .

2- احسب مساحة السطح المحصور بين c و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = 1$

3- بيّن أنه في حالة عدد حقيقي m من المجال $]0 , e^{-1}[$ تقبل المعادلة $f(x) = m$ حلّين مختلفين .

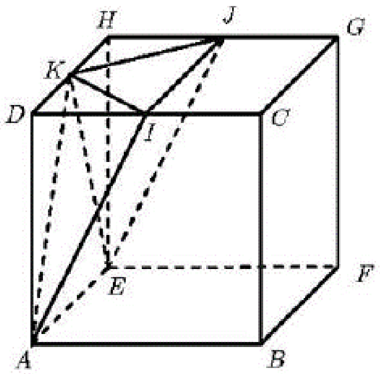
4- لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة تدريجياً كما يأتي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = u_n e^{-u_n}$:

(a أثبت أن $0 < u_n \leq 1$ وذلك مهما كان الدليل n .

(b أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة . ثم بيّن تقاربها واحسب نهايتها .

المسألة الثانية:

نتأمل مكعباً $ABCDEFGH$. لتكن I و J و K منتصفات أضلاعه $[DC]$ و $[HG]$ و $[DH]$ بالترتيب .



نتخذ $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$ معلماً متجانساً في الفراغ .

1- أوجد إحداثيات النقاط $A\,,I\,,E$.

2- اكتب معادلة المستوي $(AIJE)$.

3- احسب بعد K عن المستوي $(AIJE)$ وحجم الهرم $KAIJE$

4- اكتب تمثيلاً وسيطيَّاً للمستقيم d العمودي على المستوي $(AIJE)$ والمار من النقطة K .

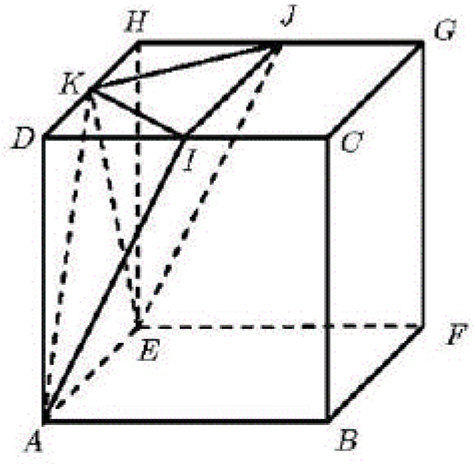
5- احسب إحداثيات N نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي $(AIJE)$.

6- أثبت أن N هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,\alpha),(I,\beta)\,,(E,\gamma)$ حيث α و β و γ هي أثقال يطلب تعيينها .

النموذج الثاني 2017

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول :



نجد جانباً مكعباً طول ضلعه 1 مزوداً بمعلم متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$ حيث I منتصف $[DH]$.

1- أعط إحداثيات النقاط I و E و A .

2- جِد إحداثيات O مركز ثقل المثلث AEI .

3- أين تقع النقطة M التي تحقق $3\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EO}$

4- احسب $\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IE}$.

السؤال الثاني:

ليكن f التابع المعرف على $D = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x^2-5x+1}{x+1}$

1- جد الأعداد $a\,,b\,,c$ التي تحقق $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ أياً يكن x من D .

2- احسب $I = \int_0^2 f(x)\,dx$.

السؤال الثالث:

ليكن z عدداً عقديَّاً ما ، وليكن w عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد . أثبت أنّ $\frac{w\bar{z}-z}{iw-i}$ تخيلي بحت .

السؤال الرابع:

احسب مشتق التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = e^{1-\sin x}$.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأوّل :

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \frac{x^2+|x|}{x^2+1}$.

1- ما نهاية التابع f عند ال $-\infty$.

2- ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين ، ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطه البياني c_f في النقطة $A(0,0)$.

التمرين الثاني:

لتكن $(x_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة وفق العلاقة : $x_0 = 5$ و $x_{n+1} = \frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5}$.

1- احسب $x_1, x_2\ , x_3$ ثم ادرس اطراد المتتالية .

2- نعرف $(y_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $y_n = x_n + 4$. أثبت أنّ $(y_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية .

3- اكتب y_n بدلالة n . ثم احسب $y_2 + y_3 + \cdots + y_{10}$ بدلالة قوة للعدد $\frac{6}{5}$.

التمرين الثالث:

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ ، لدينا النقطتين $A(2,-1,0)$ و $B(-1,3,5)$. والمستوي p الذي يقبل معادلة $2x - 3y + z - 5 = 0$.

1- أثبت أنَّ المستقيم (AB) يقط المستوي p في نقطة C يطلب تعيين إحداثياتها .

2- اكتب معادلة للمستوي Q العمودي على p ويمر بالنقطتين A و B .

التمرين الرابع:

يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء ، وثلاث كرات خضراء وواحدة بيضاء . نسحب عشوائياً معاً ثلاث كرات من الصندوق . ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الألوان المختلفة بين الكرات المسحوبة .

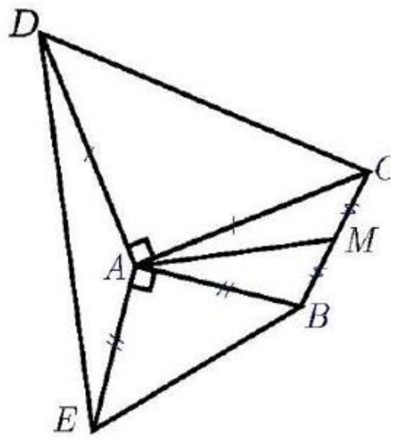
1- ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X ؟

2- احسب كلا من $P(X = 1)$ و $P(x = 2)$ ثم استنتج قيمة $P(X = 3)$.

3- احسب توقع X وانحرافه المعياري .

0934131159

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :



المسألة الأولى :

نتأمل في المستوي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً . لتكن M منتصف $[AC]$ ، وليكن AEB و ACD مثلثين قائمين في A ومتساويي الساقين مباشرين . نختار معلماً مباشراً مبدأه النقطة A . ونرمز بالرمزين b و c إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين B و C .

1- احسب بدلالة b و c الأعداد العقدية e و d و m الممثلة للنقاط E و D و M بالترتيب .

2- احسب $\frac{d-e}{m-a}$ ثم استنتج أن (AM) هو ارتفاع في المثلث AED وأنّ $ED = 2AM$.

3- نفترض أن A مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(B,1),(C,1),(E,3),(D,2)$

احسب $\frac{c}{d}$ ثم استنتج قياس الزاوية BAC .

المسألة الثانية :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-\infty,-2[\cup]2,+\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$.

1- احسب نهاية التابع f عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريفه D_f .

2- أوجد $f'(x)$ ثم ادرس إشارة المشتق ثم نظم جدولاً بتغيرات التابع f .

3- ارسم الخط C في معلم متجانس .

4- لتكن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ وفق $u_n = f(n)$ نضع

$S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. اثبت أن $S_n = \ln\frac{(n+2)(n+1)}{2}$.

المدرّس: محمد رسول صباغ

0934131159

النموذج الثالث 2017

أجب عن أسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول:

نجد جانباً جدول التغيرات للتابع f والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

1- ما عدد حلول المتراجحة $f(x) = 0$.

2- ما عدد القيم الحدية محليّاً .

3- اكتب معادلة مماس منحني التابع عند نقطة فاصلتها $x = 1$.

السؤال الثاني:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2 = 1 + i2\sqrt{2}$.

السؤال الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $]1, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$.

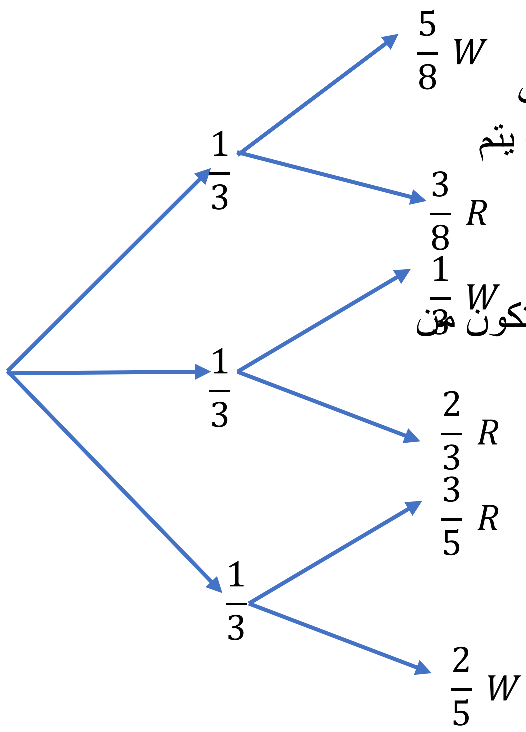
أوجد $lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم عيّن $x > A$ ليكون $f(x)$ من المجال $]1.95,2.05[$.

السؤال الرابع:

في المخطط الشجري المرسوم جانباً ، الرمز W يدل على الكرات البيضاء الرمز R يدل على الكرات الحمراء حيث يتم اختيار كرة واحدة .

1- ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء .

2- إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء ، فما احتمال أن تكون من الصندوق الأول ؟



ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأوّل :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-3\}$ وفق : $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3}$.

1- اكتب $f(x)$ بالشكل $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$ وعيّن قيمة كلاً من a , b ثم أثبت أنّ المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل في جوار $+\infty$.

2- احسب $\int_0^2 f(x)dx$.

التمرين الثاني :

لتكن المتتالية $u_0 = e^3, u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ و v_n متتالية معرفة بالشكل $v_n = \ln u_n - 2$ والمطلوب :

1- أُثبت أن v_n هندسية وعيّن v_0 , q .

2- اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

3- أثبت أنّ $lim_{n\to+\infty} u_n = e^2$.

التمرين الثالث:

$ABCDEFGH$ مكعب حيث K نقطة من CD تحقق $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ والنقطة $J \in BC$ بحيث $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ والمطلوب :

1- جد إحداثيات النقط G , K , J , E , H في المعلم $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})$.

2- أثبت أن الشعاعين $\overrightarrow{EG} , \overrightarrow{EJ}$ غير مرتبطين خطياً .

3- أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{HK} , \overrightarrow{EG} , \overrightarrow{EJ}$ مرتبطة خطياً .

4- أثبت أن المستقيم HK يوازي (EGJ) .

التمرين الرابع :

أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$.

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى :

أولاً : ليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x) = e^x + 2 - x$. ادرس اطراد التابع g واستنتج حلول المتراجحة $g(x) > 0$.

ثانياً : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x + \frac{x-1}{e^x}$.

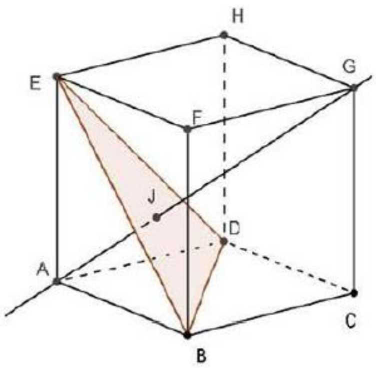
1- أثبت أن $f'(x) = \frac{1}{e^x} g(x)$.

2- بيّن ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

3- أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي .

4- ارسم Δ وارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيم Δ والمستقيمين $x = 0$ و $x = 1$.

المسألة الثانية :



في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,0,-1)$ و $B(2,2,3)$ و $C(3,1,-2)$ و $D(-4,2,1)$.

1- أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته .

2- أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي ABC واستنتج معادلة المستوي (ABC) .

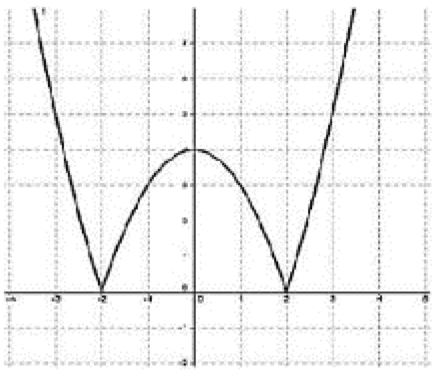
3- احسب بعد النقطة D عن المستوي ABC ثم احسب حجم رباعي الوجوه $(D - ABC)$.

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

النموذج الرابع 2017

<u>أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:</u>

السؤال الأول :



تجد جانباً الخط البياني لتابع f معرَّف على $\mathbb{R}$ والمطلوب :

1- كم حلاً للمعادلة $f(x) = 2$.

2- احسب قيمة المشتق للتابع عند الصفر .

3- عين صورة المجال $I = [-2,2]$ وفق f .

4- كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع f .

السؤال الثاني :

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة الآتية : $\ln(x-1) + \ln x = \ln(x-1) -$.

السؤال الثالث :

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $A(2,-1,3)$ و $B(4,3,-1)$.

السؤال الرابع:

ما هي أمثال الحد x^2y في منشور $\left(\frac{y^2}{x} + \frac{x}{y}\right)^8$ ؟

<u>ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :</u>

التمرين الأوّل :

إذا كان $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$ أيا يكن x من $\mathbb{R}^*$. أوجد نهاية التابع f عند الصفر .

التمرين الثاني :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية : $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n}$.

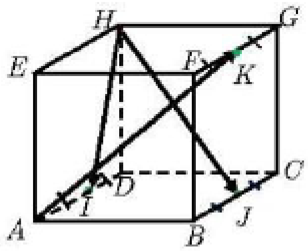
1- أثبت أن $0 < u_n < 1$ أيا كانت n من $\mathbb{N}$.

2- نعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$. أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية واستنتج v_n بدلالة n .

3- اكتب u_n بدلالة n ، واحسب $lim_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثالث:

$ABCDEFGH$ مكعب . I و J و K منتصفات أضلاعه $[AD]$ و $[BC]$ و $[FG]$.



1- باختيار معلم متجانس $(D;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$ احسب مركبات كل من الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$.

2- أوجد عددين $a\,,b$ يحققان المساواة : $\overrightarrow{AK}=a\overrightarrow{HI}+b\overrightarrow{HJ}$ ثم استنتج أن الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$ مرتبطة خطياً .

التمرين الرابع :

عين العددين z_1,z_2 حيث : $\begin{cases} 2z_1-z_2=-3 \\ 2\overline{z_1}+\overline{z_2}=-3+i2\sqrt{3} \end{cases}$.

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى :

صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وأربع كرات سوداء . نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً وليكن الحدث A : "الحصول على كرة حمراء على الأقل" ، وليكن الحدث B : "الحصول على كرتين سوداوين على الأقل" . احسب الاحتمالات التالية :

1- $A\,,B\,,A|B$.

1- إذا كان X متحول عشوائي يدل على الكرات الحمراء المسحوبة . اكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه وتباينه .

المسألة الثانية :

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=2e^{-x}+x-2$ خطه البياني C .

1- أوجد معادلة المقارب المائل وادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة إلى مقاربه .

2- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها . وبيّن أنه يبلغ قيمة حدية محلية عيّنها وبيّن نوعها .

3- استنتج أن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين أحدهما يساوي الصفر الآخر نرمز له بالرمز α أثبت أنّ $1<\alpha<2$.

4- ارسم المقارب المائل ثم ارسم C ، واحسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمات التي معادلاتها : $y=x-2\,,x=\ln 2\,,x=\ln 3$.

النموذج الخامس 2017

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول :

لتكن $u_n = 4n + 1$ أثبت أن المتتالية حسابية عيّن أساسها واحسب $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{10}$.

السؤال الثاني :

اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي $z = \frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}$

السؤال الثالث :

رف يحوي 7 كتب لمؤلفَين ثلاثة كتب للمؤلف A وأربعة كتب للمؤلف B .

1- بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B .

2- بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف B في البداية .

السؤال الرابع:

أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :
$$\begin{cases} e^x - \frac{1}{e}e^y = 1 \\ 2e^x + e^y = 4 + e \end{cases}$$

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأوّل :

ليكن $g(x) = \tan x$ والمطلوب :

1- احسب $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $g'(x)$, $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ثم استنتج $lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$.

2- احسب مشتق التابع $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$ على $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

التمرين الثاني :

لتكن $(y_n)_{n\geq 0}$, $(x_n)_{n\geq 0}$ المعرفتين وفق : $y_n = \frac{4n+1}{n+2}$, $x_n = \frac{4n+5}{n+1}$

برهن أنهما متجاورتين .

التمرين الثالث:

ليكن كثير الحدود $P(z) = z^4 + 5z^3 + 10z^2 + 10z + 4$.

1- عيّن عددين $a\,,b$ يحققان $P(z) = (z^2 + az + a)(z^2 + bz + a)$.

2- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

التمرين الرابع :

يشتري محل للأدوات الكهربائية 400 مصباح من المصنع A و 200 مصباح من المصنع B .
إذا علمت أن نسبة المصابيح المعطوبة في إنتاج المصنع A هي 4% وفي إنتاج المصنع B هي 10% . نسحب عشوائياً مصباحاً .

1- ما احتمال أن يكون المصباح معطوباً .

2- إذا علمت أن المصباح معطوب ما احتمال أن يكون من B .

<u>ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :</u>

المسألة الأولى :

ليكن C الخط البياني للتابع $f(x) = \frac{x+2}{(x+1)^2}$ المعرّف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

1- ادرس نهاية التابع عند أطراف مجموعة التعريف وبيّن إذا كانت له نهاية حقيقية عند $x = -1$.

2- أوجد معادلة مقارب أفقي للخط C وادرس الوضع النسبي لهذا المقارب مع C .

3- احسب $f'(x)$ ونظم جدولاً بتغيرات f وعيّن ما له من قيم حدية محلية .

4- أوجد معادلة المماس في النقطة من C التي فاصلتها $x = -2$.

5- ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين محوري الإحداثيات والمنحني C والمستقيم $x = 3$

المسألة الثانية :

لتكن $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه يساوي 3 في المعلم $(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$

1- عيّن إحداثيات النقاط $D\,,B\,,E\,,G$.

2- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG) .

3- أثبت أن المستقيم (AG) ناظم للمستوي (EDB) .

4- المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عيّن إحداثياتها .

5- أثبت أنّ J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله .

6- احسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$.

النموذج السادس 2017

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول :

نجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C .

x	$-\infty$			-1				1			$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$\|\|$		$-$		$\|\|$		$+$	
$f(x)$	3	$\nearrow$	$+\infty$	$\|\|$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\|\|$	$+\infty$	$\searrow$	3

1- اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني C .

2- هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني C ؟

3- هل يوجد للخط C مماسات أفقية ؟

4- أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد في المجال $]-1,1[$.

السؤال الثاني :

اكتب العدد العقدي $Z = (1-\sqrt{2})\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ بالشكل الأسي .

السؤال الثالث :

$ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC . جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق :

$$\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}\|$$

السؤال الرابع:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = e^x$.

احسب $f(\ln 2)$ و $f'(\ln 2)$ ثم استنتج $lim_{x\to\ln 2}\frac{e^x-2}{x-\ln 2}$.

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأوّل :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يأتي : $u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n+2}$, $u_0 = 0$.

1- أثبت أنّ $0 \leq u_n \leq 1$.

2- أثبت أنّ $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة .

3- علّل تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واحسب نهايتها .

التمرين الثاني :

صندوق يحوي خمس كرات حمراء وخمس كرات خضراء . نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً . نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء ويأخذ القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتان حمراوان وكرة خضراء والقيمة صفر في غير ذلك . عيّن القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه وتباينه .

التمرين الثالث:

أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$.

التمرين الرابع :

عين مجموعة تعريف التابع $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}$ واحسب نهايته عند الصفر .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى :

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$.

1- أوجد نهاية التابع عند أطراف مجموعة التعريف .

2- ادرس تغيرات التابع و نظم جدولاً بها .

3- بيّن القيم الحدية المحلية للتابع f . وارسم خطه البياني .

4- استنتج عدد حلول المعادلة $x^2e^{-x} = 1$.

5- احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيم $x = 1$.

المسألة الثانية :

نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(3,2,0)$ في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
ليكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ شعاعاً ناظماً ، وليكن Q المستوي الذي معادلته $x-y+2z+4=0$ ، وأخيراً لتكن S الكرة مركزها A ونصف قطرها AB .

1- أثبت أن $2x+y-z-8=0$ هي معادلة للمستوي P .

2- جد معادلة للكرة S .

3- أثبت أن المستوي Q مماس للكرة S .

4- أثبتْ أنّ النقطة $C(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q .

5- ليكن d المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً :

$$d:\begin{cases} x=t \\ y=12-5t \quad ;t\in\mathbb{R} \\ z=4-3t \end{cases}$$

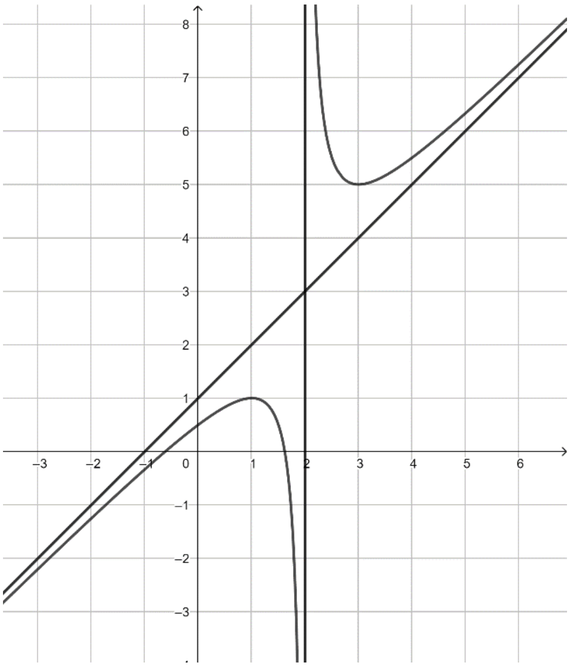
a) أثبت أن المستقيم d هو الفصل المشترك للمستويين P و Q .

b) أثبت أن المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$.

النموذج الأول 2020

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية:

السؤال الأول :



في الشكل المرسوم جانباً ليكن C_f الخط البياني لتابع f معرَّف على $\mathbb{R}\backslash\{2\}$.والمطلوب :

1- جد $lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $lim_{x\to-\infty}f(x)$

2- دل على القيم الحدية للتابع وبيّن نوعها

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

4- اكتب معادلة المقارب المائل

5- اذكر إحداثيات النقطة I مركز تناظر الخط البياني C_f

السؤال الثاني :

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\cos x$

1- جد $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ و $f'(\pi)$ و $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$

2- استنتج قيمة النهاية $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{\cos x-\frac{1}{2}}{x-\frac{\pi}{3}}$.

السؤال الثالث :

حل المتراجحة $e^x-1\le 6e^{-x}$

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية:

السؤال الأوّل :

ادرس وضع المستقيمين d و d' المعرَّفين كما يأتي:

$$d:\begin{cases}x=2t-5\\ y=t-2\\ z=-\frac{1}{2}t+3\end{cases};t\in\mathbb{R}\quad,\quad d':\begin{cases}x=s+5\\ y=2\\ z=2s+5\end{cases};s\in\mathbb{R}$$

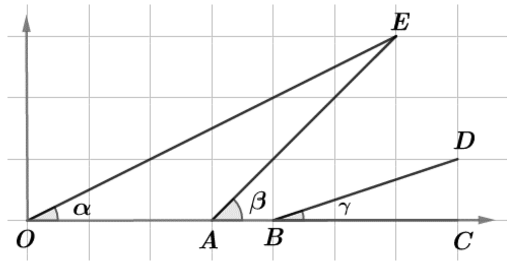
السؤال الثاني :

جد الجذرين التربيعيين للعد العقدي $\omega = 8 - 6i$

السؤال الثالث:

عين قيمة n في المعادلة الآتية: $P_{n+1}^5 = 45P_{n+1}^3$

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية:



التمرين الأول :

في الشكل المجاور α و β و γ هي القياسات الأساسية للزوايا الموجهة (OC, OE) و (AC, AE) و (BC, BD) بالترتيب. والمطلوب:

1- اكتب كلّاً من الأعداد العقدية الآتية بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي : Z_{OE} و Z_{AE} و Z_{BD} .

2- اكتب العدد العقدي $Z_{\overline{BD}} \cdot Z_{\overline{AE}} \cdot Z_{\overline{OE}}$ بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي .

3- استنتج المجموع $\alpha + \beta + \gamma$.

التمرين الثاني :

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]-2,2[$ وفق $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{-x+2}\right)$، والمطلوب:

1- أثبت أن التابع f فردي، ثم ادرس تغيرات التابع على المجال $[0,2[$.

2- اكتب معادلة المماس T للخط البياني C_f في نقطة منه فاصلتها $x = 0$.

3- ادرس الوضع النسبي بين C_f و T .

التمرين الثالث :

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = 2x - \sqrt{x^2 + 5}$، والمطلوب:

1- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها .

2- أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α يقع في المجال $]1,2[$، ثم جد هذا الحل جبرياً .

3- استنتج مشتق التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x) = 2\sin x - \sqrt{\sin^2 x + 5}$.

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى :

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{4}{x}\right)$، والمطلوب:

1- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها .

2- أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x$ مقارب مائل للخط C_f، ثم ادرس الوضع النسبي.

3- حل المعادلة $f(x)=x$.

4- لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة تدريجياً بالشكل : $u_0=4$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ عند كل $n\in\mathbb{N}$، والمطلوب:

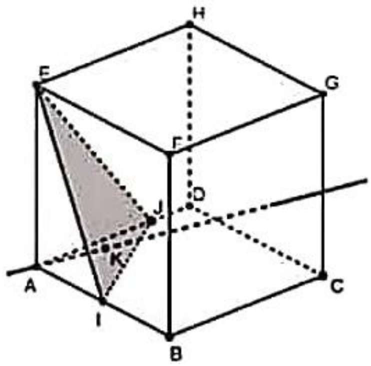
a) احسب u_1 و u_2 .

b) استنتج من تزايد التابع f على المجال $[2,+\infty[$ صحة الخاصة $E(n): 2\leq u_{n+1}\leq u_n$ وذلك من أجل $n\in\mathbb{N}$.

c) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة . واحسب نهايتها.

d) ارسم مقاربات C_f وارسم المستقيمات $\Delta: y=x$، ثم ارسم C_f ومثل الحدود الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ على الرسم نفسه.

المسألة الثانية :



ليكن $ABCDEFGH$ مكعباً طول حرفه يساوي 4. ولتكن النقطة I منتصف $[AB]$ والنقطة J تحقق العلاقة $4\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AD}$. نتأمل المعلم المتجانس $\left(A;\frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AE},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}\right)$ ، والمطلوب :

1- جد إحداثيات رؤوس المكعب والنقطتين I و J .

2- أثبت أن معادلة المستوي (EIJ) هي $6x+4y+3z-12=0$

3- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من A وعمودياً على المستوي (EIJ)، ثم جد إحداثيات النقطة K نقطة تقاطع d مع (EIJ) .

4- احسب مساحة المثلث AEJ ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $I-AEJ$.

5- احسب بعد A عن المستوي (EIJ) واستنتج مساحة المثلث EIJ .

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

النموذج الثاني 2020

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية:

السؤال الأول :

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\nearrow$	6

1- جد $lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $lim_{x\to-\infty}f(x)$.

2- اذكر قيمة حدية للتابع وبيّن نوعها.

3- هل $f(5) = 4$ قيمة حدية للتابع؟

4- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط البياني للتابع.

5- اكتب مجموعة تعريف التابع g حيث $g(x) = \ln(f(x))$.

السؤال الثاني :

ليكن f التابع المعرف على المجال $[0,3]$ وفق $f(x) = (x-3)\sqrt{x(3-x)}$، جد $lim_{x\to3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$، واستنتج أنَّه اشتقاقي عند ال $x = 3$.

السؤال الثالث :

$ABCD$ رباعي وجوه، مركز ثقله G، فيه K مركز ثقل الوجه BCD أثبت أنَّ النقاط G و A و K تقع على استقامة واحدة، وعيِّن موضع G على القطعة المستقيمة $[AK]$.

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية:

السؤال الأوّل :

صف مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق إحداثياتها العلاقات: $x^2 + z^2 = 16$ و $2 \le y \le 5$

السؤال الثاني :

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 2(1+i) - 4 + 2i = 0$

السؤال الثالث:

لتكن المجموعة $S = \{2,3,5,8,9\}$، والمطلوب:

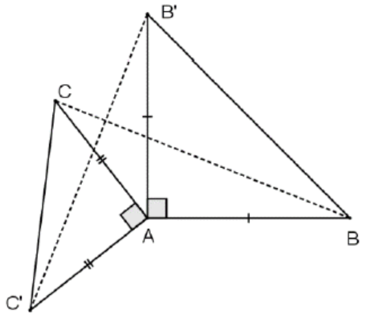
1- كم عدداً مختلفا الأرقام ومؤلفاً من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر S ؟

2- كم عدداً من مضاعفات العدد 5 ومؤلفاً من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر S ؟

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية:

التمرين الأول :

في الشكل المجاور المثلثان ABB' و ACC' كل منهما قائم في A ومتساوي الساقين، تأمل المعلم المتجانس والمباشر $(A, \vec{u}, \vec{v})$. والمطلوب:



1- اكتب $Z_{B'}$ بدلالة Z_B، و $Z_{C'}$ بدلالة Z_C .

2- احسب $\frac{Z_{B'}-Z_{C'}}{Z_B-Z_C}$.

3- استنتج أن $(BC) \perp (B'C')$ و $BC = B'C'$.

التمرين الثاني :

لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرَّفة تدريجياً وفق: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$ من أجل كل n من $\mathbb{N}$.

1- أثبن بالتدريج أن $u_n > 0$ أيّاً يكن العدد الطبيعي n.

2- أثبت أنَّ المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفَّة بالعلاقة $v_n = \frac{1}{u_n}$ متتالية حسابية، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

3- ليكن S_n المجموع المعرَّف بالشكل $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$، اكتب S_n بدلالة n واستنتج

$lim_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الثالث :

ليكن التابع f المعرف على $]-5, +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$، والمطلوب:

1- احسب $lim_{x\to+\infty} f(x)$ واستنتج $lim_{x\to+\infty} f\big(f(x)\big)$.

2- جد عدداً حقيقيَّاً A يحقق الشرط: إذا كان $x > A$، كان $f(x)$ في المجال $]1.99, 2.01[$

3- جد $f'(x)$ ثم استنتج $g'(x)$، حيث إنّ $g(x) = \frac{2\sin x+1}{\sin x+5}$.

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى :

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,1[\cup]1,+\infty[$ وفق:

$$f(x)=2x-1-\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

1- أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=2x-1$ مقارب مائل للخط C_f في جوار $+\infty$ وفي جوار $-\infty$، وادرس الوضع النسبي للخط C_f بالنسبة للمقارب d.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظِّم جدولاً بها، واكتب معادلات المقاربات الشاقولية للخط C_f.

3- أثبت أنَّ $f(x)+f(-x)=-2$.

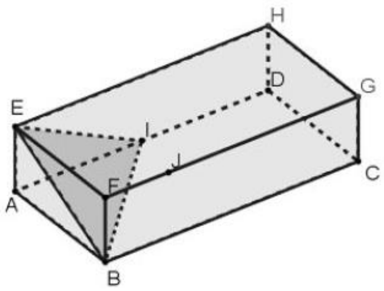
4- استنتج أنَّ C_f متناظر بالنسبة للنقطة $I(0,1)$.

5- ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم C_f.

6- استنتج رسم C_g الخط البياني للتابع g المعرَّف وفق: $g(x)=-2x+1-\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

المسألة الثانية :

ليكن $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=2$ و $AD=4$ و $AE=1$، ولتكن I منتصف $[AD]$ والنقطة J تحقق $\overrightarrow{FJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{FG}$. نتأمل المعلم المتجانس $(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$، والمطلوب :



1- جد إحداثيات رؤوس متوازي المستطيلات وإحداثيات I و J.

2- أثبت أن معادلة المستوي (EIB) هي $x+y+2z-2=0$.

3- بيِّن نوع المثلث EIB، ثم احسب مساحته.

4- احسب بعد G عن المستوي (EIB)، واستنتج حجم رباعي الوجوه $G-EIB$.

5- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من J وعمودياً على المستوي (EIB).

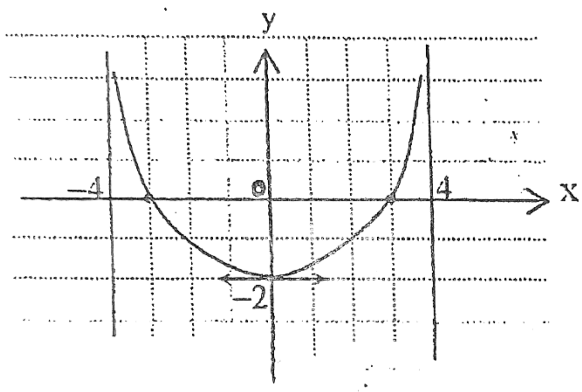
6- استنتج أنَّ المسقط القائم للنقطة J على المستوي (EIB) تقع على القطعة المستقيمة $[EIB]$

قسم أسئلة الدورات

الدورة الأولى 2017

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول :



نتأمل في الشكل المجاور c الخط البياني للتابع f المعرَّف على $]-4,4[$:

1- احسب $\lim_{x\to -4^+} f(x)$ و $\lim_{x\to +4^-} f(x)$، واستنتج معادلة كل مقارب للخط c .

2- احسب $f(0)$ و $f'(0)$.

3- جد حلول المعادلة $f(x)=0$.

السؤال الثاني :

حل المعادلة $9^x+3^{x+1}-4=0$ في $\mathbb{R}$.

السؤال الثالث :

1- اكتب معادلة للكرة S التي مركزها o مبدأ الإحداثيّات، ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$.

2- تحقق أن المستوي P الذي معادلته $P: x-y+z+3=0$ يمس الكرة S .

السؤال الرابع:

في أحد الاختبارات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة .

1- بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة ؟

2- بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجباريّة ؟

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأوّل :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ المعرَّفة وفق : $u_0=1$ ، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2$. ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\ge 0}$

المعرفة وفق : $v_n=u_n+3$.ن

1- أثبت أنّ $(v_n)_{n\ge 0}$ متتالية هندسية، وأوجد أساسها .

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم عبارة u_n بدلالة n .

3- ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$، عبّر عن S_n بدلالة n، واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\ge 0}$.

التمرين الثاني :

ليكن العددان العقديان : $Z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ ، $Z_2 = 1 + i$، المطلوب:

1- تكتب بالشكل المثلّثي كلاً من الأعداد Z_1 و Z_2 و $\frac{Z_1}{Z_2}$.

2- اكتب بالشكل الجبري $\frac{Z_1}{Z_2}$، واستنتج $\cos\frac{5\pi}{12}$.

التمرين الثالث:

نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية يساوي $\frac{1}{3}$.

نعرّف X المتحوّل العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار . اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، واحسب توقعه الرياضي، وتباينه .

التمرين الرابع :

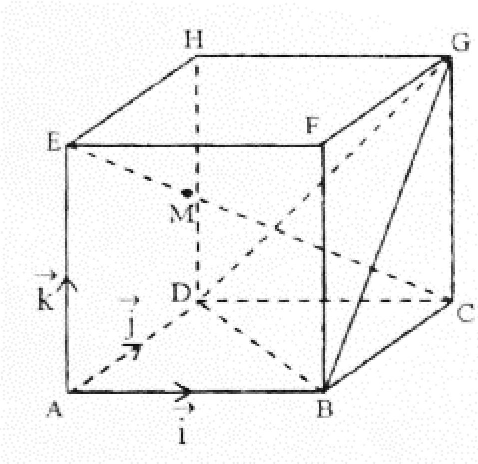
ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. المطلوب :

1- احسب $lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $lim_{x\to-\infty}f(x)$.

2- أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب للخط c عند $+\infty$. وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط c .

<u>ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :</u>

المسألة الأولى :



في الشكل المجاور $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 2 .

نتأمل المعلم المتجانس $(A;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$،

$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$ ،$\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}$ ،$\overrightarrow{AE} = 2\vec{k}$.

1- اكتب معادلة للمستوي (GBD) .

2- اكتب تمثيلاً وسيطيّاً للمستقيم (EC) .

3- جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD) .

4- جد إحداثيات النقطة M التي تحقق $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$.

5- أثبت تعامد المستقيمين (HM) و (EC) .

0934131159

المسألة الثانية :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0\,,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{\ln x}{x}$.

1- احسب $lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، $lim_{x\to0}f(x)$، واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي.

2- ادرس تغيرات التابع f، ونظم جدولاً بها، ثم دل على القيم الحديّة محليّاً.

3- جد معادلة للماس Δ في النقطة A من الخط c التي فاصلتها $x=1$.

4- ارسم كل مقابر وجدته، وارس المماس Δ، ثم ارسم c .

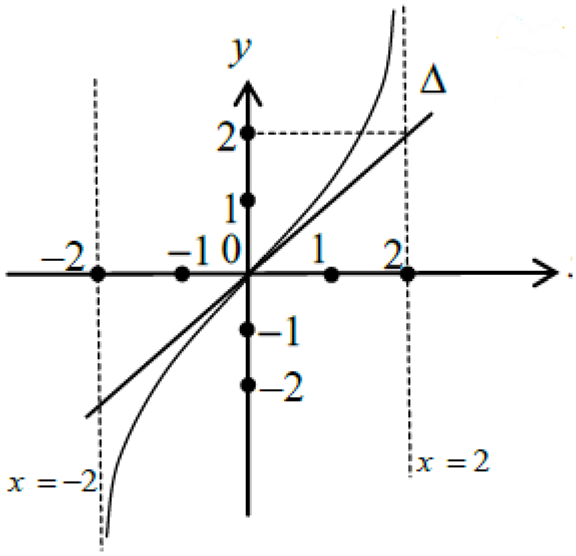
5- احسب s مساحة السطح المحصور بين c والمحور $x'x$ والمستقيم $x=e$.

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

الدورة الثانية 2017

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول :



تأمل الشكل المرسوم جانباً، حيث c هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]-2\,,+2[$. والمطلوب:

1- احسب $\lim_{x\to -2} f(x)$ و $\lim_{x\to 2} f(x)$.

2- احسب $f(0)$ و $f'(0)$.

3- هل التابع f فردي أم زوجي؟

4- اكتب معادلة المماس Δ .

السؤال الثاني :

اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d' .

$$d':\begin{cases} x=s \\ y=-3s-3 \\ z=-s+1 \end{cases} ;s\in\mathbb{R} \quad و \quad d:\begin{cases} x=t+1 \\ y=-3t+2 \\ z=-3t+3 \end{cases} ;t\in\mathbb{R}$$

وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستوٍ واحد؟ علل إجابتك .

السؤال الثالث :

حل المعادلة التفاضلية الآتية : $2y'+3y=0$ والخط البياني c للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4\,,1)$.

السؤال الرابع:

نتأمل في المعلم المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقطتين $A(2\,,0\,,1)$ و $B(1\,,-2\,,1)$. والمطلوب:

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأوّل :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ المعرَّفة وفق ما يأتي : $u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$.

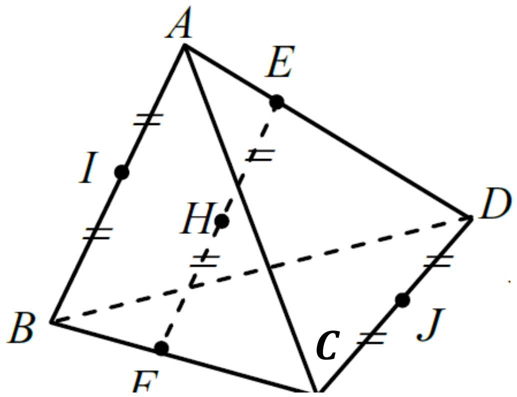
1- أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ متناقصة .

2- أثبت أن $0\le u_n\le 1$ واستنتج أنّها متقاربة واحسب نهايتها .

المدرّس: محمد رسول صباغ

0934131159

التمرين الثاني :



$ABCD$ رباعي وجوه، و a عدد حقيقي. I و J هما بالترتيب منتصفا $[AB]$ و $[CD]$.

E و F نقطتان تحققان العلاقتين : $\overrightarrow{AE} = a\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF} = a\overrightarrow{BC}$. وأخيراً H هي منتصف $[EF]$.

أثبت أن I و J و H تقع على استقامة واحدة.

التمرين الثالث :

لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z = -1 + i$. والمطلوب :

1- أثبت أن z^8 عدداً حقيقياً .

2- جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ واكتبه بالشكل الأسي.

التمرين الرابع :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\backslash\{-3\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3}$.

1- اكتب التابع f بالشكل $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$.

2- أثبت أن المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل للخط c في جوار $+\infty$.

3- احسب $\int_0^2 f(x)dx$.

<u>ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :</u>

المسألة الأولى :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $I =]0 , +\infty[$ وفق : $f(x) = x + x(\ln x)^2$

وليكن $g(x) = (\ln x + 1)^2$. والمطلوب:

1- أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$.

2- أثبت أن $f'(x) = g(x)$.

3- حل المعادلة $g(x) = 0$.

4- نظِّم جدولاً بتغيرات f .

5- اكتب معادلة المماس Δ للخط c في نقطة فاصلتها $x = \frac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم c .

المسألة الثانية :

يضم مصنع ورشتين A و B لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم، صنّعت الورشة A منها 600 قلم وصنّعت البقية الورشة B . هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال، في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال .
نسحب عشوائياً قلماً من الطلب . نرمز بالرمز A إلى الحدث "القلم مصنوع في الورشة A" وبالرمز B إلى الحدث "القلم مصنوع في الورشة B" وبالرمز D إلى الحدث "القلم غير صالح للاستعمال" .

1- أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة.

2- احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال.

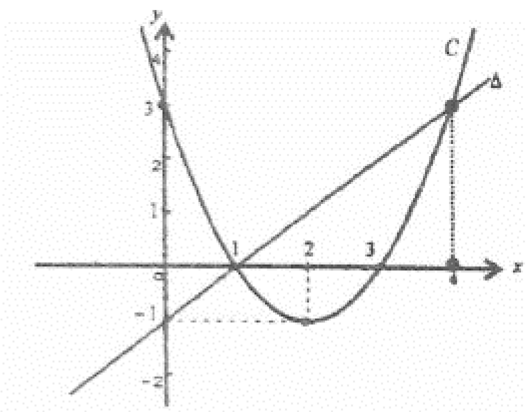
3- إذا كان القلم صالح للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A؟

4- نسحب عشوائياً من الورشة A قلمين معاً وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال، احسب $P(X = 0)$.

الدورة الأولى 2018

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول :



تأمل الشكل المرسوم جانباً، ليكن c الخط البياني للتابع f المعرَّف على $\mathbb{R}$. والمطلوب :

1- دل على القيمة الحديّة الصغرى للتابع f .

2- جِد $lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3- ما حلول المعادلة $f(x) = y_{\Delta}$ ؟

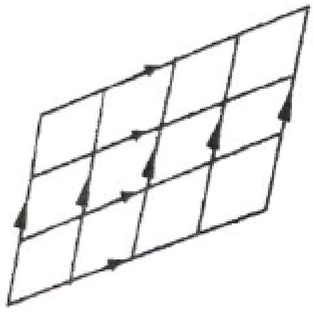
4- اكتب معادلة المستقيم Δ .

السؤال الثاني :

في معلم متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقطة $A(1 , -2 , 0)$ والمستوي P الذي معادلته : $P: x + 2y + z - 1 = 0$. والمطلوب:

احسب بعد النقطة A عن المستوي P، ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

السؤال الثالث :



في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية، تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع ، والمطلوب :

احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة .

السؤال الرابع:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \frac{1}{3+\cos x}$

1- أثبت محدودية f .

2- استنتج $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{3+\cos x}$.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأول :

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A , B , C , M التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $a=-1-i$ ، $b=1-i$ ، $c=2i$ ، $m=-1+i$
والمطلوب:

1- مثّل الأعداد $a=-1-i$ ، $b=1-i$ ، $c=2i$ ، $m=-1+$ في المستوي .

2- احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3- أثبت أن النقط M و O و B تقع على استقامة واحدة .

4- احسب $\arg\frac{c-d}{m}$، واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان .

التمرين الثاني :

ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفتان وفق $u_n=5-\frac{1}{n}$ و $v_n=5+\frac{1}{n^2}$.
والمطلوب :

1- أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة .
2- اثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ متناقصة .
3- هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان ؟ علل إجابتك .

التمرين الثالث:

ليكن X متحوّل عشوائي يمثِّل عدد النجاحات في تجربة برنولية . الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات ، فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$ و
$P(X=0)=\frac{1}{27}$ و $P(X=1)=\frac{6}{27}$.
جد $P(X=2)$ و $P(X=3)$.

k	0	1	2	3
$P(X=K)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$		

ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X ؟

ما تباين المتحول العشوائي X ؟

التمرين الرابع :

ليكن $J=\int_0^{\ln 2}\frac{e^x}{e^x+2}dx$ و $I=\int_0^{\ln 2}\frac{2}{e^x+2}dx$. والمطلوب :

1- احسب J .

2- احسب $I+J$ ، ثم استنتج I .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى :

في معلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، لدينا النقاط $A(1\,,1\,,0)$ و $B(1\,,2\,,1)$ و $C(4\,,0\,,0)$.
والمطلوب :

1- أثبت أن النقاط $C\,,B\,,A$ ليست على استقامة واحدة .

2- أثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة : $x+3y-3z-4=0$.

3- ليكن المستويان $Q\,,P$ معادلتهما: $P: x+2y-z-4=0$
$Q: 2x+3y-2z-5=0$

أثبت أن المستويان يتقاطعان في الفصل المشترك d الذي تمثيله الوسيطي :

$$d:\begin{cases}x=t-2\\ y=3\\ z=t\end{cases}\quad ;\quad t\in\mathbb{R}$$

4- ما هي نقطة تقاطع المستويات $(ABC),Q\,,P$.

5- احسب بعد A عن المستقيم d .

المسألة الثانية :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\ln(e^{-x}+1)$.

1- جد نهاية f عند $-\infty$ ، وعند $+\infty$ ، هل يقبل الخط c مقاربات غير مائلة ؟

2- أثبت أن $f(x)=-x+\ln(e^x+1)$.

3- أثبت أن المستقيم $y=-x$ مقارب مائل للخط c في جوار $-\infty$.

4- ادرس تغيرات التابع f، ونظم جدولاً بها .

5- ارسم المقاربات وارسم الخط البياني c .

الدورة الثانية 2018

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول :

تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

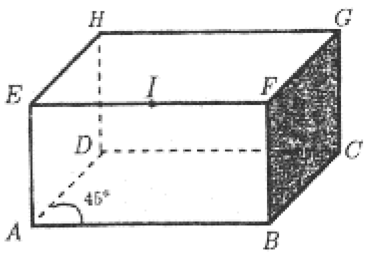
1- جد $lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، $lim_{x\to-\infty}f(x)$.

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f .

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

4- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

السؤال الثاني :



$ABCDEFGH$ متوازي سطوح ، فيه $AB=2$ و $BC=CG=1$ وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي $45°$. والنقطة I منتصف $[EF]$. والمطلوب :

1- احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$.

2- عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.

السؤال الثالث :

في إحدى مراكز الخدمة ثلاثة مهندسين وخمسة عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكن تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة .

السؤال الرابع:

$(u_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية أساسها $q=2$ وفيها $u_0=1$. والمطلوب :

احسب u_3 ثم احسب المجموع $S=u_3+u_4+u_5+u_6+u_7$.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأول :

ليكن f التابع المعرف على المجال $]2,+\infty[$ وفق : $f(x)=4-x+\sqrt{x-2}$.

1- ادرس تغيرات f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولاً بها .

2- أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً .

3- اكتب معادلة المماس للخط c في النقطة التي فاصلتها 3 .

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

التمرين الثاني :

صندوق يحوي (9) كرات متماثلة ، منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء ، نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً ، نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء ، والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة صفر فيما عدا ذلك . والمطلوب :

اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه الرياضي .

التمرين الثالث:

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = e^x - 1$. والمطلوب :

1- جد مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$.

2- احسب : $\int_0^{\ln 2} f(x)dx$.

التمرين الرابع :

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نتأمل النقطتين A , B اللتين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان : $Z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$, $Z_A = 4$ ، ولتكن I منتصف $[AB]$.

والمطلوب :

1- مثل النقطتين A , B في معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ واكتب Z_B بالشكل الأسي .

2- بين طبيعة المثلث OAB ، وأثبت أن قياس الزاوية $(\vec{u}\,,\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$.

3- اكتب العد العقدي Z_f الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية ، واستنتج $\sin\frac{\pi}{8}$.

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى :

في معلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، لدينا النقاط $A(2\,,1$ و $3)$ و $B(1$ و 0 و $-1)$ و $C(4\,,0\,,0)$ و $D(0\,,4\,,0)$ و $E(1\,,-1\,,1)$. والمطلوب :

1- جد $\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{CD}\,,\overrightarrow{CE}$.

2- أثبت أن النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة .

3- أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE) .

4- اكتب معادلة المستوي (CDE) .

5- احسب بعد B عن المستوي (CDE) .

6- اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE) .

المسألة الثانية :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathrm{I}=]0\,,+\infty[$ وفق : $f(x)=x^2-\ln x$
والمطلوب :

1- جد نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه .

2- ادرس تغيرات التابع f، ونظم جدولاً بها .

3- اكتب معادلة المماس T للخط البياني c في نقطة منه فاصلتها $x=1$.

4- في معلم متجانس ارسم المماس T والخط البياني c .

5- احسب مساحة السطح المحصور بالخط البياني c ومحور الفواصل والمستقيمين $x=1$ ، $x=e$.

6- نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ حيث : $u_n=n^2-\ln(n)$. أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة .

الدورة الأولى 2019

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول :

x	$-\infty$		-1		2		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني c .

1- جد $lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، $lim_{x\to-\infty}f(x)$.

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني c .

3- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

4- احسب $f(]-1\,,2[)$.

السؤال الثاني :

عين الحد المستقل عن x في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$.

السؤال الثالث :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ وفق : $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$ والمطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب مائل للخط c في جوار $+\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي للخط c والمستقيم Δ .

السؤال الرابع:

في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نتأمل النقطتين $A(1\,,0\,,1)$ ، $B(0\,,1\,,1)$.

1- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2\,,2\,,1)$.

2- أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان .

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأول :

لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $S_n=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}$ والمطلوب :

1- أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ متزايدة تماماً .

2- أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n=\frac{1}{2}\left(3-\frac{1}{n}\right)$ ، ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ وبين أنها متقاربة .

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على خمس كرات ، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 , 2 وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 ، نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق .

1- الحدث A : "الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته" ، احسب $P(A)$.

2- نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع الكرتين المسحوبتين .

عين مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، ثم احسب توقعه الرياضي .

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $I =]e^{-1} , +\infty[$ وفق العلاقة : $f(x) = \frac{2+\ln x}{1+\ln x}$ والمطلوب :

1- جد $lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعط عدداً حقيقياً A يحقق الشرط : إذا كان $x > A$ ، كان $f(x)$ في المجال $]0.9 , 1.1[$.

2- احسب $lim_{x\to+\infty} f\big(f(x)\big)$.

التمرين الرابع :

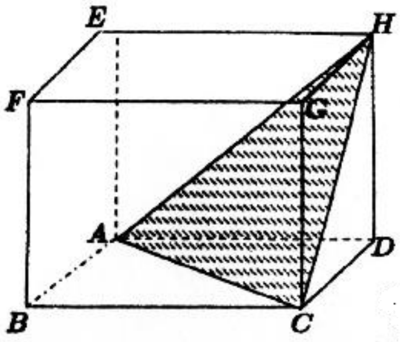
لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية $z_A = -1 + i$ و $z_B = -3i$ ، وليكن $p(z) = z^2 + (1+2i)z + 3 + 3i$ والمطلوب :

1- أثبت أن z_A حلاً للمعادلة $p(z) = 0$ ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة .

2- جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3- اكتب z_A بالشكل الأسي .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :



المسألة الأولى :

نتأمل في معلم المتجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ ، المكعب $ABCDEFGH$ والمطلوب :

1- اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط $A\,,C\,,H\,,F\,,D$.

2- اكتب معادلة المستوي (ACH) .

3- اثبت أن المستوي P الذي معادلته $P:-2x+2y-2z+1=0$ يوازي المستوي (ACH) .

4- بفرض I مركز ثقل المثلث ACH اثبت أن $F\,,I\,,D$ على استقامة واحدة .

5- اكتب معادلة للكرة s التي مركزها $\Omega(1\,,-1\,,1)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$ ، وبين أن المستوي (ACH) يمس الكرة s .

المسألة الثانية :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{4}{1+e^x}$ والمطلوب :

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته .

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3- جد معادلة للماس T للخط البياني c عند النقطة $(0\,,2)$ ، وادرس الوضع النسبي ل c و T

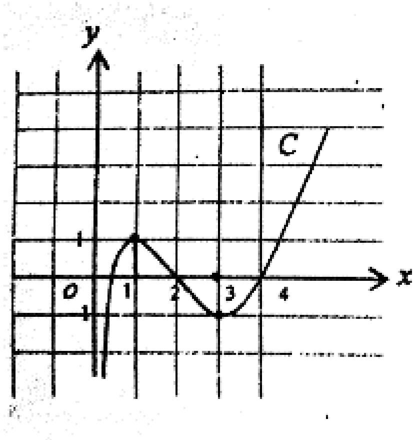
4- في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني c .

5- ليكن c' الخط البياني للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x)=\frac{4e^x}{1+e^x}$ ، استنتج الخط البياني c' للتابع g .

الدورة الثانية 2019

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول :



في الشكل المرسوم جانباً ، ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ والمطلوب :

1- جد $lim_{x\to 0} f(x)\,,\, lim_{x\to +\infty} f(x)$.

2- دل على القيم الحدية مبينا نوعها .

3- جد حلول المتراجحة : $f'(x) \le 0$.

4- جد $f([1,3])$.

السؤال الثاني :

عين قيمة العدد n التي تحقق العلاقة : $\binom{15}{2n} = \binom{15}{n+3}$.

السؤال الثالث :

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & : x \neq 0 \\ m & : x = 0 \end{cases}$$ والمطلوب:

1- جد نهاية التابع f عند الصفر .

2- عين قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر .

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتان $A(2\,,1\,,-2)$ ، $B(-1\,,2\,,1)$

والمستوي : $P: 3x - y - 3z - 8 = 0$.

1- أثبت أن المستقيم (AB) يعامد المستوي P .

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثم عين إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P .

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأول :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0\,,+\infty[$ وفق :
$f(x) = ax + b - \frac{\ln x}{x}$ والمطلوب :

1- عين العددين الحقيقيين $a\,, b$ إذا علمت أن المماس للخط c في النقطة $A(1\,,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته : $y = 3x$.

2- من أجل $a = 4\,, b = -4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 4x - 4$ مقارب مائل للخط c في جوار $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي بين c و Δ .

التمرين الثاني :

نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u}\,,\vec{v})$ النقاط $A\,, B\,, C$ التي تمثلها الأعداد العقدية : $a = 6 - i\ ,\ b = -6 + 3i\ ,\ c = -18 + 7i$ بالترتيب . المطلوب :

1- احسب العدد $\frac{b-a}{c-a}$ ، واستنتج أن النقاط $A\,, B\,, C$ تقع على استقامة واحدة .

2- بفرض $d = 1 + 6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ احسب θ .

3- جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربعاً .

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ والمطلوب :

1- ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$.

2- أثبت أن العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq 0}$.

3- احسب $lim_{x\to+\infty}u_n$ ، ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق : أياً يكن $n > n_0$ كان u_n في المجال $]1.9\,, 2.1[$.

التمرين الرابع :

صندوق يحتوي على خمس كرات منها : كرتان حمراوان ، وثلاث كرات زرقاء ، نكرر عملية سحب عشوائي لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يتبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته.
ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة .
عين مجموع القيم التي يأخذها X ، واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X ، واحسب توقعه الرياضي.

المدرّس: محمد رسول صباغ

0934131159

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى :

نتأمل في معلم المتجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقطة $A(2\,,1\,,0)$ والمستويات

$$\begin{cases} P: 2x - y + 2z - 2 = 0 \\ Q: x + y + z - 1 = 0 \\ R: x - z - 1 = 0 \end{cases}$$

والمطلوب:

1- أثبت أن المستويين $Q\,,P$ متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له .

2- تحقق أن المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A .

3- أثبت أن المستويات $R\,,Q\,,P$ تتقاطع بنقطة I يطلب تعيين إحداثياتها .

4- استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ .

المسألة الثانية :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \frac{2x}{e^x}$ والمطلوب :

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي .

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3- في معلم متجانس ارسم الخط c .

4- احسب مساحة السطح المحصور بين الخط c ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x = 1$.

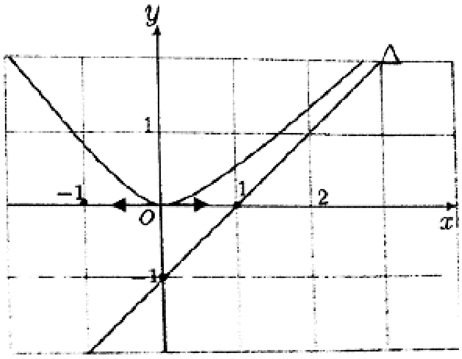
5- استنتج رسم الخط البياني c_1 للتابع g المعرف وفق : $g(x) = 2xe^x$.

6- أثبت أن $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y' + y = 2e^{-x}$.

الدورة الأولى 2020

أولاً : أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول :



نتأمل جانباً الخط البياني c للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ ، والمستقيم Δ مقارب مائل ل c والمطلوب :

1- جد $lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المستقيم Δ .

3- جد $f(0)$, $f'(0)$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

السؤال الثاني :

نتأمل المستويين : $P_1: 2x - y + z + 1 = 0$, $P_2: x + y - z = 0$ والمطلوب :

1- تيقن أن المستويان متعامدان .

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك .

السؤال الثالث :

يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أيا من القيم : $0, 1, 2, 3, 4, 5$.

1- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل .

2- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى .

السؤال الرابع:

أثبت أن $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$ أيا كان $x > -1$.

السؤال الخامس :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = x - E(x)$. المطلوب :

1- اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0, 2[$.

2- جد $lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأول :

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية : $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$

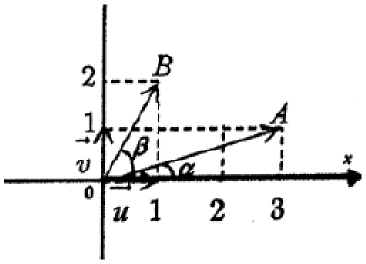
عند كل $n \geq 0$. والمطلوب :

1- اثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على المجال $[2, +\infty[$.

2- أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ أيا يكن العدد الطبيعي n .

3- استنتج أن المتتالية متقاربة ، واحسب نهايتها .

التمرين الثاني :



نتأمل في المستوي العقدي المزود بالمعلم المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

بفرض أن α القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}, \overrightarrow{OA})$ و β القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}, \overrightarrow{OB})$. المطلوب :

1- اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين Z_A و Z_B اللذين يمثلان النقطتين A و B .

2- اكتب العدد العقدي $\frac{Z_B}{Z_A}$ بالشكلين الجبري والأسي ، ثم استنتج قيمة $\beta - \alpha$.

التمرين الثالث:

f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(0) = 0$ و $f(x) = x^2 \sin\frac{1}{x}$ في حالة $x \neq 0$. المطلوب:

1- أثبت أن f اشتقاقي عند $x = 0$.

2- احسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

3- جد $lim_{x\to+\infty} f(x)$.

التمرين الرابع :

في معلم متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$لتكن النقاط:

$A(1,0,0), B(4,3,-3), C(-1,1,2), D(0,0,1)$. المطلوب:

1- اثبت أن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً .

2- أثبت أن الأشعة : $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً .

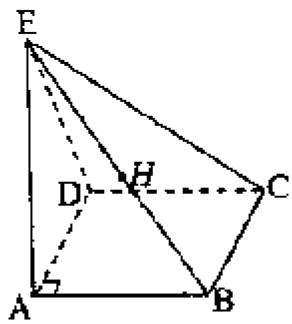
3- استنتج أن النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة : $(A,\alpha), (B,\beta), (C,\gamma)$
حيث أن α و β و γ أعداد حقيقية يطلب تعيينها .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى :

$(EABCD)$ هرم رباعي رأسه E ، قاعدته مربع طول ضلعه 3 ، $[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$ و $EA = 3$.

نختار المعلم المتجانس $\left(A\,;\, \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\,,\, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\,,\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$ والمطلوب :



1- عين إحداثيات $A\,,B\,,C\,,D$.

2- جد معادلة المستوي (EBC) .

3- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC) .

4- استنتج أن H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم ل A على المستوي (EBC) .

5- احسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

المسألة الثانية :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-2\,,2[$ وفق : $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$ والمطلوب :

1- أثبت أن f تابع فردي .

2- ادرس تغيرات التابع f على المجال $[0\,,2[$.

3- اكتب معادلة الماس T عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ، واحسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x = 0.1$.

4- في معلم متجانس ارسم الخط البياني c .

5- استنتج رسم الخط البياني c' للتابع $g(x) = \ln(2-x) - \ln(x+2)$ على المجال $]-2\,,2[$.

المدرّس: محمد رسول صباغ
RASOUL INTERNATIONAL EDUCATION
0934131159

الدورة الثانية 2020

أولاً : أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول :

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني c . المطلوب :

1- جد $lim_{x\to-\infty}f(x)$ ، $lim_{x\to+\infty}f(x)$.

2- دل على القيم الحدية للتابع f مبيناً نوعها .

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

السؤال الثاني :

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 5 , 4 , 3 , 2 , 1 ، نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة . والمطلوب :

1- كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب .

2- كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي .

السؤال الثالث :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$. المطلوب :

1- أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للخط c في جوار $+\infty$.

2- ادرس الوضع النسبي بين c و Δ .

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(o;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ المستوي $P: 2x+y-3z+2=0$ والنقطة $A(1\,,1\,,-2)$. المطلوب :

1- أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P .

2- اكتب معادلة المستوي Q المار من A والموازي للمستوي P .

السؤال الخامس :

نتأمل التابع f المعرف على $[0\,,+\infty[$ وفق : $f(x)=x-\sin x$

1- احسب $lim_{x\to+\infty}f(x)$.

2- أثبت أن التابع f متزايد .

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأول :

ليكن العدد العقدي $w=\frac{-\sqrt{2}}{1+i}e^{\frac{i\pi}{3}}$. المطلوب :

1- بين أن $|w|=1$ ، ثم اكتب العدد w بالشكل الأسي .

2- ليكن z عدد عقدي ما ، أثبت أن $Z=\frac{z-\bar{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي .

التمرين الثاني :

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ وفق : $f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$. المطلوب :

1- عين التابع المشتق f' للتابع f .

2- نرمز بالرمز g إلى التابع المعرف على $J=]1\,,+\infty[$ وفق $g(x)=f\left(\sqrt{x}\right)$ ، أثبت أن g اشتقاقي على J ، ثم احسب $g'(x)$ على J .

التمرين الثالث:

المستقيمان d و d' معرفان وسيطياً وفق :

$$d:\begin{cases}x=t+2\\y=2t+1\\z=-t\end{cases};t\in\mathbb{R}\qquad \text{و} \qquad d':\begin{cases}x=2s-1\\y=s-2\\z=3s-2\end{cases};s\in\mathbb{R}$$

1- أثبت أن d و d' متقاطعان ، ثم عين إحداثيات I نقطة التقاطع .

2- جد معادلة للمستوي المحدد بالمستقيمين d و d' .

التمرين الرابع :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة وفق : $u_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + \frac{3}{e^3} + \cdots + \frac{n}{e^n}$. المطلوب :

1- أثبت أن $n \leq 2^n$ أياً يكن العدد الطبيعي $n \geq 1$.

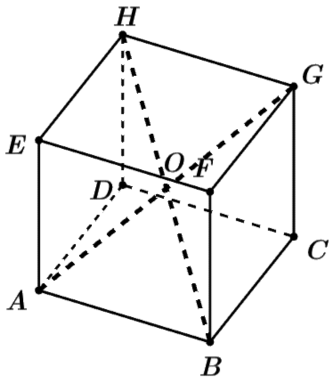
2- استنتج أن $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$.

3- أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى :

مكعب $ABCDEFGH$ طول ضلعه 2 ، O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[HB]$. نختار المعلم المتجانس $\left(A\,;\,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\,,\,\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\,,\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$. المطلوب :



1- جد إحداثيات النقاط A و B و G و H و O .

2- أعطِ معادلة للمستوي (GOB) .

3- احسب $\overrightarrow{OG}\,,\overrightarrow{OB}$ واستنتج $\cos\widehat{GOB}$.

4- اكتب تمثيلاً وسيطيّاً للمستقيم (DC).

5- أثبت أن المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB) .

6- جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثَقَّلة $(A,\alpha),(B,\beta)\,,(C,\gamma)$.

المسألة الثانية :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0\,,+\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$. والمطلوب :

1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3- أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلّاً وحيداً في المجال $\left]\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right[$.

4- في معلم متجانس ارسم الخط c .

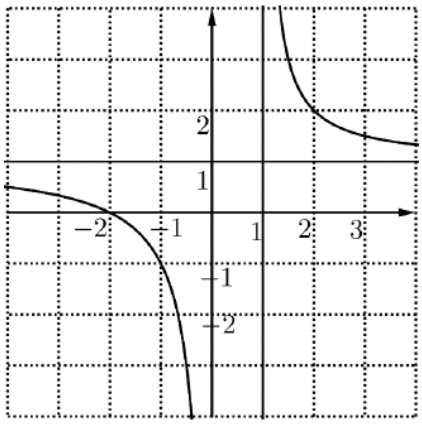
5- استنتج رسم c_1 الخط البياني للتابع $g(x) = \frac{1-x+\ln x}{x}$.

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

الدورة الأولى 2021

أولاً : أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية:

السؤال الأول :



نتأمل الخط البياني c للتابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$. والمطلوب :

1- جد $lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $lim_{x\to1}f(x)$ و $lim_{x\to0}f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي ل c .

3- جد حلول المتراجحة $f'(x)<0$.

4- جد حلول المعادلة $f(x)=0$.

السؤال الثاني :

جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^{12}$.

السؤال الثالث :

احسب العدد : $I=\int_0^3(2-|2-x|)\,dx$.

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط الآتية $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$ و $C(5,0,5)$ و $D(6,2,5)$ والمطلوب :

1- أثبت أن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيّاً .

2- عين العددين الحقيقين α و β بحيث $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أن النقاط A و B و C و D تقع في مستوٍ واحد .

السؤال الخامس :

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ وفق : $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x-1}$ والمطلوب :

عين العددين الحقيقيين a و b لتكون $f(-1)=0$ قيمة حدية للتابع f .

السؤال السادس :

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملونة بالأسود ووجهان ملونان بالأحمر ، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي ، نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها ، والمطلوب :

1- اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X=0)$.

2- احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه .

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأول :

لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3 \\ u_0 = 2 \end{cases}$

ولنعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق $v_n = u_n + 6$. المطلوب :

1- أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية ، عين أساسها واحسب v_0 ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

2- نعرف المتتالية $(\omega_n)_{n\geq 0}$ وفق : $\omega_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أن المتتالية $(\omega_n)_{n\geq 0}$ حسابية واحسب ω_0 ثم احسب المجموع $S = \omega_0 + \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5$.

التمرين الثاني :

في المستوي العقدي المزود بالمعلم المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية $a = 8$ و $b = -4 + 4i$ و $c = -4i$ على الترتيب ، والمطلوب :

1- احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين .

2- جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3- جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً .

التمرين الثالث:

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = x - 4 + \ln(\frac{x}{x+1})$ المطلوب :

1- أثبت أن f تابع متزايد تماماً على I ، واستنتج $f(I)$.

2- أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = x - 4$ مقارب مائل للخط c في جوار $+\infty$.

3- ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني c والمستقيم d .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى :

في معلم متجانس $(o;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نتأمل النقاط : $A(-1\,,2\,,3)$ و $B(2\,,1\,,1)$ و $C(-3\,,4\,,-1)$ و $D(3\,,1\,,1)$ والمطلوب :

1- جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ، وبين أن المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان .

2- أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2\,,4\,,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة المستوي (ABC)

3- جد تمثيلاً وسيطيّاً للمستقيم d المار من D والعمودي على المستوي (ABC) .

4- احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5- بفرض ان G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ و $(B,-1)$ و $(C,2)$ أثبت أن المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان .

المسألة الثانية :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{(X+1)^2}{e^x}$ والمطلوب :

1- احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي .

2- اثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها .

4- ارسم c في معلم متجانس .

5- استنتج رسم الخط البياني c_1 للتابع g المعرف وفق : $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6- استنتج مجموعة تعريف التابع : $h(x)=\ln\big(f(x)\big)$.

الدورة الثانية 2021

أولاً : أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية:

السؤال الأول :

عين قيمة n التي تحقق المعادلة $P_{n+3}^{3} = 16\binom{n+2}{2}$

السؤال الثاني :

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P: 2x + y - 2z - 4 = 0$. المطلوب:

1- احسب بعد A عن المستوي P.

2- اكتب معادلة للكرة التي مركزها A وتمس المستوي P.

السؤال الثالث :

احسب التكامل الآتي: $I = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$

السؤال الرابع:

تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C. والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0

1- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

3- دلّ على القيمة المحلية وبيّن نوعها.

4- جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

السؤال الخامس :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,0[$ وفق: $f(x) = \frac{2x^2+\cos^2 x}{x}$، المطلوب:

أثبت أن المستقيم الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل ل C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

السؤال السادس :

يحتوي صندوق على كرات حمراء وكرات بيضاء، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء. المطلوب:

1- نسحب عشوائياً من الصندوق كرة. ما احتمال أن تكون بيضاء اللون؟

2- نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرف X على أنه المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X وجدول القانون الاحتمالي.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأول :

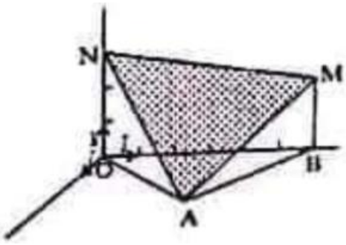
نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = \frac{5}{2}$ وأياً يكن العدد الطبيعي n:
$u_{n+1} = (u_n - 2)^2 + 2$، المطلوب:

1- أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_n \leq 3$ أياً يكن العدد الطبيعي n.

2- أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة.

3- استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وجدّ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثاني :



في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط:
$A(1,3,0)\ , B(0,6,0)\ , N(0,0,3)\ , M(0,6,2)$، المطلوب:

1- اكتب معادلة المستوي (AMN).

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN).

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = (ax+b)e^{-x}$، المطلوب:

أولاً: احسب قيمة كل من b, a إذا علمت أن $f(-1) = e$ قيمة حدية للتابع.

ثانياً: لتكن المعادلة التفاضلية $y' + y = \lambda e^{-x}$، عين قيمة λ إذا علمت أن $f(x) = (x+2)e^{-x}$ حلّاً لها.

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى :

أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرَّف بالصيغة:
$P(z) = z^3 - 2(\alpha + i\sqrt{3})z^2 - 4(\alpha - i\sqrt{3})z + 8$ حيث: $\alpha \in \mathbb{R}$، المطلوب:

1- احسب العدد α لكي يكون $z = 2$ حلاً للمعادلة $P(z) = 0$.

2- بفرض $\alpha = 1$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z) = (z-2)Q(z)$، ثم استنتج حلول المعادلة $P(z) = 0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب:

$a = 2\,, b = 1 + i\sqrt{3}\,, c = -1 + i\sqrt{3}$ ، المطلوب:

a- أثبت أن $\frac{a-b}{c-b} = e^{\frac{2\pi}{3}i}$، واستنتج طبيعة المثلث ABC.

b- ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A', B', C' على الترتيب.

المسألة الثانية :

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $I =]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = e^{-x}(1 + \ln x)$
والتابع g المعرف على I وفق: $g(x) = \frac{1}{x} - 1 - \ln x$، والمطلوب:

1- ادرس تغيرات التابع g ونظم جدولاً بها.

2- بيّن أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلاً وحيداً α، ثم تحقق أن $\alpha = 1$.

3- جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

4- أثبت أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$.

5- مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

6- في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

الدورة الأولى 2022

أولاً : أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية:

السؤال الأول:

تأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ خطه البياني C. المطلوب:

x	$-\infty$			1			2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$\|\|$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$	$\|\|$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+2$

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$؟

4- ما هي حلول المتراجحة $f'(x)<0$؟

السؤال الثاني:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,0,0), B(0,1,0), C(0,0,1)$. المطلوب:

1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، واستنتج $\cos(\widehat{BAC})$.

2- إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلث ABC، عيّن مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق العلاقة: $\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$.

السؤال الثالث:

صندوق يحتوي كرتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق، ثم نضيف كرتين من اللون ذاته إلى الصندوق، ثم نسحب مجدداً كرة من الصندوق. الحدث R_1 الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون، الحدث R_2 الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون، المطلوب:

1- أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة واحسب احتمال الحدث R_2.

2- إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء؟

السؤال الرابع:

ليكن f تابعاً معرفاً على المجال $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x+1+\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$، المطلوب:

أثبت أن المستقيم الذي معادلته $d: y=x+1$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $+\infty$.

السؤال الخامس:

نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الست الآتية بأحد العددين $+1$ و -1، المطلوب:

1- بكم طريقة يمكن أن نملأ الخانات الستة؟

2- بفرض X متحول عشوائي يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها، عين مجموعة قيم X.

3- بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيها يساوي الصفر.

السؤال السادس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ وفق: $f(x) = ax + \frac{b}{x+1}$، المطلوب:

عين a, b ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة $(0,3)$ ويكون ميل المماس في هذه النقطة $f'(0) = 4$.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأول:

نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ وفق: $u_{n+1} = u_n^2 - 4u_n + 6\,, u_0 = \frac{5}{2}$ ، المطلوب:

1- أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $2 \leq u_n \leq 3$ أيّاً العدد الطبيعي n .

2- أثبت أن $u_{n+1} - u_n = (u_n - 3)(u_n - 2)$.

3- استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة.

4- بيّن أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متقاربة واحسب نهايتها.

التمرين الثاني:

ليكن f تابعاً معرفاً على $[0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-\ln x} & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$

1- أثبت أن f مستمر عند الصفر.

2- ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسّر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً.

3- بيّن أن الخط البياني C للتابع f يقبل مقارباً أفقياً عند $+\infty$ جد معادلته.

4- اكتب معادلة المماس الخط C في نقطة منه فاصلتها (1) واستعمل التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$.

التمرين الثالث:

جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $\omega = -3 + 4i$، ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2 + 2(1+i)z + i + \frac{3}{4} = 0$$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,2)$ والمستويان P, Q:

$$\begin{cases} P: x - y + 2z - 1 = 0 \\ Q: 2x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$$ المطلوب:

1- أثبت أن المستويين P, Q متقاطعان بفصل مشترك d.

2- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d.

3- اكتب معادلة لمستوي R المار من A ويعامد كلاً من المستويين P, Q.

4- جد إحداثيات النقطة B الناتجة من تقاطع المستقيم d والمستوي R.

5- احسب بعد النقطة A عن المستقيم d.

6- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A وتمس المستوي Q.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = e^{-2x} + 2x - 2$، المطلوب:

1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- بيّن أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x - 2$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C و Δ.

3- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها، ثم بيّن أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذرين في $\mathbb{R}$ أحدهما ينتمي إلى المجال $[-1,0]$.

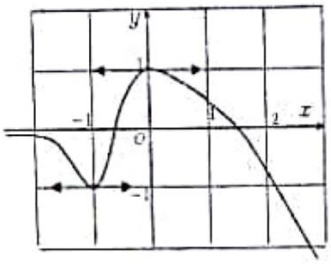
4- ارسم Δ و C، ثم احسب مساحة السطح المحصور بين محور التراتيب و C و Δ والمستقيم $x = 1$.

5- استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g: x \mapsto -e^{2x} + 2x + 2$

الدورة الثانية 2022

أولاً : أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية:

السؤال الأول:



نتأمل جانباً الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$.

المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)\,,\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط C_f .

3- اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

4- عين القيم الحدية للتابع f مبيّناً نوع كل منها.

السؤال الثاني:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1), B(1,-1,1)$، المطلوب:

أعط معادلة للمجموع S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة: $MA = MB$ وما طبيعة المجموعة S؟.

السؤال الثالث:

ليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = \ln(2+\sin x)$، المطلوب:

1- احسب $g'(0), g'(x)$.

2- استنتج $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(2+\sin x)-\ln(2)}{x}$.

السؤال الرابع:

جد الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases} \ln(x)+\ln(y)=\ln(6) \\ \ln(x+y)=\ln(5) \end{cases}$$

السؤال الخامس:

ليكن $I=\int_0^1 \frac{x^3}{1+x^4}dx$ و $J=\int_0^1 \frac{x^7}{1+x^4}$، المطلوب: احسب I ثم $I+J$ واستنتج J .

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

السؤال السادس:

لتكن C دائرة مركزها O، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن $S = \{A_1, A_2, \dots, A_{12}\}$ مجموعة أطراف هذه الأقطار. المطلوب:

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر S؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر S؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر S؟

<u>ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :</u>

التمرين الأول:

لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 1}$: $v_n = u_n + \frac{1}{2^n}$, $u_n = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \cdots + \frac{1}{5^n}$

المطلوب:

1- أثبت أن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية متزايدة و $(v_n)_{n\geq 1}$ متتالية متناقصة.

2- استنتج أن المتتاليتين $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 1}$ متجاورتان .

3- أثبت أن $u_n = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{1}{5^n}\right)$، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

التمرين الثاني:

أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- جد كل عدد عقدي J يحقق: $J^3 = 1$، واكتبه بالشكل الجبري.

2- إذا كان β عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي $\omega = \frac{\beta + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i\beta}$.

a) أثبت أن $|\omega| = 1$.

b) من أجل $\beta = 1$، أثبت أن $\omega^{12} = 1$.

3- عيّن مجموعة نقاط المستوي $M(z)$ التي تحقق أن: $|z - 2 + i| = 5$.

التمرين الثالث:

لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم (2) وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين (0) و (1)، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة، ونعرّف المتحولين العشوائيين X و Y كالآتي:

X يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

Y يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. المطلوب:

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X,Y)، أيكون المتحولان X و Y مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط:

$(2,-2,2), B(1,1,0), C(1,0,1), D(0,0,1)$

1- تحقق أن النقاط B,C,D لا تقع على استقامة واحدة.

2- أثبت أن: $y+z-1=0$ هي معادلة للمستوي (BCD) .

3- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A ويعامد المستوي (BCD).

4- عيّن إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD).

5- اكتب معادلة للكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,1[$ وفق: $f(x)=e^x+\ln(1-x)$

وليكن g التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x)=(1-x)e^x-1$. والمطلوب:

1-ادرس اطراد التابع g واستنتج أن $g(x)\leq 0$ مهما تكن $x\in\mathbb{R}$.

2-تحقق أن $f'(x)=\frac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty,1[$ ، ثم ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

3-اكتب معادلة للمستقيم المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x=0$.

4-في معلم متجانس ارسم المستقيم T، ثم ارسم C الخط البياني للتابع f .

RIE RASOUL

INTERNATIONAL EDUCATION