مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

سنتعلم اليوم
الدرس السادس
في فصل التحليل والمعادلات التربيعية

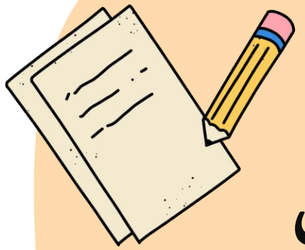
٧ – ٦

المعادلات التربيعية
المربعات الكاملة

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

: الاستراتيجيات المستخدمة في درسنا:



التصفح
العصف الذهني
حوار ومناقشة
التعلم الفردي
التعلم الثنائي
الورقة البيضاء

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

استراتيجية التصفح

: فيما سبق :

درست إيجاد ناتج ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما .

: والآن :

- أحلل ثلاثية الحدود التي على صورة مربع كامل .
- أحل معادلات تتضمن مربعات كاملة .

: المفردات :

المربع الكامل لثلاثية حدود .

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا

يسقط الحجر والكيس بالسرعة نفسها؛ لذا ستحتاج إلى حل المعادلة $٠ = -٥ن^{٢} + ل_{٠}$، لمعرفة الزمن الذي يحتاج إليه الجسم كي يصل إلى الأرض إذا سقط من ارتفاع ابتدائي ($ل_{٠}$) مترًا فوق الأرض، حيث (ن) تمثّل الزمن بالثواني بعد سقوط الجسم.

أسئلة البناء

- إذا كان الارتفاع الابتدائي ٢٠ مترًا، فما المعادلة التي ستكتبها لتحديد الزمن الذي يحتاج إليه جسم للوصول إلى الأرض؟
- حل المعادلة.
- كيف يمكنك استعمال تعريف الجذر التربيعي لحل المعادلة؟

فاطمة السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

سنتعلم اليوم
استعمال خاصية التوزيع

- تمييز ثلاثية الحدود التي تشكّل مربعًا كاملاً وتحليلها
- التحليل التام
- حل معادلات تتضمن عوامل متكررة
- استعمال خاصية الجذر التربيعي

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

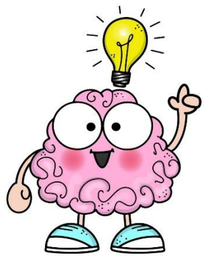
تعلمنا سابقاً
الحالات الخاصة لضرب
كثيرات الحدود

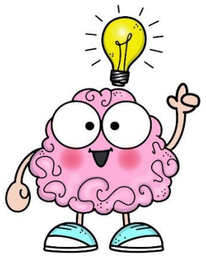
$$(أ + ب)^{٢} = (أ + ب)(أ + ب) = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$$

$$(أ - ب)^{٢} = (أ - ب)(أ - ب) = أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢}$$

مربع كامل لثلاثية حدود

لأنها مربعات ثنائيات حد





فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

هل تشكل مربع كامل ؟

$$١٦س^{٢} + ٢٤س + ٩$$

$$١٦س^{٢} + ٢٤س + ٩$$

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدريس

مفهوم أساسي

أضف إلى
مطويتك

تحليل ثلاثية الحدود التي تشكل مربعًا كاملًا

الرموز:

$$أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢} = (أ + ب)(أ + ب) = (أ + ب)^{٢}$$

$$أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢} = (أ - ب)(أ - ب) = (أ - ب)^{٢}$$

أمثلة:

$$س^{٢} + ٨س + ١٦ = (س + ٤)(س + ٤) = (س + ٤)^{٢}$$

$$س^{٢} - ٦س + ٩ = (س - ٣)(س - ٣) = (س - ٣)^{٢}$$

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تمييز ثلاثية الحدود التي تشكل مربعا كاملا وتحليلها

مثال ١

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعًا كاملًا أم لا، و إذا كانت كذلك فحلِّلها.

أ) $٤ص^{٢} + ١٢ص + ٩$

١ هل الحد الأول مربع كامل ؟

٢ هل الحد الأخير مربع كامل ؟

٣ هل الحد الأوسط ضعف ناتج ضرب الجذر التربيعي للحدين الأول والأخير ؟

ب) $٩س^{٢} - ٦س + ٤$

١ هل الحد الأول مربع كامل ؟

٢ هل الحد الأخير مربع كامل ؟

٣ هل الحد الأوسط ضعف ناتج ضرب الجذر التربيعي للحدين الأول والأخير ؟

فاطمة السبيعي
@fatimahsalih2

تحقق من فهمك

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعًا كاملًا أم لا، و إذا كانت كذلك فحلِّلها.

١أ) $٩ص^{٢} + ٢٤ص + ١٦$

١ب) $٢أ^{٢} + ١٠أ + ٢٥$

تعلم فردي

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

استراتيجية
البطاقات الملونة

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعًا كاملًا أم لا، و إذا كانت كذلك فحلِّلها.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدريس

يكون تحليل ثلاثية الحدود تحليلاً تامًّا إذا كتب على صورة ناتج ضرب كثيرات حدود أولية. وقد تستعمل أكثر من طريقة لتحليل كثيرة الحدود تحليلًا تامًّا. ويساعدك ملخص المفهوم الآتي لتقرر من أين تبدأ عند تحليل كثيرة الحدود تحليلًا تامًّا، وإذا لم يناسب كثيرة الحدود أي نمط، أو لايمكن تحليلها فإنها تكون أوليّة.

ملخص المفهوم

طرق التحليل

أضف إلى مطويتك

الخطوات	عدد الحدود	أمثلة
الخطوة ١: حلّل بإخراج (ق . م . أ)	أي عدد	$٤س^{٣} + ٢س^{٢} - ٦س = ٢س(٢س^{٢} + س - ٣)$
الخطوة ٢: تحقق هل كثيرة الحدود تشكل فرقًا بين مربعين أم أنها ثلاثية حدود على صورة مربع كامل.	٢ أو ٣	$٩س^{٢} - ١٦ = (٣س + ٤)(٣س - ٤)$ $١٦س^{٢} + ٢٤س + ٩ = (٤س + ٣)^{٢}$
الخطوة ٣: طبّق أنماط التحليل لِـ $س^{٢} + ب س + جـ$ أو $أ س^{٢} + ب س + جـ$ أو حلّل بتجميع الحدود.	٣ أو ٤	$س^{٢} - ٨س + ١٢ = (س - ٢)(س - ٦)$ $١٢ص^{٢} + ٩ص + ٨ص + ٦$ $= (١٢ص^{٢} + ٩ص) + (٨ص + ٦)$ $= ٣ص(٤ص + ٣) + ٢(٤ص + ٣)$ $= (٤ص + ٣)(٣ص + ٢)$

فاطمه السبيعي
fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

التحليل التام

مثال ٢

حلّل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب "أولية":

أ) $٥س^{٢} - ٨٠$

ب) $٩س^{٢} - ٦س - ٣٥$

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

حلّل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب "أولية":

٢أ) $٢س^{٢} - ٣٢$

٢ب) $١٢س^{٢} + ٥س - ٢٥$

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تأكد
تدرب وحل المسائل

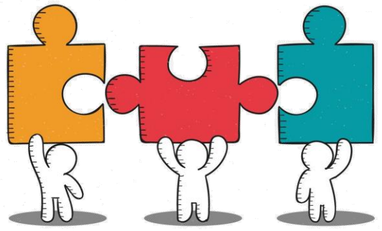
حلّل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب "أولية":

٥) $٤س^{٢} + ٩س - ١٦$

١٨) $٨جـ^{٢} - ٨٨جـ + ٢٤٢$

١٩) $و^{٤} - و^{٢}$

تعلم تعاوني



فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حل معادلات تتضمن مربعات كاملة : عند استخدام خاصية الضرب الصفري في حل معادلات تتضمن عوامل متكررة يكفي مساواة أحد هذه العوامل بالصفر.

حل معادلات تتضمن عوامل متكررة

مثال ٣

حل المعادلة: $٩س^{٢} - ٤٨س = -٦٤$.

$٩س^{٢} - ٤٨س = -٦٤$	المعادلة الأصلية
$٩س^{٢} - ٤٨س + ٦٤ = ٠$	أضف ٦٤ إلى الطرفين
$(٣س)^{٢} - ٢(٣س)(٨) + (٨)^{٢} = ٠$	تحقق إن كانت ثلاثية الحدود $٩س^{٢} - ٤٨س + ٦٤$ تمثّل مربعًا كاملاً
$(٣س - ٨)^{٢} = ٠$	حلّل ثلاثية الحدود على صورة مربع كامل
$(٣س - ٨)(٣س - ٨) = ٠$	اكتب $(٣س - ٨)^{٢}$ كحاصل ضرب عاملين
$٣س - ٨ = ٠$	ضع أحد العوامل المتكررة = ٠
$٣س = ٨$	أضف ٨ إلى كلا الطرفين
$س = \frac{٨}{٣}$	اقسم كلا الطرفين على ٣

القراءة الصامتة

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل :

٣أ) $أ^{٢} + ١٢أ + ٣٦ = ٠$

٣ب) $ص^{٢} - \frac{٤}{٣}ص + \frac{٤}{٩} = ٠$

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدريس

سبق أن حللت معادلات مثل $س^{٢}-١٦=٠$ بالتحليل إلى العوامل. ويمكنك أيضًا استعمال الجذر التربيعي لحل المعادلة.

$س^{٢}-١٦=٠$	المعادلة الأصلية
$س^{٢}=١٦$	أضف ١٦ إلى كلا الطرفين
$س=\pm\sqrt{١٦}$	خاصية الجذر التربيعي

قراءة الرياضيات

الجذر التربيعي

يقرأ $\pm\sqrt{١٦}$ موجب أو سالب الجذر التربيعي لـ ١٦

تذكّر أنه يوجد جذران تربيعيان لـِ ١٦، هما ٤ وَ -٤. لذا فإن مجموعة الحل هي $\{-٤، ٤\}$. ويمكنك التعبير عن ذلك بـ $\{\pm٤\}$.

مفهوم أساسي

خاصية الجذر التربيعي

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لحل المعادلة التربيعية على الصورة $س^{٢}=ن$، خُذ الجذر التربيعي لكل طرف.

الرموز: لأي عدد حقيقي $ن \geq ٠$، إذا كان $س^{٢}=ن$ فإنَّ $س=\pm\sqrt{ن}$.

مثال: $س^{٢}=٢٥$

$س=\pm\sqrt{٢٥}=\pm٥$

إذا كانت ن في المعادلة $س^{٢}=ن$، ليست مربعًا كاملاً، فتحتاج إلى تقريب الجذر التربيعي، لذا استعمل الآلة الحاسبة. أما إذا كانت ن مربعًا كاملاً فستحصل على إجابة دقيقة.

فاطمة السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

استعمال خاصية الجذر التربيعي

مثال ٤

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية:

أ) $(ص - ٦)^{٢} = ٨١$

ب) $(س + ٦)^{٢} = ١٢$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية:

٤أ) $(أ - ١٠)^{٢} = ١٢١$

٤ب) $(ع + ٣)^{٢} = ٢٦$

تعلم فردي

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

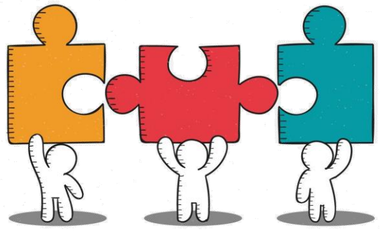
تأكد
تدرب وحل المسائل

حل كلًّا من المعادلات الآتية ، وتحقق من صحة الحل:

٦) $٤س^{٢} = ٣٦$

٢٩) $(ص - ٤)^{٢} = ٧$

تعلم تعاوني



فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

حل المعادلة

مثال من واقع الحياة

٥

فيزياء: أُسقطت كرة من ارتفاع ٦٨ مترًا. إذا كانت المعادلة ع = −٥ن^{٢} + ع$_{ا}$ تُستعمل لإيجاد عدد الثواني (ن) التي تحتاج إليها الكرة للوصول إلى الارتفاع (ع) من الارتفاع الابتدائي (ع$_{ا}$) بالمتر، فأوجد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض.

عند مستوى الأرض، ع = ٠ والارتفاع الابتدائي ٦٨ ، إذن ع$_{ا}$ = ٦٨

ع = −٥ ن^{٢} + ع$_{ا}$	المعادلة الأصلية
٠ = −٥ ن^{٢} + ٦٨	عوض عن ع بـ صفر، وعن ع$_{ا}$ بـ ٦٨
−٦٨ = −٥ ن^{٢}	اطرح ٦٨ من كلا الطرفين
١٣,٦ = ن^{٢}	اقسم على −٥
ن ≈ ٣,٧ ±	خاصية الجذر التربيعي

بما أن العدد السالب هنا ليس منطقيًّا، لذا تستغرق الكرة ٣,٧ ثوانٍ تقريبًا للوصول إلى الأرض.

تاريخ الرياضيات

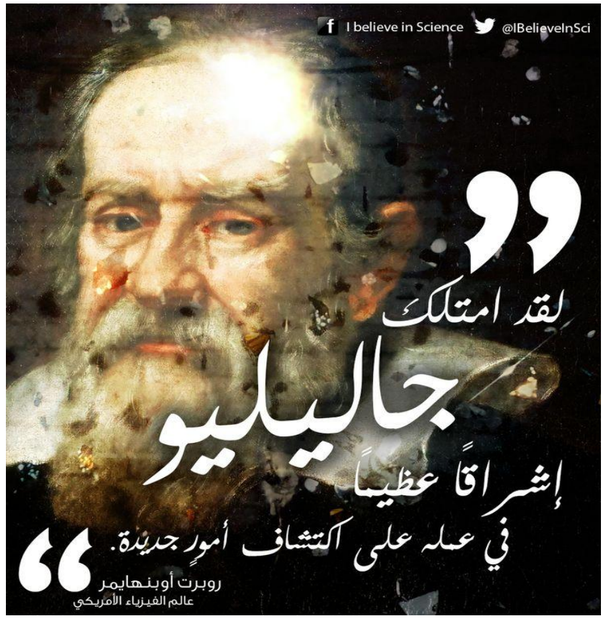
جاليليو جاليلي
(١٥٦٤م–١٦٤٢م)
كان جاليليو أول من أثبت أن الأجسام المختلفة الكتل تسقط بالسرعة نفسها، وذلك بإسقاط جسمين مختلفي الكتلة من قمة برج بيزا المائل في إيطاليا عام ١٥٨٩ ميلادية.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

٥) أوجد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض إذا أُسقطت من سطح مبنى ارتفاعه نصف الارتفاع المذكور أعلاه.



تعلم فردي

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

تدرب وحل المسائل

. تحدي .

٣٨) **هندسة :** مُثِّلتْ مساحة مربع بالعبارة ٩س^{٢} − ٤٢س + ٤٩ . أوجد طول ضلع المربع.

"المربعات الكاملة ليست مجرد فكرة رياضية، بل هي صورة مصغّرة لمعنى التناسق والتنظيم الذي نعيشه في حياتنا، ونراه في وطننا الغالي. فكما تتكامل حدود المربع لتكوين شكلٍ متناسق، تتكامل جهود أبناء المملكة لتحقيق رؤية وطن واحد قوي ومتماسك."

مسائل مهارات التفكير العليا

٤٠) **اكتشف الخطأ:** حلّل منصور وفيصل العبارة $س^{٨} - س^{٤}$ تحليلاً تامًّا ، فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسّر ذلك.

منصور

$$س^{٨} - س^{٤} = س^{٤}(س^{٢} + ١)(س^{٢} - ١)$$

فيصل

$$س^{٨} - س^{٤} = س^{٤}(س^{٢} + ١)(س - ١)(س + ١)$$

لأن منصور لم يحلل تحليلاً تاماً

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مسائل مهارات التفكير العليا

٤٥) حدّد ثلاثية الحدود التي تختلف عن كثيرات الحدود الأخرى فيما يأتي، وفسّر إجابتك:

$٩س^{٢} - ٢٤س + ١٦$	$٤س^{٢} + ١٠س + ٤$	$٢٥س^{٢} + ١٠س + ١$	$٤س^{٢} - ٣٦س + ٨١$

لأنها ثلاثية الحدود الوحيدة التي لا تشكل مربعاً كاملاً

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدريب على اختبار

٤٧) حُلَّ المعادلة $(س - ٣)^{٢} = ٢٥$.

أ) $-٨، ٢$

ب) $-٢، ٨$

جـ) $٤، ١٤$

د) $-٤، ١٤$

٤٨) **هندسة** إذا كان محيط دائرة $\frac{٦ط}{٥}$ وحدة، فما مساحتها؟

أ) $\frac{٣ط}{٥}$ وحدة مربعة

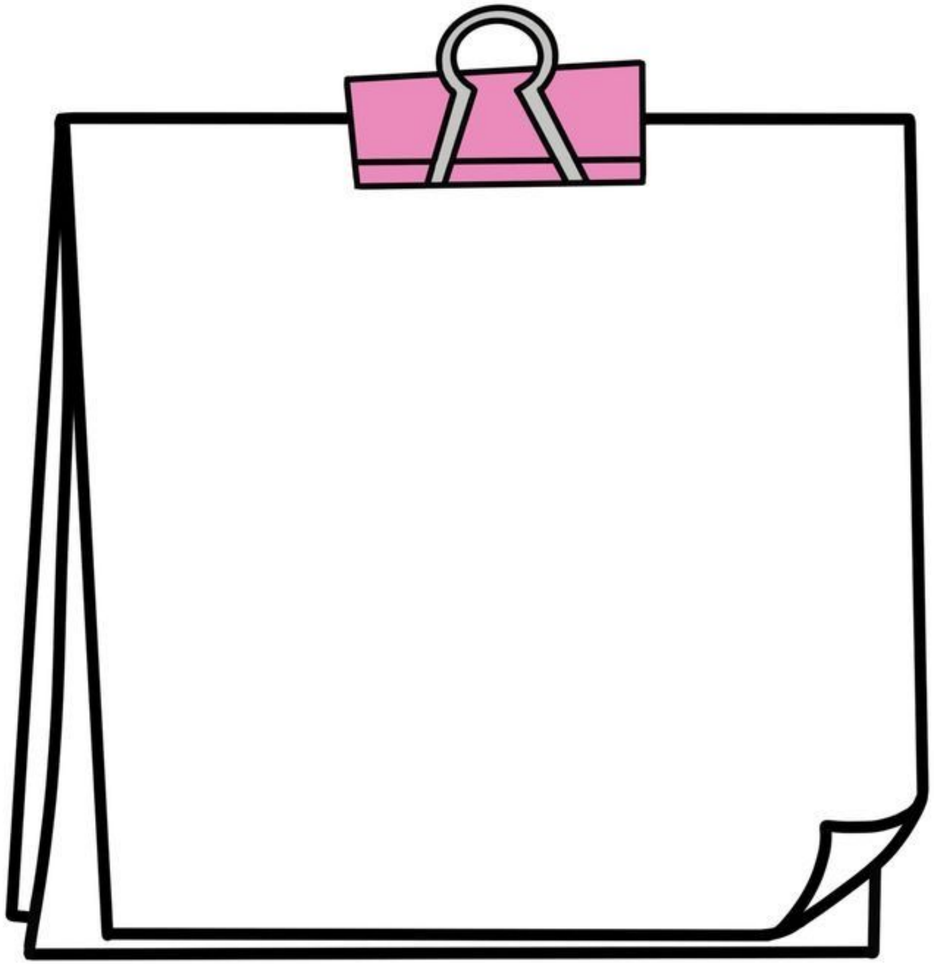
ب) $\frac{١٢ط}{٥}$ وحدة مربعة

جـ) $\frac{٩ط}{٢٥}$ وحدة مربعة

د) $\frac{٣٠ط}{٢٥}$ وحدة مربعة

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

استراتيجية الوقة البيضاء



ماذا تعلمتي

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٦-٧ المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة

ثلاثية الحدود التي تشكِّل مربعًا كاملًا تكون على إحدى الصورتين: $أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}$ أو $أ^{٢} - ٢ أ ب + ب^{٢}$؛ أي تتوافر فيها الشروط الآتية:

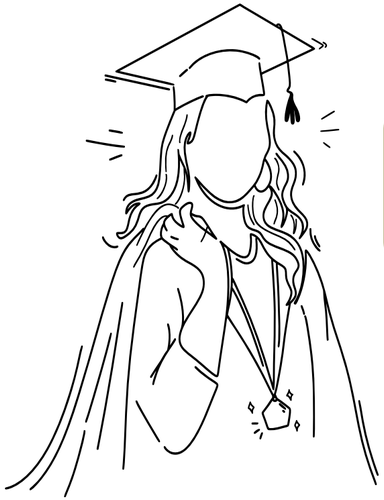
- أن يكون الحد الأول مربعًا كاملًا.
- أن يكون الحد الأخير مربعًا كاملًا.
- أن يساوي الحد الأوسط مثلَيْ حاصل ضرب الجذرين التربيعيين للحدين الأول والأخير.

لتحليل ثلاثية حدود تُشكّل مربعًا كاملًا بإشارة موجبة للحد الأوسط، استعمل القاعدة: $أ^{٢} + ٢ أب + ب^{٢} = (أ + ب)^{٢}$.

ولتحليل ثلاثية حدود تُشكّل مربعًا كاملًا بإشارة سالبة للحد الأوسط، استعمل القاعدة: $أ^{٢} - ٢ أ ب + ب^{٢} = (أ - ب)^{٢}$ ، ثم استعمل خاصية الجذر التربيعي لحل المعادلة على الصورة $س^{٢} = ن$، $ن > ٠$، أو أي معادلة يمكن كتابتها على تلك الصورة، وهذه الخاصية تمكنك من أخذ الجذر التربيعي لطرفَي المعادلة، مع أخذ كلا الجذرين $\sqrt{ن}$، $-\sqrt{ن}$ في الاعتبار.

تعلمنا

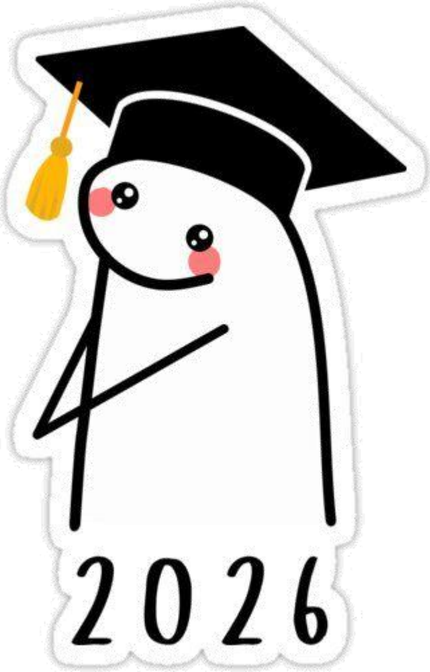
فاطمة السبيعي
@fatimahsalih2



"تذكّرن دائمًا: كل خطوة تتعلمنها اليوم تقرّبكن
من مستقبلٍ تصنعونه بأنفسكن... أنتن قادرات أكثر مما تظنّون."

الواجب
منصة مدرستي

مدرستي
Madrasati



🌷 أرجو حفظ الحقوق 🌷

فاطمه السبيعي
@fatimahsalih2