ورقة عمل شاملة في التكامل

1- في كل من الحالات الآتية ، تحقق أنّ F تابع أصلي للتابع f على المجال I :

❶ $f(x)=sin2x \quad , \quad F(x)=\sin^2 x \quad , I=\mathrm{R}$

❷ $f(x)=\frac{1}{(x+1)^2} \quad , \quad F(x)=\frac{x}{x+1} \quad , I=\mathrm{R}\{-1\}$

❸ $f(x)=\frac{x}{1+x} \quad , \quad F(x)=ln(\frac{e^x}{x+1}) \quad , I=]0,+\infty[$

❹ $f(x)=cos2x \quad , \quad F(x)=sinx.cosx \quad , I=\mathrm{R}$

2- في كل من الحالات الآتية ، جد تابعاً أصلياً للتابع f على المجال I :

❶ $f(x)=(x^2-2x)^2-x^3 \quad I=\mathrm{R}$

❷ $f(x)=\sqrt[3]{x^2}+5\sqrt{x} \quad I=]0,+\infty[$

❸ $f(x)=\frac{x^4+4}{2x^2} \quad I=\mathrm{R}\backslash\{0\}$

❹ $f(x)=e^{5x+1} \quad I=\mathrm{R}$

❺ $f(x)=\frac{ln^4 x}{x} \quad I=]0,+\infty[$

❻ $f(x)=tan2x \quad I=]0,+\frac{\pi}{4}[$

❼ $f(x)=cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right) \quad I=]0,+\frac{\pi}{4}[$

❽ $f(x)=sin^3(x).sin(2x) \quad I=\mathrm{R}$

❾ $f(x)=\frac{(1-x)^2}{\sqrt{x}} \quad I=]0,+\infty[$

❿ $f(x)=\frac{x}{x^2-1} \quad I=]0,1[$

3- احسب التكاملات الآتية :

❶ $I = \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) dx$

❷ $J = \int_1^e \frac{4x+6}{x^2+3x+6}\, dx$

❸ $K = \int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{6-x}}$

❹ $L = \int_{-1}^2 (x-3)(x^2-3x+3)dx$

❺ $M = \int_0^1 xe^{x^2-1}\, dx$

❻ $N = \int_0^{\pi} \sqrt{sinx - sin^3 x}\, dx$

❼ $O = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{cos^2 x}\, dx$

❽ $P = \int_{-2}^{-1} \frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}} dx$

4- احسب التكاملات الآتية باستعمال التكامل بالتجزئة

❶ $I = \int_1^e (ln^2 x - lnx)\ dx$

❷ $J = \int_0^{\pi} 2x.cosx\, dx$

❸ $K = \int_0^{\pi/3} x\, sin\, 3x\, dx$

❹ $M = \int_0^1 x.e^x\, dx$

❺ $L = \int_0^{\pi} e^x cos\, x\, dx$

❻ $N = \int_{ln\,2}^{ln\,3} (x^2-1)e^x\, dx$

5- احسب التكاملات الآتية

❶ $I = \int_2^3 \frac{x+3}{x^2-1}\, dx$

❷ $J = \int_0^1 \frac{2x^3-3x-4}{x-2} dx$

❸ $K = \int_{-3}^{-2} \frac{2x}{x^2-1} dx$

❹ $L = \int_{-3}^{-2} \frac{2x}{(x^2-1)^3} dx$

6- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $[-1,1]$ وفق

$$f(x) = x\sqrt{1-x^2}$$

❶ **ادرس تغيّرات f ونظّم جدولاً بها، وارسم C**

❷ **احسب مساحة السطح المحدّد بـ C والمحور xx'**

7- ليكن C_1 الخط البياني للتابع $f_1(x)$ و C_2 الخط البياني للتابع $f_2(x)$ المعرّفين على $]0,+\infty[$ وفق :

$$f_1(x) = lnx \quad \text{و} \quad f_2(x) = ln^2 x$$

❶ **ادرس تغيّرات $f_1(x)$ و $f_2(x)$ نظّم جدولاً بهما، وارسم C_1 و C_2**

❷ **احسب S مساحة السطح المحصور بين الخطّين البيانيين للتابعين f_1 و f_2**

8- احسب مساحة السطح المحدّد بالخط البياني للتابع f المعرّف على R وفق $f(x) = 1 - x^2$ والمحور xx' ثم احسب حجم الجزء المحدّد بالخط البياني للتابع والناتج عن تدويره دورة كاملة حول xx'

9- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $[-1,1]$ وفق

$$f(x) = x\sqrt{1 - x^2}$$

❶ ادرس تغيّرات f ونظّم جدولاً بها، وارسم C

❷ احسب مساحة السطح المحدّد بـ C والمحور xx'

❸ احسب الحجم الناتج عن تدوير الخط البياني دورة كاملة حول xx'

10- ليكن التابع $f(x) = \sqrt{x}$ المعرف على المجال من $[0,4]$ والمطلوب أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران للخط البياني للتابع حول المحور xx' على المجال المذكور