تفريغ اللقاءات الحية لمادة

الإحصاء التحليلي [تلخيص]

قسم الإدارة والإقتصاد

المستوى الثاني

الترم الثاني للعام الدراسي

١٤٣٦ – ١٤٣٧هـ

إعداد أختكم

سارة الناصر

تفريغ اللقاء الحي الأول

بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين

الموضوعات المهمة في المقرر

- الاحتمالات .
- دالة الاحتمال الجدولية .
- التوزيعات الاحتمالية .
- نظرية التصدير .
- اختبارات الفروض الإحصائية .

أوضح الدكتور في بداية اللقاء الحي أن منهج الإحصاء التحليلي أسهل من منهج الإحصاء الوصفي كما نبه على ضرورة مشاهدة الحلقات المسجلة لفهم المادة جيدا .

فكرة عامة عن أهمية دراسة الإحصاء التحليلي (غير مطلوبة للاختبار ولكن لفهم طبيعة المنهج وعلاقته) :

علم الإحصاء يقوم على استخدام أسلوب العينة في الدراسة الإحصائية أي حينما تريد أن توجد ظاهرة مثلا نسبة الأمية في المملكة أو متوسط عمر المواطن السعودي أو متوسط دخل الأسرة السعودية فيكون لديك طريقتين لإيجاد هذه البيانات إما أن تقيم دراسة تشمل كل مواطني المملكة (هي ما يسمى بأسلوب الحصر الشامل) وعيب هذا الأسلوب مكلف ومرهق ومتعب للباحث وتستغرق الكثير من الوقت للحصول على النتائج والحل الآخر هو استخدام أسلوب العينة مثلا عينة تتكون من 100 مواطن نبحث عن متوسط العمر فيها مثلا كان الناتج 57 سنة في هذه العينة منهجنا هذا الترم يجعلنا حين نعرف عمر المواطن في العينة يجعلنا نستطيع أن نعرف متوسط عمر المواطن في المملكة فتكون الدراسة على عينة بدلا من المجتمع كاملا ثم أعمم النتائج على باقي أفراد المجتمع وهكذا في دراسة جميع الظواهر الاجتماعية وغيرها كيف أعمم النتائج على أفراد المجتمع ؟ هذا ما سندرسه في منهج الإحصاء التحليلي (ويسمى الاستنتاج الاحصائي) أي أن الإحصاء التحليلي هو تعميم نتائج العينة على المجتمع ولمعرفة مقاييس التعميم (طرق تعميم العينة على أفراد المجتمع) لا بد من معرفة موضوعين ممهدين هما الاحتمالات ودوال الاحتمالات .

موضوع مهم سبق دراسته في منهج الإحصاء الوصفي هو أنواع البيانات (وتسمى المتغيرات الإحصائية) :

ذكرنا أن البيانات تنقسم إلى قسمين : ١ / بيانات وصفية (متغيرات وصفية) : وهي تنقسم إلى قسمين : أ / وصفي ترتيبي وهي البيانات الاسمية وهي ما يعبر عنها بالاسم واستطيع ترتيبها تصاعديا أو تنازليا مثلا الدرجات الطلاب لدي مثلا حاصل على امتياز وجيد ومقبول وجيد جدا وضعيف أستطيع ترتيبها فأبدا بالممتاز ثم جيد جدا ثم جيد ثم مقبول ثم ضعيف أو الدرجة العلمية (المستوى التعليمي) فالبيانات الاسمية التي استطيع ترتيبها هي بيانات وصفية ترتيبية .

ب / وصفي اسمي وهي البيانات الاسمية وهي ما يعبر عنها بالاسم ولكن لا يهم ترتيبها أو لا استطيع مثلا جنسيات العاملين الأجانب في المملكة (مصري ، سوري ، هندي ، باكستاني) أو ألوان السيارات فلا أستطيع ترتيبها تسمى وصفية اسمية .

٢ / بيانات كمية (متغيرات كمية) : وهي تنقسم إلى قسمين : أ / كمية متصلة أو مستمرة وهي الكمية التي تقبل القيم الكسرية (يعني أستطيع أن أقول فيها 10,5) مثلا درجات الحرارة أو أطوال الطلاب أو أعمار التلاميذ تسمى كمية متصلة أو مستمرة .

ب / كمية منفصلة أو متقطعة وهي الكمية التي لا تقبل القيم الكسرية (مثلا عدد المساجد أو المدارس لا أستطيع أن أقول 10 مساجد ونصف) ومنها مثلا عدد الطلاب عدد الجامعات وغيرها من الأمثلة (إذا ورد في السؤال كلمة عدد إذن كمي منفصل أو متقطع) .

الباب الأول (الاحتمالات)

الاحتمالات تتعلق بوقوع أحداث مثل حدث أن الشخص متزوج أو الطالب حاصل على امتياز او احتمال أن الطالب سيسافر إلى جدة غداً أو احتمال أن شخص سيصبح مدخن كل مثال من هذه الأمثلة تسمى أحداث ويرمز لها بالرمز (ح)

ما احتمال حصول هذه الأحداث ؟

- الأحداث في الاحتمالات
  - حدث بسيط
    - أي حدث واحد فقط مثل ما احتمال أن يكون الطالب متزوج فقط
    - يحسب الحدث البسيط بقانون واحد وهو ح (أ) = $\frac{م}{ن}$
  - حدث مركب
    - أي عدة حوادث بسيطة تحدث معاً مثال ما احتمال أن يكون الطالب متزوج أو من سكان مدينة الرياض ويحسب الحدث المركب بقانونين
      - الجمع
      - الضرب

مقدمة عن مفهوم الاحتمالات :

هو ما يتعلق بوجود أحداث ويرمز له بالرمز (ح) وهو قيمة تقع بين 0 و 1 وهو دائما قيمة موجبة أي أن أصغر قيمة للاحتمال هي 0 وأكبر قيمة للاحتمال هي 1 وحين يصل الاحتمال إلى 0 (أي إذا أصبح الناتج 0) يسمى حدث مستحيل (أي مستحيل الوقوع) وحين يصل الاحتمال إلى 1 (أي إذا أصبح الناتج 1) يسمى حدث مؤكد .

حساب قيمة الاحتمال :

نظرية إذا كان هناك حدث معين وليكن مثلا (س) وهذا الحدث يتكرر ظهوره (م) من المرات في تجربة أو عينة حجمها (ن) من المرات فإن احتمال وقوع الحدث هو ح (س) = $\frac{م}{ن}$ حيث م ≤ ن] مثلا حدث وهو التدخين هذا الحدث يتكرر ظهوره في العينة المستخدمة (مثلا مجموعة طلاب) 10 مرات والعينة مكونة من 70 طالب أي عدد المدخنين 10 فطبقا للرموز الحدث (س) هو الطلاب المدخنين فنقول ح (طالب مدخن) و (م) هي عدد التكرار وهي

في المثال 10 طلاب و (ن) هو حجم العينة أي عدد الطلاب هو 70 فحين نطبق قانون الحدث البسيط لأننا نتحدث عن حدث واحد فقط وهو ح (س) = $\frac{م}{ن}$ فحينما نعوض القانون يصبح ح (طالب مدخن) = $\frac{10}{70}$ ويجب أن يكون الناتج دائما أكبر من 0 وأقل من 1 صحيح فإذا كان الناتج 0 فهو حدث مستحيل وإذا كان الناتج 1 فهو حدث مؤكد ثم نستخرج الناتج]

مثال (١)

يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من 8 مهندس ، 6 محاسب ، 2 اقتصادي اختير أحدهم عشوائي ما هو احتمال أن يكون:

١/ محاسب .	٢ / اقتصادي .

الحل : ١/ ح (محاسب) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{6}{16}$ يكفي أن نصل بالحل إلى التعويض فقط ولكن لا مانع أن نوجد الناتج للتأكد من الحل

(الحدث الذي أردنا حسابه هو احتمال ان يكون الشخص محاسب وهو ما كنا نرمز له بالرمز أ)

٢ / ح (اقتصادي) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{2}{16}$ =

[جمعنا الموظفين لنعرف عدد العينة فكان الناتج 16 ثم عوضنا بالقانون لأن الأحداث بسيطة]

دائما تكون (م) أقل من (ن) لأن (ن) هي المجموع [أي يكون البسط دائما أقل من المقام] .

مثال (٢)

تضم الشعبة 11 في كلية الاقتصاد 72 طالبا منهم 42 من سكان مدينة الرياض ويوجد بالشعبة 15 طالبا متزوج ويوجد أيضا بالشعبة 4 طلاب مدخنين اختير أحد الطلاب عشوائيا ما هو احتمال أن يكون :

١/ من سكان مدينة الرياض .	٢ / من خارج مدينة الرياض .

٣/ متزوج .	٤ / مدخن .

٥/ أن يكون متحدث باللغة العربية .	٦ / أن يكون متحدث باللغة اليابانية .

الحل : كل سؤال من الأسئلة السابقة تتناول حدثا واحدا أي حدث بسيط لذا نستخدم قانون الحدث البسيط في جميع الأحداث وهو : ح (أ) = $\frac{م}{ن}$

١/ ح (من سكان مدينة الرياض) = $\frac{42}{72}$ [سكان مدينة الرياض مذكورون في السؤال]

٢ / ح (من خارج مدينة الرياض) = $\frac{30}{72}$ [بما أن 42 طالب من مدينة الرياض إذن كم تبقى من خارج مدينة الرياض نطرح 42 من 72 يكون الناتج 30]

٣ / ح (متزوج) = $\frac{15}{72}$ [يكفي أن نصل هذه المرحلة من الحل ولكن لا مانع من استخراج الناتج نقسم بشكل عادي]

٤ / ح (مدخن) = $\frac{4}{72}$

ألاحظ في جميع الإجابات السابقة أن قيمة البسط أقل من قيمة المقام

٥ / ح (يتحدث اللغة العربية) = $\frac{72}{72}$ = 1 أي حدث مؤكد [بما أن الطلاب في مدينة الرياض إذن جميعهم يتحدثون اللغة العربية] [ما هو احتمال اختيار طالب يتحدث اللغة العربية ؟ من المؤكد أن أي طالب يتم اختياره فهو يتحدث باللغة العربية]

٦ / ح (يتحدث اللغة اليابانية) = $\frac{0}{72}$ = 0 أي حدث مستحيل [بما أن الطلاب في مدينة الرياض و جميعهم يتحدثون اللغة العربية إذن لا أحد يتحدث باللغة اليابانية] [ما هو احتمال اختيار طالب يتحدث اللغة اليابانية ؟ من المستحيل أن أي طالب يتم اختياره يتحدث باللغة اليابانية]

الاحتمال لا يكون أبدا سالب دائما النتيجة موجبة وأقل قيمة للاحتمال تكون 0 وأكبر قيمة للاحتمال تكون 1 صحيح وما بينهما (أي يكون كسر عشري)

ملاحظة :

١- إذا كان احتمال وقوع الحدث هو ح (س) فإن احتمال عدم وقوع الحدث يكون ح ($\overline{س}$) ويسمى الحدث المكمل

[مثلا حين أقول احتمال سقوط المطر هو 0,9 فإن احتمال عدم سقوط المطر هو 0,3 لنكمل 1 أو مثلا نقول نسبة النجاح في مادة الإحصاء 0,75 فإن نسبة عدم النجاح في مادة الإحصاء 0,25 كأنا نكمل الحدث إلى 1 صحيح أو 100% أي أن الحدث ومكمله يعطي الناتج 1 أي نسبة وقوع الحدث و عدم وقوع يساوي 1] وبالتالي يصبح :

ح (س) + ح ($\overline{س}$) = 1

ويسمى عدم وقوع الحدث باسم الحدث المكمل أي أن احتمال الحدث ومكمله = 1

٢- الاحتمال هو قيمة كسرية موجبة تقع بين 0 و 1 صحيح أي :

0 ≤ ح (س) ≤ 1

أنواع الحوادث الاحتمالية :

تتعلق الاحتمالات بوقوع أحداث وتنقسم هذه الأحداث إلى نوعين :

أ / حدث بسيط :

أي حدث واحد فقط وليكن اسمه (س) واحتمال وقوع هذا الحدث [مثلا ما هو احتمال أن يكون الطالب مدخن فقط] هو :

ح (س) = $\frac{م}{ن}$ حيث م ≤ ن

سؤال / أكمل تنقسم الحوادث الاحتمالية إلى .... و ....

ب / حوادث مركبة :

أي عدة حوادث بسيطة ولتكن س ، ص ، ع ...... ، ولحساب قيمة الحوادث المركبة نستخدم قانون الجمع أو الضرب [مثلا ما هو احتمال أن يكون الطالب مدخن أو متزوج هنا لدينا حدثين فهو حدث مركب]

متى أستخدم قانون الجمع ومتى أستخدم قانون الضرب في الحوادث المركبة ؟

في حالة وجود كلمة (أو) في المطلوب يعني أن القانون هو قانون الجمع وما عداها أي أن القانون هو الضرب .

قانون الجمع في الاحتمالات للحوادث المركبة :

في قانون الجمع يجب التفرقة بين الحوادث المتنافية وغير المتنافية حيث أن :

١ / الحوادث المتنافية هي تلك الحوادث التي لا يمكن أن تقع معا في وقت واحد [مثلا أن يكون الجو صافيا أو ممطرا : فهنا من المستحيل أن يكون الجو صافيا وممطرا في نفس الوقت فيكون ناتج جمعهما معا هو 0] ، قانونها :

ح (س + ص) = ح (س) + ح (ص)

٢ / الحوادث الغير متنافية هي تلك الحوادث التي يمكن أن تقع معا في وقت واحد [مثلا أن يكون الشخص متزوج أو مدخن : فهنا من يحتمل أن يكون الشخص متزوج ومدخن في نفس الوقت] ، قانونها :

ح (س + ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)

يتضح من العلاقة السابقة أنه إذا كان س ، ص حوادث متنافية فإن ح (س ص) = 0

مثال (٣) : يتكون مجلس إدارة إحدى المستشفيات من 8 طبيب ، 15 ممرض ، 5 فني أشعة اختير أحدهم عشوائيا ما هو احتمال أن يكون :

١ / طبيب .　　　　　٢ / فني أشعة .

٣ / طبيب أو ممرض .　　　٤ / ممرض أو فني أشعة .

الحل : أولا قمنا بجمع الموظفين لنعرف عدد العينة وهي مجلس الإدارة وكان الناتج 28

١ / ح (طبيب) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{8}{28}$ [هنا حدث واحد إذن حدث بسيط نطبق قانون الحدث البسيط]

٢ / ح (فني أشعة) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{5}{28}$ [هنا حدث واحد إذن حدث بسيط نطبق قانون الحدث البسيط]

٣ / ح (طبيب أو ممرض) = ح (س + ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)

[هنا حدثين إذن حدث مركب وبما أن الكلمة بين الحدثين هي (أو) إذن نطبق قانون الجمع في الحوادث المركبة بحيث س تمثل حدث وهو أن يكون طبيب و ص تمثل حدث آخر وهو أن يكون ممرض و س ص أن يكون طبيب وممرض في نفس الوقت فنحسب احتمال أن يكون طبيب ثم احتمال أن يكون ممرض ثم نجمع الاحتمالات لنوجد الناتج]

ح (طبيب أو ممرض) = $\frac{8}{28} + \frac{15}{28} - 0 = \frac{23}{28}$ [لا بد أن يكون الناتج موجب وأن يكون البسط أقل من المقام]

[هنا س ، ص حوادث متنافية لأنه لا يمكن أن يكون الشخص طبيب وممرض في نفس الوقت فنلاحظ أن جمعهما يساوي 0 أي حدث مستحيل]

٤ / ح (ممرض أو فني أشعة) = ح (س + ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)

[هنا حدثين إذن حدث مركب وبما أن الكلمة بين الحدثين هي (أو) إذن نطبق قانون الجمع في الحوادث المركبة]

ح (ممرض أو فني أشعة) = $\frac{15}{28} + \frac{5}{28} - 0 = \frac{20}{28}$

[هنا س ، ص حوادث متنافية لأنه لا يمكن أن يكون الشخص ممرض وفني أشعة في نفس الوقت فنلاحظ أن جمعهما يساوي 0 أي حدث مستحيل]

مثال (٤) : في إحدى الإدارات الحكومية 70 موظف منهم 30 موظف متزوج فقط وهناك 12 موظف مدخن فقط أيضا يوجد 8 موظفين متزوجين ومدخنين في نفس الوقت اختير أحدهم عشوائيا ما هو احتمال أن يكون :

١ / متزوج فقط . ٢ / مدخن فقط . ٣ / متزوج أو مدخن .

الحل : ١ / ح (متزوج فقط) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{30}{70}$ [هنا حدث واحد إذن حدث بسيط نطبق قانون الحدث البسيط]

٢ / ح (مدخن فقط) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{12}{70}$ [هنا حدث واحد إذن حدث بسيط نطبق قانون الحدث البسيط]

٣ / ح (متزوج أو مدخن) = ح (س + ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)

[هنا حدثين إذن حدث مركب وبما أن الكلمة بين الحدثين هي (أو) إذن نطبق قانون الجمع في الحوادث المركبة بحيث س تمثل حدث وهو أن يكون متزوج و ص تمثل حدث آخر وهو أن يكون مدخن و س ص أن يكون متزوج ومدخن في نفس الوقت فنحسب احتمال أن يكون متزوج ثم احتمال أن يكون مدخن ثم احتمال أن يكون متزوج ومدخن في نفس الوقت وهو من معطيات السؤال نجمع الاحتمالات لنوجد الناتج]

ح (متزوج أو مدخن) = $\frac{30}{70} + \frac{12}{70} - \frac{8}{70} = \frac{34}{70}$

[هنا س ، ص حوادث غير متنافية لأنه يمكن أن يكون الشخص متزوج ومدخن في نفس الوقت وهو معطى في السؤال]

قانون الجمع إذا رأيت كلمة أو في السؤال إذن جمع وليس ضرب ويجب التفريق بين الحدثين المركبين هل هو متنافي ليس له قيمة أي يساوي 0 كما سبق في الأمثلة أو غير متنافي وله قيمة ويرد في معطيات السؤال أو مطلوباته .

قلنا إن الاحداث تنقسم لقسمين أحداث بسيطة ولها قانون واحد وأحداث مركبة ولها قانونين الجمع والضرب

مثال ما هو احتمال ان يكون الشخص متزوج ؟ هنا حدث واحد إذن حدث بسيط

ما هو احتمال ان يكون الشخص متزوج أو مدخن ؟ هنا حدثين إذن مركب والمركب له قانون إما جمع أو ضرب

كيف أعرف القانون المطلوب في الحدث المركب هل هو الجمع أو الضرب ؟ أنظر للصيغة في المطلوب إذا كان المطلوب ما هو احتمال أن يكون الشخص متزوج أو مدخن [هنا حرف أو بين الحدثين] إذن المطلوب قانون الجمع

أما حينما أقول ما هو احتمال أن يكون الشخص متزوج و مدخن [هنا حرف واو بين الحدثين] إذن المطلوب قانون الضرب

وقلنا في قانون الجمع ينبغي التفريق بين الأحداث المتنافية والغير متنافية فالأحداث المتنافية هي التي لا يمكن أن يحدث الحدثان في وقت واحد مثال [ما هو احتمال أن يكون الشخص سعودي أو أجنبي ؟ هنا احداث متنافية إذن أنه من المستحيل أن يكون شخص أجنبي وسعودي في نفس الوقت فالمتنافية هي التي لا تجتمع] وفي مثال آخر [ما هو احتمال أن يكون الشخص متزوج أو مدخن ؟ هنا أحداث غير متنافية إذن أنه من الممكن أن يكون الشخص متزوج فقط وممكن يكون مدخن فقط وممكن يكون متزوج ومدخن في نفس الوقت فالغير متنافية هي التي يمكن أن تجتمع معا]

نأتي الآن لقانون الضرب وفي قانون الضرب أيضا ينبغي التفريق بين نوعين من الأحداث وهي الأحداث المستقلة والأحداث غير المستقلة

الأحداث المستقلة / هي الأحداث التي لا تؤثر بغيرها ولا تتأثر بها مثال [ما هو احتمال ذهاب خالد وأحمد إلى المزرعة ؟ إذن لدينا حدثين ذهاب خالد حدث وذهاب أحمد حدث لكن ذهاب خالد ليس علاقة بذهاب أحمد فخالد سوف يذهب إلى المزرعة سواء ذهب أحمد أم لم يذهب كذلك الحال بالنسبة لأحمد إذن هم شخصين مستقلين قراراتهم مستقلة لا تتأثر ببعضها] هذا يسمى حدث مركب مستقل وقانونه قانون الضرب في الحوادث المستقلة وهو :

ح (س ص) = ح(س) × ح (ص)

الأحداث الغير مستقلة / هي الأحداث التي تؤثر وتتأثر بغيرها مثال [محمد سيذهب للمزرعة مع والده لكنه يقول لن أذهب إلى المزرعة بشرط أن يذهب أبي إذن إن لم يذهب الأب إلى المزرعة فإن محمد لن يذهب إلى المزرعة فذهاب محمد مرتبط ومتأثر بذهاب الأب هذا حدث غير مستقل لوجود شرط وهو ذهاب الأب] هذا يسمى حدث مركب غير مستقل وقانونه هو : ح (س ص) = ح (س) × ح (ص / س) بحيث أن ح (ص / س) تسمى الاحتمال الشرطي [أي الشرط في المعطيات]

الأحداث في الاحتمالات تنقسم إلى قسمين

حدث بسيط له قانون واحد

م/ن حيث م أصغر من ن دائما

حدث مركب وله قانونين

قانون الجمع وينبغي التفريق فيه بين نوعين من الأحداث

الأحداث المتنافية وهي التي لا يمكن أن تجتمع وقانونها
ح (س + ص) = ح (س) + ح (ص)

الأحداث الغير المتنافية وهي التي يمكن أن تجتمع وقانونها
ح (س + ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)

قانون الضرب وينبغي التفريق فيه بين نوعين من الأحداث

الأحداث المستقلة وهي التي لا تؤثر ولا تتأثر بغيرها وقانونها
ح (س ص) = ح (س) × ح (ص)

الأحداث الغير مستقلة وهي التي تؤثر وتتأثر بغيرها وقانونها
ح (س ص) = ح (س) × ح (ص / س)
بحيث ح (ص / س) يسمى الاحتمال الشرطي

ودائما في كل القوانين يكون الناتج أقل من 1 وأكبر من الصفر ودائما موجب

في حالة كان الناتج يساوي 1 يسمى حدث مؤكد

في حالة كان الناتج يساوي 0 يسمى حدث مستحيل

نبدأ الآن في حل التمارين من الملف المرسل من قِبل الدكتور

مثال (٥) أظهرت نتاج العام الماضي ان نسبة النجاح في الإحصاء 72% ونسبة النجاح في الإحصاء او الاقتصاد 92% اما نسبة النجاح في الإحصاء والاقتصاد معا فكانت 44% . اختير احد الطابة عشوائيا ، ما هو احتمال ان يكون ناجحا في الاقتصاد ؟

الحل / أولا : نعيد النسبة إلى أصلها ، كيف ؟ نقسم النسبة على 100

نسبة النجاح في الإحصاء = $\frac{72}{100}$ = 0.72

نسبة النجاح في الإحصاء أو الاقتصاد = $\frac{92}{100}$ = 0.92

نسبة النجاح في الإحصاء والاقتصاد معا = $\frac{44}{100}$ = 0.44

ثانيا : لدينا هنا حدثين هما النجاح في الإحصاء والنجاح في الاقتصاد وهي أحداث غير متنافيه يعني ممكن يكون الشخص ناجح بالاقتصاد فقط وممكن يكون ناجح بالإحصاء فقط وممكن يكون ناجح بالإحصاء والاقتصاد معا إذن نريد قانون الجمع للأحداث الغير متنافية وهو : ح (س + ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)

س / تمثل الإحصاء لأنه ورد أولا بالسؤال و ص / تمثل الاقتصاد فلو عوضنا المعطيات لدينا بالسؤال تصبح

ح (س + ص) = هو الحدث الغير متنافي أي هو نسبة النجاح في الإحصاء أو الاقتصاد وهو 0.92

ح (س) = قلنا س تمثل الإحصاء إذن حدث النجاح بالإحصاء هو 0.72

ح (ص) = قلنا ص تمثل الاقتصاد إذن حدث النجاح بالاقتصاد وهو هنا مجهول وهو المطلوب في السؤال [ما هو احتمال أن يكون ناجحا في الاقتصاد]

ح (س ص) = يعني الحدث س و ص معا يعني نسبة النجاح في الإحصاء والاقتصاد معا وهي 0.44

الآن نعوض المعطيات التي لدينا في القانون

ح (س + ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)

0.92 = 0.72 + ح (ص) – 0.44

ثالثا : الآن لدي مجهول وهو ح (ص) فكيف أوجد قيمته ؟

عندي علامة يساوي إذن هي معادلة ؟ كيف أوجد قيمة المعادلة ؟ أنقل المجاهيل لجهة والمعاليم لجهة

قبل النقل المعادلة عندي هي 0.92 = 0.72 + ح (ص) – 0.44 فأجري أولا العملية في جهة اليسار [بعد علامة يساوي] 0.72 – 0.44 هنا لدي العدد 0.72 لا يوجد قبله علامة إذن علامته موجبه والعدد 0.44 قبله علامة سالب إذن كأني أقول +0.72 – 0.44 = فعند اختلاف العلامة أضع علامة العدد الأكبر ثم أطرح علامة العدد الأكبر هنا موجبة إذن علامة موجب ثم أطرح يكون الناتج 0.28 بعد ذلك تكون المعادلة عندي بالشكل 0.92 = 0.28 + ح (ص)

الآن ننقل المجهول ح (ص) لجهة اليمين والرقم المعلوم 0.92 لجهة اليسار وعند النقل طبعا تتغير الإشارة تصبح سالب فنقول ح (ص) = 0.28 – 0.92 [نلاحظ العلامة أصبحت سالب لأننا نقلنا الرقم] نطرح نكتب العدد الكبير ثم علامة طرح ثم العدد الصغير يكون الناتج ح (ص) = 0. 64 هذا هو حل المسألة .

[نستطيع الحل بطريقة مختصرة مجرد إرجاع النسبة للأصل ثم التعويض في القانون ثم حل المعادلة لا داعي أن تكون بنفس طريقتي المفصلة جدا لكنني رغبت بالتفصيل لتصل المعلومة عن كل خطوة]

مثال (٦) صندوق به 20 ورقة متماثلة في الشكل واللون ومرقمة من 1 الى 20 ، سحبت من ورقة واحدة عشوائيا ، ما هو احتمال ان يكون عليها :

١- رقما زوجيا .
٢- رقما يقبل القسمة على 3 .
٣- رقما يقبل القسمة على 5 .
٤- رقما يقل عن 4.
٥- رقما يزيد عن 15
٦- رقما يقبل القسمة على 3 او 5 .
٧- رقما يقبل القسمة على 3 او 7
٨- رقما يقبل القسمة على 6 او 8
٩- رقما يقبل القسمة على 5 او 10
١٠- رقما يقبل القسمة على 4 او 8

الحل / قبل أن نوجد حل كل فقرة من فقرات السؤال لابد أن نوجد القيم التي تتضمنها الفقرة :

١ – رقما زوجيا [كم رقم زوجي من العدد 1 حتى العدد 20 ؟ أول عدد زوجي يواجهنا هو 2 ثم نزيد في كل مرة 2 حتى نصل الرقم 20 فنقول : 2 + 2 = 4 إذن 2 و 4 أعداد زوجية ثم نزيد 4 + 2 = 6 إذن 2 و 4 و 6 أصبح لدينا ثلاث أعداد زوجية ثم نزيد 2 وهكذا حتى نصل العدد 20 نجد أن الأعداد الزوجية التي تخرج معنا 10 أعداد وهي

(20 , 18 , 16 , 14 , 12 , 10 , 8 , 6 , 4 , 2) إذن كم لدينا رقم زوجي من 1 إلى 20 ؟ لدينا 10 أعداد زوجية]

الفقرة الأولى من السؤال هي ما هو احتمال أن يكون الرقم زوجي ؟ هنا حدث بسيط [حدث واحد] وقانون الحدث البسيط

هو $\frac{م}{ن}$ = م هنا تمثل الأعداد الزوجية التي وجدناها قلنا مجموعها هو 10 أعداد زوجية و ن تمثل المجموع العام وهو 20

ورقة إذن يكون الحل هو $\frac{10}{20}$ نستطيع أن نتوقف عند هذا الحل ويكون الجواب صحيح ونستطيع أن نكمل القسمة يكون الجواب هو 0.5

٢ – رقما يقبل القسمة على 3 [كم هي الأعداد التي تقبل القسمة على 3 ؟ الحل هو مضاعفات العدد 3 بنفس الطريقة التي أوجدنا بها الأعداد الزوجية ولكن هذه المرة نزيد الرقم 3 فنقول 3 تقبل القسمة على 3 ثم نزيد عليها 3 فنقول 3+3 = 6 إذن 3 و 6 تقبل القسمة على 3 ثم نزيد 3 وهكذا حتى نصل العدد 20 نجد أن الأعداد التي تقبل القسمة على 3 هي 6 أعداد وهي (18 , 15 , 12 , 9 , 6 , 3) إذن كم لدينا عدد يقبل القسمة على 3 من 1 إلى 20 ؟ لدينا 6 أعداد]

الفقرة هي ما هو احتمال أن يكون الرقم يقبل القسمة على 3 ؟ هنا حدث بسيط أيضا وعرفنا قانون الحدث البسيط إذن م هو الأعداد التي تقبل القسمة على 3 وهي 6 أعداد و ن هو مجموع الأعداد وهي 20 إذن يكون الحل $\frac{6}{20}$

٣ – رقما يقبل القسمة على 5 [بنفس الطريقتان السابقة نبدأ بالرقم 5 ثم نزيد 5 في كل مرة حتى نصل إلى الرقم 20 نجد أن الأعداد التي تقبل القسمة على 5 هي 4 أعداد وهي (20 , 15 , 10 , 5) إذن كم لدينا عدد يقبل القسمة على 5 من 1 إلى 20 ؟ لدينا 4 أعداد]

الفقرة هي ما هو احتمال أن يكون الرقم يقبل القسمة على 5 ؟ هنا حدث بسيط وعرفنا قانونه إذن م هو الأعداد التي تقبل القسمة على 5 وهي 4 أعداد و ن هو مجموع الأعداد وهي 20 إذن يكون الحل $\frac{4}{20}$

٤ – رقم يقل عن 4 [ما هي الأرقام أقل من 4 ؟ هي ثلاث أرقام فقط وهي (3 , 2 , 1) ، لماذا لم نضع 0 وهو أقل من 4 في السؤال الأوراق مرقمة من 1 حتى 20 لا يوجد رقم 0 بالمجموعة لذلك نلتزم بالأعداد الموجودة بالسؤال إذن قلنا 3 أعداد أقل من 4]

الفقرة هي ما هو احتمال أن يكون الرقم يقبل القسمة على 4 ؟ هنا حدث بسيط إذن م هو الأعداد التي أقل من 4 وهي 3 أعداد و ن هو مجموع الأعداد وهي 20 إذن يكون الحل $\frac{3}{20}$

٥ – رقم يزيد عن 15 [ما هي الأعداد أكبر من 15 حتى نصل إلى الرقم 20 هي 5 أرقام فقط

وهي (20 , 19 , 18 , 17 , 16) إذن الأعداد أكبر من 15 هي 5 أعداد نضع القانون ونعوض] أيضا الحدث هنا حدث بسيط فنقول م هي الأعداد أكبر من 15 وهي 5 أعداد و ن هو مجموع الأعداد وهي 20 إذن الحل $\frac{5}{20}$

٦ – رقم يقبل القسمة على 3 أو على 5 [سبق واستخرجنا فقرة الأعداد التي تقبل القسمة على 3 وقلنا هي 6 أعداد وهي (18 , 15 , 12 , 9 , 6 , 3) والأعداد التي تقبل القسمة على 5 وهي 4 أعداد وهي (20 , 15 , 10 , 5) لكن لدينا هنا حدث مركب وهو يقبل القسمة على 3 أو على 5 ووجود كلمة (أو) تعني أن القانون المطلوب جمع كما نلاحظ أن جميع الفقرات القادمة من الفقرة رقم 6 وحتى الفقرة رقم 10 جميعها قانون جمع لوجود (أو) ، لكن هل هي أحداث متنافية أو غير متنافية ؟ ننظر إلى مجموعتي الأعداد هل يوجد عدد مشترك بينهما ؟ نعم يوجد العدد 15 إذن أحداث غير متنافية فيصبح القانون المطلوب هو قانون الأحداث الغير متنافية وهو ح (س+ص)=ح(س) + ح (ص) – ح (س ص)

حيث أن ح (س) تمثل الحدث الأول وهو الأعداد التي تقبل القسمة على 3 سبق أن استخرجناها و ح (ص) تمثل الحدث الثاني وهو الأعداد التي تقبل القسمة على 5 سبق واستخرجناها أيضا و ح (س ص) هو احتمال أن يكون العدد يقبل القسمة على 3 و 5 بنفس الوقت وهو عدد واحد فقط هو الرقم 15 إذن بعد تعويض النتائج بالقانون تصبح

ح (س + ص) = $\frac{6}{20}$ + $\frac{4}{20}$ - $\frac{1}{20}$ (نجري أولا عملية الجمع تكون $\frac{10}{20}$ ثم عملية الطرح)]يكون الناتج لهذه المسألة هو $\frac{9}{20}$

٧ – رقم يقبل القسمة على 3 أو على 7 [سبق واستخرجنا فقرة الأعداد التي تقبل القسمة على 3 وقلنا هي 6 أعداد وهي (18 , 15 , 12 , 9 , 6 , 3) الآن نستخرج الأعداد التي تقبل القسمة على 7 بنفس الطريقة السابقة 7 ثم نزيد 7 وهكذا حتى نصل 20 نجد أن الأرقام التي تقبل القسمة على 7 هي رقمين فقط وهما (14 , 7) ننظر الآن هل هناك أرقام مشتركة تقبل القسمة على 3 و 7 بنفس الوقت ؟ لا يوجد أرقام مشتركة إذن الأحداث متنافية وقانونها هو ح(س+ص)=ح(س)+ح(ص)]

حيث ح (س) هي الأعداد التي تقبل القسمة على 3 وسبق أن استخرجناها وهي $\frac{6}{20}$ و ح (ص) هي الأعداد التي تقبل القسمة على 7 وهي رقمان فقط إذن تكون $\frac{2}{20}$ ثم نعوضها في القانون تكون ح (س + ص) = $\frac{6}{20}$ + $\frac{2}{20}$ = $\frac{8}{20}$ هذا هو حل المسألة ونستطيع أن نكتفي بهذا الحل كما نستطيع أن نجري عملية القسمة نقسم 8 على 20 يكون الناتج 0.4

٨ – رقم يقبل القسمة على 6 أو على 8 [بنفس الطريقة السابقة نستخرج الأعداد التي تقبل القسمة على 6 نجدها 3 أعداد وهي (18 , 12 , 6) ثم نستخرج الأعداد التي تقبل القسمة على 8 وهي عددين هما (16 , 8) ولا يوجد بينهما عدد مشترك لذلك هي أحداث متنافية إذن القانون المطلوب هو ح(س+ص)=ح(س)+ح(ص)]

حيث ح (س) هو الأعداد التي تقبل القسمة على 6 وهي 3 أعداد إذن تكون $\frac{3}{20}$ وح (ص) هي الأعداد التي تقبل القسمة على 8 وهي عددين إذن تكون $\frac{2}{20}$ إذن الحل يكون ح (س + ص) = $\frac{3}{20}$ + $\frac{2}{20}$ = $\frac{5}{20}$

٩ – رقم يقبل القسمة على 5 أو على 10 [سبق واستخرجنا فقرة الأعداد التي تقبل القسمة على 5 وقلنا هي 4 أعداد وهي (20 , 15 , 10 , 5) ثم نستخرج بنفس الطريقة الأعداد التي تقبل القسمة على 10 نجد أنها عددين هما (20 , 10) ونلاحظ أنها أعداد مشتركة مع الأعداد التي تقبل القسمة على 5 (أعداد مشتركة يعني أعداد متكررة بين المجموعة التي تقبل القسمة على 5 وتقبل القسمة على 10 فتكون تقبل القسمة على 5 و 10 بنفس الوقت) إذن هي أحداث غير متنافية إذن يكون القانون المطلوب في هذه الفقرة هو ح (س + ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)]

حيث ح (س) تمثل الأعداد التي تقبل القسمة على 5 وهي 4 أعداد وح (ص) تمثل الأعداد التي تقبل القسمة على 10 وهي عددين و ح (س ص) هي الأعداد المشتركة بين المجموعتين وهي عددين فيكون جواب هذه الفقرة هو

ح (س + ص) = $\frac{4}{20}$ + $\frac{2}{20}$ - $\frac{2}{20}$ نجري أولا عملية الجمع فتكون $\frac{6}{20}$ - $\frac{2}{20}$ = $\frac{4}{20}$ وهذا هو حل الفقرة .

١٠ – رقم يقبل القسمة على 4 أو على 8 [أولا نستخرج الأرقام التي تقبل القسمة على 4 بنفس الطريقة السابقة نجد أنها 5 أعداد وهي (20 , 16 , 12 , 8 , 4) ثم نستخرج الأعداد التي تقبل القسمة على 8 وهي عددين هما (16 , 8) ونجد أنها أعداد مشتركة مع عددين من المجموعة التي تقبل القسمة على 4 إذن هي أحداث غير متنافية فيكون القانون المطلوب لهذه الفقرة هو ح (س + ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)]

حيث ح (س) تمثل الأعداد التي تقبل القسمة على 4 وهي 5 أعداد و ح (ص) تمثل الأعداد التي تقبل القسمة على 8 وهي عددين و ح (س ص) هي الأعداد المشتركة أو المتكررة بين المجموعتين وهي عددين إذن بعد التعويض يكون جواب هذه الفقرة هو ح (س + ص) = $\frac{5}{20}$ + $\frac{2}{20}$ - $\frac{2}{20}$ نجري أولا عملية الجمع فتكون $\frac{7}{20}$ - $\frac{2}{20}$ = $\frac{5}{20}$ وهذا هو حل الفقرة .

مثال (٧) اذا كان احتمال ذهاب احمد الى مكة هو 0.7 واحتمال ذهاب خالد الى مكة هو 0.2 ، فما هو احتمال ذهاب احمد وخالد الى مكة معا ؟

الحل / نجد هنا أن الحدث مركب أي حدثين ذهاب أحمد وذهاب خالد ونلاحظ بينهما حرف (و) إذن المطلوب قانون الضرب ، نفرق بين الحدث هل مستقل أم غير مستقل ؟ هنا الحدث مستقل لأنه لا يوجد شرط لذهاب خالد وأحمد معا إذن الحدث مركب مستقل يكون قانونه هو قانون الضرب للحدث المستقل وهو ح (س ص) = ح (س) × ح (ص)

حيث ح (س) تعني ذهاب أحمد و ح (ص) تعني ذهاب خالد إذن بعد التعويض في القانون يكون الناتج هو

ح (س ص) = 0.7 × 0.2 = 0.14

مثال (٨) اذا كان احتمال ذهاب الاب الى المزرعة هو 0.8 واحتمال ذهاب الاب و الابن معا إلى المزرعة هو 0.3 ، فما هو احتمال ذهاب الابن الى المزرعة بشرط ان يسبقه الاب الى المزرعة ؟

الحل / هنا المطلوب قانون ضرب لوجود الواو بين الحدثين وهو ذهاب الأب والابن معا إلى المزرعة وهنا نجد أن هناك شرط لذهاب الابن إذن القانون المطلوب قانون الضرب للحوادث الغير مستقلة وهو ح(س ص)=ح(س)×ح(ص/س)

بحيث س هو ذهاب الأب و ص هو ذهاب الابن إذن ح (س ص) هو ذهاب الابن والأب معا ونلاحظ أنه من معطيات السؤال حيث هذا الاحتمال يساوي 0.3 و ح (س) يمثل ذهاب الأب وهو أيضا من معطيات السؤال حيث يساوي 0.8 إذن نريد أن نوجد الاحتمال الشرطي ح (ص / س) وهو ذهاب الابن بشرط أن يسبقه الأب فعند تعويض المعطيات نجد أن

ح (س ص) = ح (س) × ح (ص / س)

0.3 = 0.8 × ح (ص / س) هنا علامة مساواة إذن معادلة ننقل المجهول على طرف والمعلوم على طرف ولكن ننتبه هنا العلامات ليست موجب وسالب إذن كيف تتغير العلامة هنا المطلوب نوجد ناتج ضرب لكن ناتج الضرب معلوم وهو 0.3 إذن كيف أوجد الرقم المجهول ؟ عن طريق القسمة فنقسم ونقول 0.3 ÷ 0.8 = 0.375 إذن احتمال ذهاب الابن إلى المزرعة بشرط أن يسبقه الأب هو 0.375

مثال (٩) على احدى رحلات الخطوط الجوية السعودية مجموعة من الركاب السعوديين والأجانب وقد تم تصنيفهم حسب الحالة الاجتماعية (متزوج او اعزب) في الجدول التالي

	سعودي	اجنبي	المجموع
متزوج	88	44	132
اعزب	37	16	53
المجموع	125	60	185

اختير احد الركاب عشوائيا ، ما هو احتمال ان يكون :

١- سعوديا .
٢ - متزوجا .
٣ - سعودي اعزب .
٤- سعودي او اعزب .
٥ - سعودي او اجنبي .
٦- اجنبي او متزوج .

الحل / ١ – أن يكون سعوديا : هو حدث واحد أي بسيط وعرفنا قانون الحدث البسيط عدد السعوديون على الطائرة نرى في الجدول كلمة سعودي أنظر إلى المجموع تحت كلمة سعودي وهي 125 إذن م تساوي 125 والمجموع الكامل للركاب أنظر إلى كلمة مجموع سواء بالعامود الأفقي أو العامودي فيكون مجموع الركاب بالكامل هو 185 إذن ن تساوي 185 فيكون جواب هذه الفقرة هو $\frac{125}{185}$ [ملاحظة لا يوجد فرق بين أن يكتب الجواب بصورة كسر أو يكتب بصورة قسمة عادية مثلا 125 ÷ 185 فالجواب في كلا الصورتين صحيح أيضا يكتفى بالجواب عند هذه النقطة ولا مانع من اكمال عملية القسمة]

٢ – أن يكون متزوج : متزوج سواء سعودي أو أجنبي لم يحدد إذن عدد المتزوجين جميعا هو 132 وقلنا أن مجموع الركاب جميعا هو 185 إذن جواب هذه الفقرة هو $\frac{132}{185}$ والجواب بصورة أخرى 132 ÷ 185

٣ – أن يكون سعودي أعزب : لم يوجد حرف (و) أو حرف (أو) إذن حدث بسيط أنظر في الجدول خانة السعودي ثم أتبعها حتى أصل إلى الأعزب أجد أن السعودي الأعزب 37 شخص ومجموع الركاب هو 185 إذن جواب هذه الفقرة هو $\frac{37}{185}$ والجواب بصورة أخرى هو 37 ÷ 185

٤ – أن يكون سعودي أو أعزب : هنا نجد (أو) إذن حدث مركب وقانونه الجمع لوجود (أو)

هل يمكن أن يكون الشخص سعودي وأعزب بنفس الوقت ؟ نعم ، إذن الحوادث غير متنافية فيكون القانون المطلوب هو

<u>ح (س + ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص)</u> حيث يكون (س) هو أن يكون سعودي و (ص) أن يكون أعزب و (س ص) أن يكون سعودي و أعزب بنفس الوقت ثم نعوض القيم من الجدول نتبع الخانات

ح (س) السعودي : نرى مجموع السعوديون المتزوج والأعزب وهو 125

ح (ص) الأعزب : نرى مجموع الأعزب السعودي والأجنبي وهو 53

ح (س ص) سعودي وأعزب : نتبع كلمة سعودي حتى تلتقي مع كلمة أعزب نجد أن السعودي الأعزب عددهم 37

إذن نعوض بالقانون ولا ننسى أن المجموع العام هو 185 فيكون الجواب الصحيح هو

ح (س + ص) = $\frac{125}{185} + \frac{53}{185} - \frac{37}{185}$ نجري أولا عملية الجمع بين الكسور فتكون $\frac{178}{185} - \frac{37}{185} = \frac{141}{185}$ نجري عملية القسمة فنقسم 141 على 185 يكون الناتج بالصورة النهائية 0.762 [نستطيع أن نكتب الكسور بهذه الصورة أو بصورة قسمة عادية مثلا 125 / 185 + 53/185 – 37/185 = 141/185 = 0.762]

٥ – أن يكون سعودي أو أجنبي : هنا نجد (أو) إذن حدث مركب وقانونه الجمع لوجود (أو) هل يمكن أن يكون الشخص سعودي وأجنبي بنفس الوقت ؟ لا ، إذن الحوادث متنافية فيكون القانون المطلوب هو ح(س+ص)=ح(س)+ح(ص)

حيث ح (س) هو أن يكون سعودي و (ص) أن يكون أجنبي نعوض القيم من الجدول بحيث نتبع الخانات

ح (س) السعودي : نرى مجموع السعوديون هو كما سبق أن ذكرناه 125

ح (ص) الأجنبي : نرى مجموع الأجانب المتزوج والأعزب هو 60 ثم نعوض بالقانون ولا ننسى أن المجموع العام هو 185 فيكون الجواب الصحيح هو

ح (س+ ص) = ح (س) + ح (ص)

ح (س+ ص) = $\frac{125}{185}$ + $\frac{60}{185}$ = $\frac{185}{185}$ فحينما نجري عملية القسمة نجد أن الناتج يساوي 1 وكما ذكرنا نستطيع الحل بهذه الصورة أي صورة الكسور أو بصورة القسمة العادية

٦ – أن يكون أجنبي أو متزوج : هنا نجد (أو) إذن حدث مركب وقانونه الجمع لوجود (أو)

هل يمكن أن يكون الشخص أجنبي ومتزوج بنفس الوقت ؟ نعم ، إذن الحوادث غير متنافية فيكون القانون المطلوب هو

ح (س + ص) = ح (س) + ح (ص) – ح (س ص) حيث يكون (س) هو أن يكون أجنبي و (ص) أن يكون متزوج و (س ص) أن يكون أجنبي ومتزوج بنفس الوقت ثم نعوض القيم من الجدول نتبع الخانات

ح (س) الأجنبي : نرى مجموع الأجانب المتزوجون والعزاب كما استخرجناه سابقا وهو 60

ح (ص) المتزوج : نرى مجموع المتزوجون السعوديون والأجانب نرى أنهم 132

ح (س ص) الأجنبي المتزوج بنفس الوقت : نرى في الجدول نمشي مع كلمة متزوج حتى تلتقي مع كلمة أجنبي نجد أن الناتج تحتها هو 44 ثم نعوض بالقانون ولا ننسى أن المجموع العام هو 185 فيكون الجواب الصحيح هو

ح (س + ص) = $\frac{60}{185}$ + $\frac{132}{185}$ - $\frac{44}{185}$ نجري أولا عملية الجمع بين الكسور يكون على الصورة $\frac{192}{185}$ - $\frac{44}{185}$ = $\frac{148}{185}$

نجري عملية القسمة نجد أن الناتج يكون 0.8 وكما ذكرنا نستطيع الحل بهذه الصورة أي صورة الكسور أو بصورة القسمة العادية .

[ملاحظة : تجدون أن جميع التمارين تم تحلها بشكل مفصل جدا مما سبب زيادة عدد صفحات التفريغ ، لكن تم تفصيل الحل لمن لو يستوعب الطريقة في أثناء اللقاء الحي وعذرا على الإطالة والتفصيل الزائد بالحل ، فمن يجد نفسه غير محتاج لجميع تفاصيل الحل بإمكانه تعديل الصفحة قبل طباعتها بحيث يمسح أجزاء الشرح المفصل شكرا لصبركم وبالتوفيق للجميع]

أجاب الدكتور عن سؤال في ملف الأسئلة في ص ٧

س(٩): إذا كان احتمال أن يذهب الأب إلى المزرعة هو 0.8 واحتمال أن يذهب الاب والابن معا إلى المزرعة هو 0.4 فما هو احتمال أن يذهب الابن بشرط ان يسبقه الاب إلى المزرعة ؟

هذا التمرين يدل على وجود أحداث وهو ذهاب الابن والأب إذن هنا حدثين وهذا يعني انها أحداث مركبة إذن هل استخدم قانون الضرب أم قانون الجمع ؟ بما أنني لم أجد (أو) بين الحدثين إذن هو قانون الضرب ، كما أن المطلوب بالسؤال هو احتمال أن يذهب الابن بشرط أن يسبقه الأب ؟ إذن هي أحداث غير مستقلة ، أحتاج إذن إلى قانون الضرب للحوادث الغير مستقلة وهو : ح (س ص) = ح (س) × ح (ص / س)

الحل / الأب هو ما ذكر أولا في معطيات المسألة إذن نرمز له بالرمز (س) والابن هو ما ذكر ثانيا إذن نرمز له بالرمز (ص) إذن الأب = (س) والابن = (ص) نعوض بعد ذلك القانون حسب المعطيات في السؤال فنقول القانون هو

ح (س ص) = ح (س) × ح (ص / س) أولا ح (س ص) قلنا أن س هو الأب و ص هو الابن هنا لدينا س و ص معا إذن الأب والابن معا ما هو احتمال ذهاب الأب والابن معا هو 0.4 ثم لدينا ح (س) وقلنا أن س هو الأب فما هو احتمال ذهاب الأب فقط هو 0.8 ثم ح (ص / س) ص تعني الابن و س تعني الأب إذن ذهاب الابن بشرط ذهاب الأب وهو في السؤال مجهول إذن بعد تعويض المعطيات يكون القانون لدينا بالشكل التالي

ح (س ص) = ح (س) × ح (ص / س)

0.4 = 0.8 × ح (ص / س) إذن لإجراء الحل لا بد أن ننقل المجهول للطرف الأيمن والأرقام للطرف الأيسر وبما أن العلامة عندي علامة ضرب إذن لا يجاد النتيجة لا بد أن أقسم عند النقل فنقول ح (ص / س) = $\frac{0.4}{0.8}$ = <u>0.5 هذا هو حل المسألة .</u>

الباب الثاني / دالة الاحتمال الجدولية

<u>تعريف دالة الاحتمال الجدولية :</u> هي علاقة بين متغيرين أحدهما مستقل ويسمى (س) والآخر تابع ويسمى ح (س) وتسمى الدالة الاحتمالية بين كذا وكذا يعني الدالة الاحتمالية هي العلاقة بين الشيء واحتماله هي العلاقة بين س و ح (س) مثل (العلاقة بين الأطوال واحتمالات الأطوال أو العلاقة بين الأوزان واحتمالات الأوزان أو درجات طلاب أو مساحة منطقة أو غير ذلك) [أي أنني حينما أقول أعمار الطلاب 5 و 7 و 11 و 13 ما هو احتمال أن يكون عمر الطالب 5 أو 7 مثلا الاحتمال هو 0.4 أن يكون عمر الطالب 5 إذن هذه العلاقة بين (س) وهذ المستقل وهو الأعمار وبين ح (س) وهي التابع يعني يتغير بتغير س وهو احتمال الأعمال]

<u>شكل أو صورة العلاقة بين الدوال الاحتمالية :</u>

هناك صورتين أو شكلين أو نوعين لهذه العلاقة وهي أولا / شكل جدول مكون من عامودين أحدهما يمثل (س) والأخر يمثل ح (س) وتسمى بدالة الاحتمال الجدولية [من مسماها دالة احتمال جدولية إذن لها جدول]

ثانيا / تكون على شكل قانون أو معادلة أو دالة أو توزيع احتمالي [يعني تأتي على صيغة معادلة يعني فيها علامة =]

عرفنا أن المعادلة أو الدالة تكون منها رياضية مثل المعادلات التي تمت دراستها في مقرر الرياضيات معادلة الخط المستقيم وغيرها من الدوال الرياضية ومنها ما هو دالة احتمالية وهي ما يتعلق بدرسنا اليوم ، كيف اعرف أن الدالة هي دالة احتمالية ؟

إذا توافر فيها شرطين : أولا / أن ح (س) يكون قيمة كسرية موجبة أقل من 1 وأكبر من 0 [يعني دائما ح (س) تكون عدد عشري ليس عدد صحيح ودائما موجب] إذن الشرط الأول / $1 \geq$ ح (س) ≥ 0

ثانيا / أن مجموع الاحتمالات يساوي 1 [يعني مجموع الخانة ح (س) = 1 دائما] نلاحظ أن الشروط تتعلق ب ح (س)

حل بعض الأمثلة من الملف المرسل من قِبل الدكتور

مثال (١) حدد أي الدوال التالية تعد دالة احتمالية:

١ /

س	-1	0	1	2	3
ح (س)	0.2	0.4	0.1	0.5	0.3

هل الجدول السابق يعتبر دالة احتمالية ؟ أولا أنظر إلى الشروط هل تحققت أم لا [انتبه الشروط تتعلق بالعامود ح (س) أي العامود الأفقي الثاني وليس العامود (س) الأول لأن العامود (س) لا مشكلة إذا كانت أحد أرقام سالبة لكن العامود الثاني ينبغي أن لا تكون قيمه سالبة
إذن الشرط الأول للعامود ح (س) تحقق وهو أن جميع القيم موجبة وجميعها أقل من 1 وأكبر من 0
الشرط الثاني هل مجموع العامود ح (س) = 1 نجمعها بالآلة الحاسبة نجد أنها لا تساوي 1
إذن مج ح (س) ≠ 1 مجموع ح (س) لا تساوي 1 إذن هذا الجدول ليس دالة احتمالية

/٢

س	1	2	3	4
ح (س)	0.1	0.3	0.2	0.1

هل الجدول السابق يعتبر دالة احتمالية ؟ أولا أنظر إلى الشروط هل تحققت أم لا [انتبه الشروط تتعلق بالعامود ح (س) أي العامود الأفقي الثاني وليس العامود (س) الأول لأن العامود (س) لا مشكلة إذا كانت أحد أرقام سالبة لكن العامود الثاني ينبغي أن لا تكون قيمه سالبة]
إذن الشرط الأول للعامود ح (س) تحقق وهو أن جميع القيم موجبة وجميعها أقل من 1 وأكبر من 0
الشرط الثاني هل مجموع العامود ح (س) = 1 نجمعها بالآلة الحاسبة نجد أنها لا تساوي 1
إذن مج ح (س) ≠ 1 مجموع ح (س) لا تساوي 1 إذن هذا الجدول ليس دالة احتمالية

/ ٣

س	10	15	20	25
ح (س)	0.1	0.4	0.3	0.2

هل الجدول السابق يعتبر دالة احتمالية ؟ أولا أنظر إلى الشروط هل تحققت أم لا [انتبه الشروط تتعلق بالعامود ح (س) أي العامود الأفقي الثاني وليس العامود (س) الأول لأن العامود (س) لا مشكلة إذا كانت أحد أرقام سالبة لكن العامود الثاني ينبغي أن لا تكون قيمه سالبة
إذن الشرط الأول للعامود ح (س) تحقق وهو أن جميع القيم موجبة وجميعها أقل من 1 وأكبر من 0
الشرط الثاني هل مجموع العامود ح (س) = 1 نجمعها بالآلة الحاسبة نجد أنها تساوي 1
إذن مج ح (س) = 1 مجموع ح (س) تساوي 1 إذن هذا الجدول دالة احتمالية

٤ /

س	1	2	3	4
ح (س)	0.4	-0.3	0.2	-0.3

هل الجدول السابق يعتبر دالة احتمالية ؟ أولا أنظر إلى الشروط هل تحققت أم لا [انتبه الشروط تتعلق بالعامود ح (س) أي العامود الأفقي الثاني وليس العامود (س) الأول لأن العامود (س) لا مشكلة إذا كانت أحد أرقام سالبة لكن العامود الثاني ينبغي أن لا تكون قيمه سالبة

إذن الشرط الأول للعامود ح (س) لم يتحقق وهو أن بعض قيم هذا العامود هي قيم سالبة إذن مباشرة أقول هذا الجدول ليس دالة احتمالية

مثال(٢)

بفرض ان المتغير س له دالة الاحتمال التالية :

س	1	2	3	4
ح (س)	0.1	0.3	ك	0.2

أوجد ما يلي :

١- قيمة ك

٢- ح(س = 2)

٣- ح(س = 6)

٤- ح(س ≥ 3)

٥- ح(س < 3)

٦- ح(س < 1)

٧- 1 < ح(س) < ٤

٨- 2 ≤ ح(س) < ٥

الحل /

١ – ك هي قيمة مجهولة كيف أوجدها ؟ في الشرط التي ذكرناها لتكون الدالة دالة احتمال هي أن يكون مجموع الاحتمالات يساوي 1 وهنا في رأس السؤال يقول المتغير س له دالة احتمال إذن الجدول يمثل دالة احتمال فلا بد أن يكون

مجموع ح (س) = 1 هنا لدي خانه مجهولة ما العمل لكي يكون الناتج = 1 أولا أجمع الموجود في الجدول في خانة ح(س) فنقول 0.1 + 0.3 + 0.2 = 0.6 كم يتبقى لأصل إلى العدد 1 أطرح 0.6 من 1 فنقول 1 – 0.6 = 0.4 هذا هو جواب المجهول ك لأتأكد من صحة الحل أجمع 0.1 + 0.3 + 0.4 + 0.2 = 1 إذن الحل صحيح و هو 0.4

٢ – ح (س = 2) : في أي خانة نجد أن الاحتمال = 2 [الاحتمال يعني العامود الثاني ح (س)] عند القيمة 0.3 يكون هو المساوي للقيمة 2 إذن ح (س = 2) عند القيمة 0.3

٣ – ح (س = 6) : أنظر إلى الجدول هل لدي قيمة في الاحتمالات تساوي العدد 6 لا يوجد لدي هذا العدد في الجدول إذن هي تساوي 0 لأن الجدول لا يحتوي العدد 6 ف ح (س = 6) = 0

٤ – ح (س ≥ 3) : أنظر إلى الجدول في أي خانة يكون الاحتمال أكبر من 3 أجد أن القيمة 0.2 أكبر من 3 لأنها تساوي 4 هنا العلامة لدي أكبر من أو تساوي 3 إذن الاحتمال المساوي ل 3 هو 0.4 [ك ليس موجود بالجدول ؟ هو المجهول الذي أوجدناه بالفقرة الأولى] إذن الاحتمال أن يكون أكبر من أو يساوي 3 هو 0.4 مساوي ل 3 و 0.2 أكبر من 3 إذن لا بد أن أجمعها فنقول 0.4 + 0.2 = 0.6 هذا هو الجواب الصحيح .

٥ – ح (س > 3) : هنا لا يوجد عندي علامة مساواة فقط أكبر من 3 أنظر إلى الجدول ما هو الاحتمال المقابل لعدد أكبر من 3 هو الاحتمال 0.2 المقابل للعدد 4 إذن ح (س > 3) = 0.2

٦ - ح(س < 1) : بنفس طريقة الفقرة 3 هنا يريد مني احتمال يكون أقل من 1 وبالجدول لا يوجد لدي في خانة (س) عدد هو أقل من 1 إذن ح(س < 1) = 0 لأنه لأن الجدول لا يحتوي على قيمة أقل من 1

٧ – ٤ > ح (س) > 1 : ننظر إلى الجدول ما هو الاحتمال الذي يكون أقل من 4 الأعداد بالجدول أقل من 4 هي 3 و 2 و 1 إذن جميع هذه الاحتمالات أقل من 4 ثم أنظر ما هي الاحتمالات أكبر من 1 إذن لم يتبقى عندي إلا العددين 2 و 3 أجمع الاحتمالات المقابلة لها وهي 0.4 + 0.3 = 0.7

٨ – 5 > ح (س) ≥ 2 : ننظر إلى الجدول ما هي الاحتمالات أقل من 5 جميع قيم الجدول أقل من 5 ثم أنظر ما هي القيم أكبر من 2 أو تساوي 2 إذن من القيم 4 و 3 و 2 هي القيم أصغر من 5 وأكبر من او تساوي 2 أجمع الاحتمالات لهذه القيم 0.2 + 0.4 + 0.3 = 0.9

عرفنا في الباب الأول ثلاثة قوانين هي قانون الحدث البسيط وقانوني الحوادث المركب ، قانون الجمع بقسميه وقانون الضرب بقسميه

في هذا الباب لدينا قانونين : أولا / قانون القيمة المتوقعة (أو يسمى الوسط الحسابي) يرمز له بالرمز μ وينطق ميو] عرفنا الوسط الحسابي في المستوى السابق وقلنا أنه يرمز له بالرمز $\bar{x}$ فما هو الفرق بينه وبين μ ؟ الوسط الحسابي $\bar{x}$ يستخدم إذا كان الحديث عن عينة من المجتمع أما الوسط الحسابي μ يستخدم إذا كان الحديث عن مجتمع كامل كما هو الحال في هذا المستوى] إذن قانون القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) هو : μ = مجـ [س × ح (س)] [هو مجموع حاصل ضرب العامود س بالعامود ح (س)] [مع الأمثلة سيتضح المعنى]

ثانيا / قانون التباين يرمز له بالرمز σ^2 وينطق سيجما] عرفنا التباين في المستوى السابق وقلنا أنه يرمز له بالرمز x^2 فما هو الفرق بينه وبين σ^2 ؟ نفس الحديث السابق في المستوى الأول كنا نتحدث عن عينة من المجتمع هنا نتحدث عن مجتمع كامل] إذن قانون التباين هو : σ^2 = مجـ [س^2 × ح (س)] - μ^2

بعض الأمثلة من الملف المرسل من قِبل الدكتور

مثال(٣) بفرض ان الدالة الاحتمالية لعدد الأبناء س في عائلات احدى المدن على الصورة التالية :

س	0	1	2	3
ح (س)	0.1	0.2	ك	0.4

أوجد كل من القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) والتباين لعدد الأبناء س .

الحل / أولا لدي خانة مجهولة في الجدول لا بد أن أوجد قيمتها لأستطيع إكمال باقي خطوات الحل ، كيف أوجدها ؟ هنا لدي دالة احتمالية جدولية ومن شروط الدالة الاحتمالية أن يكون مجموع ح (س) = 1 إذن ما هو العدد المكمل للمجموع المطلوب ؟ نجمع القيم الموجودة لدي وهي 0.4 + 0.2 + 0.1 = 0.7 اطرح الناتج من 1 صحيح لإيجاد القيمة الناقصة فقول 1 – 0.7 = 0.3 إذن ك = 0.3

لإيجاد المطلوب الأول و هو القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) μ لا بد أن أضرب العامود س في العامود ح (س) فنضرب 0 في 0.1 و هكذا حتى نهاية العامود ثم نستخرج الناتج
لماذا نضرب ؟ لأن قانون القيمة المتوقعة هو μ = مجـ [س × ح (س)]

س	ح (س)	س × ح (س)
0	0.1	0
1	0.2	0.2
2	0.3	0.6
3	0.4	1.2
المجموع	1	2

إذن القيمة المتوقعة هي مجموع العامود س × ح (س) وهي $\mu = 2$
لإيجاد المطلوب الثاني و هو التباين σ^2 وقانون التباين هو σ^2 = مجـ [$س^2$ × ح (س)] - μ^2

لابد أولا أن أوجد قيم $س^2$ ، كيف ؟ أرفع كل قيمة من قيم العامود س إلى الأس 2 يعني لدي $0^2 = 0$ ثم الخانة التي تليها فنقول $1^2 = 1$ و هكذا في القيمتين الأخيرتين

س	ح (س)	س × ح (س)	$س^2$
0	0.1	0	0
1	0.2	0.2	1
2	0.3	0.6	4
3	0.4	1.2	9
المجموع	1	2	

بعد أن استخرجنا قيم $س^2$ نضرب هذا العامود بالعامود ح (س) [أي العامود الثاني فنضرب $0 \times 0.1 = 0$ ثم الخانة التي تليها $1 \times 0.2 = 0.2$ و هكذا ثم نجمع قيم العامود

س	ح (س)	س × ح (س)	$س^2$	$س^2$ × ح (س)
0	0.1	0	0	0
1	0.2	0.2	1	0.2
2	0.3	0.6	4	1.2
3	0.4	1.2	9	3.6
المجموع	1	2		5

إذن قيمة $س^2$ × ح (س) = 5 الآن ما هو قانون التباين ؟ σ^2 = مجـ [$س^2$ × ح (س)] - μ^2 عرفنا قيمة الجزء الأول من القانون أوجدنا قيمته و هو 5 ، ما هو الجزء الثاني من القانون ؟ هو μ^2 ، كيف أوجده ؟ سبق وأوجدنا μ وقلنا أنه يساوي 2 أرفعها للأس 2 لأوجد قيمة الجزء الثاني من القانون فنقول $2^2 = 4$

إذن قانون التباين σ^2 = مجـ [$س^2$ × ح (س)] - μ^2 بعد التعويض تصبح 5 – 4 = 1 و هذه قيمة التباين

إذن حل المسألة : القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) = $\mu = 2$

التباين = $\sigma^2 = 1$

مثال(٤) بفرض حصولك على النتائج التالية : مجـ [س × ح(س)] = 6 ، مجـ [س٢ × ح(س)] = 40 فما هي قيمة كل من :

μ(القيمة المتوقعة او الوسط الحسابي) ، σ^2(التباين) ، σ(الانحراف المعياري)

الحل / في السؤال السابق استخرجنا القيم من الجدول وقمنا بعمليات حسابية في هذا السؤال القيم جاهزة معطاة بمجرد أن أعرف القانون المعني أعرف القيمة المطلوبة

μ(القيمة المتوقعة او الوسط الحسابي) : أعرف قانون القيمة المتوقعة إذن قيمته هي 6 .

σ^2(التباين) : أعرف قانون التباين وهو مجـ [س² × ح (س)] - μ^2 بالنسبة لـ مجـ [س² × ح (س)] فهو معطى بالسؤال ويساوي 40 إذن ما قيمة μ^2 ؟ نرفع نتيجة القيمة المتوقعة للأس فنقول $6^2 = 36$

إذن نقول $40 - 36 = 4$ فالتباين $\sigma^2 = 4$.

σ(الانحراف المعياري) : عرفنا في المستوى السابق أن الانحراف المعياري هو جذر التباين فنقول في هذه المسألة ما هو جذر الرقم 4 لأنه هو قيمة التباين $\sqrt{4} = 2$ وهذه قيمة الانحراف المعياري .

فراغ العينة

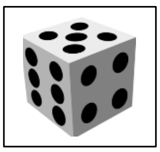
هو عبارة عن عدد النواتج الكلية للتجربة مثال ذلك في السؤال الأول ص ٩ من الملف المرسل من قِبل الدكتور الفقرات :

٤ ـ عند ألقاء قطعة عملة سليمة ٥ مرات ، فإن فراغ العينة يساوي : ....

٥ ـ عند إلقاء قطعة نرد سليمة مرة واحدة ، فإن فراغ العينة يساوي : ....

أولا / نتحدث عن العملة المعدنية ، كم وجه للعملة المعدنية ؟ وجهان واحد يحمل رقما والآخر يحمل كتابة فعند رمي العملة المعدنية مرة واحدة فكم احتمال ممكن أن يظهر ؟ احتمالان لأن لها وجهان فيكون احتمال أن تكون على الوجه الأول أو احتمال أن تكون على الوجه الثاني وعند رميها مرة أخرى يكون عندي احتمالان أيضا إذن يكون عندي احتمالان ثم احتمالان يكون بينهما ضرب كأنني أقول 2^2 وعند رميه مره ثالثة يكون عندي احتمالان أيضا فيكون عندي احتمالان واحتمالان واحتمالان بينهم ضرب فكأنني أقول 2^3 فالتجربة هي عدد المرات التي نرمي بها القطعة والنواتج الكلية هي عدد الاحتمالات لكل مره نرمي بها القطعة ففي الفقرة الرابعة عند إلقاء قطعة معدنية سليمة ٥ مرات فإن فراغ العينة إذن القطعة المعدنية لها وجهان إذن أضرب عدد الاحتمالات في بعضها فأقول $2^5 = 32$

فحينما نرمي قطعة عملة 4 مرات قلنا العملة لها وجهان إذن $2^4 = 16$



ثانيا / نتحدث عن قطعة النرد أو ما يسمى الزهرة النرد له ست أوجه فعند رميه لمرة واحدة يكون لدي ست احتمالات وهذا جواب الفقرة السابقة أي عند إلقاء قطعة النرد مرة واحدة فإن فراغ العينة يساوي 6 لكن للإيضاح نقول عند رميه مره أخرى يكون لدي ست احتمالات أخرى فأضرب 6×6 للحصول على فراغ العينة لرمي قطعة النرد مرتين كأنني أقول $6^2 = 36$ لأن للنرد ست أوجه وهكذا لو قلنا مثلا عند رمي قطعة نرد 3 مرات فإن عدد الأوجه لقطعة النرد 6 فنقول $6^3 = 216$ وهذا هو فراغ العينة .

عرفنا دالة الاحتمال: وهي علاقة بين متغير (س) وتابع له وهو الاحتمال ح (س) وهذه العلاقة لها صورتين أو شكلين إما بشكل جدول وتسمى دالة الاحتمال الجدولية [وهي ما تحدثنا عنه في اللقاء السابق] أو تكون على شكل معادلة أو قانون وتسمى توزيع احتمالي .

التوزيعات الاحتمالية : تتعلق بالظواهر والظواهر تختلف من فئة لأخرى [الأوزان تختلف من شخص لآخر والرواتب تختلف ودرجات الحرارة تختلف من مدينة لأخرى وهكذا جميع الظواهر متغيرة] طالما أن الظواهر متغيرة إذن لها قانون ويسمى التوزيع الاحتمالي وقوانين التوزيع الاحتمالي تم تقسيمها لمجموعتين :

١- قوانين لظواهر كمية
٢- قوانين ظواهر وصفية وهذه الوصفية تم تحويلها إلى قيم كمية لأننا لا نستطيع حساب البيانات الوصفية فعند حساب أي ظاهرة وصفية لا أستطيع إدخال قيمة وصفية في الآلة الحاسبة بل أدخلها كرقم بالتالي حتى الظواهر الوصفية تحسب بطريقة رقمية .

وفي النهاية جميع الظواهر تقسم إحصائيا إلى قسمين :

١- ظواهر كمية متقطعة أو منفصلة [أي لا يقبل قيم كسرية ، يعني لا يوجد فاصلة في أرقامه] .
٢- ظواهر كمية مستمرة أو متصلة [أي يقبل القيم الكسرية ، يعني هناك فاصلة في أرقامه] .

والمتغيرات الكمية المتقطعة لها قانونين أو توزيعان ، توزيع ذو الحدين وتوزيع بواسون وهذه المتغيرات الكمية هي التي لها صفتين أو حالتين فقط مثل قطعة العملة المعدنية لها حالتين فقط إما صورة أو كتابة مثال هل الطالب ناجح أو راسب لا يوجد احتمال ثالث هنا إما ينجح أو يرسب فقط احتمالين أو مثلا هل الشخص مدخن أو غير مدخن هل الشخص متزوج أو غير متزوج هل الشخص سليم أو مريض جميع الاحتمال هي احتمالين فقط وهذه الاحتمالات إما أن تتبع توزيع ذو الحدين أو تتبع توزيع بواسون ، متى تتبع الظواهر توزيع ذو الحدين ومتى تتبع توزيع بواسون ؟

تتبع توزيع ذو الحدين إذا كانت الظاهرة متكررة الحدوث وتتبع توزيع بواسون إذا كانت الظاهرة غير متكررة أو نادرة الحدوث ، هل ظاهرة التدخين نادرة الحدوث أم منتشرة ونراها بشكل متكرر بين الناس ؟ متكررة إذن تتبع توزيع ذو الحدين ، هل ظاهرة النجاح نادرة أو متكررة ؟ متكررة بل دائما نرى أشخاص ناجحون إذن هي تتبع توزيع ذو الحدين ، طيب هل ظاهرة الحرائق كثيرة او متكررة ، هل يوميا نرى حريق في مكان ما أو نادرة أن نرى حريق ؟ هو حدث نادر إذن يتبع توزيع بواسون ، الأخطاء المطبعية في الكتب وغيرها نادرة أم متكررة ؟ نادرة لأننا لا نجد في كل صفحة أو كل كتاب خطأ مطبعي بل من النادر أن نجده إذن يتبع توزيع بواسون ، ظاهرة سقوط الطائرات ، هل هي نادرة أو متكررة ؟ ليست كل طائرة تسقط إذن هو حدث نادر الحدث فهو يتبع توزيع بواسون وهكذا في جميع الحوادث الأخرى .

أولا / قانون ذو الحدين ح(س) = ^{ن}ق$_{س}$ × ل^{س} × (1 – ل)$^{ن - س}$

توزيع ذو الحدين هو توزيع يصف المتغيرات الكمية المتقطعة والتي لها حالتين أو صفتين فقط ومتكررة الحدوث .

ن = تعني حجم العينة

ق = عملية رياضية تعني التوافيق

س = هو المتغير المذكور في السؤال

ل = احتمال وقوع الحدث

في توزيع ذو الحدين لا بد من معرفة قيم ن و ل وتكون من ضمن المعطيات في السؤال [يعني الأستاذ يعطي هذه القيم في السؤال لا يطلب منك إيجادها]

في توزيع ذو الحدين لا بد من حفظ نص القانون وحفظ القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) والتباين

قانون القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) = μ = ن × ل [في الدرس السابق (دالة الاحتمال الجدولية) أخذنا القيمة المتوقعة وكان القانون يختلف مالفرق ؟ إذا كانت القيم جدولية على شكل جدول أو في السؤال ذكر أن الدالة جدولية يستخدم القانون السابق للقيمة المتوقعة وإذا كان السؤال عن توزيع ذو الحدين أو توزيع احتمالي يستخدم هذا القانون]

يعني القيمة المتوقعة تساوي حجم العينة مضروبة في احتمال وقوع الحدث

قانون التباين = σ^2= ن × ل × (1 – ل) [في الدرس السابق (دالة الاحتمال الجدولية) أخذنا التباين والانحراف المعياري وكان القانون يختلف مالفرق ؟ إذا كانت القيم جدولية على شكل جدول أو في السؤال ذكر أن الدالة جدولية يستخدم القانون السابق للتباين وإذا كان السؤال عن توزيع ذو الحدين أو توزيع احتمالي يستخدم هذا القانون]

مثال / عند رمي العملة المعدنية فإنها تتبع :

أ – <u>توزيع ذو الحدين</u> . ب – توزيع بواسون .

ج – التوزيع الطبيعي . د – لا شيء مما سبق .

[لقطعة العملة المعدنية وجهان فقط وهي غير نادرة الحدوث فهو حدث متكرر على الوجهين أما قطعة النرد لها ست أوجه إذن لا تتبع توزيع ذو الحدين فهو فقط للحوادث التي لها حالتين أو وجهين فقط]

مثال / القيمة المتوقعة في توزيع ذو الحدين هي :

أ – ن ب – ل

ج – 1 – ل <u>د – لا شيء مما سبق</u>

في حل الأمثلة سيتضح المعنى

مثال (١) بفرض ان المتغير س يتبع توزيع ذو الحدين ، وكان حجم العينة ن = 8 ، واحتمال وقوع الحدث ل = 0.3 ، أوجد ما يلي :

١. ح(س = 2)
٢. القيمة المتوقعة .
٣. التباين والانحراف المعياري .

الحل / أولا نكتب المعطيات في السؤال فحجم العينة (ن) = 8 واحتمال وقوع الحدث (ل) = 0.3

نكتب قانون توزيع ذو الحدين **ح(س) = ^{ن}ق$_{س}$ × ل^{س} × (1 – ل)$^{ن – س}$**

نعوض القيم المعطاة في السؤال بأماكنها في القانون فبدلا من حرف (ن) نضع الرقم 8 وبدلا من حرف (ل) نضع الرقم 0.3 فيكون القانون بعد التعويض بالشكل التالي ح(س) = ^{8}ق$_{س}$ × 0.3^{س} × (1 – 0.3)$^{8 – س}$

في المطلوب الأول : طلب قيمة ح (س = 2) الآن نضع الرقم 2 بدل من كل حرف (س) في القانون فنقول

ح (س = 2) = ^{8}ق$_{2}$ × 0.3^{2} × (1 – 0.3)$^{8 – 2}$

طريقة الحل بالآلة الحاسبة [أولا نكتب الرقم 8 ثم الزر  ثم الزر  (nCr) ثم الرقم 2 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.3 ثم علامة الأس  ثم الرقم 2 ثم السهم الأيمن لنخرج من الأس  ثم علامة ضرب ثم القوس  ثم الرقم 1 ثم علامة الطرح ثم الرقم 0.3 ثم نغلق القوس  ثم علامة الأس مجددا  ثم الرقم 8 ثم علامة الطرح ثم الرقم 2 ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يكون 0.2964]

ثانيا / القيمة المتوقعة بما أن المسألة تتبع توزيع ذو الحدين إذن هي توزيع احتمالي وليست جدولي فيكون قانون القيمة المتوقعة للتوزيع الاحتمالي هو μ = ن × ل والقيم (ن) و (ل) من المعطيات في السؤال فالمطلوب الآن تعويض القيم في القانون واستخراج الناتج فنقول μ = 8 × 0.3 عملية ضرب عادية فتكون القيمة المتوقعة تساوي μ = 2.4

ثالثا / التباين والانحراف المعياري ، قلنا أن التوزيع المستخدم هنا توزيع احتمالي وليس جدولي إذن يكون قانون التباين المطلوب هو σ^2= ن × ل × (1 – ل) نعوض تعويض مباشر من معطيات السؤال

فنقول σ^2= 8 × 0.3 × (1 – 0.3) [في الآلة الحاسبة نكتب الرقم 8 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.3 ثم علامة ضرب ثم نفتح قوس ونكتب الرقم 1 ثم علامة الطرح ثم الرقم 0.3 ثم نغلق القوس ثم علامة يساوي نجد أن التباين هنا يساوي σ^2= 1.68] الآن نريد أن نوجد الانحراف المعياري وعرفنا أن الانحراف المعياري هو جذر التباين إذن نوجد جذر الجواب السابق فنقول $\sigma = \sqrt{1.68} = \sigma = 1.296$ وهكذا يكون انتهى حل المثال (١)

مثال (٢) اذا كانت نسبة الإنتاج التالف في احد المصانع هو 22% ، سحبت عينة عشوائية من 6 وحدات ، ما هو احتمال ان نجد بها :

١. وحدة واحدة تالفة .
٢. وحدتان تالفتان .
٣. لا شيء من الوحدات التالفة .
٤. العينة كلها وحدات تالفة .
٥. 50% من العينة وحدات تالفة .
٦. القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي)
٧. التباين والانحراف المعياري.

الحل / أولا نكتب المعطيات الموجودة في السؤال لاستخدامها عند التعويض في القانون فعند قوله عينة من 6 وحدان هذا يعني حجم العينة أي أن (ن) = 6 ، نسبة الإنتاج التالف في أحد المصانع هو احتمال وقوع الحدث لكن الرقم هنا عندي نسبة كيف أجعله احتمال ؟ أقسم النسبة على 100 فنقول $\frac{22}{100} = 0.22$ إذن (ل) = 0.22

الآن أي قانون نستخدم ؟ نستخدم قانون ذو الحدين ، كيف عرفت أنه قانون ذو الحدين هو المطلوب ؟ هذه النقطة سيتم ايضاحها في اللقاء القادم

قانون ذو الحدين **$ح(س) = {}^{ن}ق_{س} \times ل^{س} \times (1 - ل)^{ن-س}$**

أولا نعوض قيم (ن) و (ل) في القانون فنقول $ح (س) = {}^{6}ق_{س} \times 0.22^{س} \times (1 - 0.22)^{6-س}$

في آخر فقرة في القانون $(1 - 0.22)^{6-س}$ نجري عملية الطرح اختصارا فيكون ناتج الطرح $0.78^{6-س}$

إذن القانون بعد الطرح $ح (س) = {}^{6}ق_{س} \times 0.22^{س} \times 0.78^{6-س}$

نأتي الآن لحل الفقرات المطلوب الأول : وحدة واحدة تالفة إذن (س) هنا تساوي 1 فيكون ح (س = 1) بنفس طريقة حل المسألة السابقة نعوض قيمة (س) في القانون فنقول $ {}^{6}ق_{1} \times 0.22^{1} \times 0.78^{6-1}$

[الحل بالآلة الحاسبة أولا نكتب الرقم 6 ثم الزر  ثم الزر  (nCr) ثم الرقم 1 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.22 ثم علامة الأس  ثم الرقم 1 ثم السهم الأيمن لنخرج من الأس  ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.78 ثم علامة الأس مجددا  ثم الرقم 6 ثم علامة الطرح ثم الرقم 1 (أو نكتب الرقم 5 في الأس اختصارا لأن 1-6 = 5 فلا داعي لإجراء طرح في الأس) ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يكون 0.3811]

المطلوب الثاني : وحدتان تالفتان إذن (س) هنا تساوي 2 فيكون ح (س = 2) بنفس طريقة حل المثال السابق نعوض قيمة (س) في القانون فنقول ^{6}ق$_{2}$ $\times 0.22^{2} \times 0.78^{6-2}$

[الحل بالآلة الحاسبة أولا نكتب الرقم 6 ثم الزر  ثم الزر  (nCr) ثم الرقم 2 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.22 ثم علامة الأس  ثم الرقم 2 ثم السهم الأيمن لنخرج من الأس  ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.78 ثم علامة الأس مجددا  ثم الرقم 6 ثم علامة الطرح ثم الرقم 2 (أو نكتب الرقم 4 في الأس اختصارا لأن 2-6 = 4 فلا داعي لإجراء طرح في الأس) ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يكون 0.2687]

المطلوب الثالث : لا شيء من الوحدات التالفة إذن هنا (س) تساوي 0 فيكون ح (س = 0) بنفس طريقة حل المثال السابق نعوض قيمة (س) في القانون فنقول ^{6}ق$_{0}$ $\times 0.22^{0} \times 0.78^{6-0}$

[الحل بالآلة الحاسبة أولا نكتب الرقم 6 ثم الزر  ثم الزر  (nCr) ثم الرقم 0 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.22 ثم علامة الأس  ثم الرقم 0 ثم السهم الأيمن لنخرج من الأس  ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.78 ثم علامة الأس مجددا  ثم الرقم 6 ثم علامة الطرح ثم الرقم 0 (أو نكتب الرقم 6 في الأس اختصارا لأن 0-6 = 6 فلا داعي لإجراء طرح في الأس) ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يكون 0.2252]

المطلوب الرابع : العينة كلها وحدات تالفة (قلنا أن حجم العينة (ن) = 6 وهنا العينة كلها وحدات تالفة) هنا (س) تساوي 6 فيكون ح (س = 6) بنفس طريقة حل المثال السابق نعوض قيمة (س) في القانون

فنقول ^{6}ق$_{6}$ $\times 0.22^{6} \times 0.78^{6-6}$ [الحل بالآلة الحاسبة أولا نكتب الرقم 6 ثم الزر  ثم الزر  (nCr) ثم الرقم 6 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.22 ثم علامة الأس  ثم الرقم 6 ثم السهم الأيمن لنخرج من الأس  ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.78 ثم علامة الأس مجددا  ثم الرقم 6 ثم علامة الطرح ثم الرقم 6 (أو نكتب الرقم 0 في الأس اختصارا لأن 6-6 = 0 فلا داعي لإجراء طرح في الأس) ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يكون 0.0001]

المطلوب الخامس : 50% من العينة وحدات تالفة (50% يعني النصف ، كم عدد العينة لدي ، كم حجم العينة ؟ 6 نصف العدد 6 هو 3 إذن (س) هنا تساوي 3) فيكون ح (س = 3) بنفس طريقة حل المثال السابق نعوض قيمة (س) في القانون فنقول ^{6}ق$_{3}$ $\times 0.22^{3} \times 0.78^{6-3}$ [الحل بالآلة الحاسبة أولا نكتب الرقم 6 ثم الزر  ثم الزر

(nCr) ثم الرقم 3 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.22 ثم علامة الأس 

ثم الرقم 3 ثم السهم الأيمن لنخرج من الأس  ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.78 ثم علامة الأس مجددا 

ثم الرقم 6 ثم علامة الطرح ثم الرقم 3 (أو نكتب الرقم 3 في الأس اختصارا لأن 6-3 = 3 فلا داعي لإجراء طرح في الأس) ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يكون 0.1011]

المطلوب السادس : القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) قلنا إذا كانت المعطيات دالة توزيع جدولية فالمطلوب قانون القيمة المتوقعة في الدرس السابق الآن المعطيات دالة توزيع احتمالية إذن قانون القيمة المتوقعة المطلوب في هذا السؤال

هو μ = ن × ل نعوض قيم (ن) و (ل) وهي من المعطيات في السؤال فنقول $\mu = 6 \times 0.22 = 1.32$

المطلوب السابع : التباين والانحراف المعياري

قانون التباين للتوزيع الاحتمالي هو σ^2= ن × ل × (1 – ل) نعوض تعويض مباشر من معطيات السؤال

فنقول $\sigma^2 = 6 \times 0.22 \times (1 - 0.22)$ [في الآلة الحاسبة نكتب الرقم 6 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.22 ثم علامة ضرب ثم نفتح قوس ونكتب الرقم 1 ثم علامة الطرح ثم الرقم 0.22 ثم نغلق القوس ثم علامة يساوي نجد أن التباين هنا يساوي $\sigma^2 = 1.03$] الآن نريد أن نوجد الانحراف المعياري وعرفنا أن الانحراف المعياري هو جذر التباين إذن نوجد جذر الجواب السابق فنقول $\sigma = \sqrt{1.03} = \sigma = 1.0149$ وهكذا يكون انتهى حل المثال (٢)

مثال (٣) أظهرت نتائج احدى الشركات انه من كل 500 وحدة يتم انتاجها تظهر 80 وحدة تالفة ، فاذا سحبت عينة عشوائية من 10 وحدات ، فما هو احتمال ان نجد بها :

١. وحدة واحدة تالفة .
٢. اربع وحدات تالفة .
٣. اقل من وحدة تالفة .
٤. 50% من العينة وحدات تالفة .
٥. μ ، σ

الحل / أول خطوة دائما في حل التمارين كتابة المعطيات لا بد من معرفة قيم (ن) و (ل) حجم العينة (ن) يساوي 10 وهو من معطيات السؤال الآن نريد قيمة (ل) في الأمثلة السابقة (ل) معطاة جاهزة الآن لا بد أن نوجد نحن قيمتها ، كيف ؟ في رأس السؤال ذكر أن نسبة المعيب (التالف) 80 من كل 500 إذن كف نحصل على احتمال وقوع الحدث نقسم الوحدات التالفة (80) على الكمية (500) لنحصل على احتمال وجود التالف في هذه الكمية فنقول $\frac{80}{500} = 0.16$

إذن (ل) = 0.16 المطلوب هنا قانون ذو الحدين $\text{ح(س)} = {}^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{س}} \times \text{ل}^{\text{س}} \times (1 - \text{ل})^{\text{ن}-\text{س}}$

نعوض قيم (ن) و (ل) في القانون يصبح القانون بعد التعويض $\text{ح(س)} = {}^{10}\text{ق}_{\text{س}} \times 0.16^{\text{س}} \times (1 - 0.16)^{10-\text{س}}$

للاختصار نجري عملية الطرح في الجزء الأخير من القانون فنقول 1 – 0.16 = 0.84 فيكون القانون بعد الطرح كالتالي

$\text{ح(س)} = {}^{10}\text{ق}_{\text{س}} \times 0.16^{\text{س}} \times 0.84^{10-\text{س}}$

نأتي الآن للمطلوب الأول : وحدة واحدة تالفة وحدة واحدة تالفة إذن (س) هنا تساوي 1 فيكون ح (س = 1) بنفس طريقة حل المسألة السابقة نعوض قيمة (س) في القانون فنقول ^{10}ق$_{1}$ × 0.16^{1} × 0.84^{10-1}

[الحل بالآلة الحاسبة أولا نكتب الرقم 10 ثم الزر  ثم الزر  (nCr) ثم الرقم 1 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.16 ثم علامة الأس  ثم الرقم 1 ثم السهم الأيمن لنخرج من الأس  ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.84 ثم علامة الأس مجددا  ثم الرقم 10 ثم علامة الطرح ثم الرقم 1 (أو نكتب الرقم 9 في الأس اختصارا لأن 10-1 = 9 فلا داعي لإجراء طرح في الأس) ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يكون 0.3331]

المطلوب الثاني : أربع وحدات تالفة إذن (س) هنا تساوي 4 فيكون ح (س = 4) بنفس طريقة حل المسألة السابقة نعوض قيمة (س) في القانون فنقول ^{10}ق$_{4}$ × 0.16^{4} × 0.84^{10-4}

[الحل بالآلة الحاسبة أولا نكتب الرقم 10 ثم الزر  ثم الزر  (nCr) ثم الرقم 4 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.16 ثم علامة الأس  ثم الرقم 4 ثم السهم الأيمن لنخرج من الأس  ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.84 ثم علامة الأس مجددا  ثم الرقم 10 ثم علامة الطرح ثم الرقم 4 (أو نكتب الرقم 6 في الأس اختصارا لأن 10-4 = 6 فلا داعي لإجراء طرح في الأس) ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يكون 0.0483]

المطلوب الثالث : أقل من وحدة تالفة أي أن (س) < 1 ، ما هو الرقم الأصغر من 1 ؟ هو 0 إذن (س) هنا تساوي 0 فيكون ح (س = 0) بنفس طريقة حل المسألة السابقة نعوض قيمة (س) في القانون

فنقول ^{10}ق$_{0}$ × 0.16^{0} × 0.84^{10-0} [الحل بالآلة الحاسبة أولا نكتب الرقم 10 ثم الزر  ثم الزر  (nCr) ثم الرقم 0 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.16 ثم علامة الأس  ثم الرقم 0 ثم السهم الأيمن لنخرج من الأس  ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.84 ثم علامة الأس مجددا  ثم الرقم 10 ثم علامة الطرح ثم الرقم 0 (أو نكتب الرقم 10 في الأس اختصارا لأن 10-0 = 10 فلا داعي لإجراء طرح في الأس) ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يكون 0.1749]

المطلوب الرابع : 50% من العينة وحدات تالفة (50% يعني النصف ، كم عدد العينة لدي ، كم حجم العينة ؟ 10 نصف العدد 10 هو 5 إذن (س) هنا تساوي 5) فيكون ح (س = 5) بنفس طريقة حل المثال السابق نعوض قيمة (س) في القانون فنقول ^{10}ق$_{5}$ × 0.16^{5} × 0.84^{10-5} [الحل بالآلة الحاسبة أولا نكتب الرقم 10 ثم الزر  ثم الزر

 (nCr) ثم الرقم 5 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.16 ثم علامة الأس  ثم الرقم 5 ثم السهم الأيمن لنخرج من الأس  ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.84 ثم علامة الأس مجددا  ثم الرقم 10 ثم علامة الطرح ثم الرقم 5 (أو نكتب الرقم 5 في الأس اختصارا لأن 10-5 = 5 فلا داعي لإجراء طرح في الأس) ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يكون 0.0110]

المطلوب الخامس : μ ، σ (القيمة المتوقعة والانحراف المعياري)

أولا : القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) قلنا إذا كانت المعطيات دالة توزيع جدولية فالمطلوب قانون القيمة المتوقعة في الدرس السابق الآن المعطيات دالة توزيع احتمالية إذن قانون القيمة المتوقعة المطلوب في هذا السؤال

هو μ = ن × ل نعوض قيم (ن) و (ل) وهي من المعطيات في السؤال فنقول $\mu = 10 \times 0.16 = 1.6$

ثانيا : الانحراف المعياري ، قلنا أن الانحراف المعياري هو جذر التباين إذن أولا لا بد أن نوجد التباين فنقول

قانون التباين للتوزيع الاحتمالي هو σ^2= ن × ل × (1 – ل) نعوض تعويض مباشر من معطيات السؤال

فنقول $\sigma^2 = 10 \times 0.16 \times (1 - 0.16)$ [في الآلة الحاسبة نكتب الرقم 10 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.16 ثم علامة ضرب ثم نفتح قوس ونكتب الرقم 1 ثم علامة الطرح ثم الرقم 0.16 ثم نغلق القوس ثم علامة يساوي نجد أن التباين هنا يساوي $\sigma^2 = 1.344$] (أو نستطيع أن نعوض ($1 - 0.16 = 0.84$) فيكون التعويض بالطريقة التالية

$\sigma^2 = 10 \times 0.16 \times 0.84 = 1.344$ تعطي نفس الناتج)

الآن نريد أن نوجد الانحراف المعياري وعرفنا أن الانحراف المعياري هو جذر التباين إذن نوجد جذر الجواب السابق فنقول $\sigma = \sqrt{1.344} = \sigma = 1.159$ وهكذا يكون انتهى حل المثال (٣)

تابع التوزيعات الاحتمالية – توزيع بواسون –

قلنا أن توزيع ذو الحدين وتوزيع بواسون هي توزيعات تصف متغيرات كمية متقطعة لها حدين أو صفتين أو حالتين فقط مثل حالة الطالب ناجح أو راسب هل العامل مدخن أو غير مدخن أو مثل ظاهرة حوادث الطرق هل يقع حادث أو لا يقع أو حوادث سقوط الطائرات هل تسقط طائرة ام لا تسقط جميع هذه الظواهر لها حالتين أو احتمالين فقط

بعض الأمثلة السابقة تتبع توزيع ذو الحدين وبعضها يتبع توزيع بواسون فالظواهر التي تتسم بالندرة تتبع توزيع بواسون مثل ظاهرة وقوع الحريق هل دائما ممكن يقع حريق ؟ لا إذن هي حوادث نادرة ، هل دائما وبشكل يومي نسمع حوادث سقوط طائرات ؟ لا إذن هي حوادث نادرة لكنها بالمقابل ليست مستحيلة يعني يقع حوادث سقوط للطائرات لكن ليست بشكل دائم فهي نادرة غير مستحيلة مثل أيضا ظاهرة الأخطاء المطبعية هل دائما نجد أخطاء مطبعية في الكتب وفي كل صفحة ؟ لا إذن حوادث نادرة فجميع الحوادث النادرة تتبع توزيع بواسون

حالة الراسب ناجح أو راسب هل من النادر أن نجد شخص ناجح ؟ لا إذن هي تتبع ذو الحدين أو مثال هل الشخص مدخن أم غير مدخن أو هل الشخص يعمل أو لا يعمل جميعها أحداث لها حالتين وهي ليست نادرة الحدوث فهي تتبع توزيع ذو

الحدين وبالتالي يعتبر توزيع بواسون حالة خاصة من توزيع ذو الحدين إذن متى يستخدم توزيع بواسون بدلا من توزيع ذو الحدين ، هناك شرطين يجب توافرهما وهما :

١- أن يكون حجم العينة أكبر من 30 أو مساوي لها أي $ن \geq 30$

٢- أن يكون احتمال الحدوث ضعيف $ل < 0.1$

و لأن (ل) ضعيف يسمى بواسون توزيع الحوادث النادرة أي يندر أن تقع

في توزيع ذو الحدين وبواسون يعطي قيمة (ن) و (ل) وأنت تفكر القيم هذه هل تتبع ذو الحدين أو بواسون إذا تحقق الشرطين يتبع بواسون وإذا اختل أحد الشرطين فهو يتبع ذو الحدين

مثال (١) حدد أي التوزيعات تستخدم في الحالات التالية :

١- ن = 10 ، ل = 4% ٢- ن = 68 ، ل = 0.26

٣- ن = 70 ، ل = 6% ٤- ن = 120 ، ل = 0.03

الحل / قلنا أن لتوزيع بواسون شرطين يجب توافرهما وهما

١- أن يكون حجم العينة أكبر من 30 أو مساوي لها أي $ن \geq 30$

٢- أن يكون احتمال الحدوث ضعيف $ل < 0.1$

نبدأ بالفقرة الأولى ن = 10 ، ل = 4% هنا نجد أن قيمة (ن) أصغر من 30 إذن الشرط الأول لم يتحقق مباشرة نقول أن هذا التوزيع يتبع ذو الحدين

الآن الفقرة الثانية ن = 68 ، ل = 0.26 هنا نجد أن قيمة (ن) أكبر من 30 إذن تحقق الشرط الأول ، قيمة (ل) كبيرة فلم تتحقق شروط توزيع بواسون إذن هذا التوزيع يتبع ذوالحدين

الفقرة الثالثة ن = 70 ، ل = 6% هنا نجد أن قيمة (ن) أكبر من 30 إذن تحقق الشرط الأول لتوزيع بواسون نأتي الآن للشرط الثاني ، نجد أن احتمال وقوع الحدث عبارة عن نسبة إذن نعيد النسبة للاحتمال فنقسم 6 على 100 نجد أن الناتج يصبح 0.06 إذن تحقق الشرط الثاني أيضا فاحتمال وقوع الحدث ضعيف إذن هذا التوزيع يتبع بواسون

الفقرة الرابعة ن = 120 ، ل = 0.03 هنا نجد أن قيمة (ن) أكبر من 30 إذن تحقق الشرط الأول لتوزيع بواسون نأتي الآن للشرط الثاني فنجد أن قيمة (ل) احتمال ضعيف (كل ما زادت الأصفار بعد الفاصلة باتجاه اليمين كلما صغر الرقم يعني 0.003 أصغر من 0.03 وهكذا) هنا تحقق الشرطين لتوزيع بواسون إذن هذه المسألة تتبع توزيع بواسون [في التمارين السابقة اتبعنا توزيع ذو الحدين رغم عدم وجود شيء في السؤال يدل على أن المطلوب هو توزيع ذو الحدين ، إذن كيف عرفنا أن المطلوب هو توزيع ذو الحدين ؟ عن طريق هذه الشروط لم تتوفر في التمارين السابقة لذلك اتبعنا ذو الحدين لو كانت الشروط قد توفرت في التمارين السابقة كنا اتبعنا توزيع بواسون]

قانون توزيع بواسون ح(س) = [هـ ^-م^ × م^س^] ÷ س !

(س) هو المتغير مثلا حين يكون السؤال عن الحرائق ونقول ما هو احتمال وقوع 3 حرائق تكون (س) = 3

(هـ) هو الأساس الطبيعي للوغاريتم ويستخرج من الآلة

(م) هو متوسط وقوع الحدث ، وقيمته إما أن تعطى في السؤال أو يتم استخرجها عن طريق ضرب (ن × ل) عملية الضرب هذه تذكرنا بماذا ؟ بقانون القيمة المتوقعة في توزيع ذو الحدين بما أن طريقة الاستخراج واحدة إذن قيمة متوسط وقوع الحدث (م) = القيمة المتوقعة (μ) وهذه خاصية من خصائص توزيع بواسون أيضا هما مساويان للتباين (σ^2)

إذن متوسط وقوع الحدث (م) = القيمة المتوقعة (μ) = التباين (σ^2) = ن × ل [حين أجري عملية الضرب هذه في توزيع بواسون أكون أوجدت (م) و (μ) و (σ^2) وعرفنا أن (ن) تعني حجم العينة و (ل) احتمال وقوع الحدث]

(س !) علامة التعجب تنطق مضروب هنا نقول مضروب (س) وعرفنا أن (س) هو المتغير

مثال (٢) اذا كان متوسط عدد الحرائق التي تقع في احدى المدن الكبرى هو 2 حادث سنويا ، ما هو احتمال ان يقع في احدى السنوات :

١- حادث حريق واحد فقط . ٢- ثلاث حوادث حريق .

٣- عدم وقوع اية حوادث حريق . ٤- القيمة المتوقعة والتباين .

الحل / أولا نكتب المعطيات (م) = 2 [لاحظ الحدث في السؤال هو وقوع حرائق وفي بداية السؤال ذكر أن متوسط عدد الحرائق هو 2 إذن (م) = 2 هو متوسط وقوع الحدث]

الآن نعوض قيمة (م) في القانون فنقول ح(س) = [هـ ^-2^ × 2 ^س^] ÷ س !

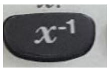
المطلوب الأول : حادث حريق واحد فقط إذن (س = 1) الآن نعوض قيمة (س) في القانون فنقول

ح(س) = [هـ ^-2^ × 2 ^1^] ÷ 1 !] بالآلة الحاسبة أولا نفتح قوس  ثم نضغط الزر 

ثم الزر 

ثم الرقم -2 ثم السهم اليمين  ثم علامة ضرب ثم الرقم 2 ثم علامة الأس 

ثم الرقم 1 ثم السهم يمين ثم نغلق القوس  ثم  ثم علامة القسمة ثم الرقم 1 ثم الزر 

ثم الزر  ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يصبح 0.2706]

المطلوب الثاني : ثلاث حوادث حريق إذن (س = 3) الآن نعوض قيمة (س) في القانون فنقول

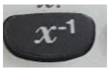
ح(س) = [هـ $^{-2}$ × 2 ^{3}] ÷ 3 !] بالآلة الحاسبة أولا نفتح قوس 

ثم نضغط الزر 

ثم الزر 

ثم الرقم 2- ثم السهم اليمين  ثم علامة ضرب ثم الرقم 2 ثم علامة الأس 

ثم الرقم 3 ثم السهم يمين ثم نغلق القوس  ثم علامة القسمة ثم الرقم 3 ثم الزر 

ثم الزر 

ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يصبح 0.1804]

المطلوب الثالث : عدم وقوع أي حوادث حريق إذن (س = 0) الآن نعوض قيمة (س) في القانون فنقول

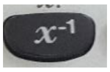
ح(س) = [هـ $^{-2}$ × 2 ^{0}] ÷ 0 !] بالآلة الحاسبة أولا نفتح قوس 

ثم نضغط الزر 

ثم الزر 

ثم الرقم 2- ثم السهم اليمين  ثم علامة ضرب ثم الرقم 2 ثم علامة الأس 

ثم الرقم 0 ثم السهم يمين ثم نغلق القوس  ثم علامة القسمة ثم الرقم 0 ثم الزر 

ثم الزر 

ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يصبح 0.1353]

المطلوب الرابع : القيمة المتوقعة والتباين : قلنا أن من خصائص توزيع بواسون أن (م) = (μ) = (σ^2) وبما أن (م) في هذه المسألة = 2 إذن القيمة المتوقعة (μ) = 2 والتباين (σ^2) = 2 وهكذا نكون أنهينا حل المثال (٢)

مثال (٣) في احدى المدن كانت نسبة الإصابة بمرض معين هو 2% ، اختيرت عينة عشوائية من 200 مواطن ، ما هو احتمال ان نجد بها :

١- مواطن واحد مصاب .
٢- ثلاث مواطنين مصابين .
٣- خمس مواطنين مصابين .
٤ _ متوسط عدد المصابين والتباين والانحراف المعياري .

الحل / أولا ما هي المعطيات ؟ لدينا نسبة نحولها إلى احتمال فنقسم على 100 فنقول $\frac{2}{100}$ = 0.02 إذن احتمال وقوع الحدث (ل) = 0.02 ولدينا عينه حجمها 200 إذن (ن) = 200

ننظر هل تحقق شروط توزيع بواسون على هذه المعطيات لدينا (ن) أكبر من 30 إذن تحقق الشرط الأول ، احتمال وقوع الحدث (ل) هو احتمال ضعيف إذن تحقق الشرط الثاني فالتوزيع المتبع هنا هو توزيع بواسون

نأتي الآن لقانون بواسون هو **ح(س) = [هـ$^{-م}$ × م^{س}] ÷ س !**

أولا لا بد ان نوجد قيمة (م) وقلنا أنها إذا لم تكن معطاة في السؤال يمكننا إيجادها عن طريق ضرب (ن × ل)

إذن م = 200 × 0.02 = 4 إذن (م = 4) نعوض قيمة (م) في القانون فنقول

ح(س) = [هـ$^{-4}$ × 4^{س}] ÷ س !

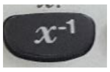
نأتي الآن للمطلوب الأول : مواطن واحد مصاب إذن (س = 1) الآن نعوض قيمة (س) في القانون فنقول

ح(س = 1) = [هـ$^{-4}$ × 4^{1}] ÷ 1 ! [بالآلة الحاسبة أولا نفتح قوس  ثم نضغط الزر 

ثم الزر 

ثم الرقم 4- ثم السهم اليمين  ثم علامة ضرب ثم الرقم 4 ثم علامة الأس 

ثم الرقم 1 ثم السهم يمين  ثم نغلق القوس  ثم علامة القسمة ثم الرقم 1 ثم الزر 

ثم الزر 

ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يصبح 0.0732]

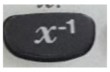
المطلوب الثاني : ثلاث مواطنين مصابين مواطن واحد مصاب إذن (س = 3) الآن نعوض قيمة (س) في القانون فنقول

ح(س = 3) = [هـ$^{-4}$ × 4^{3}] ÷ 3 ! [بالآلة الحاسبة أولا نفتح قوس  ثم نضغط الزر 

ثم الزر 

ثم الرقم 4- ثم السهم اليمين  ثم علامة ضرب ثم الرقم 4 ثم علامة الأس 

ثم الرقم 3 ثم السهم يمين  ثم نغلق القوس  ثم علامة القسمة ثم الرقم 3 ثم الزر 

ثم الزر 

ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يصبح 0.1953]

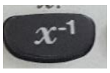
المطلوب الثالث : خمس مواطنين مصابين مواطن واحد مصاب إذن (س = 5) الآن نعوض قيمة (س) في القانون فنقول

ح(س = 5) = [هـ$^{-4}$ × 4^{5}] ÷ 5 ! [بالآلة الحاسبة أولا نفتح قوس  ثم نضغط الزر 

ثم الزر 

ثم الرقم 4- ثم السهم اليمين  ثم علامة ضرب ثم الرقم 4 ثم علامة الأس 

ثم الرقم 5 ثم السهم يمين  ثم نغلق القوس  ثم علامة القسمة ثم الرقم 5 ثم الزر 

ثم الزر 

ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يصبح 0.1562]

المطلوب الرابع : متوسط عدد المصابين والتباين والانحراف المعياري

أولا في البداية أوجدنا متوسط عدد المصابين (م) وقلنا أنه يساوي 4 وذكرنا أن من خصائص بواسون

أن (م) = (μ) = (σ^2) وبما أن (م) في هذه المسألة = 4 إذن القيمة المتوقعة (μ) = 4 والتباين (σ^2) = 4 وعرفنا أن الانحراف المعياري هو جذر التباين فنقول أن $\sigma = \sqrt{4} = \sigma = 2$ وهكذا يكون انتهى حل المثال (٣)

ملاحظات :

- كيف أوجد مضروب العدد بدون آلة حاسبة ؟ لو قلنا مثلا ما هو مضروب العدد !1 نضرب 1 × 1 = 1

ما هو مضروب العدد !2 نضرب 1 ×2 = 2 ، ما هو مضروب العدد !3 نضرب 1 × 2 × 3 = 6 ، ما هو مضروب العدد !4 نضرب 1 × 2 × 3 × 4 = 24 وهكذا

- في الاختبار النهائي سيذكر في السؤال أي توزيع هو المطلوب هل هو بواسون أو ذو الحدين .
- في الاختبار النهائي ستعطى قيمة هـ^-م^ من ضمن المعطيات يتبقى فقط تعويضها في القانون .

في الباب الثاني درسنا دالة الاحتمال الجدولية قلنا أن البيانات تكون على شكل جدول فنحتاج لمعرفة قانون القيمة المتوقعة (μ) والتباين (σ^2) أما في الباب الثالث درسنا عن التوزيعات الاحتمالية وقلنا أنها أنواع ومنها توزيع ذو الحدين وقلنا يتعامل توزيع ذو الحدين مع المتغيرات الكمية المتقطعة التي لها حالتين أو صورتين فقط ولذو الحدين قانون لا بد من حفظه ولا بد من حفظ قانون القيمة المتوقعة والتباين للتوزيعات الاحتمالية ومعرفة الفرق بين قانون القيمة المتوقعة في باب دالة الاحتمال الجدولية وبين قانون القيمة المتوقعة في باب التوزيعات الاحتمالية وعرفنا النوع الثاني من أنواع التوزيعات الاحتمالية وهو توزيع بواسون وقلنا يتعامل توزيع بواسون مع المتغيرات الكمية المتقطعة التي لها حالتين أو صفتين فقط أيضا لا بد من حفظ قانون بواسون والقيمة المتوقعة والتباين وعرفنا أن هناك خاصية لتوزيع بواسون وهو أن القيمة المتوقعة فيه = التباين كما أن توزيع بواسون لا بد أن يتوفر فيه شرطين وهما أن يكون حجم العينة أكبرمن 30 واحتمال وقوع الحدث هو احتمال ضعيف

عرفنا أن المتغيرات الكمية هي نوعين وقلنا أنها متصلة ومنفصلة :

المتغيرات الكمية المنفصلة أو المتقطعة / مثل عدد الحرائق ، عدد الزلازل ، عدد المدخنين ، عدد المرضى ، عدد العيوب ، عدد الحوادث ، وهذا العدد يكون عدد صحيح (ما يكون قيمة عشرية أو كسر) مثال المدخنين لا أستطيع أن أقول عدد المدخنين 5 ونصف مثلا هنا متغيرات كمية منفصلة أو متقطعة .

المتغيرات المتصلة أو المستمرة / مثل الأطوال ، الأعمار ، الأوزان ، درجات الحرارة ، الأحجام ، المسافات ، فهذه المتغيرات تقبل القيم الكسرية فمثلا نستطيع أن نقول طول الطالب متر ونصف أو وزنه مثلا 75.5 كيلو جرام أو مثلا درجة الحرارة في مدينة الرياض 30.15 درجة مئوية وهكذا نطلق على هذه المتغيرات كمية متصلة أو مستمرة .

عرفنا أن المتغيرات الكمية المتقطعة تتبع إما توزيع بواسون أو ذو الحدين ، طيب المتغيرات الكمية المتصلة ماذا تتبع ؟

تتبع الكميات المتصلة التوزيع الطبيعي ، فالتوزيع الطبيعي يعتبر من أهم التوزيعات في علم الإحصاء لعدة أسباب منها :

١- كثير من الظواهر الطبيعية مثل الأطوال والأوزان والأعمار تتبع التوزيع الطبيعي ، ما معنى توزيع طبيعي ؟

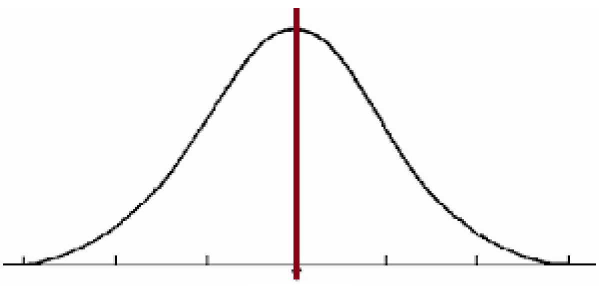
أي حينما نأتي للحديث عن أعمار طلاب المستوى الأول نجد أن أعمارهم قريبة لبعضها وقريبة للعمر المتوسط وهو 19 سنة ونعني بذلك أن الأغلبية تكون أعمارهم قريبة من 19 سنة ، طيب قلنا أغلبية ما قلنا الجميع إذن الباقين كم أعمارهم ؟ بما أننا قلنا أغلبية فالباقين هم قليلون (أقلية) وهم على قسمين القسم الأول أن تكون أعمارهم كبيرة جدا جدا عن 19سنة وهم أقلية كما ذكرنا والقسم الثاني أن تكون أعمارهم صغيرة جدا جدا عن 19سنة وهم أقلية أيضا فحينما نقول أن الأوزان أو الأعمار تتبع التوزيع الطبيعي يعني أن معظم أو غالبية الفئة أوزانها أو أعمارها قريبة من الوزن أو العمر المتوسط لهذه الفئة أما الأقلية فهي تكون مجموعتين : مجموعة أوزانها أو أعمارها كبيرة جدا عن المتوسط ولكنها مجموعة قليلة أي أقلية أو مجموعة أوزانها أو أعمارها صغيرة جدا عن المتوسط ولكنها ذو أقلية .

٢- معظم التوزيعات مثل ذو الحدين وبواسون يمكن تحويلها إلى التوزيع الطبيعي ، لماذا نحولها إلى التوزيع الطبيعي ؟
نقول عندما تعجز الآلة الحاسبة عن إيجاد الناتج للمسألة التي أعمل عليها فيمكنني حل هذه المسألة عن طريق التوزيع الطبيعي ، مثال / لنفرض أن لدينا مسألة مثلا من معطياتها أن (ن) = 500 و (ل) = 0.4 نستخدم هنا قانون ذو الحدين لأن الاحتمال هنا قوي [قيمة (ل) ليست عدد قليل جدا فالاحتمال هنا قوي] ولنفرض أن (س=200) في هذه الحالة لا يظهر الناتج في الآلة الحاسبة لأن الأعداد كبيرة جدا لكن يمكننا حل المسألة عن طريق التوزيع الطبيعي واستخراج الحل في سطر واحد .

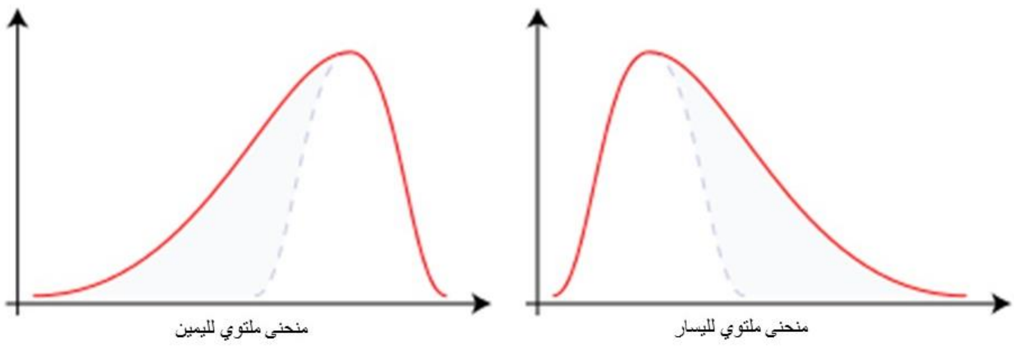
٣- معظم مقاييس العينة مثل الوسط الحسابي يتبع التوزيع الطبيعي وهذه خاصية مهمة جدا يقوم عليها الباب الرابع والخامس وهما نظرية التقدير واختبارات الفروض الإحصائية .
٤- معظم النظريات في علم الإحصاء تعتمد على التوزيع الطبيعي .

خصائص منحنى التوزيع الطبيعي : [مهم جدا جدا جدا]

١- أن هذا المنحنى منحنى متماثل ، ما معنى منحنى متماثل ؟ حينما أسقط عامو من قمة المنحنى فإن هذا العامود يقسم المنحنى إلى قسمين متساويين ومتطابقين قسم يمين وقسم يسار



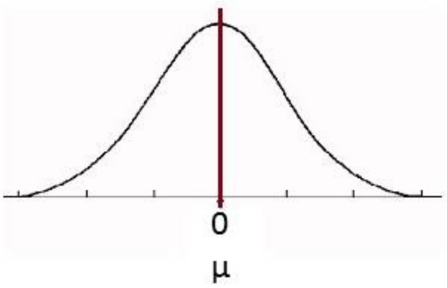
ما هو عكس منحنى متماثل ؟ منحنى ملتوي ، كيف ؟ أن قمة المنحنى تكون إما يمين ويسمى منحنى ملتوي لليمين أو أن تكون قمة المنحنى يسار فيسمى منحنى ملتوي لليسار وإذا كانت القمة في المنتصف يعتبر منحنى متماثل أي منحنى توزيع طبيعي .



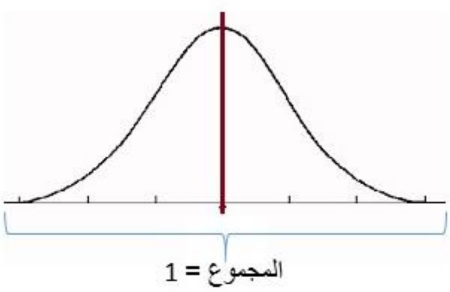
مثال / من خصائص منحنى التوزيع الطبيعي أنه :

أ – متماثل.
ب – ملتوي لليمين .
ج – ملتوي لليسار .
د – لا شيء مما سبق .

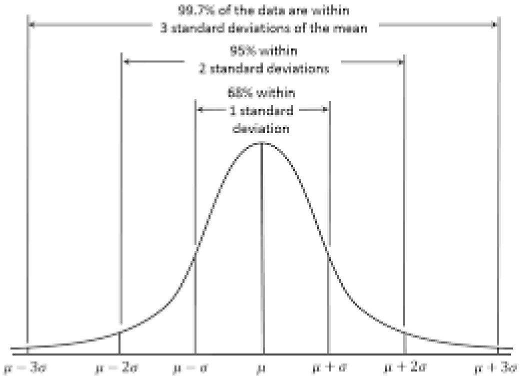
٢- في منحنى التوزيع الطبيعي حينما نسقط عامود من قمة المنحنى إلى الخط الأفقي تسمى هذه القراءة (μ) أي القيمة المتوقعة أو الوسط الحسابي ومن خصائص منحنى التوزيع الطبيعي أن : الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال .



٣- اجمالي المساحة تحت المنحنى = 1 صحيح فالمحور الأفقي هو (س) فالقيم التي تقع أسفل منه هي الاحتمالات وقلنا سابقا أن مجموع الاحتمالات = 1 إذن إجمالي المساحة تحت المنحنى = 1



٤- المسافة المحصورة بين $\mu \pm \sigma$ ثبت أنها تساوي 68%
٥- المسافة المحصورة بين $\mu \pm 2\sigma$ ثبت أنها تساوي 95%
٦- المسافة المحصورة بين $\mu \pm 3\sigma$ ثبت أنها تساوي 99%



كيف نحسب الاحتمال ؟

مثلا حينما نقول ما هو احتمال أن نجد ثلاث طلاب مدخنين ، هذا الاحتمال هل نوجده عن طريق توزيع ذو الحدين أو توزيع بواسون أو التوزيع الطبيعي ؟

لدينا هنا ثلاث طلاب يعني (س = 3) والتدخين هي الظاهرة التي نتحدث عنها ظاهرة كمية متقطعة يعني عدد المدخنين لا يمكن أن نقول 5.5 وهي ظاهرة متكررة لها صفتين فقط إما ان يكون مدخن أو غير مدخن إذن نستخدم توزيع ذو الحدين نطبق القانون كما درسنا سابقا .

حينما نقول ما هو احتمال أن تقع ثلاث حرائق في أحد الأحياء ، هذا الاحتمال هل نوجده عن طريق توزيع ذو الحدين أو توزيع بواسون أو التوزيع الطبيعي ؟

لدينا هنا ثلاث حرائق يعني (س = 3) والحرائق هي الظاهرة التي نتحدث عنها ظاهرة كمية متقطعة يعني عدد الحرائق لا يمكن أن نقول 6.4 وهي ظاهرة غير متكررة لا نرى يوميا حرائق بين الأحياء وهي أيضا لها صفتين فقط إما أن يقع حريق أو لا يقع إذن نستخدم توزيع بواسون نطبق القانون .

لكن حينما نقول ما هو احتمال أن نجد طالب وزنه يقل عن 73.5 كيلو ، هذا الاحتمال هل نوجده عن طريق توزيع ذو الحدين أو توزيع بواسون أو التوزيع الطبيعي ؟

نتحدث هنا عن وزن الطالب والوزن ظاهرة كمية متصلة إذن مباشرة نستخدم التوزيع الطبيعي

في توزيع ذو الحدين وتوزيع بواسون نرمز للمتغير بالرمز (س) في التوزيع الطبيعي لا بد أن نحول (س) إلى قيمة معيارية نرمز لها بالرمز (ى) [سنوضح طريقة التحويل عند حل الأمثلة]

دائما في التوزيع الطبيعي تكون القيمة المتوقعة (μ) و الانحراف المعياري (σ) قيم معلومة تعطى في السؤال ، طيف في حالة كان الانحراف المعياري (σ) مجهول لكن عندي قيمة التباين (σ^2) معلومة ، كيف أوجد الانحراف المعياري ؟ بالطبع عرفنا أن الانحراف المعياري هو جذر التباين .

في أسئلة التوزيع الطبيعي تكون صيغة السؤال إحدى ثلاث صيغ وهي :

١- ما هو احتمال أن يقل عمر المصباح
٢- ما هو احتمال أن يزيد عمر المصباح

في هاتين الصيغتين لا بد أن نرسم المنحنى [سنوضح أهمية الرسم مع الأمثلة]

٣- ما هو احتمال أن يتراوح عمر المصباح بين كذا وكذا

في هذه الحالة لا نحتاج رسم

أيضا في أسئلة التوزيع الطبيعي جدول الكشف عن الاحتمالات هذا الجدول يكون ضمن معطيات السؤال

هناك قيمة ثابتة عند حل التوزيع الطبيعي وهي 0.5 هذه القيمة دائما ثابتة أحيانا نجمعها مع الكشف عن الاحتمال وأحيانا نطرحها من الاحتمال ، متى نطرحها ومتى نجمعها ؟ هذا ما يحدده الرسم [هنا تكمن أهمية الرسم]

مع الأمثلة ستتضح جميع النقاط

مثال (١) : إذا كان عمر المصباح الكهربائي الذى تنتجه إحدى الشركات هو متغير عشوائي يتبع توزيع طبيعي بمتوسط 750 ساعة وانحراف معياري 80 ساعة،سحب مصباح من إنتاج الشركة عشوائيا ، احسب الاحتمالات التالية:

(أ) أن يزيد عمر المصباح عن 810 ساعة .

(ب) أن يزيد عمر المصباح عن 670 ساعة .

(ج) أن يقل عمر المصباح عن 770 ساعة .

ملحوظة : يمكنك استخدام هذا المقطع من جدول التوزيع الطبيعي :

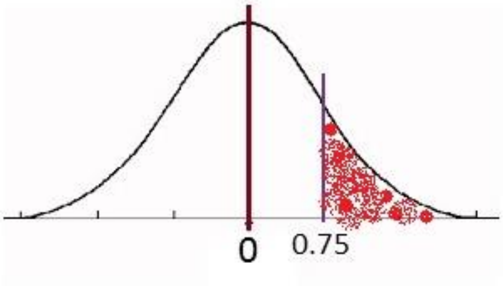
ى	0	0.25	0.50	0.75	1	1.13	1.25	1.50	2
ح(ى)	0	0.0987	0.1915	0.2734	0.3413	0.3708	0.3944	0.4332	0.4772

الحل / أولا نكتب المعطيات المتوسط أو القيمة المتوقعة (μ) = 750 ، الانحراف المعياري (σ) = 80

المطلوب الأول / أن يزيد عمر المصباح عن 810 ساعة هنا (س) = 810 في صيغة المطلوب يقول يزيد عمر المصباح عن يعني عمر المصباح أكبر من (810) [كيف نكتب هذه الصيغة بالرموز نقول ، احتمال أن تكون (س) أكبر من 810 تكتب بالطريقة التالية : ح (س) > 810] وقلنا في التوزيع الطبيعي لا بد أن نحول (س) إلى قيمة معيارية نرمز لها بالرمز (ى) ، كيف نحولها إلى قيمة معيارية ؟

لدينا قانون لتحويل (س) إلى قيمة معيارية وهو ى = $\frac{س-\mu}{\sigma}$ ، في المطلوب الأول (س) = 810 وقلنا سابقا أن القيمة المتوقعة (μ) = 750 ، الانحراف المعياري (σ) = 80 ، نعوض المعطيات لتحويل (س) إلى قيمة معيارية

ح (س) > 810 = ح (ى > $\frac{810-750}{80}$) = ح (ى > 0.75) الان حولنا (س) إلى قيمة معيارية لا بد الآن أن نرسم لنعرف موقع القيمة المعيارية وحجم الكمية المضللة نرسم المنحنى ونحدد المنتصف وتكون القيمة هي (0) والقيم عن يمين الصفر هي قيم موجبة وعن يسار الصفر هي قيم سالبة هنا القيمة المعيارية موجبة نحاول أن نحدد مكان تقريبي للناتج ونحدده على المنحنى ثم نمد عامود من النقطة التي أوجدناها ، الآن أريد أن احدد الكمية المضللة ، في صيغة السؤال قال يزيد عن يعني أكبر من إذن لا بد أن أتجه لليمين لأن الموجب أكبر من النقطة التي أوجدتها فأضلل المنطقة يمين النقطة



الآن ننظر المنطقة المضللة وأقارنها بنصف المنحنى ، هل هي أكبر من نصف المنحنى أم أصغر من نصف المنحنى ؟
المنطقة المضللة أصغر من نصف المنحنى

الآن نتحدث عن نصف منحنى وقلنا أن مجموع مساحة المنحنى هي (1) صحيح ، نصف (1) هو (0.5) وهي قيمة ثابتة في جميع التمارين

إذن نقول 0.5 - ح (ى > 0.75) [وضعنا علامة السالب لأن المنطقة المضللة أقل من نصف المنحنى وهنا تكمن أهمية رسم المنحنى لذلك الرسم مهم جدا في الحل]

الآن لا بد أن أوجد قيمة الاحتمال ح (ى > 0.75) ، كيف ؟ نأتي للجدول السابق المعطى وننظر إلى القيم المعيارية [الصف الأول وهي قيم (ى)] نبحث عن القيمة (0.75) وننظر إلى قيمة الاحتمال المقابلة لهذه القيمة نجد أنها 0.2734 نعوضها ونجري عملية الطرح فنقول = 0.5 – 0.2734 = 0.2266

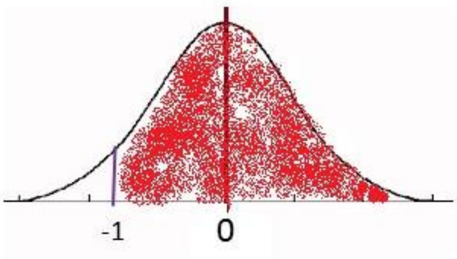
إذن احتمال أن يزيد عمر المصباح عن 810 ساعة هو 0.2266 [انتهى حل المطلوب الأول]

المطلوب الثاني / أن يزيد عمر المصباح عن 670 ساعة

أن يزيد عمر المصباح عن 670 ساعة هنا (س) = 670 في صيغة المطلوب يقول يزيد عمر المصباح عن يعني عمر المصباح أكبر من (670) [كيف نكتب هذه الصيغة بالرموز نقول ، احتمال أن تكون (س) أكبر من 670 تكتب بالطريقة التالية : ح (س) > 670] وقلنا في التوزيع الطبيعي لا بد أن نحول (س) إلى قيمة معيارية نرمز لها بالرمز (ى) ، كيف نحولها إلى قيمة معيارية ؟

لدينا قانون لتحويل (س) إلى قيمة معيارية وهو ى = $\frac{س-\mu}{\sigma}$ ، (س) = 670 وقلنا سابقا أن القيمة المتوقعة (μ) = 750 ، الانحراف المعياري (σ) = 80 ، نعوض المعطيات لتحويل (س) إلى قيمة معيارية

ح (س) > 670 = ح (ى > $\frac{670-750}{80}$) = ح (ى > -1) الان حولنا (س) إلى قيمة معيارية لا بد الآن أن نرسم لنعرف موقع القيمة المعيارية وحجم الكمية المضللة نرسم المنحنى ونحدد المنتصف وتكون القيمة هي (0) والقيم عن يمين الصفر هي قيم موجبة وعن يسار الصفر هي قيم سالبة هنا القيمة المعيارية موجبة نحاول أن نحدد مكان تقريبي للناتج ونحدده على المنحنى ثم نمد عامود من النقطة التي أوجدناها ، الآن أريد أن أحدد المنطقة المضللة ، في صيغة السؤال قال يزيد عن يعني أكبر من إذن لا بد أن أتجه لليمين لأن الموجب أكبر من النقطة التي أوجدتها فأضلل المنطقة يمين النقطة



الآن ننظر المنطقة المضللة وأقارنها بنصف المنحنى ، هل هي أكبر من نصف المنحنى أم أصغر من نصف المنحنى ؟
المنطقة المضللة أكبر من نصف المنحنى

الآن نتحدث عن نصف منحنى وقلنا أن مجموع مساحة المنحنى هي (1) صحيح ، نصف (1) هو (0.5) وهي قيمة ثابتة في جميع التمارين

إذن نقول 0.5 + ح (ى > -1) [وضعنا علامة الموجب لأن المنطقة المضللة أكبر من نصف المنحنى وهنا تكمن أهمية رسم المنحنى لذلك الرسم مهم جدا في الحل]

الآن لا بد أن أوجد قيمة الاحتمال ح (ى < 1-) ، كيف ؟ نأتي للجدول السابق المعطى وننظر إلى القيم المعيارية [الصف الأول وهي قيم (ى)] نبحث عن القيمة (1-) لا يوجد أعداد سالبة في الجدول ، فالقيم الموجبة تحل محل القيم السالبة إذن ننظر إلى الاحتمال للقيمة (1) وننظر إلى قيمة الاحتمال المقابلة لهذه القيمة نجد أنها 0.3413 نعوضها ونجري عملية الجمع فنقول = 0.5 + 0.3413 = 0.8413

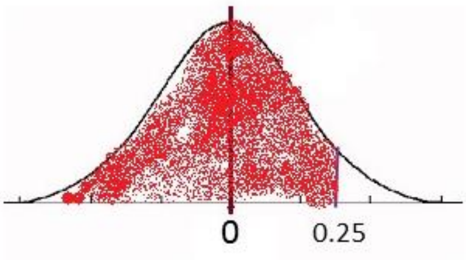
إذن احتمال أن يزيد عمر المصباح عن 670 ساعة هو 0.8413 [انتهى حل المطلوب الثاني]

المطلوب الثالث / أن يقل عمر المصباح عن 770 ساعة

أن يقل عمر المصباح عن 770 ساعة هنا (س) = 770 في صيغة المطلوب يقول يقل عمر المصباح عن يعني عمر المصباح أصغر من (770) [كيف نكتب هذه الصيغة بالرموز نقول ، احتمال أن تكون (س) أصغر من 770 تكتب بالطريقة التالية : ح (س) < 770] وقلنا في التوزيع الطبيعي لا بد أن نحول (س) إلى قيمة معيارية نرمز لها بالرمز (ى) ، كيف نحولها إلى قيمة معيارية ؟

لدينا قانون لتحويل (س) إلى قيمة معيارية وهو ى = $\frac{س-\mu}{\sigma}$ ، (س) = 770 وقلنا سابقا أن القيمة المتوقعة (μ) = 750 ، الانحراف المعياري (σ) = 80 ، نعوض المعطيات لتحويل (س) إلى قيمة معيارية

ح (س) < 770 = ح (ى < $\frac{770-750}{80}$) = ح (ى < 0.25) الان حولنا (س) إلى قيمة معيارية لا بد الآن أن نرسم لنعرف موقع القيمة المعيارية وحجم الكمية المضللة نرسم المنحنى ونحدد المنتصف وتكون القيمة هي (0) والقيم عن يمين الصفر هي قيم موجبة وعن يسار الصفر هي قيم سالبة هنا القيمة المعيارية موجبة نحاول أن نحدد مكان تقريبي للناتج ونحدده على المنحنى ثم نمد عامود من النقطة التي أوجدناها ، الآن أريد أن أحدد المنطقة المضللة ، في صيغة السؤال قال يقل عن يعني أصغر من إذن لا بد أن أتجه لليسار لأن السالب أكبر من النقطة التي أوجدتها فأضلل المنطقة يسار النقطة



الآن ننظر المنطقة المضللة وأقارنها بنصف المنحنى ، هل هي أكبر من نصف المنحنى أم أصغر من نصف المنحنى ؟ المنطقة المضللة أكبر من نصف المنحنى

الآن نتحدث عن نصف منحنى وقلنا أن مجموع مساحة المنحنى هي (1) صحيح ، نصف (1) هو (0.5) وهي قيمة ثابتة في جميع التمارين

إذن نقول 0.5 + ح (ى < 0.25) [وضعنا علامة الموجب لأن المنطقة المضللة أكبر من نصف المنحنى وهنا تكمن أهمية رسم المنحنى لذلك الرسم مهم جدا في الحل]

الآن لا بد أن أوجد قيمة الاحتمال ح (ى < 0.25) ، كيف ؟ نأتي للجدول السابق المعطى وننظر إلى القيم المعيارية [الصف الأول وهي قيم (ى)] نبحث عن القيمة (0.25) وننظر إلى قيمة الاحتمال المقابلة لهذه القيمة نجد أنها 0.0987 نعوضها ونجري عملية الجمع فنقول = 0.5 + 0.0987 = 0.5987

إذن احتمال أن يقل عمر المصباح عن 770 ساعة هو 0.5987 [انتهى حل المطلوب الثالث] هكذا انتهى حل التمرين

مثال (٢) مستخدما بيانات المثال السابق ، احسب الاحتمالات التالية :

(أ) أن يتراوح عمر المصباح بين 750 ، 830 ساعة .

(ب) أن يتراوح عمر المصباح بين 790 ، 870 ساعة .

(ج) أن يتراوح عمر المصباح بين 730 ، 850 ساعة .

الحل / في المثال الأول كان السؤال : احسب قيمة الاحتمالات وأعطانا إما أن يكون عمر المصباح يقل عن أو يزيد عن لذلك اضطررنا إلى رسم المنحنى ، في هذا المثال جميع المطاليب الثلاث هي أن يتراوح عمر المصباح بين فترتين هنا لا نحتاج إلى الرسم ، نكتب المعطيات وهي معطيات المثال السابق المتوسط أو القيمة المتوقعة (μ) = 750 ، الانحراف المعياري (σ) = 80 ، ولدينا جدول الكشف عن القيم المعيارية السابق وهو

ى	0	0.25	0.50	0.75	1	1.13	1.25	1.50	2
ح(ى)	0	0.0987	0.1915	0.2734	0.3413	0.3708	0.3944	0.4332	0.4772

، نبدأ بالحل

المطلوب الأول / أن يتراوح عمر المصباح بين 750 ، 830 ساعة يعني (س) أكبر من 750 وأصغر من 830 إذن

ح (750 $<$ س $<$ 830) نبدأ أولا بتحويل الفترتين إلى قيم معيارية بنفس القانون السابق ى = $\frac{س-\mu}{\sigma}$ فنقول

ح ($\frac{750-750}{80}$ $<$ ى $<$ $\frac{830-750}{80}$) نجري العمليات فتصبح النتائج ح (0 $<$ ى $<$ 1)

من الجدول السابق نوجد الاحتمالات للقيم المعيارية نجد أن (0 يقابله العدد 0) و (1 يقابله العدد 0.3413) إذن نطرح العددين (قيم الكشف) لنوجد الاحتمال نقول 0.3413 – 0 = 0.3413) إذن احتمال أن يتراوح عمر المصباح بين 750 ، 830 ساعة هو 0.3413 [كيف عرفنا أن العلامة المطلوبة هي الطرح رغم أننا لم نرسم لنعرف العلامة المطلوبة]

في المثال السابق حينما كنا نوجد قيمة واحدة كنا نرسم لنحدد العلامة المناسبة هنا سيختلف شيئان :

أولا / لن نستخدم 0.5 لأننا لا نرسم على المنحنى .

ثانيا / لن نرسم المنحنى .

كيف سنعرف العلامة المطلوبة متى نطرح ومتى نجمع ؟ لدينا قاعدة تقول :

- إذا تشابهت إشارة قيمتي (ى) فكانت القيمتين موجبتان أو سالبتان فإننا نطرح نواتج الكشف عن قيمتي (ى) مع مراعاة أن يكون الناتج موجب لأن الناتج هو احتمال وقلنا أن الاحتمال لا بد أن يكون موجب ، حتى حين يصبح الناتج سالب نحوله إلى موجب .
- إذا اختلفت إشارة قيمتي (ى) فكانت قيمة موجبة وقيمة سالبة فإننا نجمع نواتج الكشف عن قيمتي (ى) .

المطلوب الثاني / أن يتراوح عمر المصباح بين 790 ، 870 ساعة

يعني (س) أكبر من 790 وأصغر من 870 إذن

ح ($790 <$ س < 870) نبدأ أولا بتحويل الفترتين إلى قيم معيارية بنفس القانون السابق ى = $\frac{\text{س}-\mu}{\sigma}$ فنقول

ح ($\frac{790-750}{80} <$ ى $< \frac{870-750}{80}$) نجري العمليات فتصبح النتائج ح ($0.5 <$ ى < 1.5)

من الجدول السابق نوجد الاحتمالات للقيم المعيارية نجد أن (0.5 يقابله العدد 0.1915) و (1.5يقابله العدد 0.4332) إذن نطرح العددين (قيم الكشف) لنوجد الاحتمال نقول 0.4332 – 0.1915 = 0.2417 (إذن احتمال أن يتراوح عمر المصباح بين 790 ، 870 ساعة هو 0.2417 [كيف عرفنا أن العملية بين قيمتي الكشف طرح ؟ لأن القيمتين تشابهت في الإشارة كلاهما موجب إذن تكون العملية بينهم طرح]

المطلوب الثالث / أن يتراوح عمر المصباح بين 730 ، 850 ساعة

يعني (س) أكبر من 730 وأصغر من 850 إذن

ح ($730 <$ س < 850) نبدأ أولا بتحويل الفترتين إلى قيم معيارية بنفس القانون السابق ى = $\frac{\text{س}-\mu}{\sigma}$ فنقول

ح ($\frac{730-750}{80} <$ ى $< \frac{850-750}{80}$) نجري العمليات فتصبح النتائج ح ($-0.25 <$ ى < 1.25)

من الجدول السابق نوجد الاحتمالات للقيم المعيارية نجد أن (-0.25 يقابله العدد 0.0987) لاحظ في الجدول لا يوجد علامات سالبة لكننا نتعامل مع القيم ونهمل الإشارة ، و (1.25يقابله العدد 0.3944) إذن نجمع العددين (قيم الكشف) لنوجد الاحتمال نقول 0.0987 + 0.3944 = 0.4931 (إذن احتمال أن يتراوح عمر المصباح بين 790 ، 870 ساعة هو0.4931 [كيف عرفنا أن العملية بين قيمتي الكشف جمع ؟ لأن القيمتين اختلفت في الإشارة واحدة منهما موجبة وهي 1.25 والأخرى سالبة وهي -0.25 إذن تكون العملية بينهم جمع] هكذا انتهى حل المثال (٢)

مثال (٣) وإذا علمت في المثال السابق ان حجم الإنتاج اليومي للشركة من المصابيح هو 800 مصباح يوميا ،اوجد:

١. عدد المصابيح التي يقل عمرها عن 850 ساعة.
٢. عدد المصابيح التي يزيد عمرها عن 590 ساعة.
٣. عدد المصابيح التي يزيد عمرها عن 830 ساعة.
٤. عدد المصابيح التي يتراوح عمرها بين 830 ساعة ، 910 ساعة.

الحل / في بعض فقرات هذا المثال سنحتاج إلى الرسم وفي الفقرة الأخيرة لن نحتاج إلى الرسم ، لكن في هذا السؤال لدينا شيء إضافي وهو عدد المصابيح ليس فقط الاحتمال إذن أولا نوجد الاحتمال ثم نوجد عدد المصابيح

أولا المعطيات هي نفس معطيات السؤال السابق وهي المتوسط أو القيمة المتوقعة (μ) = 750 ،

الانحراف المعياري(σ) = 80 ، ولدينا جدول الكشف عن القيم المعيارية السابق وهو

ى	0	0.25	0.50	0.75	1	1.13	1.25	1.50	2
ح(ى)	0	0.0987	0.1915	0.2734	0.3413	0.3708	0.3944	0.4332	0.4772

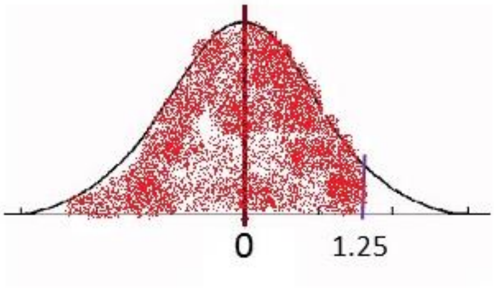
نبدأ بالحل

المطلوب الأول / عدد المصابيح التي يقل عمرها عن 850 ساعة

أن يقل عمر المصباح عن 850 ساعة هنا (س) = 850 في صيغة المطلوب يقول يقل عمر المصباح عن يعني عمر المصباح أصغر من (850) [كيف نكتب هذه الصيغة بالرموز نقول ، احتمال أن تكون (س) أصغر من 850 تكتب بالطريقة التالية : ح (س) < 850] وقلنا في التوزيع الطبيعي لا بد أن نحول (س) إلى قيمة معيارية نرمز لها بالرمز (ى) ، كيف نحولها إلى قيمة معيارية ؟

لدينا قانون لتحويل (س) إلى قيمة معيارية وهو ى = $\frac{\text{س}-\mu}{\sigma}$ ، (س) = 850 وقلنا سابقا أن القيمة المتوقعة (μ) = 750 ، الانحراف المعياري (σ) = 80 ، نعوض المعطيات لتحويل (س) إلى قيمة معيارية

ح (س) < 850 = ح (ى < $\frac{850-750}{80}$) = ح (ى < 1.25) الان حولنا (س) إلى قيمة معيارية لا بد الآن أن نرسم لنعرف موقع القيمة المعيارية وحجم الكمية المضللة نرسم المنحنى ونحدد المنتصف وتكون القيمة هي (0) والقيم عن يمين الصفر هي قيم موجبة وعن يسار الصفر هي قيم سالبة هنا القيمة المعيارية موجبة نحاول أن نحدد مكان تقريبي للناتج ونحدده على المنحنى ثم نمد عامود من النقطة التي أوجدناها ، الآن أريد أن أحدد المنطقة المضللة ، في صيغة السؤال قال يقل عن يعني أصغر من إذن لا بد أن أتجه لليسار لأن السالب أكبر من النقطة التي أوجدتها فأضلل المنطقة يسار النقطة



الآن ننظر المنطقة المضللة وأقارنها بنصف المنحنى ، هل هي أكبر من نصف المنحنى أم أصغر من نصف المنحنى ؟ المنطقة المضللة أكبر من نصف المنحنى

الآن نتحدث عن نصف منحنى وقلنا أن مجموع مساحة المنحنى هي (1) صحيح ، نصف (1) هو (0.5) وهي قيمة ثابتة في جميع التمارين

إذن نقول 0.5 + ح (ى < 1.25) [وضعنا علامة الموجب لأن المنطقة المضللة أكبر من نصف المنحنى وهنا تكمن أهمية رسم المنحنى لذلك الرسم مهم جدا في الحل]

الآن لا بد أن أوجد قيمة الاحتمال ح (ى < 1.25) ، كيف ؟ نأتي للجدول السابق المعطى وننظر إلى القيم المعيارية [الصف الأول وهي قيم (ى)] نبحث عن القيمة (1.25) وننظر إلى قيمة الاحتمال المقابلة لهذه القيمة نجد أنها 0.3944 نعوضها ونجري عملية الجمع فنقول = 0.5 + 0.3944 = 0.8944

إذن احتمال أن يقل عمر المصباح عن 850 ساعة هو 0.8944

الآن كيف نوجد عدد المصابيح التي يقل عمرها عن 850 نضرب الاحتمال في حجم المجتمع ، ما هو حجم المجتمع ؟ هو المجموعة التي أتحدث عنها هنا نتحدث عن مصابيح إذن المجتمع هو المصابيح ، كم عدد المصابيح التي نتحدث عنها ؟ هو 800 مصباح ، إذن حجم المجتمع هو 800 نضرب الناتج في حجم المجتمع فنقول

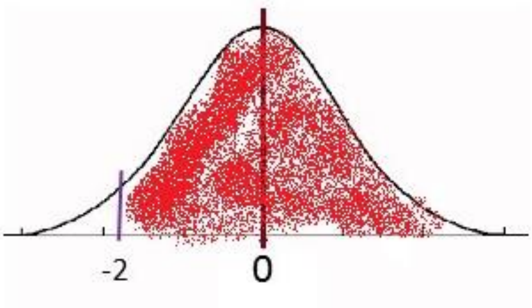
800 × 0.8944 = 715.52 بعد التقريب نقول عدد المصابيح هو 716 مصباح تقريبا [انتهى حل المطلوب الأول]

المطلوب الثاني / عدد المصابيح التي يزيد عمرها عن 590 ساعة

أن يزيد عمر المصباح عن 590 ساعة هنا (س) = 590 في صيغة المطلوب يقول يزيد عمر المصباح عن يعني عمر المصباح أكبر من (590) [كيف نكتب هذه الصيغة بالرموز نقول ، احتمال أن تكون (س) أكبر من 590 تكتب بالطريقة التالية : ح (س) > 590]وقلنا في التوزيع الطبيعي لا بد أن نحول (س) إلى قيمة معيارية نرمز لها بالرمز (ى) ، كيف نحولها إلى قيمة معيارية ؟

لدينا قانون لتحويل (س) إلى قيمة معيارية وهو ى = $\frac{س-\mu}{\sigma}$ ، (س) = 590 وقلنا سابقا أن القيمة المتوقعة (µ) = 750 ، الانحراف المعياري (σ) = 80 ، نعوض المعطيات لتحويل (س) إلى قيمة معيارية

ح (س) > 590 = ح (ى > $\frac{590-750}{80}$) = ح (ى > -2) الان حولنا (س) إلى قيمة معيارية لا بد الآن أن نرسم لنعرف موقع القيمة المعيارية وحجم الكمية المضللة نرسم المنحنى ونحدد المنتصف وتكون القيمة هي (0) والقيم عن يمين الصفر هي قيم موجبة وعن يسار الصفر هي قيم سالبة هنا القيمة المعيارية موجبة نحاول أن نحدد مكان تقريبي للناتج ونحدده على المنحنى ثم نمد عامود من النقطة التي أوجدناها ، الآن أريد أن احدد الكمية المضللة ، في صيغة السؤال قال يزيد عن يعني أكبر من إذن لا بد أن أتجه لليمين لأن الموجب أكبر من النقطة التي أوجدتها فأضلل المنطقة يمين النقطة



الآن ننظر المنطقة المضللة وأقارنها بنصف المنحنى ، هل هي أكبر من نصف المنحنى أم أصغر من نصف المنحنى ؟ المنطقة المضللة أكبر من نصف المنحنى

الآن نتحدث عن نصف منحنى وقلنا أن مجموع مساحة المنحنى هي (1) صحيح ، نصف (1) هو (0.5) وهي قيمة ثابتة في جميع التمارين

إذن نقول 0.5 + ح (ى > -2) [وضعنا علامة الموجب لأن المنطقة المضللة أكبر من نصف المنحنى وهنا تكمن أهمية رسم المنحنى لذلك الرسم مهم جدا في الحل]

الآن لا بد أن أوجد قيمة الاحتمال ح (ى > -2) ، كيف ؟ نأتي للجدول السابق المعطى وننظر إلى القيم المعيارية [الصف الأول وهي قيم (ى)] نبحث عن القيمة (2) لأن الجدول لا يحتوي أعداد سالبة وننظر إلى قيمة الاحتمال المقابلة لهذه القيمة نجد أنها 0.4772 نعوضها ونجري عملية الجمع فنقول = 0.5 + 0.4772 = 0.9772

إذن احتمال أن يزيد عمر المصباح عن 590 ساعة هو 0.9772

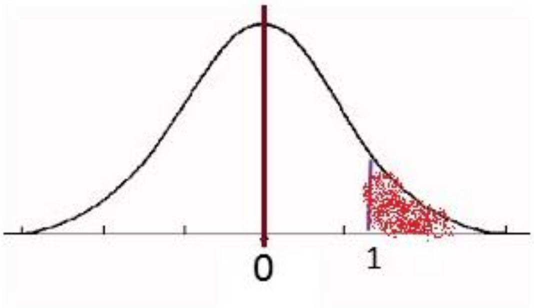
الآن كيف نوجد عدد المصابيح التي يقل عمرها عن 590 نضرب الاحتمال في حجم المجتمع 800 × 0.9772 = 781.76 بعد التقريب نقول عدد المصابيح هو 782 مصباح تقريبا [انتهى حل المطلوب الثاني]

المطلوب الثالث / عدد المصابيح التي يزيد عمرها عن 830 ساعة

أن يزيد عمر المصباح عن 830 ساعة هنا (س) = 830 في صيغة المطلوب يقول يزيد عمر المصباح عن يعني عمر المصباح أكبر من (830) [كيف نكتب هذه الصيغة بالرموز نقول ، احتمال أن تكون (س) أكبر من 830 تكتب بالطريقة التالية : ح (س) > 830]وقلنا في التوزيع الطبيعي لا بد أن نحول (س) إلى قيمة معيارية نرمز لها بالرمز (ى) ، كيف نحولها إلى قيمة معيارية ؟

لدينا قانون لتحويل (س) إلى قيمة معيارية وهو ى = $\frac{س-\mu}{\sigma}$ ، (س) = 830 وقلنا سابقا أن القيمة المتوقعة (μ) = 750 ، الانحراف المعياري (σ) = 80 ، نعوض المعطيات لتحويل (س) إلى قيمة معيارية

ح (س) > 830 = ح (ى > $\frac{830-750}{80}$) = ح (ى > 1) الان حولنا (س) إلى قيمة معيارية لا بد الآن أن نرسم لنعرف موقع القيمة المعيارية وحجم الكمية المضللة نرسم المنحنى ونحدد المنتصف وتكون القيمة هي (0) والقيم عن يمين الصفر هي قيم موجبة وعن يسار الصفر هي قيم سالبة هنا القيمة المعيارية موجبة نحاول أن نحدد مكان تقريبي للناتج ونحدده على المنحنى ثم نمد عامود من النقطة التي أوجدناها ، الآن أريد أن احدد الكمية المضللة ، في صيغة السؤال قال يزيد عن يعني أكبر من إذن لا بد أن أتجه لليمين لأن الموجب أكبر من النقطة التي أوجدتها فأضلل المنطقة يمين النقطة



الآن ننظر المنطقة المضللة وأقارنها بنصف المنحنى ، هل هي أكبر من نصف المنحنى أم أصغر من نصف المنحنى ؟ المنطقة المضللة أصغر من نصف المنحنى

الآن نتحدث عن نصف منحنى وقلنا أن مجموع مساحة المنحنى هي (1) صحيح ، نصف (1) هو (0.5) وهي قيمة ثابتة في جميع التمارين

إذن نقول 0.5 - ح (ى > 1) [وضعنا علامة السالب لأن المنطقة المضللة أصغر من نصف المنحنى وهنا تكمن أهمية رسم المنحنى لذلك الرسم مهم جدا في الحل]

الآن لا بد أن أوجد قيمة الاحتمال ح (ى > 1) ، كيف ؟ نأتي للجدول السابق المعطى وننظر إلى القيم المعيارية [الصف الأول وهي قيم (ى)] نبحث عن القيمة (1) وننظر إلى قيمة الاحتمال المقابلة لهذه القيمة نجد أنها 0.3413 نعوضها ونجري عملية الجمع فنقول = 0.5 - 0.3413 = 0.1587

إذن احتمال أن يزيد عمر المصباح عن 830 ساعة هو 0.1587

الآن كيف نوجد عدد المصابيح التي يزيد عمرها عن 830 نضرب الاحتمال في حجم المجتمع 800 × 0.1587 = 126.96 بعد التقريب نقول عدد المصابيح هو 127 مصباح تقريبا [انتهى حل المطلوب الثالث]

المطلوب الرابع / عدد المصابيح التي يتراوح عمرها بين 830 ساعة ، 910 ساعة

يعني (س) أكبر من 830 وأصغر من 910 إذن

ح (830 > س > 910) نبدأ أولا بتحويل الفترتين إلى قيم معيارية بنفس القانون السابق ى = $\frac{س-\mu}{\sigma}$ فنقول

ح ($\frac{830-750}{80}$ > ى > $\frac{910-750}{80}$) نجري العمليات فتصبح النتائج ح (1 > ى > 2)

من الجدول السابق نوجد الاحتمالات للقيم المعيارية نجد أن (1 يقابله العدد 0.3413) و (2يقابله العدد 0.4772) إذن نطرح العددين (قيم الكشف) لنوجد الاحتمال نقول 0.4772 – 0.3413 = 0.1359 (إذن احتمال أن يتراوح عمر المصباح بين 830 ، 910 ساعة هو 0.1359 [كيف عرفنا أن العملية بين قيمتي الكشف طرح ؟ لأن القيمتين تشابهت في الإشارة كلاهما موجب إذن تكون العملية بينهم طرح]

الآن كيف نوجد عدد المصابيح التي يتراوح عمرها بين 830 ، 910 نضرب ناتج الاحتمال في حجم المجتمع

800 × 0.1359 = 108.72 بعد التقريب نقول عدد المصابيح هو 109 مصباح تقريبا [انتهى حل المطلوب الرابع]
وهكذا انتهى حل المثال

عذرا على الإطالة في حل المسائل ولكن لتتضح الطريقة للأغلبية

الهدف من دراسة مقرر الإحصاء التحليلي هو تعميم نتائج العينة على المجتمع ، مثلا إذا أردنا عمل دراسة عن نمط إنفاق الأسرة السعودية [على ماذا تنفق الأسرة السعودية أموالها ؟] هناك أسر يكون إنفاقها على التعليم وأسر يكون إنفاقها على المأكل والمشرب وأسر يكون إنفاقها على الصحة [طبيعي أن لا يكون الإنفاق كامل على الأكل مثلا أو الصحة لكن نقصد أن أغلب الإنفاق يكون على شيء معين ، كيف أعرف عدد الأسر التي يكون غالب إنفاقها على التعليم و كم عدد الأسر التي يكون غالب انتاجها على الصحة وهكذا]

مثال آخر / إذا أردنا عمل دراسة عن حوادث المرور في المملكة أو متوسط دخل الأسرة في المملكة أو نسبة الأمية في المملكة أو نسبة البطالة في المملكة ، كيف نجري هذه الدراسات ؟ بطريقتين :

١- إما أن نجري هذه الدراسات على جميع أفراد المجتمع وتسمى هذه الطريقة طريقة الحصر الشامل ، هذه الطريقة يعاب عليها أنها تستغرق وقت طويل لإجرائها [لأنها تجرى على جميع أفراد المجتمع فمن الطبيعي أن تستغرق وقت طويل] ويعاب أيضا على هذه الطريقة ارتفاع كلفتها ماديا وتحتاج جهد كبير .
٢- البديل لطريقة الحصر الشامل في إجراء الدراسات ، أن نجري هذه الدراسات على عينة من المجتمع ليس المجتمع كامل ثم نأخذ نتائج هذه العينة ونعممها على المجتمع ، مثال / حينما نريد معرفة متوسط دخل الفرد في السعودية إما أن نقوم بعمل دراسة شاملة لكل مواطني المملكة وهذه عملية مكلفة وصعبة ومجهدة أو أن نأخذ عينة من 100 مواطن مثلا ونحسب متوسط أجورهم ولنفرض أن متوسط الأجر في هذه العينة كان 12000 ريال ، كيف نعرف متوسط الأجور في المجتمع كامل ؟ حينما نعرف المتوسط في العينة نستطيع أن نستنتج المتوسط في المجتمع وهذا هو الهدف من دراسة الإحصاء التحليلي عن طريق بيانات العينة ، مثال آخر / نريد أن نعرف نسبة الأمية في المملكة بدلا من عمل هذه الدراسة على جميع مواطني المملكة نقوم بعمل هذه الدراسة على عينة من المواطنين مثال نأخذ عينة من 100 مواطن ونقوم بتصنيفهم يعمل أو لا يعمل ، متعلم أو غير متعلم نجد مثلا أن نسبة الأمية في هذه العينة 30% من هذه العينة أميين نستطيع أن نستنتج من هذه النسبة في العينة نسبة الأمية في المجتمع كاملا

إذن بمعرفة مقاييس العينة نستطيع استنتاج المقاييس الخاصة بالمجتمع تسمى هذه العملية تعميم نتائج العينة على المجتمع ولتعميم النتائج لدينا طريقتين :

١- تعميم باستخدام طريقة نظرية التقدير (الباب الرابع)
٢- تعميم باستخدام اختبارات الفروض الإحصائية (الباب الخامس)

الباب الرابع : نظرية التقدير

نظرية التقدير يقصد بها تقدير معالم أو مؤشرات المجتمع المجهولة عن طريق الاستعانة ببيانات العينة المتاحة والمعلومة

في نظرية التقدير لدينا أربع مواضيع بخمس قوانين [لكل موضوع من مواضيع التقدير قانون خاص فيه]

١- تقدير متوسط المجتمع [قانونه : $\mu = \bar{\text{س}} \pm \text{ى} \times (\text{ع} \div \sqrt{\text{ن}})$]

٢- تقدير النسبة في المجتمع [قانونه : $\text{ل} = \hat{\text{ل}} \pm \text{ى} \times \left(\sqrt{\hat{\text{ل}} \left(1 - \hat{\text{ل}}\right) \div \text{ن}} \right)$]

٣- تقدير الفرق بين متوسطي مجتمعين [قانونه : $(\mu_1 - \mu_2) = (\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2) \pm \text{ى} \times \sqrt{\frac{\text{ع}_1^2}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ع}_2^2}{\text{ن}_2}}$]

٤- تقدير حجم العينة [له قانونين بحسب المطلوب في السؤال

قوانين تقدير حجم العينة

إذا كان السؤال عن عينة لتقدير متوسط يكون القانون :

$\text{ن} = (\text{ى}^2 \times \sigma^2) \div \text{د}^2$

إذا كان السؤال عن عينة لتقدير نسبة يكون القانون :

$\text{ن} = (\text{ى}^2 \times \text{ل} \,(1 - \text{ل})) \div \text{د}^2$

دائما تبدأ هذه الموضوعات بكلمة تقدير ويكون السؤال عنها بكلمة قدّر

والتقديرات نوعين :

- التقدير بنقطة .
- التقدير بفترة ثقة .

مثال(١) لتقدير متوسط عمر الموظف في احدى الوزارات، سحبت عينة عشوائية من 100 موظف تبين منها ان متوسط عمر الموظف فيها 45 سنة بانحراف معياري 7 سنوات، قدر بدرجة ثقة 95% متوسط عمر الموظف في هذه الوزارة.

الحل / بدلا من إجراء التجربة على 500 موظف في هذه الوزارة سحبنا عينة (ن) [دائما العينة يرمز لها بالرمز ن] والوزارة تعتبر مجتمع لأننا أخذنا منها العينة فالمصدر الذي تؤخذ منه العينة يسمى مجتمع [أخذنا عينة طلاب من مدرسة ، المدرسة تسمى مجتمع ، أو مثلا أخذنا عينة من طلاب جامعة الجامعة تسمى مجتمع ، او مثلا أخذنا عينة من موظفي مستشفى المستشفى يسمى مجتمع وهكذا] في باب نظرية التقدير يكون الحل عن طريق ثلاث خطوات : نكتب القانون ثم نعوض بالقانون ثم نوجد الناتج ، فالمعطيات دائما جاهزة في السؤال

نكتب المعطيات / العينة حجمها 100 موظف إذن (ن = 100) متوسط عمر الموظف في العينة 45 سنة [الآن أنا اتحدث عن عينة من مجتمع لا أتحدث عن مجتمع كامل إذن المتوسط في العينة يرمز له بالرمز $\bar{س}$ وهو في هذا المثال 45 سنة ، طيب المتوسط في المجتمع كامل بماذا أرمز له ؟ نرمز له بالرمز μ وهو المطلوب ايجاده في هذا السؤال]

الانحراف المعياري (ع = 7) [رمز الانحراف المعياري للعينة هو ع ، أما رمز الانحراف المعياري إذا أردت أن اتحدث عن مجتمع كامل هو σ ، الآن أنا اتحدث عن عينة فنرمز للانحراف المعياري بالرمز ع]

إذن المعطيات : ن = 100 ، $\bar{س}$ = 45 ، ع = 7 الآن نكتب قانون تقدير المتوسط

μ = $\bar{س}$ ± ى × (ع ÷ $\sqrt{ن}$) الآن جميع القيم بالقانون معطاه في السؤال ما عدا (ى) كيف أعرف قيمة (ى) ؟ قلنا أن (ى) هي القيمة المعيارية في هذا الباب لا يوجد جدول مثل التوزيع الطبيعي في هذا الباب والباب الخامس (نظرية الفروض الإحصائية) لدينا قاعدة نحفظها وهي قيم (ى)

(ى) القيمة المعيارية في باب التقدير وباب الفروض الإحصائية لها ثلاث قيم فقط تحفظ حفظا وهي :

إما أن تكون [1.65 أو 1.96 أو 2.58] متى أعرف أي قيمة هي المطلوبة ؟ [هذه القيم حفظ]

- تكون (ى) = 1.56 عند درجة الثقة 90% [درجة الثقة نجدها بالسؤال]
- تكون (ى) = 1.96 عند درجة الثقة 95%
- تكون (ى) = 2.58 عند درجة الثقة 99%

الآن المعطيات : ن = 100 ، $\bar{س}$ = 45 ، ع = 7 ، ى = 1.96

القانون μ = $\bar{س}$ ± ى × (ع ÷ $\sqrt{ن}$)

نعوض المعطيات بالقانون فتصبح

μ = 45± 1.96 × (7 ÷ $\sqrt{100}$) نوجد أولا جذر 100 μ = $\overline{45}$ ± 1.96 × (7 ÷10)

نجري عملية القسمة 7 ÷10 = 0.7

μ = 45± 1.96 × 0.7 نجري عملية الضرب 1.96 × 0.7 = 1.372

μ = 45± 1.372 الآن مرة نجري عملية جمع 45+ 1.372 = 46.37

ومرة نجري عملية طرح 45- 1.372 = 43.62

[بشكل مختصر نستطيع الحل بالآلة وإيجاد الفترة أولا نكتب الرقم 45 ثم علامة جمع ثم الرقم 1,96 ثم علامة ضرب ثم نفتح قوس ثم نكتب الرقم 7 ثم علامة قسمة ثم علامة الجذر ثم الرقم 100 ثم نخرج من الجذر بالسهم يمين ثم نغلق القوس ثم علامة يساوي نجد الناتج يكون 46.37 (لو كان الناتج كسر نضغط زر تحويل الرقم العشري) الآن أوجدنا الفترة الأولى نوجد الفترة الثانية نكتب الرقم 45 ثم علامة طرح ثم الرقم 1,96 ثم علامة ضرب ثم نفتح قوس ثم نكتب الرقم 7 ثم علامة قسمة ثم علامة الجذر ثم الرقم 100 ثم نخرج من الجذر بالسهم يمين ثم نغلق القوس ثم علامة يساوي نجد الناتج يكون 43.62]

إذن الناتج : متوسط عمر الموظف في الوزارة يقع بين فترتين (43.62 ، 46.37) وهذا التقدير موثوق فيه بنسبة 95%

هنا الجواب كان تقدير بفترة ، طيب لو كان السؤال أوجد التقدير بنقطة ؟

النقطة تكون مساواة المتوسط الحسابي للعينة مع المتوسط الحسابي للمجتمع يعني في هذا المثال

$\bar{س}$ = 45 إذن μ = 45 [تقدير بنقطة أي له قيمة وحيدة]

الآن لنفرض في نفس السؤال تغيرت درجة الثقة فقط فأصبح ، لتقدير متوسط عمر الموظف في احدى الوزارات، سحبت عينة عشوائية من 100 موظف تبين منها ان متوسط عمر الموظف فيها 45 سنة بانحراف معياري 7 سنوات، قدر بدرجة ثقة 99% متوسط عمر الموظف في هذه الوزارة ، ماذا سيتغير بالحل ؟ تتغير فقط قيمة (ى) وتصبح 2.58

فيكون الحل المعطيات : ن = 100 ، $\bar{س}$ = 45 ، ع = 7 ، ى = 2.58

القانون μ = $\bar{س}$ ± ى × (ع ÷ $\sqrt{ن}$)

التعويض μ = 45± 2.58 × (7 ÷ $\sqrt{100}$)

[بشكل مختصر نستطيع الحل بالآلة وإيجاد الفترة أولا نكتب الرقم 45 ثم علامة جمع ثم الرقم 2.58 ثم علامة ضرب ثم نفتح قوس ثم نكتب الرقم 7 ثم علامة قسمة ثم علامة الجذر ثم الرقم 100 ثم نخرج من الجذر بالسهم يمين ثم نغلق القوس ثم علامة يساوي نجد الناتج يكون 46.80 (لو كان الناتج كسر نضغط زر تحويل الرقم العشري) الآن أوجدنا الفترة الأولى نوجد الفترة الثانية نكتب الرقم 45 ثم علامة طرح ثم الرقم 2.58 ثم علامة ضرب ثم نفتح قوس ثم نكتب الرقم 7 ثم علامة قسمة ثم علامة الجذر ثم الرقم 100 ثم نخرج من الجذر بالسهم يمين ثم نغلق القوس ثم علامة يساوي نجد الناتج يكون 43.19] إذن الناتج : متوسط عمر الموظف في الوازرة يقع بين فترتين (43.19 ، 46.80) وهذا التقدير موثوق فيه بنسبة 99%

مثال(٢) لتقدير نسبة الأمية في احدى الشركات، سحبت عينة عشوائية من 1000 عامل تبين منها ان نسبة الامية فيها 32%

١- قدر نسبة الامية في الشركة مستخدما طريقة التقدير بنقطة.
٢- قدر نسبة الامية في الشركة مستخدما طريقة التقدير بفترة ثقة 99% .

الحل / أولا نرمز للنسبة في العينة بالرمز (ل^) والنسبة في المجتمع كامل نرمز لها بالرمز (ل)

هنا نسبة الأمية في العينة هي 32% إذن (ل^ = 32%) لابد أن نعيد النسبة إلى أصلها فنقسمها على 100 تصبح 0.32

إذن ل^ = 0.32

المطلوب الأول : تقدير نسبة الأمية في الشركة كاملة (يعني مجتمع) باستخدام طريقة التقدير بنقطة (يعني قيمة وحيدة) أنا أوجدت نسبة الأمية في العينة (ل^ = 0.32) إذن نسبة الأمية في الشركة (ل = 0.32)

المطلوب الثاني : تقدير نسبة الأمية في الشركة باستخدام طريقة التقدير بفترة ثقة 99%

أولا نكتب المعطيات : العينة (ن = 1000) نسبة الأمية في العينة (ل^ = 0.32) القيمة المعيارية (ى = 2.58)

ثانيا نكتب قانون التقدير بنسبة ل = ل^ ± ى × ($\sqrt{\text{ل}^\wedge \left(1 - \text{ل}^\wedge \right) \div \text{ن}}$)

ثالثا نعوض المعطيات في القانون ل = 0.32 ± 2.58 × ($\sqrt{0.32\left(1 - 0.32 \right) \div 1000}$)

بالآلة الحاسبة نكتب الرقم 0.32 ثم علامة جمع ثم الرقم 2.58 ثم علامة ضرب ثم نفتح قوس ثم علامة جذر ثم نكتب الرقم 0.32 ثم نفتح قوس ثم نكتب الرقم 1 ثم علامة الطرح ثم الرقم 0.32 ثم نغلق القوس ثم علامة القسمة ثم الرقم 1000 ثم نخرج من الجذر بواسطة السهم يمين ثم نغلق القوس ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يصبح 0.3580 نقرب الناتج يصبح 0.36 الآن هذه الفترة الأولى نوجد الفترة الثانية

بالآلة الحاسبة نكتب الرقم 0.32 ثم علامة طرح ثم الرقم 2.58 ثم علامة ضرب ثم نفتح قوس ثم علامة جذر ثم نكتب الرقم 0.32 ثم نفتح قوس ثم نكتب الرقم 1 ثم علامة الطرح ثم الرقم 0.32 ثم نغلق القوس ثم علامة القسمة ثم الرقم 1000 ثم نخرج من الجذر بواسطة السهم يمين ثم نغلق القوس ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يصبح 0.28

إذن نسبة البطالة في الشركة تتراوح بين 0.28 ، 0.36 وهذا التقدير موثوق به بنسبة 99% [يعني أنا أثق بنتيجة دراستي بنسبة 99%]

في بعض الأحيان من المهم أن نقيس الفرق بين متوسطي مجتمعين عن طريق الفرق بين متوسطي عينتين مثلا نريد معرفة الفرق في مستوى تحصيل مادة الإحصاء بين طلاب جامعة الإمام وطلاب جامعة الملك سعود بدلا من عم اختبار موحد يشمل جميع طلاب الجامعتين تكلفني وقت وجهد وتكلفة عالية جدا نجري الدراسة على عينة من كل جامعة فنأخذ العينة (1) من جامعة الإمام والعينة (2) من جامعة الملك سعود ونوجد متوسط حساب العينتين ، الفرق بين متوسطي العينتين يعطينا الفرق بين متوسطي الجامعتين أو المجتمعين

مثال (٣) أجريت دراسة عن ظاهرة الأجور على عينتين من عمال صناعتي الورق والخشب وحصلنا على النتائج التالية: في عينة 100 عامل من عمال صناعة الورق كان متوسط الاجر اليومي 220 ريال بانحراف معياري 40 ريال وفي عينة أخرى من 100 عامل من عمال صناعة الخشب كان متوسط الاجر اليومي 180 ريال بانحراف معياري 30 ريال .

١- قدر الفرق بين متوسطي الاجر في الصناعتين مستخدما طريقة التقدير بنقطة (أو التقدير وحيد القيمة).
٢- قدر الفرق بين متوسطي الاجر في الصناعتين مستخدما طريقة التقدير بفترة ثقة 95% .

في هذا المثال الحديث عن مصانع خشب ومصانع ورق ومصانع الخشب والورق هي بالآلاف فبدلا من إجراء دراسة كبيرة جدا على هذه المصانع نأخذ عينة من كل صناعة ونجري عليها الدراسات

الحل / أولا نكتب المعطيات (طبعا هنا نتحدث عن صناعتين فالصناعة المذكورة في السؤال أولا وهي صناعة الورق نشير إليها وإلى معطياتها بالرقم 1 والصناعة المذكورة ثانيا وهي صناعة الخشب نشير إليها وإلى معطياتها بالرقم 2)

صناعة الورق (1) : حجم عينة صناعة الورق (ن$_{١}$ = 100) ، متوسط الأجر اليومي في العينة ($\overline{\text{س}}_{١}$ = 220) ، درجة الانحراف المعياري في العينة (ع$_{١}$ = 40)

صناعة الخشب (2) : حجم عينة صناعة الخشب (ن$_{٢}$ = 100) ، متوسط الأجر اليومي في العينة ($\overline{\text{س}}_{٢}$ = 180) ، درجة الانحراف المعياري في العينة (ع$_{٢}$ = 30)

المطلوب الأول / قدر الفرق بين متوسطي الأجر في الصناعتين مستخدما طريقة التقدير بنقطة (أو التقدير وحيد القيمة)

كلمة فرق بين تعني طرح عددين من بعضهما وقلنا أن التقدير بنقطة بالنسبة لحساب المتوسط هو أن μ = $\overline{س}$

يعني الفرق بين μ١ و μ٢ = الفرق بين $\overline{س١}$ و $\overline{س٢}$ ، نوجد ناتج الفرق الآن فنقول

$\overline{س١}$ - $\overline{س٢}$ = 220 – 180 = 40 إذن الفرق بين متوسطي الأجر في الصناعتين باستخدام طريقة التقدير بنقطة هو

(μ١ – μ٢ = 40 ريال) هذا حل المطلوب الأول

المطلوب الثاني / قدر الفرق بين متوسطي الاجر في الصناعتين مستخدما طريقة التقدير بفترة ثقة 95%

كتبنا المعطيات : حجم عينة صناعة الورق (ن١ = 100) ، متوسط الأجر اليومي في العينة ($\overline{س١}$ = 220) ، درجة الانحراف المعياري في العينة (ع١ = 40)

صناعة الخشب (2) : حجم عينة صناعة الخشب (ن٢ = 100) ، متوسط الأجر اليومي في العينة ($\overline{س٢}$ = 180) ، درجة الانحراف المعياري في العينة (ع٢ = 30)

الآن نوجد قيمة الدرجة المعيارية (ى) وقلنا هي ثلاث قيم نحفظها في هذا السؤال (ى = 1.96)

الآن القانون (μ١ – μ٢) = ($\overline{س١}$ - $\overline{س٢}$) ± ى × $\sqrt{\frac{ع١^2}{ن١} + \frac{ع٢^2}{ن٢}}$

نعوض القيم بالقانون فنقول (μ١ – μ٢) = (220 - 180) ± 1.96 × $\sqrt{\frac{30^2}{100} + \frac{40^2}{100}}$

أولا أوجدنا قيمة ($\overline{س١}$ - $\overline{س٢}$) = (220 - 180) = 40 إذن (μ١ – μ٢) = 40 ± 1.96 × $\sqrt{\frac{30^2}{100} + \frac{40^2}{100}}$

نوجد قيمة الجذر بالآلة نضغط الجذر ثم علامة الكسر ثم نكتب الرقم 30 ثم نرفع للأس 2 ننزل بالسهم الأسفل ونكتب الرقم 100 ثم السهم الأيمن ثم زر الجمع ثم علامة الكسر مرة أخرى ثم الرقم 40 ثم نرفع للأس 2 ثم ننزل بالسهل الأسفل ونكتب الرقم 100 ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يكون 5 إذن (μ١ – μ٢) = 40 ± 1.96 × 5

الآن نجري عملية الضرب 1.96 × 5 = 9.8 إذن (μ١ – μ٢) = 40 ± 9.8 الآن مرة نجمع ومرة نطرح لنوجد الفترة فنقول (μ١ – μ٢) = 40 + 9.8 = 49.8 ، ثم (μ١ – μ٢) = 40 - 9.8 = 30.2

إذن الفرق بين متوسط الأجر لصناعة الورق و صناعة الخشب يقع بين (30.2 ، 49.8) ريال وهذا تقدير موثوق فيه بنسبة 95%

آخر نوع من أنواع التقدير هو تحديد حجم العينة في جميع الأمثلة لدينا عينة (ن) وفي كل مثال يختلف حجم (ن) في هذه الفقرة سنعرف كيف نوجد (ن) وكيف نحددها ، تحديد حجم العينة يتوقف على ثلاثة عوامل :

- العامل الأول : درجة التباين الظاهرة في المجتمع مثلا حينما أدرس ظاهرة الأعمار أو الأطوال أو الرواتب فنقول مثلا ندرس ظاهرة الأعمار بين طلاب السنة التحضيرية هل أعمارهم قريبة من بعضها (يعني متقاربة أو متماثلة أو متجانسة) أو متباعدة عن بعضها (يعني متباينة يعني بينها فرق كبير جدا) بما أن أعمار طلاب السنة التحضيرية هي قريبة من بعضها يعني متجانسة إذن أختار عينة صغيرة لأن درجة التباين في المجتمع قليل أو

منخفض يعني لا يوجد فرق كبير بين الأعمار ، مثال آخر / عند دراسة الرواتب في إدارة الجامعة هذه الظاهرة متباينة ومتباعدة لأن الرواتب مختلفة بشكل كبير على حسب المنصب إذن نختار عينة كبيرة لأن التباين كبير **فالعلاقة بين حجم العينة ودرجة التباين علاقة طردية فكلما زاد التباين أو كبر التباين نحتاج عينة كبيرة وكلما قل التباين أو صغر التباين نحتاج عينة صغيرة (قاعدة) .**

- العامل الثاني : إذا استخدمت عينة لدراسة ما لا بد أن يقع خطأ مثلا حينما نأخذ عينة من طلاب التعليم عن بعد ونقيس متوسط العمر فنأخذ عينة من 10 طلاب مثلا نجد أن متوسط العمر لهذه العينة هو 22 سنة وحينما نأخذ عينة أخرى ونقيس متوسط العمر ستتغير النتيجة حتما فالنتيجة تتغير لتغير مفردات العينة وبالتالي تقدير القيمة في العينة دائما يحتوي على خطأ ، أخذنا عينة من 10 طلاب وحسبنا متوسط العمر حتما نجد خطأ ، طيب حينما نزيد حجم العينة فبدلا من 10 طلاب نأخذ 20 طالب مثلا ونحسب المتوسط هل نجد خطأ أم لا ؟ أيضا نجد خطأ ، لكن هل حجم الخطأ يزيد أم يقل ؟ بالطبع يقل **إذن كلما كبر حجم العينة يقل الخطأ فيها حتى يتلاشى تماما إذن العلاقة بين حجم العينة وخطأ التقدير علاقة عكسية فكلما كبر حجم العينة قل خطأ التقدير وكلما صغر حجم العينة كبر خطأ التقدير (قاعدة) .**
- العامل الثالث : درجة الثقة قلنا في باب التقدير للثقة ثلاث درجات هي 90% و 95% و 99% نلاحظ أنها إذا زادت درجة الثقة من 90 إلى 95 إلى 99 فالقيمة المعيارية لها تزيد من 1.65 إلى 1.96 إلى 2.58 ومعها يزيد حجم العينة **إذن بزيادة درجة الثقة يزداد حجم العينة فالعلاقة بين حجم العينة ودرجة الثقة علاقة طردية .**

بعد تحديد حجم العينة تستخدم في غرضين إما لحساب متوسط (مثل المثال الأول والنوع الأول) مثل متوسط طول أو متوسط وزن أو متوسط راتب أو متوسط انتاج أو لحساب نسبة (مثل المثال الثاني والنوع الثاني) مثل حساب نسبة الأمية أو حساب نسبة البطالة أو حساب نسبة الوافدين أو حساب نسبة سكان الرياض ، ولكل غرض قانون خاص به

مثال(٤) قدر حجم العينة الواجب سحبها من طلاب التعليم عن بعد وذلك لتقدير متوسط عمر الطالب بشرط الا يتجاوز الخطأ في التقدير عن 4 سنوات وبدرجة ثقة 99% على فرض ان الانحراف المعياري لأعمار الطلاب من دراسات سابقة كان 8 سنوات .

الحل / أولا نكتب المعطيات / (ن = طبعا مجهولة وهي التي سنوجد قيمتها في هذا السؤال)

الخطأ في التقدير نرمز له بالرمز (د = 4) الانحراف المعياري في المجتمع (σ = 8) ، لاحظ رمزنا للانحراف المعياري بالرمز (σ) وفي الأمثلة السابقة رمزنا له بالرمز (ع) لماذا ؟ هنا نتحدث عن مجتمع كامل فنرمز للانحراف المعياري في المجتمع بالرمز (σ) أما الانحراف المعياري في العينة نرمز له بالرمز (ع)

القيمة المعيارية سبق أن عرفنا أن القيمة المعيارية (ى) لدرجة الثقة 99% = 2.58

إذن المعطيات هي : د = 4 ، σ = 8 ، ى = 2.58

الآن في السؤال طلب حجم عينة لغرض تقدير متوسط عمر الطالب إذن الغرض حساب متوسط قانون هذا الغرض هو

ن = (ى² × σ²) ÷ د² نعوض المعطيات بالقانون فنقول ن = (2.58² × 8²) ÷ 4² بالآلة نفتح قوس أولا ثم نكتب الرقم 2.58 ثم نرفعه للأس 2 ثم علامة ضرب ثم الرقم 8 ثم نرفعه للأس 2 ثم نغلق القوس ثم علامة القسمة ثم الرقم 4 ثم نرفع للأس 2 نجد الناتج يساوي 26.62 بعد التقريب يكون الناتج 27 طالب تقريبا

مثال(٥) قدر حجم العينة الواجب سحبها من مدينة الرياض وذلك لتقدير نسبة البطالة بها بشرط الا يتجاوز الخطأ في التقدير عن 3% وبدرجة ثقة 95% على فرض ان نسبة البطالة في الرياض من دراسات سابقة كان 24%

الحل / أولا نكتب المعطيات / (ن = طبعا مجهولة وهي التي سنوجد قيمتها في هذا السؤال)

الخطأ في التقدير نرمز له بالرمز (د = 3% نقسمها على 100 لنرجعها إلى أصلها تصبح 0.03) ، القيمة المعيارية سبق أن عرفنا أن القيمة المعيارية (ى) لدرجة الثقة 95% = 1.96 النسبة في المجتمع نرمز لها بالرمز (ل) هنا نسبة البطالة 24% نقسمها على 100 لنرجعها إلى أصلها تصبح 0.24 إذن المعطيات هي : د = 0.03 ، ى = 1.96 ، ل = 0.24

الآن في السؤال طلب حجم عينة لغرض تقدير نسبة البطالة إذن الغرض حساب نسبة قانون هذا الغرض هو

ن = (ى² × ل (1 - ل)) ÷د² نعوض المعطيات بالقانون فنقول ن = (1.96² × 0.24 (1 – 0.24)) ÷0.03²

نجري العملية داخل الأقواس فنكتب بالألة الحاسبة الرقم 1.96 ثم نرفعه للأس 2 ثم علامة ضرب ثم الرقم 0.24 ثم نفتح قوس ونكتب 1 ثم علامة طرح ثم الرقم 0.24 ثم نغلق القوس يصبح ن = 0.7007 ÷0.03²

نرفع العدد 0.03 إلى الأس 2 يصبح 0.0009 يعني نقول ن = 0.7007 ÷ 0.0009 نجري عملية القسمة يصبح الناتج

ن = 0.7007 ÷ 0.0009 = 778.555 بعد التقريب يصبح الجواب 779 مواطن تقريبا

[ملاحظة : عند رفع العدد 0.03 نجد أن الناتج بالآلة يصبح 9 مضروب في عدد كيف إذا قلنا الناتج 0.0009 ، أولا نكتب 0 وعلامة فاصلة .0 ثم نرى كم العدد قبل الضرب هو الرقم 9 ثم نرى كم العدد فوق الرقم 10 هو الرقم 4 إذن لا بد أن تكون 9 في الخانة الرابعة وقبلها أصفار إذن 0.0009 لو كان العدد فوق 10 هو الرقم 5 إذن يكون العدد قبل عملية الضرب في الخانة الخامسة بعد الفاصلة يعني 0.00009 وهكذا]

مثال(٦) قدر حجم العينة الواجب سحبها من احدى الإدارات الحكومية وذلك لتقدير نسبة المتزوجين بها بشرط الا يتجاوز الخطأ في التقدير عن 2% وبدرجة ثقة 95% .

الحل / نكتب المعطيات / درجة الخطأ (د = 2% بعد قسمتها على 100 تكون 0.02) القيمة المعيارية (ى) لدرجة الثقة 95% = 1.96 الآن في السؤال طلب حجم عينة لغرض تقدير نسبة المتزوجين إذن الغرض حساب نسبة قانون هذا الغرض هو ن = (ى² × ل (1 - ل)) ÷د² [طيب هنا (ل) مجهولة لم تعطى في السؤال ، هنا إذا كانت (ل) مجهولة دائما نعوض عنها بالعدد 0.5

إذن تصبح المعطيات : د = 0.02 ، ى = 1.96 ، ل = 0.5

القانون ن = (ى² × ل (1 - ل)) ÷د² نعوض المعطيات في القانون فنقول ن = (1.96² × 0.5 (1 – 0.5)) ÷0.02²

نوجد قيمة داخل الأقواس ن = 0.9604 ÷0.02² ثم نجري عملية الرفع للأس ن = 0.9604 ÷ 0.0004 ثم نجري عملية القسمة يصبح الناتج = 2401 شخص متزوج

هذا ما يتعلق بالباب الرابع باب التقدير

قلنا أن الهدف من الإحصاء التحليلي هو تعميم نتائج العينة على المجتمع وهذا التعميم يتم بطريقتين :

١- نظرية التقدير وسبق أن شرحناها بالتفصيل باللقاء السابق .
٢- اختبارات الفروض الإحصائية .

وهذه الطريقتين تسمى أداوت الإحصاء التحليلي

الباب الخامس : اختبارات الفروض الإحصائية

لإجراء اختبار الفروض الإحصائية نتبع خمس خطوات :

١- نحدد الفرض العدمي والفرض البديل في المسألة .
٢- نوجد قيمة وسيلة الاختبار : ى المحسوبة (يعني نضع القانون ونعوض ونوجد النتيجة وهي قيمة ى المحسوبة)
٣- نوجد القيمة الجدولية : إما أن تكون معطاه في السؤال أو أن نعوضها بنفس قيم (ى) التي حفظناها سابقا وهي
- تكون (ى) = 1.56 عند درجة الثقة 90% [درجة الثقة نجدها بالسؤال]
- تكون (ى) = 1.96 عند درجة الثقة 95%
- تكون (ى) = 2.58 عند درجة الثقة 99%

٤- مقارنة (ى) المحسوبة مع (ى) الجدولية .
٥- اتخاذ القرار : وهو قبول الفرض العدمي أو رفض الفرض العدمي .

في باب اختبار الفروض الإحصائية ثلاثة قوانين

١- قانون اختبار متوسط

$ى = \frac{(\bar{س} - \mu) \times \sqrt{ن}}{ع}$ نفس القانون بصورة أخرى [$(\bar{س} - \mu) \times \sqrt{ن}$] ÷ ع] هو نفس القانون لكن بصورتين الفرق أن القسمة كانت بشكل كسر نحفظ الصورة الأسهل بالنسبة لنا]

٢- قانون اختبار نسبة

$ى = \frac{(\hat{ل} - ل) \times \sqrt{ن}}{\sqrt{ل(1-ل)}}$ نفس القانون بصورة أخرى [$(\hat{ل} - ل) \times \sqrt{ن} \div \sqrt{ل(1-ل)}$] هو نفس القانون لكن بصورتين الفرق أن القسمة كانت بشكل كسر نحفظ الصورة الأسهل بالنسبة لنا]

٣- قانون اختبار الفرق بين متوسطين

$ى = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2}}}$ نفس القانون بصورة أخرى $(\bar{س}_1 - \bar{س}_2) \div \sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2}}$] هو نفس القانون لكن بصورتين الفرق أن القسمة كانت بشكل كسر نحفظ الصورة الأسهل بالنسبة لنا]

مثال(١) أظهرت نتائج العام الماضي ان متوسط درجة النجاح في الإحصاء 75 درجة . جربت طريقة حديثة في تدريس هذا المقرر على عينة من 100 طالب ، تبين في نهاية العام ان متوسط درجة النجاح في العينة اصبح 80 درجة بانحراف معياري 5 درجات . اختبر الفرض القائل بأن هذه الطريقة الحديثة في التدريس قد حسنت من أداء الطلاب وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$ حيث القيمة الجدولية 1.65 المطلوب :

١- اكتب شكل الفرض العدمي والفرض البديل .
٢- هذا الاختبار يسمى اختبار.......
٣- قيمة وسيلة الاختبار ى.
٤- القرار الاحصائي.

الحل / أولا ننظر عن ماذا يتحدث السؤال (متوسط درجة النجاح في الإحصاء) إذن نتحدث عن متوسط

ثانيا نكتب المعطيات / بما أننا نتحدث عن متوسط حسابي في المجتمع إذن يكون الرمز μ ، دائما الرقم الأول في السؤال في باب اختبار النظرية يتحدث عن مجتمع إذن هنا μ = 75 ، (عينة من 100 طالب) إذن (ن) = 100 ، الآن بدأنا نتحدث عن عينة (متوسط درجة النجاح في العينة اصبح 80) رمز المتوسط في العينة هو $\bar{س}$ = 80 ، (بانحراف معياري 5 درجات) الانحراف المعياري في العينة يرمز له بالرمز (ع) = 5

إذن المعطيات / μ = 75 ، ن = 100 ، $\bar{س}$ = 80 ، ع = 5

نأتي للمطلوب الأول / اكتب شكل الفرض العدمي والفرض البديل

أولا / الفرض العدمي : دائما له شكل واحد وهو على حسب الرقم الأول في السؤال هنا μ = 75 إذن هذا شكل الفرض العدمي

ثانيا / الفرض البديل : الفرض البديل له ثلاث أشكال نختار واحدة منها فقط :

- إما أن يكون μ < ؟ ويسمى اختبار الطرف الأيمن (لأن علامة الأكبر للجهة اليمين يسمى اختبار طرف أيمن)[ميو أكبر من الرقم المعطى في السؤال ، لدينا في هذا المثال الرقم هو 75]
- أو يكون μ > ؟ ويسمى اختبار الطرف الأيسر (لأن علامة الأكبر للجهة اليسار يسمى اختبار الطرف الأيسر)[ميو أصغر من الرقم المعطى في السؤال ، لدينا في هذا المثال الرقم هو 75]
- أو يكون μ ≠ ؟ ويسمى اختبار الطرفين (لأنه لا يوجد أكبر وأصغر فالاختبار يجري على الطرفين) [ميو لا تساوي الرقم المعطى في السؤال ، لدينا في هذا المثال الرقم هو 75]

طيب على أي أساس نختار واحد من هذه الأشكال للفرض البديل ؟

ننظر في السؤال ، هل نجد كلمة تحتها خط ؟ إذا وجدنا كلمة تحتها خط إذن هو إما اختبار طرف أيمن أو اختبار طرف أيسر وإذا لم توجد كلمة في السؤال تحتها خط إذن هو اختبار طرفين

في هذا المثال وجدنا كلمة تحتها خط ، طيب هل الاختبار طرف أيمن أو أيسر ؟ إذا كانت الكلمة التي تحتها خط تحمل معنى إيجابي مثل (حسنّت ، زادت ، نمو ، تصاعد ، مكسب ، فاعلية ، تضخم) إذن هو اختبار طرف أيمن (أيمن + علامة اكبر من + معنى إيجابي)

إذا كانت الكلمة التي تحتها خط تحمل معنى سلبي مثل (خفضّت ، هبطت ، ساءت ، نقصت ، عجز ، خسارة ، تدني) إذن هو اختبار طرف أيسر (أيسر + علامة أصغر من + معنى سلبي)

إذن عرفنا شكل الفرض العدمي له شكل واحد μ = 75

الآن شكل الفرض البديل (يوجد في السؤال كلمة تحتها خط ولها معنى إيجابي إذن اختبار طرف أيمن) يكون الشكل البديل على الصورة μ < 75

الفرض العدمي هو : μ = 75 ، الفرض البديل هو : μ < 75 [هذا حل المطلوب الأول]

المطلوب الثاني / هذا الاختبار يسمى .... [شرحنا طريقة اختيار الفرض البديل فعرفنا أن اسم الفرض البديل في هذه المسألة هو: اختبار الطرف الأيمن [هذا حل المطلوب الثاني]

المطلوب الثالث / قيمة وسيلة الاختبار (ى)

الآن نريد القانون لنوجد قيمة (ى) المحسوبة [محسوبة يعني نحن نحسبها بالقانون ونوجد قيمتها]

هنا السؤال يتحدث عن متوسط حسابي إذن قانون اختبار المتوسط هو

$ى = \frac{(\bar{س} - \mu) \times \sqrt{ن}}{ع}$ (قلنا في المعطيات دائما الرقم الأول هو μ ، لكن في القانون يكون الأول هو $\bar{س}$)

نعوض المعطيات في القانون : ى = $\frac{(80-75) \times \sqrt{100}}{5}$ ، أولا نوجد جذر العدد 100 وهو 10 إذن $\frac{(80-75) \times 10}{5}$

انتبه عند التعويض في الآلة نبدأ بقيمة المتوسط الحسابي [نضغط علامة الكسر وفي خانة البسط نفتح قوس ونكتب الرقم 80 ثم علامة طرح ثم الرقم 75 ثم نغلق القوس ثم علامة الضرب ثم الرقم 10 ثم ننزل بالسهم الأسفل للمقام ونكتب الرقم 5 نجد أن الناتج = 10]

بطريقة أخرى بالآلة [نفتح قوسين ونكتب الرقم 80 ثم علامة الطرح ثم الرقم 75 ثم نغلق القوس ثم علامة الضرب ثم الرقم 10 ثم نغلق القوس الثاني ثم علامة القسمة ثم الرقم 5 نجد ان الناتج يساوي 10] أنت مخير بين طريقتي الحل أيهما أسهل لك نفذها

[ملاحظة : في التفريغ السابع والثامن والتاسع (التوزيع الطبيعي) تلاحظون أنني قمت بعكس القانون واختلط الأمر على البعض ، عكست القانون ليكون التطبيق بالآلة صحيح ، إذا حفظت قانون الدكتور من الملف لا بد أن تبدأ باليمين بالتعويض مثلما فعلنا في هذا المثال بدأنا بالرقم 80 ، الرجاء الانتباه لهذه النقطة]

إذن قيمة (ى) المحسوبة هي = 10 هذا هو المطلوب الثالث .

المطلوب الرابع / القرار الإحصائي : القرار الإحصائي إما أن يكون قبول الفرض العدمي أو رفض الفرض العدمي

متى نقبل ومتى نرفض ؟

- إذا كانت قيمة (ى) المحسوبة التي استخرجناها في المطلوب الثالث (ى = 10) أقل من القيمة الجدولية المذكورة في السؤال(حيث القيمة الجدولية 1.65) يكون القرار قبول الفرض العدمي
  القيمة المحسوبة أقل من القيمة الجدولية = قبول الفرض العدمي
- إذا كانت قيمة (ى) المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية المذكورة في السؤال يكون القرار رفض الفرض العدمي ، القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية = رفض الفرض العدمي

في هذا السؤال (ى) المحسوبة التي استخرجناها تساوي 10 ، القيمة الجدولية تساوي 1.65 إذن القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية يكون القرار رفض الفرض العدمي [انتهى حل المطلوب الرابع وبذلك انتهى حل المسألة كاملة]

طيب هذا القرار الذي اتخذته هل هو سليم 100% ؟ لا بالطبع به نسبة خطأ ، كم نسبة الخطأ في القرار في هذا التمرين ؟

لدينا في السؤال (مستوى معنوية 5% = α) والذي يعني نسبة الخطأ في القرار الإحصائي وهو أحد أنواع أخطاء القرار الإحصائي ، إذن هذا القرار الإحصائي يحمل خطأ بنسبة 5% إذن هو صحيح بنسبة 95% [إذا قلنا أن النسبة عبارة عن 100% و 5% منها خطأ إذن الباقي وهو 95% صحيح ، فالقرار الإحصائي صحيح بنسبة 95%]

مثال (٢) إذا كان متوسط المبيعات اليومية للعامل في احد المحال التجارية الكبرى 40 وحدة يوميا، نظمت دورة تدريبية في مهارات فن البيع وذلك على عينة من 64 عامل لمدة معينة، تبين في نهاية الدورة ان متوسط المبيعات للعامل في هذه الدورة هو 42 وحدة بانحراف معياري 9 وحدات. اختبر اثر هذه الدورات على أداء العمال وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 1\%$ حيث القيمة الجدولية 2.58 ، المطلوب :

١- اكتب شكل الفرض العدمي والفرض البديل . ٢- هذا الاختبار يسمى اختبار.......

٣- قيمة وسيلة الاختبار ى. ٤- القرار الاحصائي.

الحل / أولا المعطيات ننظر عن ماذا يتحدث السؤال (متوسط المبيعات) إذن نتحدث عن متوسط

بما أننا نتحدث عن متوسط حسابي في المجتمع إذن يكون الرمز μ ، دائما الرقم الأول في السؤال في باب اختبار النظرية يتحدث عن مجتمع إذن هنا μ = 40 ، (عينة من 64 عامل) إذن (ن) = 64 ، الآن بدأنا نتحدث عن عينة (متوسط المبيعات للعامل في هذه الدورة هو 42) رمز المتوسط في العينة هو $\bar{س}$ = 42 ، (بانحراف معياري 9 وحدات) الانحراف المعياري في العينة يرمز له بالرمز (ع) = 9

إذن المعطيات / μ = 40 ، ن = 64 ، $\bar{س}$ = 42 ، ع = 9

نأتي للمطلوب الأول / اكتب شكل الفرض العدمي والفرض البديل

أولا / الفرض العدمي : دائما له شكل واحد وهو على حسب الرقم الأول في السؤال هنا <u>μ = 40</u> إذن هذا شكل الفرض العدمي

ثانيا الفرض البديل : ننظر في السؤال ، هل نجد كلمة تحتها خط ؟ إذا وجدنا كلمة تحتها خط إذن هو إما اختبار طرف أيمن أو اختبار طرف أيسر وإذا لم توجد كلمة في السؤال تحتها خط إذن هو اختبار طرفين ، هنا لا يوجد خط تحت أي كلمة إذن هو اختبار طرفين ، ما شكل اختبار الطرفين ؟ <u>μ ≠ 40</u>

الفرض العدمي هو : <u>μ = 40</u> ، الفرض البديل هو : <u>μ ≠ 40</u> [هذا حل المطلوب الأول]

المطلوب الثاني / هذا الاختبار يسمى اختبار ....<u>يسمى اختبار الطرفين</u>

المطلوب الثالث / قيمة وسيلة الاختبار (ى)

الآن نريد القانون لنوجد قيمة (ى) المحسوبة [محسوبة يعني نحن نحسبها بالقانون ونوجد قيمتها]

هنا السؤال يتحدث عن متوسط حسابي إذن قانون اختبار المتوسط هو

$ى = \frac{(\bar{س} - \mu) \times \sqrt{ن}}{ع}$ (قلنا في المعطيات دائما الرقم الأول هو μ ، لكن في القانون يكون الأول هو $\bar{س}$)

نعوض المعطيات في القانون : ى = $\frac{\sqrt{64} \times (42-40)}{9}$ ، أولا نوجد جذر العدد 64 وهو 8 إذن $\frac{8 \times (42-40)}{9}$

انتبه عند التعويض في الآلة نبدأ بقيمة المتوسط الحسابي [نضغط علامة الكسر وفي خانة البسط نفتح قوس ونكتب الرقم 42 ثم علامة طرح ثم الرقم 40 ثم نغلق القوس ثم علامة الضرب ثم الرقم 8 ثم ننزل بالسهم الأسفل للمقام ونكتب الرقم 9 نجد أن الناتج = 1.77]

بطريقة أخرى بالآلة [نفتح قوسين ونكتب الرقم 42 ثم علامة الطرح ثم الرقم 40 ثم نغلق القوس ثم علامة الضرب ثم الرقم 8 ثم نغلق القوس الثاني ثم علامة القسمة ثم الرقم 9 نجد ان الناتج يساوي 1.77] أنت مخير بين طريقتي الحل أيهما أسهل لك نفذها

إذن قيمة (ى) المحسوبة هي = 1.77 هذا هو المطلوب الثالث .

المطلوب الرابع / القرار الإحصائي : القرار الإحصائي إما أن يكون قبول الفرض العدمي أو رفض الفرض العدمي

متى نقبل ومتى نرفض ؟

- إذا كانت قيمة (ى) المحسوبة التي استخرجناها في المطلوب الثالث (ى = 1.77) أقل من القيمة الجدولية المذكورة في السؤال (حيث القيمة الجدولية 2.58) يكون القرار قبول الفرض العدمي
  القيمة المحسوبة أقل من القيمة الجدولية = قبول الفرض العدمي
- إذا كانت قيمة (ى) المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية المذكورة في السؤال يكون القرار رفض الفرض العدمي ، القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية = رفض الفرض العدمي

في هذا السؤال (ى) المحسوبة التي استخرجناها تساوي 1.77 ، القيمة الجدولية تساوي 2.58إذن القيمة المحسوبة أقل من القيمة الجدولية يكون القرار قبول الفرض العدمي [انتهى حل المطلوب الرابع وبذلك انتهى حل المسألة كاملة]

طيب هذا القرار الذي اتخذته هل هو سليم 100% ؟ لا بالطبع به نسبة خطأ ، كم نسبة الخطأ في القرار في هذا التمرين ؟

لدينا في السؤال (مستوى معنوية 1% = α) والذي يعني نسبة الخطأ في القرار الإحصائي وهو أحد أنواع أخطاء القرار الإحصائي ، إذن هذا القرار الإحصائي يحمل خطأ بنسبة 1% إذن هو صحيح بنسبة 99% [إذا قلنا أن النسبة عبارة عن 100% و 1% منها خطأ إذن الباقي وهو 99% صحيح ، فالقرار الإحصائي صحيح بنسبة 99%]

مثال (٣) إذا كانت نسبة التدخين في احد المصانع 22% ، نظمت حملة للتوعية بمضار التدخين وذلك على عينة من 400 عامل لمدة معينة ، تبين بعدها ان نسبة المدخنين في العينة أصبحت 23% . اختبر الفرض القائل بان حملة التوعية قد خفضت من نسبة المدخنين في المصنع وذلك عند مستوى معنوية 5% = α حيث القيمة الجدولية 1.65 ، المطلوب :

١- اكتب شكل الفرض العدمي والفرض البديل .

٢- هذا الاختبار يسمى اختبار.......

٣- قيمة وسيلة الاختبار ى.

٤- القرار الاحصائي.

الحل / أولا المعطيات ننظر عن ماذا يتحدث السؤال (نسبة التدخين) إذن نتحدث عن نسبة

بما أننا نتحدث عن نسبة في المجتمع إذن يكون الرمز (ل) ، دائما الرقم الأول في السؤال في باب اختبار النظرية يتحدث عن مجتمع إذن هنا (ل) = 22% ولا بد أن نعيد النسبة إلى أصلها فنقسم 22 على 100 تصبح 0.22 ، (عينة من 400 عامل) إذن (ن) = 400 ، الآن بدأنا نتحدث عن عينة (نسبة المدخنين في العينة أصبحت 23%) رمز النسبة في العينة هو ل^ = 23% و لا بد أن نعيد النسبة إلى أصلها فنقسم 23 على 100 تصبح 0.23

إذن المعطيات / ل = 0.22 ، ن = 400 ، ل^ = 0.23

نأتي للمطلوب الأول / اكتب شكل الفرض العدمي والفرض البديل

أولا / الفرض العدمي : دائما له شكل واحد وهو على حسب الرقم الأول في السؤال عندما كنا نتحدث عن متوسط كان شكل الفرض العدمي هو $\underline{\mu = 40}$ الآن نتحدث عن نسبة إذن سيكون شكل الفرض العدمي عن نسبة لمجتمع فيكون شكل الفرض العدمي هو ل = 0.22

ثانيا الفرض البديل : ننظر في السؤال ، هل نجد كلمة تحتها خط ؟ إذا وجدنا كلمة تحتها خط إذن هو إما اختبار طرف أيمن أو اختبار طرف أيسر وإذا لم توجد كلمة في السؤال تحتها خط إذن هو اختبار طرفين ، هنا وجدنا كلمة تحت خط وحملت معنى سلبي إذن هو اختبار طرف أيسر

إذن عرفنا شكل الفرض العدمي له شكل واحد <u>ل = 0.22</u>

الآن شكل الفرض البديل (يوجد في السؤال كلمة تحتها خط ولها معنى سلبي إذن اختبار طرف أيسر) يكون الشكل البديل على الصورة <u>ل < 0.22</u>

الفرض العدمي هو : <u>ل = 0.22</u> ، الفرض البديل هو : <u>ل < 0.22</u> [هذا حل المطلوب الأول]

المطلوب الثاني / هذا الاختبار يسمى اختبار ....<u>يسمى اختبار الطرف الأيسر</u>

المطلوب الثالث / قيمة وسيلة الاختبار (ى)

الآن نريد القانون لنوجد قيمة (ى) المحسوبة [محسوبة يعني نحن نحسبها بالقانون ونوجد قيمتها]

هنا السؤال يتحدث عن نسبة إذن قانون اختبار النسبة هو $ى = \frac{\sqrt{ن}\times(\hat{ل} - ل)}{\sqrt{ل(1-ل)}}$

نعوض المعطيات بالقانون فنقول : ى = $\frac{\sqrt{400}\times(0.22-0.23)}{\sqrt{(0.22-1)\,0.22}}$ الآن نوجد جذر العدد 400 وهو 20 إذن نقول

$\frac{20\times(0.22-0.23)}{\sqrt{(0.22-1)\,0.22}}$ الآن نجري العملية الموجودة في المقام فنوجد قيمة (1 – 0.22) = 0.78 ثم نضرب

0.22 × 0.78 = 0.1716 الآن نوجد جذر $\sqrt{0.1716}$ = 0.414 هذه قيمة المقام إذن

$\frac{20\times(0.22-0.23)}{0.414}$ = الآن بالآلة الحاسبة نضغط علامة الكسر ثم في الكسر نفتح قوس ونكتب الرقم 0.23 ثم علامة الطرح ثم الرقم 0.22 ثم نغلق القوس ثم نضغط علامة الضرب ثم الرقم 20 ثم ننزل بالسهم الأسفل للمقام ونكتب الرقم 0.414 ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يكون 0.483

بطريقة أخرى بالآلة نفتح قوسين ونكتب الرقم 0.23 ثم علامة الطرح ثم الرقم 0.22 ثم نغلق القوس ثم نضغط علامة الضرب ثم الرقم 20 ثم نغلق القوس الآخر ثم علامة القسمة ثم الرقم 0.414 ثم علامة يساوي نجد أن الناتج يكون 0.483

أنت مخير بين طريقتي الحل أيهما أسهل لك نفذها

إذن قيمة (ى) المحسوبة هي = 0.483 هذا هو المطلوب الثالث .

المطلوب الرابع / القرار الإحصائي : القرار الإحصائي إما أن يكون قبول الفرض العدمي أو رفض الفرض العدمي

متى نقبل ومتى نرفض ؟

- إذا كانت قيمة (ى) المحسوبة التي استخرجناها في المطلوب الثالث (ى = 0.483) أقل من القيمة الجدولية المذكورة في السؤال (حيث القيمة الجدولية 1.65) يكون القرار قبول الفرض العدمي
القيمة المحسوبة <u>أقل</u> من القيمة الجدولية = <u>قبول</u> الفرض العدمي
- إذا كانت قيمة (ى) المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية المذكورة في السؤال يكون القرار رفض الفرض العدمي ، القيمة المحسوبة <u>أكبر</u> من القيمة الجدولية = <u>رفض</u> الفرض العدمي

في هذا السؤال (ى) المحسوبة التي استخرجناها تساوي 0.483 ، القيمة الجدولية تساوي 1.65 إذن القيمة المحسوبة أقل من القيمة الجدولية <u>يكون القرار قبول الفرض العدمي</u> [انتهى حل المطلوب الرابع وبذلك انتهى حل المسألة كاملة]

طيب هذا القرار الذي اتخذته هل هو سليم 100% ؟ لا بالطبع به نسبة خطأ ، كم نسبة الخطأ في القرار في هذا التمرين ؟

لدينا في السؤال (مستوى معنوية $\alpha = 5\%$) والذي يعني نسبة الخطأ في القرار الإحصائي وهو أحد أنواع أخطاء القرار الإحصائي ، إذن هذا القرار الإحصائي يحمل خطأ بنسبة 5% إذن هو صحيح بنسبة 95% [إذا قلنا أن النسبة عبارة عن 100% و 5% منها خطأ إذن الباقي وهو 95% صحيح ، فالقرار الإحصائي صحيح بنسبة 95%]

مثال (٤) تنتج احدى الشركات نوعين من البطاريات الجافة، سحبت عينة عشوائية من 150 بطارية من النوع الأول تبين منها ان متوسط عدد ساعات التشغيل 350 ساعة بانحراف معياري 60 ساعة ، ومن النوع الثاني سحبت عينة من 200 بطارية تبين منها ان متوسط عدد ساعات التشغيل 330 ساعة بانحراف معياري 80 ساعة . اختبر الفرض القائل بعدم وجود فروق حقيقية بين النوعين وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$ حيث القيمة الجدولية 1.96. المطلوب :

١- اكتب شكل الفرض العدمي والفرض البديل .
٢- هذا الاختبار يسمى اختبار.......
٣- قيمة وسيلة الاختبار ى.
٤- القرار الاحصائي.

الحل / الحل / أولا المعطيات ننظر عن ماذا يتحدث السؤال (نوعين من البطاريات الجافة) إذن نتحدث عن مجتمعين إذن سيكون الحديث عن فرق بين متوسطين معنى ذلك أننا سنتحدث عن معطيات مجتمع رقم 1 وهو النوع الأول ومعطيات مجتمع رقم 2 وهو النوع الثاني

معطيات النوع 1 : (سحبت عينة عشوائية من 150 بطارية) إذن ن١ = 150 ، (متوسط عدد ساعات التشغيل 350 ساعة) بالطبع نتحدث عن عينة إذن نريد هنا متوسط العينة وهو $\overline{\text{س١}}$ = 350 ، (بانحراف معياري 60 ساعة) أيضا نتحدث عن عينة إذن الانحراف المعياري للعينة هو ع١ = 60

معطيات النوع 2 : (سحبت عينة من 200 بطارية) إذن ن٢ = 200 ، (متوسط عدد ساعات التشغيل 330 ساعة) بالطبع نتحدث عن عينة إذن نريد هنا متوسط العينة وهو $\overline{\text{س٢}}$ = 330 ، (بانحراف معياري 80 ساعة) أيضا نتحدث عن عينة إذن الانحراف المعياري للعينة هو ع٢ = 80

إذن المعطيات : ن١ = 150 ، $\overline{\text{س١}}$ = 350 ، ع١ = 60

ن٢ = 200 ، $\overline{\text{س٢}}$ = 330 ، ع٢ = 80

نأتي للمطلوب الأول / اكتب شكل الفرض العدمي والفرض البديل

أولا / الفرض العدمي : دائما له شكل واحد وهو على حسب الرقم الأول في السؤال عندما كنا نتحدث عن متوسط كان شكل الفرض العدمي هو <u>µ = 40</u> وعندما تحدثنا عن نسبة كان شكل الفرض العدمي عن نسبة لمجتمع هو ل = 0.22 الآن نتحدث عن فرق بين متوسطين إذن سيكون شكل الفرض العدمي هو : µ١ = µ٢

ثانيا الفرض البديل : ننظر في السؤال ، هل نجد كلمة تحتها خط ؟ إذا وجدنا كلمة تحتها خط إذن هو إما اختبار طرف أيمن أو اختبار طرف أيسر وإذا لم توجد كلمة في السؤال تحتها خط إذن هو اختبار طرفين ، هنا لا يوجد خط تحت أي كلمة إذن هو اختبار طرفين إذن يكون شكل الفرض البديل نفس الفرض العدمي ولكن بدلا من علامة = تكون علامة ≠

الفرض العدمي هو : <u>µ١ = µ٢</u>، الفرض البديل هو : <u>µ ≠ µ٢</u> [هذا حل المطلوب الأول]

المطلوب الثاني / هذا الاختبار يسمى اختبار ....<u>يسمى اختبار الطرفين</u>

المطلوب الثالث / قيمة وسيلة الاختبار (ى)

الآن نريد القانون لنوجد قيمة (ى) المحسوبة [محسوبة يعني نحن نحسبها بالقانون ونوجد قيمتها]

هنا السؤال يتحدث عن فرق بين متوسطين إذن قانون اختبار الفرق بين متوسطين هو ى = $\frac{\bar{س_١} - \bar{س_٢}}{\sqrt{\frac{ع_١^2}{ن_١} + \frac{ع_٢^2}{ن_٢}}}$

نعوض المعطيات بالقانون ى = $\frac{330-350}{\sqrt{\frac{80^2}{200}+\frac{60^2}{150}}}$ = نجري عملية الطرح في البسط تصبح $\frac{20}{\sqrt{\frac{80^2}{200}+\frac{60^2}{150}}}$

نجري العمليات نرفع العدد60 للأس 2 تصبح 3600 نقسم 3600 على 150 = 24

ثم نرفع العدد 80 للأس 2 تصبح 6400 نقسم 6400 على 200 = 32

نجمع 24 + 32 = 56 نوجد الجذر $\sqrt{56}$ = 7.48 الآن نقسم $\frac{20}{7.48}$ = 2.564 بعد التقريب يكون الجواب 2.7

إذن قيمة (ى) المحسوبة هي = 2.7 هذا هو المطلوب الثالث .

المطلوب الرابع / القرار الإحصائي : القرار الإحصائي إما أن يكون قبول الفرض العدمي أو رفض الفرض العدمي

متى نقبل ومتى نرفض ؟

- إذا كانت قيمة (ى) المحسوبة التي استخرجناها في المطلوب الثالث (ى = 2.7) أقل من القيمة الجدولية المذكورة في السؤال (حيث القيمة الجدولية 1.96) يكون القرار قبول الفرض العدمي
  القيمة المحسوبة <u>أقل</u> من القيمة الجدولية = <u>قبول</u> الفرض العدمي
- إذا كانت قيمة (ى) المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية المذكورة في السؤال يكون القرار رفض الفرض العدمي ، القيمة المحسوبة <u>أكبر</u> من القيمة الجدولية = <u>رفض</u> الفرض العدمي

في هذا السؤال (ى) المحسوبة التي استخرجناها تساوي 2.7 ، القيمة الجدولية تساوي 1.96 إذن القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية <u>يكون القرار رفض الفرض العدمي</u> [انتهى حل المطلوب الرابع وبذلك انتهى حل المسألة كاملة]

طيب هذا القرار الذي اتخذته هل هو سليم 100% ؟ لا بالطبع به نسبة خطأ ، كم نسبة الخطأ في القرار في هذا التمرين ؟

لدينا في السؤال (مستوى معنوية α = 5%) والذي يعني نسبة الخطأ في القرار الإحصائي وهو أحد أنواع أخطاء القرار الإحصائي ، إذن هذا القرار الإحصائي يحمل خطأ بنسبة 5% إذن هو صحيح بنسبة 95% [إذا قلنا أن النسبة عبارة عن 100% و 5% منها خطأ إذن الباقي وهو 95% صحيح ، فالقرار الإحصائي صحيح بنسبة 95%]

في آخر اللقاء قام الدكتور بحل الجزء النظري من أسئلة الباب الأخير نذكرها للفائدة

س(١):ضع علامة صح أو خطأ أمام العبارات التالية ، مع تصحيح العبارة الخطأ:

١- اختبارات الفروض الإحصائية هي إحدى أدوات الإحصاء التحليلي . √

٢ -فترات الثقة واختبارات الفروض الإحصائية هما أدوات الإحصاء التحليلي . √

٣ - الفروض الإحصائية نوعان : فرض عدمي وفرض بديل .√

٤ - مستوى المعنوية هو احد أنواع أخطاء القرار الإحصائي.√

٥ - يرمز لمستوى المعنوية بالرمز α .√

٦ - مستوى المعنوية α هو التباين .×

مستوى المعنوية هو نسبة الخطأ في القرار الإحصائي

٧ - القيم الجدولية : 1.96 ، 2.58 هي قيم مستخرجة من جدول توزيع ذو الحدين .×

القيم الجدولية : 1.96 ، 2.58 هي قيم مستخرجة من جدول التوزيع الطبيعي

تم بحمد الله وبفضل منه وتوفيق الانتهاء من مقرر الإحصاء التحليلي لطلاب وطالبات كلية الاقتصاد والعلوم الإدارية المستوى الثاني للعام الدراسي ١٤٣٦-١٤٣٧ هـ

ختاما لا يسعني إلا أن أقول أن هذه التفريغات هي جهد شخصي فما كان فيها من صواب فمن الله وحده وما كان فيها من خطأ فمن نفسي والشيطان

وأشكر كل من دعا لي وأسعدني بحروفه وكلماته سواء في المنتدى أو في ظهر الغيب كما أشكر من سددني حين أخطأت شكرا لصبركم رغم تأخيري دائما أسأل الله العلي القدير لي ولكم التوفيق والسداد في الدنيا والآخرة

أختكم / سارة الناصر