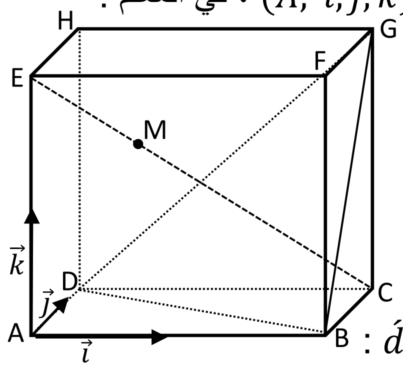
ملف شامل لجميع الدورات والنماذج الوزارية
في الأشعة (3+2+1)

السؤال الأول دورة 1/2017 : سؤال :

1) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$.

2) تحقق أنّ المستوي P الذي معادلته $P: x - y + z + 3 = 0$ يمس الكرة S .

مسألة : $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه يساوي 2 ، نتأمل المعلم المتجانس $(A;\, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، في المعلم : $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$ و $\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}$ و $\overrightarrow{AE} = 2\vec{k}$ ، **المطلوب:**



1) اكتب معادلة للمستوي (GBD) .

2) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم (EC) .

3) جد احداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD) .

4) جد احداثيات النقطة M التي تحقق : $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$.

5) أثبت تعامد المستقيمين (HM) و (EC) .

السؤال الثاني دورة 2/2017 : سؤال 1 : اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و $\acute{d}$:

$$(d)\begin{cases} x = t + 1 \\ y = -3t + \\ z = -3t + 3 \end{cases} : t \in R \quad \text{و} \quad (\acute{d})\begin{cases} x = s \\ y = -3s - 3 \\ z = -s + 1 \end{cases} : s \in R$$

وهل المستقيمان d و $\acute{d}$ في مستوي واحد ؟ علل إجابتك .

سؤال 2: نتأمل في المعلم المتجانس $(O;\, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطتين : $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$ ، **المطلوب :**

أكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

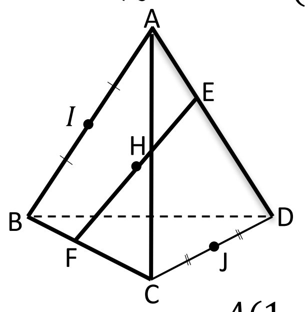
تمرين : ليكن $ABCD$ رباعي الوجوه . وليكن α عدد حقيقي ،

و I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[CD]$ ،

النقطتان E و F معرفتان بالعلاقتين : $\overrightarrow{AE} = \alpha\, \overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF} = \alpha\, \overrightarrow{BC}$ ،

وأخيراً H هي منتصف $[EF]$ ، **المطلوب :**

أثبت أنّ النقاط I و J و H تقع على استقامة واحدة .



السؤال الثالث دورة 1/2018 : سؤال : في معلم متجانس $(O;\, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$

والمستوي $P: x + 2y + z - 1 = 0$ ، **المطلوب :**

احسب بعد النقطة A عن المستوي P ، ثمّ اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

مسألة : في معلم متجانس $(O;\, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$ ، **المطلوب :**

1) أثبت أنّ النقاط C, B, A ليست على استقامة واحدة .

2) أثبت أنّ معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة : $x + 3y - 3z - 4 = 0$.

3) ليكن المستويان Q و P معادلتهما : $P: x + 2y - z - 4 = 0$ ، $Q: 2x + 3y - 2z - 5 = 0$

أثبت أنّ المستويين يتقاطعان في الفصل المشترك d الذي تمثيله الوسيطي :

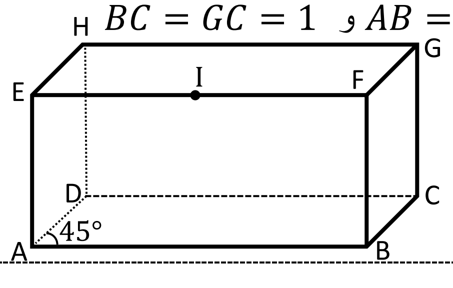
$$d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} : t \in R$$

4) ماهي نقطة تقاطع المستويات P و Q و (ABC) .

5) أحسب بعد A عن المستقيم d .

السؤال الرابع دورة 2/2018 : سؤال : $ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه $AB = 2$ و $BC = GC = 1$

وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي $45°$ والنقطة I منتصف $[EF]$ ، **والمطلوب :**



1) أحسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$. **2)** عين موضع النقطة M

التي تحقق العلاقة : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.

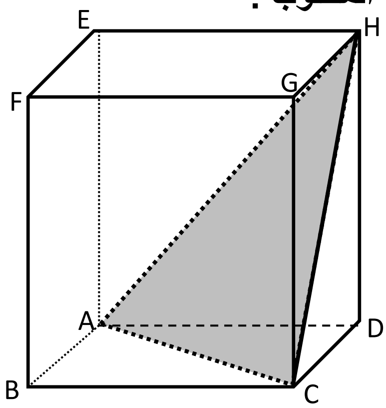
مسألة : في معلم متجانس $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(2,1,3)$ $\quad B(1,0,-1)$ $\quad C(4,0,0)$ $\quad D(0,4,0)$ $\quad E(1,-1,1)$

1) جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$.
2) أثبت أنّ النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة .
3) أثبت أنّ (AB) يعامد المستوي (CDE) .
4) أكتب معادلة المستوي (CDE) .
5) أحسب بعد B عن المستوي (CDE) .
6) أكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE) .

السؤال الخامس دورة 1/2019 : سؤال : في معلم متجانس $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $B(0,1,1)$ و $A(1,0,1)$:
1) أكتب تمثيل وسيطي للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$.
2) أثبت أنّ المستقيمين (AB) و d متعامدان .

مسألة : نتأمل في معلم متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ المكعب $ABCDEFGH$ ، **المطلوب :**



1) أكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط $A\ ,C\ ,H\ ,F\ ,D$.
2) أكتب معادلة المستوي (ACH) .
3) أثبت أنّ المستوي P الذي معادلته
$P:\ -2x+2y-2z+1=0$ ، يوازي المستوي (ACH) .
4) بفرض I مركز ثقل المثلث (ACH) أثبت أنّ
D و I و F على استقامة واحدة .
5) أكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$ ،
وبيّن أنّ المستوي (ACH) يمس الكرة S .

السؤال السادس دورة 2/2019 : سؤال : نتأمل في معلم متجانس $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ ،
النقطتين $B(-1,2,1)$ و $A(2,1,-2)$ ، والمستوي $P:3x-y-3z-8=0$ ، **المطلوب :**
1) أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي P .
2) أكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثمَّ عيّن إحداثيات النقطة $\acute{A}$ المسقط القائم للنقطة A على P .

مسألة : نتأمل في معلم متجانس $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات :

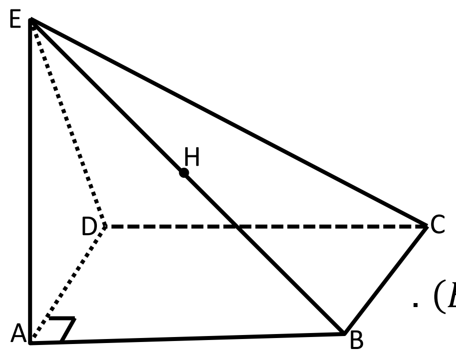
$$P:2x-y+2z-2=0$$
$$Q:x+y+z-1=0$$
$$R:x-z-1=0$$

، **المطلوب :**

1) أثبت أنّ المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له .
2) تحقق أنّ المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A .
3) أثبت أنّ المستويات P و Q و R تتقاطع في نقطة I يطلب تعيين إحداثياتها .
4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ .

السؤال السابع دورة 1/2020 :
سؤال : نتأمل المستويين $P_1:2x-y+z+1=0$ ، $P_2=x+y-z=0$ ، **المطلوب :**
1) تيقّن أنّ المستويين متعامدان .
2) أكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك .

تمرين : في معلم متجانس $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لتكن النقاط $A(1,0,0)\ ,B(4,3,-3)\ ,C(-1,1,2)\ ,D(0,0,1)$ ،**المطلوب:**
1) أثبت أنّ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطان خطياً .
2) أثبت أنّ الأشعة $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً .
3) استنتج أنّ النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,\alpha)\ ,(B,\beta)\ ,(C,\gamma)$ ، حيث α و β و γ
أعداد حقيقية يطلب تعيينها .



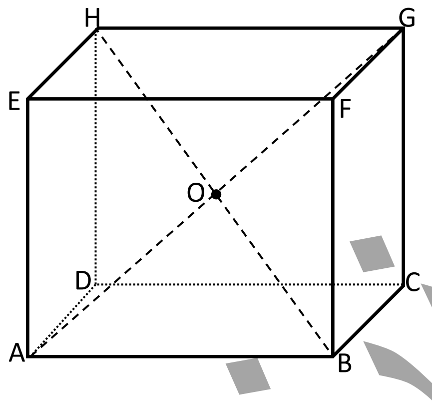
مسألة : $(EABCD)$ هرم رباعي رأسه E ، قاعدته مربع طول ضلعه 3 ،
$[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$ و $EA = 3$.
نختار المعلم المتجانس $\left(A;\ \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$ ، **المطلوب :**
1) عيّن إحداثيات A, B, C, D, E .
2) جد معادلة المستوي (EBC) .
3) أكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC) .
4) استنتج أنّ H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم لـ A على المستوي (EBC) .
5) احسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

السؤال الثامن دورة 2/2020 : سؤال : نتأمل في معلم متجانس $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ المستوي
$P: 2x + y - 3z + 2 = 0$ والنقطة $A(1,1,-2)$ ، **المطلوب :**
1) أثبت أنّ النقطة A لاتنتمي إلى المستوي P .
2) اكتب معادلة للمستوي Q المار من A والموازي للمستوي P .

تمرين : المستقيمان d و $\acute{d}$ معرّفان وسيطياً وفق :

$$d: \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 2t + 1 \\ z = -t \end{cases} ;\ t \in \mathbb{R} \qquad \text{و} \qquad \acute{d}: \begin{cases} x = 2s - 1 \\ y = s - 2 \\ z = 3s - 2 \end{cases} ;\ s \in \mathbb{R}$$

، **المطلوب :**
1) أثبت أنّ d و $\acute{d}$ متقاطعان ، ثمّ عيّن إحداثيات I نقطة التقاطع .
2) جد معادلة للمستوي المحدد بالمستقيمين d و $\acute{d}$.



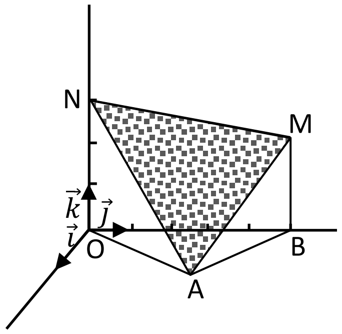
مسألة : $(ABCDEFGH)$ مكعب طول حرفه 2 ، O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[HB]$ ،
نختار المعلم المتجانس $\left(A;\ \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$ ، **المطلوب :**
1) جد إحدثيات النقاط A, B, G, H, O .
2) أعطِ معادلة للمستوي (GOB) .
3) احسب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ ، واستنتج $\cos \widehat{GOB}$.
4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DC) .
5) أثبت أنّ المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB) .
6) جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز أبعاد متناسبة للنقاط المثقلة $(A,\alpha), (B,\beta), (C,\gamma)$

السؤال التاسع دورة 1/2021 : سؤال : نتأمل في معلم متجانس $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ ، النقاط الآتية :
$A(2,0,1)$, $B(1,-2,1)$, $C(5,0,5)$, $D(6,2,5)$ ، **المطلوب :**
1) أثبت أنّ $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً .
2) عيّن العددين الحقيقيين α ، β بحيث $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$ ، واستنتج أنّ النقاط
A, B, C, D تقع في مستوي واحد .

مسألة :
في معلم متجانس $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ نتأمل النقاط $A(-1,2,3)$, $B(2,1,1)$, $C(-3,4,-1)$, $D(3,1,1)$ ، **المطلوب :**
1) جد $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ ، وبيّن أنّ المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان .
2) أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC) .
3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .
4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثمّ احسب حجم الهرم $D - ABC$.
5) بفرض أنّ G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$, $(B,-1)$, $(C,2)$ ،
أثبت أنّ المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان .

السؤال العاشر دورة 2/2021 : سؤال : نتأمل في معلم متجانس $(O;\ \vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P: 2x+y-2z-4$ ، **المطلوب :**

1) أحسب بعد A عن المستوي P .
2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .



تمرين : في معلم متجانس $(O;\ \vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :
$A(1,3,0)\ ,\ B(0,6,0)\ ,\ N(0,0,3)\ ,\ M(0,6,2)$ ، **المطلوب :**

1) اكتب معادلة للمستوي (AMN) .
2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN) .
3) أثبت أنّ المستوي الذي معادلته $z-1=0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

السؤال الحادي عشر دورة 1/2022 : سؤال : في معلم متجانس $(O;\ \vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,0,0)\ ,\ B(0,1,0)\ ,\ C(0,0,1)$ ، **المطلوب :**

1) احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، واستنتج $\cos(\widehat{BAC})$.
2) إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلث ABC ، عيّن مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق العلاقة : $\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{AB}\|$.

مسألة : في معلم متجانس $(O;\ \vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,2)$ والمستويان P و Q:
$$P: x-y+2z-1=0$$
$$Q: 2x+y+z+1=0$$
، **المطلوب :**

1) أثبت أنّ المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك d .
2) أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d .
3) أكتب معادلة للمستوي R المار من النقطة A ويعامد كلّاً من المستويين P و Q .
4) جد إحداثيات النقطة B الناتجة من تقاطع المستقيم d والمستوي R .
5) احسب بعد النقطة A عن المستقيم d .
6) اكتب معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A وتمس المستوي Q .

السؤال الثاني عشر دورة 2/2022 : سؤال : في معلم متجانس $(O;\ \vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1)$ و $B(1,-1,1)$ ، **المطلوب :**

أعطِ معادلة للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقّق العلاقة : $MA=MB$ ، وما طبيعة المجموعة S .

مسألة : في المعلم المتجانس $(O;\ \vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(2,-2,2)$ و $B(1,1,0)$ و $C(1,0,1)$ و $D(0,0,1)$، **المطلوب:**

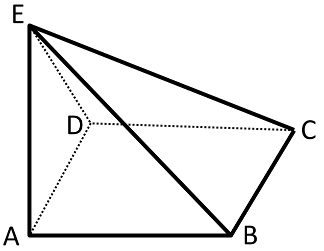
1) تحقّق أنّ النقاط B و C و D لا تقع على استقامة واحدة .
2) أثبت أنّ : $y+z-1=0$ هي معادلة للمستوي (BCD) .
3) أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A ويعامد المستوي (BCD) .
4) عيّن إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD) .
5) اكتب معادلة للكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها .

السؤال الثالث عشر دورة 1/2023 : سؤال : نتأمل في المعلم المتجانس $(O;\ \vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتين : $B(2,0,4)\ ,\ A(1,-1,1)$ والمستوي $P: x-y+3z-4=0$ ، **المطلوب :**

جد معادلة للمستوي Q الموازي للمستوي P والمار من النقطة A ، واكتب معادلة للكرة التي قطرها $[AB]$.

مسألة :

$ABCDE$ هرم رأسه E وقاعدته مربع ، المستقيم (AE) عمودي على المستوي $(ABCD)$ ، $AB=4$ و $AE=3$ ، نتأمل المعلم المتجانس $\left(A;\ \frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$ ، **المطلوب :**



1) جد إحداثيات النقاط A و B و C و D و E .

2) جد إحداثيات النقطة M التي تحقّق $4\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{CE}$.

3) أحسب $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{EB}$ واستنتج نوع المثلث EBC ، ثمّ أحسب مساحته .

4) أعطِ تمثيلاً وسيطياص للمستقيم (EC) .

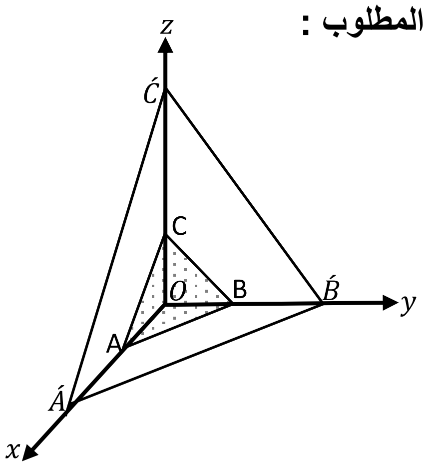
5) أكتب معادلة للمستوي (EBC) ، واحسب بعد النقطة A عن المستوي (EBC) ، ثمّ استنتج حجم الهرم $AEBC$.

السؤال الرابع عشر دورة 2/2023 : : تمرين : في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطتين : $A(2,2,4)$, $B(-2,0,2)$ ، **المطلوب :**

1) أعطِ معادلة للمستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

2) أعطِ معادلة للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقّق : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ ، ما طبيعة المجموعة S .

مسألة : نتأمل النقاط $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$, $D(1,1,1)$ ، **المطلوب :**



1) جد إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC ، وأثبت أنّ (OG) عمودي على المستوي (ABC) .

2) جد معادلة للمستوي (ABC) .

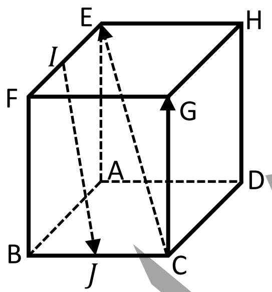
3) تعرّف النقاط $\acute{A}(2,0,0)$, $\acute{B}(0,2,0)$, $\acute{C}(0,0,4)$ المستوي $(\acute{A}\acute{B}\acute{C})$ ، أثبت أنّ $2x + y + z - 4 = 0$ معادلة للمستوي $(\acute{A}\acute{B}\acute{C})$.

4) أثبت أنّ Δ الفصل المشترك للمستويين (ABC) و $(\acute{A}\acute{B}\acute{C})$ يقبل التمثيل الوسيطي :

$$\Delta \begin{cases} x = t \\ y = 3 - t \\ z = -2 \end{cases} .$$

5) احسب بعد النقطة $D(1,1,1)$ عن المستقيم Δ .

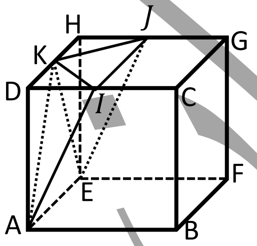
السؤال الخامس عشر نموذج وزاري(1) : سؤال : في الشكل المجاور مكعب . I و J منتصفات $[EF]$ و $[BC]$ ، **المطلوب :**



1) أثبت أنّ : $2(\overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{IE}) = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CG}$.

2) أثبت أنّ الأشعة $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{CG}$, $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطياً .

مسألة : نتأمل مكعباً $ABCDEFGH$. لتكن I و J و K منتصفات أضلاعه $[DC]$ و $[HG]$ و $[DH]$ بالترتيب .



نتخذ $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ معلماً متجانساً في الفراغ . **المطلوب :**

1) أوجد إحداثيات النقاط E, I, A .

2) اكتب معادلة المستوي $(AIJE)$.

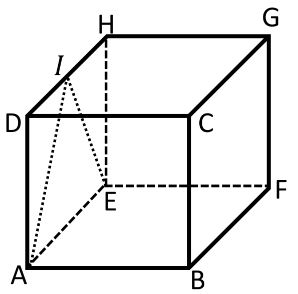
3) احسب بعد K عن المستوي $(AIJE)$ وحجم الهرم $KAIJE$.

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d العمودي على المستوي $(AIJE)$ والمار بالنقطة K .

5) احسب إحداثيات N نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي $(AIJE)$.

6) أثبت أنّ N هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,\alpha), (B,\beta), (C,\gamma)$ حيث α, β, γ هي أثقال يطلب تعيينها .

السؤال السادس عشر نموذج وزاري (2) : سؤال : نجد جانباًمكعباً طول ضلعه 1 ، مزوداً بمعلم متجانس $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ حيث I هي منتصف $[DH]$ ، **المطلوب :**



1) أعطِ إحداثيات النقاط I و E و A .

2) جد إحداثيات O مركز ثقل المثلث AEI .

3) أين تقع النقطة M التي تحقق : $3\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EO}$ ؟

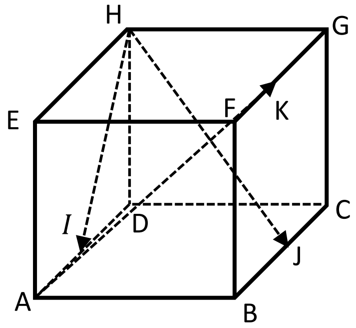
4) احسب $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IE}$.

تمرين : في معلم متجانس $\left(O;\ \vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، لدينا نقطتين $A(2,-1,0)$ و $B(-1,3,5)$ ، والمستوي P الذي يقبل معادلة : $2x-3y+z-5=0$ ، **المطلوب :**

1) أثبت أنّ المستقيم (AB) يقطع المستوي P في نقطة C يطلب تعيين إحداثياتها .

2) اكتب معادلة للمستوي Q العمودي على P ويمر بالنقطتين A و B .

السؤال السابع عشر نموذج وزاري (3) : سؤال : اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ ، حيث $A(2,-1,3)$ و $B(4,3,-1)$.



تمرين : $ABCDEFGH$ مكعب . I و J و K هي بالترتيب منتصفات $[AD]$ و $[BC]$ و $[FG]$ ،

1) باختيار معلم متجانس $\left(D;\ \overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH}\right)$ ، احسب مركبات كل من الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$.

2) أوجد عددين حقيقين a و b يحققان المساواة $\overrightarrow{AK}=a\overrightarrow{HI}+b\overrightarrow{HJ}$ ، ثمَّ استنتج أنّ الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$ مرتبطة خطياً .

السؤال الثامن عشر نموذج وزاري (4) : تمرين : $ABCDEFGH$ مكعب حيث K من CD تحقق : $\overrightarrow{DK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ ، والنقطة $J\in BC$ بحيث $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ ، **والمطلوب :**

1) جد إحداثيات النقط $G\ ,K\ ,J\ ,E\ ,H$ في المعلم $\left(A;\ \overrightarrow{AB}\ ,\overrightarrow{AE}\ ,\overrightarrow{AD}\right)$.

2) أثبت أنَّ الشعاعين $\overrightarrow{EG}\ ,\ \overrightarrow{EJ}$ غير مرتبطين خطياً .

3) أثبت أنّ الأشعة $\overrightarrow{HK}\ ,\ \overrightarrow{EG}\ ,\ \overrightarrow{EJ}$ مرتبطة خطياً .

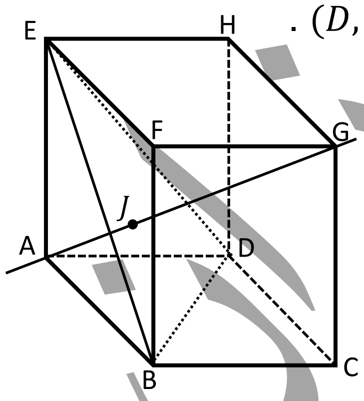
4) أثبت أنَّ المستقيم (HK) يوازي المستوي (EGJ) .

مسألة : في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $\left(O;\ \vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، لدينا النقاط : $A(1,0,-1)$ و $B(2,2,3)$ و $C(3,1,-2)$ و $D(-4,2,1)$ ، **المطلوب :**

1) أثبت أنَّ المثلث ABC قائم واحسب مساحته .

2) أثبت أنَّ الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي (ABC) واستنتج معادلة المستوي (ABC) .

3) احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثمَّ احسب حجم رباعي الوجوه (D,ABC) .



السؤال التاسع عشر نموذج وزاري (5) : مسألة : $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه يساوي 3 ، **المطلوب :**

1) عيّن إحداثيات النقاط $G\ ,E\ ,B\ ,D$ في المعلم $\left(A;\ \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$.

2) أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG) .

3) أثبت أنَّ المستقيم (AG) عمودي على المستوي (EDB) .

4) المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J ، عيّن إحداثياتها .

5) أثبت أنَّ J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله .

6) أحسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$.

السؤال العشرين نموذج وزاري (6) : سؤال : $ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC ، **المطلوب :**
جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق : $\left\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}\right\|$.

مسألة : نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(3,2,0)$ في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $\left(O;\ \vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، ليكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ شعاعاً ناظماً ، وليكن المستوي Q الذي معادلته $x-y+2z+4=0$.
وأخيراً لتكن S الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB ، **المطلوب :**

1) أثبت أنَّ $2x+y-z-8=0$ هي معادلة المستوي P .

2) جد معادلة الكرة S .   **3)** أثبت أنَّ المستوي Q مستوي مماس للكرة S .

4) أثبت أنَّ النقطة $C(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q .

5) ليكن d المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً :

$$d:\begin{cases} x = t \\ y = 12 - 5t \\ z = 4 - 3t \end{cases} \quad , \quad t \in \mathbb{R}$$

، **المطلوب :** **a)** أثبت أنَّ المستقيم d هو الفصل المشترك للمستويين P و Q .
b) أثبت أنَّ المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$.

السؤال الواحد والعشرون نموذج وزاري (7) : سؤال : نتأمل النقاط $A(3,5,2)\,,B(2,-1,3)\,,C(0,-2,2)$.

1) احسب إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة $[AC]$.
2) احسب مركّبات الأشعة $\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{AC}$.
3) عيّن إحداثيات النقطة K بحيث يكون الرباعي $ABCK$ متوازي أضلاع .

مسألة : نتأمل في معلم متجانس $\left(O;\,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$ النقطتين $A(1,-1,2)$, $B(2,0,4)$ ، والمستوي P الذي معادلته : $x - y + 3z - 4 = 0$ ، **المطلوب :**

1) جد معادلة المستوي Q العمودي على المستوي P ويمر بالنقطتين $A\,,B$.
2) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة A ويعامد المستوي P .
3) عيّن إحداثيات النقطة $\acute{A}$ المسقط القائم للنقطة A على المستوي P .
4) أعطِ معادلة للمجموعة $\mathcal{E}$ المكوّنة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقّق $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$ ، مبيّناً طبيعة المجموعة $\mathcal{E}$.

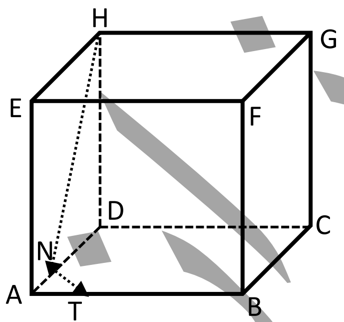
السؤال الثاني والعشرون نموذج وزاري (8) : سؤال : ليكن $ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول حرفه 4 ، I فيه منتصف $[CD]$ ، **المطلوب :**

1) وضّع النقطة M المحقّقة للعلاقة : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BI}$.
2) احسب العدد $\overrightarrow{AB}\,.\overrightarrow{AC}$.

تمرين : لتكن النقاط $A(1,-1,2)$, $B(2,1,0)$, $C(2,3,-1)$, $D(0,0,2)$ ، **المطلوب :**

1) عيّن إحداثيات G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ و $(B,2)$ و $(C,2)$ و $(D,1)$.
2) حدّد مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right\| = 6$.
3) جد معادلة للمجموعة S .

مسألة : ليكن لدينا المكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 1 ، و T نقطة من $[AB]$ تحقّق $\overrightarrow{AT} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ ، و N نقطة من $[AD]$ وتحقّق $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$ ، **المطلوب :**

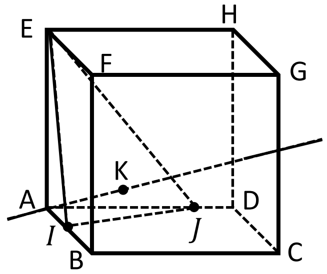


1) في المعلم المتجانس $\left(A;\,\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{AE}\,,\overrightarrow{AD}\right)$ جد إحداثيات النقاط $H\,,F\,,N\,,T$.
2) جد الشعاعين $\overrightarrow{NT}$ و $\overrightarrow{NH}$ ، ثمَّ جد معادلة المستوي (HNT) .
3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EF) .
4) استنتج نقطة تقاطع المستقيم (EF) مع المستوي (HNT) .
5) اذكر مقطع المكعب بالمستوي (HNT) . ما طبيعته ؟

السؤال الثالث والعشرون نموذج وزاري (9) : سؤال : ادرس وضع المستقيمين $d\,,\acute{d}$ المعرّفتين كما يأتي :

$$d:\begin{cases} x = 2t - 5 \\ y = t - 2 \\ z = -\frac{1}{2}t + 3 \end{cases} \;;\; t \in \mathbb{R} \qquad \text{و} \qquad \acute{d}:\begin{cases} x = s + 5 \\ y = 2 \\ z = 2s + 5 \end{cases} \;;\; s \in \mathbb{R}$$

مسألة : ليكن $ABCDEFGH$ مكعباً طول حرفه يساوي 4 ، ولتكن النقطة I منتصف $[AB]$ والنقطة J تحقّق العلاقة $4\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AD}$ ، نتأمل المعلم المتجانس $\left(A;\,\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}\,,\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}\,,\frac{1}{4}\overrightarrow{AE}\right)$ ، **المطلوب :**



1) جد إحداثيات رؤوس المكعّب والنقطتين I و J .
2) أثبت أنَّ معادلة المستوي (EIJ) هي $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.

3) اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من A وعمودياً على المستوي (EIJ) ، ثمَّ جد إحداثيات النقطة K نقطة تقاطع d مع (EIJ) .

4) احسب مساحة المثلّث AEJ ثمَّ استنتج حجم رباعي الوجوه $I-AEJ$.

5) احسب بعد النقطة A عن المستوي (EIJ) واستنتج مساحة المثلّث EIJ .

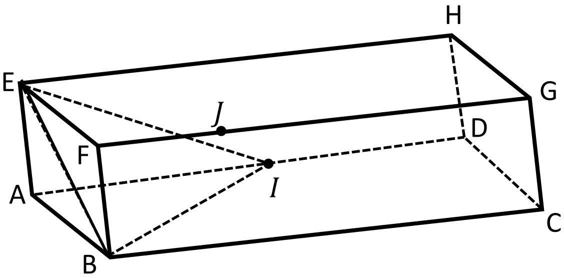
السؤال الرابع والعشرون نموذج وزاري (10) : سؤال(1) : $ABCD$ رباعي وجوه ، مركز ثقله G ، فيه K مركز ثقل الوجه BCD ، **المطلوب :** أثبت أنَّ النقاط G و A و K تقع على استقامة واحدة ، وعيّن موضع النقطة G على القطعة المستقيمة $[AK]$.

سؤال(2) : صفِ مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقّق إحداثياتها العلاقات :

$x^2+z^2=16$ و $2 \le y \le 5$.

مسألة : ليكن $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=2$ و $AD=4$ و $AE=1$ ، ولتكن النقطة I منتصف $[AD]$ ، والنقطة J تحقّق العلاقة : $\overrightarrow{FJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{FG}$ ،

نتأمل المعلم المتجانس $\left(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$ ، **المطلوب :**



1) جد إحداثيات رؤوس متوازي المستطيلات والنقطتين I و J .

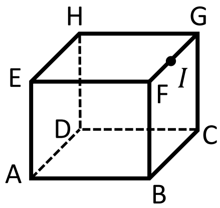
2) أثبت أنَّ معادلة المستوي (EIB) هي $x+y+2z-2=0$.

3) بيّن نوع المثلّث EIB ، ثمَّ أحسب مساحته .

4) احسب بعد G عن المستوي (EIB) ، واستنتج حجم رباعي الوجوه $G-EIB$.

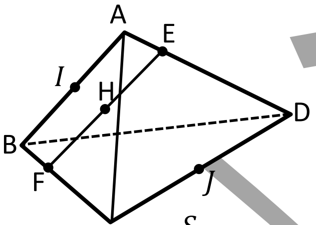
5) اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من J وعمودياً على المستوي (EIB) .

6) استنتج أنَّ المسقط القائم للنقطة J على المستوي (EIB) تقع على القطعة المستقيمة $[BI]$.



السؤال الخامس والعشرون نموذج وزاري فصل أول 2017 :

سؤال : في الشكل المجاور : $ABCDEFGH$ مكعب وI منتصف FG ، **المطلوب :** عيّن النقطة M التي تحقّق $\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{DH}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{GI}$.

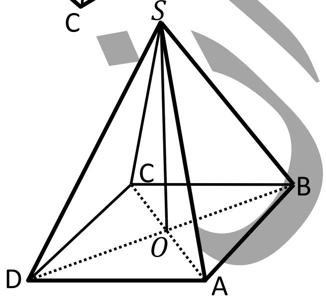


تمرين(1) : في الشكل المجاور : $ABCD$ رباعي وجوه I و J هما على الترتيب منتصفا $[AB]$ و $[CD]$ ، E و F نقطتان تحقّقان العلاقتين :

$\overrightarrow{BF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ ،

H منتصف EF ، **المطلوب :** أثبت أنَّ I, J, H تقع على استقامة واحدة .

تمرين(2) :



$S-ABCD$ هرم قاعدته مربع طول ضلعه يساوي 4 وطول كل حرف من حروفه الجانبية يساوي 4 والنقطة (O) مرتسم S القائم على القاعدة ، **المطلوب :**

1) احسب $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SB}$.

2) احسب طول القطر CA ، ثمَّ احسب $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AS}$.

3) عيّن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة : $(S,1),(B,3),(A,2)$.

مسألة : في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لدينا النقطتان :

$A(2,1,-2)$ و $B(7,-2,0)$ ، والشعاعان $\vec{u}(2,-1,0)$, $\vec{v}(-3,1,2)$ ، **المطلوب :**

1) أثبت أنَّ الأشعة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطة خطياً .

2) أكتب معادلة المستوي الذي يقبل $\vec{u}$ و $\overrightarrow{AB}$ شعاعي توجيه له .

3) أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d الذي يقبل $\vec{u}$ شعاعاً توجيهاً له ويمر بالنقطة A .

الرحمة لروح الأستاذ رامز عنيزان