اسم الطالب/ة : .....
مدة الاختبار : ساعتان

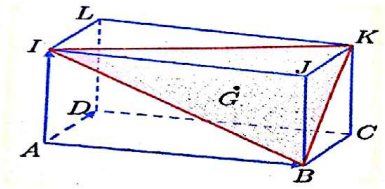
◊مركز أونلاين التعليمي◊
اختبار الجداء السلمي
بـكالـوريا 2020

أجب عن الأسئلة التالية :

السؤال الأول : في الفضاء المنسوب الى المعلم المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,0,-1)$ و $B(2,2,3)$ و $C(3,1,-2)$ و $D(-4,2,1)$ والمطلوب :

1- أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته
2- أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي (ABC) ثم استنتج معادلة المستوي (ABC)
3- احسب بعد النّقطة D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم رباعي الوجوه (D,ABC)
4- اكتب معادلة الكرة التي مركزها O وتمس المستوي (ABC)

السؤال الثاني : $ABCDIJKL$ متوازي سطوح فيه : G مركز ثقل المثلث BIK ، $AB=2$ ، $BC=KC=$



1 وقياس الزاوية $\widehat{BAD}=60^\circ$ والنقطة N منتصف $[IJ]$ والمطلوب :

1- أثبت أن النقاط J,G,D تقع على استقامة واحدة
2- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$
3- عين موضع النقطة M التي تحقق : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{JB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{KL}$

السؤال الثالث : $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 4 وفيه I نقطة تحقّق $\overrightarrow{DI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ و J نقطة تحقّق $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

والمطلوب :

1- ارسم المكعب ثم افرض معلم متجانس ثم أوجد احداثيات رؤوس المكعب و أوجد احداثيات I,J
2- بفرض O نقطة تلاقي أقطار المكعب أثبت أن $\cos(BOG)=\frac{-1}{3}$
3- اكتب معادلة للمستوي (BCG)
4- أثبت أن النقطة K المعرفة بالعلاقة: $2\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}+3\overrightarrow{AG}$ تقع في المستوي (BCG)
5- احسب $\overrightarrow{IH}\cdot\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DI}$
6- اكتب معادلة للمستوي العمودي على (BCG) ويمر بالنقطتين H,E
7- اكتب معادلة للمستوي المحوري للقطعة $[AB]$

السؤال الرابع : في المعلم المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا المستويين Q,P حيث :

$P_1: x-2y+3z-5=0$ و $P_2: x+y+z+1=0$:

1- برهن أن المستويان P_1,P_2 متقاطعان
2- أوجد مجموعة النقاط الممثلة $M(x,y,z)$ الممثلة للفصل المشترك للمستويين P_1,P_2 عندما تتحول x في R
3- أعط شعاعا موجها للمستقيم d
4- اكتب معادلة للمستوي Q المار بالنقطة $C(1,-2,3)$ والموجه بالشّعاعين $\vec{u}(1,1,-2)$ و $\vec{v}=(3,-1,-1)$
5- عين طبيعة مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقّق :

$$x^2+y^2+z^2-4x+5=0$$

6- برهن أن المسقط القائم للنقطة $D(1,0,1)$ على المستوي P_2 هي النقطة $K(0,-1,0)$

أ.فارس جقل .. دورات (ر ف ك)... اللاذقية 0955186517

Scanned by CamScanner

تصحيح اختبار الجداء السلمي 2020

السؤال الأول: (25 نقطة)

طريقة أولى:

$AB=\sqrt{21}$ ، $BC=\sqrt{27}$ ، $AC=\sqrt{6}$

حسب عكس فيثاغورث:

$BC^2 \overset{?}{=} AC^2 + AB^2$

$27 = 21 + 6 \Rightarrow 27 = 27$

محققة $\Leftarrow$ المثلث قائم في A.

طريقة ثانية:

$\vec{CA}(-2,-1,1)$ ، $\vec{AB}(1,2,4)$

$\vec{CA}\cdot\vec{AB} = (-2,-1,1)(1,2,4)$

$-2-2+4=0 \Rightarrow \vec{CA}\perp\vec{AB}$

$\Leftarrow$ المثلث قائم في A.

$S_{ABC} = \dfrac{CA\cdot AB}{2}$

$= \dfrac{\sqrt{6}\cdot\sqrt{21}}{2} = \dfrac{\sqrt{126}}{2}$

2) الشعاعان $\vec{AB}$ ، $\vec{AC}$ غير مرتبطان خطيا لعدم تناسب مركباتهما.

$\vec{n}\perp\vec{AB} \Rightarrow (2,-3,1).(1,2,4)=0$

$2-6+4=0 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \vec{n}\perp\vec{AB}$

$\vec{n}\cdot\vec{AC} \Rightarrow (2,-3,1)(2,1,-1)=0$

$4-3-1=0 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \vec{n}\perp\vec{AC}$

$\Leftarrow \vec{n}$ ناظم على المستوى (ABC)

$2(x-1)-3(y)+(z+1)=0$

$2x-2-3y+z+1=0$

$\boxed{2x-3y+z-1=0}$

وهي معادلة المستوى (ABC)

3) $dist(D,ABC) = \dfrac{|2(-4)-3(2)+(1)(1)-1|}{\sqrt{(2)^2+(-3)^2+(1)^2}}$

$= \dfrac{|-8-6+1-1|}{\sqrt{4+9+1}} = \dfrac{14}{\sqrt{14}} = \sqrt{14}$

$V = \dfrac{1}{3} S_{ABC}\cdot h$

$= \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{126}}{2}\cdot\sqrt{14} = \dfrac{14\sqrt{9}}{2} = 7$

$R = dist(O,(ABC)) = \dfrac{|2(0)-3(0)+0-1|}{\sqrt{4+9+1}}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{14}}$

$(x-0)^2+(y-0)^2+(z-0)^2 = \left(\dfrac{1}{\sqrt{14}}\right)^2$

$x^2+y^2+z^2 = \dfrac{1}{14}$

السؤال الثاني: (12 نقطة)

نفرض معلم كيفي $(A, \frac{1}{2}\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AI})$

$A(0,0,0)$ $B(2,0,0)$ $D(0,1,0)$

$C(2,1,0)$ $I(0,0,1)$ $K(2,1,1)$

$L(0,1,1)$ $J(2,0,1)$

$x_G = \dfrac{2+0+2}{3} = \dfrac{4}{3}$

$y_G = \dfrac{0+0+1}{3} = \dfrac{1}{3}$ $\Rightarrow G\left(\frac{4}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$

$z_G = \dfrac{0+1+1}{3} = \dfrac{2}{3}$

$\vec{JG}\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right)$ $\vec{JD}(-2,1,-1)$

$\dfrac{-\frac{2}{3}}{-2} = \dfrac{\frac{1}{3}}{1} \Rightarrow$

المركبات متناسبة $\Leftarrow$ الشعاعان مرتبطان خطيا $\Leftarrow$ النقاط تقع استقامة واحدة.

2)

$\|\vec{AB}\| = \sqrt{2^2+0^2+0^2} = \sqrt{4} = 2$

$\|\vec{AD}\| = \sqrt{0^2+1^2+0^2} = \sqrt{1} = 1$

$\Rightarrow \vec{AB}\cdot\vec{AD} = \|\vec{AD}\|\cdot\|\vec{AB}\|\cdot\cos\widehat{BAD}$

$= 2\cdot 1\cdot\dfrac{1}{2} = 1$

3) $\vec{AM} = \vec{AB} - \vec{JB} + \frac{1}{2}\vec{KL}$

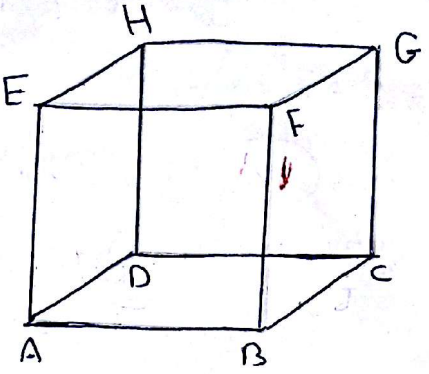
$= \vec{AB} + \vec{BJ} + \frac{1}{2}\vec{JI}$

Scanned by CamScanner

$= A\vec{J} + \vec{JN} \Rightarrow \vec{AM} = \vec{AN}$

$M \Leftarrow$ تنطبق على N.

السؤال الثالث: 7



5 نفرض المعلم المتجانس $(A, \frac{1}{4}\vec{AB}, \frac{1}{4}\vec{AD}, \frac{1}{4}\vec{AE})$

$A(0,0,0)\ B(4,0,0)\ D(0,4,0)$

10 $E(0,0,4)\ F(4,0,4)\ C(4,4,0)$

$H(0,4,4)\ G(4,4,4)$

$I(1,4,0)\ J(4,3,0)$

2 نحسب احداثيات النقطة O وهي منتصف $[AG]$.

$$X_O = \frac{0+4}{2} = 2$$
$$Y_O = \frac{0+4}{2} = 2$$
$$Z_O = \frac{0+4}{2} = 2$$
$\Rightarrow O(2,2,2)$ (5)

$\vec{OG}(2,2,2)\ \vec{OB}(2,-2,-2)$

$\|\vec{OG}\| = \sqrt{2^2+2^2+2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\|\vec{OB}\| = \sqrt{2^2+(-2)^2+(-2)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\vec{OB}.\vec{OG} = (2,-2,-2).(2,2,2)$

$= 4-4-4 = -4$

$\Rightarrow \vec{OB}.\vec{OG} = \|\vec{OB}\|.\|\vec{OG}\|.\cos B\hat{O}G$

$-4 = 2\sqrt{3}.2\sqrt{3}.\cos B\hat{O}G$

$\Rightarrow -4 = 12\cos B\hat{O}G$

$\Rightarrow \cos B\hat{O}G = \frac{-4}{12} = \frac{-1}{3}$

3 نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{BC}(0,4,0)\ \vec{BG}(0,4,4)$

$\vec{n} \perp \vec{BC} \Rightarrow \vec{n}.\vec{BC} = 0$

$(a,b,c)(0,4,0) = 0$

$4b = 0 \Rightarrow \boxed{b=0}$

$\vec{n} \perp \vec{BG} \Rightarrow \vec{n}.\vec{BG} = 0$

$(a,b,c)(0,4,4) = 0$

10 $4b+4c = 0 \Rightarrow \boxed{b=-c}$

نفرض $\boxed{a=1}$

$\Rightarrow \vec{n}(1,0,0)$

$\Rightarrow 1(x-4)+0(y-0)+0(z-0)=0$

$\boxed{x-4=0}$

وهي معادلة المستوي (BCG).

4 نفرض $K(x,y,z)$

$2\vec{AK} = \vec{CB} + \vec{CA} + 3\vec{AG}$

$$2\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-4\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4\\-4\\0\end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix}4\\4\\4\end{pmatrix}$$

$2x = -4+12 \Rightarrow x = 4$

10 $2y = -4-4+12 \Rightarrow y = 2$

$2z = 12 \Rightarrow z = 6$

$K(4,2,6) \Leftarrow$

نعوض في معادلة المستوي (BCG)

$4-4 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

$\Leftarrow$ النقطة K تقع في المستوي.

5 $\vec{DA}(0,-4,0).\ \vec{DI}(1,0,0)$ 5

$\Rightarrow \vec{DA}.\vec{DI} = (0,-4,0)(1,0,0) = 0$ 3.5

5 $\vec{IH}(-1,0,4).\ \vec{IJ}(3,-1,0)$

$\Rightarrow \vec{IH}.\vec{IJ} = (-1,0,4)(3,-1,0)$

5 $= -3$

Scanned by CamScanner

$2x+2y+z+2=0$ ---③

بطرح ①، ③:

$3x+5z-3=0$

$\Rightarrow \boxed{z=\frac{3-3x}{5}}$ ---④

نعوض ④ في ①:

$x+y+\frac{-3+3x}{5}+1=0$

$y=-\frac{1}{1}x+\frac{3+3x}{5}$

$\Rightarrow y=\frac{-5-5x+3+3x}{5}$

$\Rightarrow \boxed{y=\frac{-2x-8}{5}}$

5 $\Rightarrow M\left(x, \frac{-2x-8}{5}, \frac{3-3x}{5}\right)$

3. نفرض: $x=0$

$M_1\left(0, -\frac{8}{5}, \frac{3}{5}\right)$

نفرض: $x=1$

$M_2\left(1, \frac{-10}{5}, 0\right)$

5 $\Rightarrow \overrightarrow{M_1M_2}\left(1, -\frac{2}{5}, -\frac{3}{5}\right)$ ×2

4. نفرض $\vec{n}_a(a,b,c)$

$\vec{n}\perp\vec{u} \Rightarrow \vec{n}.\vec{u}=0$

$\Rightarrow (a,b,c)(1,1,-2)=0$

10 $a+b-2c=0$ ---①

$\vec{n}\perp\vec{v} \Rightarrow \vec{n}.\vec{v}=0$

$(a,b,c)(3,-1,-1)=0$

10 $3a-b-c=0$ ---②

نفرض $c=1$ ونعوض:

$a+b-2=0$ ---③

$3a-b-1=0$ ---④

بطرح ④، ③:

$4a-3=0 \Rightarrow \boxed{a=\frac{3}{4}}$

3

4. نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n}\perp\vec{n}_{(BCG)} \Rightarrow \vec{n}.\vec{n}_{(BCG)}=0$

$(a,b,c)(1,0,0)=0$

$\boxed{a=0}$

$\vec{n}\perp\overrightarrow{HE} \Rightarrow \vec{n}.\overrightarrow{HE}=0$

$(a,b,c).(0-4,0)=0$

$-4b=0 \Rightarrow \boxed{b=0}$

10 نفرض $c=1$

$\Rightarrow \vec{n}(0,0,1)$

$\Rightarrow \boxed{z-4=0}$

وهي معادلة المستوي العمودي على (BCG)

7. نفرض $N(x,y,z)$ منتصف $[AB]$

$x_N=\frac{0+4}{2}=2$

$y_N=\frac{0+0}{2}=0$ $\Rightarrow N(2,0,0)$

$z_N=\frac{0+0}{2}=0$

$\vec{n}=\overrightarrow{AB}(4,0,0)$

$\Rightarrow 4(x-2)+0(y-0)+0(z-0)=0$

5 $\Rightarrow \boxed{4x-8=0}$

وهي معادلة المستوي المحوري للقطعة $[AB]$

السؤال الرابع: (14 ن)

1. $\vec{n}_{P_1}(1,-2,3)$ $\vec{n}_{P_2}(1,1,1)$ 5+5

$\frac{1}{1}\neq\frac{-2}{1}$ 5

المركبات غير متناسبة $\Leftarrow$ المستويان غير متوازيان فهما متقاطعان

$\Leftarrow$ المستويان متقاطعان.

2. $x-2y+3z-5=0$ ---①

$x+y+z+1=0$ ---②

نضرب ② بـ ①:

Scanned by CamScanner

لعوض في (3)

$\frac{3}{4} + b - 2 = 0$

$\Rightarrow b = 2 - \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{b = \frac{5}{4}}$

$\Rightarrow \vec{n}_Q \left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, 1\right)$ 10

$\frac{3}{4}(x-1) + \frac{5}{4}(y+2) + (z-3) = 0$

$\frac{3}{4}x - \frac{3}{4} + \frac{5}{4}y + \frac{10}{4} + z - 3 = 0$

$\boxed{\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}y + z - \frac{5}{4} = 0}$ 10

وهي معادلة المستوى Q.

$x^2 - 4x + y^2 + z^2 + 5 = 0$ 5

$x^2 - 4x + 4 - 4 + y^2 + z^2 + 5 = 0$

40 $(x-2)^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0$

$(x-2)^2 + y^2 + z^2 = -1$

$\Rightarrow$ مجموعة النقاط ϕ.

6 برهن أن $K \in P_2$:

$\Rightarrow 0 - 1 + 0 + 1 = 0 \Rightarrow 0 = 0$ محققة

$\Leftarrow K \in P_2$

9 $\overrightarrow{DK}(-1,-1,-1), \vec{n}_{P_2}(1,1,1)$

$\frac{-1}{1} = \frac{-1}{-1}$

$\Leftarrow$ الركبات متناسبة $\Leftarrow \overrightarrow{DK}, \vec{n}_{P_2}$

مرتبطان خطياً

$\Leftarrow$ K هي المسقط القائم لـ D على المستوى P_2.

انتهى السلم

أ. فارس جبل

أ. كوثر العلي

Scanned by CamScanner