أولاً:

السؤال الأول:

1) $$\binom{21}{3}=\frac{21\times20\times19}{3\times2\times1}=1330$$

2) $$\binom{12}{1}.\binom{9}{2}=12\times\frac{9\times8}{2\times1}=432$$

3) $$21\times20\times19=7980$$

السؤال الثاني:

$$\left(x^4+\frac{1}{x}\right)^{15}$$

$$T_r=\binom{n}{r}a^{n-r}b^r=\binom{15}{r}(x^4)^{15-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r=\binom{15}{r}x^{60-4r}.x^{-r}=\binom{15}{r}x^{60-5r}$$

الحد الثابت المستقل عن x يحقق $60-5r=0$ أي $r=12$ وبالتالي:

$$T_{12}=\binom{15}{12}=\binom{15}{3}=\frac{15\times14\times13}{3\times2\times1}=455$$

أمثال x^5 تحقق $60-5r=5$ أي $r=11$ وبالتالي:

$$T_{11}=\binom{15}{11}x^5=\binom{15}{4}x^5=\frac{15\times14\times13\times12}{4\times3\times2\times1}x^5=1365x^5$$

السؤال الثالث:

نفرض A حدث الحصول على كرة حمراء واحدة على الأقل

فيكون الحدث المتمم A' حدث عدم الحصول على كرة حمراء وبالتالي:

$$P(A')=\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=\frac{1}{1024}$$

ومنه يكون $$P(A)=1-P(A')=1-\frac{1}{1024}=\frac{1023}{1024}$$

السؤال الرابع:

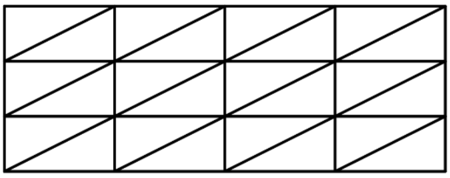
قطر مضلع هو القطعة المستقيمة التي تصل بين أي رأسين غير متتاليتين

عدد القطع المستقيمة التي تصل بين نقطتين من رؤوس المضلع $\binom{n}{2}$

إذا حذفنا منها عدد أضلاع المضلع n نحصل على عدد الأقطار ومنه:

$$\binom{n}{2}-n=\frac{n(n-1)}{2}-n=\frac{n^2-n-2n}{2}=\frac{n^2-3n}{2}$$

السؤال الخامس:



عدد المستطيلات $60=\frac{5\times4}{2}\times\frac{4\times3}{2}=\binom{4}{2}.\binom{5}{2}$

كل مستطيل يعطي مثلثين وبالتالي عدد المثلثات $120=2\times60$

ثانياً:

المسألة الأولى:

1) $X=\{1,2,3\}$

$$P(X=1)=\frac{\binom{4}{3}+\binom{3}{3}}{\binom{8}{3}}=\frac{4+1}{56}=\frac{5}{56}$$

$$P(X=3)=\frac{\binom{4}{1}\binom{3}{1}\binom{1}{1}}{\binom{8}{3}}=\frac{12}{56}$$

$$P(X=2)=1-\big(P(X=1)+P(X=3)\big)=1-\left(\frac{5}{56}+\frac{12}{56}\right)=\frac{39}{56}$$

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{5}{56}$	$\frac{12}{56}$	$\frac{39}{56}$

2) $Y=\{0,1,2,3\}$

$$P(Y=0)=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{8}{3}}=\frac{4}{56}$$

$$P(Y=1)=\frac{\binom{4}{2}\binom{4}{1}}{\binom{8}{3}}=\frac{24}{56}$$

$$P(Y=2)=\frac{\binom{4}{1}\binom{4}{2}}{\binom{8}{3}}=\frac{24}{56}$$

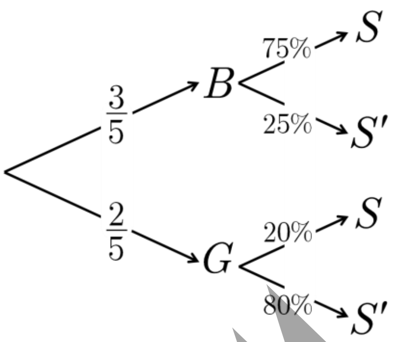
$$P(Y=3)=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{8}{3}}=\frac{4}{56}$$

y_i	0	1	2	3
$P(Y=y_i)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$

3) لدينا $P\big((X=1)\bigcap(Y=3)\big)=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{8}{3}}=\frac{4}{56}\neq\frac{4}{56}\times\frac{5}{56}=P(X=1).P(Y=3)$

وبالتالي المتحولان X و Y غير مستقلان احتمالياً.

<u>**المسألة الثانية:**</u>



1) نفرض B الشخص المختار ذكر فيكون $P(B)=\frac{600}{1000}=\frac{3}{5}$

و G الشخص المختار أنثى فيكون $P(G)=\frac{400}{1000}=\frac{2}{5}$

و S الشخص المختار مدخن

2) $$P(A)=P(B\bigcap S)=P(B).P(S\,|\,B)=\frac{3}{5}\times\frac{75}{100}=\frac{9}{20}$$

$$P(C)=P(G\bigcap S)=P(G).P(S\,|\,G)=\frac{2}{5}\times\frac{20}{100}=\frac{2}{25}$$

3) $$P(S)=P(B\bigcap S)+P(G\bigcap S)=\frac{9}{20}+\frac{2}{25}=\frac{45}{100}+\frac{8}{100}=\frac{53}{100}$$

4) $$P(G\,|\,S)=\frac{P(G\bigcap S)}{P(S)}=\frac{\frac{2}{25}}{\frac{53}{100}}=\frac{8}{53}$$

5) $$P(B\,|\,S')=\frac{P(B\bigcap S')}{P(S')}=\frac{\frac{3}{5}\times\frac{25}{100}}{1-\frac{53}{100}}=\frac{\frac{15}{100}}{\frac{47}{100}}=\frac{15}{47}$$

انتهى حل النموذج الأول

التحليل التوافقي و الاحتمالات

أولاً:

السؤال الأول:

$$S=\{1,2,3,4,5\}$$

1) $5\times4\times3=60$

2) $2\times5\times5=50$

3) نفرض A حدث أن تكون الأعداد من مضاعفات العدد 3

يجب أن تكون المنازل مكونة من عدد واحد من كل مجموعة $\{3\}$ و $\{1,4\}$ و $\{2,5\}$ حتى يكون مجموعها من مضاعفات العدد 3

مع مراعاة الترتيب ومنه $n(A)=\binom{1}{1}.\binom{2}{1}.\binom{2}{1}.3!=1\times2\times2\times6=24$

نفرض B حدث أن يكون الرقم أكبر من 300 ومنه $n(B)=3\times4\times3=36$

و من جهة أخرى لدينا الأعداد التي تحقق: من مضاعفات العدد 3 و أكبر من 300

$$\begin{pmatrix} 342 & 324 & 432 & 531 \\ 345 & 354 & 435 & 534 \\ 312 & 321 & 423 & 513 \\ 315 & 351 & 453 & 543 \end{pmatrix}$$ ومنه $n(A\cap B)=16$

وبالتالي $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=24+36-16=44$

السؤال الثاني:

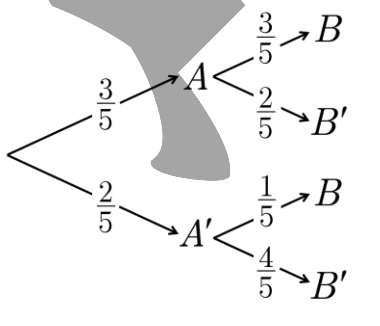
عدد المجموعات الجزئية من مجموعة مكونة من n عنصر يساوي

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\dots+\binom{n}{n}$$

وبالمطابقة مع منشور ذي الحدين $(a+b)^n=\binom{n}{0}a^n+\binom{n}{1}a^{n-1}b+\binom{n}{2}a^{n-2}b^2+\dots+\binom{n}{n}b^n$

بوضع $a=b=1$ نجد $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\dots+\binom{n}{n}=(1+1)^n=2^n$

السؤال الثالث:



1) $P(A\cap B)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$

$$P(B)=P(A\cap B)+P(A'\cap B)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{9}{25}+\frac{2}{25}=\frac{11}{25}$$

2) $P(A).P(B)=\frac{3}{5}\times\frac{11}{25}=\frac{33}{125}\neq\frac{9}{25}=P(A\cap B)$

وبالتالي الحدثين A و B غير مستقلين احتمالياً

السؤال الرابع:

$$P_{n+1}^{3}=2P_{n+2}^{2}$$
$$(n+1)n(n-1)=2(n+2)(n+1)$$
$$n(n-1)=2(n+2)$$
$$n^{2}-n=2n+4$$
$$n^{2}-3n-4=0$$
$$(n-4)(n+1)=0$$

إما $n=4$ مقبول أو $n=-1$ مرفوض

السؤال الخامس:

$$\left(x^{3}+\frac{1}{x^{2}}\right)^{n}$$

$$T_{r}=\binom{n}{r}(x^{3})^{n-r}\left(\frac{1}{x^{2}}\right)^{r}=\binom{n}{r}x^{3n-3r}.x^{-2r}=\binom{n}{r}x^{3n-5r}$$

الحد ax^{5} يحقق $3n-5r=5$ أي $5r=3n-5$ أي $r=\dfrac{3n}{5}-1$

وبالتالي n هو عدد طبيعي موجب تماماً من مضاعفات العدد 5

ثانياً:

المسألة الأولى:

$$(0,1,1,1,2,2)$$
$$X=\{0,1,2,4\}$$

$$P(X=0)=P(0,1)+P(0,2)=\frac{\binom{1}{1}\binom{3}{1}+\binom{1}{1}\binom{2}{1}}{\binom{6}{2}}=\frac{3+2}{15}=\frac{1}{3}$$

$$P(X=1)=P(1,1)=\frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$$

$$P(X=2)=P(1,2)=\frac{\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{6}{2}}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$$

$$P(X=4)=P(2,2)=\frac{\binom{2}{2}}{\binom{6}{2}}=\frac{1}{15}$$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{15}$

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4}x_i p_i=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{2}{5}+3\times\frac{1}{15}=0+\frac{1}{5}+\frac{4}{5}+\frac{1}{5}=1$$

$$E(X^2)=\sum_{i=1}^{4}x_i^2 p_i=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{5}+4\times\frac{2}{5}+9\times\frac{1}{15}=0+\frac{1}{5}+\frac{8}{5}+\frac{3}{5}=\frac{12}{5}$$

$$V(X)=E(X^2)-\left(E(x)\right)^2=\frac{12}{5}-1=\frac{7}{5}$$

المسألة الثانية:

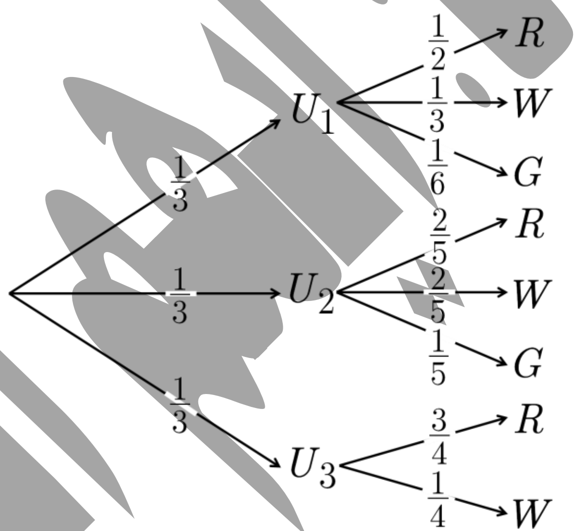
$I($

$$P(A)=P(R,...)+P(...,R)+P(R,R)=\frac{8}{15}\times\frac{7}{15}\times 2+\frac{8}{15}\times\frac{8}{15}=\frac{112}{225}+\frac{64}{225}=\frac{176}{225}$$

$$P(B)=P(R,...)+P(...,R)+P(...,...)=\frac{8}{15}\times\frac{7}{15}\times 2+\frac{7}{15}\times\frac{7}{15}=\frac{112}{225}+\frac{49}{225}=\frac{161}{225}$$

$II($

1)



(2

$$P(R)=P(R\cap U_1)+P(R\cap U_2)+P(R\cap U_3)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}+\frac{2}{15}+\frac{1}{4}=\frac{33}{60}=\frac{11}{30}$$

(3

$$P(U_1\mid R)=\frac{P(R\cap U_1)}{P(R)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{11}{30}}=\frac{5}{11}$$

انتهى حل النموذج الثاني

التحليل التوافقي و الاحتمالات

أولاً:

السؤال الأول:

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$				$\frac{8}{27}$

1) المتحول X يتبع تجربة برنولي ومنه $P(X=x_i)=\binom{n}{r}p^r q^{n-r}$

$$P(X=3)=\binom{3}{3}p^3q^0$$

$p^3=\frac{8}{27}$ وبالتالي $p=\frac{2}{3}$ ومنه $q=1-p=\frac{1}{3}$

$$P(X=0)=\binom{3}{0}p^0q^3=\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$$

$$P(X=1)=\binom{3}{1}p^1q^2=3\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{6}{27}$$

$$P(X=2)=\binom{3}{2}p^2q^1=3\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{12}{27}$$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{8}{27}$

2)

$$E(X)=np=3\times\frac{2}{3}=2$$

$$V(X)=npq=3\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

السؤال الثاني:

$$2\binom{n+3}{2}=3\binom{n+2}{3}$$

$$2\times\frac{(n+3)(n+2)}{2\times1}=3\times\frac{(n+2)(n+1)(n)}{3\times2\times1}$$

$$n+3=\frac{n^2+n}{2}$$

$$n^2+n=2n+6$$

$$n^2-n-6=0$$

$$(n-3)(n+2)=0$$

إما $n=3$ مقبول أو $n=-2$ مرفوض

السؤال الثالث:

$$P(A)=\frac{1}{2} \text{ و } P(B)=\frac{3}{4} \text{ و } P(A\cup B)=\frac{7}{12}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$\frac{7}{12}=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-P(A\cap B)$$

$$P(A\cap B)=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-\frac{7}{12}=\frac{5}{4}-\frac{7}{12}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}}=\frac{8}{9}$$

بما أن $P(A).P(B)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}\neq\frac{2}{3}=P(A\cap B)$

فإن الحدثين A و B غير مستقلين احتمالياً

السؤال الرابع:

$$\binom{n}{3}=\frac{n(n-1)(n-2)}{3\times2\times1}=\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$$

السؤال الخامس:

$$(n+1)\binom{n}{r-1}\overset{?}{=}r\binom{n+1}{r}$$

$$\frac{\binom{n}{r-1}}{\binom{n+1}{r}}=\frac{\frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!}}{\frac{(n+1)!}{r!(n+1-r)!}}=\frac{\frac{n!}{(r-1)!}}{\frac{(n+1)n!}{r(r-1)!}}=\frac{1}{\frac{n+1}{r}}=\frac{r}{n+1}$$

$(n+1)\binom{n}{r-1}=r\binom{n+1}{r}$ محققة

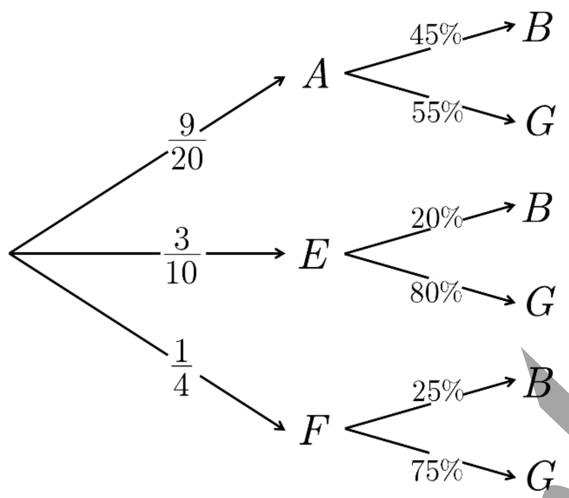
ثانياً:

المسألة الأولى:

1) نفرض A حدث الطالب يدرس اللغة العربية فيكون $P(A)=\frac{1800}{4000}=\frac{9}{20}$

نفرض E حدث الطالب يدرس اللغة الإنكليزية فيكون $P(E)=\frac{1200}{4000}=\frac{3}{10}$

نفرض F حدث الطالب يدرس اللغة الفرنسية فيكون $P(A)=\frac{1000}{4000}=\frac{1}{4}$



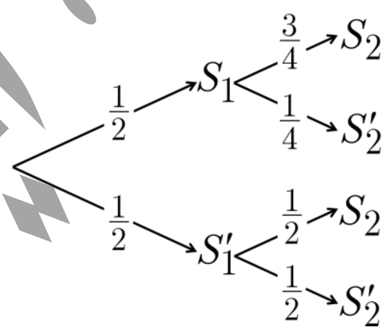
2) $$P(B)=P(B\cap A)+P(B\cap E)+P(B\cap F)$$

$$P(B)=\frac{9}{20}\times\frac{45}{100}+\frac{3}{10}\times\frac{20}{100}+\frac{1}{4}\times\frac{25}{100}=\frac{81}{400}+\frac{6}{100}+\frac{1}{16}=\frac{130}{400}=\frac{13}{40}$$

2) $$P(F\mid B)=\frac{P(F\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{16}}{\frac{13}{40}}=\frac{1}{16}\times\frac{40}{13}=\frac{5}{26}$$

<u>المسألة الثانية:</u>

1)

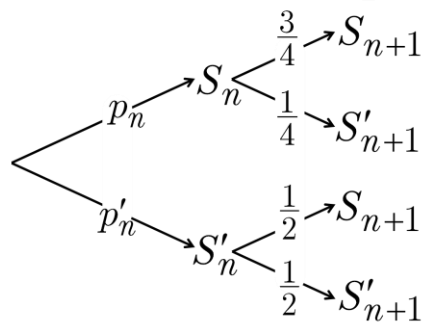


$$p_1=P(S_1)=\frac{1}{2}$$

$$p_2=P(S_2)=P(S_1\cap S_2)+P(S'_1\cap S_2)$$

$$p_2=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}+\frac{1}{4}=\frac{5}{8}$$

2)



$$p_{n+1}=P(S_{n+1})=P(S_n\cap S_{n+1})+P(S'_n\cap S_{n+1})$$

$$p_{n+1}=\frac{3}{4}p_n+\frac{1}{2}p'_n=\frac{3}{4}p_n+\frac{1}{2}(1-p_n)$$

$$p_{n+1}=\frac{3}{4}p_n+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}p_n=\frac{1}{4}p_n+\frac{1}{2}$$

3) $$u_n=p_n-\frac{2}{3}$$

$$u_{n+1}=p_{n+1}-\frac{2}{3}=\frac{1}{4}p_n+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}=\frac{1}{4}p_n-\frac{1}{6}=\frac{1}{4}\left(p_n-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{4}u_n$$

وبالتالي المتتالية u_n هندسية أساسها $q=\frac{1}{4}$ وحدها الأول $u_1=p_1-\frac{2}{3}=\frac{1}{2}-\frac{2}{3}=-\frac{1}{6}$

4)

$$u_n = u_1 q^n = -\frac{1}{6}\left(\frac{1}{4}\right)^n$$

$$p_n = u_n + \frac{2}{3} = -\frac{1}{6}\left(\frac{1}{4}\right)^n + \frac{2}{3}$$

المتتالية $\left(\frac{1}{4}\right)^n$ هندسية أساسها $-1 \le q = \frac{1}{4} \le 1$ ومنه $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n = 0$

وبالتالي $\lim\limits_{n\to\infty} p_n = \frac{2}{3}$

انتهى حل النموذج الثالث

التحليل التوافقي و الاحتمالات

أولاً:

السؤال الأول:

1) $$\binom{5}{3}=\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$$

2) $$\binom{4}{2}=\frac{4\times3}{2\times1}=6$$

السؤال الثاني:

$X \backslash Y$	0	1	2	قانون X
0				0.2
1				
2	0.04			
قانون Y		0.1	0.5	

نعلم أن $\sum_{i=0}^{2} P(Y=y_i)=1$ وبالتالي

$$P(Y=0)+P(Y=1)+P(Y=2)=1$$

$P(Y=0)+0.1+0.5=1$ أي $P(Y=0)=0.4$

وبما أن المتحولان X و Y مستقلان احتمالياً فإن:

$$P\big((X=x_i)\cap(Y=y_j)\big)=P(X=x_i)\times P(Y=y_j)$$

$P\big((X=2)\cap(Y=0)\big)=P(X=2)\times P(Y=0)$ أي $0.04=P(X=2)\times0.4$ وبالتالي $P(X=2)=0.1$

نعلم أيضاً أن $\sum_{i=0}^{2} P(X=x_i)=1$ وبالتالي

$$P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=1$$

$0.2+P(X=1)+0.1=1$ أي $P(X=1)=0.7$

$$P\big((X=0)\cap(Y=0)\big)=P(X=0)\times P(Y=0)=0.4\times0.2=0.08$$
$$P\big((X=0)\cap(Y=1)\big)=P(X=0)\times P(Y=1)=0.1\times0.2=0.02$$
$$P\big((X=0)\cap(Y=2)\big)=P(X=0)\times P(Y=2)=0.5\times0.2=0.1$$
$$P\big((X=1)\cap(Y=0)\big)=P(X=1)\times P(Y=0)=0.4\times0.7=0.28$$
$$P\big((X=1)\cap(Y=1)\big)=P(X=1)\times P(Y=1)=0.1\times0.7=0.07$$
$$P\big((X=1)\cap(Y=2)\big)=P(X=1)\times P(Y=2)=0.5\times0.7=0.35$$
$$P\big((X=2)\cap(Y=1)\big)=P(X=2)\times P(Y=1)=0.1\times0.1=0.01$$
$$P\big((X=2)\cap(Y=2)\big)=P(X=2)\times P(Y=2)=0.5\times0.1=0.05$$

$X \backslash Y$	0	1	2	قانون X
0	**0.08**	**0.02**	**0.1**	0.2
1	**0.28**	**0.07**	**0.35**	**0.7**
2	0.04	**0.01**	**0.05**	**0.1**
قانون Y	**0.4**	0.1	0.5	

السؤال الثالث:

$$\binom{14}{2n}=\binom{14}{n+2}$$

إما $2n=n+2$ وبالتالي $n=2$

أو $2n+n+2=14$ وبالتالي $n=4$

السؤال الرابع:

التجربة هي تجربة برنولي بالمتحولين $p=\frac{1}{2}$ و $n=5$ حيث $q=1-p=\frac{1}{2}$ ومنه

$$P(X=r)=\binom{n}{r}p^r q^{n-r}=\binom{5}{r}\left(\frac{1}{2}\right)^r\left(\frac{1}{2}\right)^{5-r}=\binom{5}{r}\left(\frac{1}{2}\right)^5=\binom{5}{r}\times\frac{1}{32}$$

وبالتالي الحدث المطلوب $P(X\le 1)=P(X=0)+P(X=1)=\binom{5}{0}\times\frac{1}{32}+\binom{5}{1}\times\frac{1}{32}=\frac{6}{32}=\frac{3}{16}$

السؤال الخامس:

$$r\binom{n}{r}=(r-1)\binom{n}{r-1} \text{ و } \binom{n}{r}=n\binom{n-1}{r}$$

من العلاقة $\binom{n}{r}=n\binom{n-1}{r}$ نجد $\frac{n!}{r!(n-r)!}=n\times\frac{(n-1)!}{r!(n-1-r)!}$ وتكافئ $\frac{1}{(n-r)(n-1-r)!}=\frac{1}{(n-1-r)!}$

أي $\frac{1}{n-r}=1$ أي $n-r=1$ ...(1)

من العلاقة $r\binom{n}{r}=(r-1)\binom{n}{r-1}$ نجد $r\times\frac{n!}{r!(n-r)!}=(r-1)\times\frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!}$ وتكافئ

$\frac{r}{r(r-1)!(n-r)!}=\frac{r-1}{(r-1)!(n-r+1)(n-r)!}$ أي $\frac{r-1}{n-r+1}=1$ أي $n-r+1=r-1$

أي $n-2r+2=0$ ...(2)

من (1) نجد $n=r+1$ نعوض في (2) فنجد $r+1-2r+2=0$ أي $r=3$ وبالتالي $n=4$

ثانياً:

المسألة الأولى:

1)
$$X=\{-1,0,1\}$$

$$P(X=-1)=P(\{1,2,3\})=\frac{3}{6}$$

$$P(X=0)=P(\{4\})=\frac{1}{6}$$

$$P(X=1)=P(\{5,6\})=\frac{2}{6}$$

x_i	-1	0	1
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$

2) التوقع الرياضي
$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_i p_i=\frac{-3+0+2}{6}=-\frac{1}{6}$$

لدينا
$$E(X^2)=\sum_{i=1}^{3}x_i^2 p_i=\frac{3+0+2}{6}=\frac{5}{6}$$

ومنه التباين يساوي
$$V(X)=E(X^2)-\left(E(X)\right)^2=\frac{5}{6}-\left(-\frac{1}{6}\right)^2=\frac{5}{6}-\frac{1}{36}=\frac{29}{36}$$

ومنه الانحراف المعياري
$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{29}{36}}=\frac{\sqrt{29}}{6}$$

المسألة الثانية:

I) A حدث الحصول على بطاقتين تحملان الرقم ذاته ومنه

$$P(A)=P(\{0,0\})+P(\{1,1\})+P(\{2,2\})=\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{9}{25}$$

و B حدث الحصول على بطاقتين مجموعها يساوي 2 ومنه

$$P(B)=P(\{0,2\})+P(\{1,1\})=\frac{1}{5}\times\frac{2}{5}\times2+\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{8}{25}$$

و $A\cap B$ حدث الحصول على بطاقتين تحملان الرقم ذاته وَ مجموعهما يساوي 2

$$P(A\cap B)=P(\{1,1\})=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$$

$$P(A'\cup B')=P(A\cap B)'=1-P(A\cap B)=1-\frac{4}{25}=\frac{21}{25}$$

(II

1) نفرض C حدث الحصول على عددين مجموعهما يساوي 2

$$P(C)=P(\{0,2\})+P(\{1,1\})=\frac{\binom{1}{1}\binom{2}{1}+\binom{2}{2}}{\binom{5}{2}}=\frac{3}{10}$$

2) نفرض D حدث أن تكون إحدى البطاقتين المسحوبتين على الأقل تحمل الرقم 1

$$P(D)=P(\{0,1\})+P(\{1,1\})+P(\{2,1\})=\frac{\binom{1}{1}\binom{2}{1}+\binom{2}{2}+\binom{2}{1}\binom{2}{1}}{\binom{5}{2}}=\frac{7}{10}$$

3) الحدث المطلوب هو $P(D|C)=\dfrac{P(D\cap C)}{P(C)}$

نعلم أن $P(D\cap C)=P(\{1,1\})=\dfrac{\binom{2}{2}}{\binom{5}{2}}=\dfrac{1}{10}$ وبالتالي

$$P(D|C)=\frac{P(D\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{10}}=\frac{1}{3}$$

انتهى حل النموذج الرابع

التحليل التوافقي و الاحتمالات