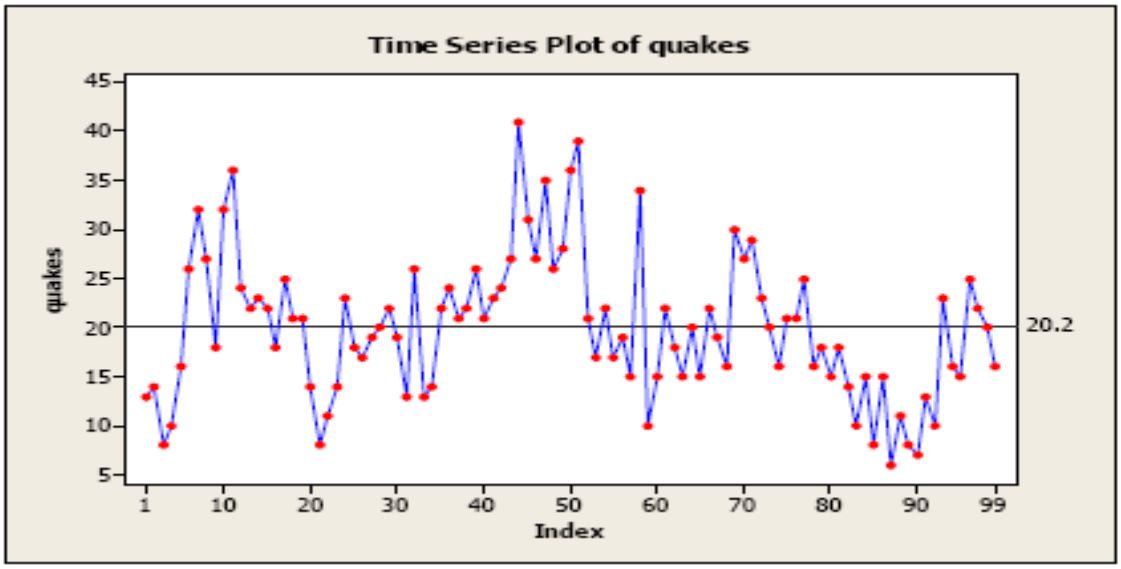
مقرر السلاسل الزمنية



المحاضرة (الثالثة + الرابعة)

لطلاب السنة الثالثة إحصاء رياضي

مدرس المقرر

د . رفيف الحبيب

تصنيفات المتسلسلات (السلاسل)الزمنية:

إن المتسلسلات الزمنية يمكن أن تصنف وفق اتجاهين:

1) وفقاً لطبيعة الطوري العشوائي المولد للسلسة الزمنية من حيث الاستمرار أو عدمه فينشأ لدينا نموذجين من المتسلسلات الزمنية.
   a. متسلسلات زمنية مستمرة.
   b. متسلسلات زمنية منقطعة.
2) وفقاً لعدد المتغيرات التي تدخل في الطوري العشوائي المولد للمتسلسلة الزمنية حيث ينتج لدينا في هذه الحالة نموذجين:
   a. متسلسلات زمنية بمتغير واحد.
   b. متسلسلات زمنية بعدة متغيرات (متغيرين وما فوق).

ملاحظة:

في مجال دراستنا هذه سنتعامل مع متسلسلات زمنية أخذت بياناتها على فترات زمنية متساوية الطول (كل ثانية أو كل دقيقة أو....).

استخدامات السلاسل الزمنية:

للسلاسل الزمنية استخدامات هامة في مجالات عديدة منها الإحصاءات الاقتصادية والتجارية والسكانية، كما نستخدم السلاسل الزمنية عادة في التنبؤ بقيم متغير ما.

- فعلى سبيل المثال:

إذا أخذنا متغير مثل الناتج المحلي الإجمالي لمنتج ما خلال سنوات معينة وكان هدفنا تقديره، حيث أن المتغير كغيره من المتغيرات يتحرك مع الزمن فإننا نتوقع أن يأخذ عدة أشكال عند رسمه كأن يكون على شكل خطي أو غير خطي.

- كما توجد متغيرات أخرى مثل التنبؤ بحالة الجو، درجات الحرارة، استهلاك الوقود، حالة السوق والأسعار، ودائع البنوك، كمية النقود المتداولة .... الخ.

كل هذه المتغيرات يمكن أن تأخذ أشكال سلاسل زمنية إذا لاحظنا تطورها مع الزمن.

- وتوجد عدة عوامل تؤثر في تطور شكلها مع الزمن، منها ما يؤدي إلى زيادته (دفعة إلى الأعلى) أو نقصانه (جذبه إلى الأسفل) ومن أهم هذه العوامل ما يطلق عليها بعناصر (مكونات، مركبات) السلسلة الزمنية.

مركبات (مكونات) السلسلة الزمنية:

1. **مركبة الاتجاه العام:**

يقصد بها ميل الظاهرة نحو الزيادة أو النقصان خلال فترة طويلة من الزمن وتتميز بأنها لا تظهر إلا بعد فترة زمنية طويلة.

2. **المركبة (التغيرات) الموسمية**:

تصف التغيرات التي تطرأ على السلسلة في فترات محددة مثل الفصول، فإذا كانت السلسلة تقاس بالسنة فلا يمكن أن تظهر النزعة الموسمية فهي تظهر فقط عندما تقاس السلسلة بالفصل أو تقاس بالشهر وعادة يكون طول الموسم (4) إذا كانت البيانات فصلية.

3. **المركبة (التغيرات) الدورية**:

وهي تصف التغيرات التي تطرأ على الظاهرة في فترات زمنية متباعدة أكثر من المتغيرات الموسمية وتظهر في السلاسل الطويلة جداً مثل كل عدة سنوات.

4. **المركبة(التغيرات) العشوائية:**

هي مركبة لا تخضع لأي ظروف أو شروط وهي تغيرات تحدث بصفة غير منتظمة وبسب عوامل فجائية مثل (الزلازل، الفيضانات، الحرائق، إفلاس البنوك.....).

ملاحظة:

ليس من الضروري أن تكون كل المركبات موجودة في السلسلة.

شروط السلسلة الزمنية:

هناك مجموعة من الشروط والصفات يجب أن تحققها القيم المسجلة لنطلق عليها اسم سلسلة زمنية من أهمها:

1. **وحدة القياس الزمنية**: وهي أن تملك جميع عناصر السلسلة نفس وحدات القياس (يوم، شهر، سنة،...) ولا يجوز أن تقاس الظاهرة مرة بالسنة ومرة أخرى بالشهر مثلاً.
2. **وحدة المكان**: أي يجب أن تقاس جميع عناصر السلسلة في نفس المكان المحدد للظاهرة مثل (سورية، حلب، دمشق) ولا يجوز مثلاً أن نأخذ جزء من القيم في مدينة دمشق والقسم الثاني في مدينة حلب.
3. **وحدة القياس لعناصر السلسلة**: أي يجب أن تقاس كل عناصر السلسلة بنفس الوحدة مثل (كغ، م، سم، ميل،..) ولا يجوز مثلاً أن تقاس الإنتاجية مع الزمن مرة بالكغ ومرة أخرى بالطن.
4. **أن يكون عدد قيم السلسلة منتهي وليس عدد لا نهائي.**

ملاحظة:

إن الاخلال بأي شرط من الشروط السابقة ينفي عن القيم اسم السلسلة الزمنية ويمكن تجاوز ذلك مثلاً بحذف القيمة التي تخل بالشروط إن أمكن ذلك.

أنواع السلاسل الزمنية حسب قيم السلسلة:

1. **سلاسل مستقلة**: هي سلاسل تكون كل قيمة بالسلسلة مستقلة وغير متعلقة بالقيم الأخرى للسلسلة، أي لا تتعلق بالقيم السابقة ولا بالقيم اللاحقة للقيم الأخرى بكلام آخر لا تؤثر أي قيمة في السلسلة على القيم الأخرى.

مثال: سلسلة زمنية تبين كمية الهطول المطري لعدة سنوات. في هذا المثال نجد أن قيم السلسلة مستقلة عن بعضها البعض فقيمة الهطول في العام الحالي لا تتعلق بقيم الهطول في العام الماضي ولا بقيم الهطول في العام التالي.

2. **سلاسل زمنية مترابطة**: هي السلاسل التي تكون فيها قيم السلسلة مرتبطة فيما بينها ولا يمكن فصلها عن بعضها البعض.

مثال: أعداد طلاب كلية العلوم في جامعة البعث، نلاحظ في هذه السلسلة أن:

عدد الطلاب في العام الحالي=عدد الطلاب في العام الماضي + عدد الطلاب المستجدين – عدد الطلاب الخريجين.

مؤشرات السلاسل الزمنية:

هي مجموعة من القيم المحسوبة بقوانين رياضية تعطي بعض صفات السلسلة الزمنية وتقسم إلى:

1- المؤشرات الأساسية:

وهي المؤشرات التي تحسب على أساس رقم معين من السلسلة وهذا الرقم يدعى رقم الأساس.

ملاحظة:

إذا لم يذكر رقم الأساس يعتبر الرقم الأول هو رقم الأساس.

من أهم المؤشرات الأساسية:

a) **النمو المطلق** ويرمز له بالرمز δ:

إذا رمزنا لعناصر السلسلة بالرمز $\boldsymbol{Q_t}$ (حيث $t = 1,2,3,4,..$) يكون:

$$\boldsymbol{\delta_{t,1} = Q_t - Q_1} \qquad \boldsymbol{, t = 2, 3, 4, \dots}$$

مثل:

$$\boldsymbol{\delta_{2,1} = Q_2 - Q_1}$$

$$\boldsymbol{\delta_{3,1} = Q_3 - Q_1}$$

.....

b) **معامل النمو** ويرمز له بالرمز η ويعطى بالعلاقة:

$$\eta_{t,1} = {Q_t}/{Q_1} \qquad , t = 2, 3, 4, \dots$$

c) **معدل النمو** ويرمز له بالرمز P ويعطى بالعلاقة:

$$P_{t,1} = (Q_t - Q_1)/Q_1 \qquad , t = 2, 3, 4, \dots$$

<u>ملاحظة هامة:</u>

- **النمو المطلق يصف لنا سرعة تغير الظاهرة مع الزمن.**
- **معامل النمو يصف لنا كثافة الظاهرة مع الزمن.**
- **معدل النمو يصف لنا السرعة النسبية لتغير الظاهرة مع الزمن.**

2- <u>المؤشرات المتتالية للسلسلة الزمنية:</u>

والمقصود بها دراسة مؤشرات (قيم) السلسلة من خلال مقارنتها مع القيم التي تسبقها في نفس السلسلة (أي كل قيمة مع القيمة التي تسبقها).

<u>من أهم المؤشرات المتتالية:</u>

a) **النمو المطلق المتتالي** ويرمز له بالرمز δ ويعطى بالعلاقة:

$$\delta_{t,t-1} = Q_t - Q_{t-1} \qquad , t = 2, 3, 4, \dots$$

مثل:

$$\delta_{2,1} = Q_2 - Q_1$$

$$\delta_{3,2} = Q_3 - Q_2$$

.....

b) **معامل النمو المتتالي** ويرمز له بالرمز η ويعطى بالعلاقة:

$$\eta_{t,t-1} = {Q_t}/{Q_{t-1}} \qquad , t = 2, 3, 4, \dots$$

c) **معدل النمو المتتالي** ويرمز له بالرمز P ويعطى بالعلاقة:

$$P_{t,t-1} = (Q_t - Q_{t-1})/Q_{t-1} \qquad , t = 2, 3, 4, \dots$$

✦ **مثال:**

لدينا البيانات التالية التي تبين أعداد الطلاب في كلية العلوم

العدد	العام
950	2004
1100	2005
1150	2006
980	2007
1500	2008

المطلوب: حساب المؤشرات الأساسية والمتتالية للسلسلة الزمنية.

الحل:

العام	العدد	$\delta_{t,1}$	$\eta_{t,1}$	$P_{t,1}$	$\delta_{t,t-1}$	$\eta_{t,t-1}$	$P_{t,t-1}$
2004	950	-	-				
2005	1100	150	116%	16%	150	116%	16%
2006	1150	200	121%	21%	50	104%	4%
2007	980	30	103%	3%	-170	85%	-15%
2008	1500	550	158%	58%	520	153%	53%

المؤشرات الأساسية:

النمو المطلق الأساسي:

$$\delta_{t,1} = Q_t - Q_1 \qquad , t = 2, 3, 4, \dots$$

$$\delta_{2,1} = Q_2 - Q_1 = 1100 - 950 = 150$$

$$\delta_{3,1} = Q_3 - Q_1 = 1150 - 950 = 200$$

وهكذا.....

معامل النمو الأساسي:

$$\eta_{t,1} = {Q_t}/{Q_1} \qquad , t = 2, 3, 4, \dots$$

$$\eta_{2,1} = {Q_2}/{Q_1} = {1100}/{950} = 116\%$$

$$\eta_{3,1} = {Q_3}/{Q_1} = {1150}/{950} = 121\%$$

وهكذا.....

معدل النمو المتتالي:

$$P_{t,1} = (Q_t - Q_1)/Q_1 \qquad , t = 2, 3, 4, \dots$$

$$P_{2,1} = (Q_2 - Q_1)/Q_1 = {1100 - 950}/{950} = 16\%$$

وهكذا...

المؤشرات المتتالية:

النمو المطلق المتتالي

$$\delta_{t,t-1} = Q_t - Q_{t-1} \qquad , t = 2, 3, 4, \dots$$

$$\delta_{2,1} = Q_2 - Q_1 = 1100 - 950 = 150$$

$$\delta_{3,2} = Q_3 - Q_2 = 1150 - 1100 = 50$$

وهكذا.....

معامل النمو المتتالي:

$$\eta_{t,t-1} = {Q_t}/{Q_{t-1}} \qquad , t = 2, 3, 4, \dots$$

$$\eta_{2,1} = {Q_2}/{Q_1} = {1100}/{950} = 116\%$$

$$\eta_{3,2} = {Q_3}/{Q_2} = {1150}/{1100} = 104\%$$

وهكذا.....

معدل النمو المتتالي:

$$P_{t,t-1} = (Q_t - Q_{t-1})/Q_{t-1} \qquad , t = 2, 3, 4, \dots$$

$$P_{2,1} = (Q_2 - Q_1)/Q_1 = {1100 - 950}/{950} = 16\%$$

$$P_{3,2} = (Q_3 - Q_2)/Q_2 = {1150 - 1100}/{1100} = 4\%$$

وهكذا.....

التفسير:

إن عدد الطلاب في عام 2006 قد نما بمقدار 200 طالب مقارنة مع عام 2004.

إن معامل نمو الطلاب في عام 2005 قد أصبح 116% مقارنة بعام 2004.

معدل النمو في عام 2005 هو 16% مقارنة مع عام 2004 .... وهكذا.

العلاقة بين المؤشرات الأساسية والمتتالية:

1. مجموع النمو المطلق المتتالي يساوي النمو المطلق الأساسي لآخر لحظة في السلسلة.

$$\boldsymbol{\delta_{t,1} = \sum_{t=2}^{t} \delta_{t,t-1}}$$

حيث t عدد عناصر السلسلة. (يمكن برهانها بسهولة)

2. الفرق بين النمو المطلق الأساسي في اللحظة **t** وفي اللحظة **(t-1)** يساوي إلى النمو المطلق المتتالي في اللحظة t. (يمكن برهانها بسهولة).

$$\boldsymbol{\delta_{t,1} - \delta_{t-1,1} = \delta_{t,t-1}}$$

3. جداء معامل النمو المتتالي يساوي إلى معامل النمو الأساسي في اللحظة الأخيرة

$$\boldsymbol{\prod_{t=2}^{t} \eta_{t,t-1} = \eta_{t,1}}$$

ومنه نستطيع أن نجد:

$$\boldsymbol{\prod_{t=2}^{t} \eta_{t,t-1} = {Q_t}/{Q_1} \quad \rightarrow \quad Q_t = Q_1 \cdot \prod_{t=2}^{t} \eta_{t,t-1}} \qquad (*)$$

4. حاصل قسمة معامل النمو الأساسي في لحظتين متتاليتين يساوي إلى معامل النمو المتتالي في تلك اللحظة

$$\boldsymbol{{\eta_{t,1}}/{\eta_{t-1,1}} = \eta_{t,t-1}}$$

ملاحظة (1):

نستطيع تطبيق العلاقة (*) السابقة على المثال السابق ونلاحظ كيف سنحصل على عناصر السلسلة (مع مراعاة عدم اللجوء إلى التقريب وإلى النسبة المئوية).

ملاحظة (2):

إذا رمزنا بـ T_t لمركبة الاتجاه العام للسلسلة و بـ S_t للمركبة الموسمية و بـ C_t للمركبة الدورية و E_t لمركبة الخطأ العشوائي.

نستطيع كتابة السلسلة بدلالة المركبات السابقة بالشكل:

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + E_t$$

يدعى النموذج الجمعي للسلسلة.

أو بالشكل التالي:

$$Y_t = T_t . S_t . C_t . E_t$$

ويدعى النموذج الضربي (التضاعفي) للسلسلة.

❖ وكما ذكرنا سابقاً ليس بالضرورة أن تكون كل المركبات موجودة في السلسلة.

❖ غالباً نستخدم النموذج الجمعي عندما لا تتأثر عناصر السلسلة ببعضها البعض

ونستخدم النموذج الضربي عندما تتأثر عناصر السلسلة ببعضها.

تمهيد السلاسل الزمنية:

يقصد بتمهيد أو تسوية السلسلة الزمنية العمليات الحسابية التي تتم على قيم السلسلة اعتماداً على القيم الحقيقية وباستخدام قوانين رياضية، وذلك لتأخذ السلسلة نمطاً انسيابياً خالياً من الانكسارات الشديدة ويتم ذلك بتفكيك مركبات السلسلة.