السؤال الثالث / بنك الأسئلة

ليكن $ABCDA'B'C'D'$ مكعباً طول حرفه 2

النقطة H هي المسقط القائم للرأس B على المستقيم (Ac')

في المعلم المتجانس $(D', \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

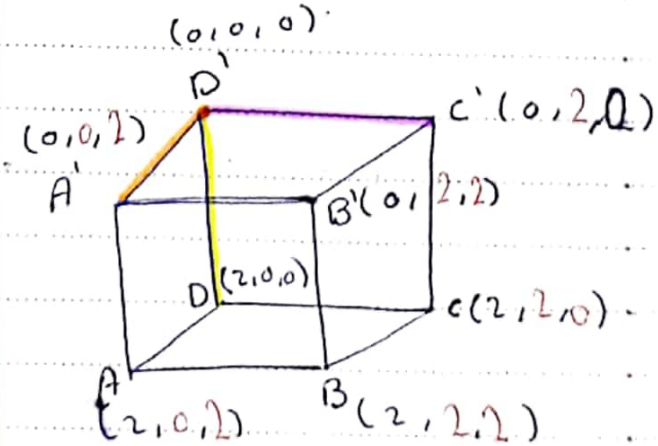
حيث $\overrightarrow{D'c'} = 2\vec{j}$

$\overrightarrow{D'A'} = 2\vec{k}$

$\overrightarrow{D'D} = 2\vec{i}$

الطلب الأول

اكتب في هذا المعلم احداثيات رؤوس المكعب



$(D', \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$D'(0,0,0)$

$\overrightarrow{DD'} = 2\vec{i}$

$D(2,0,0)$

$\overrightarrow{D'c'} = 2\vec{j}$

$c'(0,2,0)$

$\overrightarrow{D'A'} = 2\vec{k}$

$A'(0,0,2)$

$B'(0,2,2)$

$c(2,2,0)$ $B(2,2,2)$

$A(2,0,2)$ $D(2,0,0)$

$A'(0,0,2)$ $D'(0,0,0)$

[Ac] تمثيلاً وسيطياً للقطعة (Ac')

نقطة ← A

مستقيم موجه ← Ac'

Farah Notebook

CamScanner

Note

التمثيل الوسيطي لقطعة مستقيمة

$$\begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases} \quad t \in [0,1]$$

A احداثيات $\leftarrow (x_A, y_A, z_A)$

(a, b, c) $\leftarrow$ مركبات شعاع توجيه

$A(2,0,2)$ — شعاع التوجيه $AC'(-2,+2,-2)$

منه التمثيل الوسيطي للقطعة

$$\begin{cases} x = 2 + (-2)t \\ y = 0 + (+2)t \\ z = 2 + (-2)t \end{cases} \quad t \in [0,1]$$

$$\begin{cases} x = -2t + 2 \\ y = 2t \\ z = -2t + 2 \end{cases} \quad t \in [0,1]$$

التمرين الثاني

1) كتابة معادلة المستوي P الذي يحتوي A' وعمودي المستقيم (AC')

(2) استنتاج احداثيات H نقطة تقاطع (AC') و P

معادلة المستوي P

ناظم ← شعاع توجيه AC'

$AC'(-2,2,-2)$

نقطة ← $A'(0,0,2)$

معادلة المستوي من الشكل

$$a(x - x_{A'}) + b(y - y_{A'}) + c(z - z_{A'}) = 0$$

مركبات الناظم

$$-2(x-0) + 2(y-0) + (-2)(z-2) = 0$$

$$-2x + 2y - 2z + 4 = 0$$

نقسم على -2

$$P: x - y + z - 2 = 0$$

/ /

استنتج احداثيات H نقطة تقاطع (Ac') و P

↓

هو مقصود المستقيم

Note

لإيجاد احداثيات نقطة تقاطع مستقيم مع مستوي نوظف المعادلات الوسيطية للمستقيم في معادلة المستقيم بدلالة t ثم نوظف في المعادلات الوسيطية لنجد احداثيات النقطة

Note

معادلة المستقيم (Ac') هي نفس المعادلات الوسيطية للنقطة [Ac'] بـ تغيير كمال

لمعادلات الوسيطية لـ (Ac')

$$\begin{cases} x = -2t + 2 \\ y = 2t \\ z = -2t + 2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

معادلة المستوي P

$P: x - y + z - 2 = 0$

نوظف المعادلات الوسيطية للمستقيم في معادلة المستوي

$-2t + 2 - 2t - 2t + 2 - 2 = 0$

$-6t + 2 = 0$

$-6t = -2$

$t = \frac{-2}{-6} \Rightarrow t = \frac{1}{3}$

نوظف في المعادلات الوسيطية

$x = -2\left(\frac{1}{3}\right) + 2$ (3)

$x = \frac{-2}{3} + \frac{6}{3}$

$\Rightarrow x = \frac{4}{3}$

$y = 2t$

$\Rightarrow y = 2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$

$y = \frac{2}{3}$

$z = -2t + 2$

$z = -2\left(\frac{1}{3}\right) + 2$ (3)

$= -\frac{2}{3} + \frac{6}{3} = \frac{4}{3}$

$z = \frac{4}{3}$

ومنه

$H\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$

Farah Notebook

CamScanner

/ /

الطلب الثالث

أثبت أن المسقط القائم للنقطة A' على (AC') هي النقطة H ذاتها.

Note

لاثبات أن H المسقط القائم لـ A' على الداء للمستقيم

لازم يتحققان	الداء للمستقيم
النقطة H تنتمي للمستقيم	للمستقيمين AC' و HA' لازم يكونا متعامدين

من الطلب السابق وجدنا أن النقطة H هي نقطة تقاطع المستوى P و المستقيم (AC')

ومنه H تنتمي للمستقيم AC' تحقق الشرط الاول

نتحقق من الداء الثاني للتعامد

$AC'(-2, 2, -2)$

$HA'\left(-\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

$AC' \cdot HA' =$

$= (-2)\left(-\frac{4}{3}\right) + (2)\left(-\frac{2}{3}\right) + (-2)\left(\frac{2}{3}\right)$

$\frac{8}{3} - \frac{4}{3} - \frac{4}{3}$

$= 0$

ومنه

$AC' \cdot HC' = 0$

ومنه تحقق الشرط الثاني

ومنه H' ذاتها المسقط القائم للنقطة A' على المستقيم (AC')

الطلب الرابع

أوجد معادلة المستوي المحوري للقطعة [BC']

المستوي يحدد

نقطة	ناظم
منتصف BC'	المتجه $\overrightarrow{BC'}$

Farah Notebook

CamScanner

/ /

$B'(0,2,2)$

$C'(0,2,0)$

$[B'C']$ منصف I

$I(0,2,1)$

$B'C'(0,0,-2)$

المستوى

نقطة ← $I(0,2,1)$

ناظم ← $B'C'(0,0,-2)$

ان معادلة المستوى من الشكل

$a(x-x_I)+b(y-y_I)+c(z-z_I)=0$

$0(x-0)+0(y-2)+(-2)(z-1)=0$

$-2z+2=0$

نقسم على -2

معادلة المستوى الكوردي ← $z-1=0$

انتهت المسألة الثالثة

Monira Al-ebraheem

Farah Notebook

CamScanner