

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نعرف النقطتين A و B بحيث : $z_B = 2 + 3i$, $z_A = 4 + i$. المطلوب :

(1) أوجد العدد العقدي z_C الممثل للنقطة C صورة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2} +$.

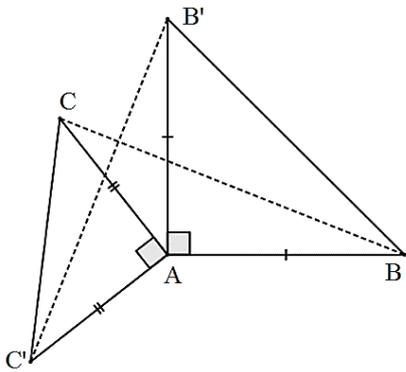
(2) أوجد العدد العقدي z_D الممثل للنقطة D بحيث يكون الرباعي $ADBC$ متوازي أضلاع .

السؤال الثاني: نتأمل النقطتين A و B اللتين يمثلهما العدان $a = 2$, $b = 2e^{5i\pi/6}$, و لتكن I منتصف $[AB]$. المطلوب :

(1) ارسم شكلاً مناسباً , و بين طبيعة المثلث OAB , ثم استنتج قياساً للزاوية (\vec{u}, \vec{OI}) .

(2) احسب العدد العقدي z_I الممثل للنقطة I بصيغته الجبرية و الأسية , ثم استنتج $\cos \frac{5\pi}{12}$ و $\sin \frac{5\pi}{12}$.

ثانياً: حل التمرينين الآتيين : (60 درجة لكل تمرين)



التمرين الأول: في الشكل المجاور المثلثان ABB' و ACC' كلٌّ منهما قائم في A و متساوي الساقين , تأمل المعلم المتجانس و المباشر $(A; \vec{u}, \vec{v})$, و المطلوب :

(1) اكتب $z_{B'}$ بدلالة z_B , و $z_{C'}$ بدلالة z_C .

(2) احسب $\frac{z_{B'} - z_{C'}}{z_B - z_C}$.

(3) استنتج أن $BC \perp (B'C')$ و $BC = B'C'$.

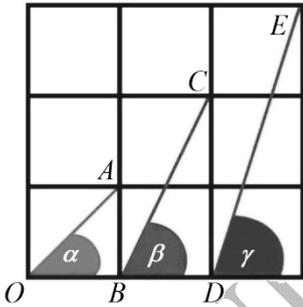
التمرين الثاني: في الشكل المجاور α و β و γ هي القياسات الأساسية للزوايا الموجبة

(\vec{u}, \vec{OA}) و (\vec{u}, \vec{BC}) و (\vec{u}, \vec{DE}) بالترتيب . المطلوب :

(1) اكتب الأعداد العقدية الآتية بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسّي : $z_{\vec{OA}}$, $z_{\vec{BC}}$, $z_{\vec{DE}}$.

(2) اكتب العدد العقدي $z_{\vec{OA}} \cdot z_{\vec{BC}} \cdot z_{\vec{DE}}$ بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسّي .

(3) استنتج المجموع $\alpha + \beta + \gamma$.



ثالثاً: حل المسألة الآتية : (100 درجة)

أولاً: في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} , نُعطى كثير الحدود $P(z) = z^3 - 6z^2 + 12z - 16$:

(1) تحقّق أن $P(4) = 0$, ثم عيّن العددين الحقيقيين α و β ليكون $P(z) = (z - 4)(z^2 + \alpha z + \beta)$.

(2) حل المعادلة $P(z) = 0$.

ثانياً: في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس نعرف النقاط A , B , C صور الأعداد :

$$z_A = 1 - i\sqrt{3} \quad , \quad z_B = 1 + i\sqrt{3} \quad , \quad z_C = 4$$

(3) احسب طولية و زاوية العدد $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$, ثم استنتج نوع المثلث ABC .

(4) احسب z_G الممثل للنقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقّلة $(A, |z_A|)$, $(B, |z_B|)$, $(C, |z_C|)$.