جامعة الشام الخاصة **مقرر بحوث العمليات**

المحاضرة الثالث **التاريخ:**

1-ترغب شركة لإنتاج العلف الحيواني بإنتاج ثلاثة أنواع من العلف. كل نوع يتكون من مزيج من المواد الغذائية التي تطحن في مطاحن خاصة لتصبح جاهزة للاستعمال. معطيات المسالة موضحة بالجدول التالي

المواد الغذائية الداخلة في تركيب العلف	نوع العلف			الكميات المتوفرة
	A	B	C	
M_1	1	4	2	1500
M_2	2	2	1	300
M_3	4	1	1	800
M_4	3	2	1	280
M_5	1	0,75	0,5	187
تكلفة الوحدة	15	25	30	

الحل:

نفرض x_1 عدد الوحدات المنتجة من النوع الأول A من العلف خلال الفترة الإنتاجية (أسبوع)

x_2 عدد الوحدات المنتجة من النوع الثاني B من العلف خلال الفترة الإنتاجية (أسبوع)

x_3 عدد الوحدات المنتجة من النوع الثالث C من العلف خلال الفترة الإنتاجية (أسبوع)

وعليه تكون الكمية المستهلكة من المادة الأولية M_1 في إنتاج المواد الثلاثة من الأعلاف قدرها

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3$$

ويجب أن تكون اقل او تساوي 1500 الكمية المتوفرة أي

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 1500 \qquad (1)$$

بالمثل تكون الكمية المستهلكة من المادة الأولية M_2 في إنتاج المواد الثلاثة من الأعلاف قدرها

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 300 \qquad (2)$$

وتكون الكمية المستهلكة من المادة الأولية M_3 في إنتاج المواد الثلاثة من الأعلاف قدرها

$$4x_1 + x_2 + x_3 \leq 800 \qquad (3)$$

وتكون الكمية المستهلكة من المادة الأولية M_4 في إنتاج المواد الثلاثة من الأعلاف قدرها

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 280 \qquad (4)$$

وتكون الكمية المستهلكة من المادة الأولية M_4 في إنتاج المواد الثلاثة من الأعلاف قدرها

$$x_1 + 0{,}75x_2 + 0{,}5x_3 \leq 187 \qquad (5)$$

بالإضافة إلى ذلك يجب أن تكون الكميات المنتجة غير سالبة أي

$$x_1 \geq 0 \,,\, x_2 \geq 0 \,,\, x_3 \geq 0 \qquad (6)$$

وهي ما تسمى بقيود عدم السلبية

بذلك نكون قد حددنا جميع القيود المفروضة على متحولات المسالة

الآن نحدد تابع الهدف إذا تم إنتاج وحدات قدرها $x_1 \,,\, x_2 \,,\, x_3$ من الأنواع $A \,,\, B \,,\, C$ على الترتيب تكلفة الإنتاج تعطى بالشكل

$$f(x) = 1{,}5x_1 + 25x_2 + 30x_3$$

وهو يمثل تابع الهدف

وعليه يكون النموذج الرياضي للمسالة

$$Min\ f(x) = 1{,}5x_1 + 25x_2 + 30x_3$$

وفقا للقيود

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 1500$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 300$$

$$4x_1 + x_2 + x_3 \leq 800$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 280$$

$$x_1 + 0{,}75x_2 + 0{,}5x_3 \leq 187$$

وشروط عدم السلبية

$$x_1 \geq 0 \,,\, x_2 \geq 0 \,,\, x_3 \geq 0$$

2-ينتج أحد المصانع نوعين A_2 ، A_1 من المنتجات، ربح الواحدة من النوع الأول A_1 هو 10 ل.س ومن النوع الثاني A_2 هو 6 ل.س يوجد في هذا المصنع ثلاثة أقسام ، يعمل في القسم الأول 60 عاملا ، وفي القسم الثاني 150 عاملا ، وفي القسم الثالث 40 عاملا . إذا علمنا أن إنتاج الواحدة من كل من النوعين A_2 ، A_1 يحتاج إلى ساعات عمل (عامل×ساعة) في الأقسام المختلفة كما هو مبين في الجدول الآتي

	ساعات العمل اللازمة في القسم الأول	ساعات العمل اللازمة في القسم الثاني	ساعات العمل اللازمة في القسم الثالث
الواحدة من A_1	10	7	0
الواحدة من A_2	5	10	8

وان ساعات العمل الأسبوعية للعامل الواحد هي 40 المطلوب تنظيم الإنتاج في هذا المصنع بحيث يكون الربح أعظميا

الحل:

نلاحظ أن عدد ساعات العمل في القسم الأول $60 \times 40 = 2400$ ساعة عمل

نلاحظ أن عدد ساعات العمل في القسم الثاني $150 \times 40 = 6000$ ساعة عمل

نلاحظ أن عدد ساعات العمل في القسم الثالث $40 \times 40 = 1600$ ساعة عمل

لنفرض أن عدد الوحدات المنتجة من النوع الأول A_1 في الأسبوع هو x_1 وعدد الوحدات المنتجة من النوع الثاني A_2 في الأسبوع هو x_2 عندئذ يكون عدد ساعات العمل اللازمة في القسم الأول لإنتاج x_1 من المنتج الأول A_1 و من المنتج الثاني معطى كما يلي $10x_1 + 5x_2$

ولكن القسم الأول لا يستطيع أن يقدم أكثر من 2400 ساعة عمل في الأسبوع أي

$$10x_1 + 5x_2 \le 2400$$

بشكل مشابه نحصل على قيدي ساعات العمل بالنسبة للقسمين الثاني والثالث

$$7x_1 + 10x_2 \le 6000$$
$$8x_2 \le 1600$$

كما أن x_1 , x_2 يجب أن يكونا غير سالبين لأنهما يعبران عن عدد الوحدات المنتجة

$$x_1 \ge 0 , x_2 \ge 0$$

أما الربح الذي نحصل عليه عند إنتاج x_1 , x_2 يعطى بالعلاقة

$$Z = 10x_1 + 6x_2$$

وعليه يكون النموذج الرياضي للمسالة

$$MaxZ = 10x_1 + 6x_2$$

ضمن الشروط

$$10x_1 + 5x_2 \le 2400$$
$$7x_1 + 10x_2 \le 6000$$
$$8x_2 \le 1600$$
$$x_1 \ge 0 , x_2 \ge 0$$

3- يمكن لأحد المصانع أن ينتج ثلاثة أنوع A_3 , A_2 , A_1 من المنتجات ، وذلك باستخدام مادتين أوليتين B_1 , B_2 . يتوافر من المادة الأولية B_1 الكمية 20 ومن المادة الثانية B_2 يتوافر 30 . إذا كان إنتاج الوحدة الواحدة من A_1 يتطلب استخدام الكمية 2 من B_1 والكمية 4 من B_2 . أما إنتاج الوحدة الواحدة من A_2 فيتطلب استخدام الكمية 2من B_1 والكمية 1 من B_2 أما إنتاج الوحدة الواحدة من A_3 فيتطلب استخدام الكمية 2 من B_1 والكمية 3 من B_2 والمطلوب تنظيم عملية الإنتاج لتحقيق ربح أعظمي علما بان

- ربح الواحدة من المنتجات A_1 , A_2 , A_3 هو بالترتيب 3 , 1 , 2

- المصنع ملزم بإنتاج 7 وحدات على الأقل من النوع A_1

الحل:

بفرض x_1 عدد الوحدات المنتجة من النوع A_1 وبفرض x_2 عدد الوحدات المنتجة من النوع A_2 . وبفرض x_3 عدد الوحدات المنتجة من النوع A_3 عندئذ بالطريقة نفسها المتبعة في المسالة السابقة

وعليه يكون النموذج الرياضي للمسالة

$$MaxZ = 3x_1 + x_2 + 2x_3$$

ضمن الشروط

$$\begin{aligned} &2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 20 \\ &4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 30 \\ &x_1 \geq 7 \\ &x_1 \geq 0 \quad , \quad x_2 \geq 0 \quad , \quad x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

4- شركة ترغب في تحقيق أقصى ربح ممكن من إنتاج حقائب جلدية ومعدل ربح الحقيبة الواحدة 12 ل. س ويلزم لإنتاج الحقيبة الواحدة أربع ساعات عمل ويتوفر لدى الشركة 40 ساعة عمل فقط في الأسبوع الواحد ، فما هو عدد الحقائب الممكن إنتاجها في الأسبوع من اجل تحقيق هدف الشركة (الربح الاعظمي)

الحل:

نفرض x عدد الوحدات الممكن إنتاجها من الحقائب

دالة الهدف $f(x)$

صياغة المشكلة رياضيا

- دالة الهدف $f(x) = 12x \to Max$

- القيود المفروضة على الإنتاج $\begin{aligned} 4x &\leq 40 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$

وعليه يكون النموذج الرياضي للمسالة

$$Max \ f(x) = 12x$$

ضمن القيود

$$4x \leq 40$$
$$x \geq 0$$

5- شركة لإنتاج الملابس تنتج ثلاثة أنواع من الملابس وتمر بمراحل كما في الجدول التالي

العمليات / النوع	القص	الحياكة	الكي	الربح
كبير	2	3	2	60
وسط	2	4	3	90
صغير	1	2	1	55
الزمن	120	180	150	

المطلوب إيجاد النموذج الرياضي الذي تحقق من خلاله الشركة أعظم ربح

الحل:

نفرض x_1 الكمية المنتجة من القياس الكبير و x_2 الكمية المنتجة من القياس الوسط و x_3 الكمية المنتجة من القياس الصغير

دالة الهدف $f(x) = 60x_1 + 90x_2 + 55x_3$

القيود

قيد القص $2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 120$

قيد الحياكة $3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 180$

قيد الكي $2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 150$

قيود عدم السلبية $x_1 \geq 0 \quad , \quad x_2 \geq 0 \quad , \quad x_3 \geq 0$

وعليه يكون النموذج الرياضي للمسالة

$$Max\ f(x) = 60x_1 + 90x_2 + 55x_3$$

ضمن القيود

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \le 120$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \le 180$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \le 150$$

$$x_1 \ge 0 \quad , \quad x_2 \ge 0 \quad , \quad x_3 \ge 0$$

6-تقوم احد المستشفيات بشراء خليط من الطعام نوع أول بسعر 65 ل. س للكيلو الواحد وخليط من الطعام نوع ثاني بسعر 85 ل. س للكيلو . ويحتوي كل كيلو غرام من النوع الأول 25 وحدة فيتامين A و 40 وحدة فيتامين B ، كما يحتوي كل كيلو غرام من النوع الثاني 30 وحدة فيتامين A و 45 وحدة فيتامين B ، فإذا كانت حاجة المشفى اليومية 3400 وحدة فيتامين A على الأكثر و 2500 وحدة فيتامين B على الأقل ، كما ان كمية الطعام من النوع الثاني لا تزيد عن 80 كيلو غرام ، المطلوب صياغة النموذج الرياضي بحيث تكون التكلفة اقل ما يمكن

الحل:

نفرض الكمية المشتراة من الطعام النوع الأول x_1 و الكمية المشتراة من الطعام النوع الثاني x_2

تابع الهدف $\qquad f(x) = 65x_1 + 80x_2$

القيود

قيد فيتامين A $\qquad 25x_1 + 30x_2 \le 3400$

قيد فيتامين B $\qquad 40x_1 + 45x_2 \le 2500$

قيد الطلب على الطعام من النوع الثاني $\qquad x_2 \le 80$

قيود عدم السلبية $\qquad x_1 \ge 0 \quad , \quad x_2 \ge 0$

وعليه يكون النموذج الرياضي للمسالة

$$Min\ f(x)=65x_1+80x_2$$

ضمن القيود

$$25x_1+30x_2\leq 3400$$

$$40x_1+45x_2\leq 2500$$

$$x_2\leq 80$$

$$x_1\geq 0\quad ,\quad x_2\geq 0$$

7-تقوم الشركة العربية للمنظفات بإنتاج أنواع مختلفة من مساحيق من مساحيق غسيل الملابس. إذا تسلمت الشركة طلبات من أحد التجار للحصول على 12 كيلو غرام من مسحوق معين من منتجات الشركة إذا كان المسحوق المطلوب يتم تصنيعه من خلال مزج ثلاثة أنواع من المركبات الكيميائية هي A ، B ، C إذا علمت أن المواصفات المطلوبة كما ورد في الطلب كانت كما يلي :

- يجب أن يحتوي المسحوق على 3 كيلو غرام على الأقل من المركب B
- يجب أن لا يحتوي المسحوق على أكثر من 900 كيلو غرام من المركب A
- يجب أن يحتوي المسحوق على 2 كيلو غرام بحد ادني من المركب C
- يجب أن يحتوي المسحوق على 4 كيلو غرام على الأكثر من A , C

إذا علمت أن تكلفة تصنيع الكيلو غرام الواحد من المركب A تساوي 6 ل. س، وان تكلفة تصنيع الكيلو غرام من المركب 12ل. س في حين تبلغ تكلفة تصنيع الكيلو غرام من المركب C تساوي 9 ل. س

المطلوب: صياغة النموذج الرياضي الذي تحقق من خلاله الشركة الربح الاعظمي

الحل :

نفرض x_1 عدد الكيلو غرامات في المركب A

x_2 عدد الكيلو غرامات في المركب B

x_3 عدد الكيلو غرامات في المركب C

تابع الهدف

$$f(x) = 6x_1 + 12x_2 + 9x_3$$

القيد الأول $x_2 \geq 3$

القيد الثاني $x_1 \leq 0{,}9$ (حولنا من غرام الى كيلو غرام)

القيد الثالث $x_3 \geq 2$

القيد الرابع $x_1 + x_3 \leq 4$

القيد الخامس $x_1 + x_2 + x_3 = 12$

القيد السادس $x_1 \geq 0 \ , \ x_2 \geq 0 \ , \ x_3 \geq 0$

وعليه يكون النموذج الرياضي للمسالة

$$Min\ f(x) = 6x_1 + 12x_2 + 9x_3$$

ضمن القيود

$$x_2 \geq 3$$

$$x_1 \leq 0{,}9$$

$$x_3 \geq 2$$

$$x_1 + x_3 \leq 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 12$$

$$x_1 \geq 0 \ , \ x_2 \geq 0 \ , \ x_3 \geq 0$$

8- تمتلك شركة مصنعا صغير لإنتاج السيراميك من النوع الممتاز وإنتاج السيراميك من النوع العادي ومن ثم يوزع الإنتاج على تجار الجملة ، حيث تبلغ الكميات المتاحة في المستودع 12 طن للمادة الخام A و 25 طن للمادة الخام B والجدول التالي يظهر احتياجات إنتاج الطن من السيراميك الممتاز وإنتاج الطن من السيراميك العادي من المادتين الخام A و B

	احتياجات السيراميك من المواد الخام		المتاح في المستودع
	العادي	الممتاز	
مادة خام A	1	2	12
مادة خام B	4	3	25

وقد أظهرت دراسات السوق على السيراميك العادي يزيد عن الطلب على السيراميك الممتاز كما أظهرت دراسات السوق أيضا ان الحد الأقصى للطلب اليومي على السيراميك العادي هو 5طن، ويبلغ هامش ربح الطن من السيراميك الممتاز 3000 ل.س في حين هامش الربح من النوع العادي 2000 ل.س

الحل : نفرض

x_1 الكمية المنتجة من السيراميك الممتاز

x_2 الكمية المنتجة من السيراميك العادي

وعليه يكون النموذج الرياضي للمسالة

$$MaxZ = 3000\,x_1 + 2000x_2$$

ضمن القيود

$$\begin{aligned}
2x_1 + x_2 &\leq 12 \\
3x_1 + 4x_2 &\leq 25 \\
x_2 &\geq x_1 \\
x_2 &\leq 5 \\
x_1 \geq 0 \;&,\; x_2 \geq 0
\end{aligned}$$

طرق حل النماذج الخطية

الطريقة البيانية:

الطريقة البيانية هي عبارة عن رسم بياني لنموذج البرمجة الخطية وتعد الطريقة البيانية من أسهل طرق حل مشاكل البرمجة الخطية إلا أنها غير كافية لمعالجة جميع مسائل البرمجة الخطية لان المسائل العملية تحوي غالبا عددا كبيرا من المتحولات وينحصر استخدام الطريقة البيانية في الحالات التالية

- عدد المجاهيل $n=1$ أو $n=2$ أو $n=3$
- إذا حقق عدد المجاهيل وعدد المعادلات احد الشروط التالية $n-m=1$ أو $n-m=2$ أو $n-m=3$

أي نستطيع تحويل النموذج إلى تابع لمتحول واحد أو متحولين أو ثلاثة متحولات على الترتيب وذلك بالاستفادة من قيود عدم السلبية التي يتمتع بها متحولات النموذج الخطي وتكمن فائدة الطريقة البيانية في إعطاء الدارس معلومات جيدة تساعد على إدراك خصائص البرمجة الخطية وفهمها وتساعد الدارس على استيعاب الطرق الأخرى والوقوف على تفاصيل الحل وكيفية معالجة وتطوير الحل لمسائل البرمجة الخطية التي تحوي أكثر من متحولين

خطوات حل مسائل البرمجة الخطية بالطريقة البيانية:

لإيجاد حل نموذج خطي بيانيا نلجأ إلى تمثيل مجموعة النقاط التي تحقق جملة المتراجحات في احد الفضاءات التالية R أو R^2 أو R^3 وذلك حسب عدد المتحولات في هذه الجملة نرسم منطقة الحلول في الفضاء R أو R^2 أو R^3 وذلك بإتباع الخطوات التالية

1- نحدد أنصاف المستويات المعرفة بمتراجحات القيود وذلك برسم (النقاط-المستقيمات-المستويات) الناتجة من تحويل متراجحات القيود إلى مساويات في الفضاء R^2 ويتم الرسم بتحديد نقطتين محققتين للقيد ثم نصل بين النقطتين نحصل على المستقيم الموافق للقيد هذا المستقيم يقسم المستوي إلى نصفين من

اجل تحديد نصف المستوي المحقق للقيد نختار نقطة مثلا $(0,0)$ و نعوض إحداثيات هذه النقطة في المتراجحة فإذا كانت محققة تكون المنطقة التي تقع فيها هذه النقطة هي منطقة الحل أما إذا كانت غير محققة فتكون المنطقة المعاكسة هي منطقة الحل

2-نحدد منطقة إمكانيات الحل وهي المنطقة الناتجة من تقاطع أنصاف المستويات المعرفة بمتراجحات القيود ، يجب أن تكون هذه المنطقة غير خالية لكي نستطيع متابعة الحل

من اجل تمثيل هذه المعادلة يجب معرفة قيمة لـ Z والتي هي مجهولة لدينا لذلك

نفترض قيمة ما ولتكن $Z_1 = 0$ ونرسم معادلة تابع الهدف Z_1 نعطي قيمة أخرى

ولتكن Z_2 ونمثل المعادلة نحصل على مستقيم مواز للمستقيم الأول

وبالمتابعة نحصل على مجموعة من الخطوط المتوازية الممثلة لتابع الهدف أو

نرسم الشعاع $\vec{C} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$ حيث c_1 هي أمثال x_1 و c_2 هي أمثال x_2 في تابع

الهدف وتكون جهة التزايد هي اتجاه الشعاع $\vec{C} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$ وجهة التناقص عكس اتجاه

هذا الشعاع أي يتم السحب حسب نوع تابع الهدف (تعظيم أو تقليل) بتعبير أوضح نقوم بإيجاد نقطة الحل الأمثل وذلك بان نسحب المستقيم الممثل لـ Z_1 بشكل موازٍ

لنفسه باتجاه الشعاع $\vec{C} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$ لإيجاد القيمة العظمى لتابع الهدف(و بعكس هذا

الاتجاه لإيجاد القيمة الصغرى) تتم عملية السحب برسم خطوط موازية للمستقيم باستخدام المسطرة ومثلث الرسم حتى يمر بأخر نقطة من نقاط منطقة الإمكانات تكون هذه النقطة هي نقطة الحل الأمثل والتي تقع على حدود منطقة الحلول الممكنة وأي إزاحة أخرى مهما كانت صغيرة تخرجها منها نوضح ما سبق من خلال الأمثلة التالية:

مثال :

أوجد الحل المثالي للنموذج الخطي التالي

$$Z = 15x_1 + 20x_2 \rightarrow Max$$

والخاضع للشروط التالية

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240 \qquad (1)$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 160 \qquad (2)$$
$$x_1 \leq 60 \qquad (3)$$
$$x_1 \, , \; x_2 \geq 0$$

الحل:

نحول المتراجحات إلى معادلات

القيد الأول $3x_1 + 2x_2 = 240$

نفرض

$$x_1 = 0 \quad \Rightarrow 2x_2 = 240 \quad \Rightarrow x_2 = 120$$

نحصل على النقطة الأولى $A(0, 120)$

نفرض

$$x_2 = 0 \quad \Rightarrow 3x_1 = 240 \quad \Rightarrow x_1 = 80$$

نحصل على النقطة الثانية $B(80, 0)$

القيد الثاني $x_1 + 2x_2 = 160$

نفرض

$$x_1 = 0 \quad \Rightarrow 2x_2 = 160 \quad \Rightarrow x_2 = 80$$

نحصل على النقطة الثالثة $C(0, 80)$

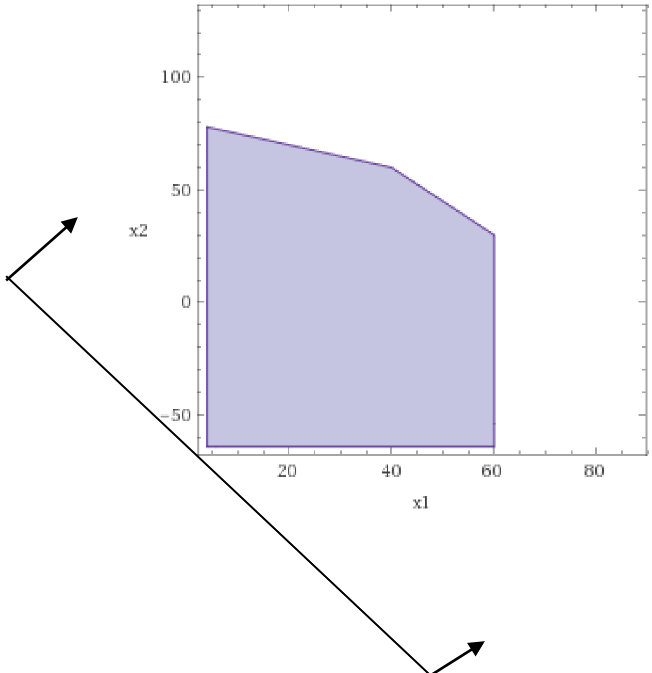
نفرض

$$x_2 = 0 \quad \Rightarrow x_1 = 160$$

نحصل على النقطة الرابعة $D(160, 0)$

القيد الثالث $x_1 = 60$

الرسم



لإيجاد نقطة الحل حسابيا نلاحظ إن منطقة الحلول المقبولة محددة بثلاث نقاط $A(0,120)$ و $C(0,80)$ أما النقطة الثالثة ناتجة من تقاطع القيد الأول مع القيد الثاني للحصول على إحداثياتها نقوم بإيجاد الحل المشترك لجملة المعادلتين (مستقيمي القيدين الأول والثاني)

$$3x_1 + 2x_2 = 240 \qquad (1)$$
$$x_1 + 2x_2 = 160 \qquad (2)$$

الحل المشترك $(40, 60)$ للحصول على الحل المثالي نقوم بالتعويض بإحداثيات نقاط الرؤوس لمنطقة الحلول المقبولة في دالة الهدف نحصل على القيم التالية

مقابل النقطة $(40, 60)$ تكون قيمة دالة الهدف 1800

مقابل النقطة $A(0,120)$ تكون قيمة دالة الهدف 2400

مقابل النقطة $C(0,80)$ تكون قيمة دالة الهدف 1600

ويكون أعظم ربح هو 2400 عند النقطة $A(0,120)$

امثلة للحل

1-أوجد الحل المثالي للنموذج الخطي التالي

$$Z = 6x_1 + 4x_2 \rightarrow Max$$

$$\begin{aligned} &6x_1 + 6x_2 \leq 42 && (1) \\ &-x_1 + x_2 \leq 4 && (2) \\ &x_1 \leq 2 && (3) \\ &x_1 \;,\; x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

2-أوجد الحل المثالي للنموذج الخطي التالي

$$Z = 4x_1 + 4x_2 \rightarrow Min$$

$$\begin{aligned} &x_1 + 3x_2 \leq 10 && (1) \\ &x_1 + x_2 \geq 6 && (2) \\ &x_1 \;,\; x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

3-أوجد الحل المثالي للنموذج الخطي

$$Z = 30x_1 + 40x_2 \rightarrow Max$$

والخاضع للشروط

$$\begin{aligned} &4x_1 + 8x_2 \leq 30 \\ &4x_1 + 3x_2 \leq 20 \\ &0x_1 + 5x_2 \leq 25 \\ &x_1 , x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

4-أوجد الحل المثالي للنموذج الخطي

$$Z = -x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 - x_6 + 2x_7 - 15 \rightarrow Max$$

الخاضع للشروط

$$x_1 - x_2 + x_3 = 4$$
$$2x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = -3$$
$$x_1 + x_2 - x_5 = -4$$
$$x_2 + x_6 = 5$$
$$2x_1 - 2x_2 - x_6 + 2x_7 = 7$$

وشروط عدم السلبية $x_1, x_2, x_2, x_3, x_5, x_6, x_7 \geq 0$

ملاحظة:

يمكن تحديد جهة تزايد التابع Z برسم الشعاع $\vec{v}(5,2)$ حيث 5 هي أمثال x_1 و 2 أمثال x_2 وعندها تكون جهة الشعاع هي جهة تزايد التابع Z

إذا نقوم بسحب المستقيم $Z=0$ بجهة تزايد التابع Z حتى يلامس أخر نقطة في منطقة الحل المقبول نحدد إحداثيات هذه النقطة فنحصل على x_1 و x_2 نعوض في المعادلات السابقة نحصل على x_3, x_4, x_5, x_6, x_7

في مثالنا القيم هي $(5.8,5,0.5,14.5,17.5,0,0)$

نعوض في تابع الهدف نحصل على القيمة العظمى

ويكون الحل في مثالنا $Z = 45.5$

انتهـــــــــــــــــــت المحاضرة

مدرس المقرر

د. ميسم احمد جديد