(◠‿◕)

تم التحميل بواسطة : T.me/Science_2022bot

Telegram : @Science_2022bot (◔‿◔)

☐ **أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية:** (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ خطه البياني C.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+2$

المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

4- ما هي حلول المتراجحة $f'(x)<0$ ؟

السؤال الثاني: في معلَم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,0,0)$ ، $B(0,1,0)$ ، $C(0,0,1)$. **المطلوب:**

1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، واستنتج $\cos(\widehat{BAC})$.

2- إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلث ABC ، عيّن مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق العلاقة:
$\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$.

السؤال الثالث: صندوق يحتوي كرتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق، ثمّ نضيف كرتين من اللون ذاته إلى الصندوق، ثم نسحب مجدداً كرة من الصندوق.

الحدث R_1 الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون ، الحدث R_2 الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون.

المطلوب: 1- أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة واحسب احتمال الحدث R_2.

2- إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء؟

☐ **السؤال الرابع:** ليكن f تابعاً معرفاً على المجال $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x+1+\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$.

المطلوب: أثبت أنّ المستقيم الذي معادلته $d: y=x+1$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $+\infty$.

السؤال الخامس: نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الستة الآتية بأحد العددين $+1$ أو -1 . **المطلوب:**

1- بكم طريقة يمكن أن نملأ الخانات الستة.

2- بفرض X متحول عشوائي يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها، عيّن مجموعة قيم X .

3- بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيها يساوي الصفر.

السؤال السادس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق: $f(x)=ax+\frac{b}{x+1}$ **والمطلوب:**

عيّن العددين a و b ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة $(0,3)$ ويكون ميل المماس في هذه النقطة $f'(0)=4$.

☐ **ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية:** (70 درجة لكل من التمرينين الأوّل والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ وفق: $u_0=\frac{5}{2}$, $u_{n+1}=u_n^2-4u_n+6$ **المطلوب:**

1- أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أنّ $2\leq u_n\leq3$ أياً كان العدد الطبيعي n .

2- أثبت أنّ $u_{n+1}-u_n=(u_n-3)(u_n-2)$.

3- استنتج أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة.

4- بيّن أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متقاربة واحسب نهايتها.

يتبع في الصفحة الثانية

☜**التمرين الثاني:** ليكن f تابعاً معرفاً على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{x-\ln x} & : x>0\\ 0 & : x=0\end{cases}$. المطلوب:

1- أثبت أنّ f مستمر عند الصفر.

2- ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسّر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً.

3- بيّن أن الخط البياني C للتابع f يقبل مقارباً أفقياً عند $+\infty$ جد معادلته.

4- اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها (1) واستعمل التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$.

التمرين الثالث:

جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $\omega=-3+4i$ ، ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2+2(1+i)z+i+\frac{3}{4}=0$$

☜**ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين:** (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,2)$ والمستويان P و Q : $\begin{matrix}P: x-y+2z-1=0\\ Q: 2x+y+z+1=0\end{matrix}$ والمطلوب:

1- أثبت أنّ المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك d.

2- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d.

3- اكتب معادلة للمستوي R المار من A ويعامد كلاً من المستويين P و Q.

4- جد إحداثيات النقطة B الناتجة من تقاطع المستقيم d والمستوي R.

5- احسب بعد النقطة A عن المستقيم d.

6- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A وتمس المستوي Q .

☜**المسألة الثانية:**

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=e^{-2x}+2x-2$. المطلوب :

1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- بيّن أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x-2$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C و Δ .

3- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها، ثم بيّن أن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين في $\mathbb{R}$ أحدهما ينتمي إلى المجال $[-1,0[$.

4- ارسم Δ و C ، ثم احسب مساحة السطح المحصور بين محور التراتيب و C و Δ والمستقيم $x=1$.

5- استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g: x\mapsto -e^{2x}+2x+2$.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

حلول امتحان الرياضيات - دورة 2022 الأولى

أولاً: السؤال الأول:

①

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = +2$

② $y=2$ مقارب أفقي للخط c في جوار $+\infty$

$x=1$ مقارب شاقولي للخط c في جوار $\pm\infty$

③ المعادلة $f(x)=0$ حلان.

④ حلول المتراجحة $f'(x)<0$ هي

$x \in]-\infty,1[\cup]1,2[$

السؤال الثاني:

①

$\overrightarrow{AB}(-2,1,0)$ $\overrightarrow{AC}(-2,0,1)$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 4+0+0 = 4$

لكن $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = AB\cdot AC\cdot\cos(B\hat{A}C)$

وإذاً $\cos(B\hat{A}C) = \dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AB}\|\,\|\overrightarrow{AC}\|}$

حيث:

$AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{4+1+0} = \sqrt{5}$

$AC = \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{4+0+1} = \sqrt{5}$

ومنه $\cos(B\hat{A}C) = \dfrac{4}{\sqrt{5}^2} = \dfrac{4}{5}$

② G هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,2)$, $(B,2)$, $(C,2)$

وعليه $2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC} = 6\overrightarrow{MG}$

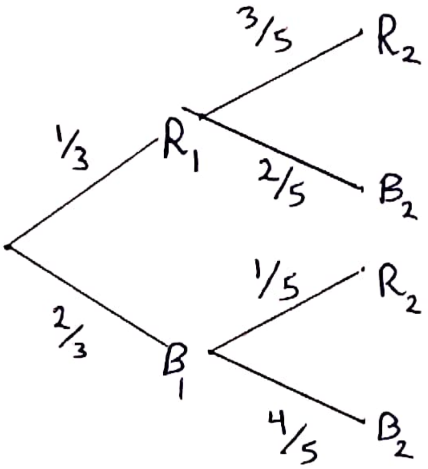
$6\|\overrightarrow{MG}\| = \|\overrightarrow{AB}\|$

$MG = \dfrac{AB}{6} \leftrightarrow MG = \dfrac{\sqrt{5}}{6}$

تمثل كرة مركزها G ونصف قطرها $r=\dfrac{\sqrt{5}}{6}$

السؤال الثالث:

①



$P(R_2) = P(R_2\cap R_1) + P(R_2\cap B_1)$

$= \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5} + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5} = \frac{5}{15} = \boxed{1/3}$

②

$P(B_1|R_2) = \dfrac{P(B_1\cap R_2)}{P(R_2)}$

حيث $P(B_1\cap R_2) = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

$\Rightarrow P(B_1|R_2) = \dfrac{\frac{2}{15}}{\frac{1}{3}} = \boxed{\frac{2}{5}}$

السؤال الرابع:

$f(x) - y_d = x+1 + \dfrac{\sin x}{\sqrt{x}} - (x+1) = \dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}$

$-1 \leq \sin x \leq 1$

نقسم على $\sqrt{x} > 0$:

$\dfrac{-1}{\sqrt{x}} \leq \dfrac{\sin x}{\sqrt{x}} \leq \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

$\dfrac{-1}{\sqrt{x}} \leq f(x) - y_d \leq \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{-1}{\sqrt{x}}\right)=0\\ \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)=0\end{array}\right\}$ $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_d)=0$

فالمستقيم d مقارب مائل للخط c في جوار $(+\infty)$.

السؤال الخامس:

① طريقة $2^6=64$

② $X(\Omega)=\{-6,-4,-2,0,2,4,6\}$

③ $\binom{6}{3}=\frac{6.5.4}{3.2.1}=20$

السؤال السادس:

$(0,3)\in C \Rightarrow f(0)=3$

$0+b=3 \Rightarrow \boxed{b=3}$

(f اشتقاقي على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$)

$f'(x)=a-\frac{b}{(x+1)^2}$, $f'(0)=a-b$

$a-b=4$

$a-3=4 \Rightarrow \boxed{a=7}$

ثانياً: التمرين الأول:

① نعلم أنّ

$x^2-4x+6=x^2-4x+4+2=(x-2)^2+2$

وعليه فإنّ $u_{n+1}=(u_n-2)^2+2$

$E(n):\quad 2\le u_n\le 3$

$E(0)$ محققة لأنّ

$2\le u_0=\frac{5}{2}\le 3$

نفرض صحة $E(n)$ ونبرهن صحة $E(n+1)$:

$2\le u_n\le 3$

$0\le u_n-2\le 1$

$0\le (u_n-2)^2\le 1$

$2\le \underbrace{(u_n-2)^2+2}\le 3$

$2\le u_{n+1}\le 3$

$E(n+1)$ محققة. فالقضية صحيحة أياً كان العدد الطبيعي $n\ge 0$.

② $u_{n+1}-u_n=u_n^2-5u_n+6$

$=(u_n-3)(u_n-2)$

③ بما أنّ $2\le u_n\le 3$

فإنّ $0\le u_n-2$

و $u_n-3\le 0$

أي $(u_n-3)(u_n-2)\le 0$

$u_{n+1}-u_n\le 0$

فالمتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ متناقصة.

④ المتتالية u_n متناقصة ومحدودة من الأدنى بالعدد (2) فهي متقاربة.

نهايتها تحقق المعادلة $f(x)=x$ حيث

$f(x)=x^2-4x+6$

$f(x)=x \Leftrightarrow x^2-4x+6=x$

$x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0$

إما $x=3$ (مرفوض، لأن المتتالية متناقصة)

أو $x=2$ (مقبول)

وبالتالي $\boxed{\lim_{n\to+\infty}u_n=2}$

التمرين الثاني:

① يجب تحقق الشرط $\lim_{x\to 0^+}f(x)=f(0)$

$\lim_{x\to 0^+}f(x)=\frac{0}{+\infty}=0$, $f(0)=0$

الشرط محقق، فالتابع f مستمر عند الصفر.

② نشكل معدل التغير:

$t(x)=\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\frac{\frac{x}{x-\ln x}-0}{x}=\frac{1}{x-\ln x}$

(2)

$$\lim_{x\to0^+} t(x) = \lim_{x\to0^+} \frac{1}{x-\ln x} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

فالتالي f قابل للاشتقاق عند $x=0$ ، ويحقق

$$f'(0)=0$$

ك ~ الخط C_f يقبل مماساً أفقياً عند $x=0$.

③

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{1-\frac{\ln x}{x}} = \frac{1}{1-0} = 1$$

حيث $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

فالمستقيم الذي معادلته $y=1$ مقارب أفقي للخط C_f في جوار $+\infty$.

④ $$y = f'(1)(x-1)+f(1)$$

حيث:

$$f'(x) = \frac{(1)(x-\ln x)-(1-\frac{1}{x})\cdot x}{(x-\ln x)^2}$$

$$= \frac{x-\ln x-x+1}{(x-\ln x)^2} = \frac{1-\ln x}{(x-\ln x)^2}$$

$$f'(1) = \frac{1-0}{1^2} = 1$$

$$f(1)=1$$

$$T:\quad y=(1)(x-1)+1$$

$$\boxed{T:\quad y=x}$$

$$f(a+h) \simeq f(a)+f'(a)\cdot h$$

حيث $a=1$ و $h=0.1$

$$f(1.1) \simeq f(1)+f'(1)\cdot(0.1)$$

$$f(1.1) \simeq 1+0.1 = 1.1$$

التمرين الثالث:

$z=x+iy \qquad z^2=w$

$x^2-y^2=-3$ —— (1)

$x^2+y^2=\sqrt{9+16}=5$ —— (2)

$2xy=4$ —— (3)

بجمع (1) و(2):

$$2x^2=2 \Rightarrow x^2=1$$

$$x=\pm1$$

نعوض في (2):

$$y^2+1=5 \Rightarrow y^2=4$$

$$y=\pm2$$

من (3) إشارة x تماثل إشارة y

∴ $$z_1=1+2i \quad , \quad z_2=-1-2i$$

$$z^2+2(1+i)z+i+\frac{3}{4}=0$$

$$\Delta = b^2-4ac = 4(1+2i-1)-4i-3$$

$$= 8i-4i-3 = -3+4i$$

$$\Delta = w$$

$$\sqrt{\Delta} = z_1 = 1+2i$$

$$z_1' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2-2i+1+2i}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$z_2' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2-2i-1-2i}{2} = -\frac{3}{2}-2i$$

ثالثاً: المسألة الأولى:

① $$\vec{n}_P(1,-1,2) \quad , \quad \vec{n}_Q(2,1,1)$$

$$\frac{1}{2} \neq \frac{-1}{1} \neq \frac{2}{1}$$

المركبات غير متناسبة. فالناظمان غير مرتبطين خطياً

فالمستويان P و Q متقاطعان بفصل مشترك d.

② $$x-y+2z-1=0$$

$$2x+y+z+1=0 \quad +$$

$$3x+3z=0 \qquad x=-z$$

نعوض في المعادلة الأولى:

$$-z-y+2z-1=0$$

$$-y+z-1=0 \qquad y=z-1$$

بفرض $z=t$ الوسيط:

$$d:\quad x=-t \;,\quad y=t-1 ,\quad z=t \;;\; t\in\mathbb{R}$$

③ ليكن $\vec{n}_R(a, b, c)$

$\vec{n}_R \cdot \vec{n}_P = 0 \rightarrow \quad a - b + 2c = 0$

$\vec{n}_R \cdot \vec{n}_Q = 0 \rightarrow \quad 2a + b + c = 0$

بالجمع:

$$3a + 3c = 0$$

$$a = -c$$

بفرض $a = 1$ يكون $c = -1$ و

$$2 + b - 1 = 0 \rightarrow b = -1$$

$$\vec{n}_R(1, -1, -1)$$

$R: \quad a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$

$$x - 1 - y + 1 - z + 2 = 0$$

$$\boxed{R: \quad x - y - z + 2 = 0}$$

④ نعوض معادلات d في معادلة R:

$$-t - (t-1) - t + 2 = 0$$

$$-3t + 3 = 0$$

$$3t = 3 \rightarrow t = 1$$

نعوض في التمثيل الوسيطي:

$x = -1, \quad y = 1 - 1 = 0, \quad z = 1$

$$\boxed{B(-1, 0, 1)}$$

⑤ لتكن K نقطة من d

$$K(-t; t-1; t)$$

$\overrightarrow{AK} \cdot \vec{u}_d = 0$

$(-1-t, t-2, t-2) \cdot (-1, 1, 1) = 0$

$$1 + t + t - 2 + t - 2 = 0$$

$$3t - 3 = 0 \qquad t = 1$$

النقطة $B(-1, 0, 1)$ هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم d وعليه فإن:

$$\text{dist}(A, d) = AB = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6}$$

⑥

$$r = \text{dist}(A, Q) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$= \frac{|2 + 1 + 2 + 1|}{\sqrt{4 + 1 + 1}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 + (z - z_A)^2 = r^2$$

$$\boxed{S: \ (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 6}$$

المسألة الثانية:

①

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty - \infty$$

حالة عدم تعيين نزيلها

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \left(e^{-2x}(1 + 2x e^{2x}) - 2 \right)$$

$$= (+\infty)(1 + 0) - 2 = +\infty$$

حيث $\lim_{t \to -\infty} t \cdot e^t = 0$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0 + \infty - 2 = +\infty$$

②

$$f(x) - y_\Delta = e^{-2x}$$

$$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - y_\Delta) = \lim_{x \to +\infty} (e^{-2x}) = 0$$

فالمستقيم Δ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

$$f(x) - y_\Delta = e^{-2x} > 0$$

C فوق Δ .

③ f معرف ومستمر واشتقاقي على $\mathbb{R}$

$$f'(x) = -2e^{-2x} + 2$$

$f'(x) = 0 \leftrightarrow \quad 2(1 - e^{-2x}) = 0$

$$e^{-2x} = 1$$

$$-2x = 0$$

$$\boxed{x = 0}$$

$$f(0) = 1 + 0 - 2 = -1$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

f معرفة ومستمرة ومطردة تماما على المجال $]-\infty,0[$

كما أن $0 \in f(]-\infty,0[) =]-1,+\infty[$

f مستمرة ومطردة تماما على المجال $]0,+\infty[$

كما أن $0 \in f(]0;+\infty[) =]-1,+\infty[$

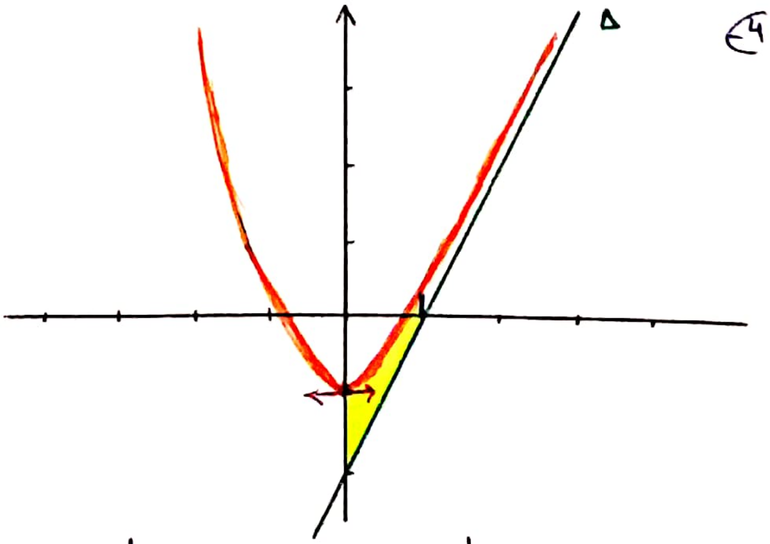
فالمعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين مختلفين.

f مستمرة ومطردة تماما على $]-1,0[$

$$\left.\begin{array}{l} f(0) = -1 < 0 \\ f(-1) = e^2 - 4 > 0 \end{array}\right\} f(0)\cdot f(-1) < 0$$

وبالتالي حسب مبرهنة القيمة المتوسطة أحد الجذرين ينتمي الى المجال $[-1,0]$

④



$$S = \int_0^1 (f(x) - y_\Delta)\,dx = \int_0^1 e^{-2x}\,dx$$

$$= -\frac{1}{2} e^{-2x}\Big]_0^1$$

$$= -\frac{1}{2}(e^{-2} - e^0) = -\frac{1}{2} e^{-2} + \frac{1}{2}$$

$$\boxed{S = \frac{1}{2} - \frac{1}{2e^2}}$$

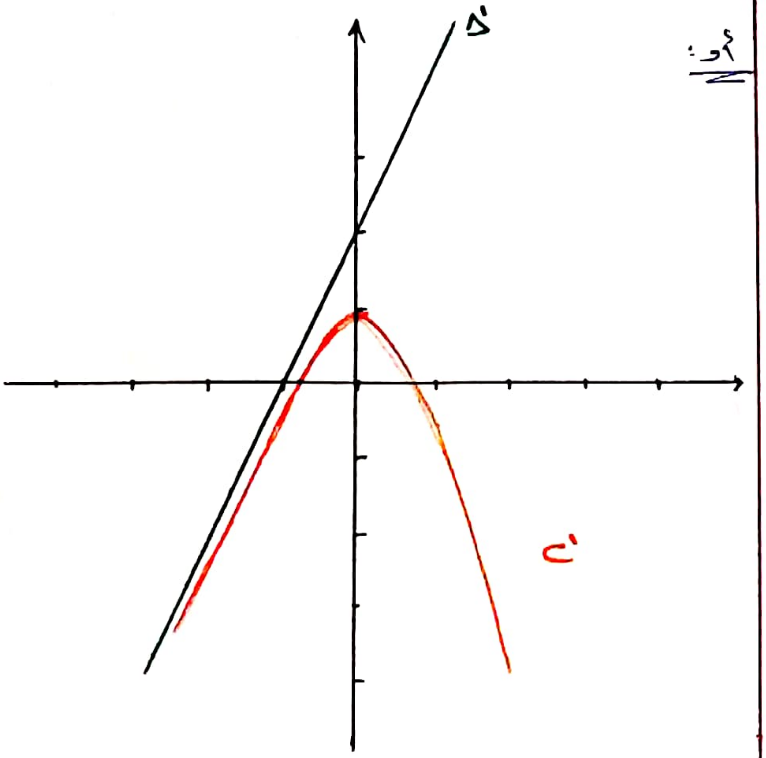
⑤

$$g(x) = -e^{2x} + 2x + 2$$

$$g(x) = -f(-x)$$

C' نظير C بالنسبة للمبدأ (O).

أو :



- انتهى الحل -

إعداد: عبد الملك خير الله

الجمهوريّة العربيّة السورية

وزارة التربية

سُلّم تصحيح مادّة الرياضيّات

لشهادة الدّراسة الثانويّة العامّة

الفرع العلميّ

دورة عام 2022

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة جدول التغيرات
2	السؤال الثاني	أشعة
3	السؤال الثالث	احتمالات
4	السؤال الرابع	المقارب المائل
5	السؤال الخامس	تحليل توافقي
6	السؤال السادس	التابع الكسري
7	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
8	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	الاستمرار وقابلية الاشتقاق
9	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	عقدية
10	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة الهندسة التحليلية
11	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة التحليل

2- في الأسئلة الاختياريّة في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحّح أوّل خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويُكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

3- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

4- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

5- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

6- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

7- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثَمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

8- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

9- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنّه؛ بلا إجابة)

11- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

12- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الآحاد	العشرات	المئات
	2	1	1

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة /الفرع العلميّ/ عام 2022م

سُلّم درجات مادة: الرياضيات **(الدورة الأولى)** **الدّرجة: ستمئة**

<u>أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية:</u> (40 درجة لكلّ سؤال)

السؤال الأوّل: تأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ خطه البياني C. **المطلوب:**

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty \;\|\; +\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+2$

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كلّ مقارب أفقي أو شاقولي للخط C .

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟ 4- ما هي حلول المتراجحة $f'(x)<0$ ؟

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$	5+5 5	
2	معادلة المقارب الشاقولي $x=1$ معادلة المقارب الأفقي $y=2$	5 5	
3	حلان	5	1- إذا كتب حلّ المتراجحة $]-\infty,2[$ يخسر 5 درجات
4	حلول المتراجحة	10	2- إذا كتب حلّ المتراجحة $]-\infty,2]$ يخسر10درجات
	المجموع	**40**	

السؤال الثاني: في معلّم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$. **المطلوب:**

1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، واستنتج $\cos(\widehat{BAC})$.

2- إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلّث ABC، عيّن مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق العلاقة:

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{AB}\right\| .$$

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
	ايجاد $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$	3+3	إذا اخطأ الطالب في أي مركبة بالأشعة يخسر درجة واحدة **طريقة ثانيه لحساب** $\cos(\widehat{BAC})$	
	قانون الجداء السلمي + التعويض و الناتج	3+4	حساب AB, AC, BC	4+2+4
	حساب $\Vert\overrightarrow{AB}\Vert$, $\Vert\overrightarrow{AC}\Vert$	4+4	بفرض N منتصف $[BC]$	
	قانون $\cos(\widehat{BAC})$ +تعويض+ نتيجة	2+3+4	حساب $\sin(\widehat{NBA})$ او $\cos(\widehat{NBA})$	2
	اختزال الأشعة	4		
2	ترسم M كرة – مركزها G -نصف قطرها $\frac{1}{6}AB$	2+2+2	$\cos(\widehat{BAC})=2\cos^2(\widehat{BAN})-1$ او $\cos(\widehat{BAC})=1-2\sin^2(\widehat{BAN})$	3
			تعويض + النتيجة	2
	المجموع	**40**	طريقه ثالثه	

علاقة الكاشي	4
حساب AB, AC, BC	2+2+2
التعويض بعلاقة كاشي	4
الوصول الى $\cos\hat{A}=\frac{4}{5}$	3

السؤال الثالث: صندوق يحتوي كرتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق، ثمّ نضيف كرتين من اللون ذاته إلى الصندوق، ثمّ نسحب مجدداً كرة من الصندوق.

الحدث R_1 الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون ، الحدث R_2 الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون.

المطلوب: 1− أعط تمثيلاً شجريّاً للتجربة واحسب احتمال الحدث R_2.

2− إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء؟

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
التمثيل الشجري ستة فروع حساب احتمال حدث سحب الكرة الثانية حمراء النتيجة	4×6 3+3 2	1- لكلّ احتمال 4 درجات 2- إذا عكس الطالب الاحتمالات يخسر درجة واحدة لكلٍّ منها.
-2 قانون الاحتمال الشرطي التعويض + النتيجة	3 2+3	
مجموع	**40**	

السؤال الرابع: ليكن f تابعاً معرفاً على المجال $]0\ ,+\infty[$ وفق: $f(x)=x+1+\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$.

المطلوب: أثبت أنّ المستقيم الذي معادلته $d: y=x+1$ مقارب مائل للخطّ البياني للتابع f عند $+\infty$.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
$\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-y_d)=0$	5	إذا كتب الطالب $0\le\sin x\le1$ أو $-1\le\sin x\le0$ يخسر 5 درجات
حساب $f(x)-y_d$	5	
حصر $\sin x$	5	
الوصول إلى حصر الفرق	5+5	
حساب النهاية لطرفي المتراجحة	5+5	
الوصول إلى النتيجة بحسب مبرهنة الإحاطة	5	
مجموع	**40**	

السؤال الخامس: نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الستة الآتية بأحد العددين 1+ أو 1- . **المطلوب:**

1− بكم طريقة يمكن أن نملأ الخانات الستة.

2− بفرض X متحول عشوائي يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها، عيّن مجموعة قيم X .

3− بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيها يساوي الصفر.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
$2^6=64$	15	1- إذا كتب الطالب 2^6 او 64 ينال 15 درجة 2- طريقة ثانية لعدد الطرائق
$X(\Omega)=\{-6,-4,-2,0,2,4,6\}$	7X2	
التوافيق + تعويض +نتيجة	3+4+4	برنولي + الناتج 4+4 معرفة $n(\Omega)=64$ استنتاج عدد الطرق 20 3
مجموع	**40**	

السؤال السادس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق: $f(x)=ax+\frac{b}{x+1}$ **والمطلوب:**

عيّن العددين a و b ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة $(0,3)$ ويكون ميل المماس في هذه النقطة $f'(0)=4$.

الإجابة	الدّرجة	الملاحظات
التعويض بالنقطة	5	
ايجاد b	5	
إيجاد المشتق (كثير حدود + الكسر) + النتيجة	5+5+5	
حساب $f'(0)$	5	
الوصول الى علاقة بين a و b	5	
حساب قيمة a	5	
مجموع	**40**	

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأوّل والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

السؤال السابع – التمرين الأول : نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ وفق: $u_0 = \frac{5}{2} \quad , \quad u_{n+1} = u_n^2 - 4u_n + 6$ **المطلوب:**

1- أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أنّ $2 \leq u_n \leq 3$ أيّاً كان العدد الطبيعي n .

2- أثبت أنّ $u_{n+1} - u_n = (u_n - 3)(u_n - 2)$.

3- استنتج أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة.

4- بيّن أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متقاربة واحسب نهايتها.

	الإجابة	الدرجة
1	ترميز القضية $E(n)$ ، إثبات $E(0)$	للإثبات 5
	نفترض صحة $E(n)$ ونثبت صحة $E(n+1)$	5
	افتراض التابع + مشتق	5+5
	إثبات الاطراد على $]2,+\infty[$ او $[2,3]$	2+3
	إيجاد صورة أطراف المتراجحة الصحيحة	5
	الوصول الى صحة $E(n+1)$	5
	$E(n+1)$ محققة ومنه $E(n)$ صحيحة	5
2	الوصول إلى تحليل $u_{n+1} - u_n$	5
3	معرفة إشارة جداء القوسين + إشارة الفرق	5+5
4	استنتاج تقارب المتتالية حل المعادلة $f(x)=x$ ناتج النهاية	5 5 5
	المجموع	70

الملاحظات

طريقة ثانية لبرهان $E(n+1)$

الإتمام الى مربع كامل	5
إضافة 2- للمتراجحة	5
التربيع	5
إضافة 2	5
الوصل الي $E(n+1)$	5
$E(n+1)$ محققة ومنه $E(n)$ صحيحة	5

طريقة ثانيه لبرهان الاطراد

الوصول $u_1 < u_0$	5
$u_{n+1} < u_n$	3
f متزايد $f(u_{n+1}) < f(u_n)$	3
$u_{n+2} < u_{n+1}$	4

إذا كتب الطالب نهايتان للمتتالية يخسر 5 درجات

السؤال الثامن – التمرين الثاني: ليكن f تابعاً معرفاً على $[0 , +\infty[$ وفق: المطلوب:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x - \ln x} & : \quad x > 0 \\ 0 & : \quad x = 0 \end{cases}$$

1- أثبت أنّ f مستمر عند الصفر.

2- ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسّر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً.

3- بيّن أن الخط البياني C للتابع f يقبل مقارباً أفقياً عند $+\infty$ جد معادلته.

4- اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها (1) واستعمل التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$.

السؤال	رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
الثامن	1	القانون نهاية التابع عند الصفر $\lim\limits_{x\to0} \ln x = -\infty$	5 5 5	
	2	$\dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ التعويض إثبات أن النهاية عدد حقيقي اشتقاقي عند الصفر يقبل مماس أفقي عند الصفر	5 5 5 2 3	- إذا عبّر عن التفسير الهندسي بالرسم ينال الدرجة المخصصة -إذا كتب ميل المماس للمنحني معدوم ينال الدرجات المخصصة
	3	إخراج x من المقام الاختزال النهايه + المقارب الافقي	5 5 5	
	4	$f(1) \quad , \quad f'(x) \quad , \quad f'(1)$ معادلة المماس دستور التقريب التآلفي النتيجة والتعويض	3+5+2 5 3 2	إذا عوّض مباشرة في معادلة المماس ينال الدرجات المخصصة للتقريب
		مجموع	**70**	

السؤال التاسع – التمرين الثالث: جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $\omega = -3 + 4i$ ، ثمّ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2 + 2(1+i)z + i + \frac{3}{4} = 0$$

<table>
<tr><th>السؤال</th><th>رقم الخطوة</th><th>الإجابة</th><th>الدرجة</th><th>الملاحظات</th></tr>
<tr><td rowspan="7">التاسع</td><td>1</td><td>تشكيل المعادلات الثلاث</td><td>5+5+5</td><td rowspan="8">طريقة ثانية
<table>
<tr><td>$z^2 + 2(1+i)z + (1+i)^2 + i + \frac{3}{4} = (1+i)^2$</td><td>5</td></tr>
<tr><td>$(z+1+i)^2 - \frac{1}{4}(-3+4i) = 0$</td><td>5</td></tr>
<tr><td>$(z+1+i)^2 - [\frac{1}{2}(1+2i)]^2 = 0$</td><td>5</td></tr>
<tr><td>الوصول الى $z_1 \; , \; z_2$</td><td>5+5</td></tr>
</table>
إذا حلّ الطالب المعادلة وتوصّل الى Δ ثمّ أوجد جذره وتابع في حلّ المعادلة ينال درجة الطلب الأوّل كاملة</td></tr>
<tr><td>2</td><td>إيجاد $x_1 \, , y_1$</td><td>3+2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>إيجاد $x_2 \, , y_2$</td><td>3+2</td></tr>
<tr><td>4</td><td>ايجاد الجذرين</td><td>5+5</td></tr>
<tr><td></td><td>قانون Δ ، التعويض ، نتيجة</td><td>5+5+5</td></tr>
<tr><td></td><td>حساب z_1 : تعويض + نتيجة</td><td>2+3</td></tr>
<tr><td></td><td>حساب z_2 : تعويض + نتيجة</td><td>2+3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>مجموع</td><td>60</td></tr>
</table>

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر: المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,2)$ والمستويان P وQ : $P: x-y+2z-1=0$ ، $Q: 2x+y+z+1=0$ **المطلوب:**

1- أثبت أنّ المستويين P وQ متقاطعان بفصل مشترك d.

2- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d.

3- اكتب معادلة للمستوي R المار من A ويعامد كلاً من المستويين P وQ.

4- جد إحداثيات النقطة B الناتجة من تقاطع المستقيم d والمستوي R.

5- احسب بعد النقطة A عن المستقيم d.

6- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A وتمس المستوي Q .

السؤال	رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
العاشر	1	إيجاد $\vec{n}_P$, $\vec{n}_Q$	5+5	
		عدم تناسب المركبات	3	
		P , Q متقاطعان	2	
	2	حلّ المعادلتين الوصول إلى متحوّل بدلالة الآخر فرض أحد المتحولات وسيط ما	5	
		استنتاج المتحولين الآخرين	5+5	
		كتابة المعادلات الوسيطية للمستقيم	5	
	3	معرفة $\vec{n}_R$	5	يمكن كتابة المعادلة بأحد الأسلوبين $a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$ $ax+by+cz+d=0$
		معادلة المستوي بدلالة d	5	
		حساب d	3	
		كتابة معادلة المستوي	2	
	4	تعويض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي	6	
		إيجاد الوسيط	3	
		إيجاد النقطة $B(x_B,y_B,z_B)$	2+2+2	
	5	حساب $\overrightarrow{AA'}$ وسيطياً	3	طريقة 2: حساب AB + النتيجة طريقة 3: حساب المسافة عن طريق وسيط وكتابة تابع ثم دراسة اطراده و استنتاج البعد 5+15
		تطبيق الجداء السلمي $\overrightarrow{AA'}\cdot\vec{u}=0$	3+3	
		حساب الوسيط + التعويض +إيجاد المسقط	3+3+2	
		حساب نظيم $\overrightarrow{AA'}$	3	
	6	معرفة R ، قانون البعد ، حساب البعد	3+3+3	
		قانون الكرة ، التعويض في معادلة الكرة	3+3	
		المجموع	100	

طريقة ثانية : معادلة للمستوي

إذا كتب الطالب عبارة خطية $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{n_p}+\beta\overrightarrow{n_R}$	3 درجات
تعويض	3 درجات
الوصول إلى ثلاث معادلات بدلالة $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{n_p}+\beta\overrightarrow{n_R}$	3 درجات
حل المعادلات	3 درجات
الوصول لمعادلة للمستوي	3 درجات

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=e^{-2x}+2x-2$. **المطلوب** :

1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- بيّن أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x-2$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C و Δ .

3- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها، ثمّ بيّن أن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين في $\mathbb{R}$ أحدهما ينتمي إلى المجال $[-1,0]$.

4- ارسم Δ و C ، ثمّ احسب مساحة السطح المحصور بين محور التراتيب و C و Δ والمستقيم $x=1$.

5- استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g:x\mapsto -e^{2x}+2x+2$.

السؤال	رقم الخطوة	الإجابة	الدّرجة	الملاحظات
الحادي عشر	1	حساب النهاية $+\infty$	5	
		إزالة عدم التعيين عند $-\infty$ وإيجاد النهاية	5+5	
	2	تابع الفرق + حساب النهاية $f(x)-y_{\Delta}$ (قانون + ناتج)	3+3	
		دراسة الإشارة $f(x)-y_{\Delta}$ ، C فوق Δ	3+3	
	3	إيجاد المشتق	5	
		قيمة x التي تعدم المشتق + الصورة	3+3	
		الجدول إشارة+ إشارة+ سهم +سهم	4 X4	
		استمرار وتناقص التابع على مجال I	2	
		انتماء الصفر الى صورة المجال I	2	
		استنتاج وجود جذر	2	
		استمرار وتزايد التابع على مجال J	2	
		انتماء الصفر الى صورة المجال J	2	
		استنتاج وجود جذر	2	
		$f(-1)\ ,\ f(0)$	2+2	
		الوصول $f(-1).f(0)<0$	2	
	4	رسم C + رسم Δ	5+5	
		قانون التكامل + حدا التكامل	2+3	
		إيجاد التابع الأصلي	3	
		تعويض + نتيجة	2+2	
	5	معرفة $g(x)=-f(-x)$ او تناظر بالنسبة الى مبدأ الاحداثيات او بطريقة الرسم	3 3	
		المجموع	100	

– انتهى السُّلّم –

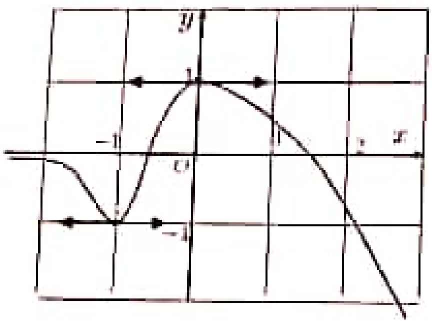
(◠‿◕)

تم التحميل بواسطة : T.me/Science_2022bot

Telegram : @Science_2022bot (◔‿◔)

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



تأمل جانباً C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$.

المطلوب:

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط C_f .

3- اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

4- عيّن القيم الحدّية للتابع f مبيناً نوع كلّ منها.

السؤال الثاني: في معلّم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1)$ و $B(1,-1,1)$. **المطلوب:** أعط معادلة للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة: $MA = MB$ وما طبيعة المجموعة S.

السؤال الثالث: ليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = \ln(2+\sin x)$. **المطلوب:**

1- احسب $g'(x)$ و $g'(0)$.

2- استنتج $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(2+\sin x)-\ln(2)}{x}$.

السؤال الرابع: جد الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases}\ln(x)+\ln(y)=\ln(6)\\ \ln(x+y)=\ln(5)\end{cases}$$

السؤال الخامس: ليكن $I=\int_0^1\frac{x^3}{1+x^4}dx$ و $J=\int_0^1\frac{x^7}{1+x^4}dx$ والمطلوب:

احسب I ثم $I+J$ واستنتج J .

السؤال السادس: لتكن C دائرة مركزها O ، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن $S=\{A_1,A_2,\dots,A_{12}\}$ مجموعة أطراف هذه الأقطار. **والمطلوب:**

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر S ؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر S ؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر S ؟

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$:

$$u_n=\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\dots+\frac{1}{5^n} \quad و \quad v_n=u_n+\frac{1}{2^n}$$

والمطلوب:

1- أثبت أن $(u_n)_{n\geq1}$ متتالية متزايدة و $(v_n)_{n\geq1}$ متتالية متناقصة.

2- استنتج أن المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان.

3- أثبت أنّ $u_n=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{5^n})$ ، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$ واستنتج $\lim_{n\to+\infty}v_n$.

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني: أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- جد كل عدد عقدي z يحقق $z^3 = 1$ ، واكتبه بالشكل الجبري.

2- إذا كان β عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي $\omega = \dfrac{\beta + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i\beta}$.

a) أثبت أن $|\omega| = 1$.

b) من أجل $\beta = 1$ ، أثبت أن: $\omega^{12} = 1$.

3- عيّن مجموعة نقاط المستوي $M(z)$ التي تحقق أن $|z - 2 + i| = 5$.

التمرين الثالث:

لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم (2) وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين (0) و (1) ، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة ، ونعرّف المتحولين العشوائيين X و Y كالآتي:

X يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

Y يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. **والمطلوب:**

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X , Y)، أيكون المتحولان X و Y مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(2,-2,2)$ و $B(1,1,0)$ و $C(1,0,1)$ و $D(0,0,1)$. والمطلوب:

1- تحقق أن النقاط B و C و D لا تقع على استقامة واحدة.

2- أثبت أن: $y + z - 1 = 0$ هي معادلة للمستوي (BCD) .

3- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A ويعامد المستوي (BCD).

4- عيّن إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD).

5- اكتب معادلة للكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,1[$ وفق: $f(x) = e^x + \ln(1-x)$ وليكن g التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = (1-x)e^x - 1$. والمطلوب:

1- ادرس اطراد التابع g واستنتج أن $g(x) \le 0$ مهما تكن $x \in \mathbb{R}$.

2- تحقق أن $f'(x) = \dfrac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty,1[$ ، ثم ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة للمستقيم المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$.

4- في معلم متجانس ارسم المستقيم T ، ثم ارسم C الخط البياني للتابع f .

حلول أسئلة الدورة الثانية 2022 رياضيات

السؤال الأول:

① $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

② $y = 0$ متقارب أفقي للخط C_f في جواره $-\infty$

③ $S =]-1, 0[$

④ $f(-1) = -1$ قيمة حدية صغرى

$f(0) = 1$ قيمة حدية كبرى.

السؤال الثاني:

$$MA = MB \rightarrow MA^2 = MB^2$$

$$\rightarrow (x-0)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2$$

$$\cancel{x^2} + \cancel{y^2} - 2y + 1 + \cancel{z^2} + 2z + 1 = \cancel{x^2} - 2x + 1 + \cancel{y^2} + 2y + 1 + \cancel{z^2} - 2z + 1$$

$$-2y + 1 + 2z + 1 = -2x + 1 + 2y + 1 - 2z + 1$$

$$\boxed{S : \quad 2x - 4y + 4z - 1 = 0}$$

S هي المستوي المحوري للقطعة $[AB]$.

السؤال الثالث:

① g اشتقاقي على $\mathbb{R}$

$$g'(x) = \frac{\cos x}{2 + \sin x} \rightarrow g'(0) = \frac{1}{2}$$

② $$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(2+\sin x) - \ln 2}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0}$$

$$= g'(0) = \frac{1}{2}$$

حسب تعريف العدد المشتق.

السؤال الرابع: شرط الحل $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$

$$\ln(x) + \ln(y) = \ln(6) \Leftrightarrow \ln(xy) = \ln(6)$$

$$\rightarrow \quad xy = 6 \text{ --- } ①$$

$$\ln(x+y) = \ln 5 \rightarrow \quad x + y = 5 \text{ --- } ②$$

من ① و ②

إما $x = 2$ و $y = 3$

أو $x = 3$ و $y = 2$

السؤال الخامس:

$$I = \int_0^1 \frac{1}{4} \cdot \frac{4x^3}{1+x^4} dx$$

$$= \frac{1}{4} \left[\ln(1+x^4)\right]_0^1 = \frac{1}{4} \ln 2$$

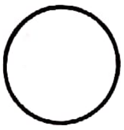
$$I + J = \int_0^1 \frac{x^3 + x^7}{1+x^4} dx = \int_0^1 \frac{x^3(1+x^4)}{1+x^4} dx$$

$$= \int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{4}\left[x^4\right]_0^1 = \frac{1}{4}$$

$$I + J = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow J = \frac{1}{4} - I = \boxed{\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\ln 2}$$

السؤال السادس:



① $\binom{12}{3} = \frac{12.11.10}{3.2.1} = 220$

② $\binom{12}{4} = \frac{12.11.10.9}{4.3.2.1} = 495$

③ لتشكيل مستطيل نحتاج الى قطرين من أقطار الدائرة

$$\binom{6}{2} = \frac{6.5}{2.1} = 15$$

التمرين الأول:

① $U_{n+1} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^n} + \frac{1}{5^{n+1}}$

$$U_{n+1} - U_n = \frac{1}{5^{n+1}} \geq 0$$

فالمتتالية $(U_n)_{n \geq 1}$ متزايدة.

$$V_{n+1} = U_{n+1} + \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$V_{n+1} - V_n = (U_{n+1} - U_n) + \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{2^n}$$

$$= \frac{1}{5^{n+1}} + \frac{1}{2^n}\left(\frac{1}{2} - 1\right)$$

$$= \frac{1}{5^{n+1}} - \frac{1}{2^{n+1}} = \frac{2^{n+1} - 5^{n+1}}{10^{n+1}} \leq 0$$

فالمتتالية $(V_n)_{n \geq 1}$ متناقصة.

② U_n متزايدة
V_n متناقصة } الشرط الأول محقق

$$V_n - U_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\lim_{n \to +\infty} (V_n - U_n) = \lim_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$$

$\lim_{n \to +\infty} q^n = 0$; $|q = \frac{1}{2}| < 1$

الشرط الثاني محقق.

فالمتتاليتان U_n و V_n متجاورتان.

③ $U_n = a \cdot \frac{1 - q'^n}{1 - q'}$

$$= \frac{1}{5} \frac{1 - \frac{1}{5^n}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{1 - \frac{1}{5^n}}{5 - 1}$$

$$\boxed{U_n = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{1}{5^n}\right)}$$

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \frac{1}{4}(1 - 0) = \frac{1}{4}$$

حيث $\lim_{n \to +\infty} q'^n = 0$; $|q' = \frac{1}{5}| < 1$

بما أن المتتاليتين U_n و V_n متجاورتان فلهما النهاية ذاتها أي أنه:

$$\lim_{n \to +\infty} V_n = \lim_{n \to +\infty} U_n = \frac{1}{4}$$

التمرين الثاني:

① طريقة أولى:

$$z^3 = 1 \leftrightarrow z^3 - 1 = 0$$

$$(z - 1)(z^2 + z + 1) = 0$$

إما $z_1 = 1$

أو $z^2 + z + 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 = -3 < 0$$

$$\sqrt{-\Delta} = \sqrt{3}$$

$$z_2 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$$

$$z_3 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \bar{z}_2 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$$

طريقة ثانية: نفرض $z = re^{i\theta}$

$$r^3 e^{3i\theta} = e^{i(0 + 2\pi K)}$$

$$r^3 = 1 \Rightarrow r = 1$$

$$3\theta = 2\pi K \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3} K$$

من أجل $K = 0$: $\theta_1 = 0$

$$\Rightarrow z_1 = 1 \cdot e^{i(0)} = 1$$

من أجل $K = 1$: $\theta_2 = \frac{2\pi}{3}$

$$z_2 = e^{i\frac{2\pi}{3}} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

من أجل $K = 2$: $\theta_3 = \frac{4\pi}{3}$

$$z_3 = e^{i\frac{4\pi}{3}} = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{-1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(2 -a- طريقة أولى:

$$w=\frac{\beta+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i\beta}$$

$$|w|=\left|\frac{\beta+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i\beta}\right|=\frac{|\beta+i\sqrt{3}|}{|\sqrt{3}-i\beta|}=\frac{\sqrt{\beta^2+3}}{\sqrt{\beta^2+3}}$$

$$\Rightarrow \boxed{|w|=1}$$

طريقة ثانية:

$$\overline{w}=\frac{\beta-i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i\beta}\cdot\frac{\beta+i\sqrt{3}}{\beta+i\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}-i\beta}{\sqrt{3}-i\beta}$$

$$\overline{w}=\frac{\beta^2+3}{\beta^2+3}\cdot\frac{\sqrt{3}-i\beta}{\beta+i\sqrt{3}}=\frac{1}{w}$$

$$\overline{w}=\frac{1}{w}\Rightarrow\boxed{|w|=1}$$

-b-

$$w_1=\frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i}=\frac{i(-i+\sqrt{3})}{\sqrt{3}-i}=i$$

$$w^{12}=i^{12}=1$$

ملاحظة: $w=i$ أياً كان $\beta\in\mathbb{R}$

(3 $|z-(2-i)|=5$

تمثل دائرة مركزها $z_{\Omega}=2-i$ أي $\Omega(2,-1)$

ونصف قطرها $r=5$.

التمرين الثالث:

(1 $X(\Omega)=\{1,2\}$

$$P(X=1)=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot2=\frac{2}{3}$$

$$P(X=2)=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$$

x_i	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

(2 $Y(\Omega)=\{1,2,3\}$

$$P(Y=1)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot2=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

$$P(Y=2)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot2=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

$$P(Y=3)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot2=\frac{1}{3}$$

y_j	1	2	3
$P(Y=y_j)$	1/3	1/3	1/3

(3

X \ Y	1	2	3	قانون X
1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$
قانون Y	1/3	1/3	1/3	

نلاحظ أنه $P(X=1,Y=1)=0$

و $P(X=1)\cdot P(Y=1)=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

$$P(X=1,Y=1)\neq P(X=1)\cdot P(Y=1)$$

فالمتحولان العشوائيان X و Y غير مستقلين احتمالياً.

المسألة الأولى:

(1 $\overrightarrow{BC}(0,-1,1)$ ، $\overrightarrow{BD}(-1,-1,1)$ $\Big\}$ $\frac{0}{-1}\neq\frac{-1}{-1}$

المركبات غير متناسبة

فالشعاعان $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BD}$ غير مرتبطين خطياً

فالنقاط B , C , D لاتقع على استقامة واحدة.

(2 ليكن $\overrightarrow{n}(a,b,c)$ ناظم للمستوي BCD

$$\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\Rightarrow 0-b+c=0$$

$$\boxed{b=c}\leftarrow(1)$$

$$\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0\Rightarrow -a-b+c=0$$

$$-a-b+b=0\Rightarrow\boxed{a=0}$$

نفرض $b=1$ نجد $c=1$ وبالتالي

$$\vec{n}(0,1,1)$$

$$ax+by+cz+d=0$$

$$y+z+d=0$$

نعوض D :

$$1+d=0$$

$$d=-1$$

$$\boxed{(BCD):\quad y+z-1=0}$$

3) المستقيم Δ يقبل الشعاع $\vec{n}(0,1,1)$ كشعاع موجه له أي $\vec{u_\Delta}(0,1,1)$

$$\Delta:\begin{cases} x=x_A+at=2 \\ y=y_A+bt=-2+t \quad ; t\in\mathbb{R} \\ z=z_A+ct=2+t \end{cases}$$

4) نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي:

$$(-2+t)+(2+t)-1=0$$

$$2t-1=0$$

$$\boxed{t=\frac{1}{2}}$$

$x=2,\quad y=-2+\frac{1}{2}=\frac{-3}{2}\ ,\ z=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

$$K\left(2,\frac{-3}{2},\frac{5}{2}\right)$$

5) مركز الكرة هو منتصف $[AD]$

$$I\left(1,-1,\frac{3}{2}\right)$$

قطر الكرة هو AD :

$$2r=AD=\sqrt{4+4+1}=3$$

$$r=\frac{3}{2}$$

$$\boxed{(x-1)^2+(y+1)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}}$$

المسألة الثانية :

1) g اشتقاقي على $\mathbb{R}$

$$g'(x)=(-1)e^x+e^x(1-x)=-xe^x$$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$$

$$g(0)=1-1=0$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		↗	0	↘	

من جدول التغيرات (الاطراد) نستنتج أن $g(x)\leq 0$.

2) $f'(x)=e^x-\frac{1}{1-x}=\frac{(1-x)e^x-1}{1-x}=\frac{g(x)}{1-x}$

المعادلة $f'(x)=0$ تكافئ $g(x)=0$ فهي تقبل حلا وحيدا وهو $x=0$

$$f(0)=1+\ln(1)=1$$

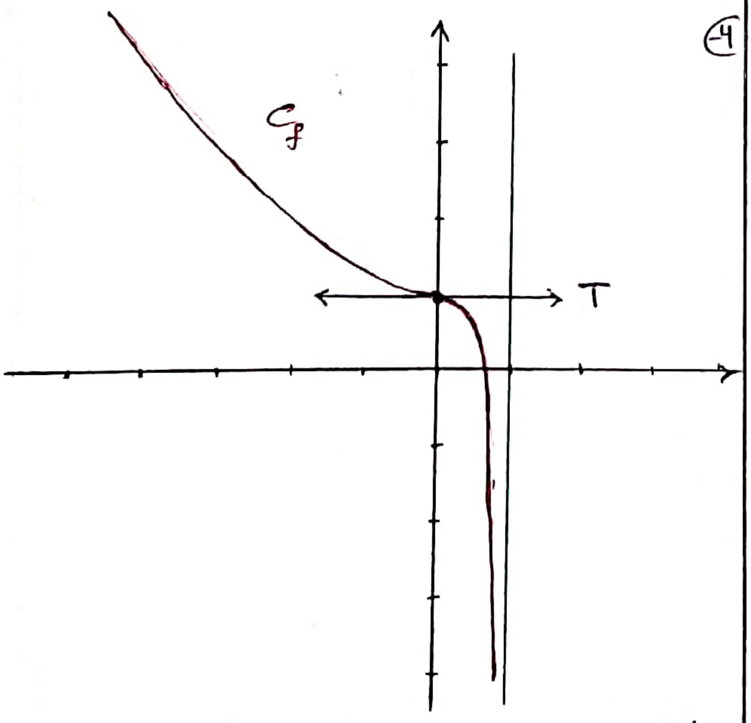
x	$-\infty$		0		1
$f'(x)$		$-$	0	$-$	‖
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↘	$-\infty$ ‖

(حيث $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, $\lim_{x\to 1} f(x)=-\infty$)

3) $y=f'(0)(x-0)+f(0)$

$T:\quad y=1$

4)



انتهى الحل — إعداد: عبدالملك خير الله

الجمهوريّة العربيّة السورية

وزارة التربية

سُلّم تصحيح مادّة الرياضيّات

لشهادة الدّراسة الثانويّة العامّة

الفرع العلميّ

دورة ثانية عام ٢٠٢٢م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة الرسوم البيانية
٢	السؤال الثاني	معادلة المستوي المحوري
٣	السؤال الثالث	إيجاد نهاية باستعمال تعريف العدد المشتق
٤	السؤال الرابع	حل جملة معادلتين
٥	السؤال الخامس	تكامل
٦	السؤال السادس	تحليل توافقي
٧	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	عقدية
٩	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	احتمالات
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة الهندسة
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة التحليل

٢- في الأسئلة الاختياريّة في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحّح أوّل خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويُكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

٣- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثَمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنّه؛ بلا إجابة)

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

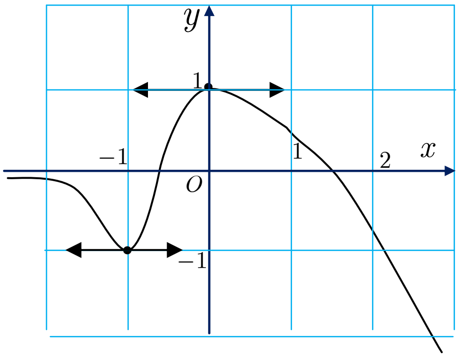
١٢- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الآحاد	العشرات	المئات
	2	1	1

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة /الفرع العلميّ/ عام ٢٠٢٢م

سُلّم درجات مادة: الرياضيات **(الدورة الثانية)** **الدّرجة: ستمئة**

السؤال الأول:



نتأمل جانباً C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$.

المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط C_f .

3- اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

4- عيّن القيم الحديّة للتابع f مبيّناً نوع كلّ منها.

الإجابة		الدرجة	الملاحظات
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	5+5	
2	معادلة المقارب $y=0$	5	
3	$]-1,0[$	5	يخسر درجة واحدة إذا كتب المجال مغلق
4	$f(0)=1$ قيمة كبرى محلياً $f(-1)=-1$ قيمة صغرى محلياً	5+5 5+5	
	المجموع	**40**	

السؤال الثاني: في معلّم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1)$ و $B(1,-1,1)$. **المطلوب:**

أعط معادلةً للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة: $MA=MB$ وما طبيعة المجموعة S.

الإجابة		الدرجة	الملاحظات
1	قانون + تعويض	5+10	تحديد نقطة المنتصف للقطعة $[AB]$ 5 حساب مركبات ناظم على المستوي 10 قانون المستوي+تعويض+نتيجة 5+5+5 المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ 10
2	نشر الطرفين +اختزال	5+5+5	
3	المستوي المحوري للقطعة $[AB]$	10	
	المجموع	**40**	

السؤال الثالث: ليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x)=\ln(2+\sin x)$. **المطلوب:**

1- احسب $g'(x)$ و $g'(0)$.

2- استنتج $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(2+\sin x)-\ln(2)}{x}$.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	إيجاد $g'(x)$ حساب $g'(0)$ حساب $g(0)$	10+5 5+5	
2	كتابة النهاية المطلوبة بالشكل $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{g(x)-g(0)}{x-0}=g'(0)$ معرفة النهاية	5+5 5	
	المجموع	**40**	

السؤال الرابع: جد الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases}\ln(x)+\ln(y)=\ln(6)\\ \ln(x+y)=\ln(5)\end{cases}$$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
شرطي الحل $x>0$, $y>0$	3+3	
$\ln(x\times y)=\ln(6)$ قانون $x\times y=6$	5 5	
$x+y=5$	10	
معرفة الحلين: $x=2$, $y=3$ $x=3$, $y=2$	5+5 2+2	عدم كتابة الحل الثاني يخسر 4 درجات
المجموع	**40**	عند كتابة شرط الحل مع الحلين مباشرة ينال الدرجة كاملة

السؤال الخامس: ليكن $I=\int_0^1\frac{x^3}{1+x^4}\,dx$ و $J=\int_0^1\frac{x^7}{1+x^4}\,dx$ **والمطلوب:**

احسب I ثمّ $I+J$ واستنتج J .

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
اصلاح + التابع الأصلي + التعويض + الناتج	5x4	
حساب واختزال $(I+J)$ + التابع الأصلي+الناتج	5x3	
استنتاج التكامل J	5	
المجموع	**40**	

السؤال السادس: لتكن C دائرة مركزها O ، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن $S=\left\{A_1,A_2,\dots,A_{12}\right\}$ مجموعة أطراف هذه الأقطار. **والمطلوب:**

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر S ؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر S ؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر S ؟

رقم الخطوة	الإجابة	الدّرجة	الملاحظات
1	التوافيق التعويض + الناتج	10 2+2	
2	التوافيق التعويض + الناتج	10 1+2	
3	التوافيق تعويض + الناتج	10 1+2	
	المجموع	**40**	

ثانياً: <u>حل التمارين الثلاثة الآتية:</u> (70 درجة لكل من التمرينين الأوّل والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

السؤال السابع: التمرين الأول : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$:

$$u_n=\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\dots+\frac{1}{5^n} \quad \text{و} \quad v_n=u_n+\frac{1}{2^n}$$

والمطلوب:

1- أثبت أنّ $(u_n)_{n\geq1}$ متتالية متزايدة و $(v_n)_{n\geq1}$ متتالية متناقصة .

2- استنتج أنّ المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان.

3- أثبت أنّ $u_n=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{5^n})$ ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	$u_{n+1}-u_n$ + الناتج	5 + 3	
	استنتاج إشارة $u_{n+1}-u_n$	5	
	استنتاج أن المتتالية متزايدة	2	
	$v_{n+1}-v_n$ التعويض	5 5	
	استنتاج إشارة $v_{n+1}-v_n$	5	
	استنتاج أن المتتالية متناقصة	2	
	حساب الفرق + النهاية $\lim\limits_{n\to\infty}(v_n-u_n)=0$	3+5	
2	استنتاج أن المتتاليتين متجاورتين	2	
3	u_n مجموع حدود متوالية من متتالية هندسية + قانون المجموع الوصول إلى $u_n=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{5^n})$	5+5 5	
	حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$	8 5	

	المجموع	**70**	

السؤال الثامن: التمرين الثاني: أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- جد كل عدد عقدي j يحقق $j^3=1$ ، واكتبه بالشكل الجبري.

2- إذا كان β عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي $\omega=\frac{\beta+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i\beta}$

a) أثبت أنّ $|\omega|=1$.

b) من أجل $\beta=1$ ، أثبت أنّ: $\omega^{12}=1$.

3- عيّن مجموعة نقاط المستوي $M(z)$ التي تحقق أنّ $|z-2+i|=5$.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
1	$j=re^{i\theta}$ $j^3=r^3e^{3i\theta}=1$	2	طريقة ثانية: $J^3=1$ $J^3-1=0$	
	$r^3=1\Rightarrow r=1$ $3\theta=2\pi k \quad : k\in\mathbb{Z}$ $\theta=\frac{2\pi}{3}k$	2	$(J-1)(J^2+J+1)=0$ إما $J=1$ أو $J^2+J+1=0$	3 5
	معرفة $j_1=1$ $j_2=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ + الشكل الجبري $j_3=e^{\frac{4\pi}{3}i}$ +الشكل الجبري	5 1+2 1+2	حساب Δ $J_1=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ $J_2=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$	3 2 2
2 a)	$\lvert\omega\rvert=\frac{\lvert\beta+i\sqrt{3}\rvert}{\lvert\sqrt{3}-i\beta\rvert}$ $\lvert\beta-i\sqrt{3}\rvert=\lvert\beta+i\sqrt{3}\rvert=\sqrt{\beta^2+3}$ ومنه استنتاج $\lvert\omega\rvert=1$	5 5+5 5		
2 b)	$\omega=\frac{2(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)}{2(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i)}$ $\omega=\frac{e^{\frac{i\pi}{3}}}{e^{\frac{-i\pi}{6}}}=e^{\frac{i\pi}{2}}$ $\omega=i$ $\omega^{12}=1$	2 للبسط + 2 للمقام 2 للبسط + 2 للمقام +2 2 3		
3	$\lvert z-(2-i)\rvert=5$ دائرة مركزها + نصف قطرها	5 5 5+5		
	المجموع	**70**		

– الطلب الثاني a):

طريقة ثانية

$\omega = \frac{i\left(\sqrt{3}-\beta i\right)}{\sqrt{3}-\beta i} = i$	10+5	
$\lvert\omega\rvert = \lvert i\rvert = 1$	5	

طريقة ثالثة

$\overline{\omega} = \frac{\beta - i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i\beta}$	5	
$\frac{1}{\omega} = \frac{\sqrt{3}-i\beta}{\beta+i\sqrt{3}}$	5	
$\frac{\sqrt{3}-i\beta}{\beta+i\sqrt{3}} = \frac{\beta-i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i\beta}$ $\beta^2+3 = 3+\beta^2$	5	
$\overline{\omega} = \frac{1}{\omega}$	3	
$\lvert\omega\rvert = 1$	2	

طريقة رابعة

$\omega\cdot\overline{\omega} = \frac{\left(\beta+i\sqrt{3}\right)\left(\beta-i\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{3}-i\beta\right)\left(\sqrt{3}+i\beta\right)}$ $= \frac{\beta^2+3}{3+\beta^2} = 1$ $\lvert\omega\rvert = 1$	5+5 5 5	

السؤال التاسع: التمرين الثالث:

لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم (2) وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين (0) و (1) ، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة ، ونعرّف المتحولين العشوائيين X و Y كالآتي:

X يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

Y يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. **والمطلوب:**

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (Y ، X)، أيكون المتحولان X و Y مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

<table>
<tr><th>رقم الخطوة</th><th>الإجابة</th><th>الدرجة</th><th>الملاحظات</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$X=\{1,2\}$</td><td>2+2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$p(X=1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$
$=\frac{2}{3}$</td><td>3+(تباديل3)
2</td><td>إذا كتب قيم X و Y في جدول القانون الاحتمالي للزوج (Y ، X) ينال درجة X و Y</td></tr>
<tr><td></td><td>$p(X=1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$
$=\frac{1}{3}$</td><td>3+3
2</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>$Y=\{1,2,3\}$</td><td>2+2+2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$p(Y=1)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$
$=\frac{1}{3}$</td><td>3+(تباديل3)
2</td><td>إذا استعمل الطالب التوافيق بشكل صحيح ينال الدرجة كاملة</td></tr>
<tr><td></td><td>$p(Y=2)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$
$=\frac{1}{3}$</td><td>3+(تباديل3)
2</td><td>إذا استعمل الطالب السحب مع الإعادة يخسر 20 درجة</td></tr>
<tr><td></td><td>$p(Y=3)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$
$=\frac{1}{3}$</td><td>3+(تباديل3)
2</td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>
<table>
<tr><th>Y \ X</th><th>1</th><th>2</th><th>قانون Y</th></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{3}$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{3}$</td></tr>
<tr><td>قانون X</td><td>$\frac{2}{3}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td></td></tr>
</table>
</td><td>6X1</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>غير مستقلين احتمالياً
$\begin{cases} p((X=1)\cap(Y=1))=0 \\ p(X=1)\cdot p(Y=1)=\frac{1}{9}\neq 0 \end{cases}$</td><td>2
2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>المجموع</td><td>60</td><td></td></tr>
</table>

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر: المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(2,-2,2)$ و $B(1,1,0)$ و $C(1,0,1)$ و $D(0,0,1)$. **والمطلوب:**

1- تحقّق أنّ النقاط B و C و D لا تقع على استقامة واحدة.

2- أثبت أنّ: $y+z-1=0$ هي معادلة للمستوي (BCD) .

3- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A ويعامد المستوي (BCD).

4- عيّن إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD).

5- اكتب معادلة للكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
1	إيجاد المركبات $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$	2×6		
	عدم تناسب المركبات الاستنتاج	6 4		
2	تعويض النقاط في معادلة المستوي	3×7	طريقة ثانية: $\vec{n}(a,b,c)$ $\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0$ $\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ إيجاد a,b,c كتابة معادلة المستوي	3 3 3+3+3 3+3 قانون + تعويض
3	$\vec{u}=\vec{n}$	8		
	إيجاد التمثيل الوسيطي قانون + تعويض	3×3+5		
4	تعويض التمثيل الوسيطي في معادلة المستوي الوصول لقيمة t نقطة التقاطع	10 5 5		
5	إيجاد مركز الكرة منتصف $[AD]$	5		
	حساب (القطر +نصف القطر)	2+3	عند حساب نصف القطر مباشرة ينال 5	
	تعويض في معادلة الكرة	5		
	المجموع	100		

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-\infty,1[$ وفق: $f(x)=e^{x}+\ln(1-x)$ وليكن g التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x)=(1-x)e^{x}-1$. **والمطلوب:**

1- ادرس اطراد التابع g واستنتج أنّ $g(x)\leq 0$ مهما تكن $x\in\mathbb{R}$.

2- تحقق أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty,1[$ ، ثمّ ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة للمستقيم المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x=0$.

4- في معلم متجانس ارسم المستقيم T ، ثمّ ارسم C الخط البياني للتابع f.

رقم الخطوة	الإجابة	الدّرجة	الملاحظات
1	حساب $g'(x)$ إيجاد حل المعادلة $g'(x)=0$	5+5 5	
	إيجاد $g(0)$ جدول الاطراد (إشارات + أسهم) $g(x)\leq 0$	5 2+2+3+3 5	
2	إثبات $f'(x)=\dfrac{g(x)}{1-x}$ أيجاد النهايات	5×3 5+5	
	جدول التغيرات	5+5	
3	معادلة المماس + حساب الميل كتابة معادلة المماس + $f(0)=1$	5+5 5+5	
	رسم المماس + رسم الخط البياني	5+5	
	المجموع	100	

– انتهى السُّلّم –

(◠‿◕)

تم التحميل بواسطة : T.me/Science_2022bot

Telegram : @Science_2022bot (◔‿◔)