الاشتقاق من مراتب عليا:

$f(x)=4x^3+5x^2+6x-3$

$f'(x)=12x^2+10x+6$

$f''(x)=24x+10$ $\quad f'''(x)=24$

$f^{(5)}(x)=0$ $\quad f^{(6)}(x)=0$

$f(x)=\sin x$

$f'=\cos x$ $\quad f''=-\sin x$

$f'''(x)=-\cos x$ $\quad f^{(4)}(x)=\sin x$

$f(x)=\frac{1}{1-x}$

اثبت ان: $f^{(n)}(x)=\frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$

نبرهن $n=1$

$$f'(x)=\frac{1!}{(1-x)^{1+1}}=\frac{1}{(1-x)^2}$$

نشتق التابع:

$$f'(x)=\frac{0-(-1)(1)}{(1-x)^2}=\frac{1}{(1-x)^2}$$

- العلاقة محققة من أجل $x=1$

الفرض: $f^{(n)}(x)=\frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$

الطلب: $f^{(n+1)}(x)=\frac{(n+1)!}{(1-x)^{n+2}}$

الاثبات: لاثبات الطلب نشتق الفرض

$$\left(f^{(n)}(x)\right)'=\frac{0-(n+1)(1-x)^n(-1)n!}{\left((1-x)^{n+1}\right)^2}$$

$$f^{(n+1)}(x)=\frac{(n+1)n!\,\cancel{(1-x)^n}}{(1-x)^{\cancel{2n}+2}}$$

$$f^{(n+1)}(x)=\frac{(n+1)!}{(1-x)^{n+2}}$$

- العلاقة محققة من أجل $n+1$

نهـ صحيحة.

مشتقات من رتب عليا:

$f(x)=4x^3+5x^2+6x-3$

$f'(x)=12x^2+10x+6$

$f''(x)=24x+10$ $\quad f'''(x)=24$

$f^{(4)}(x)=0$ $\quad f^{(5)}(x)=0$

$f(x)=\sin x$

$f'=\cos x$ $\quad f''=-\sin x$

$f'''(x)=-\cos x$ $\quad f^{(4)}(x)=\sin x$

$f^{(n)}(x)=\frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$ نثبت أن

نبرهن عند $n=1$

$f'(x)=\frac{1!}{(1-x)^{1+1}}$

$=\frac{1}{(1-x)^2}$

نشتق الدالة:

$f'(x)=\frac{0-(-1)(1)}{(1-x)^2}$

$=\frac{1}{(1-x)^2}$

العبارة تتحقق عند $n=1$

الفرض: $f^{(n)}(x)=\frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$

المطلوب: $f^{(n+1)}(x)=\frac{(n+1)!}{(1-x)^{n+2}}$

البرهان: نشتق طرفي الفرض

$\left(f^{(n)}(x)\right)'=\frac{0-(n+1)(1-x)^n(-1)n!}{\left((1-x)^{n+1}\right)^2}$

$f^{(n+1)}(x)=\frac{(n+1)n!\,(1-x)^n}{(1-x)^{2n+2}}$

$f^{(n+1)}(x)=\frac{(n+1)!}{(1-x)^{n+2}}$

العبارة تتحقق عند $n+1$

إذاً صحيحة.

$f^{(n)}(x)=\frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$

نبرهن عند $n=1$

$f'(x)=\frac{(-1)(1!)}{x^{1+1}}=\frac{-1}{x^2}$

نشتق الدالة

$f'(x)=\frac{-1}{x^2}$

الفرض: $f^{(n)}(x)=\frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$

المطلوب: $f^{(n+1)}(x)=\frac{(-1)^{n+1}(n+1)!}{x^{n+2}}$

البرهان: نشتق طرفي الفرض

$\left(f^{(n)}(x)\right)'=\frac{0-(n+1)x^n(-1)^n n!}{(x^{n+1})^2}$

$f^{(n+1)}(x)=\frac{(-1)(-1)^n(n+1)n!\,x^n}{x^{2n+2}}$

$f^{(n+1)}(x)=\frac{(-1)^{n+1}(n+1)!\,x^n}{x^{2n+2}}$

$=\frac{(-1)^{n+1}(n+1)!}{x^{n+2}}$

العبارة تتحقق عند $n+1$

$n+1$ ...

الاشتقاق من مراتب عليا:

$f(x) = 4x^3 + 5x^2 + 6x - 3$

$f'(x) = 12x^2 + 10x + 6$

$f''(x) = 24x + 10$ $\quad f'''(x) = 24$

$f^{(5)}(x) = 0$ $\quad f^{(6)}(x) = 0$

$f(x) = \sin x$

$f' = \cos x$ $\quad f'' = -\sin x$

$f'''(x) = -\cos x$ $\quad f^{(4)}(x) = \sin x$

$f(x) = \frac{}{1-x}$

اثبت ان $f^{(n)}(x) = \frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$

من أجل $n=1$

$f'(x) = \frac{1!}{(1-x)^{1+1}}$

$= \frac{1}{(1-x)^2}$

نشتق التابع.

$f'(x) = \frac{0-(-1)(1)}{(1-x)^2}$

$= \frac{1}{(1-x)^2}$

- العلاقة تحقق من أجل $n=1$

الفرض: $f^{(n)}(x) = \frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$

الطلب: $f^{(n+1)}(x) = \frac{(n+1)!}{(1-x)^{n+2}}$

الإثبات: الإثبات للطلب نشتق الفرض

$\left(f^{(n)}(x)\right)' = \frac{0-(n+1)(1-x)^n(-1)n!}{\left((1-x)^{n+1}\right)^2}$

$f^{(n+1)}(x) = \frac{(n+1)n!\,\cancel{(1-x)^n}}{\cancel{(1-x)^{2n+2}}}$

$f^{(n+1)}(x) = \frac{(n+1)!}{(1-x)^{n+2}}$

- العلاقة تحقق من أجل $n+1$

فهي صحيحة.

$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n \cdot n!}{x^{n+1}}$

من أجل $n=1$

$f'(x) = \frac{(-1)(1!)}{x^{1+1}} = \frac{-1}{x^2}$

نشتق التابع

$f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

محققة

الفرض: $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$

الطلب: $f^{(n+1)}(x) = \frac{(-1)^{n+1}(n+1)!}{x^{n+2}}$

الإثبات: نشتق الفرض.

$\left(f^{(n)}(x)\right)' = \frac{0-(n+1)x^n(-1)^n n!}{\left(x^{n+1}\right)^2}$

$f^{(n+1)}(x) = \frac{(-1)(-1)^n(n+1)n!\,x^n}{x^{2n+2}}$

$f^{(n+1)}(x) = \frac{(-1)^{n+1}(n+1)!\,\cancel{x^n}}{\cancel{x^{2n+2}}}$

$= \frac{(-1)^{n+1}(n+1)!}{x^{n+2}}$

- العلاقة تحقق من أجل $n+1$

فهي صحيحة.