أولمبياد الرياضيات

4 AM

الدور النهائي

2020 / 2019

إعداد: عبد الحفيظي عادل + بلقاسم / ع.

3 التمـــــارين

حكمة:
← النهر يتقبل الصخرة ليس بقوته ولكن بمثابرته.

التمرين 01

فرنســـا (2017) ← مساعدة ← الحل

1) احسب $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$ ثمّ استنتج قيمة $\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}$.

2) جد أربعة أعداد طبيعية a ، b ، c و d حيث : $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=1$.

3) جد خمسة أعداد طبيعية a ، b ، c ، d و e حيث : $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+\frac{1}{e}=1$.

التمرين 02

فرنســـا (2017) ← مساعدة ← الحل

ليكن $X=\sqrt{1+a+2\sqrt{a}}+\sqrt{1+a-2\sqrt{a}}$ حيث a عدد حقيقي موجب .

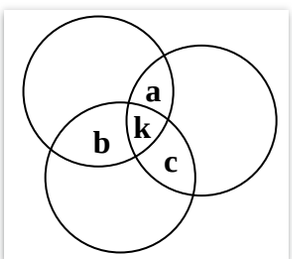
1) أثبت أنّ : $(X^2-4)(X^2-4a)=0$.

2) مـاهي القيم الممكنة لـ X .

3) بسّط مـايلي : $\sqrt{1000000+2\sqrt{999999}}+\sqrt{1000000-2\sqrt{999999}}$.

التمرين 03

فرنســـا (2017) ← مساعدة ← الحل

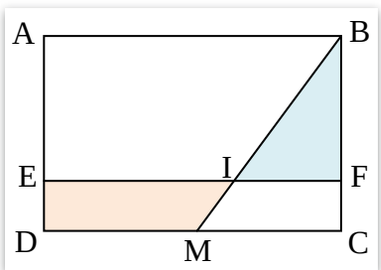


ثلاثة سجّـاد (نفرض أنّها دائرية الشكل) لديها مساحة إجمالية تقدّر بـ $200m^2$.
عن طريق التداخل الجزئي بينها فإنّها تغطّي سطحاً قدره $140m^2$.
الجزء المغطّى من قِبَلْ إثنين من السجّاد بالضبط ذو مساحة إجمالية قدرها $24m^2$.
السؤال: مـاهي مسـاحة الجزء المغطّى من السجّاد الثلاث المتداخل ؟

التمرين 04

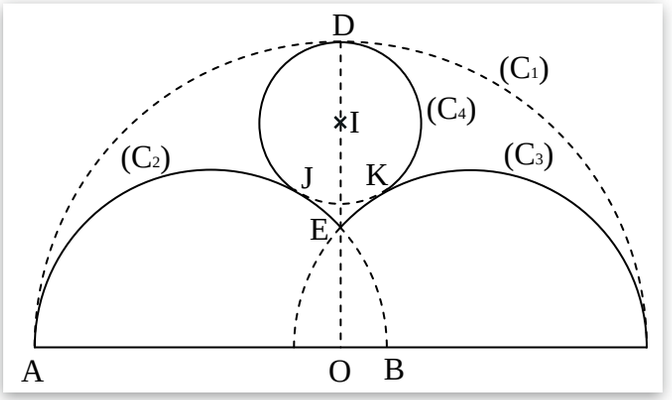
فرنســـا (2017) ← مساعدة ← الحل

المستطيل $ABCD$ بعداه a و b ، E نقطة من $[AD]$ حيث : $DE=\frac{1}{4}AD$.



المستقيم الموازي لـ (DC) المار من E يقطع (BC) في F .
لتكن M منتصف $[DC]$ ، المستقيم (BM) يقطع (EF) في النقطة I .
السؤال: أثبت أنّ شبه المنحرف $EIMD$ و المثلث BIF لهما نفس المساحة .

التمرين 05 فرنسا (2017) ← مساعدة ← الحل



نصف الدائرة (C_1) مركزها O و تشمل النقطة A و نصف الدائرة (C_2) ذات القطر $[AB]$ تمسها في A . المستقيم (OD) هو محور تناظر للشكل و النقطة D تنتمي لـ (C_1) .

نصف الدائرة (C_3) هي نظيرة (C_2) بالنسبة لـ (OD) . النقطة E هي تقاطع القطعة $[OD]$ و (C_2) . تعطى : $OA=10$ و $DE=6$.

1. أثبت أنّ : $\frac{AO}{AE}=\frac{AE}{AB}$.
2. احسب نصف قطر الدائرة (C_2) .
3. (C_4) هي الدائرة ذات المركز I و التي تمر بالنقطة D . (C_4) تمسّ (C_1) في D ، تمسّ (C_2) في J و تمسّ (C_3) في K . احسب نصف قطر الدائرة (C_4) .

التمرين 06 السعودية (2006) ← مساعدة ← الحل

نعتبر x عدد حقيقي .

السؤال: حل المعادلة : $2^{1994}+4^{997}+8^{665}=16^x$.

الفرق بين الممكن و المستحيل يقطن في العزيمة التي ترقد بداخلك.

التمرين 07 ولاية الجلفة - الجزائر (2018) ← مساعدة ← الحل

m و n عددان حقيقيان حيث : $m+n=1$ و $m^2+n^2=2$.

السؤال: احسب : m^4+n^4 .

التمرين 08 ولاية الجلفة - الجزائر (2018) ← مساعدة ← الحل

ليكن $\sqrt{x+9}+\sqrt{x}=18$ مع $x>0$.

السؤال: بيّن أنّ : $\sqrt{x+9}-\sqrt{x}=\frac{1}{2}$.

إبدأ من اليوم لا غداً مهما كان من المفترض أن تبدأ البارحة.

التمرين 09 ولاية الجلفة - الجزائر (2018) ← مساعدة ← الحل

a عدد طبيعي .

1. بيّن أنّ : $(a+1)(a+2)=a(a+3)+2$.
2. إستنتج أنّ العدد : $a(a+1)(a+2)(a+3)+1$ مربّع تام .

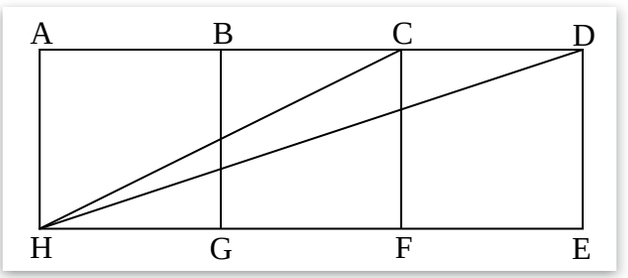
التمرين 10 ولاية الجلفة - الجزائر (2018) ← مساعدة ← الحل

$ABCD$ مربّع ، النقطة M تقع داخل المربع $ABCD$ حيث : $MA = MB = MH$ و H هي المسقط العمودي للنقطة M على المستقيم (CD) .

1. أنشئ الشكل مع توضيح خطوات الإنشاء تكابياً .
2. احسب الطول AM بدلالة a . (a طول ضلع المربّع) .

التمرين 11 بريطانيا (2004) ← مساعدة ← الحل

في الشكل المقابل ثلاثة مربّعات متطابقة



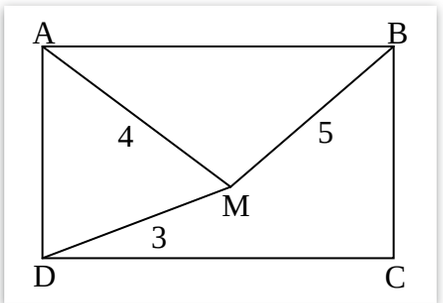
السؤال: جد قيس الزاوية : $\widehat{DHE} + \widehat{CHE}$.

إدّعي أنّ الأشياء التي أردت دوماً القيام بها قد قمت بها بالفعل.

التمرين 12 بريطانيا (2002) ← مساعدة ← الحل

$ABCD$ مستطيل فيه :

M نقطة تقع داخله بحيث : $MA = 4cm$ ، $MB = 5cm$ و $MD = 3cm$.

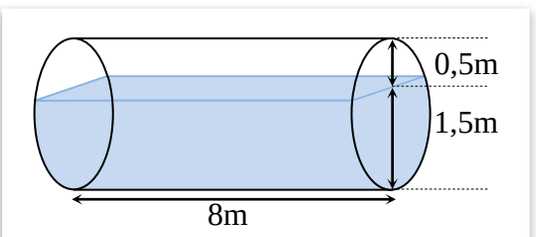


السؤال: احسب الطول MC .

التمرين 13 مجهول المصدر ← مساعدة ← الحل

خزّان أسطواني الشكل موضوع أفقياً يستعمل لتخزين الماء . حسب المعطيات ،

السؤال: ماهو حجم الماء الموجود حالياً في الخزّان بالمتر المكعّب ؟



نتعمّق دائما في الأشياء بقلوبنا وليس بمعرفتنا.

التمرين 14 الأردن (2001) ← مساعدة ← الحل

المسافة بين مدينتين A و B هي $20km$ و المسافة بين المدينة B ومدينة أخرى C هي $17km$.

سافر شخص من A إلى B بالسيارة ومن B إلى C بالقطار فبذلك استغرق بالسفر من A إلى C ساعة واحدة و $\frac{8}{3}$ دقيقة ، في العودة سافر من C إلى B بالسيارة ومن B إلى A بالقطار و بذلك استغرق من

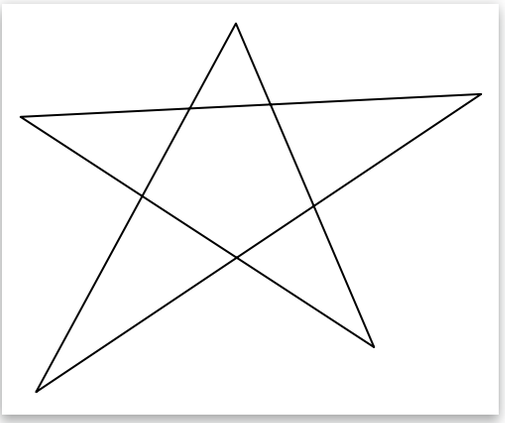
C إلى A ساعة واحدة و $\frac{2}{3}$ دقيقة .

السؤال: مـا سرعة كل من السيّارة والقطار بالكيلومتر/الساعة ؟

التمرين 15

صفحة فيلاز في الرياضيات ← مساعدة ← الحل

على الشكل المجـاور :



السؤال: احسب مجموع أقياس الزوايا الداخلية لرؤوس النجمة .

إعتقدت دائماً أنك إن وضعت كلّ ما تبذله من جهد لتحقيق النجاح ، النتائج سوف تأتي.

التمرين 16

ولاية الجلفة - الجزائـر (2016) ← مساعدة ← الحل

x عدد حقيقي موجب حيث : $x-\frac{1}{x}=1$.

السؤال: أثبت أنّ : $x+\frac{1}{x}=\sqrt{5}$ و استنتج أنّ : $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

التمرين 17

ولاية الجلفة - الجزائـر (2016) ← مساعدة ← الحل

a عدد حقيقي .

البطل هو الذي يتعلّم من دروس الماضي ، يلمس الحاضر ويفكّر في المستقبل.

السؤال: حـل المعـادلة : $(7^{3a+1})^a=1$.

التمرين 18

ولاية الجلفة - الجزائـر (2016) ← مساعدة ← الحل

$ABCD$ مربّع و S نقطة خارجه بحيث يكون المثلث SAB متساوي الضلعين و قائم في S .

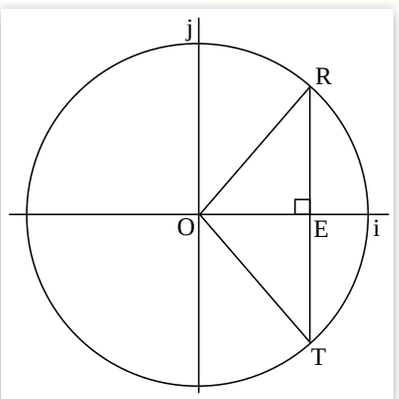
نضع : $AB=x$.

السؤال: احسب الطول SD بدلالة x .

التمرين 19

ولاية الجلفة - الجزائـر (2016) ← مساعدة ← الحل

إليك الشكل المقابل حيث : $RT=OR=OT$.



نعتبر $(O;\vec{i};\vec{j})$ المعلم المتعامد و المتجانس .

السؤال: احسب إحداثيتي النقطتين T وَ R .

يبقى الأمر متروكاً لنا لإتّباع الطريق الموجّه نحو الأعلى أو تفادي الطريق الموجّه نحو الأسفل.

التمرين 20

ولاية الجلفة - الجزائر (2017) ← مساعدة ← الحل

a و b عددان موجبان غير معدومين حيث : $\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}=\frac{4}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

السؤال : بيّن أنّ : $a=b$.

التمرين 21

ولاية الجلفة - الجزائر (2017) ← مساعدة ← الحل

حل المعادلة : $x^2+12x+35=0$.

التمرين 22

ولاية الجلفة - الجزائر (2017) ← مساعدة ← الحل

بيّن أنّ مساحة المثلث المتقايس الأضلاع EFG هي : $S=\frac{\sqrt{3}EF^2}{4}$.

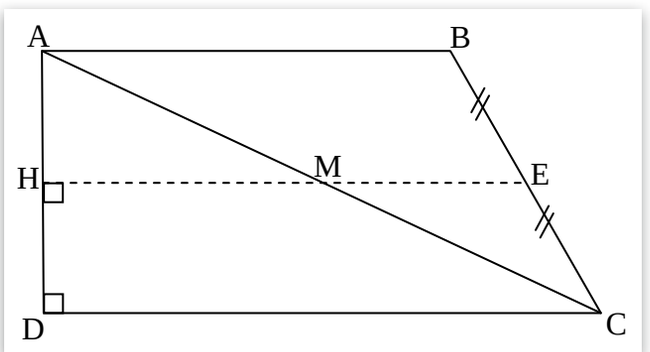
التمرين 23

ولاية الجلفة - الجزائر (2017) ← مساعدة ← الحل

$ABCD$ شبه منحرف قائم . E منتصف $[BC]$

و H هي المسقط العمودي لـ E على (AD) .

السؤال : بيّن أنّ : $2HE=AB+DC$.



التمرين 24

بلجيكا (2007) ← مساعدة ← الحل

نعتبر 2017 كسراً : $\frac{a_1}{b_1},\frac{a_2}{b_2},\frac{a_3}{b_3},....,\frac{a_{2017}}{b_{2017}}$ ، حيث في كل منها البسط عدد طبيعي و المقام عدد طبيعي أيضاً غير معدوم .

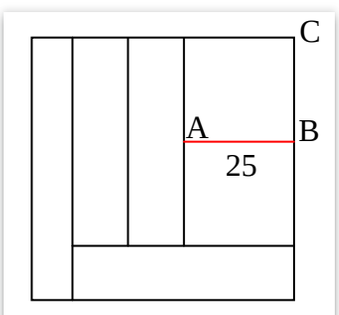
السؤال : أثبت أنّه إذا كان α أصغر هذه الكسور ، وَ β أكبرها فإنّ : $\alpha\le\frac{a_1+a_2+a_3+...+a_{2017}}{b_1+b_2+b_3+...+b_{2017}}\le\beta$

التمرين 25

الجزائر (2017) ← مساعدة ← الحل

تمّ تقسيم مربّع إلى 6 مستطيلات لها كلّها نفس المساحة بالطريقة الموضّحة في الشكل المقابل .

السؤال : إذا علمت أنّ : $AB=25$. فما هي قيمة BC ؟



المصعد الذي يقود نحو النّجاح معطّل ! عليك إذاً استعمال السّلالم فهي خطوة في الوقت نفسه.

التمرين 26

صفحة فيلدز في الرياضيات ← مساعدة ← الحل

تملأ حنفيّة خزّاناً في 4 ساعات و تفرغ أخرى هذا الخزّان في 5 ساعات .

السؤال: إذا فتحت الحنفيتان معاً ، فبكم من الوقت يُملأ الخزّان إن كان فارغاً ؟

التمرين 27

صفحة فيلدز في الرياضيات ← مساعدة ← الحل

يتقاسم ثلاث سكّان هم : (جاد وَ إياد وَ معاذ) منزلاً ريفياً به فرن مشترك .
وضع جاد في الفرن 4 قطع من الحطب وَوضع إياد 6 قطع ،أمّا معاذ فلم يكن يملك حطباً .أراد معاذ أن يطبخ طعامه في الفرن المشترك وَ مقابل ذلك دفع لصاحبيه 10 دنانير .

السؤال: كيف يجب لجاد وَ إياد أن يتقاسما هذه الدنانير بالعدل ؟

التمرين 28

صفحة فيلدز في الرياضيات ← مساعدة ← الحل

تقابل رجلان يوماً وكانت هذه المحادثة بينهما :

الرجل الأول	1 أنا متزوّج و عندي ثلاثة أولاد .	الرجل الثاني	1 كم أعمارهم ؟
	2 لن أخبرك بالأعمار و لكن سأدلّك على إشارة عليها : حاصل ضرب أعمارهم هو 36 .		2 جيّد ... و لكن ذلك لا يكفي .
	3 حاصل جمع أعمارهم يساوي رقم العمارة التي خلفك		3 (بعد نظره إلى رقم العمارة) ..... ينقصني دليل و سأخبرك بالإجابة .
	4 أكبرهم أشقر .		4 عرفت الإجابة .

السؤال: **ماهي أعمارهم ؟**

التمرين 29

صفحة فيلدز في الرياضيات ← مساعدة ← الحل

هناك جزيرة يعيش عليها أناس طيّبون وَ آخرون شريرون ، الطيّبون دائما صادقون وَ الشريرون دائما كاذبون . أتى إليك جاسم وَ باسم ، و قال لك باسم كلانا شرّير .

السؤال: **هل تستطيع أن تعرف إلى أي فريق ينتمي كل منهما ، الطيّب أم الشّرير ؟**

أكملت طريقك و أنت تقود سيّارتك فوصلت إلى مفترق طرق به طريقان : **A** ، **B** وَ في وسط المفترق هناك بيت به طيّب وَ شرير ، طرقت الباب و خرج لك شخص منهم، طبعاً أنت لا تعلم إن كان طيّباً أو شريراً حتّى تثق بإجابته أم لا .

السؤال: **ماهو السؤال الذي إن طرحته تستطيع الإستدلال على الطريق الصّحيح ؟**

التمرين 30 ولاية الجلفة - الجزائر (2019) ← مساعدة ← الحل

مجموع خمسة أعداد طبيعية متتالية هو: 10^{2019}

السؤال: بيّن أنَّ العدد الأوسط مضاعف للعدد 2.

التمرين 31 ولاية الجلفة - الجزائر (2019) ← مساعدة ← الحل

A, B وَ C أعداد حقيقية غير معدومة ، إذا كان:

$$B+\frac{1}{C}=1 \quad \text{وَ} \quad A+\frac{1}{B}=1$$

السؤال: احسب: $A\times B\times C$.

التمرين 32 ولاية الجلفة - الجزائر (2019) ← مساعدة ← الحل

$EFGH$ مستطيل، N منتصف $[FG]$ وَ M منتصف $[FE]$.

السؤال: برهنَ أنّ: $5MN^2 = GM^2 + EN^2$

التمرين 33 ولاية الجلفة - الجزائر (2019) ← مساعدة ← الحل

ABC مثلث قائم في النقطة B حيث: $AC = x$

h طول الارتفاع المتعلّق بالضلع $[AC]$

والمتوسّط $[BM]$ المتعلّق بالضلع $[AC]$ يحقّق المساواة: $BM^2 = AB\times BC$

السؤال: أنشئ المثلث ABC (اذكر خطوات الإنشاء بدقّة).

توجيهات لحل التمرين 01 ← التمرين ؟ ← الحل

1 • لجمع عدة كسور مقاماتها مختلفة ، نقوم بتوحيد المقامات بالبحث عن المضاعف المشترك الأصغر بينها.

• الاستنتاج: لاحظ العلاقة بين مقامات كسور المجموع الأول ومقامات كسور المجموع المطلوب.

2 استعن باستنتاج السؤال السّابق.

3 انطلق من نتيجة السؤال الثاني ، وبإتباع نفس خطوات حل السؤالين السابقين ستصل إلى المطلوب.

توجيهات لحل التمرين 02 ← التمرين ؟ ← الحل

1 هذا السؤال يتطلب تمكّن جيد من الحساب الحرفي (النشر والتحليل) مع مراعاة قواعد الحساب على الجذور.

2 راجع درس حل معادلة جداء معدوم ، مع ملاحظة أن x عدد حقيقي موجب لأنه مجموع عددين حقيقيين موجبين.

3 • بتعويض قيمة a بـ 999999 في عبارة x نتحصّل على العبارة المطلوب تبسيطها ومن خلال نتيجة السؤال السابق نعلم أن لـ x قيمتين محتملتين.

• تذكر أن:
$$\begin{cases} \sqrt{c^2} = c \quad \ldots\ldots\ldots \quad c \geq 0 \\ \sqrt{c^2} = -c \quad \ldots\ldots\ldots \quad c \leq 0 \end{cases}$$

توجيهات لحل التمرين 03 ← التمرين ؟ ← الحل

• الجزء المغطّى من قِبَل إثنين من السجّاد يمثّل $a+b+c$.

• المطلوب هو حساب مساحة k.

توجيهات لحل التمرين 04 ← التمرين ؟ ← الحل

عبّر عن الأطوال التي تحتاجها لحساب مساحة كل من الشكلين بدلالة بعدي هذا المستطيل a وَ b.

توجيهات لحل التمرين 05 ← القرين ؟ ← الحل

1 لاحظ أن المثلثان AOE وَ ABE قائمان ولهما زاوية مشتركة ، وبالتالي لهما نفس جيب تمامها.

2 بالاستعانة بنتيجة السؤال السابق ، احسب طول قطر الدائرة (C_2) ثم استنتج طول نصف القطر.

3 طبق مبرهنة فيثاغورس على المثلث ΩOI القائم في O.

توجيهات لحل التمرين 06 ← القرين ؟ ← الحل

- لاحظ أن: $4=2^2$ وَ $8=2^3$ وَ $16=2^4$.
- استعمل خواص العمليات على القوى والتحليل باستعمال الخاصية التوزيعية.

توجيهات لحل التمرين 07 ← القرين ؟ ← الحل

- m^4 وَ n^4 هما مربعا العددين m^2 وَ n^2 وَالأخيرين مربعا m وَ n على الترتيب ، إذن فكّر في استعمال متطابقة مربّع مجموع.

توجيهات لحل التمرين 08 ← القرين ؟ ← الحل

- لاحظ أن العبارة المعطاة والعبارة المطلوب تبيينها هما مجموع وفرق نفس العددين ، إذن يجب استعمال المتطابقة الشهيرة الخاصة بجداء مجموع حدّين وفرقهما.

توجيهات لحل التمرين 09 ← القرين ؟ ← الحل

1 انشر ثمّ بسّط وبعد ذلك استعمل التحليل بالخاصية التوزيعية.

2 نقول عن عدد أنه مربع تام إن امكن التعبير عنه بجداء عددين طبيعيين متساويين ، إستعن بنتيجة السؤال السابق للوصول إلى المطلوب.

توجيهات لحل التمرين 10 ← القرين ؟ ← الحل

1
- المربع هو رباعي أضلاعه الأربعة متقايسة ، وزواياه الأربع قائمة.
- محور قطعة مستقيم هو مجموعة النقط المتساوية المسافة عن طرفيها .
- راجع درس المستقيمات الخاصة في المثلث (3متوسط).

2 طبق مبرهنة فيثاغورس لإيجاد طول الوتر AM المطلوب.

توجيهات لحل التمرين 11 ← التمرين ؟ ← الحل

- أنشئ نظير الشكل بالنسبة للمستقيم (HE) فيكون مجموع قيسا الزاويتان المطلوبتان هو قيس زاوية حادّة من مثلث قائم ومتساوي الساقين.

توجيهات لحل التمرين 12 ← التمرين ؟ ← الحل

- حاول تجزئة الشكل إلى عدّة مثلثات قائمة طول وتر كل منها هو أحد الأطوال المعطاة ، ثمّ بتطبيق مبرهنة فيثاغورس حاول إيجاد علاقة بين الأطوال توصلك للمطلوب.

توجيهات لحل التمرين 13 ← التمرين ؟ ← الحل

- عليك أن تعي أنَّ ارتفاع مستوى الماء لا يتناسب مع حجم الخزّان.

توجيهات لحل التمرين 14 ← التمرين ؟ ← الحل

- بإعتبار الحركات منتظمة ، حاول إيجاد جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين وقم بحلّها.

توجيهات لحل التمرين 15 ← التمرين ؟ ← الحل

- إختر مثلّثاً من الشّكل ، علماً أن مجموع أقياس زواياه الداخليّة $180°$ ثمّ حاول كتابة أقياس زواياه بدلالة الزوايا المطلوب جمع أقياسها.

توجيهات لحل التمرين 16 ← التمرين ؟ ← الحل

- انطلق من العبارة المعطاة وصولاً إلى المطلوب بعد تربيع الطرفين.
- عوّض قيمة $\frac{1}{x}$ من احدى العبارتين في الأخرى.

توجيهات لحل التمرين 17 ← التمرين ؟ ← الحل

- لاحظ أن: $7^0 = 1$.
- راجع درسي قواعد الحساب على القوى ومعادلة جداء معدوم.

توجيهات لحل التمرين 18 ← التمرين ؟ ← الحل

- في المثلث المتساوي الساقين:
  - زاويتا القاعدة متقايستان (تساعدك هذه الخاصيّة في الإنشاء).
  - محور قاعدته هو محور تناظر المثلث.
- الطول المطلوب هو طول وتر مثلث قائم ، حاول كتابة طول ضلعيه القائمين بدلالة x.

توجيهات لحل التمرين 19 ← التمرين ؟ ← الحل

- راجع خواص المثلث المتقايس الأضلاع.

يمكن لهذا السؤال أن يحلَّ بأكثر من طريقة (مبرهنة فيثاغورس - النّسب المثلثيّة - حالات تطابق المثلثات).

توجيهات لحل التمرين 20 ← التمرين ؟ ← الحل

- المطلوب هو المقارنة بين a و b ، لذلك علينا التخلّص أوّلاً من الكسر بالتوحيد ثمّ جداء الطرفين والوسطين ثمّ النشر فالتحليل.

توجيهات لحل التمرين 21 ← التمرين ؟ ← الحل

- لاحظ أن: $35 = 36 - 1$.
- حلّل العبارة باستعمال متطابقة مربع مجموع ثم متطابقة جداء مجموع حدّين وفرقهما ، ثم حل معادلة الجداء المعدوم المتحصّل عليها.

توجيهات لحل التمرين 22 ← التمرين ؟ ← الحل

- في المثلث المتقايس الأضلاع:
  - محور أي ضلع منه هو محور تناظر المثلث.
  - الأضلاع متقايسة.
- مساحة مثلث تساوي نصف جداء طول أحد أضلاعه والارتفاع المتعلّق بهذا الضلع.

توجيهات لحل التمرين 23 ← التمرين ؟ ← الحل

- بتطبيق مبرهنة طالس على المثلث ADC ، جد علاقة بين HM و DC.
- بتطبيق مبرهنة طالس على المثلث CBA ، جد علاقة بين ME و AB.
- بجمع العلاقتين السابقتين نتحصل على المطلوب.

توجيهات لحل التمرين 24 ← التمرين ؟ ← الحل

- إستعمل خواص المتباينات للوصول إلى المطلوب .

توجيهات لحل التمرين 25 ← التمرين ؟ ← الحل

- ضع $BC = x$ ، ثمّ حاول مقارنة الأبعاد في كل المستطيلات .

توجيهات لحل التمرين 26 ← التمرين ؟ ← الحل

- حاول أن تقارن بين قدرة الحنفيتين في زمن مشترك ، ثمّ تعمّم النتيجة إلى المطلوب .

توجيهات لحل التمرين 27 ← التمرين ؟ ← الحل

- يجب أن تعي أنّ الفرن مشترك ، وأنّ ثلاثتهم مستفيد منه بنفس القدر، أي أنّ المبلغ المدفوع يمثّل الثلث.

توجيهات لحل التمرين 28 ← التمرين ؟ ← الحل

- ترجم الحوار بين الرجلين إلى أرقام على ورقتك ، و أنقص إحتمالات الإجابة الصحيحة كلّما مرّ الحوار.

توجيهات لحل التمرين 29 ← التمرين ؟ ← الحل

- هذا النّوع من الألغاز يسمّى بألغاز المنطق ، و هو أجمل أنواع الألغاز وَ أصعبها ، أقتبس هذا اللغز من كتاب "**متردّد إلى الأبد**" (**Forever Undecided**)، و يحتاج لحله إلى تفكير منطقي رياضي.

توجيهات لحل التمرين 30 ← التمرين ؟ ← الحل

- عدد مضاعف لـ 2 ، أي يمكن كتابته من الشكل $2n$ ، حيث n عدد صحيح .

توجيهات لحل التمرين 31 ← التمرين ؟ ← الحل

- اكتب $A\times B\times C$ بدلالة B وَ C ثم بدلالة C فقط ، بعد التبسيط نتحصّل على النّاتج.

توجيهات لحل التمرين 32 ← التمرين ؟ ← الحل

- بعد إنشاء الشكل إنطلاقاً من المعطيات ، اكتب ثلاث معادلات لفيثاغورس بدلالة الأطوال الثلاثة المطلوبة ، حاول الربط بينها للوصول إلى المطلوب.

توجيهات لحل التمرين 33 ← التمرين ؟ ← الحل

- احسب مساحة المثلث ABC بطريقتين مختلفتين ، من خلال تساوي العلاقتين استنتج قيمة h بدلالة x.
- راجع درس الدائرة المحيطة بمثلث قائم للسنة الثالثة متوسط (من أجل الإنشاء).

01 ← مساعدة ← التمرين

1 الحساب والاستنتاج:

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{6}{6}=1$ بضرب طرفي المساواة في $\frac{1}{2}$ نجد:

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{2}$ وعليه فإنَّ: $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{1}{2}$

2 لدينا: $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{1}{2}$ بإضافة $\frac{1}{2}$ إلى طرفي المساواة نجد: $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=1$

إذن الأربعة أعداد المطلوبة هي: $a=2\ ,\ b=4\ ,\ c=12$ و $d=12$.

3 لدينا: $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=1$ بضرب طرفي المساواة في $\frac{1}{2}$ نجد: $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{1}{2}$

بإضافة $\frac{1}{2}$ إلى طرفي المساواة نجد: $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=1$

إذن الخمسة أعداد المطلوبة هي: $a=2\ ,\ b=4\ ,\ c=8,\ d=12$ و $e=24$.

أحجية

19 ما قيس الزاوية التي يصنعها عقربا ساعة تشير إلى 12 h 05 ؟

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

فيديو

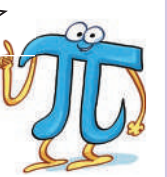
تعرف على الفيلسوف هيباسوس مكتشف الأعداد غير النسبية وما كان جزاؤه؟
▶fc.com/adel.maths17

02 ← مساعدة ← التمرين

1 الإثبات:

$$X^2=\left(\sqrt{1+a+2\sqrt{a}}+\sqrt{1+a-2\sqrt{a}}\right)^2$$
$$X^2=1+a+2\sqrt{a}+1+a-2\sqrt{a}+2\sqrt{1+2+2\sqrt{a}}\times\sqrt{1+a-2\sqrt{a}}$$
$$X^2=2+2a+2\sqrt{\left(1+a+2\sqrt{a}\right)\left(1+a-2\sqrt{a}\right)}$$
$$X^2=2+2a+2\sqrt{(1+a)^2-\left(2\sqrt{a}\right)^2}$$
$$X^2=2+2a+2\sqrt{1+a^2+2a-4a}$$
$$X^2=2+2a+2\sqrt{1+a^2-2a}$$
$$X^2=2+2a+2\sqrt{(1-a)^2}$$

انتبه:
- $(\sqrt{a})^2=a$ حيث a عدد موجب.
- $\sqrt{a^2}=a$ ..... $a\geqslant 0$
  $\sqrt{a^2}=-a$ ..... $a\leqslant 0$



يتبع...

وبالتالي:

$$\begin{aligned}(X^2-4)(X^2-4a) &= \left(2a+2\sqrt{(1-a)^2}-2\right)\left(2-2a+2\sqrt{(1-a)^2}\right)\\ &= 4\left(\sqrt{(1-a)^2}+(a-1)\right)\left(\sqrt{(1-a)^2}-(a-1)\right)\\ &= 4\left((1-a)^2-(a-1)^2\right)\\ &= 4\left((a-1)^2-(a-1)^2\right)\\ &= 0\end{aligned}$$

في حالة مربّع فرق ، لا يهم ترتيب الحدود.
$(a-b)^2=(b-a)^2$
حيث a و b أعداد.

2 القيم الممكنة لـ X:

لدينا: $X=\sqrt{1+a+2\sqrt{a}}+\sqrt{1+a-2\sqrt{a}}$ إذن: X عدد حقيقي موجب.

$$(X^2-4)(X^2-4a)=0$$

مجموع عددين موجبين هو عدد موجب.

أي: $X^2-4=0$ أو $X^2-4a=0$

أي: $X^2=4$ أو $X^2=4a$

وعليه:

$\begin{cases}X=2 & \text{مقبول} \checkmark\\ X=-2 & \text{مرفوض} \times\end{cases}$ أو $\begin{cases}X=2\sqrt{a} & \text{مقبول} \checkmark\\ X=-2\sqrt{a} & \text{مرفوض} \times\end{cases}$

إذن القيم الممكنة لـ X هي 2 و $2\sqrt{a}$.

3 تبسيط العبارة:

$$X=\sqrt{1+a+2\sqrt{a}}+\sqrt{1+a-2\sqrt{a}}=\sqrt{\left(1+\sqrt{a}\right)^2}+\sqrt{\left(1-\sqrt{a}\right)^2}$$

بما أن: $1+\sqrt{a}\succ 0$ فإن: $\sqrt{\left(1+\sqrt{a}\right)^2}=1+\sqrt{a}$

- إذا كان: $1-\sqrt{a}\geq 0$ أي $a\leq 1$ فإن: $\sqrt{\left(1-\sqrt{a}\right)^2}=1-\sqrt{a}$

ومنه: $X=1+\sqrt{a}+1-\sqrt{a}=2$

- إذا كان: $1-\sqrt{a}\leq 0$ أي $a\geq 1$ فإن: $\sqrt{\left(1-\sqrt{a}\right)^2}=-\left(1-\sqrt{a}\right)$

ومنه: $X=1+\sqrt{a}-\left(1-\sqrt{a}\right)=2\sqrt{a}$

إذن: $X=\begin{cases}2 & ;\ a\leq 1\\ 2\sqrt{a} & ;\ a\geq 1\end{cases}$

يتبع...

بتعويض قيمة a بـ 999999 في عبارة X نتحصّل على:

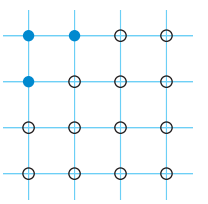
$$X=\sqrt{1+999999+2\sqrt{999999}}+\sqrt{1+999999-2\sqrt{999999}}$$

$$X=\sqrt{1000000+2\sqrt{999999}}+\sqrt{1000000-2\sqrt{999999}}$$

بما أن: 999999 أكبر تماماً من 1 فإن: $X=2\sqrt{a}=2\sqrt{999999}=6\sqrt{111111}$

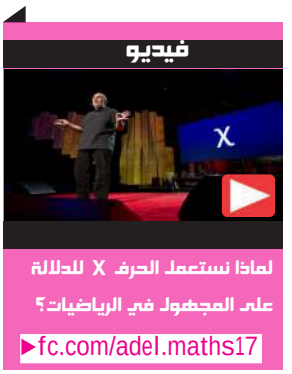
أحجية

20 انقل ثمّ لون أقصى عدد ممكن من النقاط باللون الأزرق، دون الحصول على ثلاث نقاط زرقاء على استقامة واحدة.



حل الأحجية

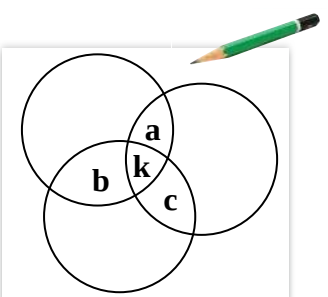
أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17



لماذا نستعمل الحرف X للدلالة على المجهول في الرياضيات؟
▶fc.com/adel.maths17

03 ← مساعدة ← التمرين

● مساحة الجزء المغطّى من السجّاد الثلاث المتداخل:



لدينا:
$$\begin{cases} a+b+c=24.....(1) \\ a+b+c+2k=200-140=60.....(2) \end{cases}$$

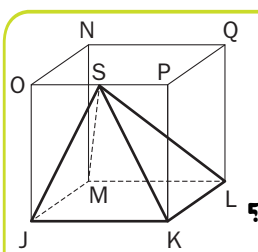
بطرح (1) من (2) نجد: $2k=60-24=36$ ومنه $k=18$.

إذن مساحة الجزء المغطّى بالسجّاد الثلاث هي: $18\,m^2$.

● يقال "فهم السؤال نصف الإجابة" هذه المقولة تنطبق تماما على هذا السؤال.

أحجية

20 JKLMNOPQ مكعب.
SJKLM هرم. النقطة S منتصف [OP].
● ماهو المنظر العلوي لهذا الشكل؟



a.
b.
c.
d.
e.

حل الأحجية

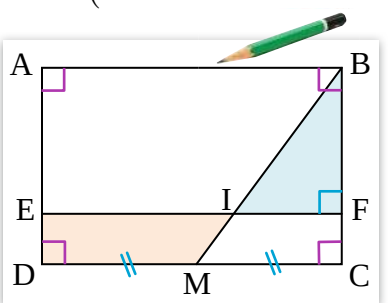
أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

طريقة رياضية لأخذ مربع من قطعة الشوكولاتة دون أن يلاحظ ذلك أحد...
▶fc.com/adel.maths17

04 ← مساعدة ← التمرين ؟

● إثبات تساوي مساحتي الشكلين:

لنعبّر عن المسافات DE, BF, DM, IF, EI بدلالة a وَ b $\left(AB = DC = a \; ; \; BC = AD = b\right)$.



لدينا: $DE = \frac{1}{4}AD$ يعني $DE = \frac{b}{4}$.

بما أن: $(AB) \parallel (EF) \parallel (DC)$ وَ $DE = \frac{1}{4}AD$ فإن: $FC = \frac{1}{4}BC$

ومنه $BF = \frac{3}{4}BC$ يعني $BF = \frac{3b}{4}$.

لدينا: M منتصف $[DC]$ إذن $DM = MC = \frac{DC}{2}$ ومنه $DM = \frac{a}{2}$.

بتطبيق مبرهنة طالس على المثلثين BFI وَ BCM:

$\frac{BI}{BM} = \frac{BF}{BC} = \frac{IF}{MC}$ ومنه $IF = \frac{BF}{BC} \times MC$ وعليه $IF = \frac{3}{4}MC = \frac{3}{4} \times \frac{a}{2} = \frac{3a}{8}$ إذن $IF = \frac{3a}{8}$.

لدينا: $EI = EF - IF$ ومنه $EI = a - \frac{3a}{8} = \frac{5a}{8}$ إذن $IE = \frac{5a}{8}$.

لنحسب الآن مساحتي الشكلين:

$$A_{(MIED)} = \frac{(EI + DM) \times DE}{2} = \frac{\left(\frac{5a}{8} + \frac{a}{2}\right) \times \frac{b}{4}}{2} = \frac{\frac{9a}{8} \times \frac{b}{4}}{2} = \frac{9ab}{64}$$

$$A_{(BIF)} = \frac{BF \times IF}{2} = \frac{\frac{3b}{4} \times \frac{3a}{8}}{2} = \frac{\frac{9ab}{32}}{2} = \frac{9ab}{64}$$

وعليه شبه المنحرف $EIMD$ والمثلث BIF لهما نفس المساحة.

مد أعمالنا أيضاً
الأشعة والانسحاب:
drive.google

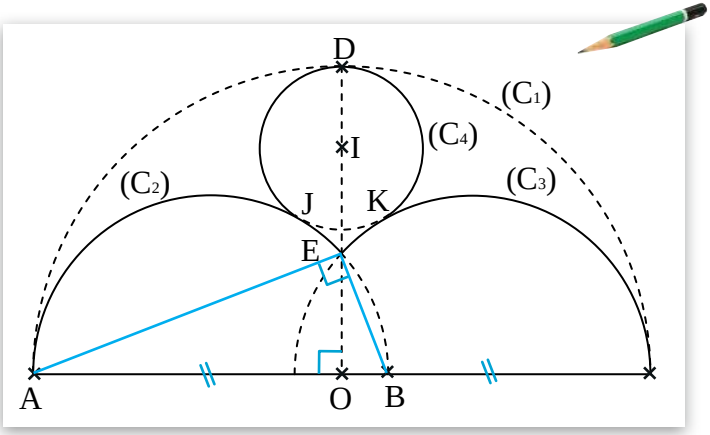
أحجية

21 كيف يمكنك صنع 4 مثلثات متقايسة الأضلاع باستعمال 6 أعواد ثقاب فقط ؟

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

05 ← مساعدة ← التمرين ؟



1 إثبات العلاقة:

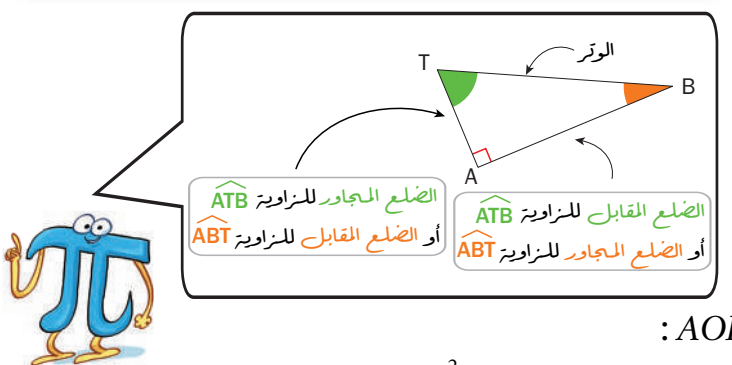
● من المثلث AOE القائم في O لدينا:

$$\cos\widehat{EAO}=\frac{AO}{AE}$$

● من المثلث ABE القائم في E لدينا:

$$\cos\widehat{EAB}=\frac{AE}{AB}$$

ومنه $\frac{AO}{AE}=\frac{AE}{AB}$.



2 حساب نصف قطر (C_2):

مما سبق لدينا: $AB=\frac{AE^2}{AO}$ ومن جهة أخرى

$OE=OD-DE=10-6=4$.

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم AOE:

$AE^2=AO^2+OE^2=10^2+4^2=116$ إذن $AB=\frac{AE^2}{AO}=\frac{116}{10}=11,6$.

وعليه نصف قطر الدائرة (C_2) يساوي $\frac{AB}{2}=5,8$.

3 حساب طول نصف قطر الدائرة (C_4):

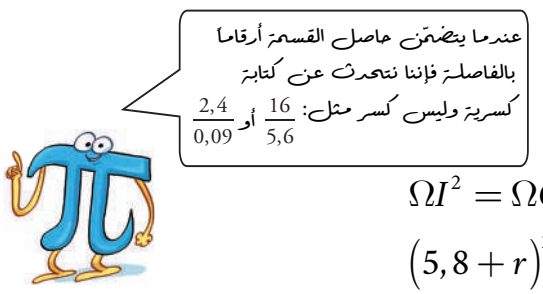
نسمّي Ω مركز الدائرة (C_2) وَ r طول نصف قطر الدائرة (C_4).

بما أن (C_2) وَ (C_4) متماستان في J فإن النقط Ω ، J وَ I على استقامة واحدة.

وعليه: $\Omega I=\Omega J+JI=5,8+r$ وأيضاً $OI=OD-ID=10-r$

وكذلك $\Omega O=AO-A\Omega=10-5,8=4,2$.

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث ΩOI القائم في O:



$\Omega I^2=\Omega O^2+OI^2$

$(5,8+r)^2=4,2^2+(10-r)^2$

بعد النشر والتبسيط: $31,6\times r=84$ أي $r=\frac{84}{31,6}=\frac{210}{79}$.

06 ← مساعدة ← التمرين ؟

● حل المعادلة:

$$2^{1994}+4^{997}+8^{665}=16^{x}$$
$$2^{1994}+\left(2^{2}\right)^{997}+\left(2^{3}\right)^{665}=\left(2^{4}\right)^{x}$$
$$2^{1994}+2^{1994}+2^{1995}=2^{4x}$$
$$2^{1994}+2^{1994}+2\times 2^{1994}=2^{4x}$$
$$2^{1994}\left(1+1+2\right)=2^{4x}$$
$$2^{2}\times 2^{1994}=2^{4x}$$
$$2^{1996}=2^{4x}$$
$$1996=4x$$
$$x=499$$

● a عدد و n عدد طبيعي.
$a^n = \underbrace{a\times a\times\ldots\times a\times a}_{n \text{ عاملا}}$

● a عدد، n و m عددان صحيحان نسبيان.
$a^{m+n}=a^{m}\times a^{n}$ و $(a^{m})^{n}=a^{m\times n}$

07 ← مساعدة ← التمرين ؟

● حساب m^4+n^4:

لدينا: $(m+n)^2=m^2+n^2+2mn$ ومنه: $1=2+2mn$ أي $mn=-\frac{1}{2}$

أي $m^2n^2=\frac{1}{4}$ وبالتالي $2m^2n^2=\frac{1}{2}$.

من جهة أخرى لدينا: $(m^2+n^2)^2=m^4+n^4+2m^2n^2$ ومنه $2^2=m^4+n^4+\frac{1}{2}$

أي $m^4+n^4=4-\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$ إذن: $m^4+n^4=\frac{7}{2}$.

أحجية

22 قسم، به 9 أولاد و 13 فتاة. نصف التلاميذ يعانون من نزلات البرد.

● ماهو الحد الأدنى لعدد الفتيات المصابات بنزلات البرد؟

a. 0 b. 1 c. 2 d. 3 e. 4

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

فيديو

رسوم متحركة جميلة...
فتيات القوة | باتركاب في مواجهة الرياضيات.
▶fc.com/adel.maths17

08 ← مساعدة ← التمرين ؟

● تبيين أن: $\sqrt{x+9}-\sqrt{x}=\frac{1}{2}$

لدينا: $\sqrt{x+9}+\sqrt{x}=18$ ومنه:

$$\left(\sqrt{x+9}+\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+9}-\sqrt{x}\right)=18\left(\sqrt{x+9}-\sqrt{x}\right)$$
$$(x+9)-x=18\left(\sqrt{x+9}-\sqrt{x}\right)$$
$$\frac{9}{18}=\sqrt{x+9}-\sqrt{x}$$

إذن: $\sqrt{x+9}-\sqrt{x}=\frac{1}{2}$

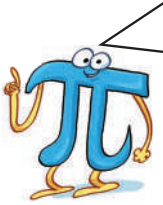
09 ← مساعدة ← التمرين ؟

1 تبيين صحة المتطابقة:

$$(a+1)(a+2)=a^2+2a+a+2=a^2+3a+2=a(a+3)+2$$

2 الاستنتاج:

$$a(a+1)(a+2)(a+3)+1=a\left[a(a+3)+2\right](a+3)+1$$
$$=\left[a^2(a+3)+2a\right](a+3)+1$$
$$=a^2(a+3)^2+2a(a+3)+1$$
$$=\left[a(a+3)\right]^2+2a(a+3)+1^2$$
$$=\left[a(a+3)+1\right]^2$$



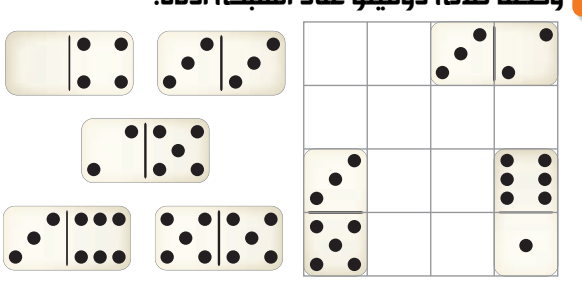
● هناك طريقتين للتحليل: البحث عن العامل المشترك (الخاصية التوزيعية) أو استعمال المتطابقات الشهيرة.

● المربع التام هو عدد طبيعي ناتج عن تربيع عدد صحيح ما.

لدينا: $a(a+3)+1$ عدد طبيعي وبالتالي فإن: $a(a+1)(a+2)(a+3)+1$ مربّع تام.

أحجية

23 وضعنا ثلاثة دومينو على الشبكة أدناه.



في المربع السحري مجموع الأعداد في كل سطر، كل عمود وفي كلا القطرين متساوي.

● كيف تضع قطع الدومينو الخمسة لتحصل على مربع سحري؟

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

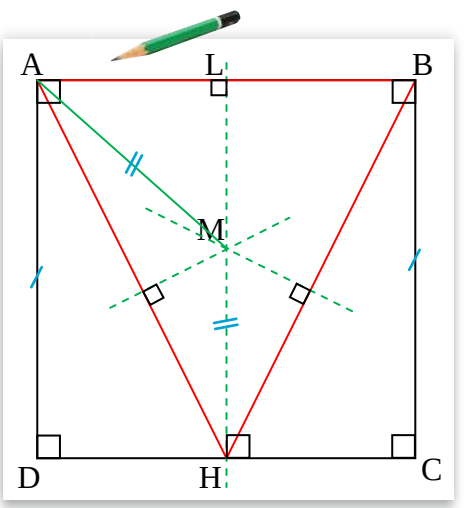
فيديو

طريقة رائعة ومفيدة جدا لحساب طول أي شيء عالي وانت واقف على الأرض.
▶fc.com/adel.maths17

10 ← مساعدة ← التمرين ؟

1 إنشاء الشكل مع توضيح الخطوات:

- ننشئ رباعي أضلاعه متقايسة وَ زواياه الأربع قائمة ونسمّيه المربّع $ABCD$.
- لدينا: $MA = MB = MH$ أي أن M تنتمي إلى محور القطعة $[AB]$
وَ H نقطة تقاطع محور القطعة $[AB]$ مع المستقيم (CD).
- بما أن النقطة M متساوية المسافة عن النقط H, B, A



فهي مركز الدائرة المحيطة برؤوس المثلث ABH

وبالتالي فهي نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث.

2 حساب الطول AM بدلالة a:

لتكن L المسقط العمودي للنقطة M على المستقيم (AB).

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم ALM نجد:

$$AM^2 = AL^2 + LM^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + (a - AM)^2$$ لأنَّ $AM = MH$

ومنه $AM^2 = \frac{a^2}{4} + a^2 + AM^2 - 2a \times AM$ وعليه $2a \times AM = \frac{a^2}{4} + a^2$

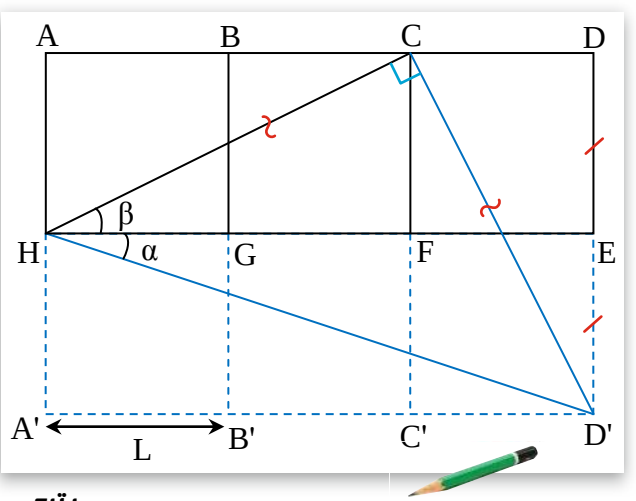
وبالتالي $AM = \frac{5a^2}{4} \div 2a = \frac{5a^2}{8a} = \frac{5a}{8}$ وأخيراً $AM = \frac{5}{8}a$.

11 ← مساعدة ← التمرين ؟

إيجاد قيس الزاوية:

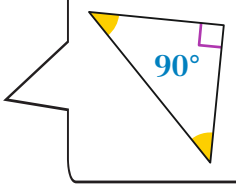
- نقوم بإنشاء نظير الشكل بالنسبة للمستقيم (HE)،
ونرسم الضلع $[HD']$ نظير $[HD]$ بالنسبة إلى (HE).
- نفرض أن $\widehat{DHE} = \alpha$ وَ $\widehat{CHE} = \beta$ وطول ضلع المربّع L.

المطلوب إذن هو ايجاد قيس الزاوية $\alpha + \beta$.



يتبع...

- مجموع أقياس زوايا مثلث يساوي $180°$.
- في مثلث متساوي الساقين ، زاويتا القاعدة متقايستان.



بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم CHF:

$$CH^2 = L^2 + (2L)^2 = 5L^2 \ldots\ldots (1)$$

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم $CC'D'$:

$$D'C^2 = L^2 + (2L)^2 = 5L^2 \ldots\ldots (2)$$

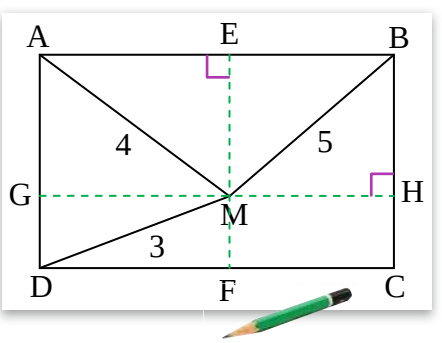
بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم $HA'D'$:

$$D'H^2 = L^2 + (3L)^2 = 10L^2 \ldots\ldots (3)$$

من $(1),(2),(3)$ نستنتج أنَّ: $D'H^2 = D'C^2 + CH^2$ ولدينا أيضا: $CH = D'C$.

وهذا يعني أنَّ المثلث HCD' متساوي الساقين وقائم C وبالتالي: $\alpha + \beta = 45°$.

12 ← مساعدة ← التمرين ؟



حساب الطول MC:

- ننشئ الضلع $[EF]$ يمر بالنقطة M وحامله يوازي (BC) وَ(AD).
- ننشئ الضلع $[GH]$ يمر بالنقطة M وحامله يوازي (AB) وَ(CD).

أوّلاً: من المستطيل $HMEB$: $MH^2 + ME^2 = 5^2 = 25 \ldots\ldots (1)$.

ثانياً: من المستطيل $GMEA$: $MG^2 + ME^2 = 4^2 = 16 \ldots\ldots (2)$.

ثالثاً: من المستطيل $GMFD$: $MF^2 + MG^2 = 3^2 = 9 \ldots\ldots (3)$.

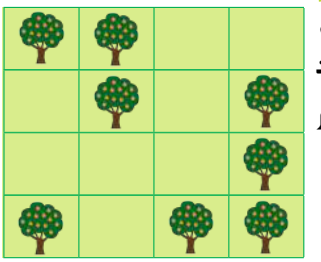
بطرح المعادلة (2) من (1) نجد: $MH^2 - MG^2 = 25 - 16 = 9 \ldots\ldots (4)$.

بجمع المعادلتين (3) من (4) نجد: $MF^2 + MH^2 = 18$.

إذن قطر المستطيل $HMFC$: $MC = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}\ cm$

أحجية

24 قسّم هذا البستان إلى أربع قطع من نفس المساحة ونفس الشكل بحيث يحتوي كل منها على نفس عدد أشجار البرتقال.



حل الأحجية

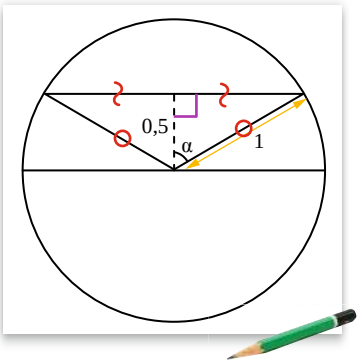
أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

فيديو

أجمل أنشودة ممكن تسمعها حول الرياضيات / الإحصاء.
▶fc.com/adel.maths17

13 ← مساعدة ← التمرين ؟

● حساب حجم الماء المتواجد في الخزّان:

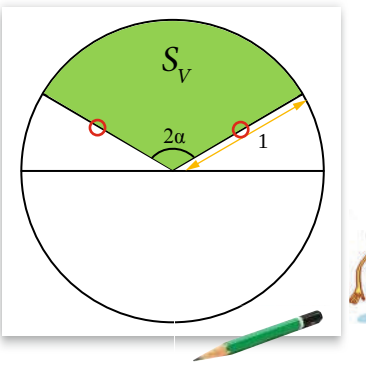


أوّلاً: حساب قيس الزاوية α:

$\cos\alpha = \frac{0,5}{1} = 0,5$ ، باستعمال الآلة الحاسبة: (KENKO KK-105)

نتحصّل في الشاشة على: DEG 60 ← cos 2ndf cos^{-1} 5 , 0

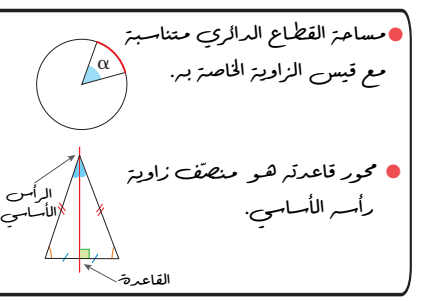
ومنه $\alpha = 60°$



ثانياً: حساب مساحة الجزء الأخضر:

● مساحة القطاع الدائري متناسبة مع قيس الزاوية الخاصة به.

● محور قاعدته هو منصف زاوية رأسه الأساسي.

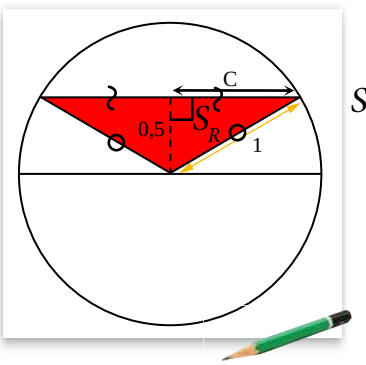


$S_V = R^2 \times \pi \times \frac{2\alpha}{360}$

$= 1^2 \times \pi \times \frac{120}{360} = \frac{\pi}{3}$

إذن: $S_V = \frac{\pi}{3} m^2$

ثالثاً: حساب مساحة الجزء الأحمر:

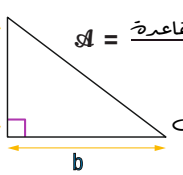


$S_R = \frac{2C \times 0,5}{2} = \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{1^2 - 0,5^2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \div \frac{2}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

إذن: $S_R = \frac{\sqrt{3}}{4} cm$

● مساحة المثلث:

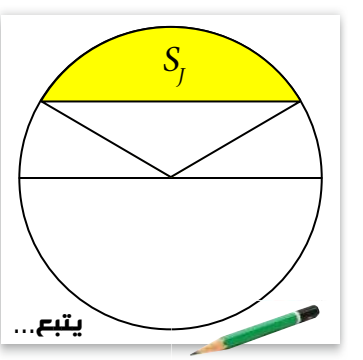
$\mathcal{A} = \frac{\text{الارتفاع} \times \text{القاعدة}}{2} = \frac{b \times h}{2}$



● لحساب طول أحد الضلعين القائمين في مثلث قائم، نحسب الفرق بين مربعي الطولين الآخرين.

● العدد ومقلوبه دائما نفس الإشارة.

انتبه، لا يمكنك تغيير ترتيب الحدود مع الطرح



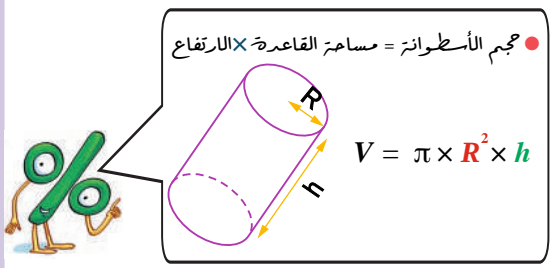
رابعاً: حساب مساحة الجزء الأصفر:

● انتبه، لا يمكنك تغيير ترتيب الحدود مع عملية الطرح.

$S_J = S_V - S_R = \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) m^2$

وأخيراً يكون حجم الماء:

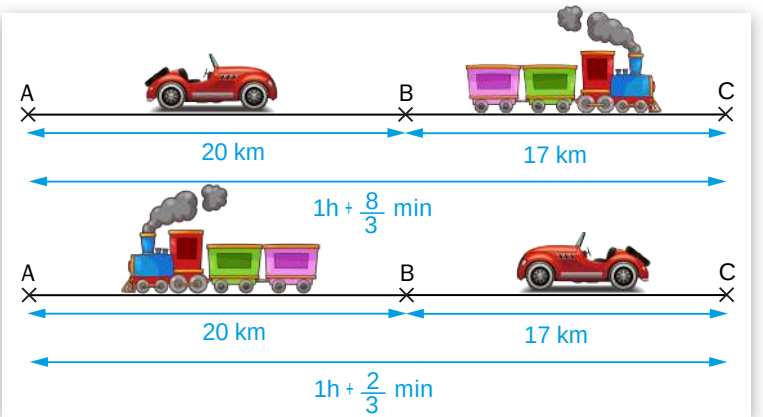
$$V=\left(R^2\pi-S_J\right)\times H=\left(\pi-\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\times 8\simeq 20,21m^3$$



14 ← مساعدة ← التمرين ؟

● حساب سرعة كل من السيّارة والقطار:

نفرض أنَّ سرعة السيّارة V_1 وسرعة القطار V_2 فيكون:



$$\begin{cases}\dfrac{20}{V_1}+\dfrac{17}{V_2}=\left(60+\dfrac{8}{3}\right)\min\ldots\ldots(1)\\[2ex]\dfrac{17}{V_1}+\dfrac{20}{V_2}=\left(60+\dfrac{2}{3}\right)\min\ldots\ldots(2)\end{cases}$$

بضرب المعادلة (1) في 17 والمعادلة (2) في 20 وبطرح (2) من (1) نجد:

$$\frac{17^2}{V_2}-\frac{20^2}{V_2}=\frac{188\times 17}{3}-\frac{182\times 20}{3}$$ تكافئ $$\frac{-111}{V_2}=\frac{-444}{3}=-148$$

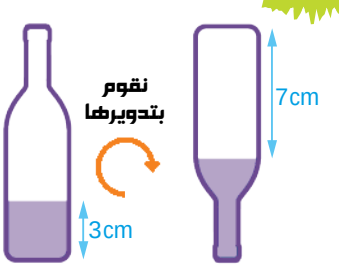
ومنه: $V_2=\dfrac{111}{148}=\dfrac{3}{4}km/\min$ أي $V_2=45km/h$.

بتعويض قيمة V_2 في المعادلة (1) نجد: $V_1=30km/h$.

أحجية

25 قارورة مكوّنة من أسطوانة وعنق سعتها 1,5 لتر.

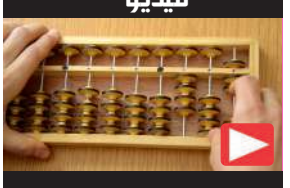
● ما كمية السائل الموجودة في القارورة؟



حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

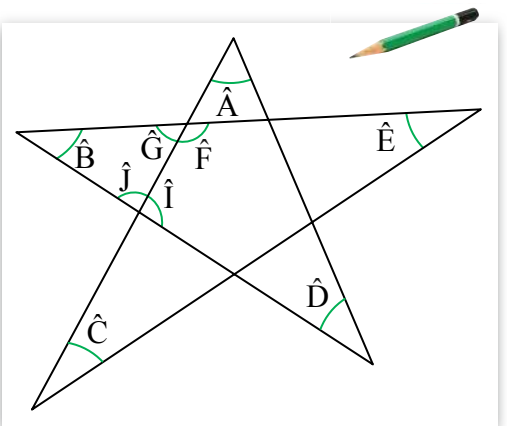
فيديو



طريقة الحساب بالعداد الصيني طريقك نحو تنمية الذكاء والتميز.
▶fc.com/adel.maths17

15 ← مساعدة ← التمرين ؟

● حساب مجموع أقياس الزوايا الداخلية:



لدينا: $\hat{E}+\hat{C}+\hat{F}=180°$ (مجموع أقياس زوايا مثلث).

وعليه: $\hat{E}+\hat{C}+\left(180°-\hat{G}\right)=180°$ ($\hat{F}$ و $\hat{G}$ زاويتان متكاملتان).

إذن: $\hat{E}+\hat{C}=\hat{G}.....(1)$

ولدينا: $\hat{A}+\hat{D}+\hat{I}=180°$ (مجموع أقياس زوايا مثلث).

وعليه: $\hat{A}+\hat{D}+\left(180°-\hat{J}\right)=180°$ ($\hat{I}$ و $\hat{J}$ زاويتان متكاملتان).

إذن: $\hat{A}+\hat{D}=\hat{J}.....(2)$

من جهة أخرى لدينا: $\hat{G}+\hat{J}+\hat{B}=180°.....(3)$

بتعويض قيمة كل من $\hat{G}$ و $\hat{J}$ من المعادلتين (1) و (2) في (3) نجد: $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}+\hat{E}=180°$

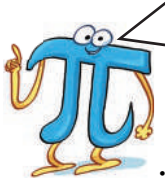
16 ← مساعدة ← التمرين ؟

● إثبات أنَّ: $x+\frac{1}{x}=\sqrt{5}$:

لدينا: $x-\frac{1}{x}=1$ ومنه $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=1$ أي $x^2+\frac{1}{x^2}-2x\frac{1}{x}=1$ أي $x^2+\frac{1}{x^2}-2=1$

أي $x^2+\frac{1}{x^2}=3$ بإضافة العدد 2 إلى الطرفين: $x^2+\frac{1}{x^2}+2=5$ وعليه $x^2+\frac{1}{x^2}+2x\frac{1}{x}=5$

بالتحليل: $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=5$ وأخيراً: $x+\frac{1}{x}=\sqrt{5}$.



● المتطابقتان الشهيرتان
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
تشتركان في الحدان a^2 و b^2
ومتعاكستان في إشارة الحد $2ab$

● استنتاج أنَّ: $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

لدينا: $x-\frac{1}{x}=1$ ومنه $x=1+\frac{1}{x}$ بتعويض قيمة $\frac{1}{x}$ من الإثبات في السؤال السابق نجد:

$x=1+\sqrt{5}-x$ ومنه $2x=1+\sqrt{5}$ وأخيراً: $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

17 ← مساعدة ← التمرين ؟

● حل المعادلة:

لدينا: $\left(7^{3a+1}\right)^{a}=1$ ومنه $7^{a(3a+1)}=7^{0}$

وعليه $a(3a+1)=0$ وهي معادلة جداء معدوم ،

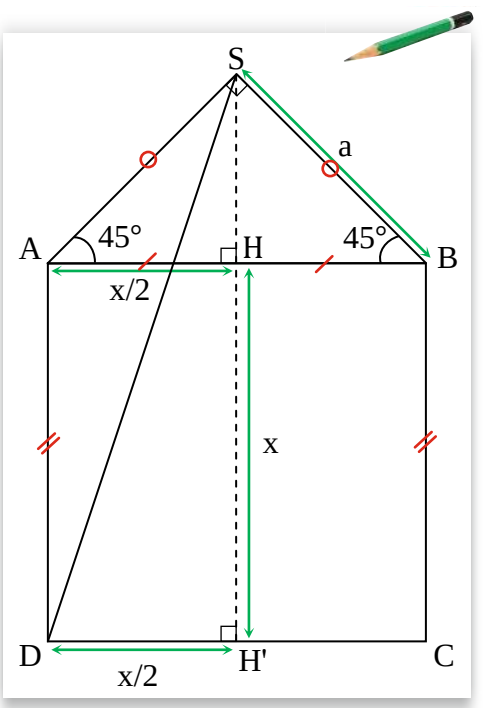
إذن $a=0$ أو $3a+1=0$ وعليه للمعادلة حلاّن هما: 0 و $\frac{-1}{3}$.

● a عدد ، n و m عددان صحيحان نسبيان.

$(a^m)^n = a^{m\times n}$ و $a^0 = 1$

● إذا كان جداء عاملين معدوماً ، فإنّ أحد عاملَيه على الأقلّ معدوماً

18 ← مساعدة ← التمرين ؟



● حساب الطول SD بدلالة x:

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم SAB:

$SA^2+SB^2=AB^2$ أي $a^2+a^2=x^2$ أي $2a^2=x^2$

ومنه $a^2=\frac{x^2}{2}$.

● في المثلث متساوي الساقين محور قاعدته هو متوسطها وارتفاعها أيضاً.

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم SHB:

$\left(\frac{x}{2}\right)^2+SH^2=a^2$ أي $SH^2=\frac{x^2}{2}-\frac{x^2}{4}=\frac{x^2}{4}$ أي $SH=\frac{x}{2}$.

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم SDH':

$SD^2=\left(\frac{x}{2}\right)^2+\left(x+\frac{x}{2}\right)^2$ أي $SD^2=\frac{x^2}{4}+\frac{9x^2}{4}=\frac{10x^2}{4}$

وأخيراً $SD=\frac{\sqrt{10x}}{2}$.

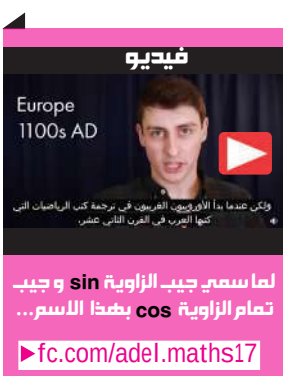
أحجية

26 من بين 100 شخص تم استجوابهم ، أجاب 96 بأن لديهم تلفازاً و أجاب 72 شخصاً بامتلاكهم جهاز لوحي رقمي.

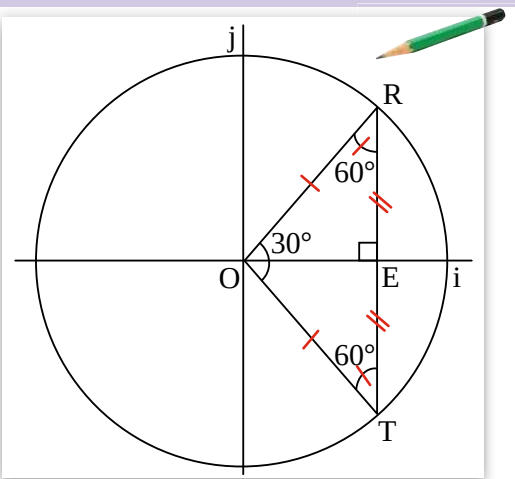
● ما هو العدد الأدنى من الأشخاص الذين لديهم كلا الجهازين؟

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17



19 ← مساعدة ← التمرين ؟



● حساب إحداثيتي النقطتين R و T:

بما أنَّ ROT مثلث متقايس الأضلاع فإنَّ:

$\widehat{TOE} = \widehat{ROE} = 30°$ وأيضاً $\hat{R} = \hat{O} = \hat{T} = 60°$

لأن المثلثين ROE و TOE قائمين ومجموع أقياس زوايا كل منهما $180°$.

لدينا: $\cos\widehat{ROE} = \dfrac{OE}{OR}$ وعليه $OE = OR \times \cos\widehat{ROE} = 1 \times \cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

إذن: $x_R = x_T = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

من جهة أخرى لدينا: $\sin\widehat{ROE} = \dfrac{RE}{OR}$ وعليه $RE = OR \times \sin\widehat{ROE} = 1 \times \sin 30° = \dfrac{1}{2}$.

وبما أنَّ النقطتين R و T متناظرتين بالنسبة إلى المستقيم (OE) فإنَّ: $y_R = \dfrac{1}{2}$ و $y_T = -\dfrac{1}{2}$.

وأخيراً: $R\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ و $T\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$.

20 ← مساعدة ← التمرين ؟

● إثبات أنَّ: $a = b$

$\dfrac{1}{\sqrt{a}} + \dfrac{1}{\sqrt{b}} = \dfrac{4}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ يكافئ $\dfrac{\sqrt{b}+\sqrt{a}}{\sqrt{a}\sqrt{b}} = \dfrac{4}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

يكافئ $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right) = 4\sqrt{a}\sqrt{b}$ يكافئ $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2 = 4\sqrt{a}\sqrt{b}$

يكافئ $\left(\sqrt{a}\right)^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + \left(\sqrt{b}\right)^2 = 4\sqrt{ab}$ يكافئ $a + 2\sqrt{ab} + b = 4\sqrt{ab}$

يكافئ $a + b + 2\sqrt{ab} - 4\sqrt{ab} = 0$ يكافئ $\left(\sqrt{a}\right)^2 + \left(\sqrt{b}\right)^2 - 2\sqrt{ab} = 0$

يكافئ $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 = 0$ يكافئ $\sqrt{a}-\sqrt{b} = 0$ يكافئ $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ يكافئ $a = b$.

21 ← مساعدة ← التمرين

● حل المعادلة:

$x^2+12x+35=0$ يكافئ $x^2+12x+36-1=0$

يكافئ $(x)^2+2(6)(x)+(6)^2-1=0$ يكافئ $(x+6)^2-1=0$

يكافئ $(x+6)^2-1^2=0$ يكافئ $(x+6-1)(x+6+1)=0$

يكافئ $(x+5)(x+7)=0$ وهي معادلة جداء معدوم وعليه:

$x+5=0$ أو $x+7=0$ أي $x=-5$ أو $x=-7$.

للمعادلة حلاّن هما: -5 و -7.

● حل معادلة ذات مجهول x هو ايجاد كل القيم الممكنة للعدد x التي تحقق المساواة.

● المتطابقات الشهيرة

a و b أعداد ، لدينا:

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

من أعمالنا أيضاً المعادلات والمتراجحات: drive.google

من أعمالنا أيضاً الحساب الحرفي: drive.google

22 ← مساعدة ← التمرين

● إثبات العلاقة:

$[GH]$ الارتفاع المتعلّق بالضلع $[EF]$ (لاحظ الشكل المقابل).

لدينا: $S_{EFG}=\frac{1}{2}EF\times GH$.....(1).

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم GHF:

$$GH=\sqrt{GF^2-\left(\frac{EF}{2}\right)^2}=\sqrt{GF^2-\frac{EF^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}EF$$

بتعويض قيمة GH في (1) نجد:

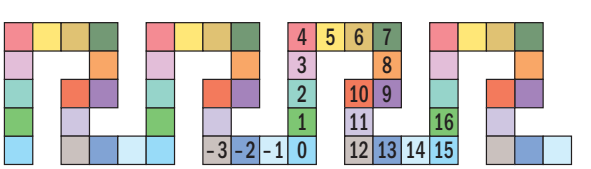
$S_{EFG}=\frac{1}{2}EF\times\frac{\sqrt{3}}{2}EF=\frac{\sqrt{3}EF^2}{4}$ وهو المطلوب.

● الارتفاع في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ويعامد الضلع المقابل.

● لحساب طول أحد الضلعين القائمين في مثلث قائم ، نحسب الفرق بين مربعي الطولين الآخرين.

أحجية

27 ما لون الصندوق رقم 982- ؟



حل الأحجية

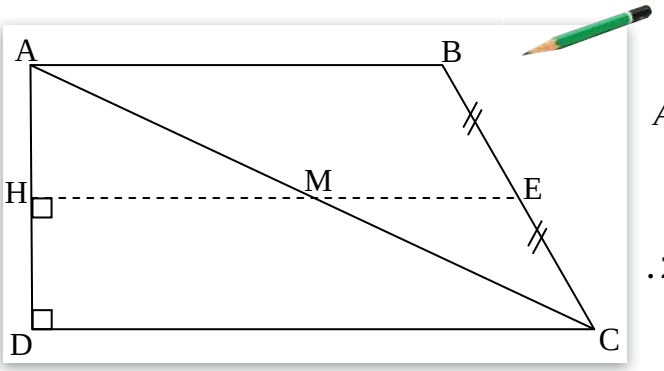
أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

فيديو

لغز حدسية بوانكاري...
قصة شيقة لعالم رياضيات خارق...
▶fc.com/adel.maths17

23 ← مساعدة ← التمرين ؟

● إثبات العلاقة:



بما أنّ $(HM)\parallel(DC)$ فإنّ المثلثان AHM و ADC

في وضعية طاليس وبالتالي:

$\frac{AH}{AD}=\frac{HM}{DC}$ أي $\frac{1}{2}=\frac{HM}{DC}$ أي $2HM=DC$.....(1).

بما أنّ $(EM)\parallel(AB)$ فإنّ المثلثان CEM و CBA

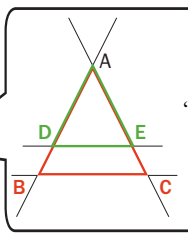
في وضعية طاليس وبالتالي:

$\frac{CE}{CB}=\frac{EM}{BA}$ أي $\frac{1}{2}=\frac{EM}{BA}$ أي $2EM=BA$.....(2).

بجمع المعادلتين (1) و (2) طرفاً بطرف نجد:

$2(HM+EM)=DC+BA$ أي $2HE=AB+CD$ وهو المطلوب.

● إذا كان (DB) و (EC) مستقيمات متقاطعات في A مع (BC) و (DE) متوازيان، فإنه حسب مبرهنة طالس:



$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE}$

24 ← مساعدة ← التمرين ؟

● إثبات العلاقة: بما أنّ α أصغر هذه الكسور، و β أكبرها

فإنّ: $\alpha\le\frac{a_n}{b_n}\le\beta$ من أجل كل: $n\in\{1,2,....,2017\}$.

و منه: $b_n\alpha\le a_n\le b_n\beta$، لأنّ b_n عدد طبيعي غير معدوم. لدينا:

$$\begin{cases} b_1\alpha\le a_1\le b_1\beta \\ b_2\alpha\le a_2\le b_2\beta \\ \vdots \\ b_{2017}\alpha\le a_{2017}\le b_{2017}\beta \end{cases}$$

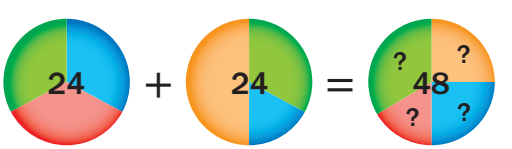
بالجمع طرف بطرف نجد:

$\alpha(b_1+b_2+...+b_{2017})\le a_1+a_2+...+a_{2017}\le\beta(b_1+b_2+...+b_{2017})$،

هذا ما يكافئ: $\alpha\le\frac{a_1+a_2+...+a_{2017}}{b_1+b_2+...+b_{2017}}\le\beta$.

أحجية

28



حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

فيديو

تعلم طرق وأساليب تحسين الذاكرة من بطل العالم في الذاكرة.
▶fc.com/adel.maths17

25 ← مساعدة ← التمرين ؟

● حساب قيمة BC :

نضع : $BC = x$.

المستطيل (1) وَ (2) لهما ضلع مشترك طوله 25 ، و بما أنّ لهما نفس المساحة فإن لهما نفس طول البعد الآخر.

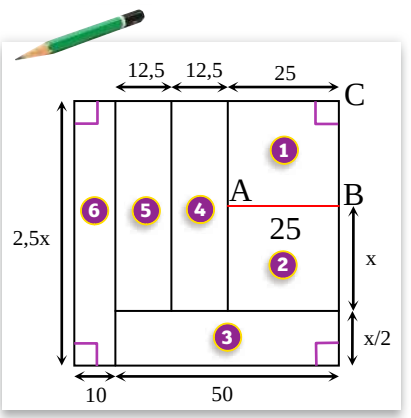
المستطيل (4) طوله $2x$ و بما أنّ له نفس مساحة المستطيل (1) أي $25x$ ، فإن طول عرضه هو 12,5.

نفس الأمر بالنسبة للمستطيل (5).

المستطيل (3) طوله 50 ، و بما أنّ مساحته هي $25x$ ، إذن عرضه هو $\frac{x}{2}$.

المستطيل (6) طوله $(2+\frac{1}{2})x$ وَ مساحته $25x$ ، إذن عرضه هو 10.

بما أنّ الشكل مربّع بعداه $2,5x$ وَ 60 فإنّ : $2,5x = 60$ ، أي : $x = 24$ ، و عليه : $BC = 24$.



26 ← مساعدة ← التمرين ؟

● حساب الوقت اللاّزم لملأ الخزان:

تَملأُ الحنفية الأولى في الخزان خلال ساعة واحدة (الربع $\frac{1}{4}$)

تُفرغ الحنفية الثانية من الخزان في ساعة واحدة (الخمس $\frac{1}{5}$)

يبقى في الخزان من الماء خلال ساعة واحدة ($\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$)

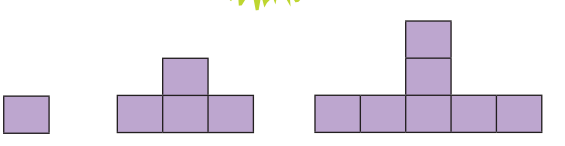
إذن الوقت اللاّزم لملأ الخزان هو : $\frac{1 \times 20}{1} = 20\ h$.

● هذا النوع من المسائل: تملأ حنفيتان .. يشتغل عاملان .. تنجز آلتان ..الخ يحلّ بنفس الفكرة وهي البحث عن المقدار المنجز من قبل كل طرف خلال زمن مشترك ، ثم تعميم النتيجة باستعمال التناسبية.

ملاحظة: يمكن حل المسألة أيضا بطريقة فيزيائية باعتبار الحركات منتظمة. $x = v \times t$

أجوبة

29



● كم عدد المربعات سيكون في الخطوة 100 ؟

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

فيديو

جولة ممتعة في زمن العصر الذهبي للعلوم عند العرب...
▶fc.com/adel.maths17

27 ← مساعدة ← القرين ؟

● حساب طريقة تقاسم الدنانير بالعدل:

لايجب إعتبار أنّ 10 دنانير قد دُفِعت مقابل 10 قطع من الحطب (أي بمقدار دينار لكل قطعة) ، لأنّه في الحقيقة هذه النقود قد دُفِعت مقابل الثلث ($\frac{1}{3}$) فقط من القطع العشرة ، لأنّ الفرن مشترك . و بالتالي القطع العشرة تقدّر بـ(10×3) أي 30 ديناراً ، و بهذا يكون ثمن قطعة الحطب الواحدة 3 دنانير

بعد التّوضيح السّابق أصبح بإمكاننا حساب كم يبلغ نصيب كل من الجارين من الـ 10 دنانير ، حيث أنّ جاد يكون قد دفع 12 ديناراً لقاء 4 قطع من الحطب ، و لكنّه استعمل الفرن لقاء 10 من الدنانير ، و بالتالي يبقى له 2 ديناراً ، بينما دفع إياد 18 ديناراً لقاء 6 قطع من الحطب ، و بطرح 10 دنانير ثمناً لاستخدامه الفرن يتبقى له 8 دنانير ، و هكذا فالتّقسيم الصحيح يكون بإعطاء جاد 2 دينار ، و إعطاء إياد 8 دنانير ، و بهذا يكون كل من الجيران الثلاث دفع 10 دنانير.

28 ← مساعدة ← القرين ؟

● حساب أعمار الأولاد الثلاثة:

قال الرجل: حاصل ضرب أعمارهم 36 ، أي أنّ الإحتمالات كالتالي:

$36\times1\times1=36$ $\quad 12\times3\times1=36$ $\quad 6\times6\times1=36$ $\quad 6\times3\times2=36$

$18\times2\times1=36$ $\quad 9\times4\times1=36$ $\quad 9\times2\times2=36$ $\quad 4\times3\times3=36$

ثمّ قال: حاصل جمع أعمارهم يساوي رقم العمارة التي خلفك:

$36+1+1=38$ $\quad 12+3+1=16$ $\quad 6+6+1=13$ $\quad 6+3+2=11$

$18+2+1=21$ $\quad 9+4+1=14$ $\quad 9+2+2=13$ $\quad 4+3+3=10$

لو نظرت إلى الأرقام ستلاحظ أمراً مهمّاً ، و هي أنّ حاصل جمع الأرقام كلّها مختلفة ، فيما عدا الرقم 13 ، و المفتاح في حل اللّغز يكمن هنا.

الرّجل الأول أخبر الرّجل الثاني بأنّ حاصل الجمع مساوي لرقم العمارة ، و كان ردّ الثاني أنّه يريد دليلا أخيراً حتّى يعرف الحل ، و بهذه الكلمة يتّضح لنا السبب لحاجته للدليل الأخير ، إذا أنّه من الواضح أنّ رقم العمارة كان 13 ، و إلا لكان عرف الأعمار مباشرة.

إذن الحل موجود بين : (1،6،6) و (2،2،9) . الدليل الأخير يكفي لمعرفة الإجابة ، الأوّل أخبر الثاني أنّ أكبرهم أشقر ، و كلمة أكبرهم هي الدليل ، و الجواب هو أنّ أعمارهم هي : (2،2،9) ، لأنّ: (6،1،6) ليس فيها ولد أكبر بل توأم.

29 ← مساعدة ← القرين ؟

إجابة الشطر الأوّل من اللّغز:

جاسم لا يمكن أن يكون طيّبا لأنّ الطيّب صادق وَ الصادق لا يمكن أن يقول عن نفسه كاذب إذن هو كاذب وَ كذبته حين جمع نفسه مع باسم في فريق واحد ، و عليه فإنّ باسم طيّب.

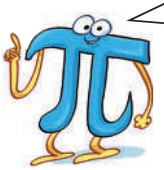
إجابة الشطر الثّاني من اللّغز:

السّؤال الذي تطرحه على الشخص في بيته هو : إن سألت من معك في البيت عن الطريق بما سيجيبني ؟ و الجواب الذي تسمعه منه خذ الطريق المخالف له.

ففرضا أنّ من سألته طيّب فهو يعرف أنّ من معه في البيت شرير ، و بالتالي سيعطيك إجابته الكاذبة ، فما عليك سوى أخذ الطريق المخالف لها . أما إن كان من سألته شريراً فهو يعرف أنّ من معه طيّب ، و بالتالي سيعطيك عكس إجابته الصادقة و عليه ستأخذ الطريق المخالف لها أيضا.

30 ← مساعدة ← القرين ؟

إثبات أنّ العدد الأوسط مضاعف للعدد 2:



كل الجمل الآتية لها نفس المعنى:
- ✔ 2 قاسم لـ x
- ✔ x يقسم 2
- ✔ x يقبل القسمة على 2
- ✔ x مضاعف لـ 2

نفرض أنّ العدد الأوسط هو x فيكون:

$(x-2)+(x-1)+x+(x+1)+(x+2)=10^{2019}$ ومنه $5x=10^{2019}$

وعليه $x=\dfrac{10^{2019}}{5}=\dfrac{10\times10^{2018}}{5}=2\times10^{2018}$ وهذا يعني أنّ x مضاعف للعدد 2.

31 ← مساعدة ← القرين ؟

حساب $A\times B\times C$:

هل تعلم أنّ:

$\dfrac{\square}{\bigcirc}\times\Diamond=\dfrac{\square\times\Diamond}{\bigcirc}=\square\times\dfrac{\Diamond}{\bigcirc}$

انتبه من الأخطاء الشائعة في الاختزال:

$\dfrac{\square\times\Diamond}{\square}=\Diamond$ ✔ صحيح

$\dfrac{\square+\Diamond}{\square}=\Diamond$ ✘ خطأ

لدينا: $A+\dfrac{1}{B}=1$ أي $A=1-\dfrac{1}{B}\ldots\ldots(1)$

وَ $B+\dfrac{1}{C}=1$ أي $B=1-\dfrac{1}{C}\ldots\ldots(2)$

بتعويض قيمة B من (2) في (1) نجد: $A=1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{C}}=1-\dfrac{C}{C-1}=\dfrac{-1}{C-1}$

إذن: $A\times B\times C=\left(\dfrac{-1}{C-1}\right)\left(1-\dfrac{1}{C}\right)\times C=\left(\dfrac{-1}{C-1}\right)\left(\dfrac{C-1}{C}\right)\times C=-1$.

32 ← مساعدة ← التمرين ؟

● برهان العلاقة:

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم MFN :

$$MF^2 + FN^2 = MN^2 \ldots\ldots (1)$$

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم MFG :

$$MF^2 + FG^2 = GM^2 \ldots\ldots (2)$$

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم EFN :

$$EF^2 + FN^2 = EN^2 \ldots\ldots (3)$$

بجمع (2) وَ (3) طرفاً بطرف نجد: $MF^2 + FG^2 + EF^2 + FN^2 = GM^2 + EN^2$.

لكن N منتصف $[FG]$ وَ M منتصف $[FE]$ وعليه: $FG = 2FN$ وَ $EF = 2MF$.

بالتعويض في العلاقة السابقة نجد:

$$MF^2 + (2FN)^2 + (2MF)^2 + FN^2 = GM^2 + EN^2$$
$$MF^2 + 4FN^2 + 4MF^2 + FN^2 = GM^2 + EN^2$$
$$5MF^2 + 5FN^2 = GM^2 + EN^2$$
$$5(MF^2 + FN^2) = GM^2 + EN^2$$

● صيغة السؤال: بيّن .. أثبت .. برهن لها نفس المعنى.
● Q. E. D. وتعني بالعربية "وهو المطلوب برهانه" هي جملة كان اقليدس يختتم بها براهينه.

من العلاقة (1) لدينا $MF^2 + FN^2 = MN^2$ وعليه نستنتج أنَّ: $5MN^2 = GM^2 + EN^2$ وهو المطلوب.

33 ← مساعدة ← التمرين ؟

● خطوات إنشاء المثلث ABC :

مساحة المثلث ABC هي: $S_{ABC} = \dfrac{AB \times BC}{2}$ وعليه $2S_{ABC} = AB \times BC$.

ومن جهة أخرى تحسب بالعلاقة: $S_{ABC} = \dfrac{AC \times h}{2}$ وعليه $2S_{ABC} = AC \times h$.

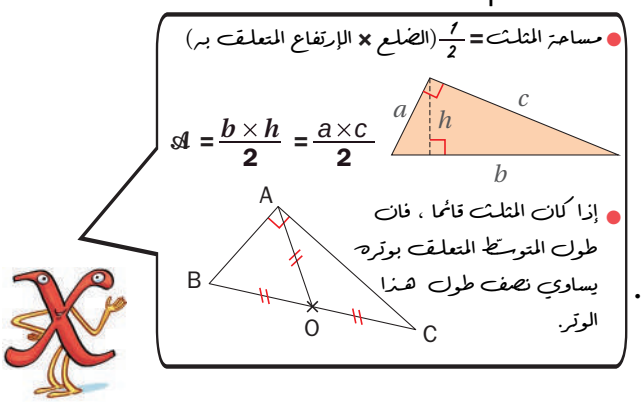
ممّاَ سبق نستنتج أنَّ: $AC \times h = AB \times BC$ أي $hx = AB \times BC$ أي $hx = BM^2$

أي $hx = \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 = \dfrac{x^2}{4}$ (خاصيّة طول المتوسّط المتعلّق بوتر مثلث قائم).

وأخيراً $h = \dfrac{x}{4}$.

يتبع...

اذن النقطة B تبعد عن المستقيم (AC) بـ $\frac{x}{4}$ وعليه فهي تقع على أحد المستقيمين الموازيين للمستقيم (AC) ويبعد كل منهما عن هذا الأخير بـ $\frac{x}{4}$.



خطوات الإنشاء بدقّة:

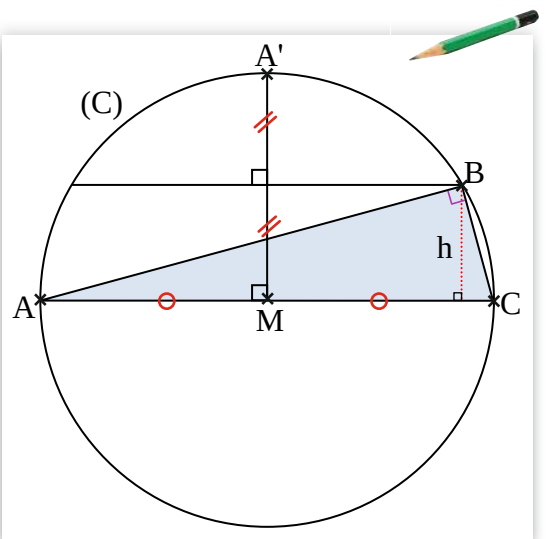
1 ننشئ قطعة $[AC]$ والنقطة M منتصفها.

2 ننشئ الدائرة (C) التي مركزها M وقطرها $[AC]$.

3 ننشئ نصف القطر $[MA']$ العمودي على $[AC]$.

4 النقطة B هي إحدى نقاط تقاطع محور القطعة $[MA']$ مع الدائرة (C).

الإنشاء:



أحجية

30 للفوز بجهاز بلاي ستيشن ، يجب أن ينجح معاذ في أقل من خمس دقائق في شق طريقه عبر المتاهة أدناه .

القاعدة هي كما يلي:

- يمكن للمرء أن ينتقل من خانة إلى أخرى عن طريق ضلع مشترك أو رأس مشترك.
- الانتقال ممكن فقط إذا كانت الخانتان تحتويان على عددان ليسا أوليان فيما بينهما.

48	35	53	21	103	317
19	44	77	45	79	108
39	67	25	23	14	15
97	53	60	63	43	27
204	19	11	11	75	144
26	10	28	95	657	511

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

فيديو

طرق رائعة وعملية لرسم دائرة جملية باليد الحرة...
▶fc.com/adel.maths17