/ /

((التحليل التوافقي))

- المبدأ الأساسي في العد

تجربة تمر بمرحلتين أو مرحلتين

m , n فإن عدد الطرق الكلية للقيام بالتجربة

هي m x n

مثال حديقة لها أربع أبواب بكم طريقة يمكن الدخول أو الخروج من باب آخر لهذه الحديقة

عدد طرق الدخول 4

٨ عدد طرق الخروج 3 ليش 3 مو 4 لانو قالوا آخر يعني الإضافية

إذن فنضرب أطلع ضرب 4 X 3 = 12
حسب المبدأ الأساسي بالعد

★ قانون العاملي :

$n! = n(n-1)(n-2) \ldots \times 3 \times 2 \times 1$

مثال $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

خواصه

$\boxed{1}$ $n! = n(n-1)!$

مثال $5! = 5 \times 4!$

$\boxed{2}$ $(n+1)! = (n+1)n!$

مثال $\frac{100!}{99!} = \frac{100 \times 99!}{99!} = 100$

$\boxed{3}$ $0! = 1$ $\boxed{4}$ $1! = 1$

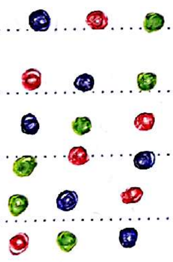
سؤال: متى نستخدم العاملي؟

عندما نبدل عناصر مجموعة بين بعضها البعض (نبدل عناصر المجموعة في أماكن ونرتب عددها)

لما بدنا نبدل شغلات ببعض (عاملي)

مثال لدينا ثلاث كرات مختلفة الألوان (أخضر - أحمر - أسود) بين بعضها البعض بكم طريقة يمكن ذلك وما هي هذه الطرق

طرق $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$



مثال لدينا بطاقتان مرقمتان (1,2) بكم طريقة يمكن تبديلها

$2! = 2$

(1,2)

(2,1)

بالامتحانات لا نستخدم التراتيب أبداً بل نستخدم عوضاً عنه المبدأ الأساسي بالعد

/ /

★ قانون التراتيب (القوائم دون تكرار)

بشكل عام عند اختيار جزء من مجموعة ونريد ترتيبها على أنالك عددها يساوي هذا الجزء: عندها نستخدم التراتيب أو (هو ترتيب r عنصر من مجموعة فيها n عنصر)

القانون هو:

التراتيب $$P_n^r = n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)$$

مثال:

$P_5^3 = 5\times4\times\underline{3} \rightarrow (5-3+1) = 3$

لأنو محوطة 3 نزول أو 3 أعداد أو $5\times4\times3$

$P_7^2 = 7\times6 \rightarrow (7-2+1)$

محيلك موقع 2 يعني بنزل رقمين 7×6

مثال: لدينا عشر أشخاص نريد اختيار ثلاثة أشخاص منهم لأجل لجنة مكونة من (مدير - نائب مدير - أمين سر)

$P_{10}^3 = 10\times9\times8 = 720$

عدد طرق اختيار المدير 10
" " " نائب 9
" " " أمين السر 8
$10\times9\times8$

ملاحظة

- نستخدم قانون التراتيب إذا كان في المسألة أهمية للترتيب أو المبدأ الأساسي بالعد
- نستخدم المبدأ الأساسي في العد بدل التراتيب عندما يكون مراكز - مراتب - مناصب: وبناء الأعداد (السحب على التتالي دون إعادة)

ثالثاً التوافيق

هو عدد المجموعات الجزئية من مجموعة منتهية أو هي مجموعة جزئية من مجموعة منتهية

(الفرق عن التراتيب) هون ما في ترتيب لهيك توافيق

★ متى نستخدم التوافيق: عندما لا يكون هناك أهمية للترتيب في المسألة

القانون هو

$$\binom{n}{r} = \frac{P_n^r}{r!} \quad \text{أو} \quad \frac{\text{الكبير}!}{\text{الفرق}!\times\text{الصغير}!}$$

مثال $\binom{5}{3} = \frac{P_5^3}{3!} = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10$

طريقة أخرى $\frac{5!}{3!\times2!} = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1\times2\times1} = 10$

مثال: لدينا 10 أشخاص سنختار منهم خمسة لتشكيل لجنة (لا يوجد أهمية للترتيب) ⇐ توافيق

$\binom{10}{5}$

9 لقني ضرب

عند السحب معاً نستخدم التوافيق

بس يعطي مسائل وبالأخير بيعطي شروط بيطلع بعملية

$\binom{n}{n} = 1$

نعملية الي بلاش شروط توافيق والي بشروط المبدأ الأساسي

مثال: أب لديه 12 ولد بكم طريقة نختار أربعة منهم للذهاب مشوار (التوافيق) ما في ترتيب لأنو

$\binom{12}{4} = P^{4}_{12} = \cancel{12 \times 11 \times 10 \times 9}$

10

مثال: حديقة فيها 10 زهرات مختلفة الألوان بكم طريقة يمكن لفارس تشكيل باقة مكونة من أربع زهرات لتوزيعهم على أربعة أشخاص

لا يوجد ترتيب

$\binom{10}{4}$

مثال: صندوق فيه 6 بطاقات بكم طريقة نسحب أربع بطاقات معاً

لا يوجد أهمية للترتيب

$\binom{6}{4}$

دورة: 2017

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة على خمسة أسئلة من أصل 8 أسئلة

المطلوب: [1] بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة

لا يوجد أهمية للترتيب (توافيق)

[٢] بكم طريقة يمكن للطالب اختيار الأسئلة إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية

الحل: ①

$\binom{8}{5} = \frac{8!}{5!\,3!}$

ما بصير المبدأ الأساسي بالعد لأنو لازم يكون في ترتيب

الجدول الممكن المبدأ الأساسي بالعد ② لأنو في ترتيب لأنو جنبت مسائل تحت بعض

- ١
- ٢
- ٣
- ٤
- ٥
- ٦
- ٧
- ٨

إجباري

عدد طرق اختيار السؤال الأول 1 ⑥

عدد طرق اختيار ،، الثاني 1 ⑦

،، الثالث 1 ⑧

،، الرابع 5

،، الخامس 4

حسب المبدأ الأساسي

$5 \times 4 \times 1 \times 1 \times 1 = 20$

عدد طرق الرابع و الخامس

$\binom{5}{2} = 10$

=> حسب المبدأ الأساسي

$1 \times 10 = 10$

أو: نعمل التجربة مرحلتين أول مرحلة الأولى بنا منونه سؤالين والتلاتة الي طلع بنا يا هون تفون مجبورين عليهن

$\binom{5}{2} \times \binom{3}{3} \Rightarrow 10 \times 1 = 10$

ضرب لأنو مرحلتين

مثال: لدينا الأعداد $\{1, 2, 3, 5\}$ بكم طريقة يمكن تشكيل أعداد مكونة من 3 منازل بشرط أن يكون العدد زوجي

لا نستخدم التوافيق لأنه يوجد منازل للعدد (ليكون العدد زوجي عندنا آحاده زوجي يختار الآحاد قبل)

- عدد طرق اختيار الآحاد 1

~~عدد طرق اختيار العشرات 4~~

عدد طرق ،، المئات 4

$4 \times 4 = 16$

Corona

لانوه مكرر

عدد طرق اختيار الرقم الأول 5 وليس 6

ص 151 / 1

152 ، 155

مثال: بكم طريقة يمكن تكوين عدد مكون من أربع خانات مختلفة من أرقام المجموعة ~~{0,1,3,7,3}~~

{1 , 2 , 3 , 5}

عدد طرق اختيار الآحاد 1

العشرات 3

المئات 2

طرق 3×2 = 6

المجموعات:

تعريف المجموعة: زمرة من العناصر تجمع بصفة ما نضعها بقوسين من الشكل { }

★ تقاطع مجموعتين هي مجموعة العناصر المشتركة بين المجموعتين ونرمز له بـ ∩

اتحاد (اتحاد) مجموعتين: هي مجموعة العناصر المشتركة وغير المشتركة بين المجموعتين ونرمز له بـ

∪

★ فرق مجموعتين هي مجموعة العناصر التي تنتمي للمجموعة الأولى A ولا تنتمي للمجموعة الثانية B

ص 152

① $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n+1)(n)(n-1)!}{(n-1)!}$ $\boxed{2}$

$= n^2+n$

② $\frac{(2n+1)!}{(2n-1)!} = \frac{(2n+1)(2n)(2n-1)!}{(2n-1)!}$

$= 4n^2+2n$

③ $\frac{(2n)! - (2n-1)!}{2(n!) - (n-1)!}$

الصفر ما فيني حطو ورا بالمنازل (بالمنزلة الأخيرة)
أما بغير شي مثل كلمة سوريا بقدر حطو مع ورا أو بالنص ..
وما زالت (الواو) الكلمة سر

$$= \frac{(2n)(2n-1)! - (2n-1)!}{2n(n-1)! - (n-1)!}$$

$$= \frac{(2n-1)!(\cancel{2n}-1)}{(n-1)!(\cancel{2n}-1)}$$

$$= \frac{(2n-1)(2n-2)\cdots n(n-1)!}{(n-1)!}$$

$$= (2n-1)(2n-2)\cdots\times n$$

④ $\frac{(n-1)!}{n!} - \frac{n!}{(n+1)!}$

$$= \frac{(n-1)!}{n(n-1)!} - \frac{n!}{(n+1)n!}$$

$$= \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n^2+n}$$

⑤ $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$

$$= \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)n!} = \frac{n+1-1}{(n+1)n!}$$

$$= \frac{n}{(n+1)(n)(n-1)!} = \frac{1}{(n+1)(n-1)!}$$

⑥ $\frac{(2n)!}{1\times3\times5\times\cdots(2n-1)}$

المشان زوجي وفردي بسط المقام فردي

$$= \frac{2n(2n-1)(2n-2)\cdots\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{1\times3\times5\times\cdots\underbrace{(2n-1)}}$$

رمز الأعداد الفردية مثل الأصفار

⇐ أي 2 بطلع عوامل البسط الفردية

$$= \underset{\text{زوجي}}{2n}\,\underbrace{(2n-2)}_{\text{زوجي}}\underbrace{(2n-4)}_{\text{زوجي}}\cdots\times6\times4\times2$$

مثل الزوجي

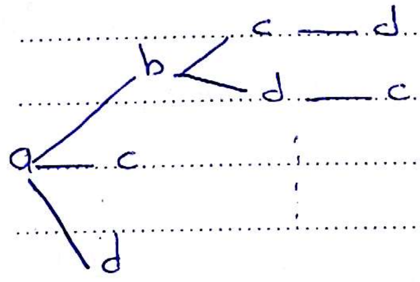
$$= 2^n\left[n(n-1)(n-2)\times\cdots\times3\times2\times1\right]$$

$$= 2^n . n!$$

$\boxed{3}$ $E = \{a, b, c, d\}$

استخدمنا عاملي الأنواع لنبدل

$4! = 4\times3\times2\times1 = 24$ طريقة



ثم نطبق الأعداد الثلاثة الأخرى بنفس الطريقة ونكتبها على شكل رباعيات

$\boxed{4}$ هام للتوقع

$S = \{1, 2, 5, 8, 9\}$

★ عدد طرق اختيار العشرات 5
" " " الآحاد 5
⇐ حسب المبدأ الأساسي بالعد
$5\times5 = 25$

★ عدد طرق اختيار العشرات 5
" " " الآحاد 4
⇐ حسب المبدأ الأساسي بالعد
$5\times4 = 20$ طريقة

★ عدد طرق اختيار الآحاد 2
" " " العشرات 5
⇐ حسب المبدأ الأساسي بالعد
$2\times5 = 10$

$\boxed{5}$ مرحلة أولى اختيار المرشح

$\binom{2}{1} = 2$

مرحلة ثانية اختيار المعالج

$\binom{4}{1} = 4$

حسب المبدأ الأساسي بالعد

$4 \times 2 = 8$

$\boxed{6}$ عدد طرق اختيار الرئيس 7
" " " نائب الرئيس 6
" " " أمين السر 5
⇐ حسب المبدأ الأساسي بالعد

$7 \times 6 \times 5 = 210$

مثال خارجي الامتحان

في أحد الصفوف 10 شباب و 20 بنت يُراد تشكيل لجنة قوامها 3 شباب و 5 بنات لتمثيل هذه الشعبة في المسابقة

الحل: نختار الشباب لحالهم والبنات لحالهن لوحدهن فنضربهم ببعضهم ثم نستخدم التوافيق لأننا نختار عدد من الكل دون أهمية الترتيب

مرحلة أولى لاختيار الشباب

$\binom{10}{3} =$

مرحلة ثانية لاختيار البنات

$\binom{20}{5} =$

حسب المبدأ الأساسي بالعد

$\binom{10}{3} \times \binom{20}{5}$

مثال خارجي بالامتحان

نفس المثال السابق لكن نريد تشكيل لجنة فيها (مدير - نائب مدير - أمين سر)

الحل: عدد طرق اختيار المدير 30
" " " نائب المدير 29
" " " أمين السر 28

$30 \times 29 \times 28 = 24360$

دستور ثنائي الحد

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

نرى مثلاً مجموع الأسس يكون n

$\binom{n}{0} = 1$ كلش فظي درجة أولى ٦ ٥ ٢ ، ١ 1 64

- عدد الحدود أكبر من الأس بـ واحد
- الحد المستقل عن x أي الأس يساوي الصفر
- المجموعة الخالية محتواة في أي مجموعة

مثال

$(a+b)^2 = \binom{2}{0} a^2 . b^0 + \binom{2}{1} a^1 . b^1 + \binom{2}{2} a^0 b^2$

$\Rightarrow = 1a^2 1 + 2ab + 1.1.b^2$

$\Rightarrow a^2 + 2ab + b^2$

مثال

$(a+b)^7 = \binom{7}{0} a^7 b^0 + \binom{7}{1} a^6 b^1 + \binom{7}{2} a^5 b^2 + \binom{7}{3} a^4 b^3 + \binom{7}{4} a^3 b^4 \dots + \binom{7}{7} a^0 b^7$

عدد الحدود طلع هون 8 لأن $7+1=8$

قاعدة هامة

إن عدد المجموعات الجزئية من مجموعة مكونة من n عنصر 2^n

- أوجد عدد المجموعات الجزئية المكونة من 3 عناصر

$E = \{a, b, c\} \Rightarrow \{a\} \{b\} \{c\} \{a, b\} \{a, c\} \{b, c\} \{a, b, c\} \{\varnothing\}$

$2^3 = 8$

★ **قاعدة أخرى**

$P_n^n = n!$

بالتأكيد

هام (دستور الحد العام)

$T_r = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$

مثال امتحاني:

إذا قالوا الحد التربيعي يعني الأس يساوي 2 درجة ، إذا قالوا الحد الخطي الأس يساوي 1 وإذا تكعيبي 3

أوجد الحد المستقل عن X في المنشور ذي الحدين

$(x^2 + \frac{1}{x})^6$ ← a ، b

الفكرة نكتب دستور الحد العام T_r حيث نعوض n بالعدد 6 ونعوض a و b ونترك r مجهولة ثم نجمع الأسس ونساويها بالصفر (هنا بيطلبوا الحد المستقل عن x يعني x^0)

$\rightarrow T_r = \binom{6}{r} (x^2)^{6-r} (\frac{1}{x})^r$

$= \binom{6}{r} (x)^{12-2r} (\frac{1}{x^r})$

$= \binom{6}{r} (x)^{12-2r} (x)^{-r}$

$= \binom{6}{r} (x)^{12-3r} \Rightarrow 12-3r=0$

$\Rightarrow r = 4$

$T_4 = \binom{6}{4} \dots$ أوجدنا $\Leftarrow$

نعوض بالخطوة الجاية أسهل

$T_4 = \binom{6}{4} x^0 \Rightarrow = 15$ والحد الخامس r+1

والجواب طلع مستقل عن x ما فيه x

أنواع السحب المختلفة

[1] السحب على التتالي مع إعادة

ميزات السحب: [1] يوجد أهمية للترتيب (تعكس الحالات) لما يطلع نفس (أحمر - أحمر) ما منحكي لأنو نفس هاد

[2] يوجد تكرار (أستطيع سحب العنصر أكثر من مرة)

أهم شي بمسائل السحب نوع السحب وعدد الأشياء المسحوبة

/ /

٣ عدد النتائج الممكنة

المبدأ الأساسي بالعد

$$\underbrace{n \times n \times \ldots \times n}_{\text{لغايا r فترة}}$$

حيث n عدد العناصر

r عدد مرات السحب

٤ لا تنقص العناصر بالمبدأ الأساسي

مثال: صندوق فيه أربع كرات مرقمة بالأرقام (6, 7, 8, 9) سحب على التوالي مع إعادة ثلاث كرات. ما هي النتائج الممكنة

الحل: عدد طرق سحب الكرة الأولى 4

" " " الثانية 4

" " " الثالثة 4

ب إذا دون إعادة
4
3
2

⟸ حسب المبدأ الأساسي بالعد

$4 \times 4 \times 4 = 64$

طلب امتحاني كم نتيجة ممكنة لهذه التجربة في الحالات التالية:

(أ) الكرة المسحوبة أولاً تحمل الرقم 6 والثانية تحمل الرقم 9 والثالثة تحمل 7

الحل: عدد طرق سحب الكرة الأولى 1

" " " الثانية 1

" " " الثالثة 1

$\Rightarrow 1 \times 1 \times 1 = 1 \quad \{\overset{③}{7}, \overset{②}{9}, \overset{①}{6}\}$

الكرة الثانية

(ب) الكرة المسحوبة أولاً 8 والثانية 7 والكرة الثالثة

الحل: عدد طرق سحب الكرة الأولى 1

" " " الثانية 1

" " " الثالثة 4

لا توجد قيود شرط للكرة الثالثة

$\Rightarrow 1 \times 1 \times 4 = 4 \quad \{875, 877, 878, 879\}$

(ج) الكرة المسحوبة ثانياً تحمل الرقم 8

ما عليها شرط

الحل: عدد طرق المسحوبة أولاً 4

" " ثانياً 1

" " ثالثاً 4

ما عليها شرط

$\Rightarrow 4 \times 1 \times 4 = 16$

2 السحب على التوالي دون إعادة

ميزاته 1 يوجد أهمية للترتيب (لمعرفة الحالات)

2 لا يوجد تكرار لنفس العنصر

3 عدد النتائج الممكنة: حسب المبدأ الأساسي بالعد يكون

$n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots$

4 عدد العناصر ينقص كلما سحب عنصر

مثال: في آخر طلب من المسألة السابقة لو سحبت الكرة الثانية دون إعادة يكون:

$3 \times 1 \times 2 = 6$

لأنه نقص لكونه الثانية

لرأى الرقم 8 أولاً لأنه ممكن أول كرة تسحب 8

لعلها تستعمل

$\binom{n}{n-1} = n$ ، أو $\binom{n+1}{n} = n$ $\binom{4}{3} = 4$

$/ \quad /$

$\boxed{2}$

$$n\binom{n-1}{r-1} = r\binom{n}{r}$$

$$\text{ط}_1 = n\binom{n-1}{r-1} = n\,\frac{P_{n-1}^{r-1}}{(r-1)!} =$$

$$\{n-1-(r-1)+1\} \Rightarrow$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)\times \cdots\cdots (\underline{n-r+1})}{(r-1)!} = \frac{P_n^r}{(r-1)!}$$

$$\text{ط}_2 = r\,\frac{P_n^r}{r!} = \frac{\cancel{r}\,P_n^r}{\cancel{r}(r-1)!} = \text{ط}_1$$

لما بدأنا من الطرف الأول ما اضطررنا نكمل ووقفنا
عند هل الحل و انطلقنا من ~~المطل~~ الطرف الثاني
لوصلنا لحل و وقفنا

$\boxed{3}$ السحب معاً (دفعة واحدة)

فيه الترتيب: $\boxed{1}$ لا يوجد أهمية الترتيب (لا نعكس الحالات)

$\boxed{2}$ نستخدم التوافيق

$$\left(\begin{array}{c}\text{الكل}\\ \text{الجزء}\\ \text{المسحوب}\end{array}\right)$$

لأنو ما فرق
بين الشي
أول معين
التاني زائد
أحد لو نالمة
معينة

مثال: أوجد الطلب الأول
من المسألة السابقة
في حالة السحب معاً

الحل: $\binom{4}{3} = \cdots\cdots = 4$

تدريب ص 155

$\boxed{1}$

③ $$\frac{\binom{7}{5}}{\binom{9}{6}} = \frac{\frac{7!}{5!\,2!}}{\frac{9!}{6!\,3!}}$$

$$= \frac{\frac{7\times6\times5!}{6!\ 3!}}{\frac{9\times8\times7\times6!}{5!\times2!}} = \frac{21}{84} = \frac{1}{4}$$

⑤ $$\frac{\binom{8}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{\frac{8!}{3!\,5!}}{\frac{9!}{3!\,6!}}$$

$$= \cdots\cdots = \frac{2}{3}$$

اذا التوافيق ، عدد

نلاحظ دائما $0 \le r \le n$ ↓ العدد الصغير

إذا كان عنا معادلة فيها توفيق ، توفيق
الرقم الي فوق نفسو فإن حلها هو
يلي تحت بيساوو بعض إما
يلي فوق ويلي تحت بيساوي التحتين أو
الي تحت

ص 155

① $\boxed{3}$

$$\binom{n}{2} = 36$$

شرط الحل $0 \le 2 \le n$

$$\frac{P_n^2}{2!} = 36 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2 \times 1} = 36$$

$$n(n-1) = 72 \Rightarrow n^2 - n = 72$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$\Rightarrow (n-9)(n+8) = 0$$

إما $n = 9$ مقبول

أو $n = -8$ مرفوض

ⓒ

$$3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2} \quad 0 \le 2 \le n$$

$0 \le 4 \le n$

$n \ge 4$ هي تقاطع هذول بالأكبر شرط الحل

نأخذ الشرط من الطرفين ونقاطعهم

$$3\frac{P_n^4}{4!} = 14\frac{P_n^2}{2!}$$

$$3\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 14\frac{n(n-1)}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow \frac{(n-2)(n-3)}{8} = 7$$

$$n^2 - 3n - 2n + 6 = 56$$

$$n^2 - 5n - 50 = 0$$

$$(n-10)(n+5) = 0$$

إما $n = 10$ مقبول

أو $n = -5$ مرفوض

$\boxed{3}$ سؤال مهمة

$$\binom{10}{3n} = \binom{10}{n+2}$$

اذا عنا توفيقان والرقم الي فوق نفسو نفعل إما و أو

نساوي التوفيقات عندها:

إما

$$3n = n + 2$$

$$\Rightarrow 2n = 2 \Rightarrow n = 1$$

مقبول لأن هناك شرط حله

$$3n \le 10 \Rightarrow n \le \frac{10}{3}$$

شرط الحل

$$0 \le n \le 3.33$$

$$n + 2 \le 10 \Rightarrow n \le 8$$

وثانيا

أو

$$3n + n + 2 = 0$$

$$4n = 8 \Rightarrow n = 2$$

مقبول

تمرينات ومسائل

$\boxed{1}$

$$\frac{\binom{n+1}{r}}{\binom{n}{r}} = \frac{n+1}{n+1-r}$$

$$l_1 = \frac{\dfrac{(n+1)!}{r!\,(n+1-r)!}}{\dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}}$$

$(n+1)n!$

$$= \frac{\dfrac{(n+1)!}{r!\,(n+1-r)\,(n-r)!}}{\dfrac{\cancel{n!}}{\cancel{r!}\,\cancel{(n-r)!}}}$$

$$= \frac{n+1}{n+1-r} = l_2$$

/ /

$$\frac{\binom{n+1}{r+1}}{\binom{n}{r}} = \frac{n+1}{r+1}$$ ②

$$P_1 = \frac{\frac{(n+1)!}{(r+1)!\,(n-r)!}}{\frac{n!}{r!\,(n-r)!}}$$

$$= \frac{\frac{(n+1)n!}{(r+1)r!\,(n-r)!}}{\frac{n!}{r!\,(n-r)!}}$$

$$= \frac{n+1}{r+1} = P_2$$

$$2\binom{n+1}{r+1} = 5\binom{n+1}{r}$$ $\boxed{2}$

من ①

$$2\,\frac{\cancel{(n+1)!}}{(r+1)!\,(n-r)!} = 5\,\frac{\cancel{(n+1)!}}{r!\,(n-r+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{r+1} = \frac{5}{n-r+1}$$

$$5r + 5 = 2n - 2r + 2$$

$$7r - 2n + 3 = 0$$ (⋆)

من ②

$$3\binom{n}{r} = 8\binom{n}{r-1}$$

نفس الطريقة لوجد العلاقة

$$3n - 11r = 3$$ (⋆⋆)

من ⋆ و ⋆⋆ لوجد n و r بالحل المشترك

$r = 15$ $n = 54$

توقع $\boxed{3}$

تقاطع شروط الحل في الطرفين

① $P^4_{n+2} = 14\, P^3_n$

هو بالعلاقة بنفسه

$n \geq 3$

الأكبر بالاتجاه + هو $n+2$

أكبر لحتة

أكبر أو يساوي في صوف

$n+2 \geq 4 \Rightarrow n \geq 2$

$n \geq 3$ شرط الحل

$(n+2)(n+1)(n)(n-1) = 14(n)(n-1)(n-2)$

العدد لانو نزلنا $(n+2)$ أربعة مقادير P^4_{n+2}

$\Rightarrow n^2 + 3n + 2 = 14n - 28$

$n^2 - 11n + 30 = 0$

$(n-6)(n-5) = 0$

إما $n = 6$ مقبول

أو $n = 5$ مقبول

② $P^5_n = 18\, P^4_{n-2}$

$n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$

$= 18(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)$

$\Rightarrow n(n-1) = 18(n-5)$

$n^2 - n = 18n - 90$

$\Rightarrow n^2 - 19n + 90 = 0$

$(n-10)(n-9) = 0$

$n \geq 6$ شرط الحل

إما $n = 10$

أو $n = 9$

$\boxed{5}$ س دورة : نستخدم التوافيق

لأنه لا يوجد أهمية للترتيب

$$\binom{10}{7} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= \frac{604800}{50420} = 120$$ طريقة

عند ما العكس ثلاث أشياء اثنان منهما لنفس الشيء فإننا نضرب بـ 3!

(م ، ج ، ج)

حسب المبدأ الأساسي بالعد

$10 \times 10 \times 10 = 1000$

② إما 3 (ج ج م) ثلاثية

أو 3 (ل ب م)

أو 3 (س س م)

فإذا ما قلنا الوحدة السوداء لغول ما فيش غيرها

لأن البحث هو إعادة لترتيب مثل هذا السوداء عرفتش

$3(6 \times 6 \times 4) + 3(9 \times 1 \times 1)$ ✗

حمراء خضراء سوداء

$3(6 \times 6 \times 4) + 3$ ✗

$= 648$

$3(6 \times 6 \times 4) + 3$

$(3 \times 3 \times 7) + 3(9 \times 1 \times 1)$

$= 648$

③

$3! \times$ (س ، ب ، ع)

$3! \times (6 \times 3 \times 1) = 108$

④ فكرة الحل

نختار بالعكس

[ال 3 كرات نفس اللون]

إما (ج ، ج ، ج)

أو (ب ، ب ، ب)

أو (س ، س ، س)

$(6 \times 6 \times 6)$

$(6)^3 + (1)^3 + (3)^3$

$= 244$

$\binom{6}{3} \times \binom{4}{4} =$

طريقة $\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \times 1 = 20$

$\boxed{6}$

① $\binom{12}{3} \cdot \binom{8}{2} = 6160$

② $\binom{8}{2}\binom{12}{3} + \binom{8}{1}\binom{12}{4} + \binom{8}{0}\binom{12}{5}$

$= \ldots$

③ $\binom{8}{2}\binom{12}{3} + \binom{8}{3}\binom{12}{2}$

$+ \binom{8}{4}\binom{12}{1} + \binom{8}{5}\binom{12}{0}$

أو نعتمد على العكس إما حالة و أربع حالات إلا والأولية و 5 حيث

نحسبها ونطرحها من الحالة الكلية

④ بما أنه لا يوجد أهمية للترتيب

نستخدم التوافيق

الأول ما له يصافح 9

إذن المصافحة تتم بين شخصين من أصل 10 حضور

الثاني يصافح 8

الثالث يصافح 7

أهمية للترتيب

$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2!\,8!} = 45$

لأنه ما رجع وصافح الشخص مرتين

من أصل n شخص

$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$

أو زوج

$\boxed{16}$

① • عدد طرق سحب الكرة الأولى 10

• عدد طرق سحب الكرة الثانية 10

• عدد طرق سحب الكرة الثالثة 10

لنهتم لنوع السحب

وعدد الإرجاع المسحوبة

Farah Notebook

عدد ما نعكس ثلاثة أشياء مختلفة الألوان
بطرق 3! أي 6

/ /

إذا قالوا عرضها بالعكس

⟸ عدد النتائج الممكنة
لـ 3 كرات ليست جميعها من
لون واحد هي:
$1000 - 244 = 756$
حالة

$\boxed{17}$

(١) $10 \times 9 \times 8 =$

(٢) 3 (ح ح م)
3 (ب ب م)
ماهي حالة سوداء لا أكثر كرة واحدة
سوداء والباقي دون إعادة
$3(6 \times 5 \times 4) + 3(3 \times 2 \times 7)$

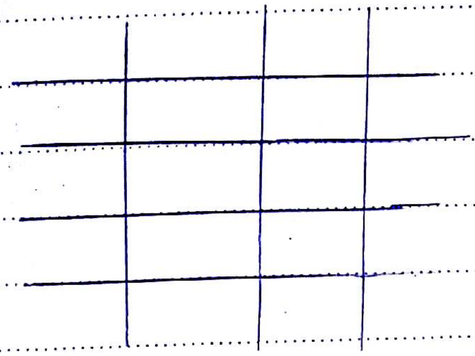
(٣) $3!\,(6 \times 3 \times 1) = 108$

(٤) نقار بالعكس
(6 ، 5 ، 4)
(2 ، 2 ، 2)
(ب3 ، ب2 ، ب1)
ونطرح من الحالة الكلية
أي الأصل

(٥)

إذا تعينت أولاً لا نعطي حالة واحدة
دون إعادة
(٦) إما (سوداء ، م ، م) 3
$(1 , 9 \times 8)$
إذا الكل سوداء ولا سوداء
(م ، م ، م)
$(9 \times 8 \times 7)$
ونطرح

تمرينات خارجي حسب 2019



كم عدد متوازيات الأضلاع التي
يمكن أن نحصل عليها من الشكل السابق
الفكرة: متوازي الأضلاع يحتاج 2
ضلعين شاقوليين وضلعين
أفقيين أي يجب أن نختار
من الأضلاع الشاقولية 2
ومن الأضلاع الأفقية (2)
نستخدم التوافيق
$\binom{3}{2} \times \binom{4}{2} =$
$3 \times 6 = 18$

لو كان مثلث نأخذ توافيق من كل
المستقيمات 3