

بسم الله الرحمن الرحيم

مختصر مقرر مبادئ الإحصاء

تعريف علم الإحصاء :

هو العلم أو مجموعة القواعد والطرق والنظريات التي تهتم بجمع البيانات وتبويبها وعرضها بيانياً ثم تحليلها وتفسيرها وإجراء المقارنات واستنتاج العلاقات بهدف استخدامها في اتخاذ القرارات المناسبة .

من هذا التعريف نستنتج الملاحظات التالية :

- ١/ أن المراحل الأساسية للعملية الإحصائية هي ٤ مراحل : جمع البيانات / تبويبها / العرض البياني لها / تحليلها .
- ٢/ الهدف الأساسي من العملية الإحصائية هو تحليل البيانات وتفسيرها .
- ٣/ يمكن تطبيق عملية الإحصاء في مختلف المجالات .
- ٤/ أن البيانات هي المجال الرئيسي لمراحل علم الإحصاء .

أنواع البيانات:

البيانات الكمية		البيانات الوصفية	
ب/ بيانات كمية منقطعة :	أ/ بيانات كمية متصلة :	ب/ بيانات وصفية	أ/ بيانات وصفية اسمية :
وهي التي تأخذ قيماً منقطعة عن بعض مثلاً (عدد أفراد الأسرة أسرة أفرادها ٤ وأسرة أفرادها ٨ وهكذا) وممكن لا يكون هناك أسرة عدد أفرادها ما بين ال ٤ وال ٨ ، إذا البيانات هنا منقطعة ، ومثله عدد الغرف في المباني	وهي التي تأخذ جميع القيم داخل نطاق معين مثلاً (أعمار عمال مصنع من ٢٠ إلى ٦٠) يعني قبل العشرين المصنع ما يوظف وبعد ال ٦٠ عادة التقاعد ، فالقيم هنا ما بين ال ٢٠ وال ٦٠ ، ومثل درجات الطلاب	ترتيبية : مثل التقديرات (ممتاز ، جيد) ، بمعنى إنها ترتب الممتاز في الأول ثم الجيد جداً ثم الجيد وهكذا .	مثل تصنيف المواليد (ذكور إناث) وتصنيف أماكن تواجد الإدارات (الشرقية/الوسطى) نصفها بالاسم..

والبيانات الكمية يعبر عنها بأرقام ، ويمكن ترتيبها تصاعدياً و تنازلياً ، وكذلك يمكن إجراء العمليات الحسابية عليها...

جمع البيانات:

١. هي المرحلة الأولى من مراحل علم الإحصاء وهي المرحلة الأساسية والمهمة.
٢. تعتبر أكثر تكلفة وأكثر جهد.
٣. يُنشأ لها أجهزة ومؤسسات متخصصة.

مصادر البيانات:

١/ المصادر التاريخية :

وتشمل الإحصاءات والنشرات الإحصائية التي تصدرها المؤسسات الحكومية والخاصة والأهلية لتبين أوجه التغير والتطور في المجال الذي تختص به هذه المؤسسات. وهذه البيانات هي من مسؤولية هذه الشركة أو المؤسسة.

ونلاحظ على هذا المصدر :

١. عدم توفر جميع البيانات . (لا تغطي جميع أوجه البحث)
٢. قد تكون قديمة . (لم تحدث)
٣. قد تكون غير دقيقة ، وقد تكون من جهة غير موثوق فيها (الغرض من البيانات الدعاية فقط) .
٤. قد تكون البيانات المنشورة لا تغطي جميع جوانب البحث .

٢ / المصادر الميدانية للبيانات:

يلجأ الباحث لجمع البيانات بنزوله للميدان للبحث أو عن طريق الاستبيانات الخاصة ويحصل منهم على البيانات مباشرة، ويمكن أن يشمل أفراداً أو أجزاءً أو أن يشمل عينة من الإطار . (يقوم هو بنفسه بجمع البيانات وتعبئة الاستبيانات) .

أساليب البحث الميداني:

أ/ الحصر الشامل .

ب/ أخذ عينه .

أ / المجتمع الإحصائي (الحصر الشامل):

وهو جميع المفردات التي يجمعها إطار معين ، أو مجموعة من الخصائص المشتركة العامة . (مثل عدد خلايا في شعبة) .

يلاحظ عليه :

- الشمول .
- تنوع المجتمعات الإحصائية (بشري ، نباتي ، حيواني) .
- المجتمع الإحصائي قد يكون محدود أو غير محدود . (محدود بقاعة معينة بكلية مثلاً وقد يكون غير محدود) .
- جميع أفراد المجتمع يجمعهم إطار معين وخصائص معينة .

مزايا الحصر الشامل:

- يوفر المعلومات الدقيقة عن جميع أفراده .
- نتائجه نهائية ، لا تحتاج إلى معادلة أو تعديل .

عيوبه:

- طول الوقت .
- جهود كبيرة .
- تكاليف كبيرة .
- في بعض الحالات قد يؤدي إلى تلف جميع مكونات المجتمع .

ب / أخذ عينه :

نختار جزء من المجتمع لأخذ عينات وعمل البحث.

مزاياه/

- توفير الوقت والجهد والمال .
- يوفر عليك عملة الإتلاف ، وتعمل على جزء معين .

عيوبه/

- عدم دقة النتائج (قد يكون لديك ٣ آلاف طالب وأنت تعمل البحث على ١٠٠ طالب).
- قد لا تكون نهائية .
- العينات لا تصلح في بعض الحالات .

العرض الجدولي للبيانات الوصفية :

ألوان سيارات 20 طالبا (أبيض.أسود.أزرق.أبيض.أحمر.ذهبي.أسود.أبيض.أزرق.أبيض.أزرق.فضي.أسود.أبيض.ذهبي.أحمر.أبيض.ذهبي.أسود.أبيض.أسود.ذهبي).

توزيع ألوان سيارات ٢٠ طالبا (عنوان الجدول)

اللون	العلامات	عدد السيارات أو التكرار ورمزه (ك) أو F
أبيض	١ (يتوسطه خط يعني حزمة عدد ٥)	6
أسود		4
أزرق		3
أحمر		2
ذهبي		4
فضي		1
المجموع		20

اللون	التكرار (ك) (f)	التكرار النسبي = $\sum f \div f$	التكرار النسبي = $f \div \sum f \times 100$
-------	-----------------	----------------------------------	---

30%	٠,٣	6	ابيض
20%	٠,٢	4	اسود
15%	٠,١٥	3	ازرق
10%	٠,١	2	احمر
20%	٠,٢	4	ذهبي
5%	٠,٠٥	1	فضي
100	$\sum f$ (المجموع الكلي للتكرارات)	20	المجموع

(مثال آخر) الحالة الاجتماعية والتعليمية ل ٥٠ موظفاً في مصنع

المجموع	الابتدائي	يقرأ أو يكتب	أمي	التعليم الحالة الاجتماعية
15	7	5	3	أعزب
20	5	7	8	متزوج
9	2	3	4	أرمل
6	----	2	4	مطلق
50	14	17	19	المجموع

العرض الجدولي للبيانات الكمية

العرض للبيانات الكمية المتقطعة

فعدت دراسة عدد أفراد (٢٠) أسره حصل الباحث على الإعداد الآتية: (٢٣٣٤٤٥٣٥٢٥٦٦٤٣٦٤٦٣٧٧)

التكرار عدد الأسرة	العلامات	حجم الأسرة
2		2
5		3
4		4
3		5
4		6
2		7
20		

عرض البيانات الكمية المتصلة

دراسة لأعمار (٣٠) مراجعا لأحد المراكز الصحية حصل الباحث على الأرقام التالية :
 (٩/١٩/٢١/١٥/١٠/٨/٢٣/٢٧/٩/١٨/١٣/١١/٢٣/١٩/١٦/١٤/٢٠/١٦/٥/١٨/٢٣/٦/٢٦/١٠/١٧/١٢/٢٠/١٧/٩/٤)
 هنا لابد من تكوين الفئات أو المجموعات التي تدرج تحتها الأرقام السابقة وتصميم الفئات مسألة راجعه للباحث ويمكن
 أن نسترشد بالمدى وهو الفرق بين أكبر قيمه وأصغر قيمة المدى = ٢٧ - ٤ = ٢٣
 طول الفئة = المدى ÷ عدد الفئات = ٢٣ ÷ ٦ + ٣.٨ تقريباً ٤ .
 لا بد أن يكون أقل رقم ضمن الفئة الأولى ، وأعلى رقم ضمن الفئة الأخيرة .
 لا يلزم أن نبدأ بأقل رقم بل ممكن أن نبدأ بأقل منه مثل من ٠ إلى ٤ أو من ٢ إلى ٦ ، وكذلك لا يلزم أن يكون أعلى رقم
 هو حد الفئة الأخيرة .
 يوجد الفئة المفتوحة من الأسفل : مثل الفئة الأولى ١٢ فأقل ، أو من الأعلى مثل : ٢٤ فأكثر

التكرار النسبي	التكرار المئوي	التكرار	العلامات	الفئات
15%	٠,١	٣		٤ إلى أقل من ثمانية ٨
32%	٠,٢٣	٧		٨ - (الشرطة تعني أقل من)
13%	٠,١٣	٤		١٢ -
27%	٠,٢٣	٨		١٦ -

20%	٠,٢	٦	١ IIII	- ٢٠
6.7%	٠,٠٦٧	٢	II	٢٨ - ٢٤
		٣٠		المجموع

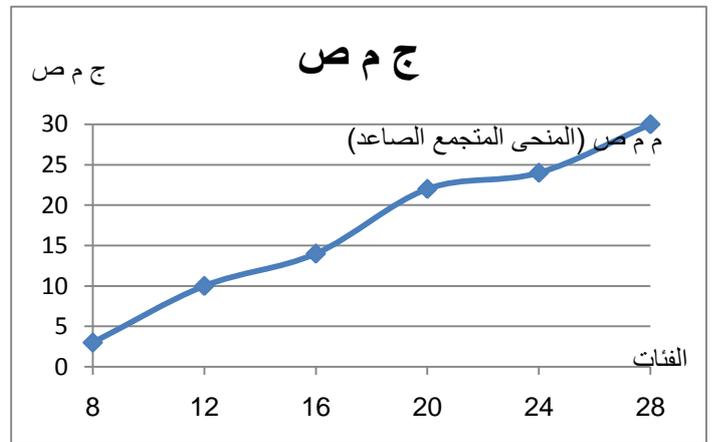
مركز الفئة = الحد الأدنى + الحد الأعلى ÷ ٢

التكرار النسبي	مركز الفئة رمزه (X)	التكرار	الفئات
15%	$6 = 2 \div 12 = 8 + 4$	٣	٤ إلى أقل من ثمانية ٨
32%	١٠	٧	٨ - (الشرطة تعني أقل من)
13%	١٤	٤	- ١٢
27%	١٨	٨	- ١٦
20%	٢٢	٦	- ٢٠
6.7%	٢٦	٢	٢٨ - ٢٤
		٣٠	المجموع

الجدول المتجمع الصاعد (ج م ص):

وهو عبارة عن جمع متتالي للتكرارات في كل فئة والتي قبلها ، وتكون آخر فئة هي عبارة عن مجموع التكرارات

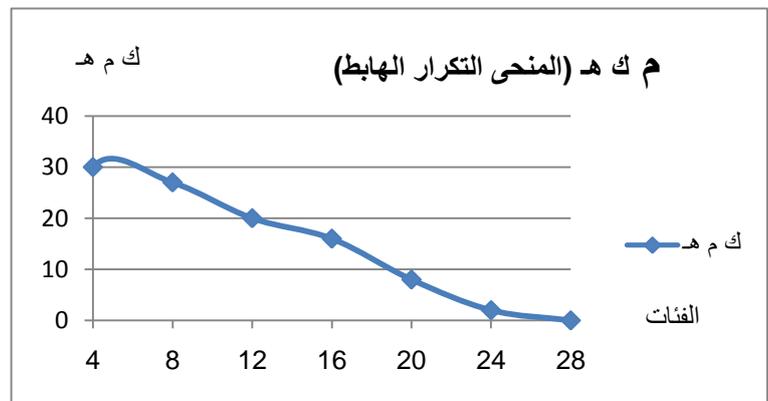
ج م ص	الحدود العليا للفئات
3	أقل 8 (الفئة الأولى فقط)
10	أقل من 12 (الفئة الثانية والتي قبلها)
14	أقل من 16 (الفئة الثالثة والتي قبلها)
22	أقل من 20 (الفئة الرابعة والتي قبلها)
28	أقل من 24 (الفئة الخامسة والتي قبلها)
30	أقل من 28 (نفس المجموع الكلي)



التكرار المتجمع الهابط (ك م هـ):

في الفئة الأولى يكون المجموع الكلي ، وفي باقي الفئات نطرح عدد التكرار في التي قبلها ، كما أن الفئة الأخيرة يكون العدد صفر . (ويمكن رسم منحنى الجدول المتجمع الصاعد ، ومنحنى التكرار المتجمع الهابط في نفس الرسم البياني) .

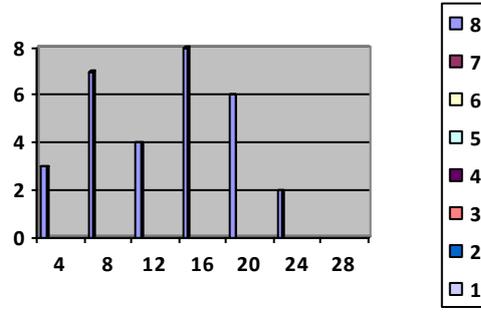
ك م هـ	أكبر من
	2
30 (نفس المجموع الكلي)	4
27 (جميع الفئات إلا الأولى)	8
20 (جميع الفئات إلا الأولى والثانية)	12
16	16
8	20
2	24
0	28



العرض البياني للبيانات:

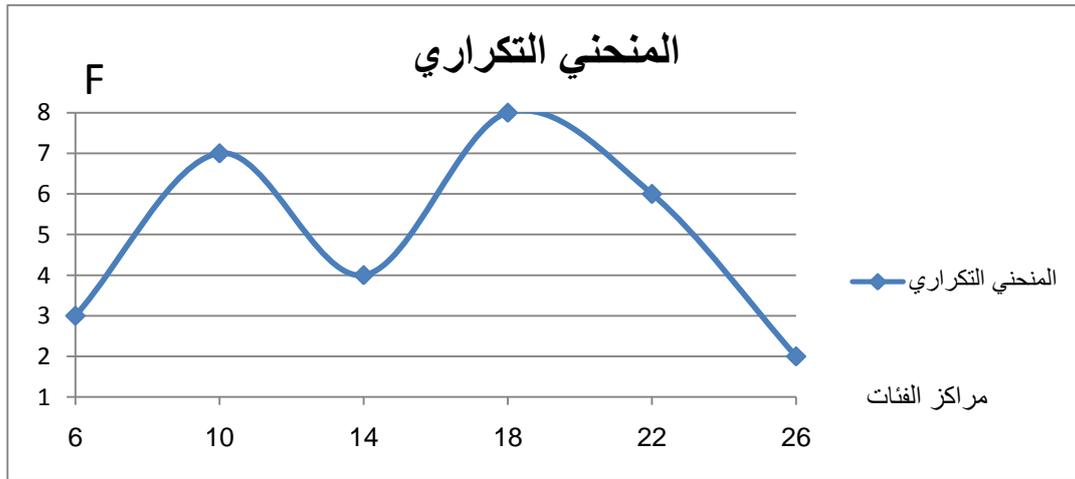
١ / الأعمدة البيانية:

تكون قاعدة الأعمدة (الأفقية) الفئات ، ويكون الارتفاع (العامودي) تكرار الفئة



٢/ المنحنى التكراري

يمثل العلاقة بين مراكز الفئات ، المحور الأفقي يمثل مراكز الفئات ، والعمودي التكرارات .
المضلع تكون زوايا ، والمنحنى لا يكون زوايا . كما يمكن رسم المضلع التكراري بنفس جدول الأعمدة البيانية .

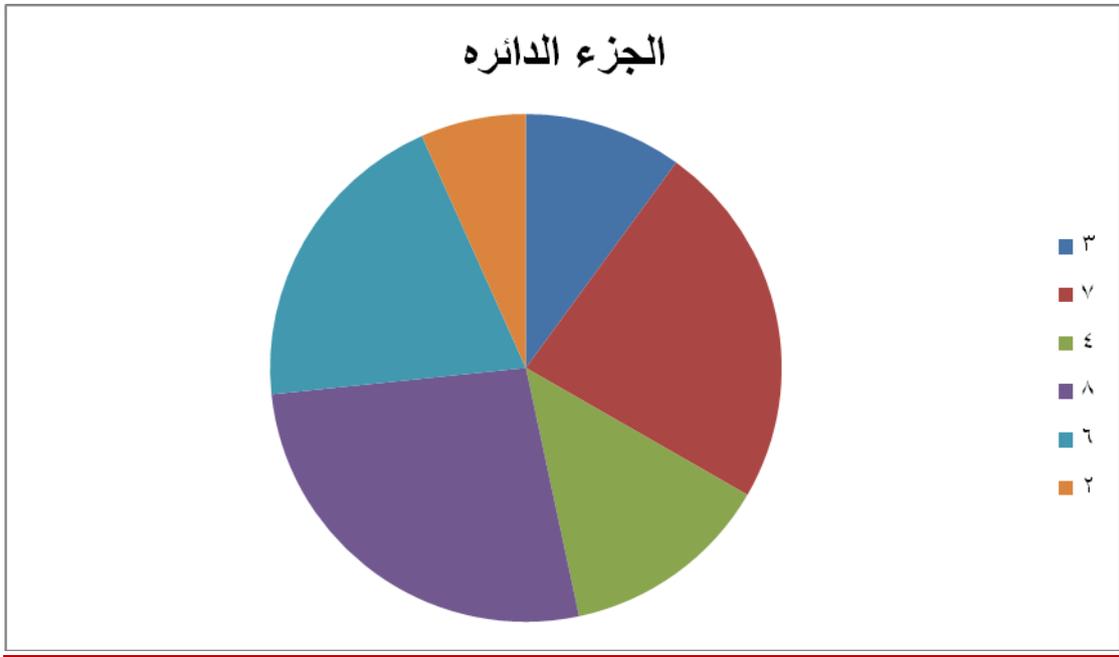


٣/ أجزاء الدائرة

قاعدة حساب جزء الدائرة هي : $360 \div \sum f \times f$ ($360 \div$ مجموع التكرارات \times تكرار كل فئة)
في مثالنا السابق يكون جزء الدائرة = $360 \div 30 = 12$ ، ثم $12 \times$ تكرار كل فئة كالتالي :

الفئات	التكرار : ك : (F)	جزء الدائرة
4	3	درجة $36 = 3 \times 12$
8	7	درجة 84
12	4	درجة 48
16	8	درجة 96
20	6	درجة 72
24-28	2	درجة 24
	$\sum f$ 30 (مجموع التكرارات)	360 (مجموع زوايا الدائرة)

الجزء الدائره



المتوسطات

الوسط الحسابي : ورمزه : \bar{X}

هو : القيمة التي لو حلت محل جميع القيم لم يتغير مجموعها .
أ/ البيانات غير المبوبة مثل (٢،٤،٧) ..
ب/ البيانات المبوبة : تكون على شكل فئات وتكرارات مثل الجدول المقابل .

الفئات	(F)
5	2
10	3
15	8

قاعدة حساب الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة هي : مجموع القيم ÷ عددها
 $\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$

بحيث إن $\sum x$ هي مجموع القيم ، و n هي عدد القيم ، مثال الوسط الحسابي ل (٢،٤،٦) هو : $4 = 3 \div 12$

قاعدة حساب الوسط الحسابي للبيانات المبوبة بدون فئات (على شكل قيم وتكرارات) .
مثال : الوسط الحسابي لأعمار الطلاب :

العمر X	عدد F	FX العمر x عدد الطلاب
13	7	91 = 13 x 7
14	11	154 = 14 x 11
15	7	105
	25	$\sum fx$ 350

$$\bar{X} = \frac{350}{25} = 14$$

فيكون الوسط الحسابي لأعمار الطلاب هو :

مثال حساب المعدل التراكمي :

أولاً : يجب تحديد كل من f و x ، ثم نحدد fx

المادة	النقاط X	عدد الساعات F	FX
الجزئي	3,5	3	10,5
الإحصاء	4,5	2	9
النحو	4	1	4

12	3	4	المحاسبة
35,5	9		المجموع

$$\bar{X} = \frac{35,5}{9} = 3,94$$

$$\bar{X} = \frac{\sum f x}{\sum f}$$

ثم نحسب الوسط الحسابي =

FX	X	التكرار F	الفئات
13	3	4	-2
30	5	6	-4
21	7	3	-6
81	9	9	-8
44	11	4	-10
52	13	4	12-14
240		30	المجموع

قاعدة الوسط الحسابي للبيانات المبوبة بفئات :
(مجموع القيم ÷ عددها) بعد استخدام مركز الفئة
X هنا هي مركز الفئة

$$\bar{X} = \frac{\sum f x}{\sum f} \quad 8 = 30 \div 240 = \text{الوسط الحسابي}$$

$$\sum (x - \bar{x}) = 0$$

خصائص الوسط الحسابي:-

أ/ مجموع الانحرافات عن الوسط الحسابي يساوي صفر
فمثلاً لو قلنا إن الوسط الحسابي للمثال أدناه هو 6 ، فيكون كالتالي :

x	$x - \bar{x}$
4	2- = 6-4
6	0 = 6-6
8	2 = 6-8
	المجموع صفر

ب/ مجموع مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يكون اقل ما يمكن $\sum (x - \bar{x})^2$

x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
4	-2	4
6	0	0
2	2	4
المجموع	0	8

ج/ لو أجرينا العمليات الحسابية على جميع الأرقام فإن الوسط الحسابي الجديد هو الوسط الحسابي للأرقام الأصلية مع إجراء نفس عملية الحسابية. (أي نفس العملية التي نجريها على الأرقام نجريها على الوسط الحسابي) .

X	X+2	2-X	2÷X	2÷X
---	-----	-----	-----	-----

4	6	2	8	2
6	8	4	12	3
8	10	6	16	4
6 الوسط الحسابي	8	4	12	3

ملاحظه حول الوسط الحسابي :

- ١ . يحسب للبيانات الكمية فقط .
- ٢ . تعريفه دقيق ويعطي قيمة واحده فقط .
- ٣ . يسهل التعامل معه جبرياً .
- ٤ . جميع الأرقام تدخل في حساب الوسط الحسابي .
- ٥ . يتأثر الوسط الحسابي بالقيم الشاذة . (مثل لو حسبنا معدل درجات الطلاب وكان هناك مجموعة قليلة حصلوا على صفر فإن هذه الأرقام تؤثر على تدني الوسط الحسابي) .
- ٦ . لا يمكن حسابه في ظل وجود خانات مفتوحة .

الوسط الهندسي:

تعريف الوسط الهندسي : هو الجذر النوني لحاصل ضرب الأعداد ببعضها ، ورمزه (G).
مثال الوسط الهندسي للأرقام : ٧/٥/٣/٢ هو :

$$G = \sqrt[4]{2 \times 3 \times 5 \times 7} = \sqrt[4]{210} = 3.8$$

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_n} : \text{ قانون الوسط الهندسي}$$

حيث إن n هي عدد الأرقام
مثال آخر : احسب الوسط الهندسي للقيم التالية: 9,8,3,6,4
الحل : حيث أن عدد القيم n=5 فإن الوسط الهندسي لها هو الجذر الخامس لحاصل ضرب هذه القيم
أي أن الوسط الهندسي هو :

$$G = \sqrt[5]{9 \times 8 \times 3 \times 6 \times 4}$$

$$G = \sqrt[5]{5184}$$

$$G=5.53$$

ملاحظات مهمة على الوسط الهندسي :

١. لحساب الوسط الهندسي لمجموعة من القيم لا يصح أن تكون إحدى القيم (أو بعضها) مساوياً للصفر.
٢. لحساب الوسط الهندسي لمجموعة من القيم يجب أن تكون جميعها موجبه.
٣. يجب أن يكون مجموع التكرارات مرة واحده فقط لكل فئة بحيث تصبح مجموع التكرارات = N

الوسط التوافقي

تعريف الوسط التوافقي : مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم . يرمز له بالرمز (H).
يفضل استخدامه في بعض الحالات مثل حساب متوسط السرعة لمجموعه من السيارات والقطارات .
قانون مقلوب الوسط التوافقي هو :

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{n} \sum \frac{1}{x_i}$$

مثال : احسب الوسط التوافقي للقيم التالية : 4,2,5

$$\text{الحل: نطبق القانون التالي} \quad \frac{1}{H} = \frac{1}{n} \sum \frac{1}{x_i}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{H} &= \frac{1}{n} \sum \frac{1}{x_i} \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{5+10-4}{20} \right) \\ \frac{1}{H} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{11}{20} = \frac{11}{60} \end{aligned}$$

وهذا يعطينا مقلوب الوسط التوافقي ، ففي آخر خطوة نقلب ليصبح الوسط التوافقي = 60 ÷ 11 = 5.45

الوسيط:

تعريف الوسيط : هو القيمة التي تقع في منتصف المجموعة بعد ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً. أي هو القيمة التي يكون نصف عدد القيم أصغر منها أو يساويها والنصف الآخر أكبر منها أو يساويها وسنرمز له بالرمز (Q2).

من هذا التعريف للوسيط نجد أنه يعالج العيوب الثلاثة التي يعاني منها الوسط الحسابي ، فالوسيط لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة. كما أنه يمكن حسابه في حالة الفئات المفتوحة ، ويمكن إيجادها بيانياً .

أولاً : الوسيط للبيانات غير المبوبة :

مثال (٨, ٦, ٨, ٢, ٥, ٢) لحساب الوسيط لها نقوم أولاً بترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً :

١	٢	٣	٤	٥	٦	الرقم المتسلسل
٢	٢	٥	٦	٨	٨	ترتيب الأرقام تصاعدياً

ثم نضع لها رقماً متسلسلاً (٦_١) في هذا المثال .

رتبة الوسيط : هي الرقم التسلسلي الذي تم وضعه أعلى الأرقام أعلاه (٦_١) في هذا المثال إذا كان عدد الأرقام (المسلسل) زوجي فتكون رتبة الوسيط رتبتين كالتالي :

الرتبة الأولى : $n \div 2 = 6 \div 2 = 3$ ، والرتبة الثانية : $n \div 2 + 1 = 3 + 1 = 4$

ف لدينا رتبتين للوسيط هي الرقمين ٣ و ٤ ، ويكون حساب الوسيط بجمع العددين $2 \div 2$ كالتالي :

Q2 = 5,5 = 2 + 6 + 5 (وهذا هو الوسيط) ، مثال : إذا كان عدد الأرقام فردي (التسلسل)

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	الرقم المتسلسل
٢	٢	٥	٦	٧	٨	٨	ترتيب الأرقام تصاعدياً

يكون حساب رتبة الوسيط $n \div 2 + 1 = 2 + 1 + 7 = 4 = 2$ ، ويكون الوسيط في المثال هو الرقم (٦) .

N هي عدد الأرقام (التسلسل) .

ثانياً : الوسيط للفئات المبوبة على شكل فئات :

أ/ لا بد من حساب التكرار المتجمع الصاعد (ك م ص) .

ب/ نوجد رتبة الوسيط وهي تساوي مجموع التكرارات $\sum f$ $\div 2$ ، وهي في المثال أدناه $15 = 2 \div 30$

أقل من	ك م ص	التكرار	الفئات
٤	٤	٤	-٢
٦	١٠	٦	-٤
٨	١٣	٣	-٦
١٠	٢٢	٩	-٨
١٢	٢٦	٤	-١٠
١٤	٣٠	٤	١٢-١٤
		٣٠	المجموع

ج/ نحدد موقع رتبة الوسيط في ك م ص وهي في المثال تقع بين ١٣ و ٢٢ (لو كانت رتبة الوسيط هي نفس أحد أرقام ك

م ص فإن الوسيط هو الحد الأعلى المقابل لهذا الرقم ، فلو قلنا مثلاً أن رتبة الوسيط هي ١٣ ، فإن الوسيط هو الرقم ٨

المقابل له في المثال) ، أما في المثال أعلاه فنحدد موقع رتبة الوسيط بوضع خط بين الرقمين ١٣ و ٢٢ نكتب أعلى

الخط **f1** وأسفله **f2** ونرمز للحد الأعلى ب **A**

$$Q2 = A + \frac{\sum F - F_1}{F_2 - F_1} \cdot L$$

L هي طول الفئة وهي في المثال = ٢ ، الحل :

$$Q2 = 8 + \frac{15 - 13}{22 - 13} \cdot 2$$

$$= 8 + \frac{2}{9} \cdot 2 = 8 + \frac{4}{9} = 8,44$$

مثال آخر: إذا كانت بيانات الجدول التالي احسب الوسيط لأعمار عمال احد المصانع .

فئات العمر	عدد العمال
-15	5
-25	8
-35	7
-45	6
60-55	4
المجموع	30

الحل : تكون خطوات الحل كما يلي :
تكوين الجدول المتجمع الصاعد.

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد	الفئة الوسيطة
أقل من 25	5	}
أقل من 35	13	
أقل من 45	20	}
أقل من 55	26	
أقل من 60	30	

$$15 = \frac{30}{2} = \frac{\sum F}{2} = \text{ترتيب الوسيط}$$

نجد ترتيب الوسيط يقع بين التكرارين المتجمعين الصاعدين 13,20 وبالتالي تكون الفئة الوسيطة هي من 35 إلى أقل من 45 والقانون التالي :

$$Q2 = A + \frac{\frac{\sum F}{2} - F_1}{F_2 - F_1} \times L$$

$$Q2 = 35 + \frac{\frac{30}{2} - 13}{20 - 13} \times 10 = 35 + \frac{2}{7} \times 10 = 35 + \frac{20}{7} = 35 + 2.85 = 37.85$$

إذا الوسيط هو = 37.85 لأعمار عمال احد المصانع .

ملاحظة : يمكن تحديد الوسيط عن طريق الرسم البياني للمنحنى المتجمع الصاعد ك م ص والمنحنى المتجمع الهابط ك م هـ وعند نقطة التقاء المنحنيين نرسم عمود للأسفل لتحديد نقطة الوسيط

المنوال :

تعريف المنوال : هو القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها ويرمز له بالرمز M .

الحالة الأولى : لا يوجد منوال : إذا كانت جميع الأرقام تكرر بنفس العدد مثل (٢,٣,٥,٧,٨) .

الحالة الثانية : يوجد منوال واحد : إذا كان هناك رقم واحد تكرر أكثر من (٢,٣,٣,٥,٧,٨) فالمنوال = ٣ .

الحالة الثالثة : يوجد أكثر من منوال : إذا كان هناك أكثر من رقم تكرر بنفس العدد (٢,٣,٣,٥,٥,٧,٨) M = ٣ و ٥ .

أما المنوال في حالة البيانات المبوبة بقيم وتكرارات فيكون حسابه كالتالي :

أولاً : تحديد الفئة المنوالية : وهي الفئة التي بها أكثر التكرارات ، في المثال أدناه (٨) بها ٩ تكرارات .

التكرار	الفئات
٤	-٢
٦	-٤
٣	f1 -٦
٩	A -٨
٤	f2 -١٠
٤	١٤-١٢
٣٠	المجموع

Handwritten calculation for finding the mode (M) using the formula $M = A + \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \times L$. The calculation shows $M = 8 + \frac{4 - 3}{4 + 3} \times 2 = 8 + \frac{1}{7} \times 2 = 8 + 0.2857 = 8.2857$, which is rounded to 8.29.

١. إذا كانت الفئة المنوالية هي الفئة الأولى (أو الأخيرة) في الجدول فالمنوال يساوي مركز الفئة المنوالية.
٢. إذا كان التكرار السابق يساوي التكرار اللاحق فإن كل الطرق تؤدي إلى النتيجة نفسها ويكون المنوال مساوياً لمركز الفئة المنوالية .
٣. إذا كان الجدول التكراري أكثر من فئة منوالية يكون هناك أكثر من منوال .
٤. المنوال يعتبر أبسط المتوسطات.
٥. المنوال هو المتوسط الوحيد الذي يمكن إيجاده للبيانات الوصفية سواء الاسمية أو الترتيبية .

مقاييس التشتت

مقاييس التشتت (المدى – الانحراف المتوسط – الانحراف المعياري والتباين – معامل الاختلاف – التغير المعياري)

أولاً : المدى

- تعريف المدى هو: الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة ويرمز له بالرمز D حيث المدى = اكبر قيمة – اصغر قيمة
- المدى يعتبر ابسط مقاييس التشتت لسهولة حسابه ووضوح معناه.
- الحالة الأولى: إذا كانت على شكل قيم وتكرارات فيطبق التعريف مباشرة هو(الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة) .
- الحالة الثانية: في حالة الفئات فإن المدى يكون الفرق بين الحد الأعلى للفئة والحد الأدنى للفئة .

ثانياً : الانحراف المتوسط

هو الوسط الحسابي للقيم المطلقة لانحراف القيم عن وسطها الحسابي .
خطوات حساب الانحراف المتوسط هي :

١. حساب الوسط الحسابي .
 ٢. حساب الانحرافات المطلقة لجميع القيم عن وسطها الحسابي (أي مع اهمال الاشارة).
 ٣. حساب متوسط هذه الانحرافات المطلقة (وذلك بجمعها والقسمه على عددها).
- مثال: احسب الانحراف المتوسط للقيم التالية: 6,4,8,9,3
الحل : ١. حساب الوسط الحسابي :

$$\bar{X} = \frac{6+4+8+9+3}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

٢. الانحرافات المطلقة للقيم عن الوسط الحسابي (أي اهمال الاشارة)

$$|6 - 6|, |6 - 4|, |6 - 8|, |6 - 9|, |6 - 3|$$

$$0 \quad 2 \quad 2 \quad 3 \quad 3$$

الانحراف المتوسط = الوسط الحسابي للانحرافات المطلقة :

$$MD = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} = \frac{0+2+2+3+3}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

x	x - \bar{x}
6	0
4	-2
8	2
9	3
3	-3
	10

$\bar{x} = 6$

$$MD = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} = \frac{10}{5} = 2$$

إيجاد الوسط الحسابي وبطريقة الفئات المبوبة :

حسب القانون التالي: حاصل مجموع ضرب انحرافات القيم المطلقة عن وسطها الحسابي في تكرار كل فئة تقسيم

$$MD = \frac{\sum F |X - \bar{X}|}{\sum F}$$

أ/ إيجاد الوسط الحسابي \bar{X} حسب القانون $\bar{X} = \frac{\sum fx}{\sum f}$ ويساوي $8 = 240 \div 30$

ب/ الانحراف عن الوسط الحسابي $X - \bar{X}$

ج/ ضرب كل انحراف في تكرار كل فئة (الضرب للقيم المطلقة يعني إهمال الإشارات للعدد) .

د/ نجمع حاصل الضرب في الخطوة السابقة (١٤٤) حسب المثال .

هـ/ نقسم الحاصل على مجموع الفئات

الفئات	التكرار f	X مركز الفئة	fx	$X - \bar{X}$	القيم المطلقة $ X - \bar{X} $	f X - \bar{X}
-٢	٤	٣	١٣	٥-	٥	١٥
-٤	٦	٥	٣٠	٣-	٣	١٥
-٦	٣	٧	٢١	١-	١	٧
-٨	٩	٩	٨٢	١	١	٩
-١٠	٤	١١	٤٤	٣	٣	٤٤
١٤-١٢	٤	١٣	٥٢	٥	٥	٦٥
المجموع	٣٠		٢٤٠			١٤٤

$$MD = \frac{\sum F |X - \bar{X}|}{\sum F}$$

إذن بناء على القانون يصبح الانحراف المتوسط $4.8 = 144 \div 30$

ثالثاً: التباين والانحراف المعياري.

تعريف التباين : هو الوسط الحسابي لمربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي ، ويرمز له بالرمز σ

تعريف الانحراف المعياري : هو الجذر التربيعي للتباين ورمزه **S**

حساب الانحراف المعياري للقيم المطلقة :

مثال : (٦، ٤، ٨، ٩، ٣) ، وسطها الحسابي = المجموع \div العدد أي $6 = 30 \div 5$

x	الانحراف عن الوسط الحسابي $X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$	f X - \bar{X}
6	٠	٠	
٤	٢-	٤	
٨	٢	٤	
٩	٣	٩	
٣	٣-	٩	
		٢٦	

قانون التباين هو : $\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}$ ، $5,2 = 26 \div 5 = \sigma^2$

الانحراف المعياري : هو جذر التباين $\sigma = \sqrt{5,2} = 2,28$

حساب التباين والانحراف المعياري للبيانات المبوبة :

$$\sigma^2 = \frac{\sum F(X - \bar{X})^2}{\sum F}$$

ومن القانون تتضح خطوات حساب التباين والانحراف المعياري كالتالي :

إيجاد الوسط الحسابي \bar{X} يساوي $8 = 30 \div 240$

ب/ حساب انحرافات القيم عن وسطها الحسابي .

ج/ حساب مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي .

د/ نضرب تكرار كل فئة في التربيع السابق ، ونجمع حاصل الضرب

هـ/ نقسم المجموع الناتج على مجموع التكرارات لنحصل على التباين .

و/ نحسب الجذر التربيعي للتباين فنحصل على الانحراف المعياري **S**.

الفئات	التكرار f	X مركز الفئة	fx	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$	$f(X - \bar{X})^2$
-2	4	3	12	5-	25	100
-4	6	5	30	3-	9	54
-6	3	7	21	1-	1	3
-8	9	9	82	1	1	9
-10	4	11	44	3	9	36
14-12	4	13	52	5	25	100
المجموع	30		240			302

وحسب القانون أعلاه يصبح التباين $10.1 = 302 \div 30$

وحسب القانون أيضاً فإن الانحراف المعياري يساوي جذر التباين : $3.18 = \sqrt{10.1}$

ملاحظات مهمة على التباين والانحراف المعياري :

1. يقاس الانحراف المعياري بالوحدات نفسها التي يقاس بها المتغير بينما يقاس التباين بوحدات مربعة.
2. لا يتأثر التباين والانحراف المعياري بالجمع والطرح .
3. يتأثر الانحراف المعياري بالضرب والقسمة .

رابعاً: التشتت النسبي (معامل الاختلاف)

يستخدم عند مقارنة تشتت مجموعتين أو أكثر من القيم إذا كانت تختلف في وسطهما الحسابي أو تختلف في وحدات القياس ، ويرمز له بالرمز **C.V** . وقاعدة حسابه حس القاعدة التالية : (الانحراف المعياري \div الوسط الحسابي $\times 100$)

$$C.V = \frac{\sigma}{X} \times 100$$

خامساً: المتغير المعياري

يستخدم بين التوزيعات المختلفة ، يستخدم لدراسة ومقارنة التشتت بين مجموعتين أو أكثر ، يقاس الانحرافات عن المتوسط الحسابي .

$$\text{وقانونه هو } Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma} \text{ مثال:}$$

الانحراف المعياري	الوسط الحسابي	الدرجة X	المادة
3	80	85	الرياضيات
4	70	80	الإحصاء

$$Z = \frac{80 - 70}{4} = \frac{10}{4} = 2.5 = \text{المتغير المعياري لمادة الإحصاء}$$

$$Z = \frac{85 - 80}{3} = \frac{5}{3} = 1.67 = \text{المتغير المعياري لمادة الرياضيات}$$

المتغير المعياري للإحصاء أكبر من المتغير المعياري للرياضيات ومنه نستنتج أن الطالب أكثر استيعاباً في مادة الإحصاء .

الارتباط

تعريف الارتباط : هو قياس قوة العلاقة بين متغيرين واتجاه هذه العلاقة . ويرمز له بالرمز (r).
العامل الذي يؤثر نسيمه العامل المستقل **X** ، والعامل الذي يتأثر نسيمه العامل التابع **Y** .

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}} = \text{قانون الارتباط هو}$$

مثال : احسب معامل الارتباط الخطي البسيط للبيانات التالية :

عدد العمال X	الإنتاج Y
1	6
2	11
3	15
4	19
5	21
١٥	٧٢

الحل : يجب تطبيق القانون التالي

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

ولتطبيق القانون يجب إيجاد قيم كل من

قيمة **N** = هي عدد القيم وهي (٥)

قيمة **X** = قيمة **Y** وقيمة X^2 وقيمة Y^2 وقيمة **XY** وطريق الحل حسب الجدول التالي

عدد العمال X	الإنتاج Y	X^2	Y^2	XY
1	6	1	36	6
2	11	4	121	22
3	15	9	225	45
4	19	16	361	76
5	21	25	441	105
15	72	55	1184	254

أيضاً نوجد $(\sum Y)^2$ وهو $72 \times 72 = 5184$

أيضاً نوجد $(\sum x)^2$ وهو $15 \times 15 = 225$

بعد إيجاد القيم نطبق القانون دون تغيير

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

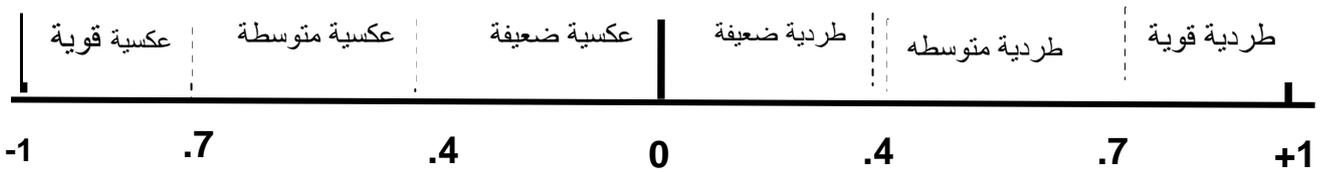
$$r = \frac{5(254) - (15 \times 72)}{\sqrt{5(55) - (15)^2} \sqrt{5(1184) - (72)^2}}$$

$$r = \frac{1270 - 1080}{\sqrt{275 - 225} \sqrt{5920 - 5184}}$$

$$r = \frac{190}{\sqrt{50} \sqrt{736}} = \frac{190}{\sqrt{36800}} = \frac{190}{191.83} = .99$$

وبهذه النتيجة أصبح حساب معامل الارتباط الخطي هو (.99) . ويعتبر ارتباط طردي قوي (لأن الإشارة موجبة) ، وإذا كانت الإشارة سالبة فإن النتيجة هي ارتباط عكسي .

ولكن إذا كانت النتيجة بإشارة موجب تصبح ارتباط طردي وإذا كانت النتيجة بإشارة السالب تكون ارتباط عكسي



ملاحظة: يجب أن تكون إجابة معامل الارتباط أن لا تتجاوز (+1) صحيح ، فإذا وجدنا قيمة أكبر من (1) فنقول الناتج خاطئ. ، فيجب أن تنحصر القيمة بين $-1 \leq r \leq +1$.
إذا كانت العلاقة (0) فنقول عنها معدومة ، وإذا كانت (1) فنقول علاقة تامة .

بعض خصائص معامل الارتباط

1. معامل الارتباط بين X, Y هو نفسه بين Y, X .
2. تنحصر قيمة معامل الارتباط بين $-1, +1$ وإذا كانت قيمة معامل الارتباط بالموجب فان الارتباط يكون طردياً وإذا كانت قيمة معامل الارتباط بالسالب فان الارتباط يكون عكسياً.
3. قيمة معامل الارتباط بين العامل المتغير ونفسه هي (1) .
4. لا يتأثر معامل الارتباط بأي من العمليات الحسابية أو الجبرية التي تجري على X, Y أي لا يتأثر بالطرح والجمع أو الضرب والقسمة.
5. إذا كان المتغيران X, Y مستقلين فإن قيمة معامل الارتباط صفراً ولكن العكس غير صحيح.

الانحدار

تعريف الانحدار هو : يهتم بصياغة العلاقة بين المتغيرين X, Y على شكل معادلة رياضية بحيث يمكن التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين بمعرفة قيمة المتغير الآخر .

فإذا كانت X هي المتغير المستقل ، و Y هي المتغير التابع ، فإن الانحدار الخطي البسيط $Y = A + B X$ (إذا كانت $X = \text{فر}$ فإن $Y = A$) .

ولإيجاد **b**.

$$b = \frac{\sum XY - \sum X \times \sum Y}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

وعندما نستخدم القانون السابق نجد قيمة **b**

وبعد ذلك نطبق القانون التالي لنجد قيمة **a**

$$a = \frac{\sum Y}{n} - b \frac{\sum X}{n}$$

مثال : نطبق التمرين السابق الخاص بالارتباط لنجد قيمة الانحدار .

عدد العمال X	الإنتاج Y	X^2	Y^2	XY
1	6	1	36	6
2	11	4	121	22
3	15	9	225	45
4	19	16	361	76
5	21	25	441	105
15	72	55	1184	254

الحل : أولاً نجد قيمة **b**

نستخدم القانون التالي

$$b = \frac{n \sum XY - \sum X \times \sum Y}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$b = \frac{5 \times 254 - (15 \times 72)}{5(55) - (225)} = \frac{1270 - 1080}{275 - 225} = \frac{190}{50} = 3.8$$

وبذلك أصبحت قيمة $b = 3.8$

بعد ذلك نجد قيمة a

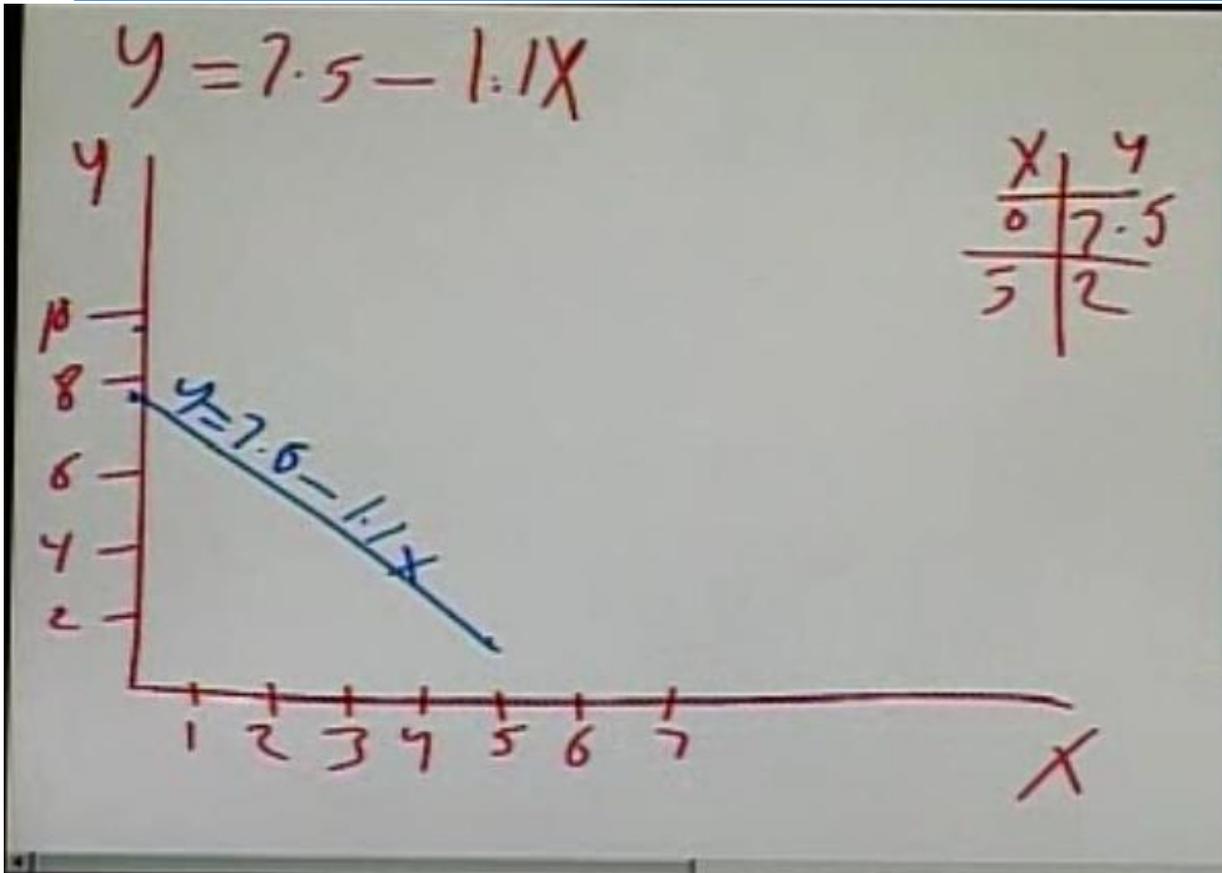
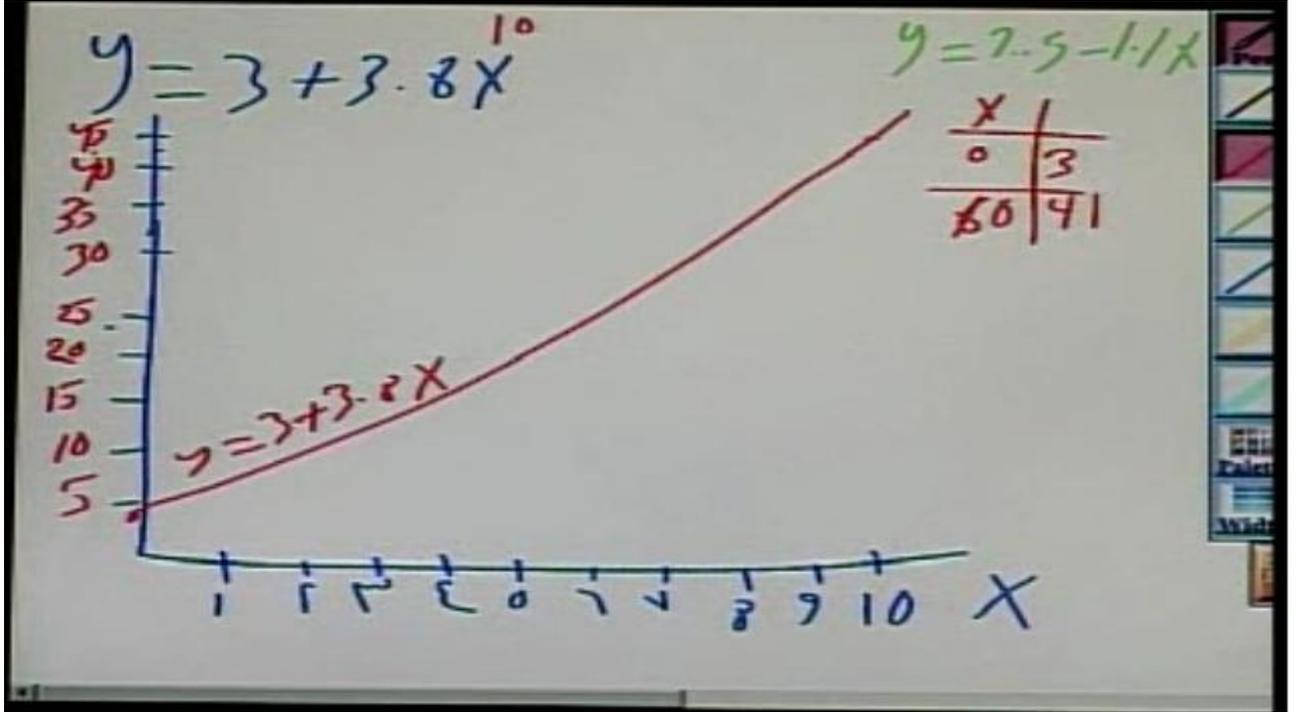
$$a = \frac{\sum Y}{n} - b \frac{\sum X}{n}$$

$$a = \frac{72}{5} - 3.8 \frac{15}{5} = 14.4 - 11.4 = 3$$

وإذا وجدنا قيمة a & b نستخدم القانون التالي لإيجاد الانحدار حسب القانون التالي: $Y = A + BX$ ($Y = 3 + (3.8)(X)$)

وإذا ورد في السؤال 10 عمال كم الإنتاج المتوقع: نعوض في الناتج السابق $Y = 3 + 38 = 41 = Y = 3 + (3.8)(10)$

رسم معادلة الانحدار:



السلاسل الزمنية

تعريف السلاسل الزمنية : هي مجموعة القيم التي يأخذها هذا المتغير في فترات زمنية متتالية .
مكونات السلسلة الزمنية : ١- التغيرات الاتجاهية أو الاتجاه العام ٢- التغيرات الموسمية ٣- التغيرات الدورية ٤- التغيرات العشوائية .

فقط سوف ندرس التغيرات الاتجاهية .

التغيرات الاتجاهية أو الاتجاه العام نرسم لها بالرمز T

مثال يوضح معادلة خط الاتجاه العام .

السنوات	قيمة الانتاج	X
1423	3	1
1424	5	2
1425	4	3
1426	7	4
1427	5	5
1428	8	6

كم الانتاج المتوقع للعام ١٤٣٢ هـ

حسب المعادلة التالية

$$Y = a + bx$$

السنوات	قيمة الانتاج y	X (نفترضها من عندنا)
1423	3	1
1424	5	2
1425	4	3
1426	7	4
1427	5	5
1428	8	6
1429		7
1430		8
1431		9
1432		10

قيمة X باللون الأصفر هي قيمة افتراضية وأخذناها بالتسلسل للقيم السابقة

وقيمة X في ١٤٣٢ هي ١٠

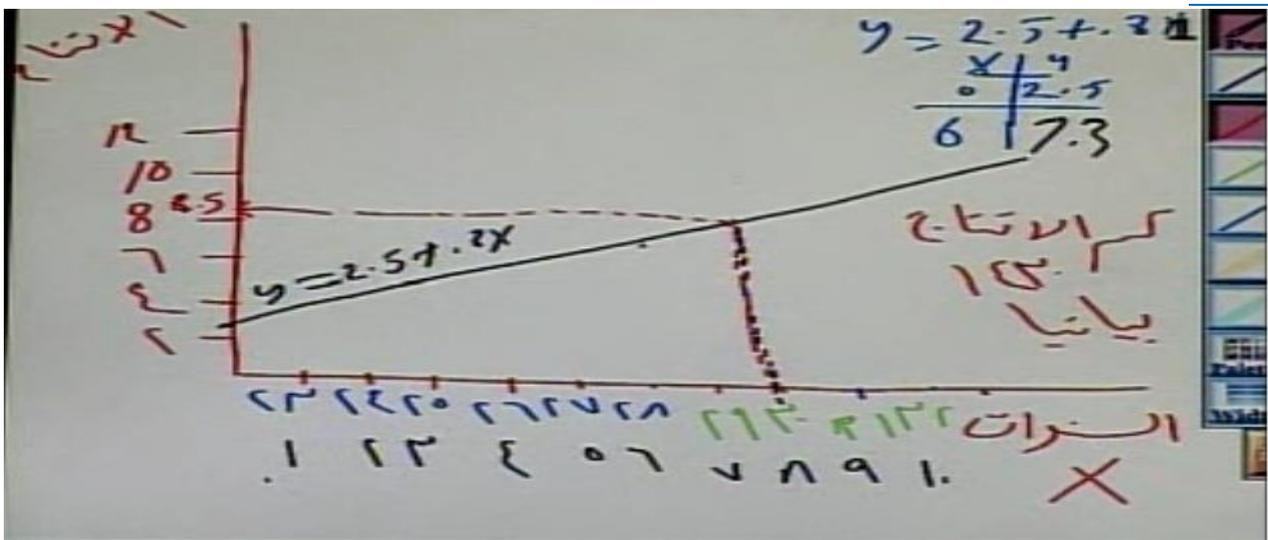
حسب المعادلة : $y = 2.5 + 0.8X$

$$2.5 + 0.8(10) =$$

$$= 2.5 + 8 = 10.5$$

10.5 الإنتاج المتوقع للعام 1432.

رسم المعادلة :



الأرقام القياسية

تعريف الرقم القياسي هو : رقم نسبي يقيس التغير الذي يطرأ على ظاهرة أو مجموعه من الظواهر خلال فترتين زمنيتين أو منطقتين جغرافيتين .
مثال على ذلك :

المقارنة 1428	الأساس 1420
40	30

$$I = \frac{40}{30} \times 100 = 133\%$$

نوجد الرقم القياسي بتطبيق القانون التالي =

الرقم القياسي التجميعي البسيط :

$$I = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$$

وقانونه كالتالي :
مثال:

أسعار 1428	أسعار 1420
رمز سنة الأساس P_1	رمز سنة الأساس P_0
15	5
35	25
40	35
90	65

$$I = \frac{90}{65} \times 100 = 138\%$$

$$I = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100 = \text{نطبق القانون التالي}$$

الرقم القياسي النسبي البسيط :

$$I = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{P_1}{P_0} \right) \times 100$$

قانون الرقم النسبي البسيط =

$$I = \frac{1}{3} (3 + 1.4 + 1.14) \times 100 \quad I = \frac{1}{3} \left(\frac{15}{5} + \frac{35}{25} + \frac{40}{35} \right) \times 100 = \text{ولو طبقناه على المثال السابق}$$

$$I = \frac{1}{3} (5.45) \times 100 = 1.84 \times 100 = 184$$

الأرقام المرجحة :

الرقم القياسي التجميعي المرجح (لاسيير) :

$$I = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100 : \text{وقانونه كالتالي}$$

مثال:

$P_0 \times Q_0$	$P_1 \times Q_0$	الوزن المرجح للمقارنة	الوزن المرجح للأساس	كميات 1428	كميات 1420	أسعار 1428	أسعار 1420
		Q1	Q0			P_1	P_0
.85	2.55	$0.3 = 200 \div 60$	$0.17 = 120 \div 20$	60	20	15	5
8.25	11.55	$0.45 = 200 \div 90$	$0.33 = 120 \div 40$	90	40	35	25
17.5	20	$0.23 = 200 \div 50$	$0.5 = 120 \div 60$	50	60	40	35
26.6	34.1			200	120	90	65

$$I = \frac{34.1}{26.6} \times 100 = 1.28 \times 100 = 128 = I = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

نطبق القانون التالي

الرقم القياسي النسبي المرجح (لاسبير) : قانونه كالتالي : $\sum \left(\frac{P_1}{P_0}\right)Q_0 \times 100 =$

$\left(\frac{P_1}{P_0}\right)Q_0$	$\frac{P_1}{P_0}$	$P_0 \times Q_0$	$P_1 \times Q_0$	الوزن المرجح للمقارنة	الوزن المرجح للأساس	كميات 1428	كميات 1420	أسعار 1428	أسعار 1420
				Q1	Q0			p_1	p_0
.51	3	.85	2.55	.3	.17	60	20	15	5
.46	1.4	8.25	11.55	.45	.33	90	40	35	25
.57	1.14	17.5	20	.25	.5	50	60	40	35
1.54	5.54	26.6	34.1			200	120	90	65

ثم نقوم بتطبيق القانون التالي : $\sum \left(\frac{P_1}{P_0}\right)Q_0 \times 100 =$

$$1.54 \times 100 = 154$$

الرقم القياسي التجميعي المرجح (باش) : قانونه هو : $I = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$

مثال :

$\frac{P_1}{P_0}$	$P_0 \times Q_1$	$P_1 \times Q_1$	الوزن المرجح للمقارنة	الوزن المرجح للأساس	كميات 1428	كميات 1420	أسعار 1428	أسعار 1420
			Q1	Q0			p_1	p_0
3	1.5	4.5	.3	.17	60	20	15	5
1.4	11.25	15.75	.45	.33	90	40	35	25
1.14	8.75	10	.25	.5	50	60	40	35
5.54	21.5	30.25			200	120	90	65

نعوض في القانون (باش)

$$I = \frac{30.25}{21.5} \times 100 = 1.82 \times 100 = 182 \quad I = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

الرقم القياسي النسبي المرجح (باش) : قانونه هو : $\sum \left(\frac{P_1}{P_0}\right)Q_1 \times 100 =$

$\left(\frac{P_1}{P_0}\right)Q_1$	$\frac{P_1}{P_0}$	$P_0 \times Q_1$	$P_1 \times Q_1$	الوزن المرجح للمقارنة	الوزن المرجح للأساس	كميات 1428	كميات 1420	أسعار 1428	أسعار 1420
				Q1	Q0			p_1	p_0
.9	3	1.5	4.5	.3	.17	60	20	15	5
.63	1.4	11.25	15.75	.45	.33	90	40	35	25
.28	1.14	8.75	10	.25	.5	50	60	40	35
1.82	5.54	21.5	30.25			200	120	90	65

$$1.82 \times 100 = 182 = \sum \left(\frac{P_1}{P_0}\right)Q_1 \times 100 =$$

نعوض في القانون :

أخوكم / معنصم