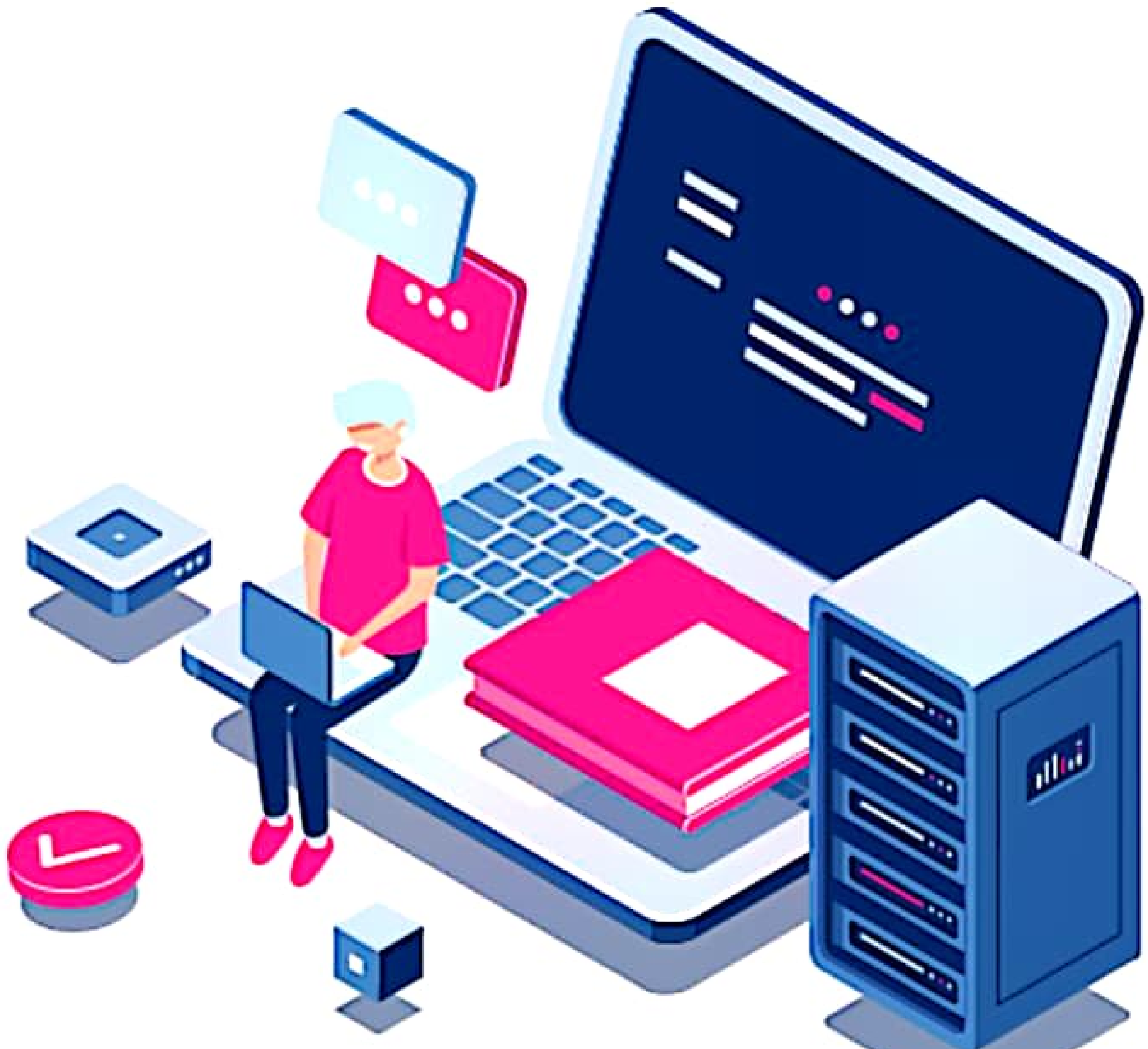
سلسلة
التجمع التعليمي

التجمع التعليمي



الجلسة الأمتحانية

٢٠٢١ - ٢٠٢٢

التاسع الأساسي

الرياضيات

الأنسة : حنان المحمود

011 638 5555
095 666 2022
0932 465 404
khatibinstitute.com
دمشق / تضامن
شارع نسرين / مكتبة الخطيب

ملاحظات في الجبر :

الأعـــداد

أعداد عـــادية

كل عدد يكتب بالشكل $\frac{a}{b}$ حيث a عدد صحيح وb عدد طبيعي $\neq 0$

صحيح

مثل $\frac{6}{3}$, 1- , 5 , $\sqrt{9} = 3$

غير صحيح

عشرية

يكتب بالشكل $a \times 10^n$ مثال $\frac{5}{2} = 2.5 = 25 \times 10^{-1}$

غير عشرية

كتابتها العشرية غير منتهية ولكنها دورية مثال (عدد دوري) $\frac{20}{3} = 6.66\ldots$

أعداد غير عـــادية

كتابتها العشرية غير منتهية وغير دورية

مثل -3π , π , $\sqrt{3}$, $2\sqrt{5}$

ملاحظات :

- العدد π ليس عدد عادي
- العدد π هو خارج قسمة طول قوس دائرة على طول قطرها أي $\pi = \frac{\text{محيط دائرة}}{\text{القطر}} = \frac{P}{2r}$
- إذا كان a قاسم للعدد b فإن b مضاعف للعدد a
- لكل عدد طبيعي عدا العدد 1 قاسمان على الأقل هما 1 ونفسه.
- $GCD(a,b) = GCD(b, a-b)$ في حالة a , b عددين طبيعيين و $a > b$
- إذا كان a,b ,c أعداد طبيعية موجبة تماما : فإن
  - $GCD(a,a) = a$
  - إذا كان b قاسم لـ a فإن : $GCD(a, b) = b$
  - a , b أوليان فيما بينهما فإن : $GCD(a, b) = 1$

  لتأكيد أن العددين أوليان فيما بينهما : يكفي إثبات ان القاسم المشترك الأكبر لهما يساوي 1=
  - إذا كان c قاسم للعدد a هذا يعني أن $\frac{a}{c}$ عدد صحيح
- في طريقة الطرح المتتالي : القاسم المشترك الأكبر هو آخر ناتج طرح غير معدوم
- في طريقة (خوارزمية إقليدس أو القسمة المتتالية) القاسم المشترك الأكبر هو آخر باقٍ غير معدوم
- نقول عن الكسر $\frac{a}{b}$ أنه مختزل إذا كان a, b أوليان فيما بينهما
- العدد 1 ليس عدد أولياً (ليس له سوى قاسم طبيعي واحد فقط وهو 1)
- العدد 2 هو العدد الزوجي الوحيد الأولي .
- مربع أي عدد هو عدد موجب دوماً
- إذا كان b و a عددان موجبان فإن :
  - $(\sqrt{a})^2 = a$
  - $\sqrt{a^2} = a$
  - $\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$
  - $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
  - مع ملاحظة أن $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$
  - و $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$

ملاحظة : لإزالة الجذر من المقام نضرب كلا من البسط والمقام بالجذر الموجود في المقام.

تذكر : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, $1^n = 1$, $a^1 = a$, $a^0 = 1$

ملاحظات : $P(\emptyset) = 0$ و $P(\Omega) = 1$ احتمال الحدث المستحيل يساوي صفر واحتمال الحدث الاكيد يساوي 1

$0 \leq P(A) \leq 1$ احتمال أي حدث محصور بين 0 والعدد 1

مجموع احتمالي حدثين متعاكسين يساوي 1 أي $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

اعداد :حنان المحمود

أختيار من متعدد

1- القاسم المشترك الأكبر GCD للعددين $75 , 105$ يساوي : 15

A	35	B	15	C	5

2- العدد $\frac{\sqrt{27}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ هو عدد: غير عادي

A	غير عادي	B	صحيح	C	عادي

3- إذا كان a قاسم للعدد b فان $GCD(a,b)=a$

A	$GCD(a,b)=a$	B	$GCD(a,b)=b$	C	$GCD(a,b)=1$

4- المقدار $\sqrt{3}-\frac{3}{\sqrt{3}}$ يساوي:

A	$\sqrt{3}$	B	3	C	0

5- $GCD(3,3)$ يساوي

A	1	B	3	C	9

6- إن قيمة العدد $A=\sqrt{7+\sqrt{7-\sqrt{9}}}$ يساوي :

A	A=2	B	A=3	C	A=4

7- ربع العدد 8^5 هو :

A	2^5	B	2^{13}	C	2^{15}

8 - الكسر المختزل للكسر $\frac{121}{77}$ هو :

A	$\frac{11}{7}$	B	$\frac{22}{7}$	C	$\frac{11}{3}$

9- إذا كان $3^n=9^4$ فان n تساوي :

A	4	B	8	C	16

10- ثلاثة أمثال العدد $\sqrt{12}$ يساوي:

A	$3\sqrt{3}$	B	$6\sqrt{3}$	C	$3\sqrt{2}$

11- واحد فقط من الأعداد الآتية ليس عشريا :

A	$\frac{8}{5}$	B	$\frac{5}{3}$	C	$\frac{-3}{4}$

12- نصف العدد 4^6 هو العدد:

A	4^3	B	2^3	C	2^{11}

13- يكتب العدد $\frac{3}{4}$ بالشكل العشري :

A	0.4	B	0.3	C	0.75

14 - العدد $((\sqrt{5}))^{-4}$ هو عدد:

A	صحيح	B	عادي عشري	C	غير عادي

15- إذا كان a ,b أوليان فيما بينهما فإن :

A	$GCD(a,b)=a$	B	$GCD(a,b)=b$	C	$GCD(a,b)=1$

16- العدد $\sqrt{27}+\sqrt{12}$ يساوي :

A	$6\sqrt{3}$	B	$5\sqrt{3}$	C	$\sqrt{39}$

17- العدد $(2\sqrt{3})^2$ هو عدد:

A	غير عادي	B	عادي غير صحيح	C	صحيح

18 – مكعب طول حرفه a=0.01 فان حجمه يساوي :

A	$10^{-2}m^3$	B	$10^{-6}m^3$	C	$10^{-4}m^3$

19- تجربة عشوائية لها نتيجتان فقط أحتمال أحد نتائجها هو 18% فان احتمال النتجة الاخرى :

A	18%	B	82%	C	50%

1- احتمال حدث بسيط هو عدد محصورر بين 0 و 1 (✓)

2- العدد $((\sqrt{5})^{-2})^{3}$ هو عدد عشري (✓)

3- العددان 12 , 9 لهما العدد نفسه من القواسم. (×)

4- العددان 27,33 أوليان فيما بينهما (×)

5- العدد $(\frac{1}{\sqrt{2}})^2$ يساوي 2 (×)

6- مثلا العدد 2^5 يساوي 4^5 (×)

7- ناتج العدد $(2\sqrt{3})^2$ يساوي 12 (√)

8- 1 نانو متر يعادل 10^{-6} mm (√)

9- $\frac{10^7}{20^7}=(2)^{-7}$ (√)

10- $2^7 - 2^3 = 2^4$ (×)

11- إذا كان $3^n = 9^4$ فإن n تساوي 8 (√)

12- العدد 3^3+3^5 يساوي 3^8 (×)

13- ناتج $3^5+3^5+3^5$ يساوي 3^{15} (×)

14- اذا كان $A=\frac{2^3\times3}{8\times3^{-2}}$ و العدد $B=3^3$ فان A=B (✓)

15- إن قيمة العدد $\frac{6^4\times7^2\times5^3}{35^2\times4^2\times3^3}$ يساوي 15 (✓)

16- في حالة N عدد صحيح فان مربع العدد الصحيح التالي لـ N هو $(N+1)^2$ (✓)

17- ناتج العدد $(\sqrt{3})^2-5^2$ هو عدد صحيح (✓)

18- اذا كانت $x<3$ فان $-x<-3$ (×)

19- العدد $\sqrt{11^2\times7^4}$ يساوي $7^2\times11$ (✓)

20- نصف $\sqrt{36}$ يساوي $\sqrt{18}$ (×)

21- ثلاثة أمثال $\sqrt{5}$ يساوي $\sqrt{45}$ (√)

22- العدد $\sqrt{18}$ هو عدد محصور بين عددين صحيحين متتاليين هما 5, 4 (✓)

23- مكعب طول حرفه $\sqrt{2}$ فان حجمه $8\sqrt{2}$ (×)

24- إن العدد $\sqrt{9+16}$ يساوي $\sqrt{9}+\sqrt{16}$ (×)

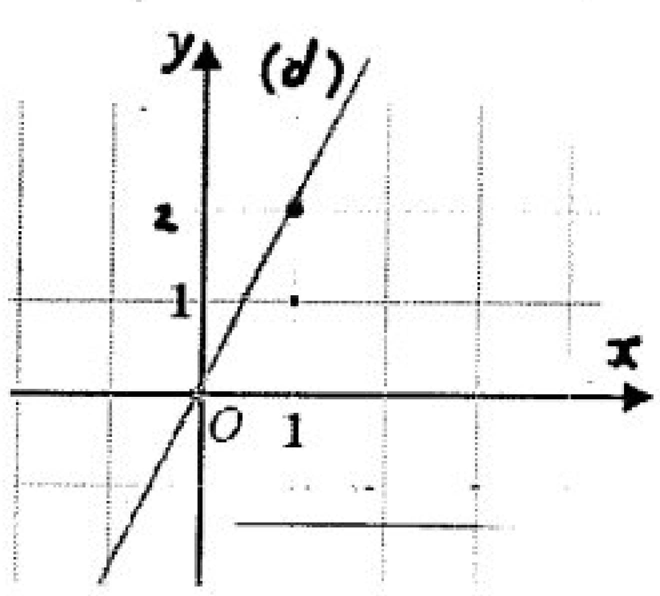
25- ناتج $(4-\sqrt{3})\times(4+\sqrt{3})$ هو عدد صحيح. (√)

26- العدد (-1) أحد حلول المعادلة $(2x+2)(x-3)=0$ (✓)

27- قيمة x في التناسب $\frac{x}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{8}}{2}$ يساوي 2 (✓)

28- العدد الوحيد الذي مربعه يساوي ضعفيه هو 2 (×)

29- اذا كانت نسبة التشابه $0<k<1$ يؤول التشابه إلى تكبير الشكل (×)



30- المستقيم الذي معادلته $y+1=5$ هي معادلة مستقيم يوازي محور xx' (✓)

31- المستقيم الذي معادلته $y=-2x$ معادلة مستقيم مار من المبدأ ميله m= -2 (✓)

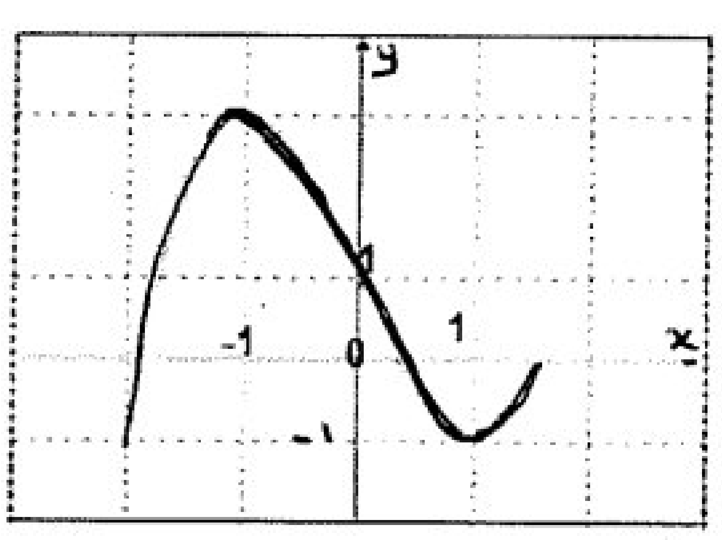
32- في الشكل المجاور : التمثيل البياني للمعادلة $d: y=2x$ (✓)

33- جذرا المعادلة $x^2-25=0$ هما عددان موجبان. (×)

34- كل عدد هو حل للمعادلة $13x-12=x+12(x-1)$ (√)

35- كل عدد أصغر من 3 يكون نظيره أصغر من -3 (×)

36- نقرن بكل عدد x عدداً y يحقق $(y-x)(y+x)=0$ إذن نعرف بهذه العلاقة تابعاً. (×)



38 - في الشكل المجاور: التابع F هو تابع ممثل بالخط البياني :

1) مجموعة تعريف التابع [-2 , 1.5] (√)

2) صورة العدد 0 هو العدد 3 (×)

3) أسلاف العدد -1 هما العددان -2 , 1 (√)

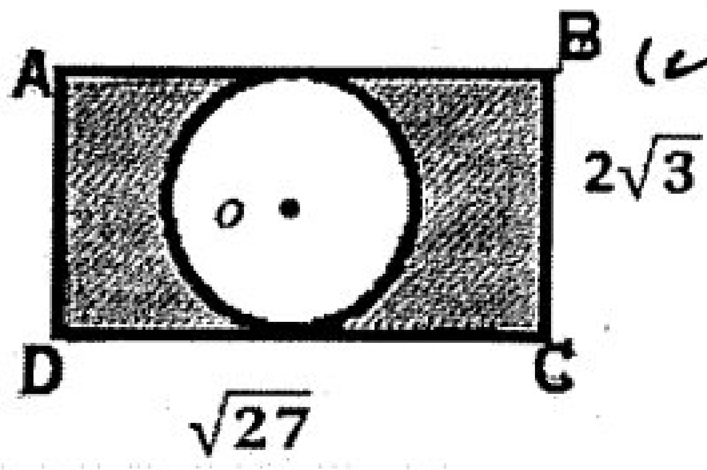
39- أنا عدد صحيح مربعي يساوي ثلاثة أمثال 12 وليس لي جذر تربيعي أنا .... +6 (×)

40- حلول المتراجحة $-2x<3$ جميع قيم x التي تحقق $x<\frac{3}{2}$ (×)

41- إذا كان x يحقق المتراجحة $x\le2$ فإن $x-1\le1$ (✓)

42- صيغة التابع الذي يقرن بكل عدد x مربع مجموع x مع العدد 5: $x\to(x+5)^2$ (✓)

43- إذا علمت إن $P(A)=0.25$ فإن احتمال الحدث $\bar{A}$ المعاكس للحدث A يساوي 0.75 (✓)



44- في الشكل المجاور :مساحة المنطقة المظللة $18-3\pi$ (✓)

إعداد :حنان المحمود

KHATIB Institute
الخطيب للغات والتعليم

ورقة عمل رياضيات للصف التاسع – جبر-

السؤال الأول : أوجد ناتج مايلي :

$A = 3\sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{200} =$

$= 3(\sqrt{25\times 2}) + (\sqrt{16\times 2}) - (\sqrt{100\times 2})$

$= 3(5\sqrt{2}) + (4\sqrt{2}) - (10\sqrt{2}) =$

$= 15(\sqrt{2}) + (4\sqrt{2}) - (10\sqrt{2}) = (9\sqrt{2})$

السؤال الثاني: ليكن العددان $A = (\sqrt{5}+\sqrt{2})^2$

و $B = (\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$

1- اكتب كلا من A, B بصيغة $a+b\sqrt{c}$ حيث a, b عددان صحيحان

2- أوجد ناتج $A+B$, $A-B$, $A.B$ بأبسط صيغة

السؤال الثالث: $ABCD$ مستطيل بعداه $AB = (\sqrt{27}+\sqrt{3})$ Cm

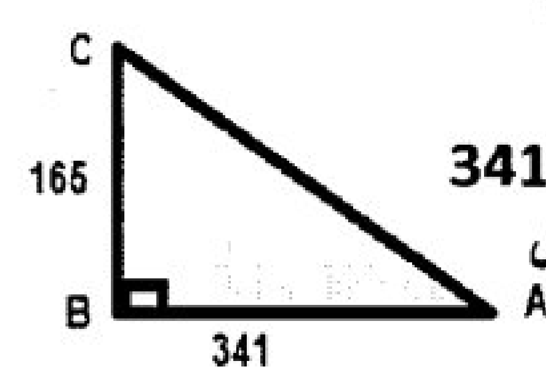
$BC = \sqrt{48}$ Cm

- أثبت أن $ABCD$ مربع واحسب كلاً من محيط ومساحة المربع.
- احسب نصف قطر الدائرة المارة برؤوس المربع $ABCD$

السؤال الرابع: جد القاسم المشترك الاكبر للعددين 192 و 32

- اكتب الكسر المختزل المساوي للكسر $\frac{32}{192}$
- عددان موجبان أحدهما خمسة أمثال الآخر ومجموعهما 192 , جد هذين العددين

السؤال الخامس ABC مثلث قائم في B فيه :



AB= 341 , BC= 165 والمطلوب :

-أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 341,165

-أوجد $\tan B\hat{A}C$ واكتبه بشكل كسر مختزل

السؤال السادس : إذا كان التابع f المعرف بالصيغة :

$F(x) = (5x+4)^2 + (5x+4)(5x-4)$

- انشر ثم اختزل $F(x)$ ثم جد $F(0)$
- حلل $F(x)$ إلى جداء عاملين من الدرجة الاولى
- حل المعادلة $F(x) = 0$

السؤال السابع: ليكن لدينا المقدار : $A = x^2 - 9 + (x+3) =$

التحليل: $= (x-3)(x+3) + (x+3)$

$A = (x+3)(x-3+1) = (x+3)(x-2)$

حل المعادلة : A=0 منه $(x+3)(x-2)=0$

إما $(x+3) = 0$ منه $x = -3$

أو $(x-2) = 0$ منه $x = +2$

حلول المعادلة = { -3 , +2 }

ايجاد قيمة A عندما $x = 3$ نعوض كل x بالعدد 3:

$A = (3)^2 - 9 + (3+3) = 9 - 9 + 6 = 6$

السؤال الثامن: لدينا المقداران : $A = (x+2)^2 + 6x + 12$

$B = x^2 + 10x + 16$

- أثبت أن A = B ثم استنتج حلول المعادلة A = 0

السؤال التاسع: لدينا المتراجحة $\frac{1}{3}x - 5 \le 8 - 4x$

- تحقق أي العددين 3-, 5 حل للمتراجحة .
- حل المتراجحة ومثل حلولها على مستقيم الأعداد .

السؤال العاشر : لدينا المقداران $A = 16(x+1)^2 - 9x^2$

$B = (x+4)(7x+4)$ والمطلوب :

- انشر A و B ثم قارن بين A و B
- حل المعادلة A=0

السؤال الحادي عشر : لتكن المعادلة $d : 2y + x = 6$

- أي النقطتين B(0,3) , C(1,2) تنتمي للمستقيم.
- ارسم هذا المستقيم في مستو محدث.
- بفرض A نقطة تقاطع المستقيم مع محور الفواصل B نقطة تقاطع المستقيم مع محور التراتيب أحسب مساحة AOB
- اذا كان (Δ) مستقيم معادلته $x = 4$, ارسم Δ في المعلم نفسه ثم اوجد نقطة تقاطعه بيانيا وتأكد من الحل جبريا

السؤال الثاني عشر: لدينا الجملة :

d ..... $y + x = 5$

d' ..... $y + 5 = x$

- اكتب y بدلالة x في كل من معادلتي الجملة.
- حل المعادلتين جبرياً.
- احسب احداثيات نقاط تقاطع d, d' مع المحورين الاحداثيين
- ارسم d ,d' ثم استنتج الحل المشترك لمعادلتي المستقيمين
- اثبت أن d ,d' متعامدان.

السؤال الثالث عشر: F تابع معرف بالعلاقة $F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ والمطلوب :

1- جد $F(-1)$ ثم حل المعادلة $F(x) = 0$

2- ليكن d , Δ مستقيمان معادلتيهما $d: y = x$

$\Delta: y + x = 4$

والمطلوب : 1- تحقق أن N(2,2) تنتمي لكل من المستقيمين d وΔ

2-اذاكانت A نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور الفواصل, جد احداثيات A

3- في معلم متجانس ارسم كلا من المستقيمين d , Δ

4- احسب $\tan A\hat{O}N$

السؤال الرابع عشر :

1) ليكن d , Δ مستقيمان معادلتيهما $d: x + 2y = 4$

$\Delta: x - y = 1$

والمطلوب : 1- حل جملة المعادلتين جبريا

2 - تحقق أن A(0,2) و B(4,0) تنتمي إلى المستقيم d

3- في معلم متجانس ارسم كلا من المستقيمين Δ,d ثم اكتب احداثيات نقطة تقاطعهما

2) اذا كان مجموع العددين x وy يساوي 2, وكان ثلاثة اضعاف العدد x تزيد عن ضعفي y بمقدار 1 المطلوب :

- عبر عن الصيغة اللفظية بجملة معادلتين.

تحقق ان الثنائية (1,1) حل لجملة المعادلتين اللتين اوجدتهما .

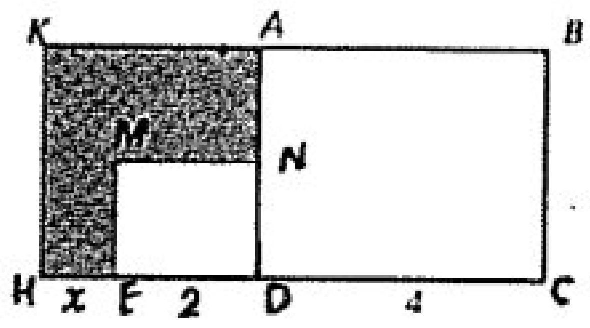
اعداد :حنان المحمود

السؤال الخامس عشر :: $KBCH$ مستطيل و $ABCD$ مربع و $MNDE$ مربع

والمطلوب

- عبر عن طول المستطيل HC بدلالة x
- أثبت أن S مساحة المستطيل $KBCH$ تعطى بالعلاقة $S = 4x + 24$
- أثبت أن S' مساحة الجزء الملون تعطى بالعلاقة $S' = 4x + 4$

عين قيمة x كي تكون $S = 4S'$



- $HC = DC + DE + EH = x + 6$
- مساحة المستطيل = الطول × العرض

$S = 4(x+6) = 4x + 24$

- مساحة MNDE المربع $a^2 =$

$S_1 = (2)^2 = 4\,cm^2$

- مساحة الجزء الملون = [مساحة ABCD + مساحة mnDE] − مساحة kBcH

$S' = (4x + 24) - [16 + 4] = 4x + 24 - 20 = 4x + 4$

- $S = 4S'$

$4x + 24 = 4(4x + 4)$

$4x + 24 = 16x + 16$

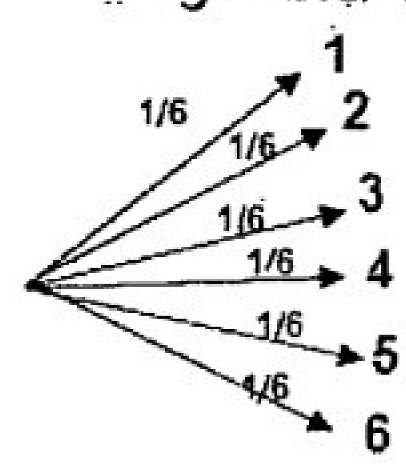
ومنه $24 - 16 = 16x - 4x$

$8 = 12x$

$x = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

السؤال السادس عشر: نلقي حجر نرد متجانس أوجهه الستة مرقمة بالأرقام $1, 2, 3, 4, 5, 6$

- ارسم شجرة الامكانات وزود فروعها باحتمالات النتائج



$P(1) = \frac{1}{6}$, $P(2) = \frac{1}{6}$

$P(3) = \frac{1}{6}$, $P(4) = \frac{1}{6}$

$P(5) = \frac{1}{6}$, $P(6) = \frac{1}{6}$

- احسب احتمال الحدث A: الحصول على رقم فردي

$P(A) = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- احسب احتمال الحدث B: الحصول على رقم زوجي

$P(B) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- احسب احتمال الحدث C: الحصول على رقم أولي

$P(C) = P(2) + P(3) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- احسب احتمال الحدث D: الحصول على رقم n حيث $1 < n < 5$

$P(D) = P(2) + P(3) + P(4) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- احسب احتمال الحدث K: الحصول على رقم أصغر تماما من 6

$P(K) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

- احسب $P(\overline{K})$ علما أن $\overline{K}$ حدث معاكس للحدث K

$P(\overline{K}) = 1 - P(K) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

- هل الحدثان A,B متعاكسان ولماذا؟ A,B متعاكسان لأن :

$A = \{1,3,5\}$, $B = \{2,4,6\}$ ⟹ $A \cap B = \emptyset$ لا يمكن تحقيقهما معا

$A \cup B = \Omega$ مجموع احتماليهما =1

- اذا كانت الارقام 1,2,3,4,5,6 تمثل عينة احصائية, جد الوسيط و المدى والربيع الاول والربيع الثالث

$1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6$

الوسيط $= \frac{3+4}{2} = 3.5$, المدى $= 6 - 1 = 5$

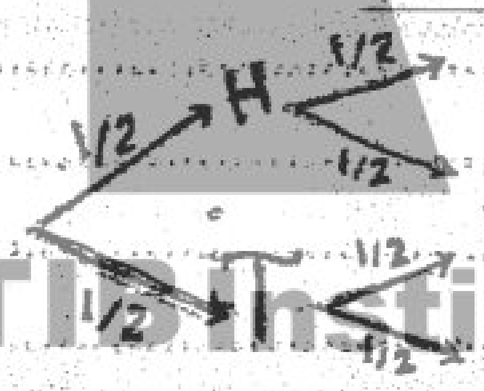
$Q_1 = 2$, $Q_3 = 5$

المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع الاعداد}}{\text{عددها}} = \frac{21}{6} = 3.5$

السؤال السابع عشر : في تجربة رمي قطعتي نقود

- ارسم شجرة الامكانات وزود فروعها باحتمالات النتائج
- احسب احتمال الحدث A الحصول على وجهين متشابهين
- احسب احتمال الحدث B الحصول على وجهين مختلفين

النتائج	القطعة الثانية	القطعة ①
(H,H)	H	H
(H,T)	T	
(T,H)	H	T
(T,T)	T	



A : أي الحصول على وجهين متشابهين

$P(A) = P(H,H) + P(T,T) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

B : أي الحصول على وجهين مختلفين

$P(B) = P(H,T) + P(T,H) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

أو B حدث معاكس A ومنه

$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

السؤال الثامن عشر:

h هو تابع معرف بالصيغة $h(x) = x^2 - 2x + 1$

- اكتب $h(x)$ بالصيغة $(x+a)^2$ ثم احسب $h(5)$
- عين اسلاف العدد 9 (قيم x التي تحقق $h(x) = 9$)
- هل للعدد 9- أسلاف ولماذا ؟

الحل:

$h(x) = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

$h(5) = 5^2 - 2(5) + 1 = 16$

أسلاف العدد 9:

$(x-1)^2 = 9$

$(x-1)^2 - 9 = 0$

$(x - 1 + 3)(x - 1 - 3) = 0$

$(x+2)(x-4) = 0$

إما $(x-4) = 0$ منه $x = 4$

أو $(x+2) = 0$ منه $x = -2$

أسلاف العدد 9 : هما العددان -2 , 4

- لا يوجد اسلاف للعدد 9- لا يوجد عدد مربعه سالب

$(x-1)^2 = -9$

السؤال التاسع عشر :حل المسائل التالية

- المسألة الاولى : جد عددين موجبين فرقهما 28 ونسبتهما $\frac{12}{5}$

الحل: نفرض العدد الأكبر a والعدد الأصغر b

فيكون فرقهما $a - b = 28$

وتكون نسبتهما $\frac{a}{b} = \frac{12}{5}$

نثبت المقامين ونطرح كل مقام من البسط الموافق له

$\frac{a-b}{b} = \frac{12-5}{5}$ منه

$\frac{28}{b} = \frac{7}{5}$ أي $b = \frac{28 \times 5}{7} = 20$

$a = 28 + 20 = 48$

اعداد :حنان المحمود

المسألة الثانية: جد عددان صحيحين موجبين إذا علمت أن

- مجموعهما 241
- إذا قسمنا أكبرهما على أصغرهما كان خارج القسمة 4 وباقيهما 11

الحل: نفرض العدد الكبير x و نفرض عدد الصغير y

$$x + y = 241$$
$$x = 4y + 11$$

نعوض ❷ في ❶ نجد:

$$(4y + 11) + y = 241$$
$$5y = 241 - 11 = 230$$
$$y = \frac{230}{5} = 46$$ منه
$$x = 4(46) + 11 = 195$$

العددان *46* , *195*

- المسألة الثالثة : زارت مها وسوسن مؤسسة استهلاكية لبيع ادوات مدرسية .اشترت مها مسطرتين وخمسة اقلام بمبلغ 600 ليرة واشترت سوسن اربعة مساطر وثلاثة أقلام ب 500 ليرة

اذا رمزنا لسعر المسطرة بـ x ولسعر القلم y والمطلوب :

- احسب سعر كل من القلم والمسطرة
  ثم استنتج ثمن 4 مساطر و10 أقلام

الحل:

ما اشترته مها $2x + 5y = 600$

ما اشترته سوسن $4x + 3y = 500$

نضرب المعادلة الاولى بـ (2-) والمعادلة الثانية بـ (1)نجد:

ما اشترته مها $-4x - 10y = -1200$

ما اشترته سوسن $4x + 3y = 500$

بجمع المعادلتين نجد $-7y = -700$ منه

$$y = 100$$

نعوض في المعادلة الاولى :

$$2x + 5(100) = 600$$
$$2x = 600 - 500$$
$$2x = 100$$
$$x = 50$$ منه

ثمن 4 مساطر و10أقلام هو

$$4(50) + 10(100) = 1200$$

المسألة الرابعة :هناك عرضان في أحد المسابح كما يلي :

دفع نقدي :يدفع الشخص 340 ليرة عن كل زيارة للمسبح.

اشتراك : يشترك الشخص ببطاقة سنوية تصلح لعشر زيارات للمسبح سعرها 1700 ليرة

بدءاً من كم زيارة للمسبح سنويا يكون العرض الثاني أوفر للشخص

الحـــل : نفرض عدد الزيارات x

تكلفة الدفع النقدي : $340\,x$ .... تكلفة العرض الثاني 1700

يكون العرض الثاني أوفر اذا تحقق:

$$340x > 1700$$

منه $x > \frac{1700}{340}$

منه $x > 5$

بدءا من الزيارة السادسة يكون العرض الثاني أوفر حيث

$$5 < x \leq 10$$

المسألة الخامسة :

1) تمتلك مايا مبلغا من المال .اشترت اربعة اقراص DVD وبقي معها 400 ليرة , نرمز إلى سعر القرص الواحد بالرمزx.
   عبر بدلالة xعن المبلغ الذي كانت تمتلكه مايا
2) تأكدت مايا من انها كانت تستطيع أن تشتري بالمبلغ الذي كانت تمتلكه قبل الشراء 6 أقراص إذا نقص سعر القرص 100 ليرة
   عبّر بدلالة xعن المبلغ الذي كانت تمتلكه مايا قبل الشراء بعبارة اخرى
3) اكتب معادلة يحققها العدد x
4) حل هذه المعادلة ثم استنتج سعر القرص وبعدئذ المبلغ الذي كانت تمتلكه مايا قبل الشراء

الحـــل :

- الحالة الاولى : نفرض سعر القرص x

فيكون سعر الأقراص الاربعة $4x$

والمبلغ الذي كانت تملكه $4x + 400$

- الحالة الثانية :

إذا نقص سعر القرص 100ليرة أصبح ثمن القرص $x - 100$

المبلغ الذي كانت تملكه $6(x - 100)$

- المبلغ الذي كان مع مايا نفسه في الحالتين :

$$4x + 400 = 6(x - 100)$$
$$4x + 400 = 6x - 600$$
$$4x - 6x = -600 - 400$$
$$-2x = -1000$$
$$x = \frac{-1000}{-2} = 500$$

- المبلغ الذي كانت تمتلكه مايا قبل الشراء :

$$4(500) + 400 = 2400$$

أو

$$6(500 - 100) = 6(400) = 2400$$

المسألة السادسة :في احدى المزارع أرانب ودجاجات , عدد رؤوس هذه الحيوانات 28 وعدد قوائمها 76,
ما عدد الدجاجات في المزرعة
وما عدد الارانب .

الحل: نفرض عدد الدجاجات x
و نفرض عدد الارانب y

$$x + y = 28$$
$$2x + 4y = 76$$

من المعادلة الأولى نجد $x = 28 - y$

نعوض في المعادلة الثانية نجد $2(28 - y) + 4y = 76$

$$56 - 2y + 4y = 76$$
$$2y = 76 - 56 = 20$$

منه $y = 10$ عدد الأرانب

$x = 28 - 10 = 18$ عدد الدجاجات

اعداد :حنان المحمود

حل السؤال الثاني جـ:

$A = (\sqrt{5}+\sqrt{2})^2 = 5 + 2\sqrt{10} + 2 = 7 + 2\sqrt{10}$

$B = (\sqrt{5}-\sqrt{2})^2 = 5 - 2\sqrt{10} + 2 = 7 - 2\sqrt{10}$

$A + B = (7+2\sqrt{10}) + (7-2\sqrt{10}) = 14$

$A - B = (7+2\sqrt{10}) - (7-2\sqrt{10}) =$
$7 + 2\sqrt{10} - 7 + 2\sqrt{10} = 4\sqrt{10}$

$A \cdot B = (7+2\sqrt{10})(7-2\sqrt{10}) = 49 - 40 = 9$

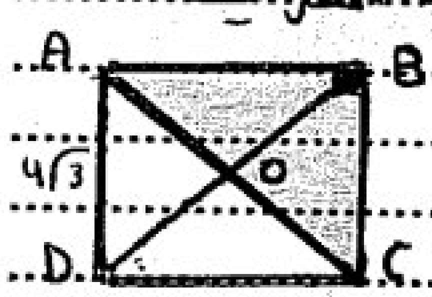
السؤال الثالث:

$AB = \sqrt{27} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}\ Cm$
$BC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}\ Cm$
$AB = BC = 4\sqrt{3}$ منه $ABCD$ مستطيل تساوى بعداه
منه الشكل $ABCD$ مربع

$P = 4a = 4(4\sqrt{3}) = 16\sqrt{3}\ Cm$

$S = a^2 = (4\sqrt{3})^2 = 16 \times 3 = 48\ Cm^2$

مركز الدائرة المارة برؤوس المربع نقطة تلاقي القطرين
نصف القطر:



ABC قائم في B حسب فيثاغورث
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$= (4\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2$
$= 48 + 48 = 96$
$AC = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}\ Cm$
منه $r = \frac{AC}{2} = \frac{4\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{3}\ Cm$

السؤال الرابع:

a. ايجاد القاسم المشترك الاكبر للعددين 32 , 192
طريقة الطرح المتتالي:

a	b	a − b
192	32	160
160	32	128
128	32	96
96	32	64
64	32	32
32	32	0

طريقة القسمة التقليدية:

المقسوم	المقسوم عليه	الباقي	العملية
192	32	0	$192 = 6 \times 32 + 0$

$G.C.D(192, 32) = 32$

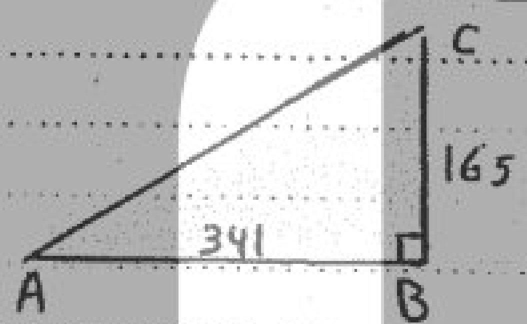
b. اختزال الكسر:
$\frac{32}{192} = \frac{32 \div 32}{192 \div 32} = \frac{1}{6}$

* عددان موجبان أحدهما خمسة أمثال الآخر مجموعهما 192
نفرض العدد الأول x ، الثاني y
$y = 5x$ ①
مجموعها $x + y = 192$ ②
نعوض ① في ② نجد
$x + 5x = 192$
$6x = 192$ منه $x = \frac{192}{6} = 32$

نعوض في ① نجد $y = 5x = 5(32) = 160$

طريقة ثانية: نفرض الاول x فيكون الثاني $5x$
مجموعها $x + 5x = 192$
$6x = 192$ منه $x = \frac{192}{6} = 32$
العدد الأول $= 32$
الثاني $= 5(32) = 160$

السؤال الخامس:
القاسم المشترك الاكبر:



المقسوم	المقسوم عليه	الباقي	العملية
341	165	11	$341 = 2 \times 165 + 11$
165	11	0	$165 = 15 \times 11 + 0$

$GCD(341, 165) = 11$

$\tan \hat{A} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{BC}{AB} = \frac{165 \div 11}{341 \div 11} = \frac{15}{31}$

السؤال السادس:

$f(x) = (5x+4)^2 + (5x+4)(5x-4)$
النشر والاختصار:
$f(x) = 25x^2 + 40x + 16 + 25x^2 - 16$
$= 50x^2 + 40x$

ايجاد $f(0)$:
$f(0) = [5(0)+4]^2 + [5(0)+4][5(0)-4]$
$= 16 + (4)(-4) = 16 - 16 = 0$

التحليل:
$f(x) = (5x+4)^2 + (5x+4)(5x-4)$
$= (5x+4)[(5x+4) + (5x-4)]$
$= (5x+4)(10x)$

حل المعادلة $A = 0$
ناتج التحليل $= 0$
$(5x+4)(10x) = 0$
اما $5x + 4 = 0$ ، $x = -\frac{4}{5}$
أو $10x = 0$ ، $x = 0$
حلول المعادلة $= \{0, -\frac{4}{5}\}$

السؤال الثامن:

$A = (x+2)^2 + 6x + 12$
$B = x^2 + 10x + 16$
لاثبات $A = B$ ننشر A ثم B:
$A = x^2 + 4x + 4 + 6x + 12$
$A = x^2 + 10x + 16$
$B = x^2 + 10x + 16$ } منه $A = B = x^2 + 10x + 16$

حلول $A = 0$
نحلل الطرف الأول
$(x+2)^2 + 6x + 12 = 0$
$(x+2)^2 + 6(x+2) = 0$
$(x+2)(x+2+6) = 0$
$(x+2)(x+8) = 0$
اما $x + 2 = 0$ ، $x = -2$
أو $x + 8 = 0$ ، $x = -8$
حلول المعادلة $= \{-2, -8\}$

السؤال التاسع

$\frac{1}{3}x - 5 \leq 8 - 4x$

العدد 5 :	العدد -3
$\frac{1}{3}(5) - 5 \leq 8 - 4(5)$	$\frac{1}{3}(-3) - 5 \leq 8 - 4(-3)$
$\frac{5}{3} - \frac{5}{1} \leq 8 - 20$	$-1 - 5 \leq 8 + 12$
$\frac{5}{3} - \frac{15}{3} \leq -12$	$-6 \leq 20$
خاطئة $-\frac{10}{3} \leq -12$	صحيحة
العدد 5 ليس حل للمتراجحة	العدد -3 حل للمتراجحة

حل المتراجحة

$\frac{1}{3}x - 5 \leq 8 - 4x$

$\frac{1}{3}x + 4x \leq 8 + 5$

$\frac{1}{3}x + \frac{12}{3}x \leq 13$

$\frac{13}{3}x \leq 13$ منه $x \leq \frac{13}{\frac{13}{3}}$ منه $x \leq 3$

مجموعة الحلول الاعداد الأصغر أو تساوي 3

$-\infty$ 0 3 $+\infty$

مجموعة الحلول

السؤال العاشر:

$A = 16(x+1)^2 - 9x^2$

$B = (x+4)(7x+4)$

النشر:

$A = 16(x^2 + 2x + 1) - 9x^2 =$

$16x^2 + 32x + 16 - 9x^2 = 7x^2 + 32x + 16$

$B = (x+4)(7x+4)$

$= 7x^2 + 4x + 32x + 16 = 7x^2 + 32x + 16$

منه $A = B = 7x^2 + 32x + 16$

حل المعادلة: $A = 0$

$16(x+1)^2 - 9x^2 = 0$

$(4(x+1) - 3x)(4(x+1) + 3x) = 0$

$(4x + 4 - 3x)(4x + 4 + 3x) = 0$

$(x+4)(7x+4) = 0$

إما أو

$x + 4 = 0$ $\quad 7x + 4 = 0$

$x = -4$ $\quad x = -\frac{4}{7}$

أو: بما أن $A \overset{?}{=} B$ فإن حلول $A = 0$ نفسها حلول $B = 0$

$(x+4)(7x+4) = 0$

إما أو

$x + 4 = 0$ $\quad 7x + 4 = 0$

$x = -4$ $\quad x = -\frac{4}{7}$

حلول المعادلة: $\{-4, -\frac{4}{7}\}$

السؤال الحادي عشر:

$d: 2y + x = 6$

$C(1,2)$	$B(0,3)$
$2(2) + 1 \overset{?}{=} 6$	$2(3) + 0 \overset{?}{=} 6$
$5 \neq 6$	$6 = 6$ صحيحة
$C \notin d$ المستقيم d (لا ينتمي)	$B \in d$ (ينتمي)

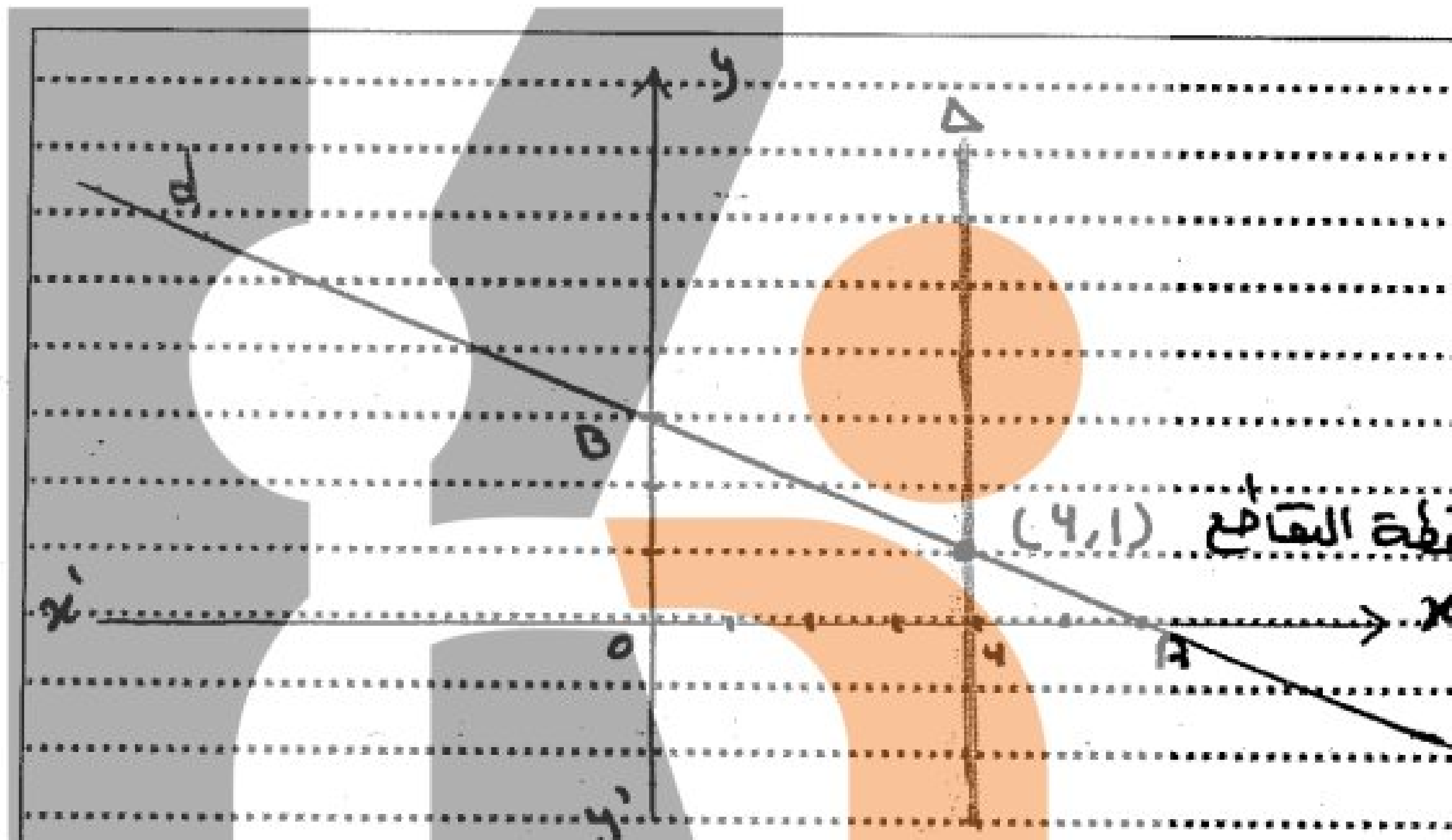
الرسم:

$d: 2y + x = 6$

معادلة مستقيم لا يمر بالمبدأ

x	0	6
y	3	0
النقطة	$B(0,3)$	$A(6,0)$

A نقطة تقاطع d مع xx' B نقطة تقاطع مع yy'



$S_{AOB} = \frac{\text{جداء الضلعين القائمين}}{2} = \frac{6 \times 3}{2} = 9$

للتأكد: ① $x = 4$

② $2y + x = 6$

نعوض ① في ②

$2y + 4 = 6$ منه $2y = 6 - 4 = 2$ منه $y = 1$

الحل المشترك هو $(4,1)$

السؤال الثاني عشر:

• $d: y + x = 5$ منه $y = -x + 5$

$d': y + 5 = x$ منه $y = x - 5$

• الحل الجبري:

$y + x = 5$

من (2) نجد $y - x = -5$

بالجمع $2y = 0$

منه $y = 0$

نعوض في (1) $0 + x = 5$ منه $y + x = 5$

منه $x = 5$

الحل المشترك $(5,0)$

• لايجاد نقاط تقاطع d, d' مع المحورين:

$d: y + x = 5$ $\quad d': y + 5 = x$

x	0	5
y	5	0
النقطة	$A(0,5)$	$B(5,0)$

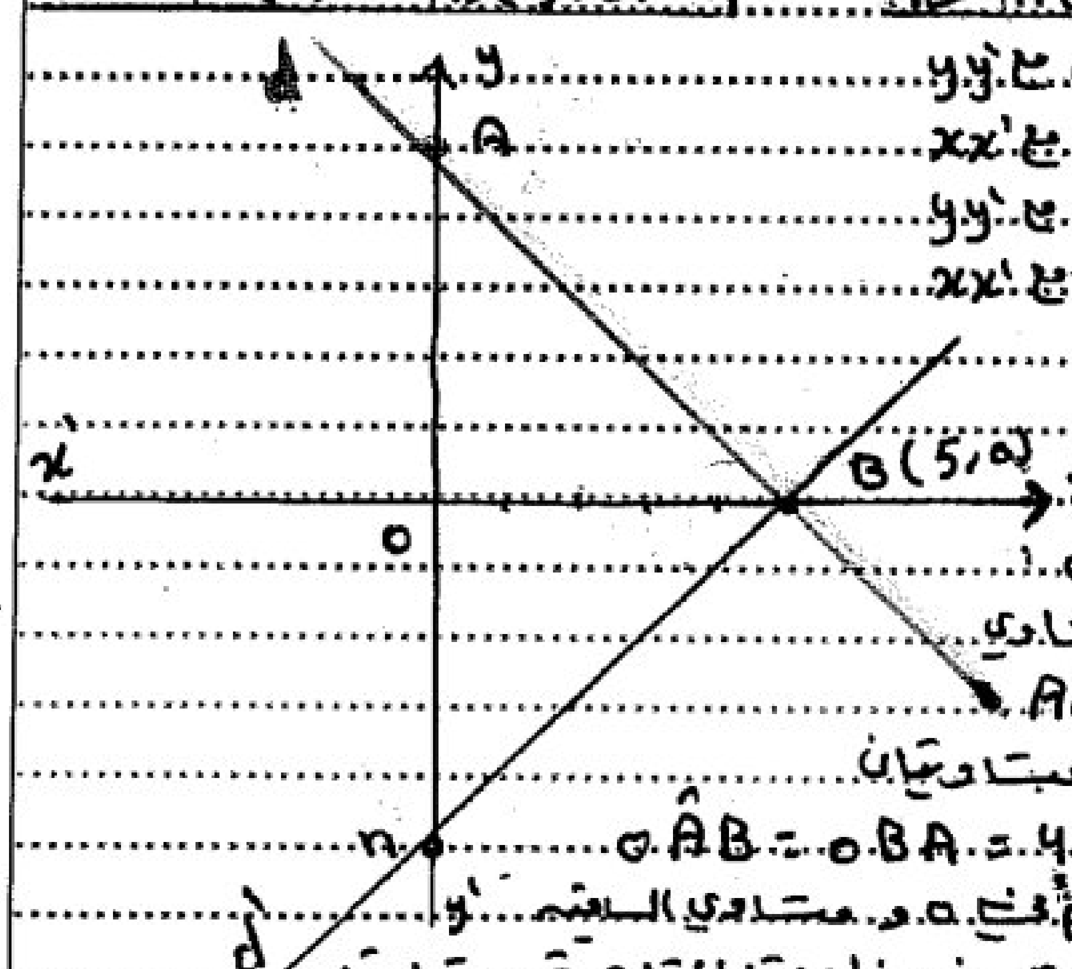
x	0	5
y	-5	0
النقطة	$n(0,-5)$	$B(5,0)$

A: نقطة تقاطع d مع yy'

B: نقطة تقاطع d مع xx'

n: نقطة تقاطع d' مع yy'

B: نقطة تقاطع d' مع xx'



• اثبات تعامد d, d':

AOB قائم في O ومتساوي الساقين $AO = OB = 5$

منه زاويتا القاعدة متساويتان

$O\hat{A}B = O\hat{B}A = 45$

كذلك OnB قائم في O ومتساوي الساقين $nO = OB = 5$ منه زاويتا القاعدة متساويتان

$O\hat{B}n = O\hat{n}B = 45$ منه $A\hat{B}n = 45 + 45 = 90$

منه $d \perp d'$

أو: $\tan A\hat{B}O = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{5}{5} = 1$

منه $A\hat{B}O = 45$

$\tan O\hat{B}n = \frac{5}{5} = 1$

$n\hat{B}O = 45$

$A\hat{B}n = 45 + 45 = 90$

منه

$d \perp d'$

السؤال الثالث عشر :

$f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

• $f(-1) = \frac{1}{2}(-1) + \frac{3}{2} = \frac{-1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{2}{2} = 1$

• حل المعادلة :

$f(x) = 0$

$\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = 0$

$\frac{1}{2}x = -\frac{3}{2}$ ومنه $x = \frac{-3 \times 2}{2} = -3$

• $d: y = x$ $\qquad$ $\Delta: y + x = 4$

$n(2,2)$ $\qquad$ $n(2,2)$

نعوض $\qquad$ نعوض

$2 = 2$ محققة $\qquad$ $2 + 2 = 4$

$d \ni n$ $\qquad$ $4 = 4$ محققة

$\Delta \ni n$

• لإيجاد نقطة تقاطع Δ مع محور الفواصل
نفرض $y = 0$ ومنه

$y + x = 4$

$0 + x = 4$ ومنه $x = 4$

$A(4,0)$

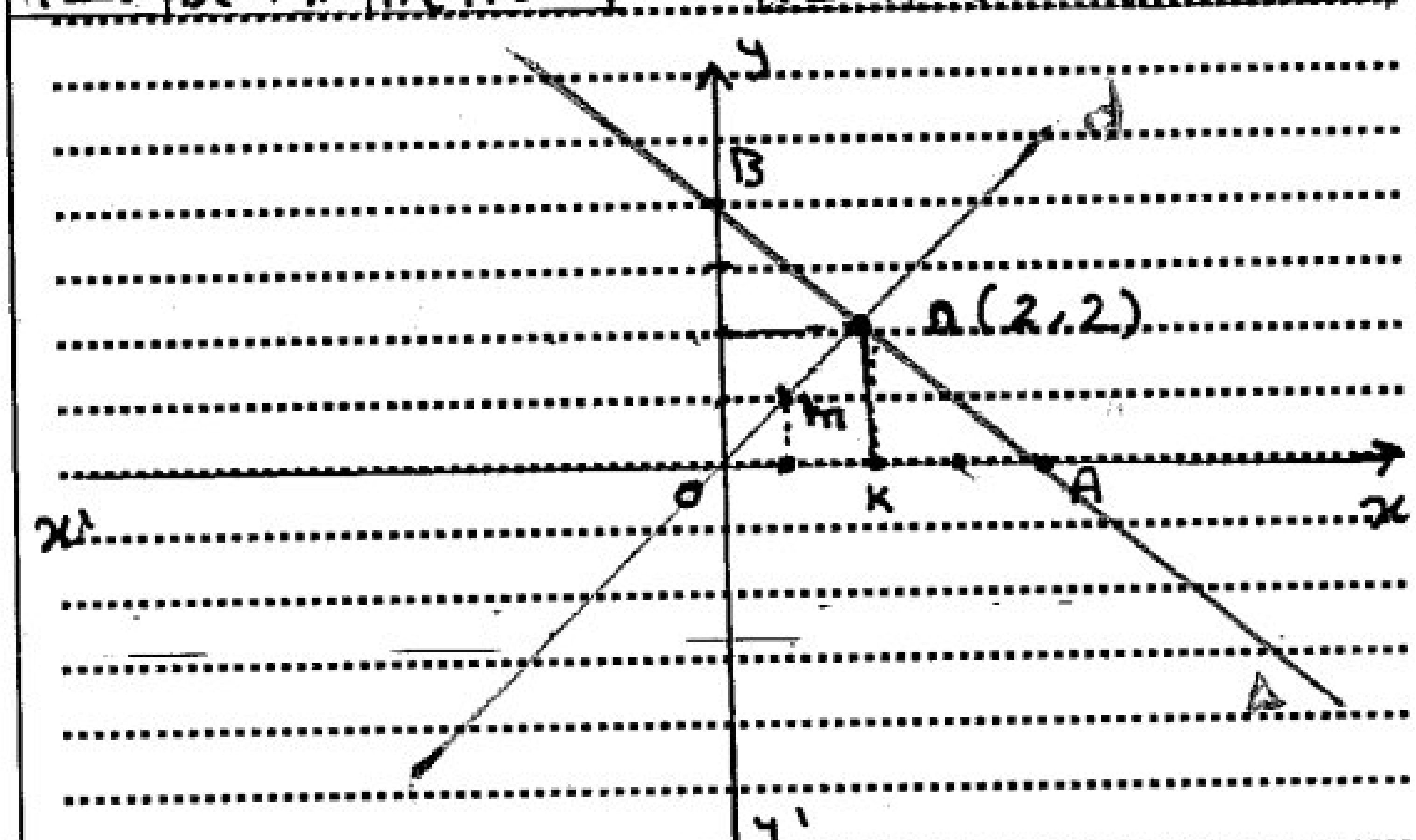
• الرسم :

$d: y = x$ $\qquad$ $\Delta: y + x = 4$

معادلة مستقيم مار بالمبدأ $\qquad$ معادلة مستقيم لا يمر بالمبدأ

x	0	4
y	4	0
النقط	$B(0,4)$	$A(4,0)$

x	0	1
y	0	1
النقط	$O(0,0)$	$M(1,1)$



نقطة تقاطع المستقيمين

$n(2,2)$

$\tan A\hat{O}n = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AK}{OK}$

$= \frac{2}{2} = 1$

ومنه

$\boxed{A\hat{O}n = 45}$

$S_{AOn} = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$

السؤال الرابع عشر :

$d: x + 2y = 4$ ①

$\Delta: x - y = 1$ ②

• الحل الجبري : من (2) نجد

$x = 1 + y$

نعوض في (1)

$(1 + y) + 2y = 4$ ومنه $3y = 4 - 1 = 3$ ومنه

$3y = 3$ ومنه $y = 1$

نعوض في

$x = 1 + y = 1 + 1 = 2$

الحل المشترك $(2,1)$

• $d: x + 2y = 4$

$A(0,2)$ $\qquad$ $B(4,0)$

$0 + 2(2) \stackrel{?}{=} 4$ $\qquad$ $4 + 2(0) \stackrel{?}{=} 4$

$4 = 4$ صحيحة $\qquad$ $4 = 4$ صحيحة

$d \ni A$ $\qquad$ $d \ni B$

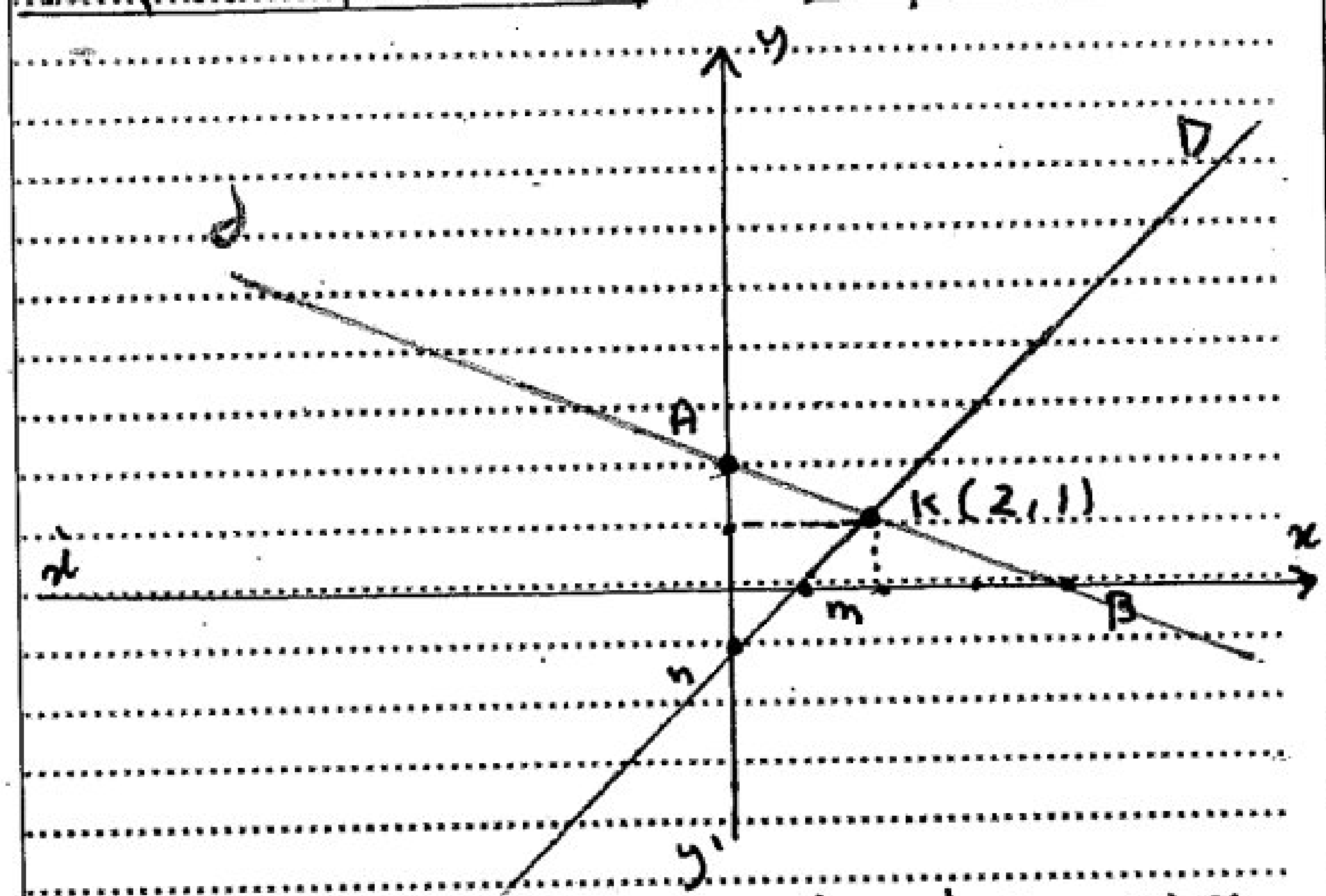
• الرسم :

$d: x + 2y = 4$ $\qquad$ $\Delta: x - y = 1$

معادلة مستقيم لا يمر بالمبدأ $\qquad$ معادلة مستقيم لا يمر بالمبدأ

x	0	4
y	2	0
النقط	$A(0,2)$	$B(4,0)$

x	0	1
y	-1	0
النقط	$n(0,-1)$	$m(1,0)$



نقطة التقاطع $K(2,1)$

• $S_{AKn} = \frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$

• مجموع العددين x و y يساوي 2

$x + y = 2$

ثلاثة أضعاف x تزيد عن ضعفي y بـ 1

$3x = 2y + 1$

• تحقق الثنائية $(1,1)$ حل الجملة

$3x = 2y + 1$ $\qquad$ $x + y = 2$

$3(1) = 2(1) + 1$ $\qquad$ $1 + 1 \stackrel{?}{=} 2$

$3 = 3$ محققة $\qquad$ $2 = 2$ محققة

$(1,1)$ حل المعادلة الأولى
$(1,1)$ حل المعادلة الثانية
} ومنه $(1,1)$ حل الجملة

قواعد وملاحظـــــات في الهنـدســة

تعلم

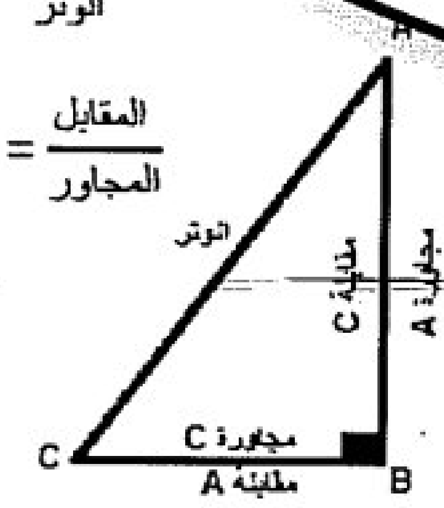
$SIN\ A = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$, $COS\ A = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$Tan\ A = \frac{SIN\ A}{COS\ A}$ أو $Tan\ A = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

$$SIN^2\hat{A} + COS^2\hat{A} = 1$$

$$0 < sinA < 1$$

$$0 < cos\ A < 1$$



جدول بالنسب المثلثية لزوايا شهيرة:

θ	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

ملاحظة

$$sin\theta = cos(90 - \theta)$$

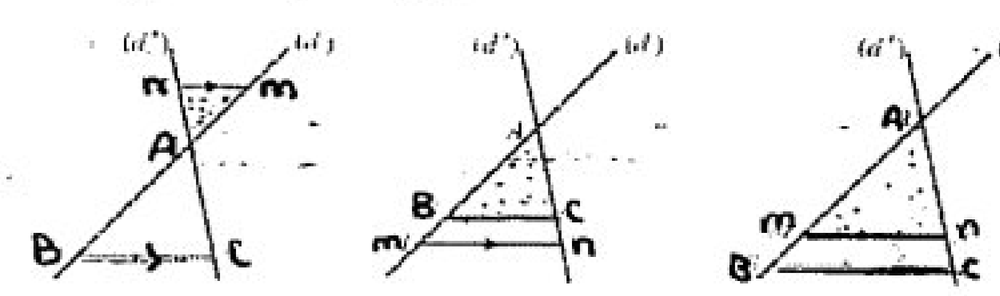
نص مبرهنة النسب الثلاث

(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في A.

النقطتان B و M من (d) مختلفتان عن A.

النقطتان C و N من (d') مختلفتان عن A أيضاً.

إذا كان (BC) و (MN) متوازيين، كان $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

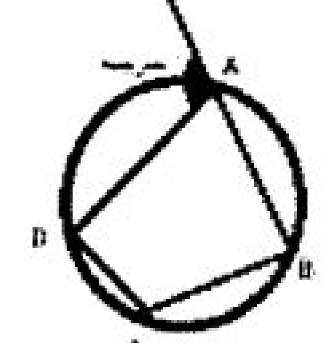


ملاحظة : - تستخدم مبرهنة النسب الثلاث في حال وجود التوازي لحساب طول ضلع أو حساب نسبة مفروضة

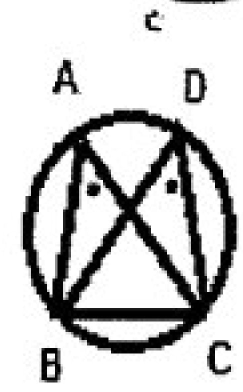
- تستخدم مبرهنة العكس لبرهان توازي مستقيمين

تذكر : مبرهنة المنتصفات الأولى :القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الثالثة وطولها تساوي نصف طول الضلع الثالثة

في الرباعي الدائري :



- كل زاويتان متقابلتان متكاملتان
- الزاوية الخارجية = الزاوية المقابلة لمجاورتها



- إذا كانت النقاط A,B,C,D تقع على دائرة واحدة وكانت النقطتان A,D في جهة واحدة بالنسبة إلى [BC] فإن $B\hat{A}C = B\hat{D}C$

لبرهان ان الرباعي دائري:

- نبرهن أن فيه زاويتان متقابلتان متكاملتان (مجموعهما 180)
- نبرهن أن فيه زاويتان متساويتان وبجهة واحدة بالنسبة لضلع

تذكر

لبرهان تشابه مثلثان نبرهن تناسب أطوال أضلاعهما

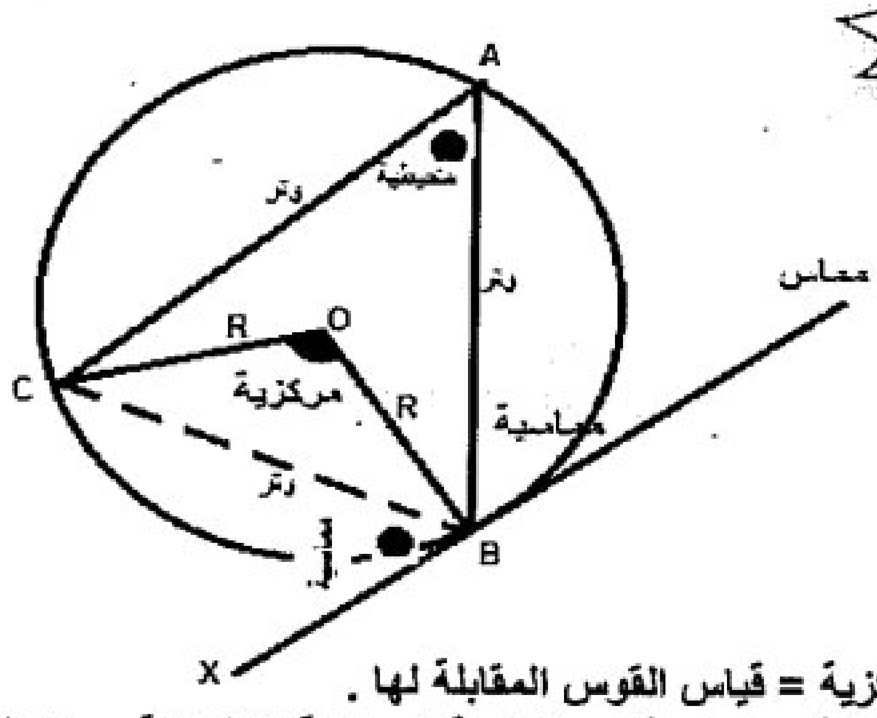
تشابه نسبته $k > 0$:

- إذا كان $K>1$ يؤول التشابه إلى تكبير الشكل
- إذا كان $0<k<1$ يؤول التشابه إلى تصغير الشكل
- إذا كان $K=1$ الشكلان طبوقان

التشابه: يحافظ على قياسات الزوايا

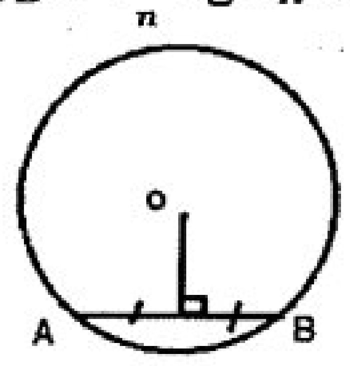
- نسبة طولي ضلعين في مثلثين متشابهين يساوي نسبة التشابه
  $\frac{A'B'}{AB} = K$ منه $A'B' = K.AB$
- نسبة محيطي مضلعين متشابهين = نسبة التشابه
  $\frac{p'}{p} = K$ منه $p' = K.p$
- نسبة مساحتي مضلعين متشابهين = مربع نسبة التشابه
  $\frac{S'}{S} = k^2$ منه $S' = K^2.S$
- نسبة حجمي مجسمين متشابهين = مكعب نسبة التشابه
  $\frac{v'}{v} = k^3$ منه $v' = K^3.v$

تذكر



- قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابلة لها .
- قياس الزاوية المحيطية = نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها بالقوس ذاته
- قياس الزاوية المحيطية = نصف قياس القوس التي تقابلها
- قياس الزاوية المماسية = نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها بالقوس نفسه
- قياس الزاوية المماسية = نصف قياس القوس التي تحصرها.
- الزاوية المحيطية التي تقابل قوس نصف الدائرة تساوي قائمة .
- الزاويتان المحيطيتان المشتركتان بالقوس نفسه متساويتان .
- الزاويتان المحيطيتان المتساويتان في دائرة يحددان قوسين طبوقين والقوسين الطبوقين يحصران وترين متساويين
- المماس عمودي على نصف قطر الدائرة .
- لبرهان أن مستقيم مماس للدائرة نبرهن أنه عمودي على نصف القطر
- إذا كان [AB] ضلعا في مضلع منتظم مركزه (O) وعدد أضلاعه n كان $A\hat{O}B = \frac{360}{n}$

ملاحظة:



- المستقيم المار من مركز الدائرة ومنتصف وترفيها يعامد ذلك الوتر
- العمود المرسوم من مركز دائرة على وتر فيها يمر بمنتصف ذلك الوتر

تـــذكـــر

- تستخدم مبرهنة فيثاغورث لحساب طول ضلع في مثلث قائم علم منه طولا ضلعين والثالث مجهول
  (مربع الوتر = مجموع مربعي الضلعين الباقيتين)
- طول الضلع المقابلة للزاوية 30 في المثلث القائم يساوي نصف طول الوتر
- طول المتوسط المتعلق بالوتر في المثلث القائم يساوي نصف طول الوتر
- مركز الدائرة المارة برؤوس مثلث قائم هي منتصف الوتر ونصف قطرها يساوي نصف طول الوتر
- في المثلث المتساوي الأضلاع :كل ارتفاع هو متوسط ومنصف ومحور
  نقطة تلاقي المحاور (مركز الدائرة المارة برؤوسه)نفسها
  نقطة تلاقي المتوسطات (مركز ثقل المثلث) نفسها
  نقطة تلاقي المنصفات (مركز الدائرة الماسة لأضلاعه داخلا)نفسها
  نقطة تلاقي الارتفاعات

الوضع النســـــبي لدائرتيـــن :

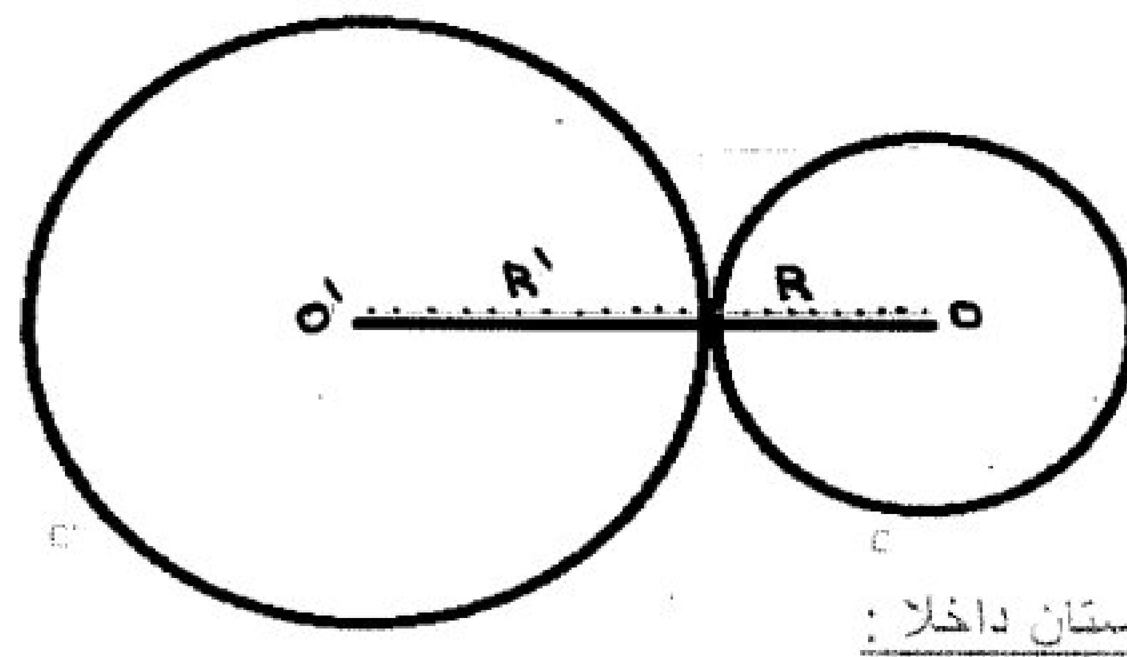
$C(O,R)\ ,C'(O',R')$

1. دائرتان متماستان : **تشتركان بنقطة واحدة فقط**

A) متماستان خارجا :

حيث $oo' = R + R'$

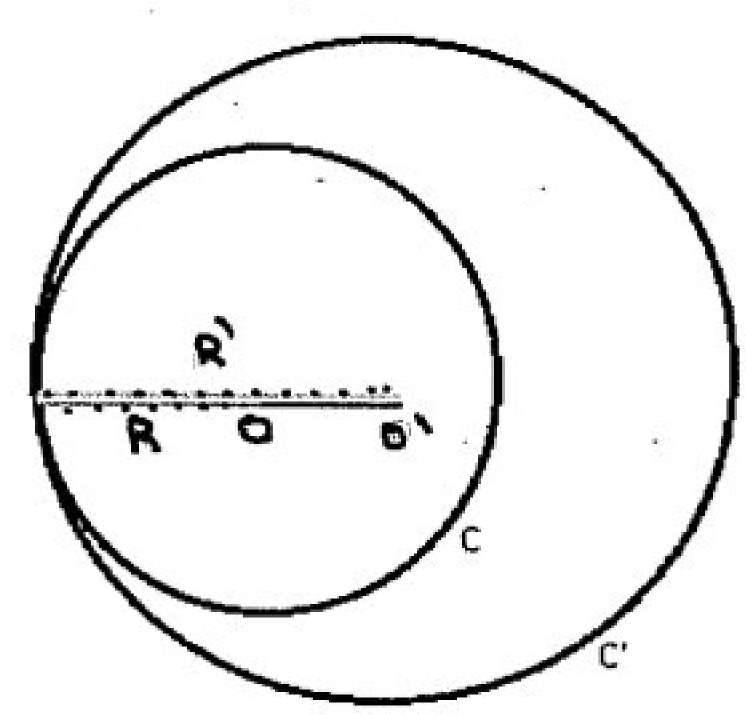
البعد بين مركزي الدائرتين يساوي مجموع نصفي القطرين



B) متماستان داخلا :

حيث $OO' = R' - R$

البعد بين مركزي الدائرتين يساوي الفرق بين نصفي القطرين

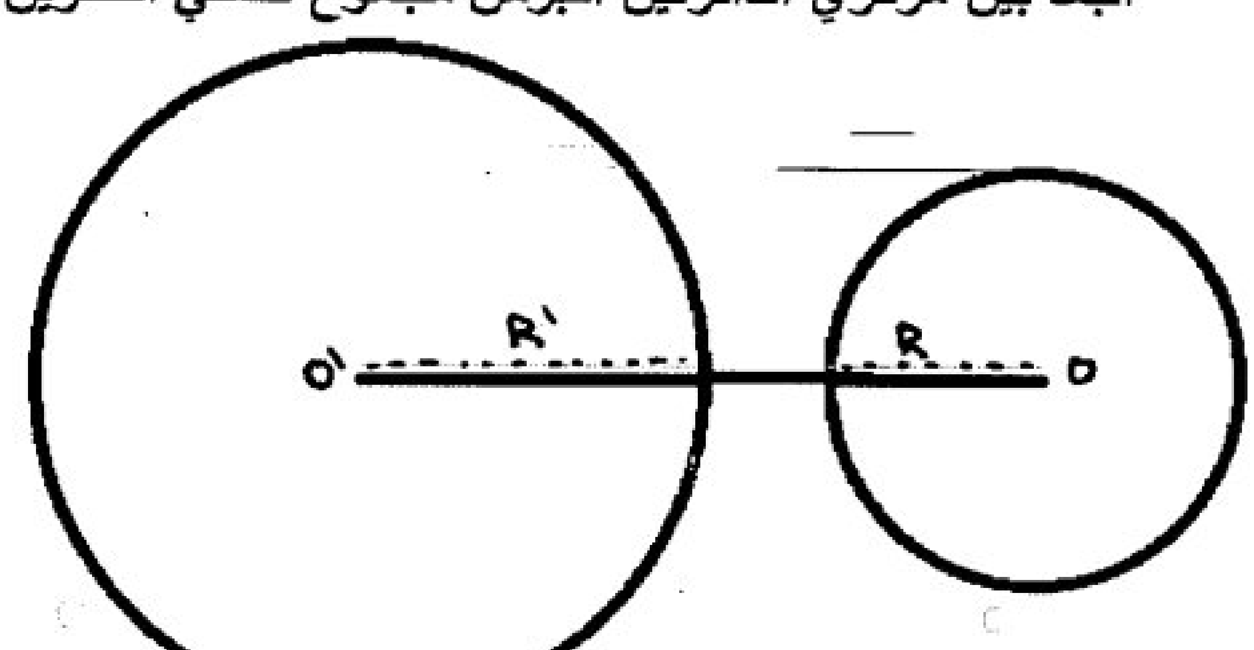


2. دائرتان متباعدتان : **لا تشتركان بأي نقطة**

A) متباعدتان خارجا:

حيث $oo' > R + R'$

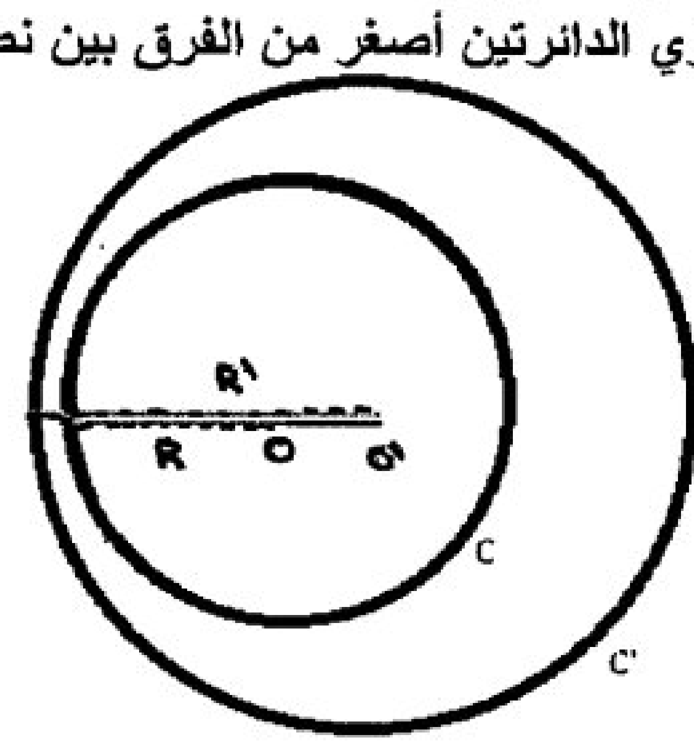
البعد بين مركزي الدائرتين أكبرمن مجموع نصفي القطرين



B) متباعدتان داخلا:

حيث $OO' < R' - R$

البعد بين مركزي الدائرتين أصغر من الفرق بين نصفي القطرين



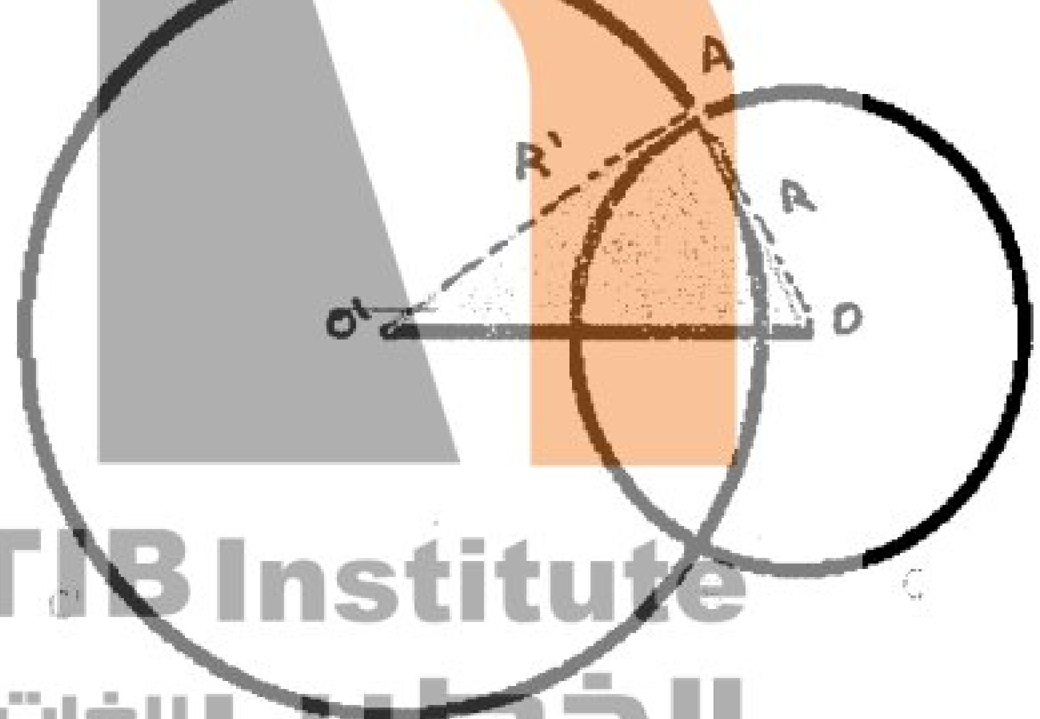
3. دائرتان متقاطعتان: تشتركان بنقطتين

حيث $oo' < R + R'$

و $OO' > R' - R$

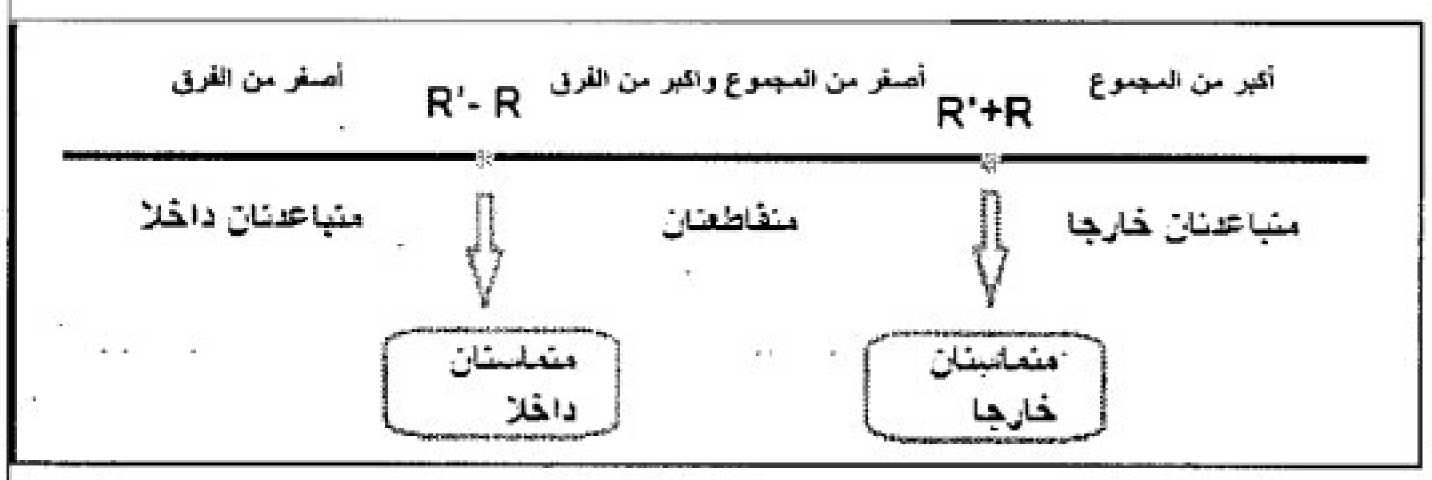
أي $R' - R < OO' < R + R'$

البعد بين مركزي الدائرتين أصغر من مجموع نصفي القطرين وأكبر من الفرق بينهما



النتيجة :

المستقيم فيما يلي يمثل قيم الطول OO':



مثال : $C(O,5)$ و $C'(O',3)$

اذا كان $OO' = 2$ **فالدائرتان متماستان داخلاً لأن** $2 = 5 - 3$

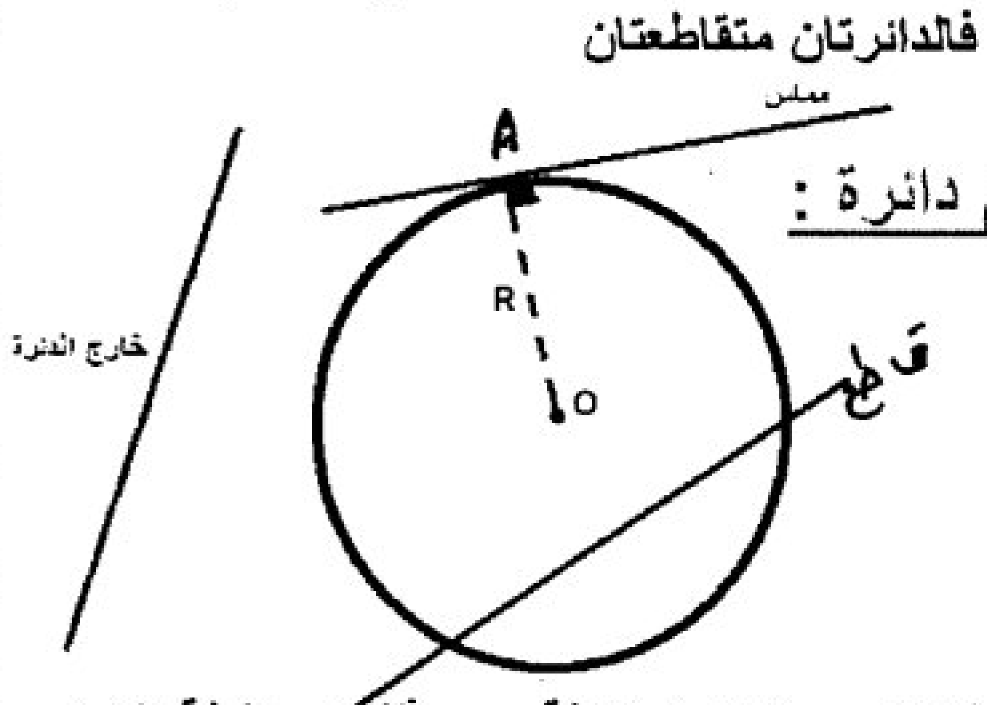
اذا كان $OO' = 8$ **فالدائرتان متماستان خارجا لأن** $8 = 5 + 3$

اذا كان $OO' = 1$ **فالدائرتان متباعدتان داخلاً لأن** $(5 - 3) > 1$

اذا كان $OO' = 10$ **فالدائرتان متباعدتان خارجا لأن** $(5 + 3) < 10$

اذا كان $OO' = 3$ **فالدائرتان متقاطعتان**

وضع مستقيم مع دائرة :



1- مماس للدائرة : يشترك مع الدائرة بنقطة وحيدة تدعى نقطة التماس

بعد المركز عن المماس = نصف قطر الدائرة

- المماس عمودي على نصف قطر الدائرة

2- قاطع للدائرة : يشترك مع الدائرة بنقطتين مختلفتين

بعد مركز الدائرة عن القاطع أصغر من نصف القطر

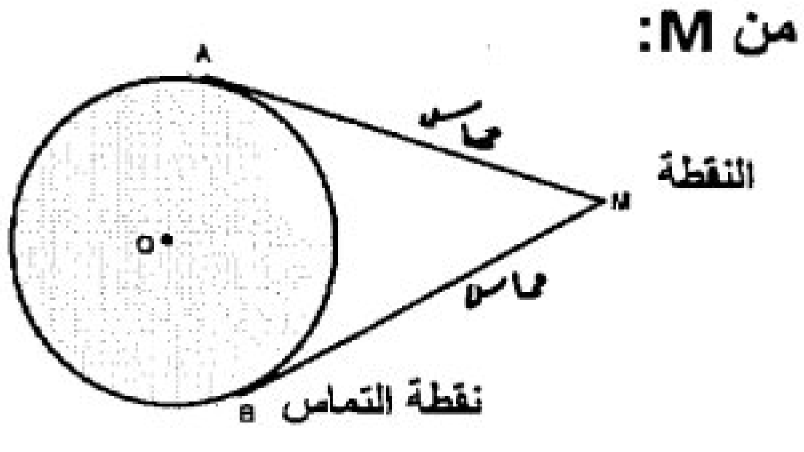
3- خارج الدائرة : لا يشترك مع الدائرة بأي نقطة

بعد المركز عن المستقيم (خارج الدائرة) أكبر من نصف القطر

ملاحظة **: من نقطة M خارج دائرة يمكن رسم مماسين للدائرة وتكون المسافتين بين M وكل من نقطتي التماس متساويتين أي جزأي المماسين المحددين بنقطتي التماس والنقطة الخارجية متساويا الطول**

مماسين للدائرة من M: Am Bm

AM= MB



المجســـــمات ومقـــــاطع المجســـــمات

تعلم : للموشور القائم والأسطوانة الدورانية القائمة :

- المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

$$S_L = P \cdot h$$

- المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحتي القاعدتين

$$S_T = S_L + 2S$$

- الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع

$$V = S \cdot h$$

حيث - p: محيط القاعدة و S : مساحة القاعدة

h: ارتفاع الموشور أو الاسطوانة

S_L: المساحة الجانبية - S_T: المساحة الكلية

- حجم متوازي المستطيلات = جداء ابعاده الثلاثة
- حجم المكعب = ^{3}(طول الحرف)

$$V = x^3$$

تعلم : للهرم والمخروط:

- حجم هرم = ثلث جداء ضرب مساحة قاعدته S بارتفاعه h

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h$$

- حجم المخروط = ثلث جداء ضرب مساحة قاعدته S بارتفاعه h

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3}\ (\pi R^2)\ .h$$

تعلم : للكرة :

- مساحة سطح كرة بدلالة نصف قطرها $S = 4\pi R^2$
- حجم الكرة بدلالة نصف قطرها $V = \frac{4}{3}\ \pi R^3$

تـــــــذكر:

- مساحة المثلث = $\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$
- مساحة المثلث القائم = $\frac{\text{جداء الضلعين القائمين}}{2}$
- مساحة المثلث المتساوي الأضلاع= $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
- مساحة متوازي الأضلاع = القاعدة × الارتفاع
- مساحة المستطيل = الطول × العرض
- مساحة المعين = نصف جداء قطريه
- مساحة المعين = القاعدة × الارتفاع
- مساحة المربع = a^2 أو طول الضلع × طول الضلع
- مساحة المربع = نصف جداء قطريه
- مساحة شبه المنحرف = $\frac{\text{مجموع القاعدتين} \times \text{الارتفاع}}{2}$
- محيط أي شكل = مجموع أطوال أضلاعه
- محيط المربع = 4× طول الضلع
- محيط المعين = 4× طول الضلع
- محيط أي مضلع منتظم = عدد أضلاع المضلع ×طول الضلع
- مساحة الدائرة = πR^2
- محيط الدائرة = $2\pi R$
- لحساب حجم جذع الهرم:

نوجد الفرق بين حجمي الهرمين المشكلين للجذع

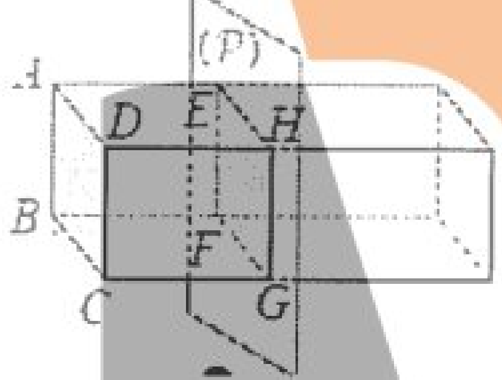
أو يمكن استخدام الدستور:

$$V = \frac{1}{3}\ h\,(S + S' + \sqrt{S \times S'})$$

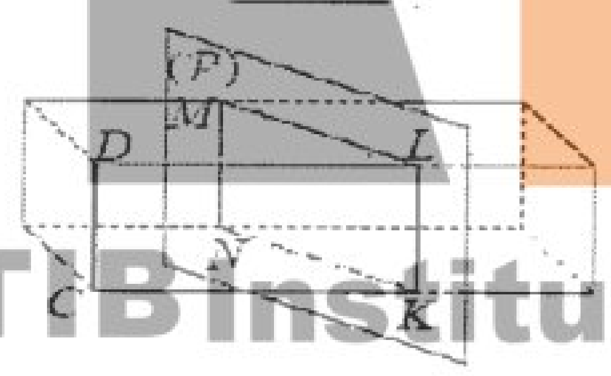
حيث S,S' مساحتا القاعدتين و h ارتفاع الجذع

يمكن استخدام الدستور لحساب حجم جذع المخروط

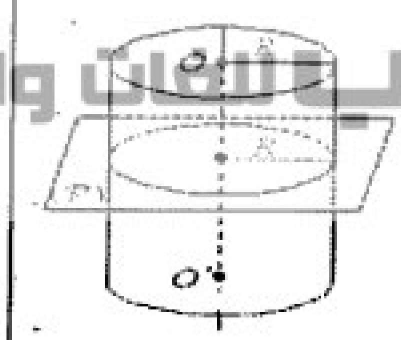
مقاطع المجسمات



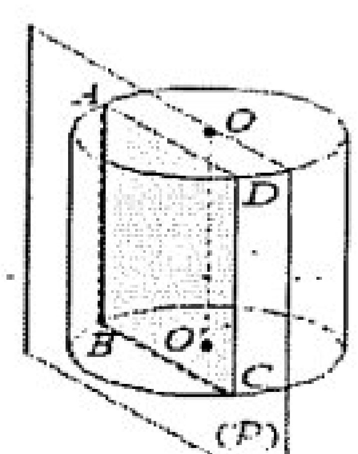
- مقطع متوازي مستطيلات بمستو يوازي أحد أوجهه: هو مستطيل يطابق ذلك الوجه



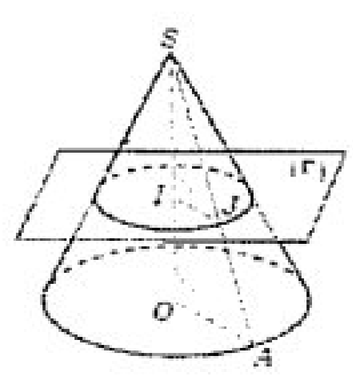
- مقطع متوازي مستطيلات بمستو يوازي أحد أحرفه : هو مستطيل أحد بعديه يساوي ذلك الحرف



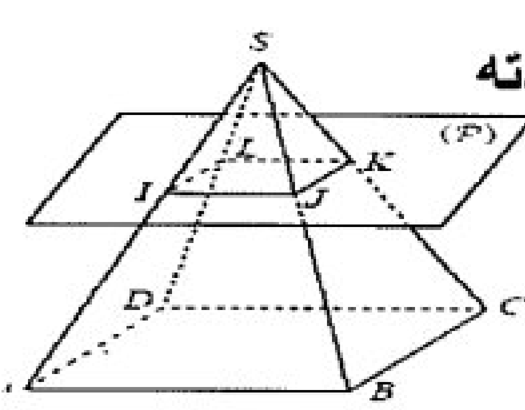
- مقطع أسطوانة دورانية بمستو يوازي قاعدتها أو يعامد محورها: هو دائرة تطابق القاعدة



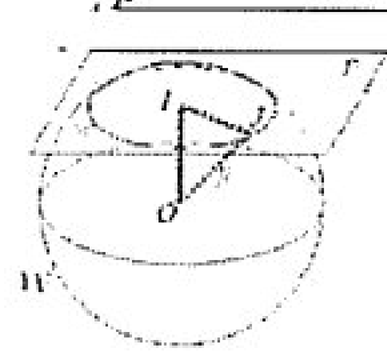
- مقطع اسطوانة دورانية بمستو يوازي محورها : هو مستطيل أحد بعديه يساوي ارتفاع الاسطوانة



- مقطع مخروط دوراني بمستو يوازي القاعدة : هو دائرة مصغرة عن دائرة القاعدة

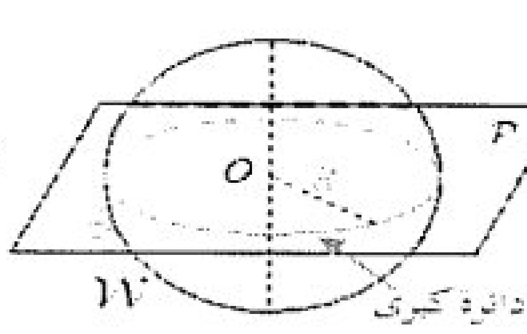


- مقطع هرم بمستو يوازي قاعدته هو تصغير للقاعدة مثلا اذا كانت القاعدة مربع فالمقطع مربع مصغر

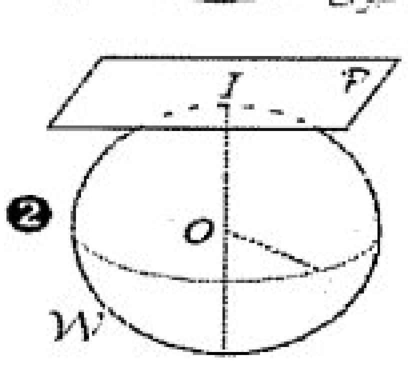


- مقطع كرة بمستو هو دائرة
- مقطع مجسم كروي بمستو هو قرص دائري

حالات خاصة :



- عندما يمر المستو القاطع بمركز الكرة فالمقطع هو دائرة كبرى



- عندما يمس المستوي الكرة فالمقطع هو نقطة

ملاحظة :

سطوح كروية (كرات)

السطح الكروي (الكرة): ذو المركز O ونصف القطر R هي مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق $OM = R$

المجسم الكروي : ذو المركز O ونصف القطر R هي مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق $OM \leq R$

أختيار من متعدد

1 – ABC مثلث قائم في B و AC=2AB فان قياس الزاوية A تساوي :

A	B	C
30	45	• 60

2 - اذا كان ABC مثلث قائم في B وكانت $A \neq C$ فان :

A	B	C
$\tan C = 1$	$\sin C = \cos B$	• $\sin C = \cos A$

3- اذا كانت θ زاوية حادة في مثلث قائم وكان $\cos 40 = \sin \theta$ فان قياس θ تساوي

A	B	C
40	• 50	140

4- مثلث متساوي أضلاع طول ضلعه 2Cm فان طول ارتفاعه يساوي :

A	B	C
• $\sqrt{3}$	1.5	$\frac{\sqrt{12}}{3}$

5 - مربع مساحته $9m^2$ صمم نموذجا مكبرا لها مساحته $36m^2$ فان معامل التصغير هو

A	B	C
$\frac{1}{4}$	• $\frac{1}{2}$	2

6- ناتج $\cos 30 . \tan 30$ يساوي :

A	B	C
$\sin 60$	• $\cos 60$	$\tan 60$

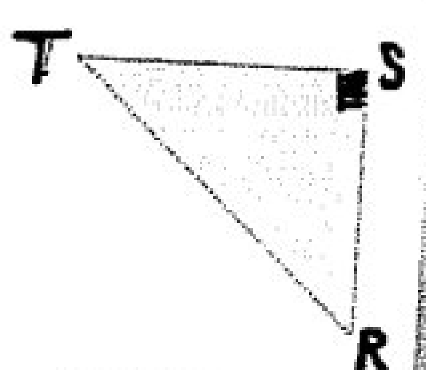
7 - مثلث متساوي أضلاع طول ضلعه 6 Cm فان مساحته تساوي:

A	B	C
$3\sqrt{3}$	$6\sqrt{3}$	• $9\sqrt{3}$

8- إذا كانت Tan A = 1 فان قياس الزاوية $\widehat{A}$ تساوي :

A	B	C
30	• 45	60

9 - في الشكل المجاور : طول RT يساوي :



A	B	C
$ST . \sin T$	$\frac{ST}{\sin T}$	• $\frac{ST}{\cos T}$

10 - ABC مثلث قائم في B , الزاوية التي تجيبها $\frac{AB}{AC}$ هي :

A	B	C
• A	B	C

11. اذا كان $\sin 20 = \cos(x + 60)$ فان x تساوي :

A	B	C
20	60	• 10

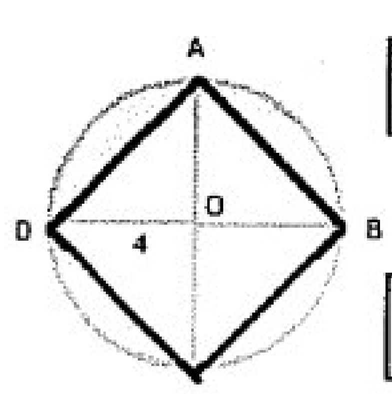
12 – مكعب طول حرفه a=0.01 فان حجمه يساوي :

A	B	C
$10^{-2} m^3$	• $10^{-6} m^3$	$10^{-4} m^3$

13 - دائرتان C(O,3) و C'(O' , 4) ,اذا علمت ان OO'=7 فإن الدائرتان C,C'

A	B	C
متماستان داخلا	متقاطعتان	• متماستان خارجا

14- في الشكل المجاور محيط المربع ABCD هو



A	B	C
4	$4\sqrt{2}$	• $16\sqrt{2}$

15- مسدس منتظم مرسوم في دائرة نصف قطرها 5Cm عندئذ محيط المسدس يساوي :

A	B	C
15Cm	• 30Cm	9Cm

16- عدد محاور التناظر لمثلث متساوي الأضلاع هي

A	B	C
محور واحد	محوران	• ثلاث محاور

17- مربع مرسوم في دائرة نصف قطرها 5Cm عندئذ طول ضلع المربع يساوي :

A	B	C
• $5\sqrt{2}$	$5\sqrt{3}$	5

مع تمنياتنا لكم بالنجاح والتفوق

في كل مما يأتي أجب بكلمة (صح) أو (خطأ).

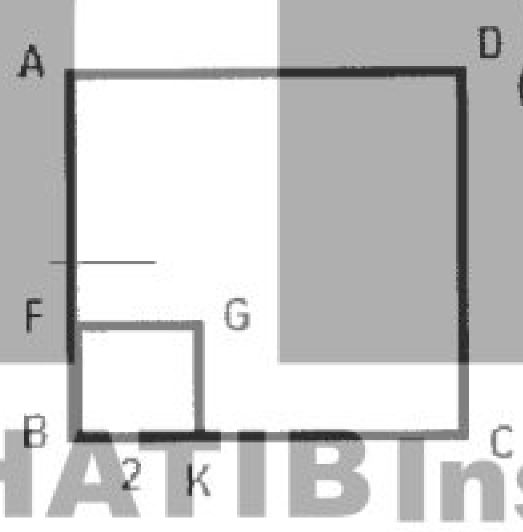
-1 اذا كان ABC قائم في B فان $0 < \sin \hat{A} < 1$ (صح)

-2 مكعب حجمه $27\ m^3$ صمم نموذجا مكبرا له حجمه $125m^3$ فان معامل التكبير يساوي $\frac{5}{3}$ (صح)

-3 ABC مثلث قائم في B و $\sin A = \frac{2}{3}$ فان : $\cos A = \frac{\sqrt{5}}{3}$ (صح)

-4 قيمة x في التناسب $\frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8}}{2}$ يساوي 2 (صح)

-5 ABC مثلث أطوال أضلاعه AB=$3\sqrt{2}$ و $AC = \sqrt{2}+\sqrt{8}$ و $BC = 5\sqrt{2} - \sqrt{8}$ هومثلث متساوي الأضلاع (صح)

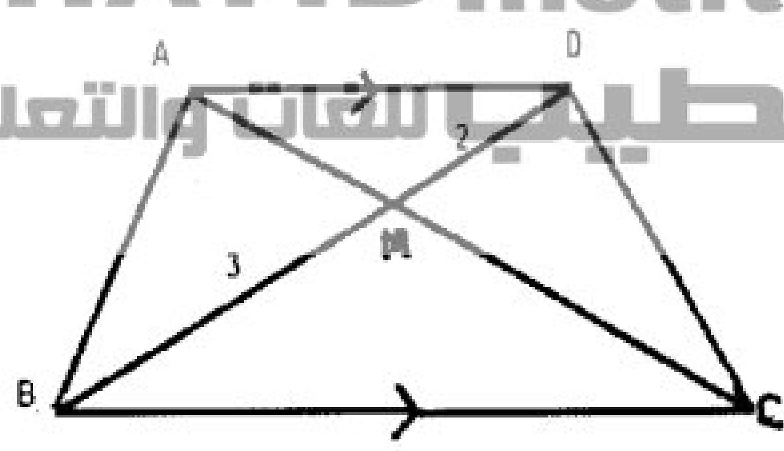


- في الشكل المجاور :

-6 المربع BFGK تصغير للمربع BADC بنسبة $\frac{1}{3}$ إذا كان طول BK = 2 فان طول BC = 6 (صح)

-7 نسبة مساحة المربع الصغير BFGK إلى المربع الكبير BADC $\frac{1}{3}$ (خطأ)

-8 $\sin^2 70 + \cos^2 70 = 1$ (صح)



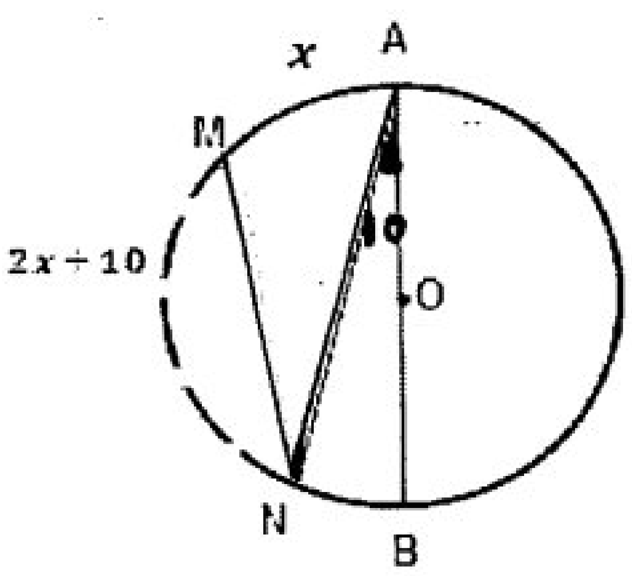
- في الشل المرسوم جانباً :

-9 $\frac{AD}{BC} = \frac{MD}{MB} = \frac{MA}{MC}$ (صح)

-10 المثلث MDA تصغير للمثلث MBC معامله $\frac{2}{3}$ (صح)

-11 النسبة $\frac{MA}{MC} = \frac{3}{2}$ (خطأ)

-12 $\frac{\text{مساحة } MAD}{\text{مساحة } MBC} = \frac{9}{4}$ (خطأ)



-13 ABC مثلث قائم مرسوم في دائرة نصف قطرها 5 فان طول الوتر BC يساوي 10 Cm (صح)

-14 اذا كانت نسبة التشابه $0 < k < 1$ يؤول التشابه إلى تكبير الشكل (خطأ)

-15 في الشكل المجاور قيمة x تساوي 20 (خطأ)

-16 مكعب طول حرفه $\sqrt{2}$ فان حجمه $8\sqrt{2}$ (خطأ)

-17 ABCDEF مسدس منتظم تمر برؤوسه دائرة مركزها O فان قياس $\hat{AOB}$ تساوي 120 (خطأ)

-18 المخروط الدوراني ينتج من دوران مثلث قائم الزاوية حول أحد أضلاعة القائمة (صح)

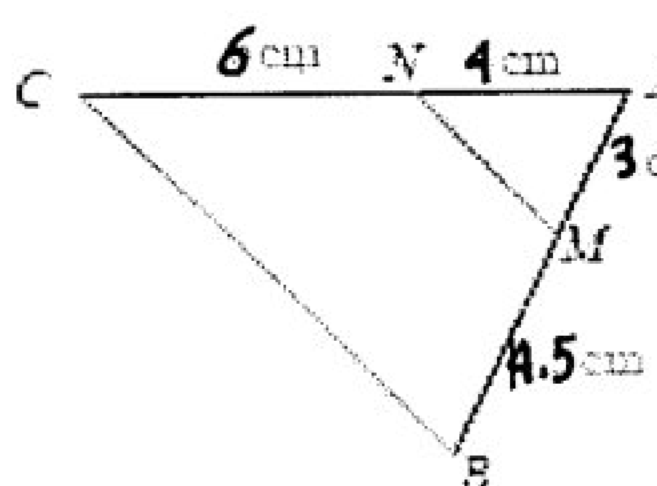
-19 سطح كروي مركزه O ونصف قطرها R هو مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق $OM < R$ (خطأ)

-20 إذا كان المستقيم d يشترك مع الدائرة c في نقطة واحدة فقط وكان بعد المركز عن المستقيم يساوي R فان المستقيم مماس للدائرة (صح)

-21 ABCDE مخمس منتظم مرسوم في دائرة مركزها o منه $\widehat{AOB} = 72$ (صح)

-22 ABCDEF مسدس منتظم فان قياس الزاوية $\hat{CDE}$ يساوي 120 (صح)

-23 إذا ضربنا أطوال أضلاع مثلث بالعدد 3 فإن قياسات زواياه تضرب بالعدد3 (خطأ)



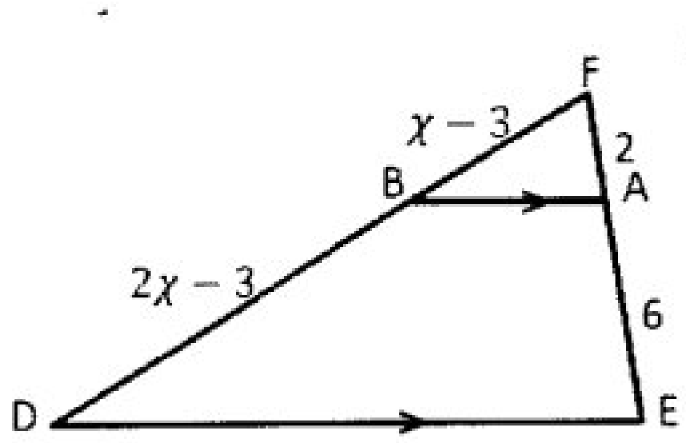
-24 في الشكل المجاور CNMB شبه منحرف (صح)

-25 المجسم الكروي ذو المركز O ونصف القطر R هو مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق $OM \le R$ (صح)

-26 هرم ارتفاعه 36 cm وحجمه $156\ cm^3$, مساحة قاعدته $13cm^2$. (صح)

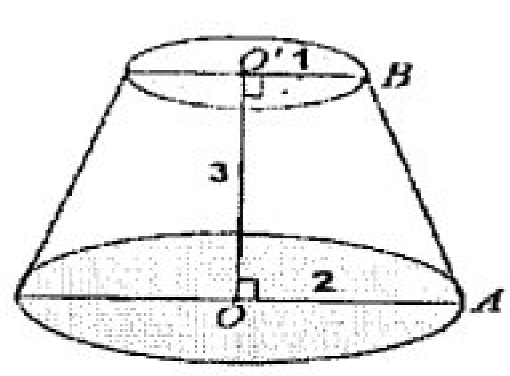
-27 مساحة سطح كروي محيط دائرته الكبرى 28π Cm تساوي $784\pi\ Cm^2$ (صح)

-28 اذا كان قياس A=100 في الرباعي الدائري ABCD فإن قياس الزاوية C تساوي 80 (صح)



-29 في الشكل المجاور قيمة x تساوي 6 (صح)

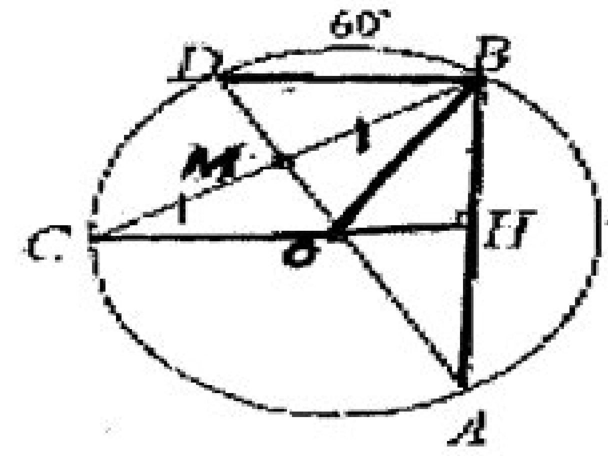
-30 مثلث ABC , AB= 2Cm , AC= 3 Cm , BC=4.5Cm
وفي المثلث DEF لدينا DE=6Cm , DF= 9Cm , EF=13.5Cm منه
مساحة المثلث DEF تساوي : تسعة أمثال مساحة ABC (صح)



-33 في الشكل المجاور

1- يمثل جذع مخروط حجمه يساوي $8\pi Cm^3$ (خطأ)

2- مساحة شبه المنحرف OO;BA يساوي $4.5\ Cm^2$ (صح)



-34 في الشكل المجاور:

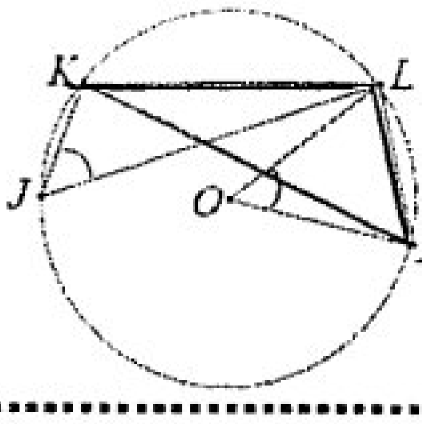
1- $CB \perp DO$ (صح)

2- الشكل DBOC معين (صح)

مع تمنياتنا لكم بالنجاح والتفوق

مسائل هندسة

المسألة الأولى :

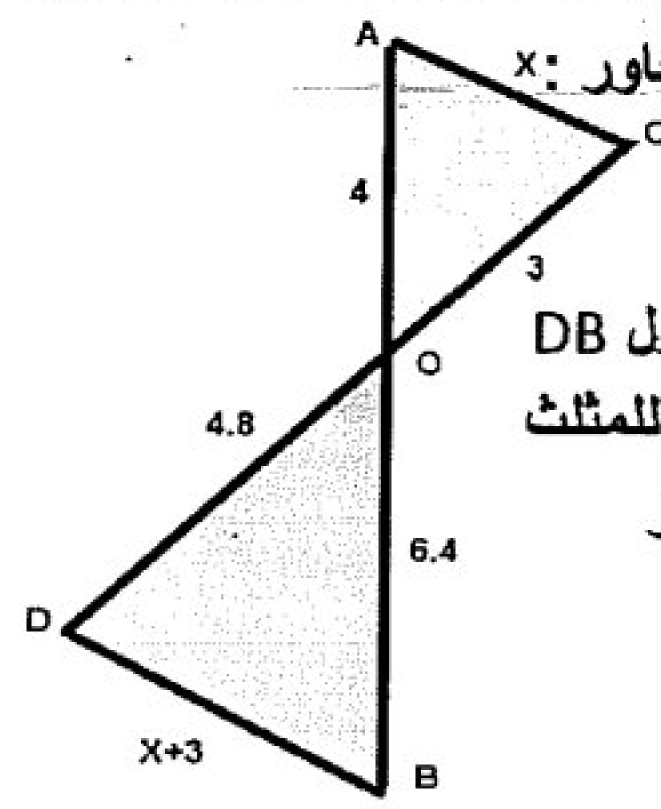


C(O,R) و $K\hat{J}L = L\hat{O}M = 50$

المطلوب :

- احسب قياسات زوايا المثلث KLM
- احسب قياس الزاوية $K\hat{O}M$

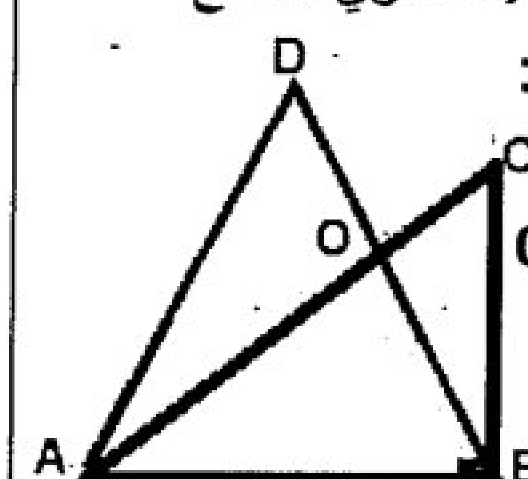
المسألة الثانية: في الشكل المجاور :



المطلوب:

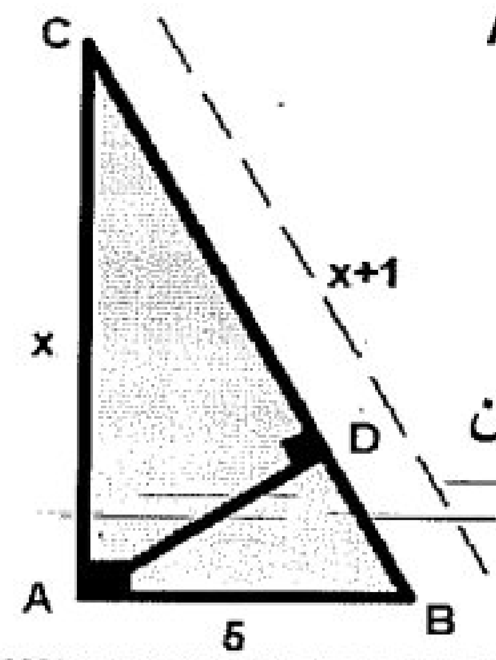
1- أثبت أن AC\\DB
2- احسب قيمة x واستنتج طول DB
3- اذا علمت ان AOC تصغير للمثلث DOB احسب معامل التصغير واستنتج $\frac{S_{AOC}}{S_{DOB}}$

المسألة الثالثة : ABCمثلث قائم في B وABD متساوي أضلاع فيه $BC = \sqrt{12}$, $AC = \sqrt{48}$ المطلوب :



1- اكتب كل من AC,BC بالصيغة $a\sqrt{3}$
2- احسب $Sin\,C\hat{A}B$ ثم استنتج قياس $C\hat{A}B$
3- احسب كل من AB وAO
4- برهن أن الرباعي ADCBدائري

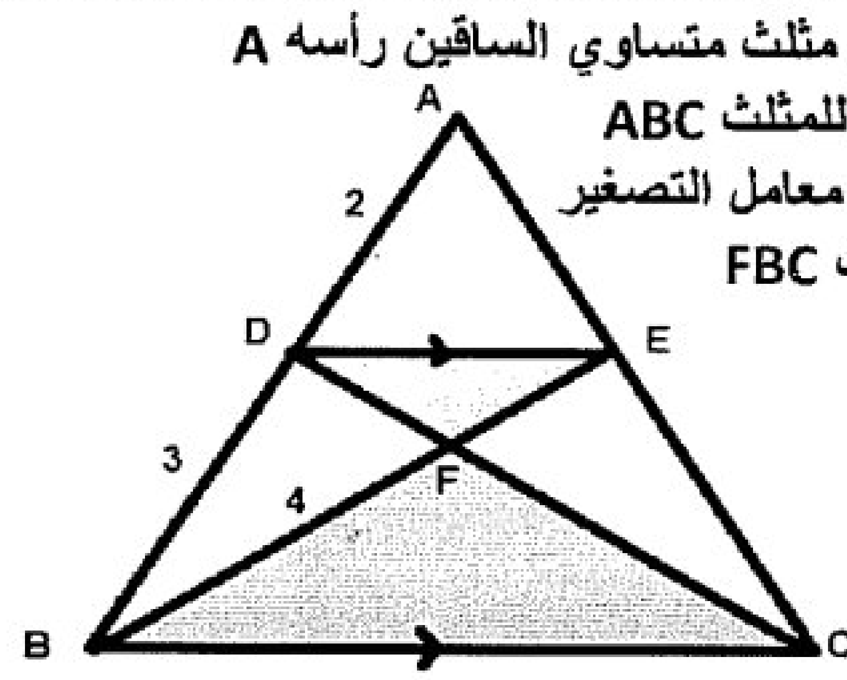
المسألة الرابعة : ABCمثلث قائم في A فيه طول $AC = x$, $BC = x + 1$



المطلوب:

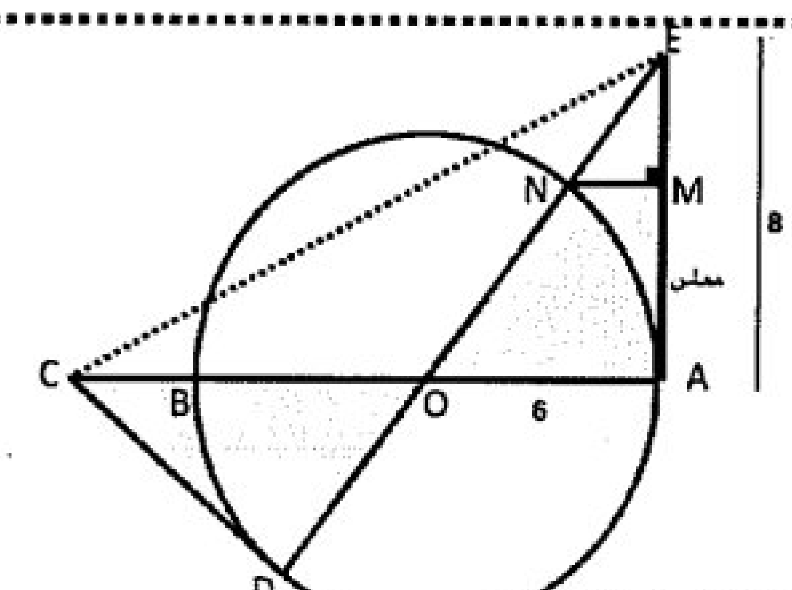
1-احسب قيمة x واستنتج طول CB ثم احسب طول AD
2- عبر عن $\cos B$ في كل من المثلثين ABD, ABC واستنتج $AD^2 = CB.BD$

المسألة الخامسة : AB C مثلث متساوي الساقين رأسه A



1-اذاعلمت ان ADE تصغير للمثلث ABC اكتب النسب الثلاث ثم اكتب معامل التصغير
2-اذا كان FDEتصغير للمثلث FBC اكتب النسب الثلاث
3-أثبت ان $\frac{EF}{FB} = \frac{2}{5}$ واستنتج طول EF
4- أثبت ان BCED دائري واستنتج $\widehat{ECD} = \widehat{EBD}$

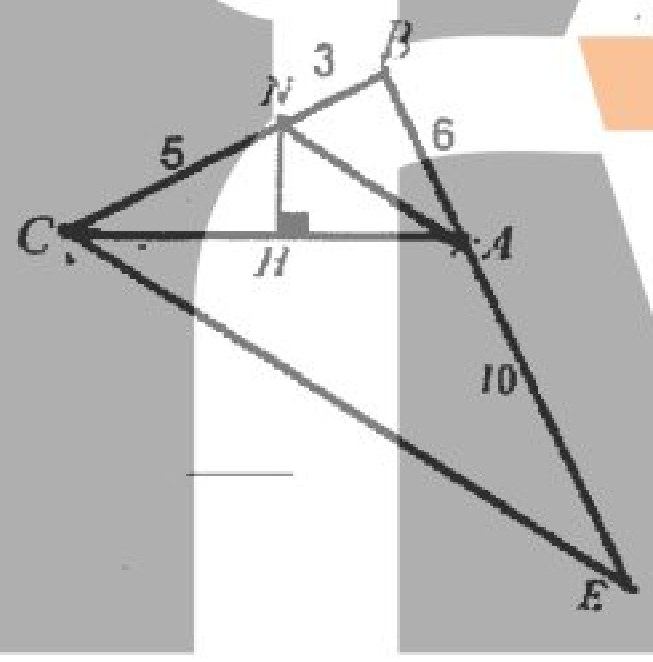
المسألة السادسة :



في الشكل المجاور AE,CD مماسان

1-احسب طول OE ثم استنتج طول NE
2- أثبت ان MN//OA ثم اكتب النسب الثلاث في المثلثين AOE وMNE واحسب طول MN
3- أثبت أن A,E,C,D تقع على دائرة واحدة

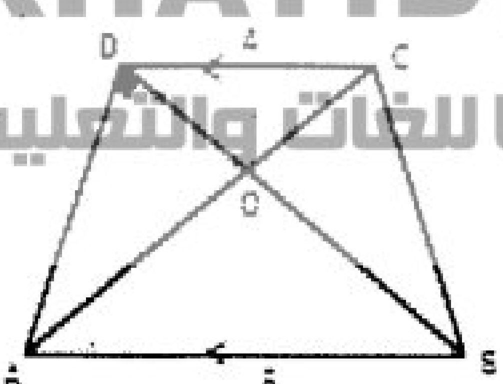
المسألة السابعة :



ABC مثلث أطوال أضلاعه $AB = 6$ و $CB = 8$ ،

1) أثبت أنّ المثلث ABC قائم في B.
2) اثبت أن $HNBA$ رباعي دائري، واحسب طول قطر الدائرة المارة برؤوسه.
3) احسب كلاً من النسبتين $\frac{BA}{BE}$ و $\frac{BN}{BC}$ ، وقارن. واستنتج أنّ $CE \parallel NA$.
4) اثبت أن AN منصف للزاوية $C\hat{A}B$.

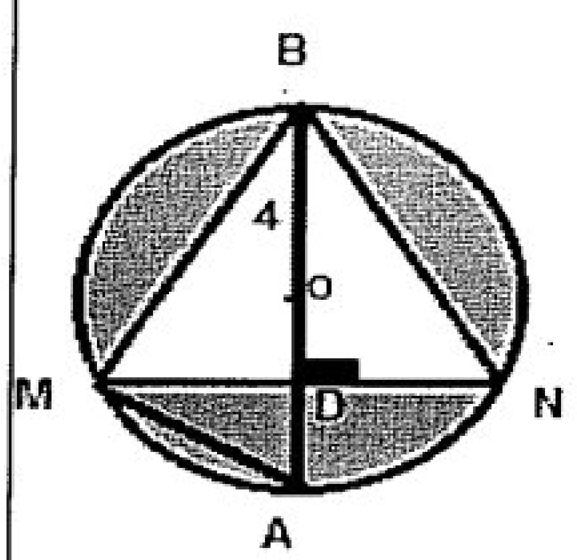
المسألة الثامنة :



ABCD شبه منحرف قاعدتاه AB = 8 ، CD = 4 و فيه قياس الزاوية $A\hat{D}B = 90°$ و $BD = 4\sqrt{3}$

١) احسب AD واستنتج قياس الزاوية $A\hat{B}D$
٢) اكتب النسب الثلاثة للمثلثين OCD , OAB
٣) إذا كانت S مساحة المثلث OAB و `S مساحة المثلث OCD واحسب النسبة $\frac{S`}{S}$
٤) إذا علمت أنّ ABCD رباعي دائري ، جد قياس الزاوية BCA عين مركز الدائرة المارة برؤوسه واحسب نصف قطرها

المسألة التساسعة:

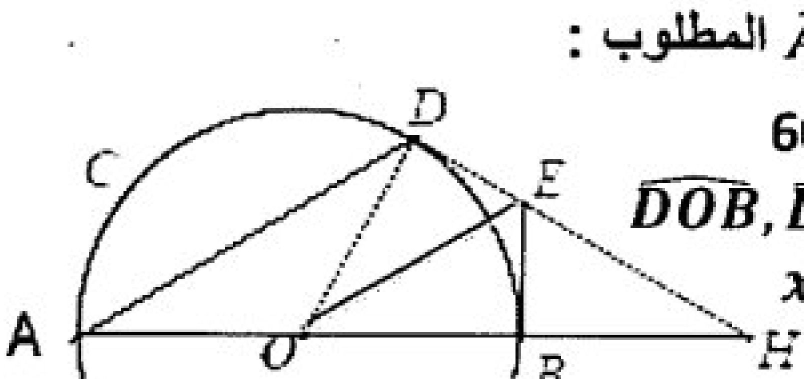


دائرة C(O 4) و $\widehat{BM} = 2\widehat{AM}$,

المطلوب :

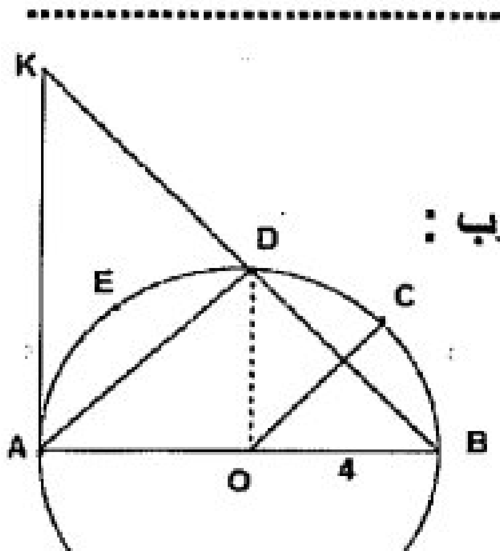
1- أحسب كلا من قياسي القوسين AM و BM
2- أحسب قياسات زوايا المثلث AMB
3- اثبت ان $BM = 4\sqrt{3}$. ثم احسب AMو DM
4-أثبت ان NMB متساوي اضلاع واحسب مساحته
5- أثبت ان مساحة المنطقة الملونة تساوي $4(4\pi - 3\sqrt{3})$

المسألة العاشرة : BE،DE مماسان للدائرة $C(O, x)$ في D ، B على التوالي $\widehat{AD} = \frac{2}{3}\widehat{AB}$ المطلوب :



1-أثبت أن قياس القوس $\widehat{DB}$يساوي 60 ثم استنتج قياس كل من الزوايا $\widehat{DOB}, \widehat{DAB}$
2- احسب كلا من DH ، OH بدلالة x
3-أثبت أن الرباعي ODEBدائري واستنتج قياس الزاوية $\widehat{DEB}$
4- أثبت أن B منتصف OH
5- اثبت ان $DE = \frac{1}{2}EH$

المسألة الحادي عشرة:



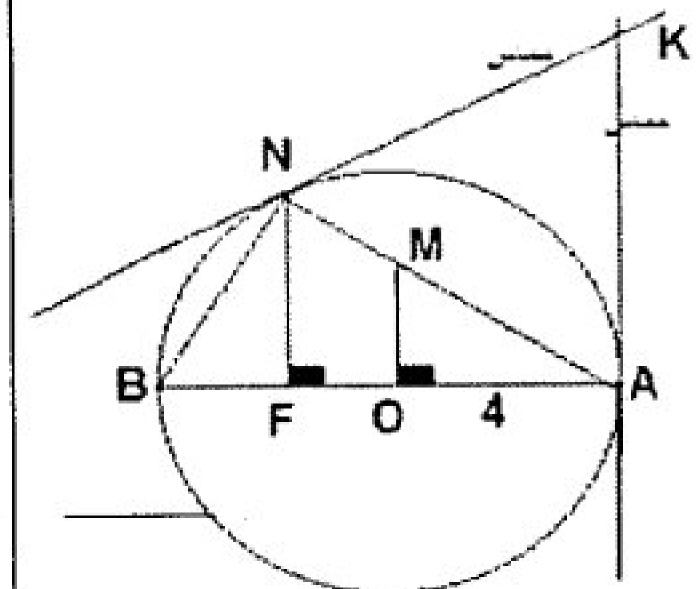
فيه C(O , 4) $\widehat{AE} = \widehat{ED} = \widehat{DC} = \widehat{CB}$, AK مماس للدائرة في النقطة A, والمطلوب :

- ما طبيعة المثلث ADB مع التعليل . واستنتج طول AD
- أوجد قياس كل من الزوايا $\widehat{COB}$ و $\widehat{KAD}$
- أحسب طول كل من AK ثم KB
- أثبت أن المثلث DOB تصغير للمثلث KAB
- أثبت ان D منتصف KB

إعداد: حنان المحمود

مسائل هندسة

المسألة الثانية عشرة:



تأمل الشكل المجاور $C(O , 4)$:

المطلوب : $\widehat{NA}= 2\,\widehat{NB}$

- اثبت أن A= 30
- أحسب كلا من الأطوال FA , NF , NA ,NB
- أثبت أن المثلثان ANF , AMO متشابهان

واحسب نسبة التصغير ثم احسب طول MO

- إذا كان AK NK مماسين للدائرة في A, N أحسب محيط المثلث NKA

المسألة الثالثة عشرة:

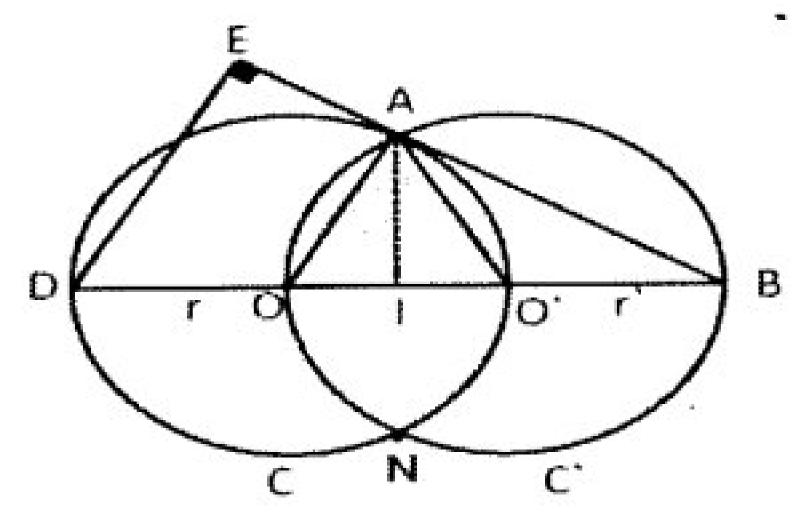
في الشكل المجاور: $C'(O', r)$, $C(O , r)$ دائرتان طبوقتان و متقاطعتان

النقطة I منتصف O`O المطلوب :

- أثبت أنّ المثلث `AOO متساوي الأضلاع
- أثبت أنّ AB مماس للدائرة C
- أوجد قياس الزاوية $\widehat{ABO}$ وقياس القوس $\widehat{AB}$
- أثبت أنّ الرباعي EDIA رباعي دائري
- أثبت أنّ DE \\ OA

ثمّ اكتب النسب الثلاث للمثلثين ABO , EBD

واستنتج أنّ $BA = \frac{2}{3}\,EB$



المسألة الرابعة عشرة:

في الشكل المجاور اسطوانة دورانية ارتفاعها h= ON ونصف قطر قاعدتها $r = NB= 2\sqrt{3}$,ومخروط دوراني رأسه O يشترك معها في القاعدة وحجمه $V = 40\pi$

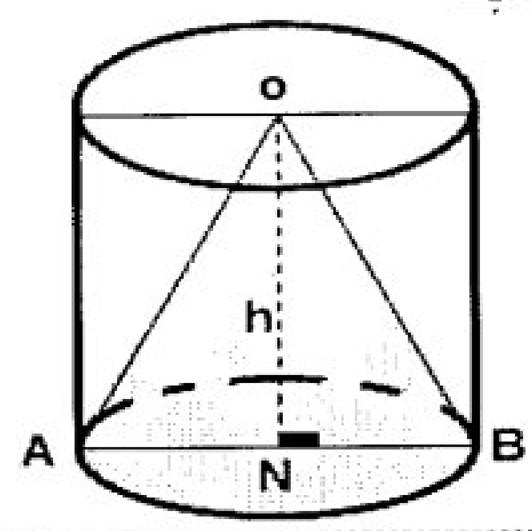
1- اذا علمت ان حجم المخروط يعطى بالعلاقة

$$V = \frac{\pi}{3} r^2\, h$$

- اثبت ان ارتفاع الاسطوانة h=10

واحسب حجمها v'

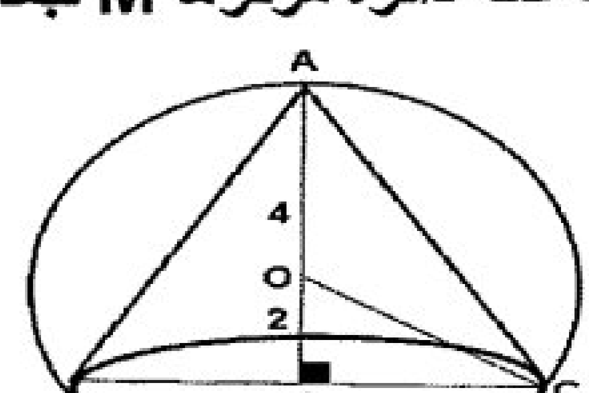
2- احسب حجم الجزء المحصور بين الاسطوانة والمخروط



المسألة الخامسة عشرة:

في الشكل المجاور كرة مركزها O ونصف قطرها OA=4 بداخلها مخروط دوراني رأسه A وقاعدته دائرة مركزها M تبعد عن مركز الكرة مسافة OM= 2 و

1- احسب كلا من MC , AC
2- احسب حجم المخروط
3- احسب 'V حجم الكرة



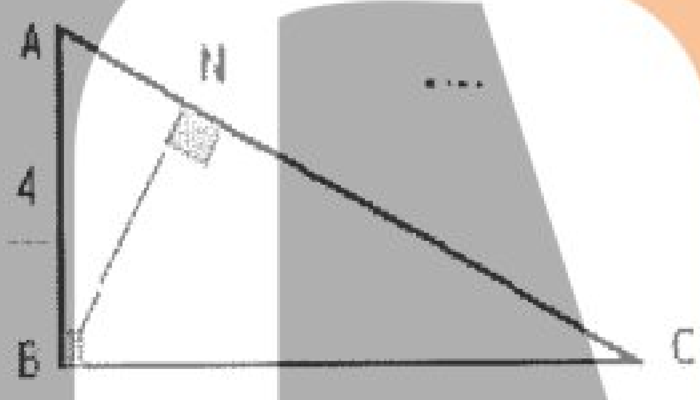
المسألة السادسة عشرة:

في الشكل المرسوم جانبا:

ABC مثلث قائم في B

فيه BN ⊥ AC , [AB] = 4

و $Sin\,\widehat{C} = \frac{1}{2}$ المطلوب :



1- احسب طول كلا من BC , AC

واستنتج نصف قطر الدارة المارة برؤوس المثلث ABN

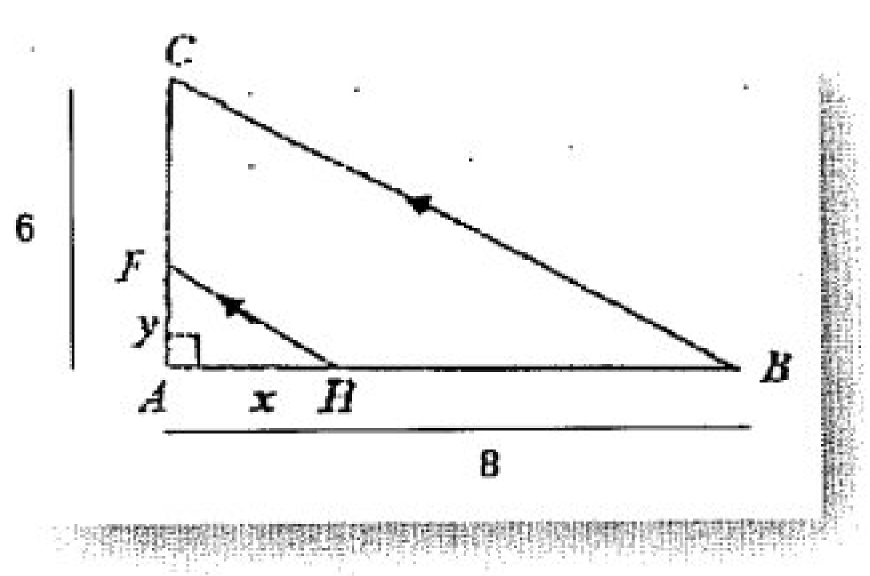
2- عبر عن $Sin\,\widehat{C}$ في المثلثين NBC , ABC واستنتج طول NB

المسألة السابعة عشرة:

في الشكل المجاور :

- احسب طول BC واحسب $Tan\,\widehat{B}$
- اكتب النسب الثلاث المتساوية في المثلثين AFH , ABC

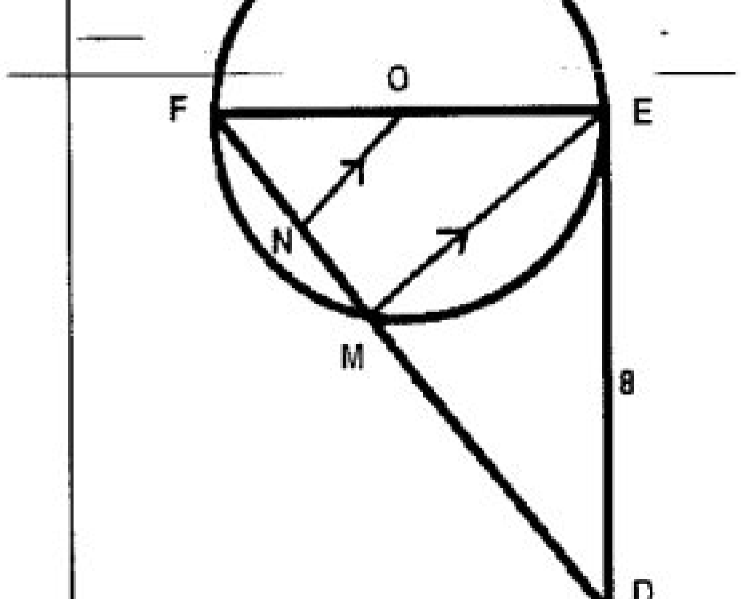
ثم استنتج $y = \frac{3}{4}x$



المسألة الثامنة عشرة:

في الشكل المرسوم جانباً لتكن الدائرة C(O ,R) , ED مماس للدائرة في E بحيث EM \\ ON , FD=10 , ED= 8 Cm والمطلوب :

1) أثبت أن EF=6 احسب $\sin\widehat{F}$, EM
2) برهن أن المثلثين ONF , EMF متشابهان واحسب نسبة مساحتيهما.
3) برهن أن الرباعي ONDE دائري , ثم عين مركز الدائرة المارة برؤوسه واحسب نصف قطرها



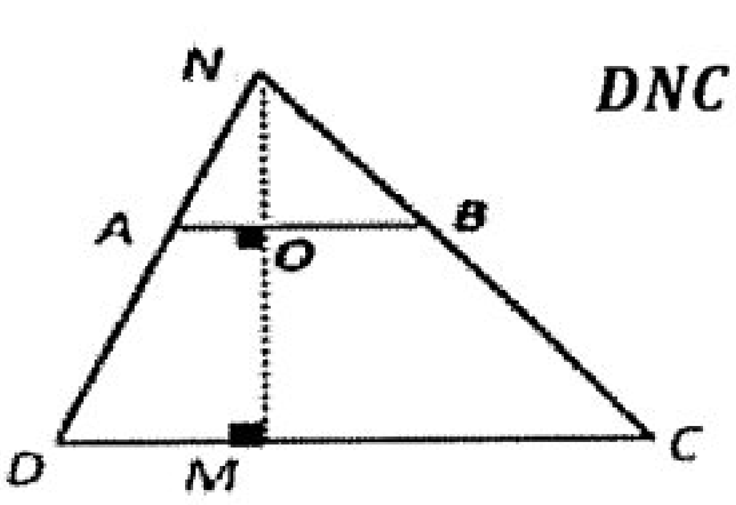
المسألة التاسعة عشرة:

في الشكل المجاور $MN = 10Cm$ والمطلوب :

1- أثبت توازي المستقيمين AB , CD
2- اذا علمت $\frac{ON}{OM} = \frac{2}{3}$ أثبت أن ON=4
3-إذا علمت ان NB=6 احسب NC

ثم اثبت أن ANB تصغير للمثلث DNC

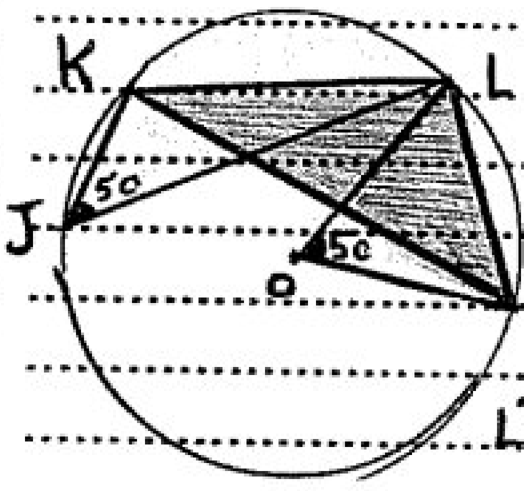
واحسب $\frac{S_{ANB}}{S_{DNC}}$



إعداد: حنان المحمود

حل مسائل الهندسة

المسألة الأولى:



حساب قياسات زوايا المثلث KLm

$L\hat{K}m = \frac{1}{2} L\hat{O}m = \frac{50}{2} = 25$

قياس المحيطية $= \frac{1}{2}$ قياس المركزية المشتركة معها بالقوس $\overset{\frown}{Lm}$

$L\hat{m}K = K\hat{J}L = 50$ محيطيتان تحصران القوس نفسه $\overset{\frown}{KL}$

$K\hat{L}m = 180 - (25 + 50) = 105$

حساب قياس $K\hat{O}m$

$\overset{\frown}{KL} = 2K\hat{J}L = 2(50) = 100$

قياس المحيطية $= \frac{1}{2}$ قياس القوس التي تقابلها

$\overset{\frown}{Lm} = L\hat{O}m = 50$

قياس المركزية = قياس القوس التي تقابلها

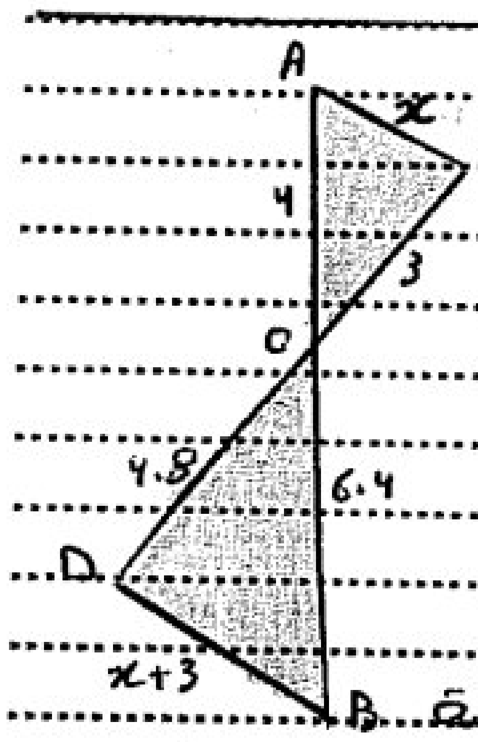
$\overset{\frown}{KLm} = \overset{\frown}{KL} + \overset{\frown}{Lm} = 100 + 50 = 150$

$K\hat{O}m = \overset{\frown}{KLm} = 150$

منه

قياس المركزية = قياس القوس التي تقابلها

المسألة الثانية:



• إثبات توازي AC و DB

$\frac{AO}{OB} = \frac{4}{6.4} = \frac{40}{64} = \frac{5}{8}$

$\frac{CO}{OD} = \frac{3}{4.8} = \frac{30}{48} = \frac{5}{8}$

منه $\frac{AO}{OB} = \frac{CO}{OD}$ وعبارات النقاط

A, O, B على AB بنفس ترتيب النقاط

C, O, D على CD منه حسب عكس طالس

النسب الثلاث $AC \parallel DB$

• حساب قيمة x:

$DB \parallel AC$ حسب طالس النسب الثلاث المتساوية

$\frac{AO}{OB} = \frac{CO}{OD} = \frac{AC}{DB}$

$\frac{4}{6.4} = \frac{3}{4.8} = \frac{x}{x+3}$ منه $\frac{5}{8} = \frac{x}{x+3}$

$8x = 5x + 15$ منه $8x - 5x = 15$

$3x = 15$ منه $x = 5$

$DB = x + 3 = 5 + 3 = 8$

• AOC تصغير لـ BOD منه

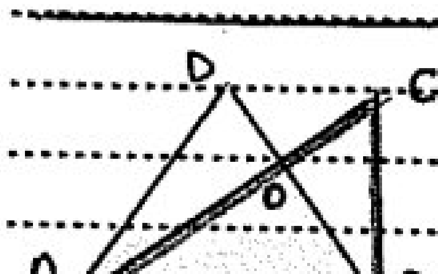
معامل التصغير $\frac{AO}{OB} = \frac{CO}{OD} = \frac{AC}{DB} = k$ منه $k = \frac{5}{8}$

المثلثان AOC ، BOD متشابهان

نسبة مساحتي مثلثين متشابهين = مربع نسبة التشابه

$\frac{S_{AOC}}{S_{BOD}} = k^2 = \left(\frac{5}{8}\right)^2 = \frac{25}{64}$

المسألة الثالثة



$AC = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$

$BC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\sin C\hat{A}B = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{CB}{AC} = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$

منه $C\hat{A}B = 30$

حساب AB: حسب فيثاغورث

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ منه $(4\sqrt{3})^2 = AB^2 + (2\sqrt{3})^2$

$48 = AB^2 + 12$

$AB^2 = 48 - 12 = 36$

$AB = 6$

أو:

$\cos 30 = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{AC}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{4\sqrt{3}}$ منه $AB = \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2} = 6$

حساب AO:

في المثلث ABC $C\hat{A}B = 30$ /برهانا/

في ABD المتساوي الأضلاع $A\hat{B}D = 60$

في المثلث AOB: $A\hat{O}B = 180 - (30 + 60) = 90$

منه AO ارتفاع في مثلث متساوي أضلاع فهو متوسط ومنصف ومحور

الارتفاع في المثلث المتساوي الأضلاع $AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

• الرباعي الدائري:

ABD متساوي الأضلاع $A\hat{B}D = 60 = A\hat{D}B$

في المثلث ABC $A\hat{C}B = 180 - (30 + 90) = 60$

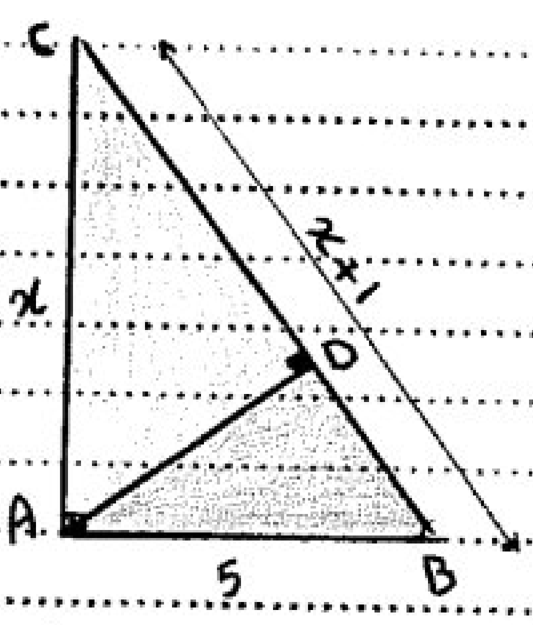
منه $A\hat{D}B = A\hat{C}B = 60$

متساويتان واقعتان بجهة واحدة بالنسبة للضلع المشترك AB

فالرباعي $ABCD$ دائري

منه النقاط A, B, C, D تقع على دائرة واحدة

المسألة الرابعة:



حساب قيمة x:

ABC قائم في A حسب فيثاغورث

$(CB)^2 = (CA)^2 + (AB)^2$

$(x+1)^2 = (x)^2 + (5)^2$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 25$

$2x = 25 - 1 = 24$

$x = \frac{24}{2} = 12$

$AC = x = 12$

$CB = x + 1 = 13$

• حساب AD:

في المثلث ABC: $\sin\hat{C} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{CB} = \frac{5}{13}$

في المثلث CAB: $\sin\hat{C} = \frac{AD}{AC} = \frac{AD}{12}$

$\sin A\hat{C}B = \sin A\hat{C}D$ عبارات $\hat{C}$ نفسها في المثلثين فإن

$\frac{5}{13} = \frac{AD}{12}$ منه $AD = \frac{12 \times 5}{13} = \frac{60}{13}$

أو: نحسب $S_{ABC} = \frac{\text{جداء الضلعين القائمين}}{2} = \frac{5 \times 12}{2} = 30$

الارتفاع $AD = \frac{S \times 2}{\text{القاعدة}} = \frac{30 \times 2}{13} = \frac{60}{13}$

• في المثلث ABC: $\cos\hat{B} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{CB}$

في المثلث ABD: $\cos\hat{B} = \frac{BD}{AB}$

عبارات $\hat{B}$ نفسها فإن $\cos\hat{B} = \cos\hat{B}$

$\frac{AB}{CB} = \frac{BD}{AB}$

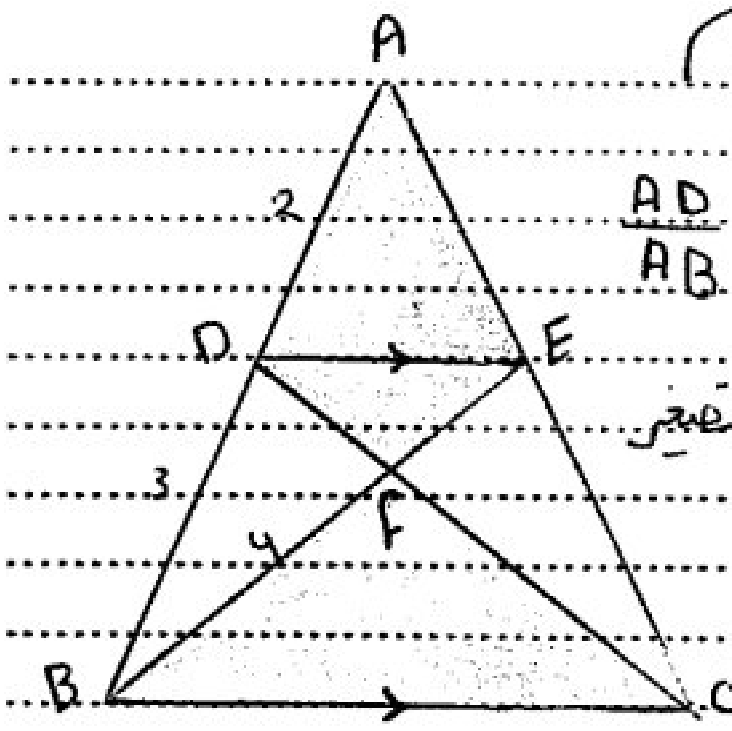
جداء الطرفين = جداء الوسطين

$AB \cdot AB = CB \cdot BD$

$\boxed{AB^2 = CB \cdot BD}$

إعداد : حنان المحمود

المسألة الخامسة :



ADE تصغير لـ ABC منه

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \quad (1)$$

معامل التصغير $= K = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$

FDE تصغير لـ FCB منه

$$\frac{FD}{FC} = \frac{FE}{FB} = \frac{DE}{BC} \quad (2)$$

من (1) و (2) نجد

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{FD}{FC} = \frac{FE}{FB}$$

منه $\frac{AD}{AB} = \frac{FE}{FB}$

$\frac{2}{5} = \frac{FE}{4}$ منه $FE = \frac{4\times 2}{5} = \frac{8}{5} = 1.6$

الرباعي الدائري :

ABC متساوي الساقين زاويتا القاعدة متساويتان

$A\hat{B}C = A\hat{C}B$

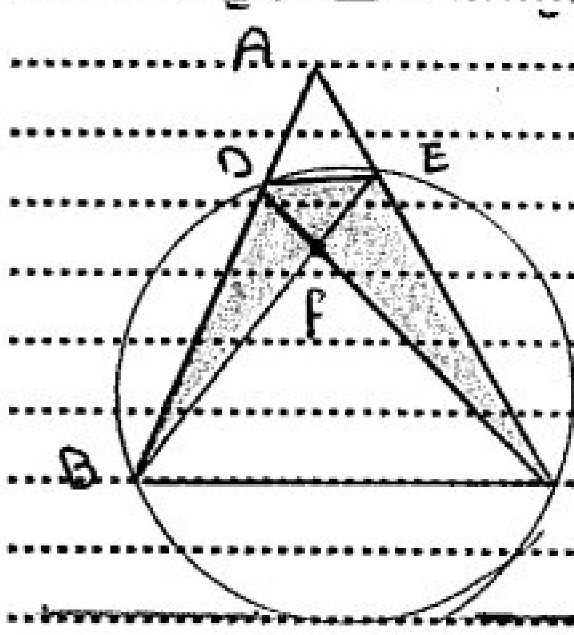
لدينا $A\hat{E}D = A\hat{C}B$ تناظر

منه $A\hat{E}D = A\hat{B}C$ زاوية خارجية تساوي المقابلة لجاورتها فالرباعي $BCED$ دائري

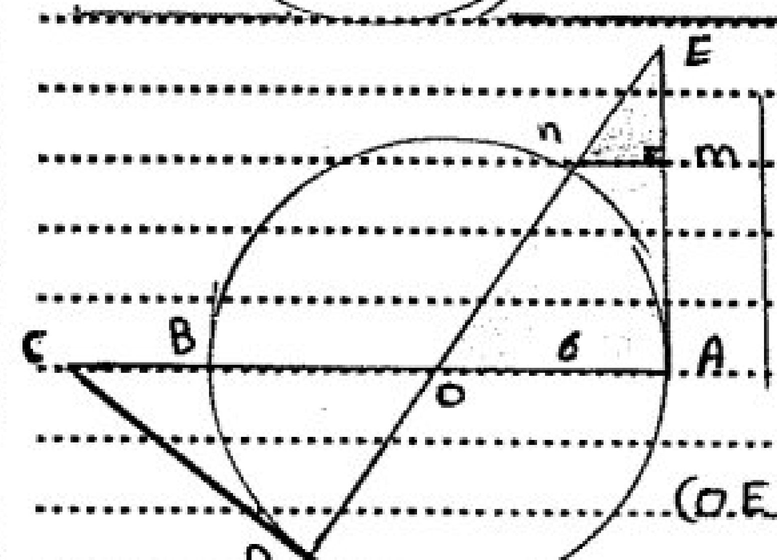
بما أن $BCED$ دائري و EBD ، ECD زاويتان جهة واحدة بالنسبة لـ DE فالزاويتان متساويتان

$E\hat{C}D = E\hat{B}D$

أو : $E\hat{C}D = E\hat{B}D$ محيطيتان تحصران القوس نفسه DE



المسألة السادسة :



علماً المماس عمودي على نصف القطر 8

$O\hat{A}E = O\hat{D}C = 90$

حسب فيثاغورث

$$(OE)^2 = (OA)^2 + (AE)^2$$
$$= (6)^2 + (8)^2$$
$$= 36 + 64 = 100$$

$OE = 10$

منه $nE = OE - On = 10 - 6 = 4$

• فرضاً $AE \perp nm$ ، $OA \parallel nm$ العمودان

برهاناً $AE \perp OA$ على مستقيم واحد متوازيان

حسب مبرهنة النسب الثلاث $\frac{nE}{EO} = \frac{Em}{EA} = \frac{nm}{OA}$

$\frac{4}{10} = \frac{Em}{8} = \frac{nm}{6}$ منه $nm = \frac{6\times 4}{10} = 2.4$

$Em = \frac{8\times 4}{10} = 3.2$

•

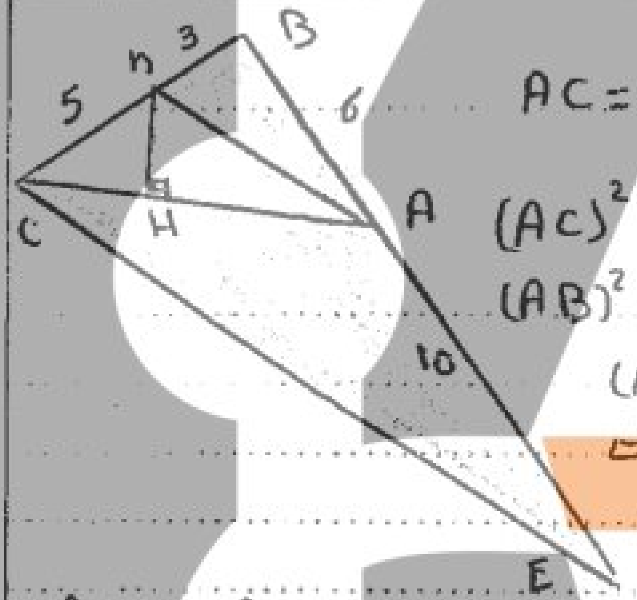
$O\hat{D}C = O\hat{A}E = 90$ المماس عمودي على نصف القطر

متساويتان زاويتان نجهة واحدة بالنسبة لضلع مشترك (CE) فالرباعي $AECD$ دائري

منه النقاط A, E, C, D تقع على دائرة واحدة

مركزها منتصف الوتر المشترك (CE)

المسألة السابعة : $AC = 10$



• لاثبات ان ABC قائم

$(AC)^2 = 10^2 = 100$

$(AB)^2 + (BC)^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

منه $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

المثلث ABC قائم حسب عكس فيثاغورث

• الرباعي دائري :

$A\hat{B}C = 90$ برهاناً منه

$n\hat{H}A = 90$ فرضاً

$A\hat{B}C + n\hat{H}A = 90 + 90 = 180$

الرباعي $BAHn$ دائري لوجود زاويتين متقابلتين متكاملتين

مركز الدائرة منتصف الوتر المشترك nA

$R = \frac{nA}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

حيث : حسب فيثاغورث في BnA :

$(nA)^2 = (nB)^2 + (BA)^2 = (3)^2 + (6)^2 = 9 + 36 = 45$

$nA = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

•

$\frac{BA}{BE} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ منه $\frac{BA}{BE} = \frac{Bn}{BC} = \frac{3}{5}$

$\frac{Bn}{BC} = \frac{3}{5}$

وعلمان النقاط B, A, E و BE بنفس ترتيب B, n, C على BC حسب عكس مبرهنة النسب الثلاث

$CE \parallel nA$

• لاثبات An منصف لـ $B\hat{A}C$:

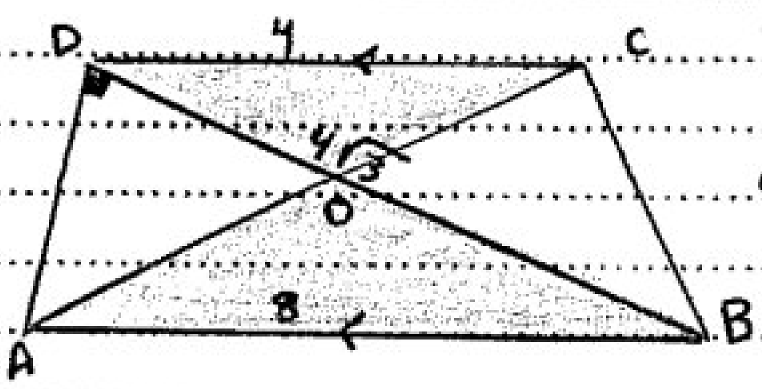
$B\hat{A}n = \hat{E}$ تناظر

$n\hat{A}C = A\hat{C}E$ تبادل داخلي

$A\hat{C}E = A\hat{E}C$ لان المثلث ACE متساوي الساقين $(AC = AE)$

منه $B\hat{A}n = n\hat{A}C$ أي An منصف لـ $B\hat{A}C$

المسألة الثامنة :



ABD قائم في D حسب فيثاغورث

$$(AD)^2 = (AB)^2 - (BD)^2$$
$$= (8)^2 - (4\sqrt{3})^2$$
$$= 64 - 48 = 16$$

$AD = \sqrt{16} = 4$

$\sin D\hat{B}A = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AD}{AB} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ منه $D\hat{B}A = 30$

• $AB \parallel DC$ حسب مبرهنة النسب الثلاث

$$\frac{DO}{OB} = \frac{CO}{OA} = \frac{DC}{AB}$$

منه المثلثان DOC ، AOB متشابهان لتناسب أطوال الأضلاع

$K = \frac{DC}{AB} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$$\frac{S_{DOC}}{S_{AOB}} = K^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

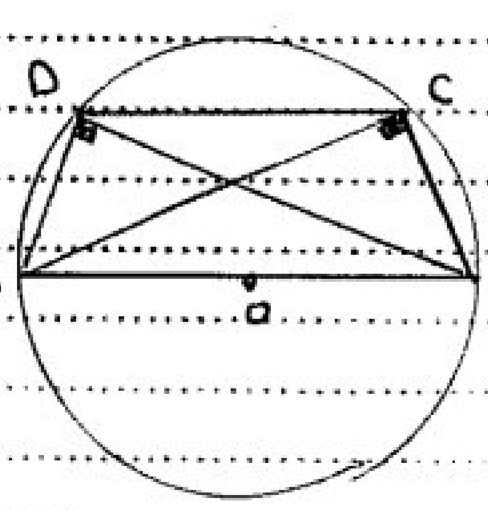
• $ABCD$ رباعي دائري منه

$A\hat{D}B = A\hat{C}B = 90$

زاويتان جهة واحدة بالنسبة للضلع المشترك له AB

أو : $A\hat{D}B = A\hat{C}B = 90$

محيطيتان تحصران القوس نفسه $\overset{\frown}{AB}$

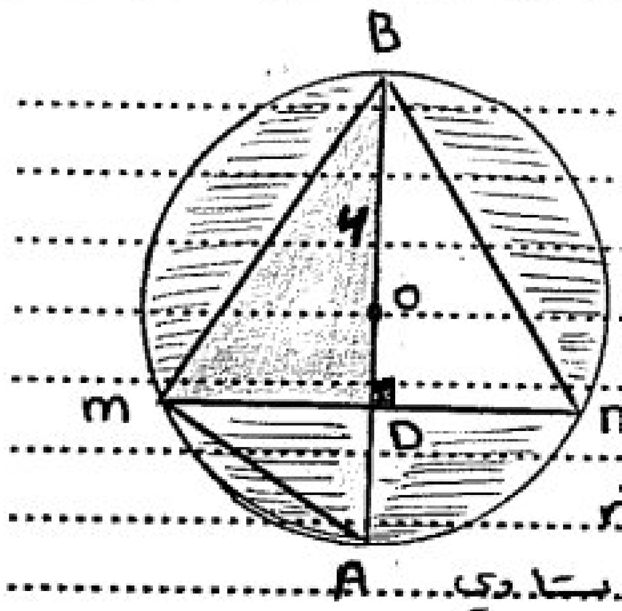


مركز الدائرة المارة برؤوسه منتصف الوتر المشترك $[AB]$

نصف قطر الدائرة $= \frac{\text{طول الوتر المشترك}}{2}$

$R = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4$

المسألة التاسعة



قوس نصف الدائرة $\widehat{AmB} = 180$

$\widehat{mB} + \widehat{mA} = 180$

$2\widehat{mA} + \widehat{mA} = 180$

$3\widehat{mA} = 180$

$\widehat{mA} = \frac{180}{3} = 60$

$\widehat{mB} = 2(60) = 120$

بما أن قياس الزاوية المحيطية تساوي نصف قياس القوس المقابلة لها

$B\hat{A}m = \frac{1}{2}\widehat{Bm} = \frac{120}{2} = 60$

$m\hat{B}A = \frac{1}{2}\widehat{mA} = \frac{60}{2} = 30$

$B\hat{m}A = 180 - (60+30) = 90$

أو $B\hat{m}B = 90$ محيطية تحصر قوس نصف الدائرة

• $\cos m\hat{B}A = \cos 30 = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{mB}{AB}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{mB}{8}$ منه $mB = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

• $Am = \frac{1}{2}BA = \frac{8}{2} = 4$

الضلع المقابل للزاوية 30 في المثلث القائم $= \frac{1}{2}$ الوتر

• في المثلث mBD القائم في D الضلع المقابل للزاوية 30

يساوي نصف الوتر $mD = \frac{1}{2}mB = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

• برهان أن Bmn متساوي الأضلاع

بما أن العمود المرسوم من مركز الدائرة على وتر ينصفه

$mD = Dn = 2\sqrt{3}$ منه $mn = 4\sqrt{3}$

لدينا $mB = 4\sqrt{3}$ و $B\hat{m}D = 180 - (90+30) = 60$

المثلث Bmn متساوي الساقين فيه زاوية 60 فهو متساوي الأضلاع

$S_{Bmn} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(4\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{48\sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3}$

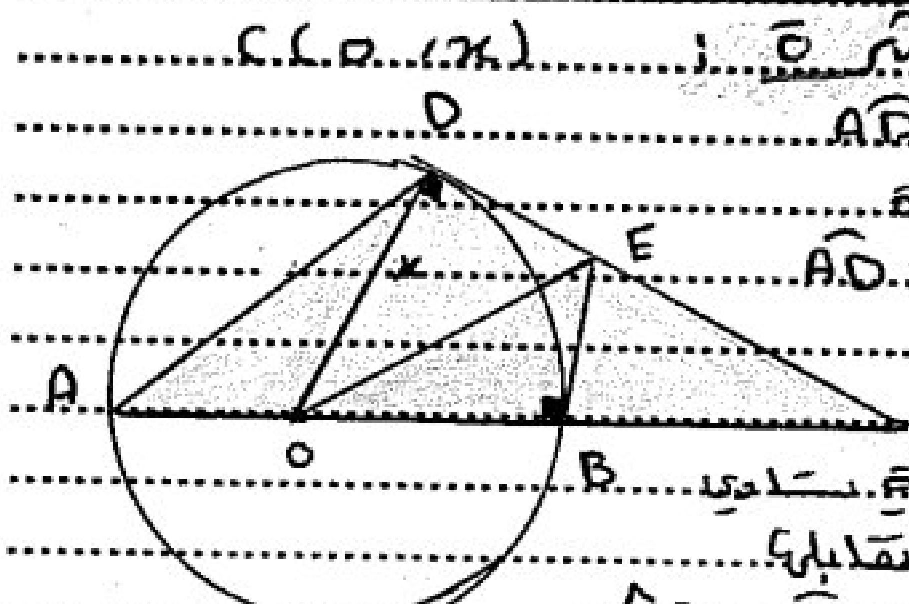
حساب مساحة المنطقة الملونة:

$S_{\text{الدائرة}} = \pi r^2 = \pi(4)^2 = 16\pi$

$S_{\text{الملونة}} = S_{\text{الدائرة}} - S_{Bmn}$

$= 16\pi - 12\sqrt{3} = 4(4\pi - 3\sqrt{3})$

المسألة العاشرة: $C(O, x)$



$\widehat{ADB} = 180$ قوس نصف الدائرة

$\widehat{AD} = \frac{2}{3}(180) = 120$

$\widehat{DB} = 180 - 120 = 60$

بما أن قياس المركزية يساوي قياس القوس التي تقابلها

$D\hat{O}B = \widehat{DB} = 60$

$D\hat{O}A = \widehat{DA} = 120$

$D\hat{A}B = \frac{1}{2}\widehat{DB} = \frac{60}{2} = 30$

قياس المحيطية $= \frac{1}{2}$ قياس القوس المقابلة لها.

حساب DH , OH بدلالة x

$O\hat{D}H = 90$ المماس عمودي على نصف قطر الدائرة

$\hat{H} = 180 - (90 + 60) = 30$

$\tan 60 = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{DH}{OD}$

$\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{DH}{x}$ منه $DH = \sqrt{3}x$

أو $\tan 30 = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{DO}{DH}$ منه

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{DH}$ منه $DH = \frac{3x}{\sqrt{3}} = \frac{3x\sqrt{3}}{3} = x\sqrt{3}$

• $OH = 2(OD) = 2x$ الضلع المقابل للزاوية 30

في المثلث القائم $= \frac{1}{2}$ الوتر

أو حسب فيثاغورث

$OH^2 = OD^2 + DH^2$

$= x^2 + (\sqrt{3}x)^2 = x^2 + 3x^2 = 4x^2$

منه: $OH = 2x$

• الرباعي الدائري: $O\hat{D}E = O\hat{B}E = 90$

المماس عمودي على نصف قطر الدائرة

$90 + 90 = 180$

الرباعي $ODEB$ دائري لوجود زاويتين متقابلتين متكاملتين

منه كل زاويتين منه متكاملتين

$D\hat{E}B = 180 - D\hat{O}B = 180 - 60 = 120$

• $OD = OB = R$

$OD = \frac{1}{2}OH$

الضلع المقابل للزاوية 30 في المثلث القائم $= \frac{1}{2}$ الوتر

منه $OB = \frac{1}{2}OH$

أي B منتصف OH.

• DEO , OEB لهما ضلع مشترك OE و $OD = OB = r$

$O\hat{D}E = O\hat{B}E = 90$ (برهان)

المثلثان OEB , DEO طبوقان بالوتر وضلع قائمة

منه $DE = EB$

أو $DE = EB$ جزأي المماسين المرسومين من نقطة خارج الدائرة

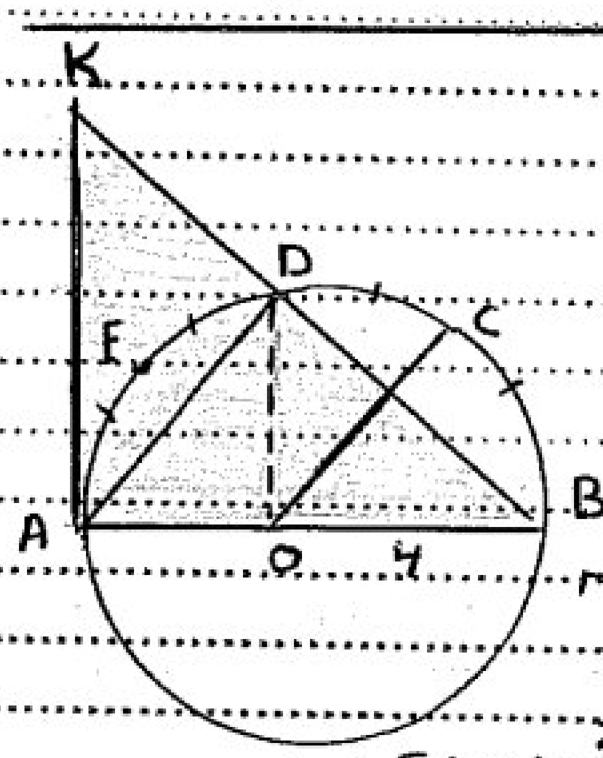
المحددين بالنقطة ونقطتي التماس متساويا الطول

في المثلث EBH لدينا $EB = \frac{1}{2}EH$

لأن الضلع المقابل للزاوية 30 في المثلث القائم $= \frac{1}{2}$ الوتر

منه $ED = \frac{1}{2}EH$

المسألة الحادية عشرة:



$\widehat{ADB} = 180$ قوس نصف الدائرة

$\widehat{AE} = \widehat{ED} = \widehat{DC} = \widehat{CB} = \frac{180}{4} = 45$

$\widehat{AD} = \widehat{DB} = 90$

$A\hat{D}B = 90$ محيطية تحصر قوس نصف الدائرة

أو ADB مثلث قائم في D لأن رؤوسه تقع على دائرة وأحد أضلاعه قطر فيها

$\hat{B} = \frac{\widehat{AD}}{2} = 45$ قياس المحيطية $= \frac{1}{2}$

$D\hat{A}B = \frac{90}{2} = 45$ قياس القوس المقابلة لها

منه المثلث ADB قائم في D ومتساوي الساقين

• حساب AD:

$\sin \hat{B} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AD}{AB}$ $(\hat{B} = 45)$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AD}{8}$ منه $AD = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

• بما أن قياس المركزية = قياس القوس المقابلة لها

$C\hat{O}B = \widehat{CB} = 45$

• بما أن قياس المماسية $= \frac{1}{2}$ قياس القوس المقابلة لها

$K\hat{A}D = \frac{1}{2}\widehat{AD} = \frac{1}{2}(90) = 45$

• $K\hat{A}B = 90$ المماس عمودي على نصف القطر

$\hat{K} = 180 - (90 + 45) = 45$ منه $\hat{B} = 45$

المثلث KAB متساوي الساقين وقائم منه $KA = AB = 8$

أو $\tan 45 = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AK}{AB}$ منه $1 = \frac{AK}{8}$

$AK = 8$

• حسب فيثاغورث $KB^2 = KA^2 + AB^2$

$= (8)^2 + (8)^2 = 64 + 64 = 128$

$KB = 8\sqrt{2}$

• $D\hat{O}B = \widehat{DB} = 90$ قياس المركزية = قياس القوس المقابلة لها

أو O منتصف AB منه DO متوسط في مثلث متساوي الساقين

فهو ارتفاع منه $DO \perp AB$

ولدينا $KA \perp AB$ برهاناً منه $DO \parallel KA$ العموديان

على مستقيم واحد متوازيان

إعداد : حنان المحمود

$\frac{BD}{BK} = \frac{BO}{BA} = \frac{DO}{KA}$ حسب مبرهنة النسب الثلاث

منه تشابه BKA و DOB لتناسب أطوال أضلاعهما

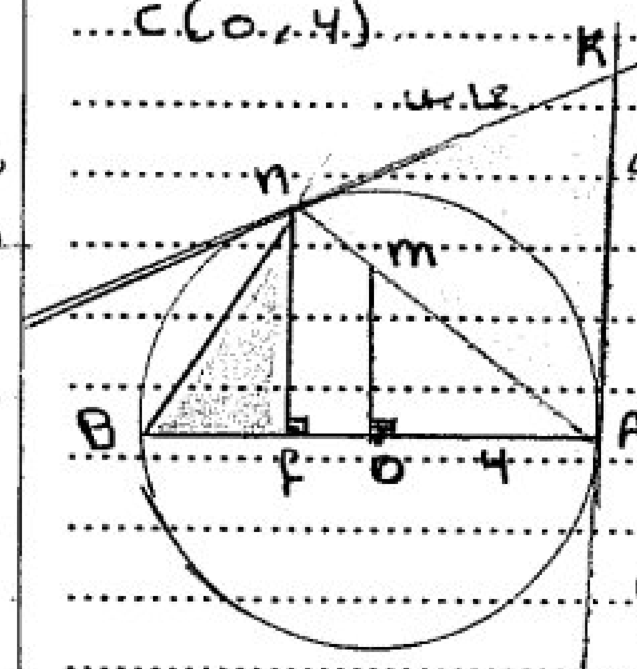
منه DOB تصغير لـ BKA معامل التصغير :

$K = \frac{BO}{BA} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

O منتصف AB و $OD \parallel KA$ منه D منتصف KB

المبرهنة الثانية في المنتصفات (المستقيم المار بمنتصف أحد أضلاع مثلث ويوازي ضلع آخر فإنه يمر بمنتصف الضلع الثالثة).

المسألة الثانية عشر :



$C(O, 4)$

$B\hat{n}A = 180$

قوس نصف الدائرة

$\widehat{An} + \widehat{nB} = 180$

$2\widehat{nB} + \widehat{nB} = 180$

$3\widehat{nB} = 180$

$\widehat{nB} = \frac{180}{3} = 60$

$\widehat{nA} = 2\widehat{nB} = 2(60) = 120$

عبارة المحيطية $= \frac{1}{2}$ قياس القوس المقابل

$n\hat{A}B = \frac{1}{2}\widehat{nB} = \frac{60}{2} = 30$ و $\hat{B} = \frac{\widehat{nA}}{2} = \frac{120}{2} = 60$

$B\hat{n}A = 90$ محيطية تحصر قوس نصف الدائرة

• $Bn = \frac{1}{2}BA = \frac{8}{2} = 4$ الضلع المقابل للزاوية 30 في المثلث القائم $= \frac{1}{2}$ الوتر

• حسب فيثاغورث :

$(nA)^2 = (BA)^2 - (nB)^2$

$= (8)^2 - (4)^2 = 64 - 16 = 48$ منه $nA = 4\sqrt{3}$

• حساب nf : الضلع المقابل للزاوية 30 في المثلث القائم $= \frac{1}{2}$ الوتر منه

$nf = \frac{1}{2}nA = \frac{1}{2}(4\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$

أو $S_{ABn} = \frac{\text{جداء الضلعين القائمين}}{2} = \frac{4 \times 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$

$nf = \frac{S \times 2}{\text{القاعدة}} = \frac{8\sqrt{3} \times 2}{8} = 2\sqrt{3}$

أو $On = OB = r$

OnB متساوي الساقين فيه $\hat{B} = 60$ منه OnB متساوي الأضلاع منه

$nf = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

• حساب fA : لأن nf ارتفاع في مثلث متساوي الأضلاع فهو متوسط ومنصف ومحور

$Bf = fO = 2$

منه $fA = fO + OA = 2 + 4 = 6$

أو $\cos A = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{fA}{nA}$ منه $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{fA}{4\sqrt{3}}$

$fA = \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2} = 6$

• التشابه : $mo \parallel nf$ العمودان على مستقيم واحد متوازيان حسب مبرهنة النسب الثلاث

$\frac{Am}{An} = \frac{Ao}{Af} = \frac{mo}{nf}$ منه $\frac{Am}{4\sqrt{3}} = \frac{4}{6} = \frac{mo}{2\sqrt{3}}$ (1)

المثلثان AmO و Anf متشابهان لتناسب أطوال أضلاعهما

$K = \frac{Ao}{Af} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$K = \frac{2}{3}$ AmO تصغير لـ Anf بنسبة تصغير

من (1) نجد $mo = \frac{2\sqrt{3} \times 4}{6} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

نجد KnA : ($\hat{A}$ مماسية ومحيطية تشتركان بالقوس نفسه)

$K\hat{A}n = \hat{B} = 60$

$K\hat{n}A = \hat{B} = 60$

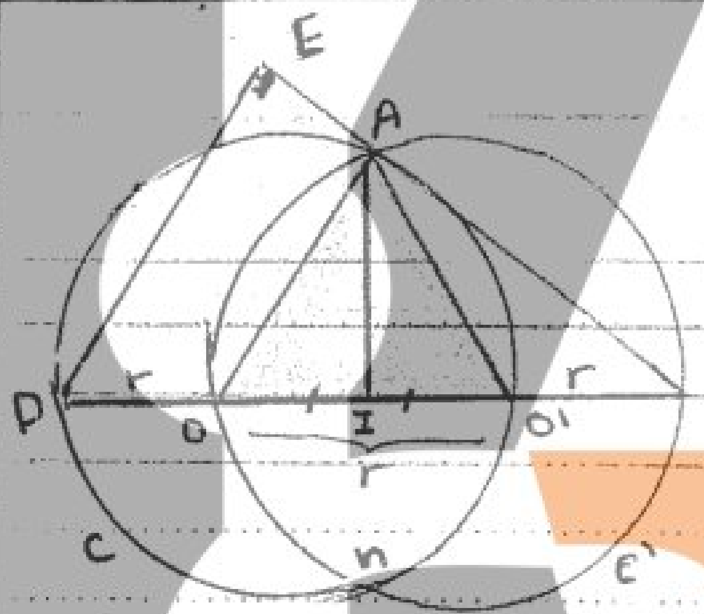
منه $K = 180 - (60 + 60) = 60$

منه KnA متساوي الأضلاع لتساوي زواياه

$P = 3a = 3(4\sqrt{3}) = 12\sqrt{3}\ Cm$

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(4\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{48\sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3}\ Cm^2$

المسألة الثالثة عشر :



$OA = O'A = DO = OO' = O'B = r$

(C, C' طبوقتان)

بما أن الدائرتين طبوقتين فإن نصفي قطريهما متساويان

منه $AO = AO' = OO' = r$

المثلث AOO' متساوي الأضلاع

• AB مماس :

$O\hat{A}B = 90$ محيطية تحصر قوس نصف الدائرة منه $AO \perp AB$

منه AB مماس للدائرة C لأنه عمودي على نصف قطرها.

• ABO مثلث فيه $O\hat{A}B = 90$ برهاناً

لأن $A\hat{O}O' = 60$ AOO' متساوي الأضلاع منه

$\hat{B} = 180 - (90 + 60) = 30$

قياس المحيطية $= \frac{1}{2}$ قياس القوس المقابل $\widehat{AB} = 2A\hat{O}B = 2 \times 60 = 120$

• الرباعي الدائري : $D\hat{E}A = 90$ فرضاً

AI متوسط في مثلث متساوي الأضلاع فهو ارتفاع $A\hat{I}O = 90$

منه $D\hat{E}A + A\hat{I}O = 90 + 90 = 180$

الرباعي $AIDE$ دائري لوجود زاويتين متقابلتين متكاملتين

• اثبات التوازي :

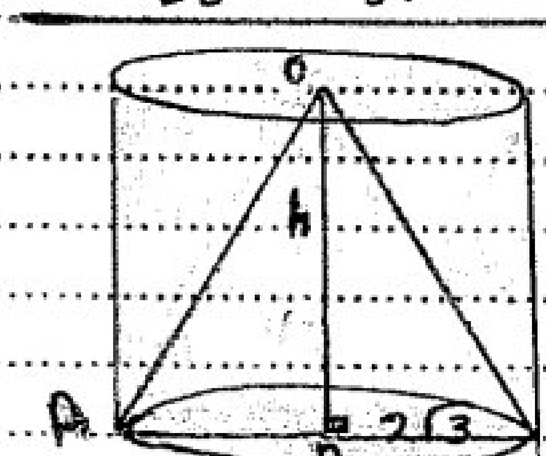
$AO \perp AB$ برهاناً ومنه $AO \parallel ED$ العمودان على مستقيم واحد

$AB \perp DE$ فرضاً متوازيان حسب مبرهنة النسب الثلاث

نجد $\frac{BA}{BE} = \frac{BO}{BD} = \frac{AO}{ED}$

$\frac{BA}{BE} = \frac{2r}{3r} = \frac{2}{3}$ منه $BA = \frac{2}{3}BE$

المسألة الرابعة عشر :



حجم المخروط $V = 40\pi$

$V = \frac{\pi}{3}r^2 h$

$40\pi = \frac{\pi}{3}(2\sqrt{3})^2 h$

$40\pi = 4\pi h$

$h = \frac{40\pi}{4\pi} = 10\ Cm$

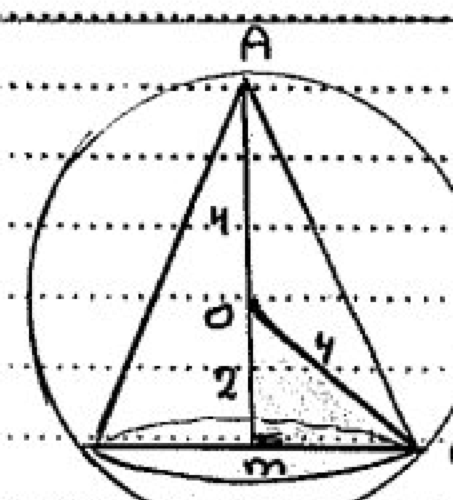
عبارة ارتفاع الاسطوانة = ارتفاع المخروط منه $h = 10\ Cm$

الاسطوانة $V = S.h = \pi r^2 h = \pi(2\sqrt{3})^2(10) = 120\pi\ Cm^3$

حجم الفراغ = حجم الاسطوانة − حجم المخروط

الفراغ $V = 120\pi - 40\pi = 80\pi\ Cm^3$

المسألة الخامسة عشر :



حساب mC : حسب فيثاغورث

$(mC)^2 = (oC)^2 - (om)^2$

$= (4)^2 - (2)^2 = 16 - 4 = 12$

$mC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}\ Cm$

حساب AC : حسب فيثاغورث

$(AC)^2 = (Am)^2 + (mC)^2 = (6)^2 + (2\sqrt{3})^2 = 36 + 12 = 48$

$AC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}\ Cm$

حجم المخروط : $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}\pi(2\sqrt{3})^2(6) = 24\pi\ Cm^3$

حجم الكرة : $V' = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(4)^3 = \frac{256}{3}\pi\ Cm^3$

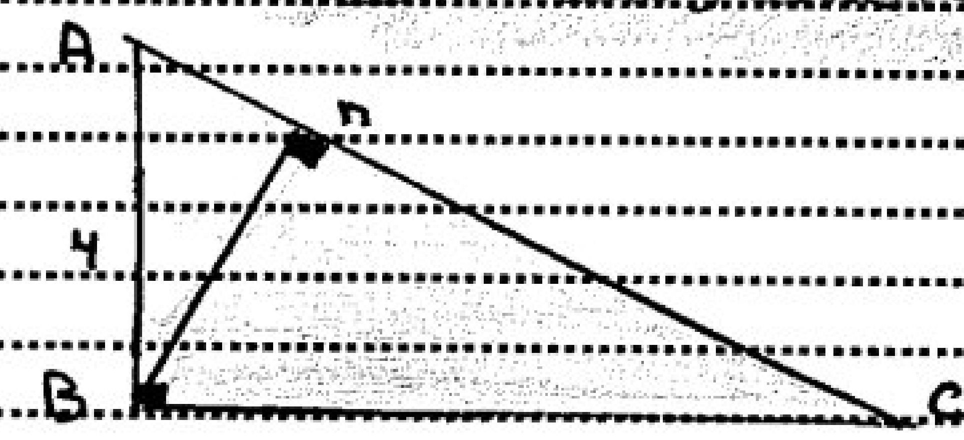
حجم الفراغ بين الكرة والمخروط = حجم الكرة − حجم المخروط

الفراغ $V = \frac{256}{3}\pi - \frac{24}{1}\pi = \frac{256}{3}\pi - \frac{72}{3}\pi = \frac{184}{3}\pi\ Cm^3$

طلب إضافي : $\sin C\hat{A}m = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$ منه $C\hat{A}m = 30$

إعداد : حنان المحمود

المسألة السادسة عشرة:



$\sin \hat{C} = \frac{1}{2}$ منه $\hat{C} = 30$

لأن الضلع المقابل للزاوية 30 في المثلث القائم = ½ الوتر

$AC = 2AB = 2 \times 4 = 8$

حسب فيثاغورث:

$BC^2 = AC^2 - AB^2$

$= (8)^2 - (4)^2 = 64 - 16 = 48$

$BC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

أو

$\sin \hat{C} = \frac{1}{2}$ منه $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$ منه

$\frac{4}{AC} = \frac{1}{2}$ منه $AC = 4 \times 2 = 8$

• مركز الدائرة المارة برؤوس مثلث قائم AnB منتصف الوتر AB

نصف القطر = $\frac{\text{الوتر}}{2}$ أي $R = \frac{AB}{2} = \frac{4}{2} = 2$

• $\sin A\hat{C}B = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$\sin n\hat{C}B = \frac{Bn}{BC} = \frac{Bn}{4\sqrt{3}}$

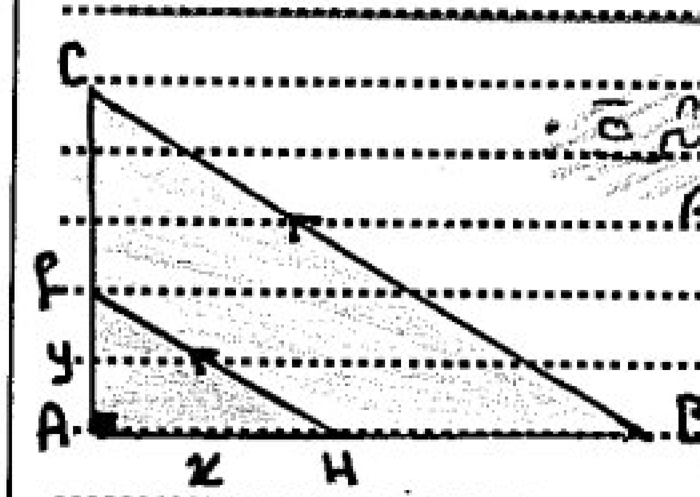
لأن $\hat{C}$ نفسها في المثلثين

$\sin A\hat{C}B = \sin n\hat{C}B$

$\frac{1}{2} = \frac{Bn}{4\sqrt{3}}$

$Bn = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

المسألة السابعة عشرة:



$AB = 8$ ، $AC = 6$

• حسب فيثاغورث:

$CB^2 = AC^2 + AB^2$

$CB^2 = (6)^2 + (8)^2$

$= 36 + 64 = 100$

$CB = 10$

• $\tan \hat{B} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

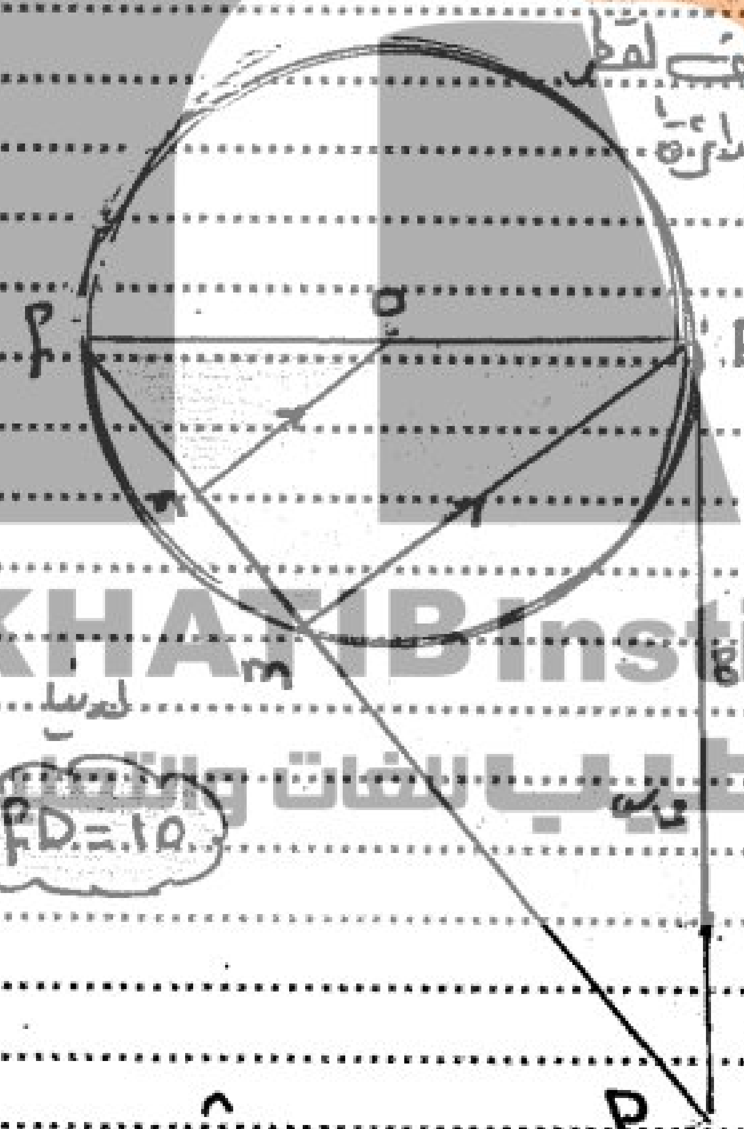
• حسب مبرهنة النسب الثلاث المتساوية $FH \parallel CB$

$\frac{AF}{AC} = \frac{AH}{AB} = \frac{FH}{CB}$

$\frac{y}{6} = \frac{x}{8}$ منه $y = \frac{6}{8}x$

منه $y = \frac{3}{4}x$

المسألة الثامنة عشرة



• الـ $F\hat{E}D = 90$ محيطية تحصر نصف الدائرة

محيطية $F\hat{m}E = 90$ تحصر نصف الدائرة

حسب فيثاغورث

$FE^2 = FD^2 - ED^2$

$= (10)^2 - (8)^2$

$= 100 - 64 = 36$

$FE = 6$

• $\sin \hat{F} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{ED}{FD}$

$= \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

• حساب Em:

$\sin E\hat{F}D = \frac{4}{5}$

$\sin E\hat{F}m = \frac{mE}{FE} = \frac{mE}{6}$

$\sin E\hat{F}m = \sin E\hat{F}D$ لأن $\hat{F}$ نفسها في المثلثين

$\frac{mE}{6} = \frac{4}{5}$

$mE = \frac{4 \times 6}{5} = \frac{24}{5} = 4.8$

• التشابه:

$mE \parallel no$ حسب مبرهنة النسب الثلاث المتساوية

$\frac{Fo}{FE} = \frac{Fn}{Fm} = \frac{no}{mE}$

المثلثان Fno ، FmE متشابهان لتناسب أطوال الأضلاع

$K = \frac{Fo}{FE} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

منه نسبة مساحتي مثلثين متشابهين = مربع نسبة التشابه

$\frac{S_{Fno}}{S_{FmE}} = K^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

• الرباعي الدائري:

$O\hat{E}D = 90$ (برهان)

العمودي على أحد مستقيمين متوازيين عمودي على الآخر $O\hat{n}m = F\hat{m}E = 90$

أو $F\hat{n}o = F\hat{m}E = 90$ تناظر

منه $O\hat{n}D = 90$

$O\hat{n}D + O\hat{E}D = 90 + 90 = 180$

الرباعي $OnDE$ دائري لوجود زاويتين متقابلتين متكاملتين

مركز الدائرة المارة برؤوسه منتصف الوتر المشترك $[OD]$

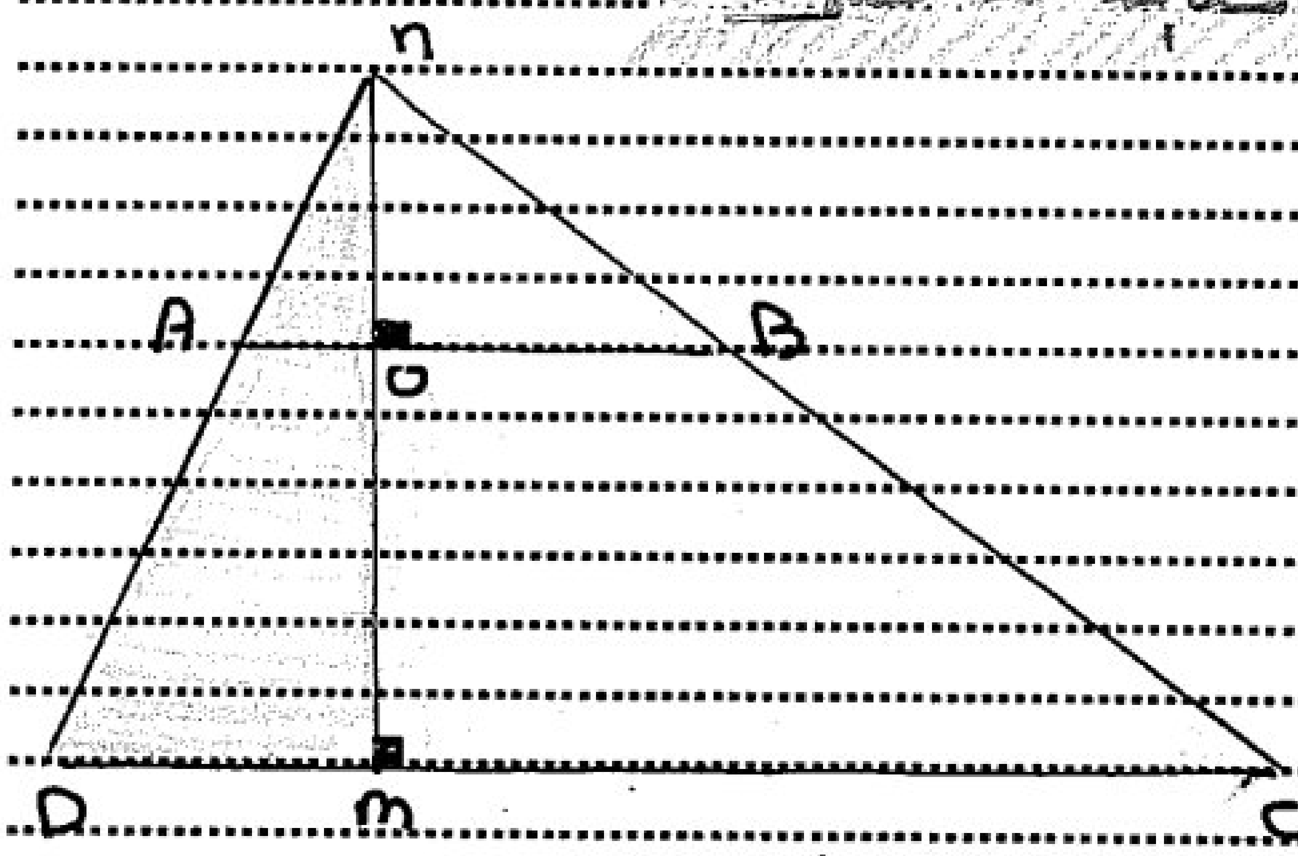
$R = \frac{OD}{2} = \frac{\sqrt{73}}{2}$

حيث حسب فيثاغورث $OD^2 = OE^2 + ED^2$

$= (3)^2 + (8)^2 = 9 + 64 = 73$

$OD = \sqrt{73}$

المسألة التاسعة عشرة



$nm = 10\,Cm$

- $DC \parallel AB$ لأنهما عموديان على مستقيم واحد

- $\dfrac{on}{om} = \dfrac{2}{3}$

نضيف البسط للمقام المواقف

$\dfrac{on}{om+on} = \dfrac{2}{3+2}$

$\dfrac{on}{10} = \dfrac{2}{5}$

$on = \dfrac{10 \times 2}{5} = 4\,Cm$

منه $om = nm - no = 10 - 4 = 6\,Cm$

- $DC \parallel AB$ حسب مبرهنة النسب الثلاث

المتساوية في المثلثين nmc ، noB

$\dfrac{no}{nm} = \dfrac{nB}{nc} = \dfrac{oB}{mc}$

$\dfrac{4}{10} = \dfrac{6}{nc}$

$nc = \dfrac{6 \times 10}{4} = \dfrac{60}{4} = 15\,Cm$

$nc = 15$

- لنثبت أن AnB يصغير لـ Dnc :

$DC \parallel AB$ منه حسب مبرهنة النسب الثلاث

في المثلثين AnB ، Dnc

$\dfrac{nA}{nD} = \dfrac{nB}{nc} = \dfrac{AB}{Dc}$

منه AnB يشابه Dnc لتناسب

أطوال أضلاعهما

نسبة تشابههما $K = \dfrac{nB}{nc} = \dfrac{6}{15} = \dfrac{2}{5}$

منه AnB تصغير لـ nDc بنسبة تصغير

$K = \dfrac{2}{5}$

منه نسبة مساحتي مثلثين متشابهين = مربع نسبة

التشابه

$\dfrac{S_{AnB}}{S_{Dnc}} = K^2 = \left(\dfrac{2}{5}\right)^2 = \dfrac{4}{25}$

سلسلة

التجمع التعليمي

التجمع التعليمي