# اضـف إلــى معلـومـاتك

- عدد التباديل الدائرية لـ n من العناصر مرتبة على دائرة **بدون نقطة مرجع** ثابتة تساوي $(n-1)!$
- عدد التباديل الدائرية لـ n من العناصر مرتبة على دائرة **بنقطة مرجع** ثابتة تساوي $n!$ "تباديل خطية".

## هامش خطأ المعاينة

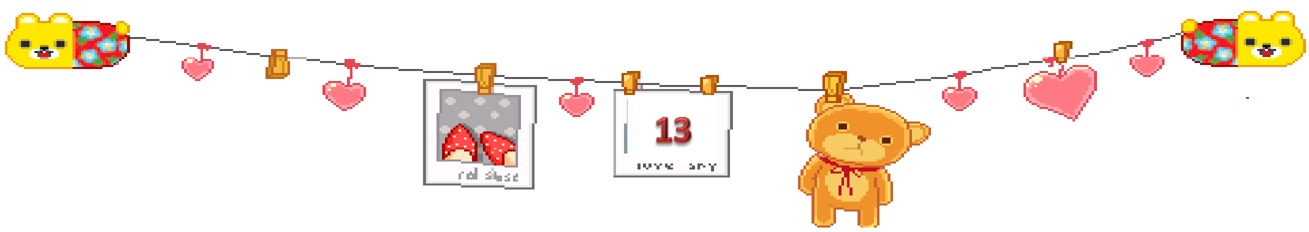
- عند سحب عينة حجمها n من مجتمع كلي فإنه يمكن تقريب هامش الخطأ في المعاينة بالقيمة $\pm\frac{1}{\sqrt{n}}$

- **يتعرف على معامل الارتباط:**

معامل الارتباط يبين وجود علاقة خطية بين متغيرين وهو رقم يتروح بين -1,1

تفسير قيم معامل الارتباط:

| قيمة معامل الارتباط | المعنى |
|---|---|
| +1 | ارتباط طردي تام |
| (من 0.90 إلى 0.99) | ارتباط طردي قوي جدا |
| (من 0.70 إلى 0.89) | ارتباط طردي قوي |
| (من 0.50إلى 0.69) | ارتباط طردي متوسط |
| (من0.30 إلى 0.49) | ارتباط طردي ضعيف |
| (من0.01 إلى 0.29) | ارتباط طردي ضعيف جداً |
| 0 | لا يوجد ارتباط |
| (من-0.01 إلى -0.29) | ارتباط عكسي ضعيف جداً |
| (من-0.30 إلى -0.49) | ارتباط عكسي ضعيف |
| (من-0.50 إلى -0.69) | ارتباط عكسي متوسط |
| (من-0.70 إلى-0.89) | ارتباط عكسي قوي |
| (من-0.90 إلى-0.99) | ارتباط عكسي قوي جدا |
| -1 | ارتباط عكسي تام |



## • يتعرف على مبدأ العد الاساسي :

إذا كان عدد النواتج الممكنة للحادثة A هي n ، وللحادثة B هي m ، فإن عدد النواتج الممكنة للحادثة A متبوعة بالحادثة B هي $n \times m$:

## • يتعرف على المضروب و التباديل والتوافيق :

الاحتمال والتباديل : عدد طرق اختيار r عنصر من n عنصر مع مراعاة الترتيب يساوي nPr.

الاحتمال والتوافيق :عدد طرق اختيار r عنصر من n عنصر مع إهمال الترتيب يساوي nCr.

المضروب : $n! = n(n-1)(n-2) \dots \dots \times 3 \times 2 \times 1$

التباديل $nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$

التوافيق $nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

**مثال :** أوجد قيمة ما يلي :

1) $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

2) $5P3 = \frac{5!}{2!} = \frac{5\times4\times3\times2!}{2!} = 60$ أو $5P3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$

3) $5C3 = \frac{5!}{3!\times2!} = \frac{5\times4\times3\times2!}{3\times2\times1\times2!} = 10$ أو $5C3 = \frac{5!}{3!\times2!} = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10$

**مثال :** كم عدد يمكن تكوينه من الأرقام *2,4.1.3* بحيث يكون أقل من *400*

العدد مكون من *3* خانات و هي الآحاد والعشرات والمئات يمكن وضع الأرقام *2.4.1.3* في خانة المئات

عدد الأعداد المكونة هي $3 \times 4 \times 4 = 48$

**مثال :** بكم طريقة يمكن اختيار طالبين من *15*طالب

نلاحظ أن الترتيب غير مهم في هذا السؤال ولذلك نستخدم التوافيق

$${}^{15}_{2}C = \frac{15 \times 14}{2} = 105$$

**مثال :** بكم طريقة يمكن أختيار عريف ونائب عريف لفصل يتكون من *15*طالب

نلاحظ أن ترتيب مهم في هذا السؤال ولذلك نستخدم التباديل

$${}^{12}_{2}P = 15 \times 14 = 210$$

**مثال :** رمي مكعبان متمايزان ومرقمان مرة واحدة فقط فما احتمال أن يظهر العدد نفسة على كل من وجهي المكعبين أو أن يكون مجموع العددين الظاهرين يساوي 9

$$p(A) = \frac{6}{36} \;, p(B) = \frac{4}{36}$$

$$p(A \cup B) = \frac{6}{36} + \frac{4}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

**مثال :** في تجربة رمي مكعب الأرقام مرة واحدة فقط , إذا كان A حدث ظهور عدد أقل من 5 ، B حدث ظهور عدد زوجي أوجد كل من الاحتمالات التالية :

1) احتمال ظهور عدد أقل من 5

2) احتمال ظهور عدد زوجي

3) احتمال ظهور عدد زوجي أقل من 5

**الحل :**

1) احتمال ظهور عدد أقل من 5 عدد العناصر الأقل من 5 يساوي 4

$$p(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2) احتمال ظهور عدد زوجي عدد الأعداد الزوجية في مكعب الارقام 3

$$p(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

3) احتمال ظهور عدد زوجي أقل من 5 عدد الاعداد الزوجية الأقل من 5 في مكعب الارقام يساوي 2

$$p(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- **يتعرف على احتمال المشروط**

**الاحتمال المشروط :** إذا كانت A,B حادثتين غير مستقلتين فإن احتمال المشروط لوقوع الحادثة B إذا عُلم أن الحادثة A قد وقعت يعرف بالقانون:

$$p(B|A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

**مثال :** عقد معلم حصة مراجعة اختيارية لطلابه لتحسين درجتهم في الاختبار وكانت النتيجة كما بالجدول المقابل ، فإذا اختير طالب عشوائي ، فما احتمال أن يكون قد تحسن علماً بأنه حضر المراجعة؟

| | تحسن | لم يتحسن |
|---|---|---|
| حضر المراجعة | 12 | 3 |
| لم يحضر المراجعة | 4 | 6 |

نفرض أن A هي حادثة من حضروا المراجعة عدد عناصر يساوي15 ونفرض أن B حادثة من تحسنت درجتهم

$B \cap A$ حادثة من حضر المراجعة وتحسنت درجتهم ، عدد عناصر $(B \cap A)$يساوي 12

$$\therefore\; p(B|A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\text{عدد عناصر}(B \cap A)}{\text{عدد عناصر}(A)} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

**التمثيل الإحصائي**

| نوع التمثيل | يفضل استعماله .... |
|---|---|
| الأعمدة | عند توضيح عدد القيم لكل صنف من أصناف البيانات. |
| الصندوق وطرفاه | عند توضيح مقاييس التشتت لمجموعة من البيانات. |
| القطاعات الدائرية | عند مقارنة جزء من البيانات بالنسبة إلى المجموع. |
| المدرج التكراري | عند توضيح تكرار البيانات الموزعة في فئات متساوية. |
| لوحة الخطوط | عند توضيح تغير البيانات في فترة زمنية معينة. |
| التمثيل بالنقاط | عند توضيح تكرار كل قيمة من قيم البيانات . |
| الساق والورقة | عند عرض قيم البيانات بصورة فردية مكثفة. |
| أشكال ڤن | عند توضيح ارتباط المفردات بعضها ببعض من خلال مجموعات مترابطة في البيانات. |

- **يتعرف على مبدأ العد والحوادث المستقلة و المتنافية وغير المتنافية**
- **يتعرف على مفهوم الاحتمال**

❖ إذا كانت p(A) ترمز لاحتمال وقوع الحدث A فإن $0 \leq p(A) \leq 1$

❖ احتمال وقوع الحادثة المستحيلة يساوي 0 اما احتمال وقوع الحادثة المؤكدة يساوي 1 .

❖ الحادثة البسيطة هي الحادثة التي تحتوي على عنصر واحد فقط .

❖ إذا كان عدد عناصر الحدث A تساوي n وعدد عناصر فضاء التجربة يساوي N فإن $p(A) = \frac{n}{N} = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الممكنة}}$

- احتمال الحوادث المستقلة :

**التعبير اللفظي :** نجد احتمال حادثتين مستقلتين يضرب احتمال الحادثة الأولى في احتمال الحادثة الثانية .

**الرموز :** $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

- احتمال الحوادث الغير مستقلة :

**التعبير اللفظي:** إذا كانت الحادثتان A وB غير مستقلتين فإن احتمال حدوثهما معاً هو حاصل ضرب احتمال الحادثة A في احتمال الحادثة B بعد حصول الحادثة A

**الرموز:** $p(A \cap B) = p(A) \times p(\frac{B}{A})$

- الحوادث المتنافية :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

- الحوادث الغير متنافية :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

- الحوادث المكملة:

**احتمال الحدث المكمل :** إذا كان p(A) احتمال وقوع الحدث A فإن .

احتمال الحدث المكمل $\bar{A} = p(\bar{A}) = 1 - p(A).$

**مثال :** إذا كان احتمال سقوط المطر 70% فأوجد احتمال عدم سقوطه ؟

A هو حدث سقوط المطر

$\bar{A}$ هو حدث عدم سقوط المطر

$P(\bar{A})=1-p(A)=1-70\%=30\%$

- يتعرف على القطاعات الدائرية

تستعمل **القطاعات الدائرية** لمقارنة أجزاء من البيانات بمجموعة البيانات كلها؛ حيث تمثل الدائرة جميع البيانات، وبذلك فإن مجموع النسب في القطاعات الدائرية يساوي ١٠٠٪.

## مثال — تمثيل النسب المئوية بالقطاعات الدائرية

١ **سكان:** مثّل المعلومات السابقة بالقطاعات الدائرية.

**الخطوة ١:** تتكون الدائرة من ٣٦٠°، وعند ضرب النسب المكتوبة بعد تحويلها إلى كسور عشرية في ٣٦٠ تحصل على قياس زاوية كلِّ قطاع من قطاعات الدائرة، على النحو التالي:

قطاع سكان منطقة مكة المكرمة: ٢٢٪ من ٣٦٠° = ٠,٢٢ × ٣٦٠° ≈ ٧٩°

قطاع سكان منطقة الرياض: ٢٣٪ من ٣٦٠° = ٠,٢٣ × ٣٦٠° = ٨٣°

قطاع سكان منطقة المنطقة الشرقية: ١٥٪ من ٣٦٠° = ٠,١٥ × ٣٦٠° ≈ ٥٤°

قطاع سكان منطقة عسير: ٩٪ من ٣٦٠° = ٠,٠٩ × ٣٦٠° ≈ ٣٢°

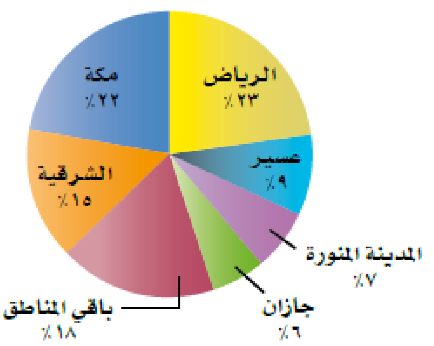
قطاع سكان منطقة المدينة المنورة: ٧٪ من ٣٦٠° = ٠,٠٧ × ٣٦٠° ≈ ٢٥°

قطاع سكان منطقة جازان: ٦٪ من ٣٦٠° = ٠,٠٦ × ٣٦٠° ≈ ٢٢°

قطاع سكان باقي مناطق المملكة: ١٨٪ من ٣٦٠° = ٠,١٨ × ٣٦٠° ≈ ٦٥°

**الخطوة ٢:** استعمل الفرجار لرسم الدائرة؛ ثم استعمل المنقلة لرسم زاوية قياسها ٧٩° حيث يمثل هذا القطاع سكان منطقة مكة المكرمة، استعمل نصف القطر الجديد لرسم زاوية القطاع الذي يمثل الرياض، وكرر هذه العملية لرسم جميع الزوايا، ثم سمّ كل قطاع، وأعطِ الرسم عنوانًا مناسبًا.

**توزيع السكان في المناطق الإدارية في المملكة**



**مثال :**

البيانات التالية توضح درجات عينة مكونة من 5 طلاب في مادة الأحصاء احسب الانحراف المعياري لدرجات هذه العينة 75,100,65,90,70

الوسط الحسابي : $\bar{x} = \frac{75+100+65+90+70}{5} = 80$

الانحراف المعياري:

$$s = \sqrt{\frac{(75-80)+(100-80)+(65-80)+(90-80)+(70-80)}{4}} = 0$$

- ***يتعرف على التمثيل بالصندوق وطرفيه:***

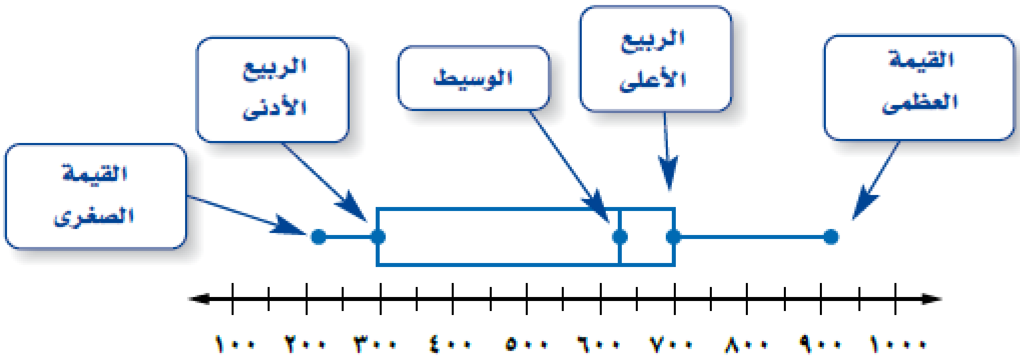
**مثال** رسم الصندوق وطرفيه

١ **ارتفاعات :** مثّل البيانات في الجدول أعلاه بالصندوق وطرفيه.

**الخطوة ١ :** ارسم خط الأعداد بحيث يتضمن القيمتين العظمى والصغرى للبيانات.

**الخطوة ٢ :** حدد القيم القصوى، والوسيط، والربيع الأدنى، والربيع الأعلى، على خط الأعداد.

**الخطوة ٣ :** ارسم الصندوق وطرفيه.



- **يعرف مفهوم مقاييس التشتت**

**تصف مقدار تقارب أو تباعد البيانات عن وسطها الحسابي**

- **يحسب مقاييس التشتت ( المدى ، المدى الربيعي ، الانحراف المعياري ، التباين ،معامل الاختلاف )**

### المدى الربيعي

المدى الربيعي هو مدى النصف الوسطي من البيانات؛ وهو الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى.

## مثال إيجاد مقاييس التشتت

١ **برامج رياضية :** أوجد مقاييس التشتت للبيانات في الجدول المجاور.

| برامج قناة رياضية في عام | |
|---|---|
| **المباراة** | **العدد** |
| سباق سيارات | ٢٠ |
| سباق الخيل | ٤١ |
| كرة القدم | ٢٠٤ |
| كرة السلة | ١٢٣ |
| كرة اليد | ٨٥ |
| كرة الطائرة | ١٣٩ |
| تنس الطاولة | ٨٥ |
| السباحة | ٢٤ |

المدى = ٢٠٤ – ٢٠ = ١٨٤ مباراة.

لإيجاد الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى،

رتب البيانات ترتيبًا تصاعديًّا.

الربيع الأدنى ↓    الوسيط ↓    الربيع الأعلى ↓

٢٠   ٢٤   ٤١     ٨٥   ٨٥     ١٢٣   ١٣٩     ٢٠٤

$\frac{٤١+٢٤}{٢} = ٣٢,٥$    $\frac{٨٥+٨٥}{٢} = ٨٥$    $\frac{١٣٩+١٢٣}{٢} = ١٣١$

الوسيط = ٨٥، الربيع الأدنى = ٣٢,٥، الربيع الأعلى = ١٣١ .

المدى الربيعي = الربيع الأعلى – الربيع الأدنى = ١٣١ – ٣٢,٥ = ٩٨,٥.

**مثال :** أوجد متوسط مجموعة البيانات 3,2,5,4,6,7,8

المتوسط الحسابي : $5 = \frac{3+2+5+4+6+7+8}{7}$

**مثال :** أوجد الوسيط لكل من القيم التالية

1) 2,6,3,7,4

ترتيب القيم : 2,3,4,6,7

الوسيط : 4 الوسيط يقسم إلى نصفين

**مثال :** أوجد المنوال لكل من القيم التالية

1) 2,4,3,3,4,4

المنوال : 4

**مثال :** أحسب المدى للبيانات التالية 3,5,9,6,14,1

الحل :

المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة

المدى : 13=14-1

| استعمال المتوسط والوسيط والمنوال | |
|---|---|
| **المقياس** | **أكثر فائدة عندما ...** |
| المتوسط الحسابي | لا تحتوي مجموعة البيانات قيمًا متطرفة. |
| الوسيط | تحتوي مجموعة البيانات قيمًا متطرفة.<br>لا توجد فجوات كبيرة في منتصف البيانات. |
| المنوال | تحتوي مجموعة البيانات قيمًا متساوية. |

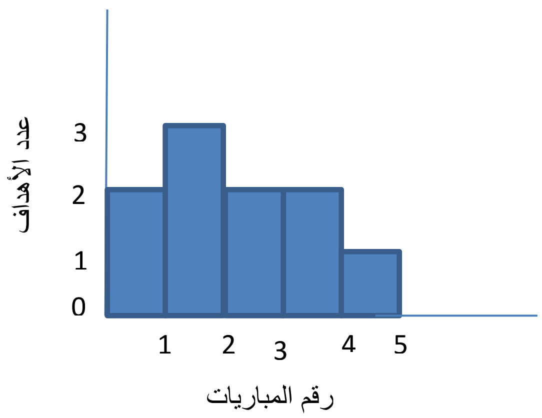
# المعيار الاول:

- ***يرسم المدرج التكراري والاعمدة البيانية***

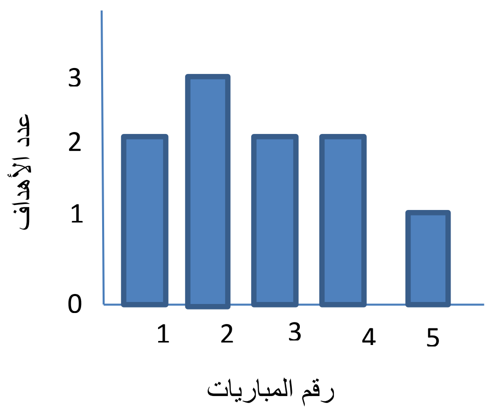
مثال : الجدول التالي يبين عدد الأهداف التي أحرزها أحد الفرق في مسابقة لكرة القدم
ارسم :
1) المدرج التكراري 2) الأعمدة البيانية

| عدد الأهداف | المباريات |
|---|---|
| 2 | 1 |
| 3 | 2 |
| 2 | 3 |
| 2 | 4 |
| 1 | 5 |

المدرج التكراري:




الأعمدة البيانية:




# المعيار الثانى:

- ***يحسب مقاييس النزعة المركزية (الوسط الوسيط والمنوال)***

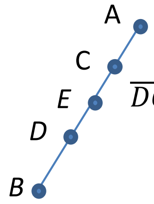
**مقاييس النزعة المركزية والمدى**

| المقياس | التعريف |
|---|---|
| المتوسط الحسابي | مجموع القيم مقسومًا على عددها. |
| الوسيط | القيمة التي تتوسط مجموعة بيانات مرتبة ترتيبًا تصاعديًّا، أو هو متوسط العددين المتوسطين في مجموعة البيانات. |
| المنوال | القيمة الأكثر تكرارًا أو شيوعًا بين القيم. |
| المدى | الفرق بين القيمتين العظمى والصغرى للبيانات. |

## احتمال الأطوال

إذا كان :

$DC \subset AB$ وأختيرت نقطة E عشوائياً تقع على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$




فإن احتمال أن تقع E على القطعة المستقيمة $\overline{DC}$

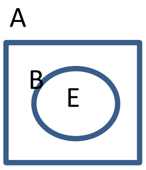
$P(E \in \overline{DC}) = \frac{DC}{AB}$ (بمعنى الجزء على الكل)

## احتمال المساحات

إذا كان :

$B \subset A$ و أختيرت نقطة $E$ عشوائياً تقع في المنطقة $A$

فإن : احتمال أن تقع النقطة $E$ في المنطقة $B$




$$P(E \in B) = \frac{\text{مساحة المنطقة } B}{\text{مساحة المنطقة } A}$$

## توزيع ذات الحدين

**تجربة ذات الحدين تحقق الشروط التالية:**

**يُعاد إجراء التجربة لعدد من المحاولات المستقلة $n$ من المرات لكل محاولة نتيجتان متوقعتان نجاح S وفشل F**

**احتمال النجاح : $P(S) = p$**

**واحتمال الفشل : $P(F) = q = 1 - p$**

**يمثل المتغير العشوائي X عدد مرات النجاح في n من المحاولات**

$$P(x) = nCx\ p^x q^{n-x}$$

**متوسط توزيع ذات الحدين: $\mu = np$**

**التباين لتوزيع ذات الحدين: $\sigma^2 = npq$**

**الأنحراف المعياري لتوزيع ذات الحدين: $\sigma = \sqrt{npq}$**

## مقاييس النزعة المركزية

تُشير إلى متوسط البيانات أو منتصفها

### الوسط الحسابي

$\mu$ أو $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

مجموع القيم على عددها

يستخدم في حالة عدم وجود قيم متطرفة

### الوسيط

هو القيمة التي تتوسط البيانات بعد ترتيبها

يستخدم في حالة وجود قيم متطرفة وعدم وجود فراغات كبيرة في منتصف البيانات

### المنوال

هو القيمة الأكثر تكراراً

يستخدم في حالة وجود قيمة متكررة أكثر من غيرها

## مقاييس التشتت

تُشير إلى مقدار تباعد البيانات أو تقاربها عن الوسط الحسابي

### المدى

أكبر قيمة – أصغر قيمة

### التباين

للمجتمع $\sigma^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_{k-\mu})^2}{n}$

للعينة ٧ $= \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2}{n-1}$

### الانحراف المعياري

للمجتمع $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2}{n}}$

للعينة $S = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2}{n-1}}$

إذا كان A,B حدثان متنافيان فإن :

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

إذا كان A,B حدثان غير متنافيان فإن :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

إذا كان A,B حدثان مستقلان فإن :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B\ )$$

إذا كان *A,B* حدثان غير مستقلان فإن :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$

احتمال الحدث المتمم :

$$P(A) = 1 - P(A)$$

احتمال وقوع الحدث *B* بشرط وقوع الحدث *A* :

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \qquad , P(A) \neq 0$$

## مبدأ العد

اذا تم إجراء تجربة ما على مراحل وكان عدد النواتج الممكنة للمرحلة الأولى $n_1$ و للمرحلة الثانية $n_2$ و ...

فإن عدد النواتج الممكنة للتجربة التي عدد مراحلها K يساوي $n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_k$

عدد التباديل الممكنة لـ n من العناصر المتمايزة مأخوذة r في كل مرة = $nPr$

عدد التوافيق الممكنة لـ n من العناصر المتمايزة مأخوذة r في كل مرة = $nCr$

عدد التباديل الممكنة لـ n من العناصر المتمايزة المرتبة على دائرة دون نقطة مرجع ثابتة =$(n-1)!$

عدد التباديل الممكنة لـ n من العناصر يتكرر عنصر منها $r_1$ من المرات وآخر $r_2$ من المرات و ... = $\frac{n!}{r_1! \times r_2! \times \ldots \times r_k!}$

بسم الله الرحمن الرحيم

# الاحصـــــاء والأحتمـــــالات

إذا كان A حدث لتجربة عشوائية ما ، فضاء العينة لها هو S فإن :

$$P(A) = \frac{\text{A عدد عناصر}}{\text{S عدد عناصر}}$$

$$P(A) = \frac{\text{A عدد الطرق الممكنة لـ}}{\text{S عدد الطرق الممكنة لـ}}$$

**<u>التجربة العشوائية ( الاختبار ) :</u>** هي التجربة المعروف جميع نتائجها دون إجرائها دون التأكد أي منها سوف يقع .

**<u>فضاء العينة :</u>** هو مجموعة النواتج الممكنة لتجربة عشوائية .

**<u>الحادثة :</u>** هي أي مجموعة جزئية من فضاء العينة .

**<u>الحادثة البسيطة (الأولية ) :</u>** هي حادثة تحتوي على عنصر واحد فقط .

**<u>الحادثة المؤكدة :</u>** هي حادثة تحتوي علي جميع عناصر فضاء العينة .

**<u>الحادثة المستحيلة (ϕ) :</u>** هي حادثة لا تحتوي على أي عناصر ويستحيل وقوعها .

**<u>الحادثان المتنافيان :</u>** يقال أن الحدثان A,B بأنهما متنافيان أو متمانعان إذا كان وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر أي ان $A \cap B = \emptyset$

**<u>الحدثان المستقلان :</u>** يقال أن الحدثان A,B بأنهما إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر على وقوع الآخر .