

Definite Integral
التكامل المحدد
Math 111
Lecture 2

Dr. Nasser Bin Turki

King Saud University
Department of Mathematics

2016

تعريف التكامل المحدد: ليكن لدينا الدالة f معرفة على الفترة $[a, b]$.
التكامل المحدود لدالة f من a إلى b هو

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\|p\| \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(w_k) \Delta x.$$

حت أن العددين a, b هما حدود التكامل.

بإستخدام التعريف السابق نستطيع كتابة التالي :

- $\lim_{\|p\| \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(w_k^2 + 2)x_k; [a, b] = [1, 2]$

بإستخدام التعريف السابق نستطيع كتابة التالي :

• $\lim_{\|p\| \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(w_k^2 + 2)x_k; [a, b] = [1, 2]$

$$\int_1^2 f(x^2 + 2) dx.$$

بإستخدام التعريف السابق نستطيع كتابة التالي :

- $\lim_{\|p\| \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(w_k^2 + 2)x_k; [a, b] = [1, 2]$

$$\int_1^2 f(x^2 + 2) dx.$$

- $\lim_{\|p\| \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(w_k^2 + w_k - 55)x_k; [a, b] = [3, 5]$

بإستخدام التعريف السابق نستطيع كتابة التالي :

- $\lim_{\|p\| \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(w_k^2 + 2)x_k; [a, b] = [1, 2]$

$$\int_1^2 f(x^2 + 2) dx.$$

- $\lim_{\|p\| \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(w_k^2 + w_k - 55)x_k; [a, b] = [3, 5]$

$$\int_3^5 f(x^2 + x - 55) dx.$$

حقائق:

إذا كان $a < b$ فان:

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$$

حقائق:

إذا كان $a < b$ فان:

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$$

إذا وُجد $f(x)$ فان:

$$\int_a^a f(x) dx = 0.$$

ملاحظات:

إذا كان لدينا الدالة f متصلة على الفترة $[a, b]$ وكان $f(x) \geq 0$ فان $x \in [a, b]$

ملاحظات:

إذا كان لدينا الدالة f متصلة على الفترة $[a, b]$ وكان $f(x) \geq 0$ فان $x \in [a, b]$:

- $\int_a^b f(x) dx \geq 0.$

ملاحظات:

إذا كان لدينا الدالة f متصلة على الفترة $[a, b]$ وكان $f(x) \geq 0$ فإن $x \in [a, b]$:

- $\int_a^b f(x) dx \geq 0$.
- $\int_a^b f(x) dx = A$.

حيث اننا A هي المساحة تحت المنحني لدالة f .

نظرية:

إذا كان لدينا الدالة f متصلة على الفترة $[a, b]$ فإن f قابلة للتكامل على الفترة $[a, b]$.

نظرية:

إذا كان لدينا الدالة f متصلة على الفترة $[a, b]$ فإن f قابلة للتكامل على الفترة $[a, b]$.

نظرية:

إذا كانت الدالة f دالة مطردة (أي تزايدية أو تناقصية) على الفترة $[a, b]$ فإن f قابلة للتكامل على الفترة $[a, b]$.

بعض التكاملات الأساسية:

$$(1) \int 1 dx = \int dx = x + C$$

$$(2) \int x^r dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + C \quad (r \neq -1)$$

$$(3) \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$(4) \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$(5) \int \sec^2 x dx = \tan x + C$$

$$(6) \int \csc^2 x dx = -\cot x + C$$

$$(7) \int \sec x \tan x dx = \sec x + C$$

$$(8) \int \csc x \cot x dx = -\csc x + C$$

Examples

أحسب المساحة الموجودة تحت الدوال التالية:

- (1) $f(x) = x + 5$, $[-4, 4]$,

Examples

أحسب المساحة الموجودة تحت الدوال التالية:

- (1) $f(x) = x + 5$, $[-4, 4]$,

- (2) $f(x) = 4x + 3$, $[3, 5]$,

Examples

أحسب المساحة الموجودة تحت الدوال التالية:

- (1) $f(x) = x + 5$, $[-4, 4]$,

- (2) $f(x) = 4x + 3$, $[3, 5]$,

- (4) $f(x) = \sqrt{x}$, $[1, 4.]$,

Examples

أحسب المساحة الموجودة تحت الدوال التالية:

- (1) $f(x) = x + 5$, $[-4, 4]$,

- (2) $f(x) = 4x + 3$, $[3, 5]$,

- (4) $f(x) = \sqrt{x}$, $[1, 4.]$,

- (3) $f(x) = |x|$, $[-2, 2]$.

خواص التكامل المحدد

- $\int_a^b c dx = c(b - a), c \in \mathbb{R},$

خواص التكامل المحدد

- $\int_a^b c dx = c(b - a), c \in \mathbb{R},$
- إذا كانت f قابلة للتكامل على $[a, b]$ ، $c \in \mathbb{R}$ فإن
$$\int_a^b cf(x) dx = c \int_a^b f(x) dx.$$

خواص التكامل المحدد

- $\int_a^b c dx = c(b - a), c \in \mathbb{R},$

- إذا كانت f قابلة للتكامل على $[a, b]$ ، $c \in \mathbb{R}$ فإن
$$\int_a^b cf(x) dx = c \int_a^b f(x) dx.$$



$$\int_a^b |f(x) \pm g(x)| dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

- إذا كانت الدالتين f, g قابلتين للتكامل على الفترة $[a, b]$ وكان

$$f(x) \geq g(x)$$

لكل $x \in [a, b]$ فان

$$\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx.$$

- إذا كانت الدالتين f, g قابلتين للتكامل على الفترة $[a, b]$ وكان

$$f(x) \geq g(x)$$

لكل $x \in [a, b]$ فان

$$\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx.$$

- إذا كانت الدالة f قابله للتكامل على الفترتين $[a, c]$ و $[c, b]$ فإن f قابلة لتكامل على الفترة $[a, b]$ وإن :

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

مثال: اذا كانت

$$f(x) = 4x^3 + 2, \quad x < 0$$

$$f(x) = x - 5, \quad x \geq 0$$

احسب

$$\int_{-1}^2 f(x) dx?$$

Exercises:

احسب التكاملات التالية:

- (1) $\int_0^2 x^3 - 3x + 6 dx.$

- (2) $\int_0^3 (3x - 1)^2 dx.$

- (3) $\int_0^3 3\sqrt{t} dt.$

Thanks for listening.