المملكة العربية السعودية

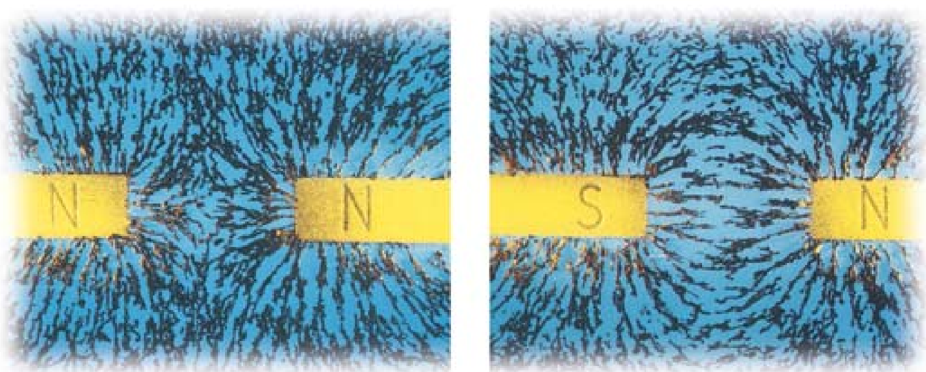
المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الفيزياء النظرية التخصصية

إنتاج / محركات ومركبات / الات ومعدات زراعية

١٠١ فيز



مقدمه

الحمد لله وحده، والصلاة والسلام على من لا نبي بعده، محمد وعلى آله وصحبه، وبعد:

تسعى المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني لتأهيل الكوادر الوطنية المدربة القادرة على شغل الوظائف التقنية والفنية والمهنية المتوفرة في سوق العمل، ويأتي هذا الاهتمام نتيجةً للتوجهات السديدة من لدن قادة هذا الوطن التي تصب في مجملها نحو إيجاد وطن متكامل يعتمد ذاتياً على موارده وعلى قوة شبابه المسلح بالعلم والإيمان من أجل الاستمرار قدماً في دفع عجلة التقدم التنموي: لتصل بعون الله تعالى لمصاف الدول المتقدمة صناعياً.

وقد خطت الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج خطوة إيجابية تتفق مع التجارب الدولية المتقدمة في بناء البرامج التدريبية، وفق أساليب علمية حديثة تحاكي متطلبات سوق العمل بكافة تخصصاته لتلبي متطلباته ، وقد تمثلت هذه الخطوة في مشروع إعداد المعايير المهنية الوطنية الذي يمثل الركيزة الأساسية في بناء البرامج التدريبية، إذ تعتمد المعايير في بنائها على تشكيل لجان تخصصية تمثل سوق العمل والمؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني بحيث تتوافق الرؤية العلمية مع الواقع العملي الذي تفرضه متطلبات سوق العمل، لتخرج هذه اللجان في النهاية بنظرة متكاملة لبرنامج تدريبي أكثر التصاقاً بسوق العمل، وأكثر واقعية في تحقيق متطلباته الأساسية.

وتتناول هذه الحقيبة التدريبية " الفيزياء التخصصية" لمتدربي قسم" إنتاج / محركات ومركبات / آلات ومعدات زراعية " للكليات التقنية موضوعات حيوية تتناول كيفية اكتساب المهارات اللازمة لهذا التخصص.

والإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج وهي تضع بين يديك هذه الحقيبة التدريبية تأمل من الله عز وجل أن تسهم بشكل مباشر في تأصيل المهارات الضرورية اللازمة، بأسلوب مبسط يخلو من التعقيد، وبالاستعانة بالتطبيقات والأشكال التي تدعم عملية اكتساب هذه المهارات.

والله نسأل أن يوفق القائمين على إعدادها والمستفيدين منها لما يحبه ويرضاه: إنه سميع مجيب الدعاء.

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

تمهيد

An Introduction

الحمد لله، رب خلقَ الكونَ وسخَّره للكائنات، وخصَّ الإنسان بنعمة العقل كي يستخدمه في التأمل والتفكير، وجعل كل ذلك عمقاً عقائدياً لمعنى التسبيح: ﴿سُبْحَٰنَ ٱلَّذِى سَخَّرَ لَنَا هَٰذَا وَمَا كُنَّا لَهُۥ مُقْرِنِينَ ﴿١٣﴾﴾ [الزخرف: ١٣]، ﴿رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هَٰذَا بَٰطِلًا سُبْحَٰنَكَ فَقِنَا عَذَابَ ٱلنَّارِ ﴿١٩١﴾﴾ [آل عمران: ١٩١]، وصلى الله وسلَّم وبارك على معلم البشرية ورافع راية التوحيد، سيد الخلق محمد وعلى آله وصحبه وسلم أجمعين.

هذا كتاب الفيزياء التخصصية لطلبة الكليات التقنية، وهو ترجمة لقرارات الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج في المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني، التي تسعى جاهدةً إلى تنمية القوى البشرية في وطننا الحبيب وإمدادها بكل الخبرات والمهارات الفنية لمواكبة التطور العلمي العالمي.

يحتوي هذا الكتاب على تسع وحدات دراسية، وهي: القياسات في الفيزياء، الكميات العددية والكميات المتجهة، قوانين القوة والحركة، الشغل والطاقة، مفاهيم في درجة الحرارة وكمية الحرارة، الكهرباء الساكنة، التيار والكهربائي والدائرة الكهربائية، المجال المغناطيسي، أشباه الموصلات، وهذه الوحدات تغطي مقرَّرات الفيزياء التخصصية للأقسام الآتية:

١- التقنية الكهربائية.

٢- التقنية الإلكترونية.

٣- التقنية الميكانيكية/ زراعية - تبريد وتكييف - مكائن.

٤- التقنية الكيميائية.

وإننا إذ نقدم هذا الكتاب لأبنائنا الطلبة وزملائنا المدرسين، نود أن نؤكد على المسائل الآتية:

١- لا بد من الرجوع إلى مقررات الفيزياء الصادرة عن الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج، وذلك لتحديد الوحدات الدراسية المطلوبة لكل تخصص، أي أن لكل قسم من أقسام الكليات التقنية مقرره الخاص به، على الرغم من وجود بعض الوحدات المشتركة بين بعض الأقسام.

٢- لقد تعمدنا الإيضاح والتبسيط واستخدام كل الوسائل المساعدة على ذلك مثل تفصيل المعادلات الرياضية، استخدام الجداول، استخدام الرسوم، استخدام الأمثلة المحلولة، استخدام طريقة الامتحان الذاتي، استخدام اللغة الإنكليزية عند اللزوم بجانب اللغة العربية دون الحاجة إلى مسرد خاص بالمفردات

الإنكليزية في نهاية الكتاب، بالإضافة إلى مجموعة من التمرينات والأسئلة العامة في نهاية كل وحدة دراسية، ونترك لزملائنا الأساتذة اختيار ما يسمح به الوقت منها، وأخيراً خصصنا عدداً من الأسئلة الاختيارية الإضافية في نهاية كل وحدة لاستخدامها عند الحاجة.

٣- نود التنبيه إلى أن الملخص الموجود في نهاية كل وحدة دراسية لا يغني بحال من الأحوال عن الوحدة نفسها، إلا أنه مناسب للتركيز والبيان العام، وهو شامل لكنه يبقى موجزاً يحتاج إلى التفصيل الموجود في حيثيات الوحدة المقصودة.

ونؤكد لأبنائنا الطلبة في مقدمة هذا الكتاب بأن علم الفيزياء هو علم أساسي له صلة عميقة وكبيرة بالعلوم الأخرى، وعلى وجه الخصوص العلوم الهندسية، إذ أنها تُعتبر أساساً للعلوم التطبيقية وتقنياتها الحديثة (التقنية الإلكترونية، التقنية الكهربائية، التقنية الميكانيكية، التقنية الكيميائية، ...)، لكل ذلك فإننا نؤكد على ضرورة استيعاب مفاهيمها الأساسية والتعامل معها كمادة تخصصية. كما أن علم الفيزياء هو جهد إنساني متصل عبر التاريخ يتجلى ذلك في جانبه التجريبي، الذي يقوم على الملاحظة ودقتها والقياس وأهميته والتطبيق ومكانته وصولاً إلى الفهم الصحيح والتفسير المناسب والمقبول للظواهر الطبيعية.

ونجدها مناسبة طيبة كي نذكّر زملائنا المدرسين بضرورة اتباع المنهجية العلمية المتمثلة في البحث والحوار والاستقصاء، وبناء المفاهيم الجديدة على المفاهيم السابقة لدى المتدرب وإفساح المجال ضمن ما يسمح به وقت المحاضرة للسؤال والاستفسار والحوار كي تكون العملية التعليمية مثيرة ومشوقة، وتحوز على حب المتدرب وشغفه بها.

وهنا ننصح الإخوة المدرسين باصطحاب ما يتمكنون من الحصول عليه من وسائل الإيضاح الخاصة بكل موضوع توخياً للفائدة، ومن الممكن الاستعانة والاستفادة بما هو موجود في معامل الفيزياء التجريبية لهذا الغرض.

وأخيراً نأمل أن نكون قد وفقنا في تقديم هذا الكتاب بصورة مناسبة ومقبولة، آملين من جميع زملائنا المدرسين موافاتنا بملاحظاتهم مكتوبة إلى الإدارة العامة للمناهج، كي نستفيد منها في الطبعات القادمة.

وفق الله الجميع لما يحب ويرضى، وآخر دعوانا أن الحمد لله رب العالمين.

المملكـــة العربيـــة الســـعودية
المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الفيزياء النظرية التخصصية

القياسات في الفيزياء

القياسات في الفيزياء

١

١-١ المقدمة *Introduction*:

إن التعبير عن الكميات في علم الفيزياء لابد أن يكون من خلال الأرقام والوحدات المناسبة وهو ما يكفي لوصفها وصفاً صحيحاً. كما أن علم الفيزياء لم يكن ليصل إلى ما وصل إليه من دور ريادي في تحقيق الإنجازات العلمية والتقنية لو لم يكن علماً دقيقاً، ذلك أن جميع مسائله النظرية والعملية تحتم علينا التعامل مع كميات مُقاسة، ويتم التعبير عنها بدلالة رقم ووحدة قياس مناسبة، متفقٌ عليها ومتوافقة مع الكمية المطلوب قياسها. وهذا ما يقودنا بالضرورة إلى دراسة مسألتين هامتين وهما:

١- الوحدات (وحدات قياس الكميات البُعدية) *measurement units of dimensional quantities*.

٢- الأبعاد (أو الأسس الرياضية لوحدات القياس) *units dimensions*.

وهاتان المسألتان هما مضمون هذه الوحدة التعليمية، إذ أننا سنقدم من خلالها تعريفاً علمياً لمجمل وحدات القياس المتداولة، وسنوضِّح مفهومها بُعدياً، ونبيّن بعد ذلك ضرورة التوافق بين وحدات القياس وأبعادها، وفوائد كل ذلك في الاستخدامات التطبيقية والنظرية.

وبعد أن يكمل المتدرب دراسة هذه الوحدة، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلالها، ويقوم بنفسه بحل أسئلة الامتحان الذاتي الموجودة في نهايتها، ويقارن حلوله مع الحلول النموذجية المرفقة في الملحق (د) في نهاية الكتاب، بعد ذلك كله نتوقع أن يكون المتدرب قادراً على:

١- أن يقرر بنفسه أهمية القياسات في حياتنا العلمية المعاصرة.

٢- أن يتابع نشوء هذا العلم وتطوره وأن يتنبه إلى الفوائد التي جناها الإنسان من هذا العلم المهم، ولاسيما في دقة ضبط القياس.

٣- أن يربط بين علم القياس وحكمة الله سبحانه وتعالى في تسخير مخلوقات هذا الكون لخدمة الإنسان، باعتبارها مصدر الإلهام الإلهي للإنسان في هذا المجال وغيره من المجالات الأخرى.

٤- أن يعلم بأن النظام الدولي للقياس هو لغة عالمية واحدة يفهمها الجميع، وله دوره الأساسي في صياغة العلاقات المعبرة عن القوانين الفيزيائية.

٥- أن يجرب بنفسه عملية الربط والتوافق بين وحدات القياس وأبعادها.

٦- أن يميّز بين الكميات الأساسية في النظام الدولي للقياس والكميات المركبة، كي يستفيد منها في دراسته العملية والنظرية.

١-٢ وحدات القياس *Measurement Units*:

عند تناول موضوع وحدات القياس وهو -بلا شك- موضوع أساسي في العلوم النظرية والتطبيقية، لا بد من التأكيد على أن الوحدات الثلاثة الأساسية: المتر، الكيلوغرام، الثانية، هي وحدات قياس الكميات الثلاثة الأساسية الطول، الكتلة، الزمن، والمتداولة في دراسة علم الميكانيكا، قد تمَّ زيادتها لاستكمال وحدات النظام الدولي للقياس ليكون شاملاً لباقي الفروع العلمية كالكهرباء والديناميكا الحرارية وغيرها، وذلك بإضافة أربع كميات أساسية أخرى وهي: الكلفن، الأمبير، الشمعة، المول، وهي وحدات قياس الكميات الأربع الأساسية الأخرى، درجة الحرارة، التيار الكهربائي، شدة الإضاءة، كمية المادة، ثم تلا ذلك إضافة الراديان كوحدة لقياس الزاوية المستوية والستراديان كوحدة لقياس الزاوية المجسمة. أن هذا النظام هو النظام الدولي للقياس *International System*، واختصاراً *(SI)* وذلك عن التعبير الفرنسي *System International*.

هذا ما قرره المكتب الدولي للمقاييس والموازين باعتباره الجهة الدولية المسؤولة عن هذه العملية، ومقره في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية باريس واسمه الكامل *International bureau of weight and measures*، وهو دون شك قد سهَّل اعتماد وحدات هذا النظام على مستوى دولي، وبالتالي استخدامها في الكتب والمراجع العلمية.

والجدول (١-١) يوضِّح وحدات قياس الكميات السبعة الأساسية للنظام بكامله، ونقول هنا: أساسية؛ ذلك لأن جميع وحدات القياس الأخرى تُشتق بواسطتها[١]، أو بعبارة أخرى تدخل في تكوين غالبية الوحدات الأخرى. وللوحدات الأساسية المبيَّنة في الجدول (١-١) وحدتان ملحقتان مكملتان تستخدمان لقياس الزوايا المستوية والزوايا المجسمة، انظر الجدول الملحق (١-١-أ).

الكمية	Quantity	الوحدة	(SI) Unit	الرمز	Symbol
الطول	*length*	المتر	*meter*	م	*m*
الكتلة	*mass*	الكيلوغرام	*kilogram*	كج	*kg*
الزمن	*time*	الثانية	*second*	ث	*s*

١) انظر الجدول (١-٦) في الفقرة (١-٤) من هذه الوحدة، ولاحظ أنّ الكميات الأساسية دخلت في تكوين الوحدات المشتقة الأخرى.

درجة الحرارة	*thermodynamics temperature*	الكلفن	*kelvin*	ك	*K*
شدة التيار	*electric current*	الأمبير	*ampere*	أمبير	*A*
قوة الإضاءة	*luminous*	الكانديلا	*candela*	الشمعة	*cd*
كمية المادة	*amount of substance*	المول	*mole*	مول	*mol*

الجدول (١-١) يبين وحدات قياس الكميات الأساسية للنظام الدولي[١]

الكمية	**Quantity**	الوحدة	**(SI) Unit**	الرمز	**Symbol**
الزاوية المستوية	*plane angle*	راديان	*radian*	راد	*rad*
الزاوية المجسمة	*solid angle*	ستراديان	*steradian*	ستي راد	*sr.*

الجدول (١-١-أ) يبين الوحدات المكملة للوحدات الأساسية

وقد شاع استخدام ثلاثة أنظمة معيارية في مجال القياسات وهي:

١-٢-١ النظام المتري *The Metric System*:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام، الطول بالمتر والكتلة بالكليوغرام والزمن بالثانية، وهو البداية الأولية التي تطور منها النظام المذكور في الجدول (١-١)، ويعرف هذا النظام بنظام *(MKS system)* وهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس الثلاثة باللغة الإنكليزية *(Meter, Kilogram, Second)* تضاف إليها وحدة قياس درجة الحرارة المعروفة بالكلفن *Kelvin*، ويشار إليها اختصاراً *(K)*.

١-٢-٢ النظام الكاوسي *The Gaussian system (CGS)*:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام، الطول بالسنتيمتر والكتلة بالغرام والزمن بالثانية، ومن الواضح أنه يُستخدم مع الكميات الصغيرة مقارنة بنظام *(MKS)*، ذلك أن السنتيمتر هو جزء من مئة من المتر والغرام هو جزء من ألف من الكيلوغرام.

ينسب هذا النظام إلى العالم *Gauss*، أما *(CGS system)* فهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس المستخدمة في هذا النظام باللغة الإنكليزية *(Centimeter, Gram, Second)* وتقاس درجة الحرارة في هذا النظام أيضاً بالكلفن *(K)* مثله في ذلك مثل النظام المتري.

(١) هناك أسماء ورموز لمعظم وحدات القياس المركبة المتداولة علمياً والمتعارف عليها دولياً. انظر الجدول (١-٦).

١-٢-٣ النظام البريطاني *The British System (FPS)*:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام: الطول بالقدم، والكتلة بالباوند، والزمن بالثانية، ويعرف هذا النظام بنظام *(FPS System)* وهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس الثلاثة باللغة الإنكليزية *(Foot, Pound, Second)*، وتقاس درجة الحرارة في هذا النظام بالفهرنهايت *Fahrenheit*.
ومن الجدير بالذكر هنا أن أهمية كلا النظامين الثاني والثالث بدأت تتلاشى تدريجياً مع ازدياد الاهتمام بالنظام الدولي للقياس. كما أن العلاقة التي سبق ذكرها عن النظامين *(MKS)* و*(CGS)* تنعكس على طبيعة القوانين الرياضية التي تصف مجموعة القوانين الفيزيائية وذلك حسب نوع النظام المعتمد أثناء اشتقاق تلك القوانين الرياضية. ولاسيما عند حساب الثوابت الخاصة بها.

١-٣ وحدات القياس في النظام الدولي *International System Units (SI)*:

مادمنا قد تحدثنا عن الوحدات الأساسية للقياس والوحدات المشتقة أو المركبة لهذا النظام، فإنه من المناسب جداً أن نقدم تعريفات أولية مبسطة عن أهم وحدات القياس في هذا النظام (الطول، الكتلة، الزمن)، إضافة إلى الكلفن والأمبير والشمعة والمول، وذلك لكي تساعد المتدرب على الفهم والاستيعاب حيثما مرت معه، ونؤكد أننا سوف نعتمد هذا النظام في جميع وحدات هذا الكتاب، كما نود الإشارة إلى مناسبة وحدات قياس هذا النظام لمختلف الكميات سواءً كانت كبيرة أو صغيرة لأنها متعلقة ببعضها بأسس العدد عشرة.

١-٣-١ المتر *Meter*:

يعتبر المتر *meter* وحدة قياس الطول في النظام الدولي *(SI)* ويمكن استخدامه في مختلف أقسام وفروع الفيزياء، والعلوم القياسية الأخرى، ولقد تم تعريف المتر أساساً لأول مرة على أنه جزء واحد من عشرة ملايين جزء من المسافة الفاصلة بين أحد قطبي الكرة الأرضية وخط الاستواء على امتداد خط الطول المار بمدينة باريس، وذلك في العام (١٧٩٩) للميلاد.

$$1\ meter = \frac{1}{10^7\ (pole - equator)\ dis\tan ce} = \frac{1}{10^7\ (\text{المسافة بين القطب وخط الاستواء})}$$

وهذا يعني أن المسافة المذكورة بين قطب الكرة الأرضية وخط الاستواء $(10^7\ meter)$. كما أنّه من النتائج اللطيفة لهذا القياس أن محيط الكرة الأرضية يساوي $(4\times10^7\ meter)$، أي أربعة أضعاف المسافة الفاصلة بين القطب وخط الاستواء. وعند إعادة القياس بأجهزة أكثر تطوراً، وُجد أن هذا المقدار يقل

بحوالي $(0.08\ mm)$ عن المقدار المقاس. وتمّ بعدها الاتفاق على المتر كوسيلة قياس علمية، وهو عبارة عن المسافة بين علامتين ثابتتين عند نهايتي ساق من سبيكة البلاتين والإيرديوم طولها بالتعريف متر واحد، محفوظ في قبو درجة حرارته ثابتة ومضبوطة، بحيث لا يحصل له أي تتمدد طولي، وهذا المكان في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية باريس، وله مضاعفات وأجزاء يتم تداولها لغرض القياس، وبهدف التعرف على قسم منها انظر الجدول (٢-١).

	Symbol الرمز	Quantity in Meter ما يساويه بالمتر	Name الاسم
أجزاء المتر الشائعة	cm	$1 \times 10^{-2}\ m$	centimeter سنتيمتر
	mm	$1 \times 10^{-3}\ m$	millimeter مليمتر
	μm	$1 \times 10^{-6}\ m$	micrometer مايكرومتر
	nm	$1 \times 10^{-9}\ m$	nanometer نانومتر
	$\overset{\circ}{A}$	$1 \times 10^{-10}\ m$	angstrom أنغستروم
	fm	$1 \times 10^{-15}\ m$	femtometer فيمتومتر
	in	$2.54 \times 10^{-2}\ m$	inch إنش، بوصة
مضاعفات المتر الشائعة	h	$1 \times 10^{2}\ m$	hectometer هكتومتر
	km	$1 \times 10^{3}\ m$	kilometer كيلومتر
	mi	1609 m	mile ميل
	---	$9.468 \times 10^{15}\ m$	light-year سنة ضوئية

الجدول (٢-١) أجزاء ومضاعفات المتر الأكثر استعمالاً

أما الآن وبعد التقدم التقني وتوفير الأجهزة العلمية المناسبة لقياس الطول الموجي فقد تمَّ اعتماد تعريف المتر المعياري، ولأهميته سوف نفرد له تعريفاً خاصاً به.

تعريف المتر المعياري[١] *The Calibrated Meter*:

هو عبارة عن (1650763.73) موجة في الفراغ من موجات التذبذب الإلكتروني بين المدارين $(5d_5)$ و $(2p_{10})$ للضوء (أحمر – برتقالي) تنبعث من ذرات نظير الكريبتون (86)، وهذا ما يمكّننا من قياس الأطوال بدقة تصل إلى $(10^{-8}\ meter)$، ويمكننا توضيح ذلك على الشكل التالي:

(١) في العام ١٩٨٢م تم تعريف المتر بدقة أكبر، وهو عبارة عن المساحة التي يقطعها الضوء في (١/٢٩٩٧٩٢٤٥٨) ثانية في الفراغ.

$$1\,meter = 1650763.73\,\lambda$$
$$\lambda = wave\ length\ of\ \ krypton\ isotope\ (86)$$
$$\lambda = \frac{1}{1650763.73} = 6.057810^{-7}\ meter$$
$$= 6057.8\,A^{\circ}$$

وتصدر هذه الموجة الضوئية داخل أنبوب تفريغ محفوظ في وسط من النيتروجين السائل عند درجة الحرارة $(-210°C)$.

٢-٣-١ الثانية *Second*:

تعتبر الثانية *second* وحدة قياس الزمن في النظام الدولي *(SI)*، ويمكن استخدامها في مختلف أقسام وفروع الفيزياء، بل في كافة مجالات العلوم الأخرى. لقد تمَّ الاتفاق على تعريف الثانية، على أنَّها الفترة الزمنية اللازمة لحدوث تردد مقداره $(9192631770\,HZ)$ للإشعاع الناتج عن تردد إلكترونات ذرة السيزيوم *(133) cesium atom*، ويتم امتصاصه من قبل السيزيوم نفسه، والساعة المعيارية الآن هي عبارة عن ذرة سيزيوم. وللثانية مضاعفات وأجزاء تستخدم وفقاً لطبيعة الزمن المراد قياسه، والجدول (٣-١) يبيِّن أكثرها استعمالاً.

	Symbol الرمز	Quantity in Second ما يساويه بالثانية	Name الاسم
أجزاء الثانية الشائعة	ms	$1\times10^{-3}\,s$	millisecond ميلي ثانية
	μs	$1\times10^{-6}\,s$	microsecond مايكروثانية
	ns	$1\times10^{-9}\,s$	nanosecond نانوثانية
	ps	$1\times10^{-12}\,s$	picosecond بيكوثانية
مضاعفات الثانية الشائعة	min	60 s	minute دقيقة
	h	3600 s	hour ساعة
	d	$8.64\times10^{4}\,s$	day يوم
	y	$3.156\times10^{7}\,s$	year سنة

الجدول (٣-١) أجزاء ومضاعفات الوحدة الدولية لقياس الزمن (الثانية) الأكثر استعمالاً

أما التعريف القديم للثانية: هي عبارة عن جزء واحد من *(86400)* جزء من اليوم، أي أن مجموع الثواني في اليوم الواحد والبالغ أربعاً وعشرين ساعة يساوي *(86400)* ثانية، أي أنّ:

$$1s = (1/60)(1/60)(1/24) = (1/86400)$$

لقد تم استبعاد هذا التعريف في العام *(1967)* للميلاد.

١-٣-٣ الكيلوغرام *Kilogram*:

يعد الكيلوغرام ثالث الكميات الأساسية في النظام الدولي *(SI)*، وهو الذي يمكن استخدامه في كافة المجالات العلمية والتطبيقية لقياس الكتلة، والكيلوغرام عبارة عن سبيكة مصنوعة من خليط البلاتين والإيريديوم محفوظة في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية باريس، على شكل أسطوانة قطرها يساوي طولها ويساوي *(3.9 cm)*. وهناك تعريف آخر للكيلوغرام؛ وهو عبارة عن كتلة ليتر واحد من الماء عند درجة الحرارة $(4°C)$ وهي الدرجة التي تصل عندها كثافة الماء إلى أعلى قيمة لها. أما التعريف الثالث للكيلوغرام؛ فهو عبارة عن كتلة (5.01188×10^{25}) ذرة من الكربون *(12)*، ويميل الكثير إلى استخدام هذا التعريف الأخير للكيلوغرام وذلك لدقته، وللكليوغرام أجزاء ومضاعفات، لازالت تستخدم استخدامات خاصة ولا تخضع للقواعد العامة المعروفة للأجزاء والمضاعفات وذلك وفقاً لطبيعة الكمية المراد قياسها، والجدول (٤-١) يبيِّن أكثرها استعمالاً.

Name الاسم	**Quantity in Kilogram** ما يساويه بالكيلوغرام	**Symbol** الرمز
gram الغرام	1×10^{-3} kg	*g*
atomic mass unit وحدة الكتلة الذرية	1.66×10^{-27} kg	*u*
ounce آونس	2.835×10^{-2} kg	*oz*
pound باوند ، رطل	0.4536 kg	*lb*
slug سْلج	14.59 kg	*sl*
ton طن	10^{3} kg	*ton*

الجدول (٤-١) أجزاء ومضاعفات خاصة للوحدة الدولية لقياس الكتلة (الكيلوغرام)، وهي شائعة الاستخدام

١-٣-٤ الكلفن *Kelvin*:

هو عبارة عن وحدة قياس درجة الحرارة *temperature* في النظام الدولي *(SI)*، على مقياس كلفن *Kelvin scale* الديناميكي الحراري *thermodynamics*، ويساوي عددياً $(1/273.16)$ من درجة الحرارة المطلقة للنقطة الثلاثية للماء، والتي تُعتبر بداية التدريج على مقياس كلفن. والكلفن هو وحدة القياس الرابعة في النظام الدولي للقياس *(SI)*.

١-٣-٥ الأمبير *Ampere*:

هو عبارة عن وحدة قياس شدة التيار الكهربائي *electric current intensity* في النظام الدولي *(SI)*، والأمبير هو عبارة عن التيار المار في سلكين طويلين باتجاهين متعاكسين تفصلهما مسافة مقدارها متر واحد عن بعضهما، وتنشأ بينهما نتيجة لذلك قوة مقدارها $(2\times10^{-7}\,N)$ وهو وحدة القياس الخامسة في النظام الدولي للقياس *(SI)*.

١-٣-٦ الشمعة *Candella*:

هي عبارة عن وحدة قياس شدة الإضاءة *luminous intensity* وهي تساوي $(1/60)$ من شدة إضاءة إشعاع جسم أسود *black body radiation* مساحته $(1cm^2)$ عند درجة الحرارة $(2045\,K)$، وهي درجة حرارة تجمد البلاتين، والشمعة هي وحدة القياس السادسة في النظام الدولي للقياس *(SI)*.

١-٣-٧ المول *Mole*:

وهو وحدة قياس كمية المادة *amount of substance* وهو عبارة عن كمية المادة الموجودة في نظام يحتوي على عدد من الوحدات الأولية يساوي عدد ذرات الكربون *(12)* الموجودة في كتلة مقدارها $(12\times10^{-3}\,kg)$ منه، والوحدات الأولية يقصد بها الذرات أو الجزيئات أو الأيونات أو مجموعة تشتمل على كل هذه الأنواع، والمول هو وحدة القياس السابعة في النظام الدولي للقياس *(SI)*.

وأخيراً نلاحظ من الجدول (١-١) أننا أضفنا كل من الراديان *radian* وهو وحدة قياس الزاوية النصف قطرية المستوية ويساوي $(57.3°)$، والسيتراديان *steradian* وهو وحدة قياس الزاوية النصف قطرية المجسمة. وذلك في النظام الدولي للقياس.

١-٤ الأبعاد *Dimensions*:

إن الكمية الفيزيائية، بصفة عامة توصف من خلال مقدار عددي متبوع بوحدة خاصة به من ذات الجنس، أي متوافقة معه من حيث الوحدات والأبعاد، بغض النظر عن النظام المستخدم *dimensional consistency and units consistency*، والوحدات عموماً سبع كميات رئيسية، هي: الطول، والكتلة، والزمن، ودرجة الحرارة، وشدة التيار الكهربائي، وشدة الإضاءة، وكمية المادة، ومن الممكن التعبير عنها بالأحرف الكبيرة ذات الأقواس المربعة التالية:

درجة الحرارة	$[K]$	الطول	$[L]$
التيار الكهربائي	$[A]$	الكتلة	$[M]$
شدة الإضاءة	$[Cd]$	الزمن	$[T]$
كمية المادة	$[Mol]$		

إن هذه الرموز داخل الأقواس المربعة [ ] مع أسسها، يطلق عليها الأبعاد، وهي تأخذ أسساً مختلفة عندما نستخدمها مع الوحدات المركبة تتراوح ما بين الموجب والسالب مروراً بالقيمة صفر، وهذا ما يظهر جلياً أثناء استخدام نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد في مجالات عديدة والتي يمكن إجمالها بالآتي:

١- التأكد من سلامة وصحة القوانين الفيزيائية.

٢- استنتاج بعض القوانين الفيزيائية.

٣- استنتاج وحدات الثوابت في القوانين الفيزيائية.

٤- التحويل من نظام إلى آخر، كالتحويل من نظام (MKS) إلى (CGS) وبالعكس.

إن الكميات الفيزيائية الأخرى يمكن التعبير عنها بضرب أو قسمة هذه الوحدات السبع، وهي كميات مركبة، فعلى سبيل المثال، تُعَرّف السرعة بأنها الإزاحة المقطوعة خلال وحدة الزمن، أي أن السرعة مركبة من كمية الطول وكمية الزمن، وبعبارة أخرى:

$$v = \frac{x}{t}$$

وعند التعبير عن كلٍ من كمية بأبعادها نجد:

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = [L][T]^{-1}$$

فالرمز الموجود داخل القوسين [ ] مع الأس الذي يمثله، يعبر عن بُعد الكمية الفيزيائية، ففي هذا المثال نجد أن $[L]$ وأسه واحد يمثل الإزاحة، أما $[T]$ الموجودة في المقام وأسه (1) واحد يمثل الزمن، ومن الممكن التعبير مجدداً عن السرعة بالشكل الآتي:

$$[L]\,[T]^{-1} = m\ s^{-1}$$

ذلك أن المتر هو وحدة قياس الطول والثانية هي وحدة قياس الزمن، إذاً:

(m/s) هي وحدة قياس السرعة في نظام (MKS)، وهذا المثال البسيط يوضّح العلاقة الأساسية بين كل من الوحدات والأبعاد.

مثال (١-١) Example

من المعلوم أن النيوتن هو وحدة قياس القوة في النظام الدولي للقياس وهو اسم العالم الفيزيائي المعروف إسحق نيوتن *Isaac Newton*، والنيوتن هو وحدة مركبة وليست أساسية، بيِّن ذلك مستخدماً قانون نيوتن الثاني.

القوة *Force* وفقاً لقانون نيوتن ا لثاني هي:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

حيث (m) كتلة الجسم، $(\vec{a})$ تسارع الجسم وهو عبارة عن تغير السرعة خلال وحدة الزمن، وبما أن وحدة قياس السرعة هي (m/s) ووحدة قياس الزمن هي (s) يكون التسارع:

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{(m/s)}{(s)}=(m/s^2)$$

وعليه فإن القوة التي تجعل كتلة مقدارها $(1kg)$ تسارعاً مقداره $(1m/s^2)$ ما هي إلا النيوتن، وبما أن:

$$\vec{F} = m\vec{a} = (kg)(m/s^2)$$

ونلاحظ أن النيوتن وحدة قياس مركبة من الكميات الثلاثة الكتلة والطول والزمن، ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل: $[M][L][T]^{-2}$

إذاً النيوتن هو $(kg.m/s^2)$ وهذا تعريف للنيوتن على أنه وحدة قياس مركبة وليست أساسية.

مثال (١-٢) Example

من المعلوم أن الجول هو وحدة قياس الطاقة أو الشغل في النظام الدولي للقياس، وهو عبارة عن القوة مضروبة في الإزاحة، بيِّن ذلك مستخدماً القانون العام للشغل:

$$W = \vec{F}.\vec{r}$$

حيث $(\vec{F})$ هي القوة و $(\vec{r})$ هي الإزاحة التي عَملتْ خلالها هذه القوة، وهكذا تبدو المسألة على درجة من السهولة، فالشغل هو عبارة عن حاصل ضرب القوة في الإزاحة، وهذه هي الصيغة الرياضية العامة للشغل، ويُلاحظ فيها وجود علامة الضرب القياسي لمقدارين فيزيائيين متجهين، إذًا:

$$J = (kg\frac{m}{s^2})(m)$$

$$= (kg\frac{m^2}{s^2})$$

ونلاحظ أن الجول وحدة قياس مركبة من الكميات الثلاثة الكتلة، الطول، الزمن. ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل $[M][L]^2[T]^{-2}$.

وبناءً على ما تقدم فإن الشغل المبذول عند إزاحة جسم يخضع لتأثير قوة مقدارها $(1N)$ مسافة مقدارها $(1m)$ باتجاه القوة هو عبارة عن جول واحد، ولابد من التأكُّد من مقدار الزاوية بين متجه القوة ومتجه الإزاحة.

أما وحدات قياس الكميات الكهربائية فهي في غالبيتها تحمل أسماء فيزيائيين كبار مثل كولومب *Coulomb* وفولت *Volt* وسواهم، وهي وحدات مركبة وليست أساسية أو بسيطة.

إن الدراسة التفصيلية للأبعاد تشير بشكل قاطع إلى ضرورة توافقها مع الوحدات، وعلى الرغم من أننا خصّصنا فقرةً لكلٍ منهما على سبيل التوضيح، إلا أنَّه لابد من التأكيد على ضرورة التوافق والانسجام التام بين الوحدات والأبعاد، وذلك هو مضمون "نظرية العلاقة بين الوحدات والأبعاد *Dimensions and units theory*". ومفاد هذه النظرية أن طرفي أية معادلة يجب أن يكونا متساويين، أي أننا لابد أن نفهم معنى إشارة المساواة من حيث أبعاد (أسس) الكميات التي تظهر على الطرفين بعد استخدام التعبير الرياضي بشكله الصحيح، ثمَّ نعالج كل وحدة قياس من الطرف الأيسر للمعادلة مع ما يقابلها في الطرف الأيمن ولتوضيح ذلك سوف نناقش بعض الأمثلة.

مثال (١-٣) *Example*

اشتق مستخدماً نظرية توافق الوحدات والأبعاد، معادلة الطاقة الحركية لجسم كتلته (m) ويتحرك بسرعة ثابتة (v).

الحل *Solution*:

على وجه العموم يمكننا التعبير عن أي مقدار فيزيائي (A) وفقاً لنظرية الأبعاد بالشكل التالي:

$$A = CL^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}$$

حيث إن الأسس (α, β, γ) من الممكن أن تكون أعداداً سالبة أو موجبة أو صفراً، كما يمكن أن تكون أعداداً كسرية، وC هو ثابت التناسب، وفي هذا المثال من المعلوم أن وحدة قياس الطاقة الحركية هي الجول، والجول كما هو معلوم في النظام الدولي للقياس عبارة عن:

$$J = kg\left(\frac{m^2}{s^2}\right)$$

$$[M]^1 \; [LT^{-1}]^2$$

$$\therefore \qquad [L]^{\alpha} \; [M]^{\beta} \; [T]^{\gamma}$$

أي أن:

$$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = -2$$

وهكذا نجد أنَّ:

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

حيث:

$$C = (1/2)$$

ولجميع وحدات القياس الدولية المتفق عليها أجزاء ومضاعفات يمكن إجمالها بالجدول (٥-١).

Symbol الرمز	Prefix البادئة	Factor معامل الضرب	Symbol الرمز	Prefix البادئة	Factor معامل الضرب
y	يُوكتا yocto	10^{-24}	Y	يُوتا yotta-	10^{24}
z	زيبتا zepto-	10^{-21}	Z	زيتا zetta-	10^{21}
a	أَتو atto-	10^{-18}	E	إكزا exa-	10^{18}
f	فِيمتو femto-	10^{-15}	P	بيتا peta-	10^{15}
p	بيكو pico-	10^{-12}	T	تِيرا tera-	10^{12}
n	نانو nano-	10^{-9}	G	جيغا giga-	10^{9}
μ	مَايكرو micro-	10^{-6}	M	مِيغا mega-	10^{6}
m	مِلي milli-	10^{-3}	k	كِيلو kilo-	10^{3}
c	سَنتي centi-	10^{-2}	h	هِكتو hecto-	10^{2}
d	دِيسي deci	10^{-1}	da	دِيكا deka-	10^{1}

الجدول (٥-١) يوضح البدايات التي يمكن إضافتها قبل وحدات النظام الدولي للقياس[١]

Prefixes for (SI) units

ويلاحظ من الجدول أن هذه الإضافات الابتدائية *prefixes* تبدأ بالمقدار الكبير جداً يوتا *(yotta)*، وتنتهي بالمقدار الصغير جداً يوكتو *(yocto)*. وجميع هذه البدايات يمكن إضافتها إلى عناصر النظام الدولي الموجودة في الجدول (١-١).

وأخيراً لابد من الإشارة إلى أن بعض الكميات الفيزيائية ليس لها وحدات قياس ويُكتفى للتعبير عنها بذكر عدد مجرد غير متبوع بوحدة كالسماحية النسبية (ε_r) أو الوزن النوعي، وذلك لأنها عبارة عن النسبة بين كميتين فيزيائيتين من النوع نفسه.

(١) جرت العادة على وضع هذا الجدول في الملاحق الخاصة بنهاية الكتاب، إلا أننا رأينا -توخياً للفائدة- وضعه ضمن مادة الكتاب وذلك لعدم استخدام الطلاب للملاحق بصفة عامة.

ولمزيد من البيان لأهمية العلاقة بين الوحدات وأبعادها واتباع الأسلوب التحليلي لنظرية الأبعاد *dimensional analysis*، سوف نقدم عدداً من الأمثلة:

مثال (٤-١) *Example*

استخدم نظرية التوافق بين وحدات قياس الكميات الفيزيائية وأبعادها لتتأكد من صحة المعادلة الفيزيائية الآتية:

$$Q = kA\frac{(T_2 - T_1)}{d}t$$

وذلك باستخدام طريقة تحليل أبعاد الكميات الفيزيائية على طرفي المعادلة حيث:

Q: تمثل كمية الحرارة المنتقلة خلال التوصيل *conducting heat*، k: معامل التوصيل الحراري *thermal conduction coefficient*، A: مساحة سطح التوصيل، (T_2, T_1): درجتي الحرارة على جانبي التوصيل، t: زمن التوصيل، d: مسافة التوصيل الحراري.

الحل *Solution*:

أبعاد وحدات الطاقة هي مكونات الجول *Joule* إذن:

$$Q = [M][L]^2[T]^{-2}$$

$$k = [M][L][T]^3[K]^{-1}$$

$$A = [L]^2$$

$$T = [K]$$

$$d = [L]$$

معامل التوصيل الحراري =

سطح التوصيل =

درجة الحرارة =

مسافة التوصيل =

ولكي تكون المعادلة صحيحة فإن أبعاد وحدات الطرف الأيسر يجب أن تكون مساوية لأبعاد وحدات الطرف الأيمن.

$$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L][T]^{-3}[K]^{-1}[L]^2[K][L]^{-1}[T]$$
$$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L]^2[T]^{-2}$$

وهكذا نجد أن المعادلة صحيحة.

مثال (١-٥) *Example*

استخدم نظرية التوافق بين وحدات قياس الكميات الفيزيائية وأبعادها، لاشتقاق المعادلة الفيزيائية التي تعبِّر عن القدرة الكهربائية في دائرة تحتوي مقاومة (R) ويمر فيها تيار كهربائي (I)، علماً بأن القدرة الكهربائية تتناسب طردياً مع كلٍ من شدة التيار المار ومقدار المقاومة، وتسمى بالقدرة المُقاوِمة *resistive power*، واختصاراً يشار إليها بالحرف الإنكليزي (P).

الحل *Solution*:

من المعلوم أن أبعاد المقاومة هي:

$$R = [M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2}$$

أما أبعاد القدرة الكهربائية فهي:

$$P = [M][L]^2[T]^{-3}$$

وأخيراً أبعاد التيار:

$$I = [A]$$

بما أن القدرة الكهربائية (P) تتناسب تناسباً طردياً مع كل من المقاومة والتيار، إذاً الصيغة الرياضية المعبرة عن ذلك هي:

$$P \propto I^{\alpha} R^{\beta}$$

وعند التعبير عن كل كمية بأبعادها نجد أنَّ:

$$[M][L]^2[T]^{-3} = K[A]^{\alpha}[M]^{\beta}[L]^{2\beta}[T]^{-3\beta}[A]^{-2\beta}$$
$$= K[A]^{\alpha-2\beta}[M]^{\beta}[L]^{2\beta}[T]^{-3\beta}$$

بمقارنة الطرفين نجد أن أس التيار في الطرف الأيسر هو الصفر، أي أن:

$$\alpha - 2\beta = 0$$
$$\alpha = 2\beta$$

وبمقارنة أس $[L]$ في الطرفين نجد أس الطول هو الواحد، أي أن:

$$2\beta = 2$$
$$\beta = 1$$
$$\alpha = 2$$

وهكذا نجد أن:

$$[M][L]^2[T]^{-3} = K[A]^2[M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2}$$
$$[M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2} = R$$
$$[A]^2 = I^2$$

وهكذا نجد أن:

$$P = KI^2R$$

حيث:

$$K = 1$$

وتسهيلاً على أبنائنا الطلبة سوف نرتب مجموعة كبيرة من الكميات الفيزيائية المختلفة مع وحدات قياسها وأبعادها وفقاً للنظام الدولي *(SI)*، في الجدول (٦-١).

الرمز الدولي	الكمية Quantity		الأبعاد[1] Dimensions	شكل الوحدة الأساسي
A	*area*	المساحة	L^2	m^2
X	*amount of substance*	كمية المادة	Mol	mol
a	*acceleration*	التسارع (العجلة)	LT^{-2}	ms^{-2}
T	*angular momentum*	كمية التحرك الزاوي	ML^2T^{-1}	$kg\ m^2\ s^{-1}$
I	*current*	شدة التيار	A	A
C	*capacitance*	السعة	$M^{-1}L^{-2}T^4A^2$	$kg^{-1}m^{-2}s^4A^2$
p	*mass density*	الكثافة الحجمية	ML^{-3}	$kg\ m^{-3}$
U	*energy*	الطاقة	ML^2T^{-2}	$kg\ m^2\ s^{-2}$
C	*electric charge*	الشحنة الكهربائية	AT	As^{-1}

الجدول (٦-١) الكميات الفيزيائية وأبعاد وحداتها

(١) أبعاد أو أسس الكميات الفيزيائية.

شكل الوحدة الأساسي	الأبعاد Dimensions	الكمية Quantity		الرمز الدولي
$kg\,m^2\,s^{-3}\,A^{-1}$	$ML^2\,T^{-3}\,A^{-1}$	الجهد الكهربائي	electric potential	V
$kg\,m\,s^{-3}\,A^{-1}$	$MLT^{-3}\,A^{-1}$	شدة المجال الكهربائي	electric field strength	E
$kg\,m^2\,s^{-3}\,A^{-2}$	$ML^2\,T^{-3}\,A^{-2}$	المقاومة الكهربائية	electric resistance	R
s^{-1}	T^{-1}	التردد	frequency	v
$kg\,m\,s^{-2}$	MLT^{-2}	القوة	force	F
$kg\,m^2\,s^{-2}\,A^{-2}$	$ML^2\,T^{-2}\,A^{-2}$	الحث	inductance	L
m	L	الطول	length	l
cd	$C\,d$	شدة الإضاءة	luminous intensity	I
$cd\,sr$	$C\,d\,S\,r$	الفيض الضوئي	luminous flux	Φ
$cd\,m^{-2}$	$Cd\,L^{-2}$	شدة الاستضاءة	luminance	L
kg	M	الكتلة	mass	m
$kg\,m^2$	ML^2	عزم القصور الذاتي	moment of inertia	I
$kg\,m^2\,s^{-1}\,A^{-1}$	$ML^2\,T^{-2}\,A^{-1}$	الفيض المغناطيسي	magnetic flux	Φ_B
$kg\,s^{-2}\,A^{-1}$	$MT^{-2}\,A^{-1}$	كثافةالفيض المغناطيسي	magnetic field density	B
$m\,A$	$L\,A$	القطب المغناطيسي	magnetic pole	P
$m^{-1}\,A$	$L^{-1}\,A$	شدة المجال المغناطيسي	magnetic field strength	T
$kg\,s^{-2}\,A^{-2}$	$MLT^{-2}\,A^{-2}$	النفاذية	permeability	k_m
$kg\,s^{-2}$	$M\,T^{-2}$	الشد السطحي	surface tension	J
$m\,s^{-2}\,K^{-1}$	$L^2\,T^{-2}\,K^{-1}$	الحرارة النوعية	specific heat	C
s	T	الزمن	time	t
K	K	درجة الحرارة	temperature	T
$kg\,m^2\,s^{-2}$	$ML^2\,T^{-2}$	عزم الدوران	torque	T
$kg\,m\,s^{-3}\,K^{-1}$	$MLT^{-3}\,K^{-1}$	التوصيل الحراري	thermal conductivity	k
L^3	L^3	الحجم	volume	V
LT^{-1}	LT^{-1}	السرعة	velocity	v

تابع الجدول (٦-١) الكميات الفيزيائية وأبعاد وحداتها

ملاحظة: يمكنك -عزيزي الطالب- إضافة القوسين [ ] إلى كل وحدة قياس أساسية موجودة في عمود الأبعاد.

ولمزيد من التوضيح وتسهيلاً على المتدرب واستكمالاً لمعرفة الرموز اللاتينية المستعملة للتعبير عن بعض الكميات المشتقة فإن الجدول (٧-١) يشمل على الحروف اللاتينية الأساسية والتي يبلغ تعدادها أربعاً وعشرين حرفاً.

تستخدم هذه الحروف في شكلها الصغير *lower case* أو شكلها الكبير *capital* عادة عند استخدام اللغة الإنكليزية في العلوم التطبيقية للتعبير عن الوحدات القياسية، الأسس والزوايا. فمثلاً نستخدم $(\alpha,\omega,\theta,\gamma,\beta)$ للقياس.

أما في خصائص المادة فتستخدم (η) للتعبير عن اللزوجة، (λ) للتعبير عن الطول الموجي، (ρ) للتعبير عن الكثافة، (ν) للتعبير عن التردد، (π) للتعبير عن النسبة الثابتة للدائرة، والقياس الراديان للزوايا المستوية *Plane angle*، والقياس الستيراديان للزوايا المجسمة *solid angle*، وهذه جميعها في شكلها الصغير. أما في الشكل الكبير، فمن أكثر الحالات استخداماً (Ω) للتعبير عن الأوم، وهو وحدة قياس المقاومة، و(Z) للتعبير عن ممانعة الدائرة الكهربائية في التيار المتناوب، وتقرأ زيتا.

الرسم الكبير Capital	الرسم الصغير Lower case	الحرف اللاتيني Greek Name	الرسم الكبير Capital	الرسم الصغير Lower case	الحرف اللاتيني Greek Name
N	ν	Nu مْيو	A	α	Alpha ألفا
Ξ	ξ	Xi إكساي	B	β	Beta بيتا
O	O	Omicron أُمِكرون	Γ	γ	Gamma غاما
Π	π	Pi بَاي	Δ	δ	Delta دلتا
P	ρ	Rho رُو	E	ε	Epsilon إبسلن
Σ	σ	Sigma سِيجما	Z	ζ	Zeta زيتا
T	τ	Tau تَاو	H	η	Eta إيتا
Y	υ	Upsilon أبسِلُن	Θ	θ	Theta ثيتا
Φ	ϕ	Phi فَاي	I	ι	Iota أيوتا
X	χ	Chi كَاي	K	κ	Kappa كابَا
Ψ	ψ	Psi بساي	Λ	λ	Lambda لامدا
Ω	ω	Omega أوميغا	M	μ	Mu ميو

جدول (٧-١) ويبين الحروف اللاتينية في شكليها الصغير والكبير[1]

(١) تعمدنا وضع هذا الجدول ضمن الوحدة الأولى، لضرورة اطلاع الطلاب على الحروف اللاتينية ومعرفة شكليها، وذلك لكثرة استخدامها.

مثال (١-٦) Example

إذا علمت أن المدى الأفقي الذي يمكن أن يقطعه الجسم المقذوف *Projectile* (x) يعتمد على كل من السرعة الابتدائية لإطلاق القذيفة (v_o)، وعجلة الجاذبية الأرضية $(\vec{g})$. استخدم نظرية التوافق بين الوحدات الفيزيائية وأبعادها لاشتقاق الصيغة الرياضية التي تعبِّر عن المدى الأفقي للقذيفة.

الحل Solution:

$$x \propto (v_o, g)$$

ومثلما تعودنا دائماً، عند تحويل التناسب إلى مساواة لابد من إدخال الثابت وليكن (K)، كما أنّنا لا نعلم كيفية هذا التناسب، الذي يمكن تحديد طبيعته من خلال تحديد أسس كلٍ من السرعة الابتدائية وعجلة الجاذبية الأرضية.

لنفترض أن هذه الأسس هي على التوالي (α,β)

$$x = K\, v_o^{\alpha}\, g^{\beta}$$

هنا تكمن الفائدة العملية لنظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها في إمكانية استخدامها لاشتقاق المعادلات الفيزيائية.

نلاحظ أن وحدات الطرف الأيسر للمعادلة تقاس في النظام الدولي بالأمتار، إذاً، أبعاد وحداته هي: $[L]$

لنفتش الآن عن أبعاد وحدات الطرف الأيمن:

$$\{[L][T]^{-1}\}^{\alpha}\,\{[L][T]^{-2}\}^{\beta}$$
$$= [L]^{\alpha}\,[T]^{-\alpha}\,[L]^{\beta}\,[T]^{-2\beta}$$
$$= [L]^{\alpha+\beta}\,[T]^{-\alpha-2\beta}$$

بمساواة الطرفين نجد أن:

$$[L] = [L]^{\alpha+\beta}\,\{T\}^{-\alpha-2\beta}$$

ولغرض توفير وحدة الزمن في الطرف الأيسر، نضرب بالوحدة $[T]^0$ والقاعدة في ذلك معروفة، ذلك أن أي مقدار مرفوع للأس صفر يساوي الواحد، إذاً:

$$[L][T]^0 = [L]^{\alpha+\beta}\,[T]^{-\alpha-2\beta}$$

المساواة والتكافؤ هنا تقتضي أن أسس الكميات على طرفي المعادلة يجب أن تكون متساوية، وهذا ما نسميه تحليل الأبعاد *dimensions analysis*

$$\therefore \quad \alpha + \beta = 1 \Rightarrow \alpha = 1-\beta \qquad (1)$$
$$-\alpha-2\beta = 0 \Rightarrow -\alpha = 2\beta$$

$\therefore \quad -(1-\beta) = 2\beta$

$-1 + \beta = 2\beta$

$2\beta - \beta = -1$

$\beta = -1 \qquad (2)$

بالتعويض في المعادلة (1):

$$\alpha = 1-\beta = 1-(-1) = 2$$

$$\boxed{\therefore \quad x = K\frac{v_o^2}{g}}$$

وهي المعادلة التي تعبر عن المدى الأفقي الذي يمكن أن تقطعه القذيفة.

مثال (١-٧) *Example*

إذا كان القانون الذي يعبر عن الإزاحة النهائية (x) لجسم يتحرك بتسارع ثابت a هو:

$$x = x_o + v_o t + (1/2)at^2$$

حيث (x_o) هي الإزاحة الابتدائية للجسم (t) هو الزمن الذي استغرقته الحركة، (v_o) هي السرعة الابتدائية. اختبر صحة هذا القانون مستخدماً طريقة تحليل الأبعاد (الأسس).

الحل *Solution*:

أبعاد وحدات الطرف الأيسر للقانون:

$$[L]$$

أما أبعاد وحدات الطرف الأيمن:

$$[L] + [L][T]^{-1}[T] + [L][T]^{-2}[T]^2$$

في مثل هذه الحالة، لا بد من أن نتذكر بأن أبعاد وحدات كل حد من الحدود الموجودة على الطرف الأيمن يجب أن تمتلك أبعاد وحدات الطرف الأيسر نفسها حتى تكون المعادلة صحيحة، إذاً:

$$[L] = [L]$$
$$= [L][T]^{-1}[T] = [L]$$
$$= [L][T]^{-2}[T]^2 = [L]$$

وهكذا نجد أن المعادلة صحيحة بعد اختبارها من خلال مقارنة أبعاد الطرفين.

مثال (١-٨) *Example*

يعتمد تردد *frequency* ذبذبة *oscillation* الحبل المشدود (f) على كل من قوة شد الحبل $(\vec{F})$ وكتلة وحدة أطواله *mass per unit length* (m/ℓ).

اشتق العلاقة الرياضية التي تعبر عن تردد الحبل بدلالة المتغيرات السابقة، مستفيداً من نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها.

الحل Solution:

من الواضح أن التردد يعتمد على كلٍ من:

$$f \propto (F, \ell, m/\ell)$$

وكما تعودنا دائماً، لاستبدال هذا التناسب بعلامة المساواة نعمد إلى إدخال ثابت، وليكن (K).

$$v = KF^{\alpha} l^{\beta} \left(\frac{m}{l}\right)^{\gamma}$$

وأصبح مألوفاً لدينا أن عملية الاشتقاق تتم من خلال تحليل أبعاد وحدات طرفي المعادلة *dimensions analysis* وذلك لمعرفة شكل الاعتماد على المتغيرات (أسيا)، من خلال مقارنة أسس وحدات الطرفين.

الطرف الأيسر يحتوي على التردد، ومعلوم لدينا أن وحدة قياس التردد في النظام الدولي (SI) هي (s^{-1}).

$$\begin{aligned}[T]^{-1} &= K\{[M][L][T^{-2}]\}^{\alpha}[L]^{\beta}[M]^{\gamma}[L]^{-\gamma} \\ &= K[M]^{\alpha+\gamma}[L]^{\alpha-\gamma+\beta}[T]^{-2\alpha}\end{aligned}$$

نلاحظ أن كمية الزمن فقط هي التي ظهرت على الطرف الأيسر، ولغرض تأمين باقي الكميات، نعمد إلى الخطوة التوضيحية المتعارف عليها، بضرب الطرف الأيسر بالكميات $[M]^0 [L]^0$:

$$[M]^0 [L]^0 [T]^{-1} = K[M]^{\alpha+\gamma}[L]^{\alpha-\gamma+\beta}[T]^{-2\alpha}$$

وبمقارنة الطرفين نجد أنَّ:

(أسس الكتلة)

$$\alpha + \gamma = 0 \Rightarrow \alpha = -\gamma$$

(أسس الطول)

$$\begin{aligned}\alpha - \gamma + \beta = 0 &\Rightarrow -\gamma - \gamma + \beta = 0 \\ &\Rightarrow -2\gamma = -\beta\end{aligned}$$

(أسس الزمن)

$$-2\alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 1/2$$

$$\therefore \quad \gamma = -1/2$$

$$\beta = -1$$

$$\therefore \quad f = KF^{\frac{1}{2}} \ell^{-1} \left(\frac{m}{l}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= KF^{\frac{1}{2}} l^{-1} m^{-\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{f = \frac{K}{l}\sqrt{\frac{F}{m}}}$$

ملاحظة مهمة: نلاحظ في الطرف الأيمن للمعادلة بأننا أبقينا على المقدار $(m/l)^{-\frac{1}{2}}$ كما هو، دون أن نجري عملية الضرب مع $(l)^{-1}$، وهنا يجب أن يتذكر المتدرب أن التطبيق الصحيح للقانون يتطلب

تعويض كتلة وحدة الأطوال للمادة المستخدمة لصناعة الحبل، ومعروف أن وحدة الأطوال هي المتر، ولذا أبقينا على المقدار $(m/l)^{-\frac{1}{2}}$ كما هو، والرمز (m) في القانون هو عبارة عن (m/l).

الخلاصة

Summary

- إنّ جميع وحدات قياس الكميات البُعدية تحدد الأساس الفعلي لاشتقاق مختلف المعادلات الرياضية في مختلف فروع العلوم النظرية والتطبيقية، حيث تعتبر مقياساً لصحة وسلامة المعادلات من خلال تساوي وحدات طرفي المعادلة الرياضية للقانون بصفة عامة، وإدراكاً لأهمية هذا الأمر، فقد تم اعتماد النظام الدولي للقياس *(SI)* بوحداته السبع الأساسية.
- يعتبر كل من النظامين المتري للقياس *(MKS)*، والنظام الكاوسي *(CGS)* منتميان إلى النظام الدولي للقياس *(SI)*، ذلك أن النظام المتري يعتمد أربع كميات هي: الطول، الكتلة، الزمن، ودرجة الحرارة، مقاسة بوحدات النظام الدولي نفسها، كما أن النظام الكاوسي يعتمد الكميات نفسها، مقاسةً بأجزاء وحدات النظام الدولي للطول والكتلة، حيث يُقاس الطول بالسنتيمتر، والكتلة بالغرام، وتبقى الثانية كما هي وحدة لقياس الزمن.
- إنَّ النظام البريطاني *(FPS)* -والذي يعتمد القدم، الباوند، والثانية لقياس الكميات الأساسية، كما يعتمد الفهرنهايت لقياس درجة الحرارة- قد بدأ استخدامه يتلاشى تدريجياً مع انتشار النظام الدولي للقياس.
- إنَّ مقادير الثوابت الفيزيائية -التي تظهر أثناء اشتقاق القوانين- تختلف باختلاف النظام المعتمد للقياس، فمثلاً في قانون كولوم عند اعتماد النظام الدولي فإن ثابت التناسب يساوي ($9\times 10^{9}\ Nm^{2}\ C^{-1}$) أما عند اعتماد النظام الكاوسي فيساوي ($1\,dyne\,cm^{2}\ esu^{-2}$). والثوابت الفيزيائية يتم تحديد مقاديرها عملياً بصفة عامة.
- إن أجزاء ومضاعفات جميع وحدات النظام الدولي للقياس تخضع للجدول (٥-١)، وهناك بعض الوحدات الأخرى أوردناها في مجال استخداماتها حسب أهميتها، وتلفظ هذه ا لمضاعفات والأجزاء كما نلفظها باللغة الإنكليزية، بعد إضافتها إلى الوحدات الدولية للقياس.

الامتحانات الذاتية

Self Test Exams

ولغرض التدريب العملي على اختبار المتدرب لنفسه، والتأكد من جدارته في المقدرة الفعلية على فهم واستيعاب نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد، تم تخصيص ثلاثة امتحانات ذاتية.

الامتحان الذاتي الأول:

من المعلوم أن معدل السريان لمائع هو عبارة عن حجم السائل المار في الثانية الواحدة، يعتمد على انحدار الضغط (p/ℓ)، حيث (p) هو فرق الضغط بين طرفي أنبوبة السريان (ℓ)، هو طول أنبوبة السريان، كما يعتمد على لزوجة السائل *(visconsity)* (η) ونصف قطر الأنبوبة (r).

استخدم مفهوم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها وذلك لاشتقاق القانون الرياضي الذي يعبر عن معدل السريان معتمداً على المتغيرات المذكورة أعلاه.

الامتحان الذاتي الثاني:

استخدم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها وذلك للتثبت من صحة القانون:

$$\eta = K\frac{r^2}{v}(\rho_s - \rho_\ell)g$$

وهو ما يعرف بقانون ستوك في اللزوجة *Stock's law*، حيث (r) نصف قطر الكرة المعدنية ذات الكثافة (ρ_s)، (v) سرعة سقوط الكرة داخل السائل ذي الكثافة (ρ_ℓ) ولزوجته (η)، (g) تسارع الجاذبية الأرضية $K = \frac{2}{9}$، وهذه القيمة للثابت تم قياسها علمياً.

الامتحان الذاتي الثالث:

جسم أسود *black body* مساحة سطحه (A)، ودرجة حرارته المطلقة (T)، يبعث طاقة حرارية مشعة مقدارها (Q) خلال زمن مقداره (t).

إذا كانت كمية الطاقة الحرارية المنبعثة إشعاعياً تساوي:

$$Q = \sigma\ A\,t\,T^4$$

حيث (σ) هو ثابت ستيفان بولتزمان *Stefen-Boltzman constant*، استخدم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها لإيجاد الأبعاد الفيزيائية لثابت ستيفان بولتزمان وفق النظام الدولي للقياس الدولي *(SI)*.

ملاحظة: نتمنى من أبنائنا الطلبة المحاولة الجادة في حل مسائل الامتحان الذاتي على ورقة خارجية، ثم إجراء المقارنة بين ما توصلوا إليه مع الحل النموذجي المرفق آخر الكتاب في الملحق (د).

مسائل وتمارين الوحدة الأولى

Unit One Exercises & Problems

١-١ استخدم مفهوم نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد لغرض التعبير عن الكميات الفيزيائية الآتية، مستخدما الوحدات الرئيسية البسيطة للنظام الدولي (SI).

الطول، المساحة، الحجم، الزمن، السرعة، التسارع، الكتلة، الكثافة، الكثافة النوعية، القوة، القدرة، التردد.

١-٢ استخدم نظرية توافق الوحدات والأبعاد للتحقق من صحة أو عدم صحة القوانين الفيزيائية الآتية:

أ - قانون نيوتن الثاني: $\vec{F} = m\vec{a}$

حيث تمثل $(\vec{F})$ القوة و(m) كتلة الجسم و$(\vec{a})$ التسارع.

ب - قانون نيوتن للجذب العام: $\vec{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

حيث تمثل $(\vec{F})$ القوة، و(m_1) كتلة الجسم الأول، و(m_2) كتلة الجسم الثاني، و(r) المسافة الفاصلة بينهما، (G) ثابتة الجذب العام لنيوتن.

جـ - قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت:

$$v = v_o + xt$$

$$x = x_o + vt + (1/2)xt^2$$

حيث تمثل (v) السرعة النهائية، و(v_o) السرعة الابتدائية، (x) الإزاحة النهائية، و(x_o) الإزاحة الابتدائية، و(t) الزمن.

١-٣ اشتقاق المعادلات الفيزيائية هو الآخر من أهم فوائد نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد، استخدم هذه النظرية لاشتقاق معادلة البندول البسيط، مفترضاً أن طول البندول (l)، وكتلة الجسم المعلق (m)، وزمن الذبذبة الواحدة (T)، وتسارع الجاذبية الأرضية (g).

١-٤ اشتقاق وحدات الثوابت الفيزيائية يعد أيضاً من الفوائد العامة لنظرية توافق الوحدات والأبعاد، استخدم مفهوم هذه النظرية لاشتقاق وحدات الثوابت في المعادلات الآتية:

أ- قانون هوك: $\vec{F} = -kx$

حيث تمثل $(\vec{F})$ قوة الإرجاع، (x) مقدار الإزاحة، (k) ثابت قانون هوك.

ب- قانون الجذب العام لنيوتن: $\vec{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

حيث تمثل (F) القوة، و(m_1) كتلة الجسم الأول، و(m_2) كتلة الجسم الثاني، و(r) المسافة الفاصلة بينهما ، (G) ثابت الجذب العام لنيوتن.

١-٥ استخدم مفهوم نظرية توافق الوحدات والأبعاد لتحويل النيوتن كوحدة لقياس القوة في النظام *(MKS)* إلى ما يعادلها في النظام *(CGS)*. ما اسم وحدة القوة في النظام *(CGS)*؟ اذكرها.

١-٦ ما هي العلاقة بين كل من:

أ- ياردة مربعة وقدم مربع.

ب- بوصة مربعة وسنتميتر مربع.

ت- ميل مربع وكيلو متر مربع.

ث- متر مكعب وسنتميتر مكعب.

وضح ذلك بإجراء الحسابات اللازمة.

١-٧ تعتبر الأرض بشكل تقريبي كرة نصف قطرها يساوي $(6.37 \times 10^6\ m)$:

أ- أوجد حسابياً محيط الكرة الأرضية مقاساً بالكيلومترات.

ب- أوجد حسابياً مساحة الكرة الأرضية مقاسة بالكيلومترات المربعة.

ت- أوجد حسابياً حجم الكرة الأرضية مقاساً بالكيلومترات المكعبة.

مسائل اختيارية

Optional Problems

١-١ إذا علمت أن سرعة الضوء تساوي $(3\times10^{8}\,m.s^{-1})$. أوجد حسابياً سرعة الضوء بكل من الوحدات الآتية: قدم/ثانية. مليمتر/ بيكو ثنية.

١-٢ من المعروف أن جزئية الماء تحتوي على ذرتين من الهيدروجين وذرة واحدة من الأكسجين، فإذا علمت كتلة ذرة الهيدروجين يساوي $(1u)$، وكتلة ذرة الأكسجين تساوي $(1u)$.

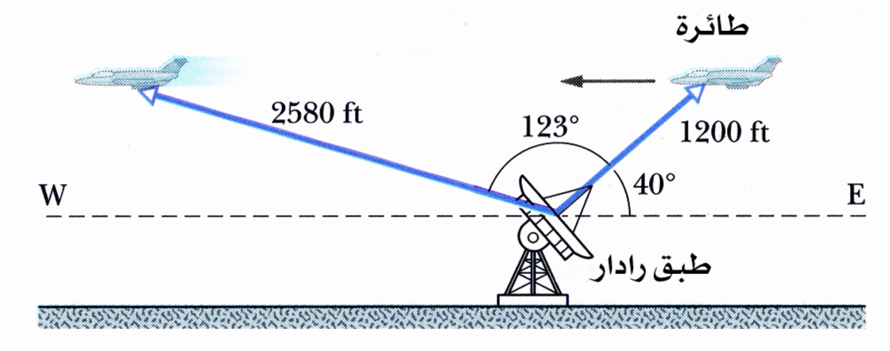
أ- أوجد حسابياً كتلة جزئية الماء بالكيلوغرام.

ب- إذا علمت أن كتلة ماء المحيطات في العالم يساوي $(1.4\times10^{21}\,kg)$، فكم يبلغ عدد الجزئيات فيها؟

المملكة العربية السعودية
المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الفيزياء النظرية التخصصية

الكميات العددية والكميات المتجهة



الكميات العددية والكميات المتجهة

٢

٢-١ المقدمة *Introduction*:

تعتبر المعرفة الصحيحة بكل من الكميات العددية *scalars* والكميات المتجهة *vectors*، أمراً أساسياً في علم الفيزياء، وأهميتها تتجسد في التعرف على طبيعتها وسلوكها وتغيرها بالنسبة لبعضها ، وعلى وجه الخصوص تغيّرها بالنسبة للزمن، كما أن تحديد بدايتها ونهايتها ومعرفة موقعها في المستوى الديكارتي *(x-y plane)* ومقاديرها على المحور *(x)* والمحور *(y)* وحساب ذلك بدلالة زاوية المتجه، بدءاً من نقطة الأصل عند المحور السيني الموجب *(x)* وباتجاه معاكس لحركة عقارب الساعة *counter clockwise*، كل ذلك يجعلنا نتعامل مع الكمية المتجهة بيسر وسهولة، وحرصاً على تبسيط الأمر سنتناول كلاً من هذين النوعين من الكميات على انفراد.

بعد أن يكمل المتدرب دراسة هذه الوحدة، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت فيها، ويقوم بنفسه بحل أسئلة الاختبار الذاتي الموجودة في نهايتها، ويقارن حلوله مع الحلول النموذجية المرفقة، بعد ذلك كله نتوقع أن يكون المتدرب قادراً على:

١- أن يميِّز بين الكميات العددية، والكميات المتجهة.

٢- أن يعدد بعض الأمثلة على كلا النوعين من الكميات العددية والمتجهة من خلال دراسته المنهجية.

٣- أن يختار الطريقة الرياضية الصحيحة للتعامل مع كلٍ من الكميات العددية والمتجهة.

٤- أن يتعلم كيفية تحليل الكميات المتجهة في المستوى الديكارتي وفي الفراغ ويحدد مقدار واتجاه المحصلة.

٥- أن يميِّز متجه الوحدة، أهميته واستعمالاته التطبيقية، ولاسيما في عمليتي الضرب القياسي والضرب الاتجاهي.

٢-٢ الكميات العددية *Scalars*:

تعريف الكمية العددية *scalar*: هي تلك الكمية التي يمكننا أن نعيِّنها تعييناً كاملاً بمعرفة:

١ - مقدارها *magnitude* .

٢ - وحدة قياسها *measurment unit*.

ويُمثّل ذلك عادة بعدد متبوع بوحدة قياس مناسبة *unit*، فمثلاً عندما نقول: إن كتلة جسم ما تساوي *(5)* دون أن نذكر وحدة قياس الكتلة المستخدمة، فإن ذلك يجعلنا نتساءل هل وحدة القياس هي الكيلوغرام أم الباوند أم الغرام أم ماذا؟ ولكنّنا عندما نقول: أن الكتلة تساوي *(5 kg)*، نكون قد

أوضحنا المسألة إيضاحاً تاماً، وفي واقعنا هناك أمثلة كثيرة جداً على الكميات العددية، مثل الزمن والمساحة والحجم والكثافة والطاقة والشحنة ودرجة الحرارة، وما إلى هنالك من الكميات التي تُحدَّد بمجرد قياسها تحديداً تاماً. بعد أن عرفنا ذلك، يمكننا أن نتعامل مع الكميات العددية باستخدام القواعد الرياضية البسيطة في الجبر كالجمع والطرح والقسمة والضرب.

٣-٢ الكميات المتجهة *Vectors*:

تعريف الكمية المتجهة *vector*: هي الكمية الفيزيائية التي يمكننا تعيينها تعييناً كاملاً بمعرفة كلٍ من:

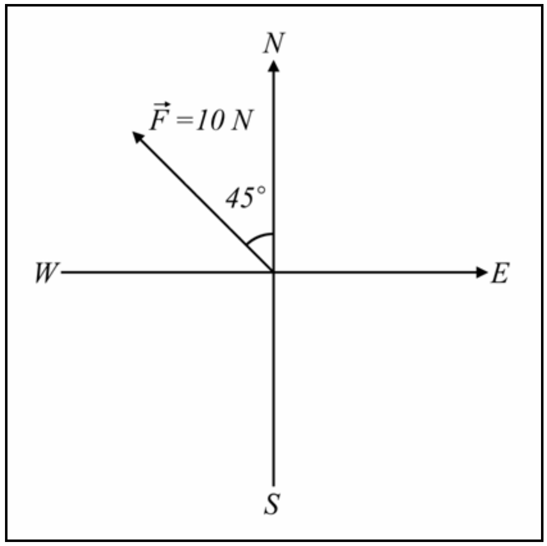
١- مقدارها العددي *magnitude*.

٢- اتجاهها *direction*، سواء في المستوى *(xy)* أو في الفراغ *(xyz)*.

٣- نقطة تأثيرها *action point*.

٤- محور عملها *action axis*.

ومن الأمثلة المألوفة على الكميات المتجهة، القوة *force*، الإزاحة *displacement*، شدة المجال المغناطيسي *magnetic field*، السرعة *velocity*، التسارع *acceleration*، كمية التحرك *momentum*. ومن الممكن تمثيل الكمية المتجهة بسهم *arrow* مرسوم على محور عمله، ونستخدم عادةً المحاور الديكارتية لتحديد كلٍ من المقدار والاتجاه وفق مقياس رسم محدد ومعلوم؛ حيث يكون طول السهم متناسباً مع مقدار الكمية المتجهة واتجاه السهم يعبِّر عن اتجاه تلك الكمية، فعلى سبيل المثال، إذا أثرت قوة مقدارها *(10 N)* على جسم باتجاه الشمال الغربي *(N-W direction)*، فإن هذه القوة يمكن تمثيلها بسهم طوله عشر وحدات طول كل منها تساوي *(1 N)* ويكون السهم مرسوماً بالاتجاه الذي يطابق اتجاه تأثير القوة على الجسم، انظر الشكل (١-٢).



الشكل (٢-١) يمثل القوة ($\vec{F}$) مقدارها (10 N)
واتجاهها الشمالي الغربي[1]

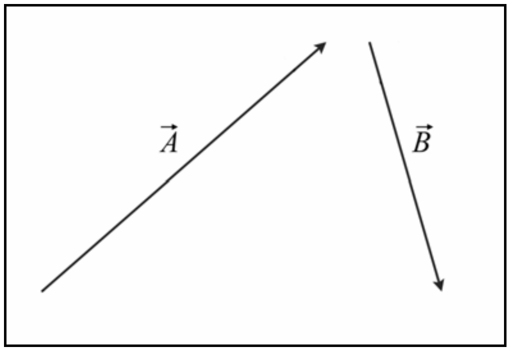
ومن الجدير بالذكر أن الكمية المتجهة يجري تمثيلها برمز، وهو عبارة عن حرف لاتيني أو إنكليزي فوقه سهم مثل ($\vec{A}$) ، أما مقدارها فيكتفى بكتابة الحرف (A) دون تحديد الاتجاه، وعلى سبيل المثال في الشكل (٢-١) المتجه ($\vec{F}$) يمثل القوة ككمية متجهة، أما مقدارها فهو ($F = 10\ N$) والسؤال الآن هو: هل يمكننا استخدام القوانين الجبرية البسيطة كالجمع والطرح والضرب مع الكميات المتجهة؟. أن الإجابة الأولية هي: لا يمكن إطلاقاً؛ ذلك أن للكميات المتجهة قوانينها المناسبة الخاصة بها، وسنتناول هذه القوانين بشكل موجز في الفقرات التالية.

٢-٤ جمع المتجهات بطريقة الرسم البياني Adding Vectors: Graphical Method:

إن هذه الطريقة تعتبر بدائية وغير عملية ولا سيما فيما إذا استخدمنا الطريقة التحليلية لإيجاد محصلة أكثر من متجهين، وسوف نتناول هذه الطريقة في فقرة خاصة قادمة في هذه الوحدة.

ولتوضيح طريقة جمع المتحهات بطريقة الرسم البياني، افرض أن لديك المتجهين ($\vec{A}$) و($\vec{B}$). انظر الشكل (٢-٢ أ).

[1] من المتعارف عليه أنه ، إذا لم يتم تحديد الزاوية فإن المقصود بالشمال الغربي هو منتصف الربع الثاني، أي أن الزاوية تساوي (45°) مع الشمال، وتساوي (135°) بدءاً من ا لمحور السيني الموجب.

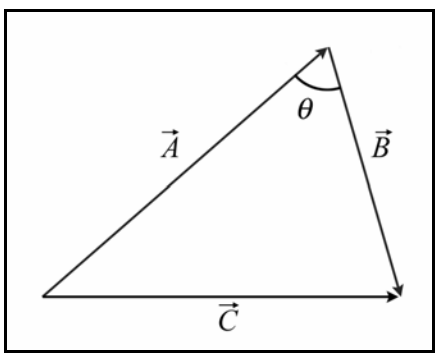


الشكل (٢-٢أ) ويمثل المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$

وأردنا إيجاد محصلة هذين المتجهين مستخدمين طريقة الرسم البياني، نبدأ أولاً بنقل المتجه الأول[1] $(\vec{A})$ نقلاً صحيحاً بجميع مواصفاته الهندسية، ثم نبدأ بعد ذلك بنقل المتجه $(\vec{B})$ حيث تكون بدايته عند نهاية المتجه الأول $(\vec{A})$، ثم نصل بين بداية المتجه $(\vec{A})$ ونهاية ا لمتجه $(\vec{B})$ مراعين دقة الرسم الهندسي، أن المتجه الجديد $(\vec{C})$ والذي بدايته عند بداية المتجه $(\vec{A})$ ونهايته عند نهاية المتجه $(\vec{B})$ هو حاصل جمع المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$، أي أن:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \qquad (2\text{-}5)$$

انظر الشكل (٢-٢ ب).



الشكل (٢-٢ ب) إيجاد محصلة متجهين باستخدام طريقة الرسم البياني

أما القيمة العددية للمتجه $(\vec{C})$ فتحسب بطريقتين، الأولى هي الطريقة التحليلية، والثانية باستخدام ما يسمى بقانون الجيب تمام *cosine law*، وهذا يتطلب معرفة مقدار كل من المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ وكذلك الزاوية المحصورة بين المتجه الأول $(\vec{A})$ والمتجه الثاني $(\vec{B})$، أما الصيغة الرياضية لقانون "الجيب تمام" فهي:

$$\boxed{C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta)}$$

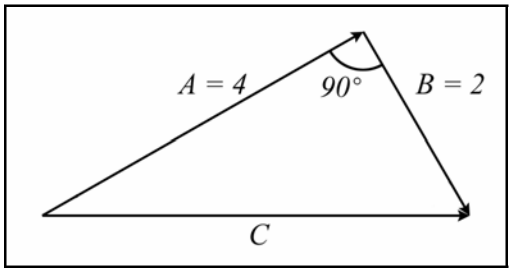
وسنثبت صحة هذا القانون في الفقرة (١-٨-٢) الخاصة بالضرب القياسي.

---

[1] نلاحظ أننا بدأنا بالمتجه (A) لأن المتجه المطلوب هو $(\vec{C} = \vec{A} + \vec{B})$، علماً بأنَّ $(\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A})$.

مثال (٢-١) Example

باستخدام قانون الجيب تمام أوجد محصلة المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ المبينين بالشكل (٢-٣)، علماً أن الزاوية بينهما $(\theta = 90°)$.



الشكل (٢-٣)

الحل Solution:

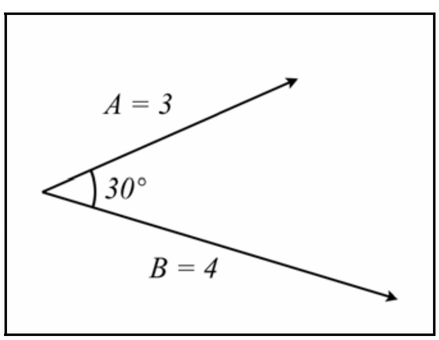
من الواضح أن الزاوية بين المتهجين تساوي $(\theta = 90°)$، إذاً:

$$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta)$$
$$= (4)^2 + (2)^2 + 2(4)(2)\cos(90) = 16 + 4 = 20$$
$$C^2 = 20$$
$$|C| = 4.47$$

ملاحظة: لقد تمّ تحديد متجه المحصلة $(\vec{C})$، حيث تكون بدايته هي بداية المتجه الأول ونهايته عند نهاية المتجه الثاني.

مثال (٢-٢) Example

باستخدام قانون الجيب تمام *cosine law*، أوجد محصلة المتجهين $(A = 3, B = 4)$ المبيّنين بالشكل (٢-٤)، حيث إن مقدار الزاوية بينهما $(\theta = 30°)$.



الشكل (٢-٤)

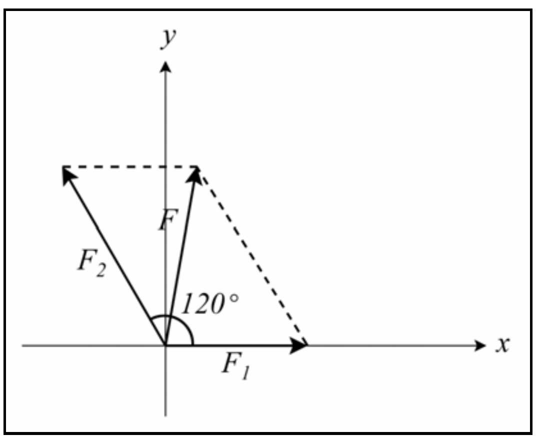
الحل *Solution*:

من المعلوم لدينا أن محصلة متجهين باستخدام قانون الجيب تمام يعبر عنها رياضياً على النحو الآتي:

$$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta)$$
$$C^2 = (3)^2 + (4)^2 + 2(3 \times 4)\cos(30)$$
$$C^2 = 9 + 16 + 24(0.8660) = 45.78$$
$$|C| = 6.76$$

مثال (٢-٣) Example

قوتان، مقدار الأولى $(\vec{F}_1 = 6N)$، ومقدار الثانية $(\vec{F}_2 = 9N)$ تؤثران في نقطة مادية *(P)*، انظر الشكل (٢-٥)، باستخدام قانون الجيب تمام أوجد حسابياً محصلة هاتين القوتين إذا كانت الزاوية بينهما $(\theta = 120°)$.



الشكل (٢-٥)

الحل *Solution*:

هذا المثال مشابه في فكرته للمثال السابق (٢-٢)، وباستخدام المعادلة الرياضية لقانون الجيب تمام نجد أن:

$$|F| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\ Cos(\theta)}$$
$$= \sqrt{(6)^2 + (9)^2 + 2(6)(9)\ Cos(120)}$$
$$= 7.9\ N$$

وهذا مثالٌ مباشرٌ يوضح كيف يمكننا إيجاد محصلة قوتين، وذلك إذا عرفنا مقدار كل منهما ومقدار الزاوية المحصورة بينهما، وهذا القانون لا يستخدم إلا مع الكميات المتجهة، وسنناقش في الفقرات القادمة كيف يمكننا تحديد اتجاه هذه القوة المحصلة (F) استكمالاً لتعريفها؛ حيث اكتفينا بإيجاد مقدارها حسابياً، وبتعيين موقعها وذلك بعد إكمال الشكل إلى متوازي أضلاع، قطره يمثل القوة المحصلة (F).

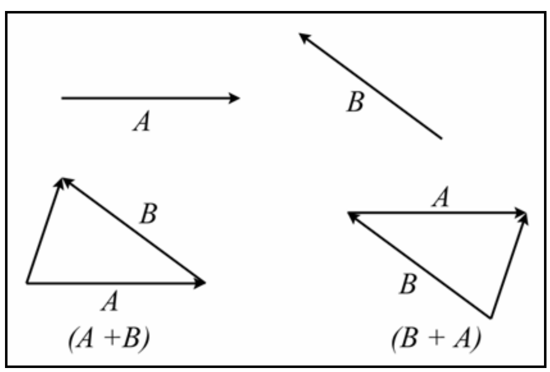
٢-٤-١ خصائص جمع المتجهات *Vectors Addition Properties*:

سنبين فيما يلي الخصائص الرياضية لعملية جمع المتجهات:

١- الخاصية التبادلية *commutative law*: ومفاد هذه الخاصية أن عملية البدء بترتيب المتجهات التي نريد جمعها ليست مهمة، فلو كان لدينا المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ فإننا نستطيع اعتماداً على هذه الخاصية أن نُعبّر عن محصلتهما على النحو التالي:

$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A} \qquad (2\text{-}6)$$

ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل (٦-٢).



الشكل (٦-٢) يوضح الخاصية التبادلية لجمع كميتين اتجاهيتين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$

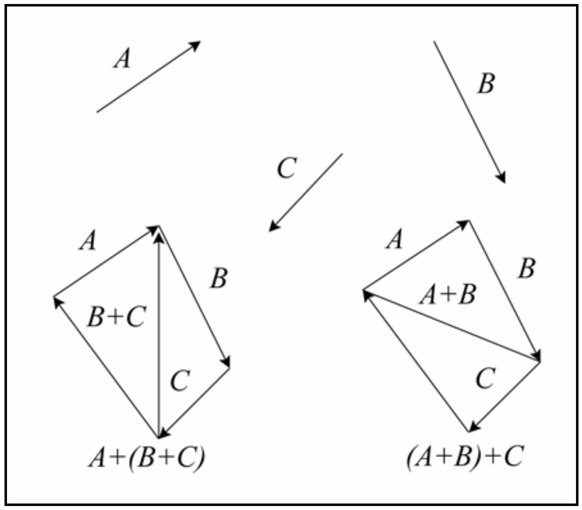
٢- الخاصية الترافقية *assosiation law*: أن معنى هذه الخاصية يُمكن توضيحه في حالة الجمع الاتجاهي لثلاث كميات ($\vec{A}$ و $\vec{B}$ و $\vec{C}$)، وذلك بالتعبير رياضياً عنها على النحو الآتي الآتي:

$$(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C}) \qquad (2\text{-}7)$$

ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل (٧-٢).

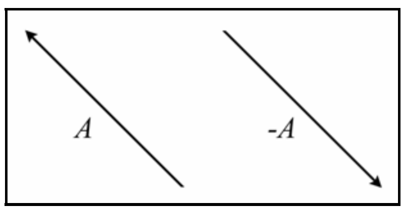
ومن الجدير بالذكر هنا أن المتجه $(\vec{A})$ لا يساوي المتجه $(-\vec{A})$ أي أن:

$$\vec{A}+(-\vec{A})=0 \qquad (2\text{-}8)$$



الشكل (٢-٧) يوضح الطريقة الترافقية للجمع الاتجاهي؛
حيث $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ و $(\vec{C})$ ثلاث كميات اتجاهية، ويلاحظ أن: $(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$

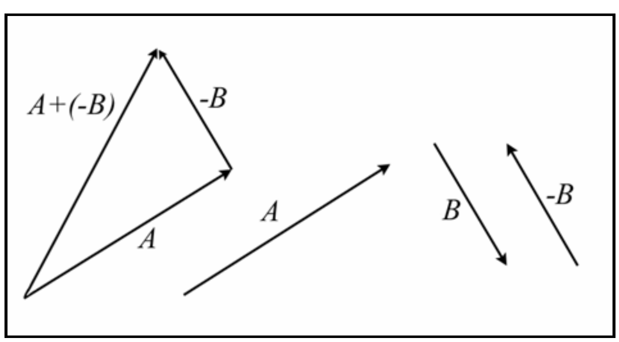
وهذا ما يفيد أن المتجه $(-\vec{A})$ له مقدار المتجه $(\vec{A})$ نفسه، ولكنه في اتجاه معاكس له تماماً، ولعل هذا ما يؤكد مجدداً المعنى الدقيق للكمية الاتجاهية ومضمونها الهندسي، انظر الشكل (٢-٨).



الشكل (٢-٨) يوضح أن المتجه $(\vec{A})$ لا يساوي $(-\vec{A})$

٢-٤-٢ طرح المتجهات *Vectors Subtraction*:

هي العملية الثانية بعد الجمع، وذلك لتحديد حاصل طرح الكميات المتجهة، وهي تستند أصلاً في معناها إلى ما سبق ذكره حول الجمع الاتجاهي مع مراعاة أن المتجه $(\vec{B})$ لا يساوي المتجه $(-\vec{B})$ ولتوضيح ذلك انظر الشكل (٢-٩).



الشكل (٢-٩) يوضح عملية الطرح الاتجاهي
ويظهر فيه أن عملية الطرح هي عملية جمع لسالب المتجه $(\vec{B})$

$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B}) \quad (2\text{-}9)$$

أي أن عملية الطرح الاتجاهي تمت بإضافة المتجه $(-\vec{B})$ إلى المتجه $(\vec{A})$.

أما عملية الضرب الاتجاهي فسوف نناقشها بعد أن نتعرف على متجهات الوحدة في الفقرات القادمة من هذه الوحدة.

٢-٥ المتجهات ومركباتها *Vectors and their Components*:

إن عملية تمثيل وتحديد الكمية المتجهة *vector* بطريقة الرسم التي قدمناها في الفقرة (٢-٤) من هذه الوحدة، تعتبر عمليةً مملةً وشاقةً لما تتطلبه من دقة في الرسم الحرفي للكميات المتجهة، وكذلك إتمام العمليات الأخرى كالجمع والطرح. ولهذا تعد طريقة تمثيل وتحليل الكميات المتجهة باستخدام المحاور المتعامدة *(x, y)* أو ما يسمى بالمحاور الديكارتية *cartesian axes* ومعرفة اتجاه الكمية المتجهة وبعد ذلك سهولة تحويلها إلى مجرد مركبات سينية *x-components* وأخرى صادية *y-components*، من أفضل الطرق المعتمدة لهذا الغرض، مع ضرورة مراعاة ما يلي:

١- خصائص المحاور المتعامدة عند نقطة التقاطع ذات الإحداثيات *(0.0)* والاتجاهين السالب والموجب للمحاور.

٢- استخدام النظرية المعروفة والشهيرة في المثلثات المتعامدة -نظرية فيثاغورس- لإتمام العمليات الحسابية.

٣- الاستفادة المباشرة من النسب المثلثية الثلاثة الجيب *(sin)* والجيب تمام *(cos)* والظل *(tan)* لمعرفة ما يتعلق بتحديد الكمية المتجهة، مقادير مركباتها وتحديد اتجاهها.

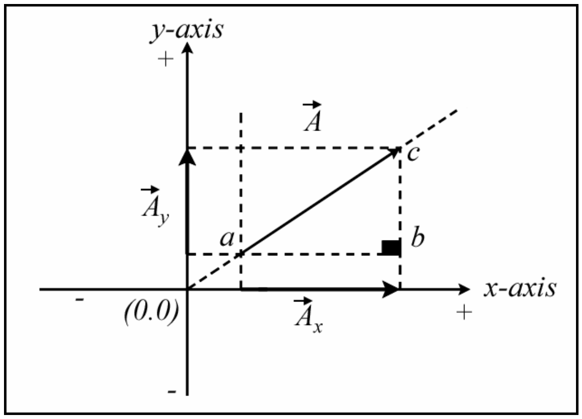
ولبيان ذلك انظر الشكل (٢-١٠)، وتأمل موقع المتجه $(\vec{A})$، وكذلك المركبتين السينية (A_x) والصادية (A_y) والزاوية (θ) التي تحدد اتجاه الكمية المتجهة $(\vec{A})$.

والآن تأمل الشكل (٢-١٠) ولاحظ الآتي:

١- (A_x) و (A_y) هما عبارة عن المركبتين العموديتين للمتجه $(\vec{A})$.

٢- من الممكن عملياً نقل المتجه أو مركباته السينية والصادية[١] مادمنا نحافظ على مقداره واتجاهه، كما يمكننا التعامل مع الحالة الجديدة كما كنا نتعامل مع الحالة قبل النقل. ثم لاحظ المثلث القائم *(a b c)*، ضلعاه القائمان هما عبارة عن المتجهين (A_x) و (A_y)، والمتجه $(\vec{A})$ يعمل على الخط المار من نقطة الأصل *(0,0)*؛ حيث يعتبر هذا الخط محور عمله.

[١] المقصود بنقل المتجه، تحريكه على خط تأثيره، وخط تأثير المتجه هو خط وهمي منطبق على المتجه نفسه.



الشكل (٢-١٠) يمثل الكمية المتجهة ($\vec{A}$) على المحاور المتعامدة (x, y) ويوضح اتجاهها ومركباتها

٣- بعد ذلك يمكننا استخدام خصائص المثلث القائم لكي نعبّر عن كلٍ من المركبتين (A_x) و (A_y) من خلال النسب المثلثية للزاوية (θ) التي تحدد اتجاه المتجه $(\vec{A})$.

$$cos(\theta) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{A_x}{A}$$

$$\boxed{A_x = A cos(\theta)} \qquad (2\text{-}10)$$

مرة أخرى:

$$sin(\theta) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{A_y}{A}$$

$$\boxed{A_y = A sin(\theta)} \qquad (2\text{-}11)$$

وبما أن المحورين (x, y) متعامدان، سنناقش الآن بعض الحالات الخاصة للزاوية (θ).

١- عندما تكون الزاوية $(\theta = 90°)$، هذا يؤدي إلى:

$$A_x = A cos(90) = 0$$

أي أن المركبة السينية للمتجه تساوي الصفر، بينما:

$$A_y = A sin(90) = A$$

أي أن المركبة الصادية للمتجه تساوي المتجه نفسه، وهي أعلى قيمة للمركبة الصادية (A_y).

٢- عندما تكون الزاوية $(\theta = 0°)$، وهذا يؤدي إلى:

$$A_x = A cos(0) = A$$

أي أن المركبة السينية تساوي المتجه نفسه، وهي أعلى قيمة للمركبة السينية (A_x) بينما:

$$A_y = A\sin(0) = 0$$

أي أن المركبة الصادية تساوي الصفر.

ولكن على وجه العموم، قد تكون المركبتان السينية والصادية أو إحداهما موجبة أو سالبة، وذلك حسب اتجاه الكمية المتجهة الأساسية الذي لابد أن نحدده بدءاً من الزاوية $(\theta = 0)$ عند المحور السيني الموجب، ثم نكمل الحركة بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، وذلك بقدر زاوية المتجه.

٣- بقسمة المعادلتين (2-12) و(2-11) على بعضهما نحصل على:

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{A\sin(\theta)}{A\cos(\theta)}$$

$$\boxed{\tan(\theta) = \frac{A_y}{A_x}} \qquad (2\text{-}12)$$

وللمعادلة (2-12) أهمية بالغة حيث تُستخدم لتحديد اتجاه المحصلة، كما يمكننا أن نستبدل فيها كلاً من (A_y) و(A_x)، بمجموع المركبات الصادية والسينية لعدد من الكميات المتجهة $(\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}_3, ...)$، وذلك كما يلي:

نستبدل (A_y) بالمجموع $\left(\sum A_y\right)$ حيث:

$$\sum A_y = A_{y1} + A_{y2} + A_{y3} + ...$$

وكذلك نستبدل (A_x) بالمجموع $\left(\sum A_x\right)$ حيث:

$$\sum A_x = A_{x1} + A_{x2} + A_{x3} + ...$$

وذلك عندما نقوم بتحليل عدد من الكميات المتجهة $(\vec{A}_1, \vec{A}_2, ...)$.

وأخيراً، فإن اتجاه المحصلة يمكن تحديده بمعرفة مقدار الزاوية (θ)، وذلك باستخدام المعادلة (2-12) على النحو الآتي:

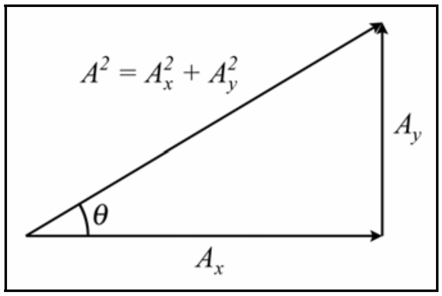
$$\tan(\theta) = \frac{\sum A_y}{\sum A_x}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sum A_y}{\sum A_x}\right) \qquad (2\text{-}13)$$

ومن خلال تحديد القيمة العددية للطرف الأيمن للمعادلتين (2-12) و(2-13) بحسب الحالة المطلوبة يمكننا تحديد الاتجاه، سواءً كان ذلك لمتجهٍ واحدٍ أو لمحصلة مجموعة من المتجهات، فعلى سبيل المثال عندما يكون الطرف الأيمن للمعادلة (2-13) $(\Sigma A_y / \Sigma A_x)$ مساوياً إلى الواحد، فإننا بعد التعويض نحصل على ما يلي:

$$tan(\theta) = 1$$
$$\theta = tan^{-1}(1)$$
$$= 45$$

وبالرجوع مرة أخرى إلى الشكل (٢-١١) نجد أن أضلاع المثلث القائم *(a b c)* تمثل الآتي:



الشكل (٢-١١) وفيه تظهر المركبتان (A_x) و (A_y) ضلعين قائمين للمثلث *(a b c)*

(A_x) و (A_y) المركبتان السينية والصادية وهما عبارة عن الضلعين القائمين في المثلث *(a b c)*، بينما المتجه $(\vec{A})$ هو عبارة عن وتر المثلث، وباستخدام نظرية فيثاغورس نجد أنّ:

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2$$

$$\boxed{A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}} \qquad (2\text{-}14)$$

وبشكل عام، ومثلما استخدمنا العلاقة *(2-12)* وتوصلنا إلى العلاقة *(2-13)*، فإننا نستخدم العلاقة *(2-14)* لنتوصل إلى العلاقة *(2-15)*.

$$A = \sqrt{\left(\sum A_x\right)^2 + \left(\sum A_y\right)^2} \qquad (2\text{-}15)$$

كما يمكننا الاستفادة من هذه المعادلة لمعرفة مقدار المتجه $(\vec{A})$ في حال معرفة كلٍ من المركبتين (A_x) و (A_y) لمتجه واحد، أو المركبات (ΣA_y) و (ΣA_x) لمجموعة من المتجهات.

مثال (٢-٤) Example

غادرت أرض المطار طائرة صغيرة، وبعد فترة من الزمن أعطت إشارة إلى برج المراقبة أنها على بعد *(215 km)* وباتجاه يصنع زاوية (22°) من الشرق إلى الشمال، فكم تبعد الطائرة عن برج مراقبة المطار في الاتجاهين شرقاً وشمالاً؟ انظر الشكل (٢-١٢).

الحل *Solution*:

المتجه $(\vec{A})$ يمثل بعد الطائرة عن نقطة الأصل *(0.0)*، كما أن اتجاه الطائرة يصنع زاوية مقدارها $(90^{\circ}\text{-}22^{\circ})$ مع المحور السيني الموجب، أي أن:

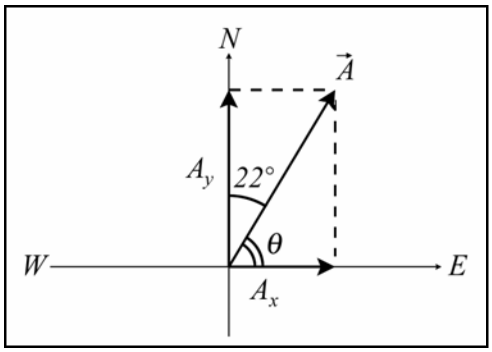
$$A = 215\,km$$

بعد الطائرة شرقاً هو عبارة عن مسقط المتجه $(\vec{A})$ على المحور السيني.

$$A_x = A\cos(\theta)$$
$$= 215\cos(68) = 80.5\,km$$

بعد الطائرة غرباً هو عبارة عن مسقط المتجه $(\vec{A})$ على المحور الصادي.

$$A_y = A\sin(\theta)$$
$$= 215\sin(68) = 199.34\,km$$



الشكل (٢-١٢)، المثال (٤ -٢)

وسوف نتأكد من صحة الحل بطريقة معاكسة، مستفيدين من العلاقات (2-13) و(2-14):

$$|A| = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$
$$= \sqrt{(80.5)^2 + (199.34)^2}$$
$$= 215\,km$$

$$tan(\theta) = \frac{A_y}{A_x}$$
$$= \frac{199.34}{80.5} = 2.476$$
$$\theta = tan^{-1}(2.476) = 68°$$

٢-٦ متجهات الوحدة Unit Vectors:

إنَّ تمثيل الكمية المتجهة، سواء في المستوي أو في الفراغ، يمكن أن يتمَّ باستخدام نظام المحاور الثلاثية المتعامدة (x,y,z) مع متجهات الوحدة الخاصة بها، أي أننا نمثل المتجه بُعدياً. والمقصود بالتمثيل تعيين المتجه مقداراً واتجاهاً، وهذا ما يدعو إلى اعتماد متجهات الوحدة على المحاور الثلاثية المتعامدة للتعبير عن الكمية المتجهة. أن مقدار كل واحدٍ منها يساوي الواحد تماماً، وهذا هو سبب تسميتها بمتجهات الوحدة *unit vectors* بينما تكون الزاوية قائمة بين كلٍ منها. وبهدف تمييزها من محور لآخر فقد تمَّ

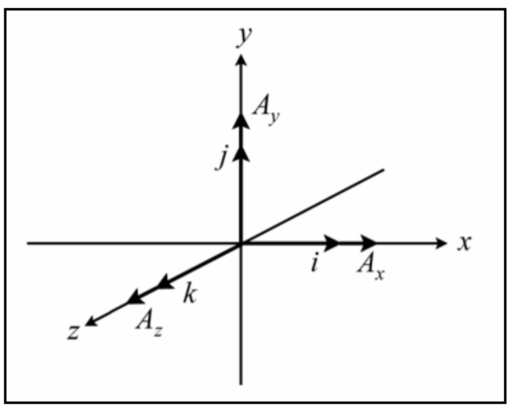
الاتفاق على اعتماد الأحرف الإنكليزية الثلاثة المتعاقبة $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ على المحاور المتعامدة (x,y,z) على التتالي للتعبير عن هذه المتجهات.

إن اعتماد متجهات الوحدة $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$، مفيدٌ للغاية ولاسيِّما للتعبير عن مركبات الكميات المتجهة المتعددة. مثلما هو مقيد للتعبير عن الكمية المتجهة الواحدة، حيث $(\hat{i})$ و$(\hat{j})$ هما متجها الوحدة على المحورين (x,y)، بينما (A_x) و(A_y) هما المركبتان العدديتان للمتجه (A).

إن نظام المحاور الثلاثية المتعامدة باستخدام متجهات الوحدة، يمكن تمثيله على النحو المبيّن في الشكل (٢-١٣).

وباستخدام هذه الطريقة يمكن التعبير عن أي كمية متجهة سواء على المحاور الديكارتية أو على المحاور الثلاثية المتعامدة على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + \hat{A}_z\hat{k} \qquad (2\text{-}16)$$



الشكل (٢-١٣) يبين المحاور المتعامدة باستخدام متجهات الوحدة $(\hat{i},\hat{j},\hat{k})$ ويلاحظ أن متجهات الوحدة متعامدة مع بعضها أيضاً

فعلى سبيل المثال لو أردنا أن نعبِّر عن الشكل (٢-١٠) السابق الذكر باستخدام متجهات الوحدة فإن المركبتين المتجهتين $(\vec{A}_x)$ و$(\vec{A}_y)$ يمكن إعادة كتابتهما على النحو الآتي:

$$A = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} \qquad (2\text{-}17)$$

أما على المحاور الثلاثية المتعامدة، فتأمل المثال التالي (٢-٥).

مثال (٢-٥) Example

تأمل المتجه $(\vec{A})$ بمركباته الثلاثة في العلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{A} = 4\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}$$

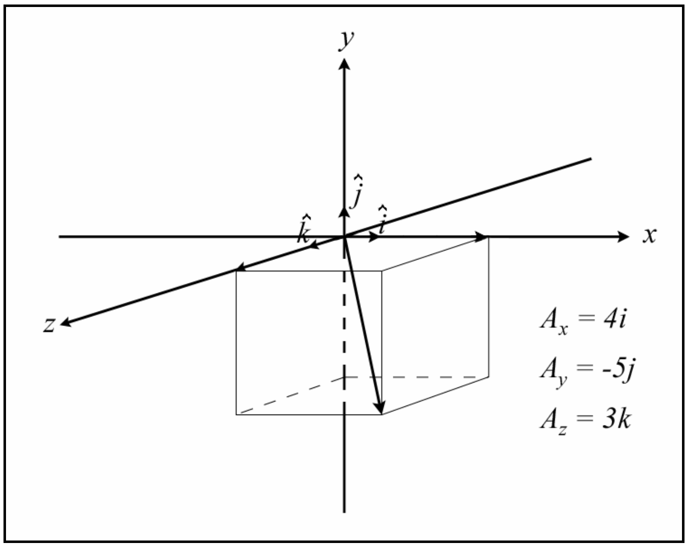
نلاحظ أن المركبات الاتجاهية الثلاثة هي:

$$+4\hat{i},-5\hat{j},3\hat{k}$$

كما نلاحظ أن مركباتها العددية:

$$+4,-5,+3$$

ومن الممكن عملياً تمثيل ذلك على المحاور المتعامدة (x, y, z)، انظر الشكل (٢-١٤):



الشكل (٢-١٤) يبين كيف يمكن تمثيل المتجه $(\vec{A})$ في الفراغ باستخدام المحاور الثلاثية المتعامدة مع متجهات الوحدة

٢-٧ جمع الكميات المتجهة بطريقة جمع مركباتها *Adding Vectors by Adding their Components*:

يمكننا أن نستعرض هذه المسألة المهمة، وذلك باستخدام ثلاث متجهات $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ و$(\vec{C})$ معبِّرين عنها بالعلاقات الرياضية الآتية:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} \tag{2-18}$$

$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k} \tag{2-19}$$

$$\vec{C} = C_x\hat{i} + C_y\hat{j} + C_z\hat{k} \tag{2-20}$$

إنّ المعادلات الرياضية التي نستخدمها لإيجاد محصلة المتجهات الثلاثة هي:

$$R_x = A_x + B_x + C_x \tag{2-21}$$

$$R_y = A_y + B_y + C_y \tag{2-22}$$

$$R_z = A_z + B_z + C_z \tag{2-23}$$

$$\boxed{\vec{R} = R_x\hat{i} + R_y\hat{j} + R_z\hat{k}} \tag{2-24}$$

ومعنى ذلك أن محصلة المركبات(x,y,z) كلٌ على انفراد، وهي:(R_x,R_y,R_z)، تمثل مُركبات متجه المحصلة $(\vec{R})$ العددية بدلالة متجهات الوحدة $(\hat{i},\hat{j},\hat{k})$.

مثال (٦-٢) Example

أوجد متجه المحصلة $(\vec{R})$ الذي يمثل حاصل جمع المتجهات الثلاثة الآتية:

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$$
$$\vec{B} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$$
$$\vec{C} = \hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

الحل ***Solution***:

$$R_x = 4+3+1 = 8$$
$$R_y = 6+3-4 = 5$$
$$R_z = 2-2+2 = 2$$

وهكذا نجد أنَّ:

$$\vec{R} = 8\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}$$

٢-٨ ضرب الكميات المتجهة *Vectors Product*:

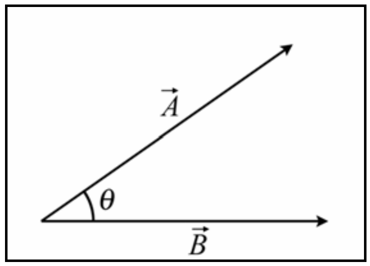
بدايةً، لا بد من التأكيد على أن هناك نوعين اثنين من أنواع ضرب الكميات المتجهة وهما: الضرب القياسي، والضرب الاتجاهي. وسنفرد فقرةً خاصةً لكلٍ منهما.

٢-٨-١ الضرب القياسي *Vectors Salar Product*:

لقد سُميت العملية بهذا الاسم لأن ناتج الضرب عبارة عن كمية عددية *scalar*، ومعنى ذلك أن حاصل ضرب كميتين اتجاهيتين ضرباً قياسياً ينتج عنهما كميةً عدديةً، ويُعبَّر عن الضرب القياسي بالمعادلة الآتية:

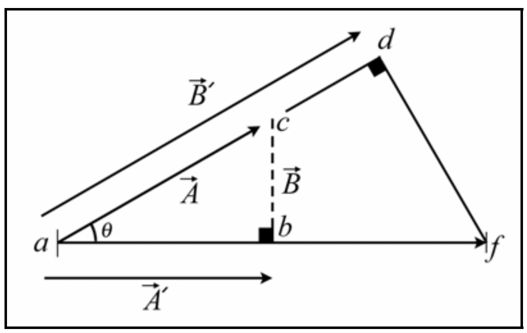
$$\boxed{\vec{A}.\vec{B} = |A||B|\cos(\theta)} \qquad (2\text{-}25)$$

حيث إن $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ يمثلان الكميتين الاتجاهيتين، و(θ) هي الزاوية المحصورة بينهما[١]، وتُقرأ $(\vec{A}\, dot\, \vec{B})$، انظر الشكل (٢-١٥).



الشكل (٢-١٥) الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$

ويمكننا هنا أن نستخدم خاصية التبادل *commutative law* بين المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$، ولبيان ذلك انظر الشكل (٢-١٦).



الشكل (٢-١٦) خاصية التبادل في الضرب القياسي

انظر المثلث القائم *(a b c)* تجد أن:

$$cos(\theta) = \frac{A'}{A}$$
$$A' = A cos(\theta)$$

وهذا المتجه (A') هو عبارة عن المسقط العمودي للمتجه $(\vec{A})$ على امتداد المتجه $(\vec{B})$. وهو كمية عددية يمكن معرفتها بمعرفة القيمة العددية للمتجه $(\vec{A})$ وكذلك $cos(\theta)$، وبالرجوع إلى المعادلة *(2-26)* نجد أن:

$$\vec{A}.\vec{B} = A B cos(\theta)$$
$$= [A cos(\theta)] B = A' B$$

[١] يطلق على الزاوية (θ) في بعض المصادر "الزاوية الصغرى" لتمييزها عن الزاوية الأخرى بين المتجهين وهي $(360° - \theta)$.

من ناحية أخرى وبهدف التأكّد أن $(\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A})$ يمكننا إيجاد مسقط المتجه $(\vec{B})$ على المتجه $(\vec{A})$، انظر الشكل (٢-١٦) وتأمل المتجه $(\vec{B})$ ولاحظ أن $cos(\theta)$ في المثلث القائم $(a\, d\, f)$ يساوي:

$$cos(\theta) = \frac{B'}{B}$$
$$B' = B\,cos(\theta)$$

إنَّ المتجه $B\,cos(\theta)$ هو (B')، وهو عبارة عن المسقط العمودي للمتجه $(\vec{B})$ على امتداد المتجه $(\vec{A})$ ويمكن تعيينه بمعرفة القيمة العددية للمتجه $(\vec{B})$ وكذلك $cos(\theta)$.

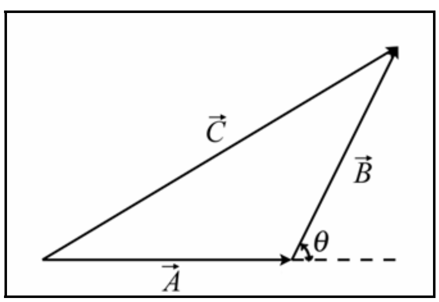
بالرجوع إلى المعادلة (2-26) مرة أخرى نجد أن:

$$\begin{aligned}\vec{A}.\vec{B} &= A\,B\,cos(\theta)\\ &= A[B\,cos(\theta)]\\ &= A\,B'\end{aligned}$$

وهذه النتيجة تبين لنا من خلال النظر إلى الطرف الأيمن للمعادلة حيث يشتمل على المقادير العددية للمتجهين وجيب تمام الزاوية، وهذه كلها كميات عددية، كما تؤكد مجدداً أن حاصل ضرب كميتين اتجاهيتين ضرباً قياسياً هو كمية عددية، مثلما تؤكد أيضاً أن الضرب القياسي هو عملية تبادلية:

$$\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$$

ومن أهم التطبيقات المباشرة على قانون الضرب القياسي هو إثبات صحة قانون "الجيب تمام" الذي مر ذكره في الفقرة ٢-٤، وبهدف توضيح قانون "الجيب تمام" تأمل الشكل (٢-١٧).



الشكل (٢-١٧)

إن محصلة المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ هي المتجه الثالث $(\vec{C})$، حيث إن الزاوية بينهما (θ)، وكما يُلاحظ هي الزاوية الخارجية. والآن إذا أردنا معرفة حاصل الضرب الاتجاهي للمتجه $(\vec{C})$ بنفسه، أي أنّ:

$$\begin{aligned}\vec{C}.\vec{C} &= |C|\,|C|\,cos(\theta)\\ &= C^2\end{aligned}$$

ذلك أن الزاوية بين المتجه ونفسه تساوي الصفر، أي أن $cos(0) = 1$

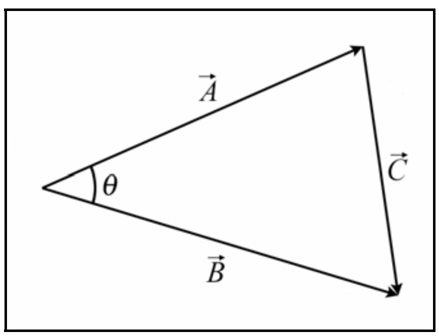
ولكن نحن نعلم أن:

$$\vec{C} = (\vec{A}+\vec{B})$$
$$\vec{C}.\vec{C} = C^2 = (\vec{A}+\vec{B}).(\vec{A}+\vec{B})$$
$$= \vec{A}.\vec{A} + AB\cos(\theta) + BA\cos(\theta)$$
$$+ \vec{B}.\vec{B}$$
$$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta)$$

وهذه هي الصيغة المستخدمة لإيجاد محصلة (جمع) متجهين باستخدام قانون "الجيب تمام".

ومن الممكن استخدامها لإيجاد محصلة (طرح) متجهين، انظر الشكل (٢-١٨)، حيث ستكون النتيجة:

$$\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$$
$$C^2 = A^2 + B^2 - 2A\cos(\theta)$$



الشكل (٢-١٨)

ملاحظة: في حالة الجمع، إذا كانت الزاوية أكثر من ($90°$) بين المتجهين فإننا نأخذ الزاوية الخارجية بينهما، وقياس الزاوية يبدأ من المحور السيني الموجب، كما يمكننا التأكد مرة أخرى، وذلك لأن جيب تمام الزاوية الداخلية يكون مقداراً سالباً.

مثلما يعتبر أيضاً من التطبيقات المباشرة على الضرب القياسي حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة، ولا بد في هذا المقام من التأكيد على ما يلي:

١- $\hat{i}.\hat{i} = |1||1|\cos(\theta) = |1||1|\cos(0) = 1$

٢- $\hat{i}.\hat{j} = |1||1|\cos(90) = 0$

٣- $\hat{i}.\hat{k} = |1||1|\cos(90) = 0$

ومعنى ذلك أن القيمة العددية لمتجهات الوحدة هي:

$$|i| = |j| = |k| = 1$$

كما أن الزاوية بين أي متجهين منها هي زاوية قائمة، والزاوية بين المتجه ونفسه تساوي الصفر.

٤- كما نؤكد على ضرورة ملاحظة الحالة العامة للتعبير عن الضرب الاتجاهي التي استخدمناها في حل المثال وهي:

$$\boxed{\vec{A}.\vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})}$$

حيث إن:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

وهذا ما استخدمناه لحساب الطرف الأيمن في المثال (٢-٧)، مع مراعاة الخاصة التوزيعية في الضرب *distribution law*.

مثال (٢-٧) Example

أوجد مقدار الزاوية (θ) بين المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ المعرفين على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$$
$$\vec{B} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$$

الحل *Solution*:

$$\vec{A}.\vec{B} = |A||B|cos(\theta)$$
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = 5$$
$$B = \sqrt{B_x^2 + B_z^2} = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2} = 3.6$$

من ناحية أخرى:

$$\begin{aligned}\vec{A}.\vec{B} &= (A_x\hat{i} + A_y\hat{j})(B_x\hat{i} + B_z k)\\ &= (3\hat{i} - 4\hat{j})(-2\hat{i} + 3\hat{k})\\ &= (3\hat{i}).(-2\hat{i}) + (3\hat{i}).(3\hat{k}) + (-4\hat{j}).(-2\hat{i}) + (-4\hat{j}).(3\hat{k})\\ &= (-6)(1) + (9)(0) + 8(0) - (12)(0) = -6\end{aligned}$$

وهكذا بالتعويض نجد أنّ:

$$cos(\theta) = \frac{-6}{18} = -0.333$$
$$\theta = cos^{-1}(-0.333) = 110°$$

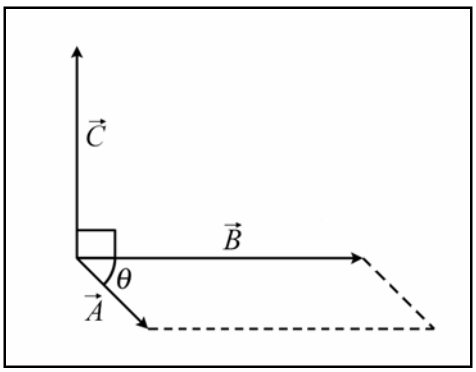
أي أن الزاوية بين المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ هي $(\theta = 110°)$.

٢-٨-٢ الضرب الاتجاهي *Vectors Product*:

لقد سُميت العملية بهذا الاسم لأن ناتج الضرب عبارة عن كمية اتجاهية *vector*، ومعنى ذلك، أن حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين هو متجه ثالث، اتجاهه يكون عمودياً على المستوى الذي يحوي المتجهين المضروبين ببعضهما، أما مقدار المتجه الجديد فيعبَّر عنه بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\boxed{\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} = |A||B| sin(\theta)} \qquad (2\text{-}26)$$

حيث (C) تمثل مقدار الكمية المتجهة الجديدة، و(θ) تمثل الزاوية الصغرى المحصورة بين المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$، انظر الشكل (١٩-٢)، وتقرأ $(\vec{A} cross \vec{B})$.



الشكل (١٩-٢) ويمثل الضرب الاتجاهي لكميتين اتجاهيتين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$

أما اتجاه المتجه $(\vec{C})$ فيمكن معرفته باستخدام قاعدة اليد اليمنى، انظر الشكل (١٩-٢)، مع ضرورة أن يبقى منفرداً لتحديد اتجاه حاصل الضرب الاتجاهي، وعملية الترتيب هنا هامة للغاية، بمعنى أن المتجه الأول (A) تمثله أصابع اليد اليمنى والثاني (B) تمثله راحة اليد اليمنى، ويمثل الإبهام اتجاه المتجه الجديد (C)، وهذا ما يؤكد ضرورة الانتباه إلى الآتي:

$$\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B} \qquad \text{غير تبادلية} \qquad (2\text{-}27)$$

كما أن التعبير الرياضي عن عملية الضرب الاتجاهي باستخدام متجه الوحدة يكون على الشكل الآتي:

$$\boxed{\vec{A} \times \vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}) \times (B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})} \qquad (2\text{-}28)$$

ويمكننا إيجاد $(\vec{A} \times \vec{B})$ باعتماد خاصية التوزيع *distribution law*، ومن الضروري جداً أن نؤكد هنا على أن الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة في النظام الثلاثي المتعامد (x,y,z) هو أوضح وأقرب مثال

على التطبيق المباشر لهذا النوع من الضرب، فعلى سبيل المثال: لو أردنا أن نجد حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\hat{i})$ و $(\hat{j})$ فهذا يقتضي:

$$\hat{i}\times\hat{j}=|i||j|\sin(\theta)$$

ولكن:

$$|i|=|j|=1$$

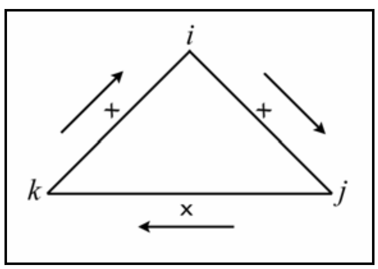
كما أن الزاوية بينهما تساوي $(\theta=90°)$، إذاً المتجه الثالث $(\hat{k})$ هو المتجه العمودي على المستوى الذي يحتوي المتجهين $(\hat{i})$ و $(\hat{j})$ وهكذا نجد أن:

$$\hat{i}\times\hat{j}=|1||1|\sin(90)=1(\hat{k})=\hat{k}$$

من الواضح أن مقدار المتجه الجديد يساوي الواحد، أما اتجاهه فهو اتجاه $(\hat{k})$ أي منطبق على المحور (z). ويمكننا أن نستنتج بيسرٍ وسهولة كلاً مما يلي:

$$\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k} \tag{2-29}$$
$$\hat{j}\times\hat{k}=\hat{i} \tag{2-30}$$
$$\hat{k}\times\hat{i}=\hat{j} \tag{2-31}$$

ومن الممكن تبسيط ذلك كلّه باستخدام المثلث البسيط المبيّن في الشكل (٢-٢٠).



الشكل (٢-٢٠) ويبين الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة (i) و(j) و(k)

مثال (٢-٨) Example

لديك المتجهان المعرفان على النحو التالي:

$$\vec{A}=3\hat{i}-4\hat{j}$$
$$\vec{B}=-2\hat{i}+3\hat{k}$$

أوجد المتجه الجديد: $\vec{C}=\vec{A}\times\vec{B}$

الحل **Solution**:

$$\begin{aligned}\vec{C} &= \vec{A}\times\vec{B} = (3\hat{i}-4\hat{j})\times(-2\hat{i}+3\hat{k})\\ &= -(3\hat{i}\times 2\hat{i})+(3\hat{i}\times 3\hat{k})+(4\hat{j}\times 2\hat{i})-(4\hat{j}\times 3\hat{k})\\ &= 0+9(-\hat{j})+8(-\hat{k})-12(\hat{i})\\ \vec{C} &= -12\hat{i}-9\hat{j}-8\hat{k}\end{aligned}$$

الملاحظات المهمة في هذا المثال، والتي نلفت انتباه أبنائنا الطلبة إليها ، هي الآتي:

$$\boxed{\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = \hat{k}\times\hat{k} = 0} \qquad (2\text{-}32)$$

ذلك أن:

$$\hat{i}\times\hat{i} = |1||1|\sin(0) = 0$$

وكذلك بالنسبة لكل من $(\hat{j}\times\hat{j})$ و $(\hat{k}\times\hat{k})$.

الخلاصة

Summary

- الكمية العددية: هي الكمية التي يمكن تعيينها تعييناً كاملاً بمعرفة مقدارها ووحدة قياسها، ويمكننا أن نستخدم مع مجموعة من الكميات العددية المتجانسة؛ القوانين الجبرية الاعتيادية.
- الكمية المتجهة: هي الكمية التي يمكن تعيينها تعييناً كاملاً بمعرفة مقدارها ووحدة قياسها واتجاهها ونقطة تأثيرها ومحور عملها. ويتحتم علينا أن نستخدم مع مجموعة من الكميات المتجهة المتجانسة القوانين الخاصة بها.
- محصلة عدد من الكميات المتجهة: يمكننا إيجاد محصلة عدد من الكميات المتجهة المتجانسة بمعرفة مركباتها السينية ومركباتها الصادية على المحاور الديكارتية على النحو الآتي:

$$\sum A_x = A_{1x} + A_{2x} + \dots$$
$$\sum A_y = A_{1y} + A_{2y} + \dots$$
$$tan(\theta) = \frac{\sum A_y}{\sum A_x}$$

متجهات الوحدة: يمكننا أن نعبّر عن عدد من الكميات المتجهة المتجانسة في المستوي أو في الفراغ باستخدام متجهات الوحدة (i, j, k) على النحو الآتي:

$$\vec{A} = A_x i + A_y j + A_z k$$
$$\vec{B} = B_x i + B_y j + B_z k$$
$$\vec{C} = C_x i + C_y j + C_z k$$

حيث تساوي القيمة المطلقة لكل منها الواحد، كما أن الزاوية بين كل منها والآخر تساوي تسعين درجة، كما أن محصلة هذه الكميات المتجهة تكون على النحو الآتي:

$$\vec{R} = R_x i + R_y j + R_z k$$

- قانون الجيب تمام: ويستخدم لإيجاد حاصل جمع متجهين (B, A)، ويُعبّر عنه رياضياً على الشكل الآتي:

$$\vec{C} = A^2 + B^2 + 2AB\,cos(\theta)$$

حيث (A) هي المقدار العددي للمتجه الأول، (B) المقدار العددي للمتجه الثاني، (θ) الزاوية المحصورة بين المتجهين.

- الضرب القياسي: أن ناتج الضرب القياسي لمتجهين (B,A) يُعبّر عنه رياضياً على الشكل الآتي:

$$\vec{A}.\vec{B} = |A||B|cos(\theta)$$

حيث $|A|$ هي القيمة المطلقة للمتجه الأول، $|B|$ هي القيمة العددية المطلقة للمتجه الثاني، (θ) هي الزاوية المحصورة بينهما ، وناتج الضرب هو كمية عددية.

- الضرب الاتجاهي: أن ناتج الضرب الاتجاهي لمتجهين (B,A) يُعبّر عنه رياضياً على الشكل الآتي:

$$\vec{A}\times\vec{B} = |A||B|sin(\theta)$$

وناتج الضرب هو عبارة عن كمية اتجاهية ثالثة $(\vec{C})$ عمودية على المستوي الذي يحوي المتجهين (B,A) يمكن تحديد مقداره باستخدام هذه العلاقة الرياضية ، كما يمكن تحديد اتجاهه باستخدام قاعدة اليد اليمنى.

الامتحانات الذاتية
Self Test Exams

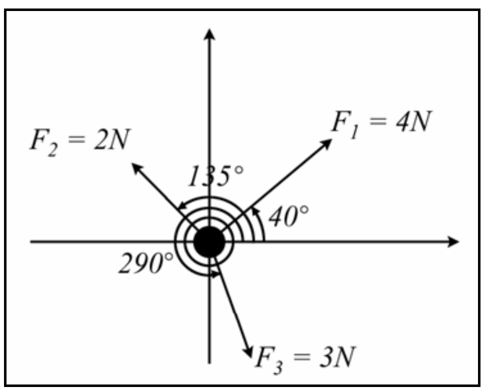
ولغرض التدريب العملي على اختبار المتدرب لنفسه، والتأكد من جدارته في المقدرة الفعلية على فهم واستيعاب الكميات العددية والكميات المتجهة، تم تخصيص أربعة امتحانات ذاتية.

الامتحان الذاتي الأول:

أثرت ثلاث قوى $(\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3)$ على جسم كتلته (m)، انظر الشكل (٢-٢١).

١- أوجد حسابياً مقدار القوة المؤثرة على الجسم.

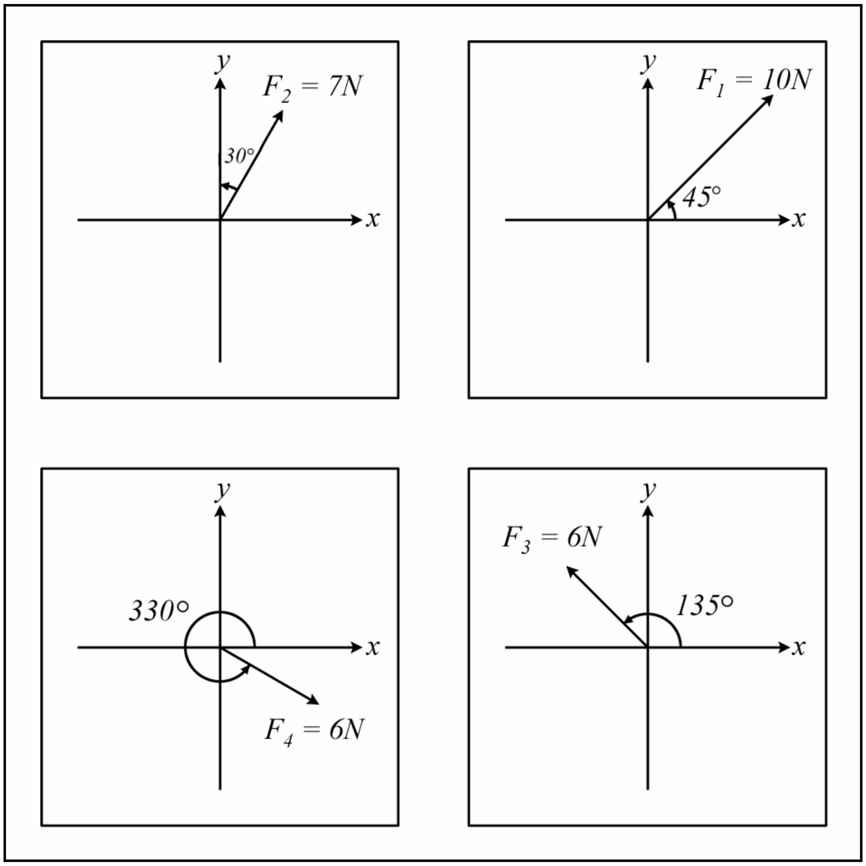
٢- حدد اتجاه هذه القوة.



الشكل (٢-٢١) الامتحان الذاتي الأول

الامتحان الذاتي الثاني:

أوجد حسابياً المركبة السينية *x-component*، والمركبة الصادية *y-component* لكل واحدة من القوى الموضحة في الشكل (٢-٢٢).



الشكل (٢-٢٢) الامتحان الذاتي الثاني

الامتحان الذاتي الثالث:

بعد أن أوجدت حسابياً المركبات السينية والصادية لمجموعة القوى المستوية في الشكل (٢-١٥)، أوجد حسابياً:

١- محصلة مجموع القوى على المحور السيني $\sum F_x$.

٢- محصلة مجموع القوى على المحور الصادي $\sum F_y$.

٣- أوجد محصلة مجموع هذه القوى، ثم حدد اتجاهها مستعيناً بطريقة الرسم.

الامتحان الذاتي الرابع:

إذا كان لديك $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والمعرفين على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$$
$$\vec{B} = -3\hat{i} + 3\hat{j}$$

أوجد حسابياً كلاً مما يلي:

١- المتجه $(3\vec{A})$، والمتجه $(2\vec{B})$.

٢- المقدار العددي لكلٍ من المتجه $(\vec{A})$ والمتجه $(\vec{B})$.

٣- المتجه $(\vec{A}+\vec{B})$ والمتجه $(\vec{A}-\vec{B})$.

٤- مقدار الزاوية (θ) بين المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$.

٥- ناتج الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A}.\vec{B})$.

٦- ناتج الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\vec{A}\times\vec{B})$.

ملاحظة: نتمنى من أبنائنا الطلبة المحاولة الجادة في حل مسائل الامتحان الذاتي على ورقة خارجية، ثم إجراء المقارنة بين ما توصلوا إليه مع الحل النموذجي المرفق آخر الكتاب في الملحق (د).

مسائل وتمارين الوحدة الثانية

Unit Two Exercises & Problems

٢-١ إذا كان مقدار المتجه $(\vec{A})$ يساوي (7) وحدات قياسية، ويصنع زاوية مقدارها $(250°)$ باتجاه عقارب الساعة بدءاً من الاتجاه الموجب للمحور السيني ارسم هذا المتجه مستخدماً المحورين (x,y) ثم أوجد مركبتيه السينية والصادية للمتجه $(\vec{A})$.

٢-٢ إذا كانت المركبتان السينية والصادية للمتجه $(\vec{A})$ هما:

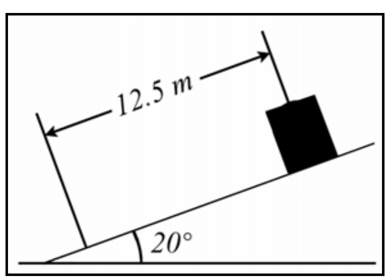
$$x = -25$$
$$y = 40$$

١- أوجد حسابياً المقدار العددي للمتجه $(\vec{A})$.

٢- أوجد حسابياً مقدار الزاوية بين المتجه $(\vec{A})$ والمحور السيني الموجب.

٢-٣ يبلغ مقدار طول متجه الإزاحة لجسم متحرك $(\vec{R})$ $(15m)$ ويصنع زاوية قدرها $(30°)$ مع المحور السيني الموجب، ارسم هذا المتجه مستخدماً المحورين (x,y)، ثم أوجد حسابياً مركبتيه السينية والصادية.

٢-٤ قطعة معدنية ثقيلة على شكل آلة، دفعت على سطح مائل إلى الأعلى مسافة $(12.5m)$ حيث تبلغ زاوية الميل $(20°)$، انظر الشكل (٢-٢٣).



الشكل (٢-٢٣)، المسألة (٢-٤)

١- أوجد حسابياً المسافة التي ارتفعتها القطعة المعدنية إلى الأعلى بعد الدفع.

٢- أوجدحسابياً المسافة التي تحركتها القطعة أفقياً بعد الدفع.

٢-٥ إذا كان لديك متجها الإزاحة $(\vec{C})$ و$(\vec{D})$ ولهما المركبات الآتية مقاسة بالمتر:

$$C_x = 7.4,\ \ C_y = 3.8,\ \ C_z = -6.1$$
$$D_x = 4.4,\ \ D_y = 2.0,\ \ D_z = 0$$

أوجد حسابياً مركبات المتجه $(\vec{R})$ الذي يمثل حاصل جمع المتجهين.

٢-٦ لديك المتجهان $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ المعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$$
$$\vec{B} = -13\hat{i} + 7\hat{j}$$

١- أوجد حسابياً حاصل جمع المتجهين باستخدام متجهات الوحدة $(\hat{i})$ و$(\hat{j})$.

٢- أوجد حسابياً مقدار واتجاه المحصلة $(\vec{R})$ التي تمثل $(\vec{A}+\vec{B})$.

٢-٧ إذا كان لديك المتجهان $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ والمعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$$
$$\vec{B} = 5\hat{i} - \hat{j}$$

أوجد حسابياً المركبتان السينية والصادية، ثم احسب مقدار واتجاه كل من:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$
$$\vec{R} = \vec{B} - \vec{A}$$

٢-٨ إذا كان لديك المتجهان $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ والمعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$$
$$\vec{B} = -\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$$

أوجد حسابياً: ١- $(\vec{A}+\vec{B})$.

٢- $(\vec{A}-\vec{B})$.

٣- عرّف المتجه الجديد $(\vec{C})$ حيث إن:

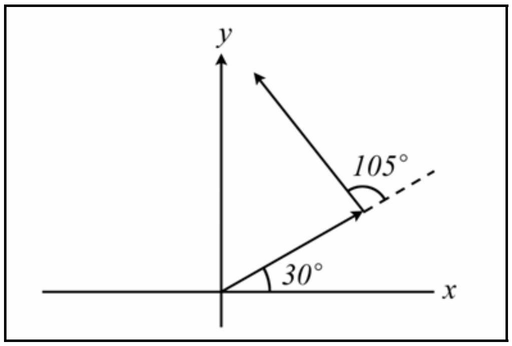
$$\vec{A} - \vec{B} + \vec{C} = 0$$

٢-٩ إذا كان لديك المتجهات الثلاثة $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ و$(\vec{C})$ حيث إن:

$$\vec{A} - \vec{B} = 2\vec{C}$$
$$\vec{A} + \vec{B} = 4\vec{C}$$
$$\vec{C} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$$

عرّف المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$.

٢-١٠ المتجهان $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ والموضعان في الشكل (٢-٢٤) لهما نفس الكمية (10) وحدات، ولهما الاتجاهان المبينان بالشكل الموضَّح.



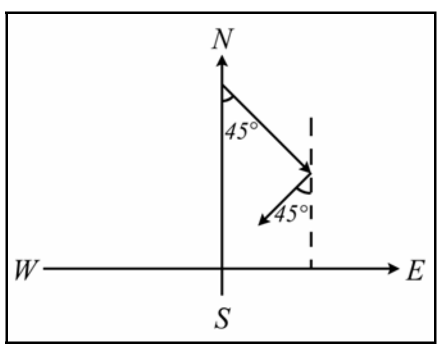
الشكل (٢-٢٤)، المسألة (٢-١٠)

١- أوجد المتجه $(\vec{R})$ الذي يمثل حاصل جمع المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$.

٢- أوجد المركبتين السينية والصادية للمتجه $(\vec{R})$.

٣- أوجد مقدار الزاوية بين المتجه $(\vec{R})$ والمحور السيني الموجب.

٢-١١ لاعب غولف احتاج إلى ثلاث محاولات لإدخال الكرة في الحفرة المخصصة لها. كانت المحاولة الأولى على مسافة $(12m)$ شمالاً، والمحاولة الثانية $(6m)$ شمال شرق، والمحاولة الثالثة $(3m)$ جنوب غرب، ما هي المسافة المطلوبة لإدخال الكرة في موضعها الصحيح بمحاولة واحدة؟ انظر الشكل (٢-٢٥).



الشكل (٢-٢٥)، المسألة (٢-١١)

٢-١٢ استخدم التعبير الرياضي لكل من الضرب القياسي والضرب الاتجاهي كي تتحقق من صحة النتائج الآتية:

-1 $\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$

-2 $\hat{i}\,.\,\hat{j} = \hat{j}\,.\hat{k} = \hat{k}\,.\hat{i} = 0$

-3 $\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = \hat{k}\times\hat{k} = 0$

-4 $\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k},\;\; \hat{k}\times\hat{i} = \hat{j},\;\; \hat{j}\times\hat{k} = \hat{i}$

٢-١٣ إذا كانت القيمة العددية للمتجه $(\vec{A})$ تساوي (10) وحدات، والقيمة العددية للمتجه $(\vec{B})$ تساوي (6) وحدات، ومقدار الزاوية بينهما $(60°)$، أوجد:

١- حاصل الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$.

٢- مقدار حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$.

٢-١٤ إذا كان لديك المتجهان $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ والمعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$$
$$\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$$

استخدم كلاً من:

$$\vec{A}.\vec{B} = \left|A\right|\left|B\right|cos(\theta)$$
$$\vec{A}.\vec{B} = A_x\,B_x + A_y\,B_y + A_y\,B_y$$

وذلك لحساب الزاوية المحصورة بينهما.

٢-١٥ لديك المتجهان $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ المعرفان على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 5\,\hat{j}$$
$$\vec{B} = 2\hat{i} + 4\,\hat{j}$$

أوجد كلاً من:

$1-\quad \vec{A}\times\vec{B}$

$2-\quad \vec{A}\vec{B}$

$3-\quad (\vec{A}+\vec{B}).\vec{B}$

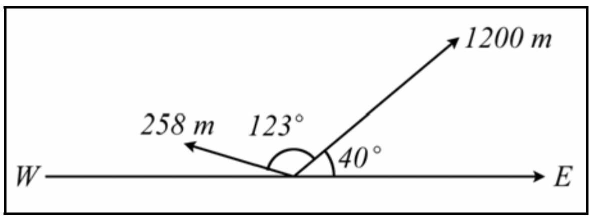
مسائل اختيارية

Optional Problems

٢-١ رصدت محطة رادار طائرة قادمة من جهة الشرق مباشرة خلال موقعين، وذلك على النحو الآتي:

١- على بعد $(1200\,m)$ وبزاوية مقدارها $(40°)$.

٢- استمر الرادار بالرصد وبعد زاوية قدرها $(123°)$ من نقطة الرصد الأولى سجل بعداً قدره $(258\,m)$، انظر الشكل (٢-٢٦)، أوجد حسابياً المسافة التي قطعتها الطائرة بين نقطتي الرصد.



الشكل (٢-٢٦)

٢-٢ لديك المتجهات الثلاثة $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ و$(\vec{C})$ المعرفة على النحو الآتي:

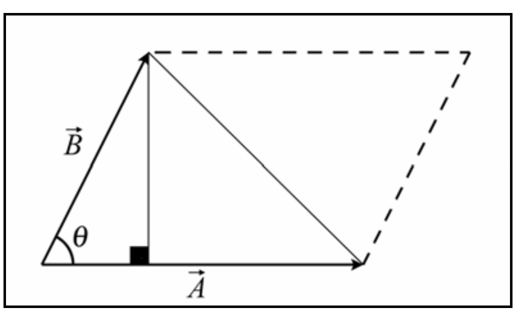
$$\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$$
$$\vec{B} = -\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$
$$\vec{C} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

أوجد كلاً من:

$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C}),\vec{A}.(\vec{B}+\vec{C}),\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})$$

٢-٣ أثبت أن مساحة المثلث الواقع بين المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ في الشكل (٢-٢٧) تساوي:

$$\frac{1}{2}\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$$



الشكل (٢-٢٧)، المسألة الاختيارية (٢-٣)

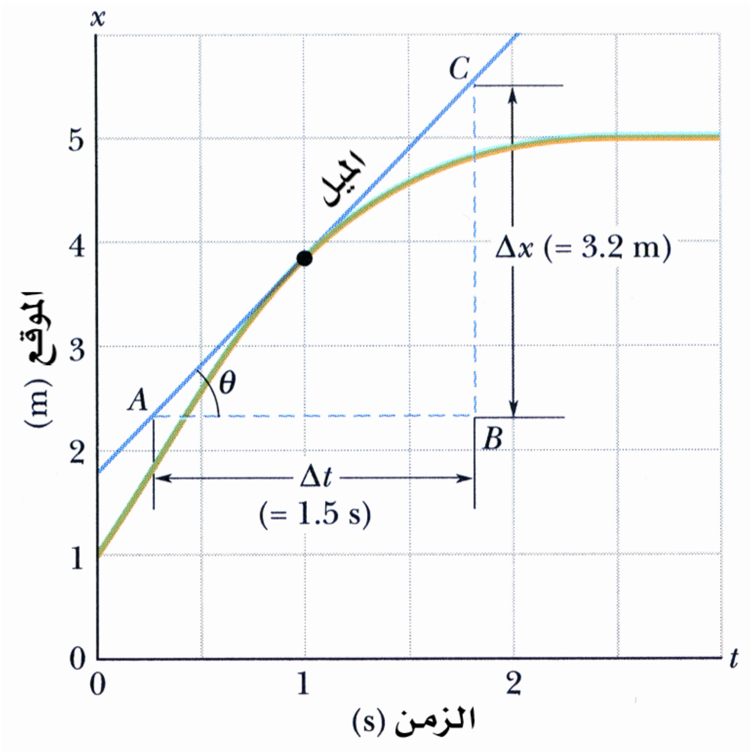
المملكـة العربيـة السـعودية

المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الفيزياء النظرية التخصصية

القوة والحركة



القوة والحركة

٣

٣-١ المقدمة *Introduction*:

تهدف هذه الوحدة إلى تقديم المفهوم المناسب لقوانين الحركة على خط مستقيم كما تهدف إلى بيان علاقة القوة بالحركة، وذلك من خلال تقديم المفاهيم المناسبة لجميع الكميات الفيزيائية المساهمة فيها كالإزاحة والسرعة والتسارع وربط ذلك بقوانين نيوتن في الحركة[١].

إنَّ علم الميكانيك *mechanics* يعتمد أساساً على مفهومي القوة *force* والحركة *motion* وعلاقتهما ببعضهما، وبيان مفهوم القوة يعتمد على توضيح قوانين نيوتن الثلاثة وإدراك معانيها وربطها بقوانين الحركة.

ولا بد من التأكيد في هذا المقام أن قوانين نيوتن الثلاثة تبقى صحيحة وتُطبق على نطاق واسع جداً باستثناء حالتين، نوردها هنا على سبيل التذكير فقط، وهما:

١- الحالة الأولى: إذا كانت الأجسام متناهيةً في الصغر *microscopic*، وهي تلك الأجسام التي يتعذر رؤيتها بالعين المجردة كالذرات مثلاً *atoms*، أو الجزيئات *molecules*، إذ إن ميكانيك هذه الأجسام يتم دراسته باستخدام ما يعرف بـ "ميكانيك الكم *quantum mechanics*".

٢- الحالة الثانية: إذا كانت الأجسام تسير بسرعة عالية جداً بحيث تكون سرعتها قريبة من سرعة الضوء *speed of light*، عندئذ تعالج حركة هذه الأجسام وفقاً لقوانين النسبية *relativity*.

وبعد أن يكمل المتدرب دراسة هذه الوحدة، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلالها، ويقوم بنفسه بحل أسئلة الامتحان الذاتي الموجودة في نهايتها، ويقارن حلوله مع الحلول النموذجية المرفقة في الملحق (د)، بعد ذلك كله نتوقع أن يكون المتدرب قادراً على:

١- أن يصف الفروق بين كلٍ من الإزاحة والمسافة، والسرعة المتوسطة والسرعة الآنية، والتسارع المتوسط والتسارع الآني.
٢- أن يفسِّر العلاقات الرياضية التي تصف حركة الجسم على خط مستقيم بتسارع ثابت، بدلالة الكميات الفيزيائية المعبِّرة عنها.
٣- أن يتذكر دائماً المفهوم الصحيح للقوة على أنَّها كمية اتجاهية تنطبق عليها الصفات الأربع للمتجه.

---

[١] تخصص عادة وحدة مستقلة لدراسة قوانين نيوتن في الحركة، وأخرى خاصة لأنماط الحركة، ولكننا اقتصرنا على نوع من أنماط الحركة، وارتأينا دمجها مع قوانين نيوتن، لصلتها المباشرة بها.

٤- أن يميّزَ المتدرب بين قوانين نيوتن الثلاثة ولاسيَّما عند استخدامها عملياً، وذلك من خلال الحالة الحركية للجسم الخاضع لتأثير القوة.

٥- أن يصف كلاً من الاحتكاك الحركي والاحتكاك الساكن.

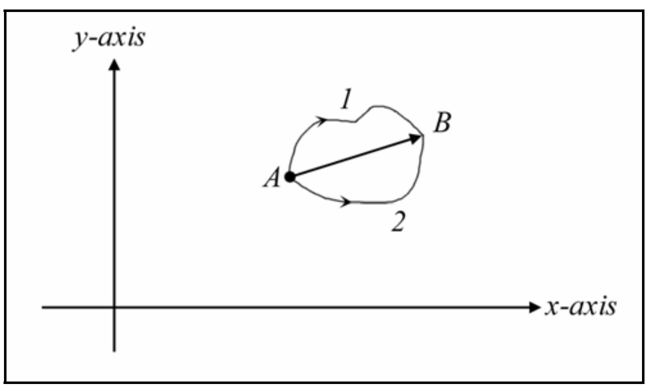
٦- أن يشرح معنى الكتلة القصورية وكتلة الجذب للجسم.

وسنعرض فيما يلي المفاهيم الأساسية المطلوبة لدراسة الحركة على خط مستقيم، كما سنعرض قوانين نيوتن الثلاثة، ونوضح علاقتها بالحركة على خط مستقيم.

٣-٢ الإزاحة *Displacement*:

عندما يتحرك جسم مادي بين نقطتين مثل A وB، انظر الشكل (٣-١)، فإن إزاحته *displacement* هي الخط المستقيم الواصل بين النقطتين المذكورتين، وذلك للانتقال من النقطة A إلى النقطة B.

فعلى سبيل المثال بإمكان الجسم المادي المتحرك أن يسلك الطريق (١) أو الطريق (٢) الموضحين في الشكل (٣-١)، حيث يمثل كلٌ منهما ما نطلق عليه المسافة *distance*، ولكن تبقى إزاحته معرَّفة على النحو الآتي: هي المتجه الواصل بين النقطتين A وB، بدايته عند النقطة A، ونهايته عند النقطة B، أي أنّها عبارة عن التغيير الصافي في موضع الجسم المادي المتحرك.



الشكل (١ -٣) يبين الفرق بين متجه الإزاحة ومفهوم المسافة

٣-٣ السرعة المتوسطة *Average Velocity*:

السرعة المتوسطة *average velocity* والتي عادة ما نشير إليها بالرمز $(\bar{v})$، وهي عبارة عن النسبة بين إزاحة الجسم المتحرك (Δx) والزمن المحدد (Δt) الذي يستغرقه الجسم كي يقطع تلك الإزاحة. أي أنّ:

$$\boxed{\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}} \qquad (3\text{-}1)$$

وهذا ما يشير رياضياً إلى أن السرعة المتوسطة $(\bar{v})$ هي عبارة عن ميل الخط البياني للمتغيرين (x, t)، حيث إن النقطة النهائية تمثلها الإحداثيات (x_2,t_2) والنقطة الابتدائية تمثلها الإحداثيات (x_1,t_1)، وهاتان هما نقطتان يمر بهما الخط المستقيم المطلوب معرفة ميله، ويمكن التعبير عن ذلك بصفة عامة بالمعادلة الآتية:

$$x = f(t) \qquad (3\text{-}2)$$

ومعنى ذلك أن (x) هي تابع *function* للزمن (t)، ومن الواضح أن (x) تمثل الإزاحة. وأخيراً لا بد من التأكيد على أن السرعة المتوسطة هي كمية اتجاهية *vector*.

مثال (٣-١) Example

إذا كان موقع الجسم المادي المتحرك كتابع للزمن تمثله العلاقة الرياضية الآتية:

$$x = 3t - 4t^2 + t^3$$

١- حدد موقع الجسم المتحرك بعد زمن قدره $(1,2,3,4)$ ثانية.

٢- حدد إزاحة الجسم المتحرك بين الزمنين $(t_1 = 0)$ و $(t_2 = 4s)$.

٣- حدد السرعة المتوسطة للجسم بين الفترتين $(t_1 = 2\,s)$ و $(t_2 = 4\,s)$.

الحل *Solution*:

-1

$$x(1\,s) = 3(1) - 4(1)^2 + (1)^3 = 0$$
$$x(2\,s) = 3(2) - 4(2)^2 + (2)^3 = -2\ m$$
$$x(3\,s) = 3(3) - 4(3)^2 + (3)^3 = 0$$
$$x(4\,s) = 3(4) - 4(4)^2 + (4)^3$$
$$= 12 - 64 + 64 = 12\ m$$

-2

$$\Delta x = x(4\,s) - x(0\,s)$$
$$\Delta x = 12\ m - 0 = 12\ m$$

-3

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{12\,m}{4\,s} = 3(m/s)$$

$$\Delta x = x(4\,s) - x(2\,s) = 12 - (-2) = 14\ m$$
$$\Delta t = 4\ s - 2\ s = 2\ s$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{14\,m}{2\,s} = 7(m/s)$$

٣-٤ السرعة الآنية *Instantaneous Velocity*:

إن مفهوم السرعة الآنية *intanntaneous velocity* يعتبر مفهوماً متأتياً عن مفهوم السرعة المتوسطة *average velocity* وذلك عندما يتقلص المجال الزمني للحركة ليصبح عند لحظة بدايتها، ويمكن التعبير عن ذلك رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$\boxed{v = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}} \qquad (3\text{-}3)$$

وهكذا نجد أن السرعة الآنية (v) في المعادلة (3-3) هي عبارة عن المشتقة الأولى لتابع الإزاحة (x) بالنسبة للزمن (t)، وذلك عند زمن محدد، ولبيان ذلك تأمل المثال الآتي:

مثال (٣-٢) Example

جزيئة متحركة على المحور السيني، تمّ تحديد موقعها بالعلاقة الرياضية:

$$x = 2 - 2t + 4t^2$$

حيث تقاس الإزاحة (x) بالأمتار والزمن (t) بالثواني.

أوجد حسابياً سرعة الجزيئة عند الزمن $t = 1\ s$.

الحل *Solution*:

السرعة عند الزمن $t = 1\ s$ هي سرعة الجزيئة الآنية إذاً:

$$\begin{aligned} v(1s) &= \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2 - 2t + 4t^2) \\ &= -2 + 8t = -2 + 8(1) \\ &= 6\,(m/s) \end{aligned}$$

٣-٥ التسارع *Acceleration*:

عندما تتغير سرعة جسم متحرك من السرعة الابتدائية (v_1) إلى السرعة النهائية (v_2) فإننا نقول في هذه الحالة بأن الجسم قد خضع لعملية تعجيل أو تسارع، ومن الممكن عندئذٍ تعريف التسارع المتوسط *average acceleration* والذي يشار إليه عادة بالرمز $(\bar{a})$ على النحو الآتي:

$$\boxed{\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}} \qquad (3\text{-}4)$$

أما التسارع اللحظي *instantanous acceleration* فهو عبارة عن:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{dv}{dt}} \qquad (3\text{-}5)$$

أي أن التسارع اللحظي كما هو واضح من المعادلتين (3-3) و(3-5) يعبِّر عن المشتقة الأولى لتابع السرعة اللحظية (v) بالنسبة للزمن (t)، والمشتقة الثانية لتابع الإزاحة (x) بالنسبة للزمن (t)، وذلك عند زمن محدد ، ولبيان ذلك تأمل المثال الآتي:

مثال (٣-٣) Example

جسم يتحرك على المحور السيني حيث تمّ تحديد موقعه بالعلاقة الرياضية:

$$x = 50t + 10t^2$$

حيث تقاس الإزاحة (x) بالأمتار والزمن (t) بالثواني، وذلك بدءاً من الزمن $(t_1 = 0)$، أوجد حسابياً:

١- السرعة المتوسطة للجسم خلال الثواني الثلاثة الأولى.

٢- السرعة الآنية للجسم عند الزمن $t_2 = 3\ s$.

٣- التسارع الآني للجسم عند الزمن $t_2 = 3\ s$.

الحل *Solution*:

١- السرعة المتوسطة تحسب بين الزمنين الابتدائي $t_1 = 0$ والنهائي $t_2 = 3\ s$.

$$\bar{v} = \frac{x(t=3s) - x(t=0)}{\Delta t}$$
$$x(t=3s) = 50(3) + 10(3)^2 = 240(m)$$
$$x(t=0) = 0$$
$$\Delta t = t_2 - t_1 = 3 - 0 = 3(s)$$
$$\bar{v} = \frac{240(m)}{3(s)} = 80(m/s)$$

٢- السرعة الآنية هي عبارة عن:

$$v = \frac{d}{dt}(50t + 10t^2)$$
$$v_{t=3} = 50 + 20t$$
$$v_{t=3} = 50 + 20 \times 3 = 110(m/s)$$

٣- التسارع الآني هو عبارة عن:

$$a = \frac{dv}{dt}$$
$$a = \frac{d}{dt}(50 + 20t)$$
$$a_{t=3} = 20(m/s^2)$$

ملاحظة: نلاحظ من خلال هذا المثال أن التسارع اللحظي هو المشتقة الثانية لتابع الإزاحة بالنسبة للزمن، وهو المشتقة الأولى لتابع السرعة اللحظية بالنسبة للزمن.

٣-٦ قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت Constant Acceleration Motion:

كثيرة هي الحالات الحركية التي يكون فيها التسارع ثابتاً أو قريباً من الثبات، عندها فإن معنى التغير في الزمن يكون موضع تفكير عميق ولا سيما في حالة التسارع الآني، إذ أن العلاقة الرياضية التي تعبّر عنه هي:

$$a = \frac{dv}{dt} = a_o = const.$$

أي أنه المشتقة الأولى للسرعة بالنسبة للزمن، حيث (a_o) هو التسارع عند لحظة بدء الزمن $t = 0$.

وبضرب الوسطين بالطرفين، نجد أن:

$$d\,v = a\,d\,t$$

وبإجراء التكامل للطرفين (تكامل غير محدد) نجد أنَّ:

$$\int dv = \int a\,dt$$
$$v = at + const. \qquad (3\text{-}6)$$

ومن الممكن إيجاد مقدار الثابت *const.* وذلك بالرجوع إلى الشروط الابتدائية للحركة وهي:

$$v = v_o$$
$$t = o$$
$$v_o = a(o) + const$$

وهكذا

$$v_o = const$$

إذاً بعد تعويض مقدار الثابت في المعادلة *(3-5)* فإنها تأخذ الشكل الآتي:

$$v = a\,t + v_o$$

في هذه المعادلة تمثل (v) السرعة النهائية للجسم المتحرك بتسارع ثابت (a) ولذلك سوف نعطيها ومنذ الآن الرمز (v) أما (v_o) فهي السرعة الابتدائية وسنعطيها الرمز (v_o) وبملاحظة أن $(a = a_o)$ تصبح المعادلة *(3-6)* على النحو الآتي:

$$\boxed{v = a\,t + v_o} \qquad \textbf{(3-7)}$$

وهي أول المعادلات للجسم المتحرك على خط مستقيم بتسارع ثابت.

ومعلوم لدينا أيضاً أن:

$$v = \frac{dx}{dt} = at + v_o$$

أي أنَّ:

$$dx = at\,dt + v_o\,dt$$

وبإجراء التكامل -أيضاً- غير المحدد للطرفين نجد أن:

$$\int dx = a\int t dt + v_1\int dt$$
$$x = a\frac{t^2}{2} + v_o\,t + const \qquad (3\text{-}8)$$

ومن الممكن إيجاد مقدار الثابت من الشروط الابتدائية للحركة وهي:

$$t = o$$
$$x = x_o$$

وهكذا نجد أنّ:

$$x_o = a(o) + v_o(o) + const$$

إذاً:

$$x_o = const$$

وهكذا تصبح المعادلة *(3-7)* على النحو الآتي:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_o\,t + x_o$$

في هذه المعادلة تمثل (x) الإزاحة النهائية للجسم المتحرك وسنشير دائماً بالرمز (x) بينما تشير (x_o) إلى الإزاحة الابتدائية وسنشير لها دائماً بالرمز (x_o)، وعليه تصبح المعادلة على الشكل الآتي:

$$\boxed{(x - x_o) = \frac{1}{2}at^2 + v_o\,t} \qquad (3\text{-}9)$$

وبالإمكان دمج المعادلتين *(3-7)* و*(3-9)* مع بعضهما، وذلك على النحو الآتي:

من المعادلة *(3-7)* نجد أن الزمن *(t)* يساوي:

$$t = \frac{v - v_o}{a} \qquad (3\text{-}10)$$

وبالتعويض في المعادلة *(3-9)* نجد أن:

$$\begin{aligned}(x - x_o) &= \frac{1}{2} a \frac{(v - v_o)^2}{a^2} + v_o \frac{(v - v_o)}{a} \\ &= \frac{1}{2} \frac{(v^2 + v_o^2 - 2v\, v_o)}{a} + \frac{v\, v_o - v^2}{a} \\ &= \frac{v^2 + v_o^2 - 2v\, v_o + 2v\, v_o - 2v_o^2}{2a} \\ &= \frac{v^2 - v_o^2}{2a}\end{aligned}$$

$$\boxed{v^2 - v_o^2 = 2a(x - x_o)} \qquad (3\text{-}11)$$

وخلاصة القول: أننا نستطيع وصف حركة الجسم بتسارع ثابت وصفاً كاملاً بالمعادلات الآتية[١]:

معادلات جسم متحرك على خط مستقيم بتسارع ثابت:

$$\left.\begin{aligned} v &= v_o + at \\ (x - x_o) &= \frac{1}{2} at^2 + v_o t \\ (v^2 - v_o^2) &= 2a(x - x_o) \end{aligned}\right\}$$

مثال (٣-٤) Example

بدأ قطار حركته من السكون بتسارع ثابت، وعند زمن معين كانت سرعته *(30 m/s)*، ارتفعت بعد ذلك إلى *(50 m/s)* وذلك بعد أن قطع مسافة قدرها *(160 m)* أوجد حسابياً:

١- تسارع القطار.

٢- الوقت الذي استغرقه القطار حتى أصبحت سرعته *(30 m/s)*.

٣- المسافة التي قطعها القطار من السكون إلى أن أصبحت سرعته *(30 m/s)*.

الحل *Solution*:

١- من المعادلة *(3-11)*

---

[١] يمكننا التعبير عن صافي مقدار الإزاحة $(x - x_o)$ في معادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت بالرمز (d)، أي أنّ: $(x - x_o) = d$.

$$a = \frac{v^2 - v_o^2}{2(x - x_o)}$$

$$= \frac{\left[(50^2) - (30)^2\right]\left(\frac{m}{s}\right)^2}{2(160)m} = 5(m/s^2)$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{(v - v_o)}{a} = \frac{(50 - 30)m/s}{5\,m/s^2}$$

$$= 4(s)$$

٢- الوقت الذي استغرقه القطار حتى أصبحت سرعته *(30 m/s)* هو:

$$t = \frac{v}{a} = \frac{30(m/s)}{5(m/s^2)}$$

$$= 6.5\ (s)$$

$$x - x_o = \frac{1}{2}at^2 + v_o t$$

٣- عند السكون تكون كل من:

$$x_o = 0$$

$$v_o = 0$$

$$x = \frac{1}{2}at^2$$

$$x = \frac{1}{2}(5\,m/s^2)(6.5\,s)^2$$

$$= 90\ (m)$$

٣-٧ قانون نيوتن الأول في الحركة *Newton's First Law*:

في محاولة لبلورة المفاهيم الفيزيائية وتحديد العلاقة بين الأجسام وحالتها الحركية، استطاع نيوتن أن يحدد أول هذه المفاهيم عندما عزل القوة عن الجسم الذي تؤثر عليه، وذلك عندما افترض أن محصلة هذه القوى المؤثرة على الجسم تساوي الصفر، وما دام الأمر كذلك فإن تسارع الجسم يساوي الصفر أيضاً وبناء على هذا الافتراض شخّص نيوتن حالتين اثنتين:

الحالة الأولى: إذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة على جسم ساكن تساوي الصفر فإن الجسم سوف يبقى ساكناً.

الحالة الثانية: إذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة على جسم تساوي الصفر ولكنه في هذه الحالة يتحرك بسرعة ثابتة، فإنه يستمر بحركته وبسرعة ثابتة، ما لم تؤثر عليه قوة خارجية جديدة.

وهذه المفاهيم كان لا بد لها من أن تستقر وتأخذ مكانتها وذلك بأن تنسب إلى نظام إسناد أو جملة إسناد *reference system*، كي تأخذ شكلها العملي المطلوب، كما أن ذلك النظام لا بد أن يكون متجانساً تماماً مع طبيعة هذا القانون الذي أخذ بعد ذلك تسمية نظام القصور الذاتي *inertia law*، أو قانون القصور الذاتي، أو كما تسميه بعض المراجع "قانون العطالة".

إن الحالة الأولى تأتي متوافقة مع ملاحظاتنا اليومية مباشرة ولا صعوبة على الإطلاق في إدراك مفهومها، ولعلنا نتأمل مجموعة من الأجسام الساكنة في المحيط الذي نتواجد فيه بهدف تعميق فهمنا ومطابقة القانون واقعياً.

أما الحالة الثانية فهي الحالة التي تفترض انعدام محصلة القوى التي تعيق حركة الجسم بسرعة ثابتة، وهذا أمر يصعب تحقيقه في سياق الواقع، ولكن القانون يبقى صحيحاً ضمن نصه وفرضياته، كما أن الحالة الأولى لهذا القانون "قانون القصور الذاتي" تشير إشارة مهمة إلى شروط التوازن في علم الحركة *equilibrium conditions*، وذلك بمقتضى أن محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم تساوي صفراً، يعني بالضرورة أن يبقى الجسم ساكناً أي أن:

$$\sum \vec{F} = 0$$

وكذلك فإن كمية التحرك للجسم تساوي:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

حيث أن $(\vec{p})$ تمثل كمية التحرك للجسم *momemtum*، كتلته (m)، و $(\vec{v})$ هي سرعته الثابتة.

٣-٨ قانون نيوتن الثاني في الحركة *Newton's Second Law*:

إذا كانت محصلة القوى الخارجية $(\sum \vec{F})$ المؤثرة على جسم كتلته (m) لا تساوي الصفر، فإنها سوف تكسبه تسارعاً مقداره $(\vec{a})$ يتناسب تناسباً طردياً مع مقدار هذه القوة، ويكون اتجاهه بنفس اتجاهها.

$$\sum \vec{F} \propto \vec{a} \qquad (3\text{-}12)$$

وهذا يعني أنَّ:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = const.$$

إن هذا الثابت هو عبارة عن كتلة الجسم (m)، والكتلة كما نعلم هي كمية قياسية تعتمد على مقدار ما يحتويه الجسم من مادة، وهي التي تمانع القوة الخارجية المؤثرة التي تعمل على تغيير الحالة الحركية للجسم. وهكذا فإن العلاقة الرياضية $(3\text{-}12)$ تصبح على الشكل الآتي:

$$\boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}} \qquad (3\text{-}13)$$

ومن الضروري هنا أن نتأمل جيداً ونعيِّن القوى الخارجية *external forces* المؤثرة على الجسم، مع ضرورة إهمال القوى الداخلية *internal forces*، مثل تلك القوى التي يؤثر بها جزء من الجسم على بقية أجزائه الأخرى، وعكس ذلك.

والعلاقة أو القانون $(3\text{-}13)$ شأنها شأن أي معادلة أخرى يمكننا إعادة صيغتها الرياضية العامة. مستخدمين الأبعاد الفراغية الثلاثة (x, y, z) كي تأخذ الشكل التحليلي الآتي:

$$\left.\begin{aligned} \sum \vec{F}_x &= m\vec{a}_x \\ \sum \vec{F}_y &= m\vec{a}_y \\ \sum \vec{F}_z &= m\vec{a}_z \end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}14)$$

إن هذه المعادلات الثلاث $(3\text{-}14)$ تبيّن لنا كيف تتأثر محصلة القوة المؤثرة على الكتلة (m) بمركبات التسارع الثلاث (a_x, a_y, a_z)، باعتبارها هي الأخرى كميات اتجاهية.

وإذا ما عدنا إلى المعادلة $(3\text{-}13)$ واستخدمنا النظام الدولي للقياس (SI) الذي درسناه في الوحدة الأولى من هذا الكتاب، نجد أن:

$$IN = (1\ kg)(1\ m/s^2)$$

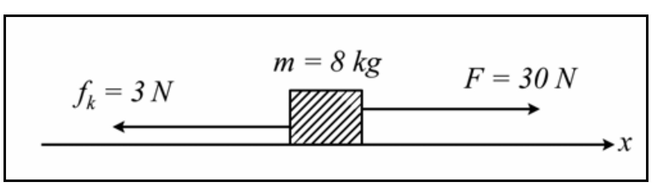
مثال (٣-٥) Example

جسم كتلته $(8\ kg)$ يستقر على سطح أفقي خشن، تَعرض لتأثير قوة خارجية أفقية مقدارها $(30\ N)$، أوجد حسابياً تسارع هذا الجسم إذا علمت أنَّ:

١- يؤثر السطح الخشن على الجسم بقوة احتكاك مقدارها $(3\ N)$.

٢- هل يتغير مقدار التسارع إذا كان السطح أملساً؟ أوجد مقداره حسابياً.

الحل ***Solution***:



الشكل (٣-٢)، مثال (٣-٥)

١- باستخدام قانون نيوتن الثاني وبملاحظة أن كلاً من القوتين (f_k, F) يعمل في اتجاهين متعاكسين وتقعان على الخط الأفقي (x) نجد أنَّ:

$$\sum F_x = F - f_k$$
$$30 - 3 = 8\,(a_x)$$
$$a_x = \frac{27}{8} = 3.375\ (m/s^2)$$

٢- من الواضح أن قوة الاحتكاك في هذه الحالة تساوي الصفر وهذا يعني أنَّ:

$$\sum F_x = ma$$
$$30 = 8\,(a_x)$$
$$a_x = \frac{30}{8} = 3.75\ (m/s^2)$$

مثال (٦-٣)
Example

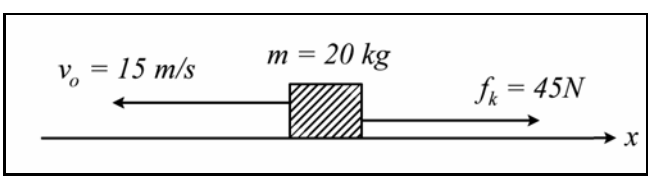
جسم كتلته *(20 kg)* ينزلق بسرعة ابتدائية مقدارها *(15 m/s)* على سطح أفقي خشن، إذا كان هذا الجسم المنزلق يعاني من تأثير قوة احتكاك مقدارها *(45 N)*.

١- كيف تصف حركة هذا الجسم؟ مثّل ذلك بالرسم المناسب.

٢- أوجد حسابياً تسارع الجسم.

٣- أوجد حسابياً الزمن اللازم كي تصبح سرعته النهائية مساوية إلى الصفر.

الحل ***Solution***:



الشكل (٣-٣)، مثال (٦-٣)

١- من الواضح أن الجسم يتحرك نحو اليسار وبسرعة $(v_o = 15\,m/s)$، ولا توجد قوة تدفعه بهذا الاتجاه $(F = 0)$.

٢- باستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أنَّ:

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x$$
$$F - f_k = ma_x$$
$$0 - 45 = 20\ (a_x)$$
$$a = \frac{-45}{20} = -2.25\ (m/s^2)$$

٣- لحساب الزمن اللازم كي تصبح سرعته النهائية مساوية للصفر، نستطيع الاستفادة من تعريف التسارع، حيث إنَّ:

$$a = \frac{v - v_o}{t}$$
$$t = \frac{v - v_o}{a} = \frac{0 - 15}{-2.25} = 6.6\,(s)$$

أي أن الجسم سوف يتوقف بعد مرور $(6.6\ s)$.

مثال (٣-٧)
Example

إلكترون كتلته $(9.1\times10^{-31}\ \ kg)$، يسير بسرعة ابتدائية مقدارها $(v_o = 10^6\ m/s)$ في الاتجاه الأفقي، دخل بين لوحي مكثف حيث أثرت عليه قوة مقدارها $(8\ \times 10^{-17}\ N)$ وفي الاتجاه العمودي، وذلك لفترة مقدارها $(10^{-8}\ s)$. أوجد حسابياً سرعته عندما يخرج من المكثف الكهربائي.

الحل *Solution*:

هذا المثال يجمع بين قانون نيوتن الثاني، وقانون الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت، ومن الواضح أن التسارع في الاتجاه العمودي باتجاه تأثير القوة، إذاً:

$$v = v_o + at$$

وبما أنه يسير بسرعة ثابتة على المحور الأفقي فإن تسارعه بهذا الاتجاه يساوي الصفر

$$a_x = 0$$
$$v_{oy} = 0$$

وبتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$\sum F_y = m_e a_y$$
$$F_y = m_e a_y$$
$$a_y = \frac{F_y}{m_e}$$
$$v_y = v_{oy} + \left(\frac{F_y}{m_e}\right)t$$
$$= 0 + \left(\frac{8\times 10^{-17}}{9.1\times 10^{-31}}\right)\times 10^{-8}$$
$$= 8.79\times 10^{5}\,(m/s)$$

٣-٩ الوزن *Weight*:

يعتبر الوزن *weight* من التطبيقات الهامة والمباشرة لقانون نيوتن الثاني في صيغته المعروفة ($\vec{F} = m\vec{a}$)، وذلك عندما نعتبر أن تسارعَ الجاذبية الأرضية ثابت، والوزن لجسم ما هو القوة التي تشده أو تسحبه في كل الظروف نحو مركز الأرض، وهذه القوة يمكن حسابها بواسطة قانون نيوتن للجذب العام، وذلك للتأكيد على أن سببها هو الشد الأرضي *gravetational attraction* بين كتلة الأرض وكتلة الجسم، أما مقدار وزن الجسم فنعبّر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\vec{W} = m\vec{g} \qquad (3\text{-}15)$$

وهذا الوصف ينطبق على كل جسم موجود داخل مجال تأثير الجاذبية الأرضية حيث تعبّر *(m)* عن كتلة الجسم، و($\vec{g}$) عن تسارع الجاذبية الأرضية، ويُلاحظ من خلال المقارنة بين هذه العلاقة وقانون نيوتن الثاني، أن ($\vec{g}$) قد حلت بدلاً من ($\vec{a}$) وهو التسارع الناشئ عن القوة بصفة عامة.

ومن المناسب جداً إعادة صياغة العلاقة *(3-15)* باستخدام متجه الوحدة للمحور العمودي *(y)* الموازي لمحور تأثير الأرض والمتجه نحو مركزها ($\hat{j}$) على النحو الآتي:

$$\boxed{\vec{W} = -m\vec{g}\hat{j}} \qquad (3\text{-}16)$$

وواضحٌ أن الإشارة السالبة تدل على أن متجه الوزن يكون دائماً في المنطقة السالبة من المحور الصادي *(y-axis)*، وهو باتجاه مركز الأرض.

ولقد أثبتت الدراسات التجريبية الحقائق الآتية:

١- يتناسب وزن الجسم تناسباً طردياً مع كتلته.

٢- أن ثابت التناسب هو عبارة عن (g)، أي تسارع الجاذبية الأرضية.

وتأسيساً على ذلك فإنه يتوجب علينا الإشارة إلى نوعين من الكتلة هما:

أ- الكتلة القصورية للجسم *inertia mass*: وهي عبارة عن ثابت التناسب بين محصلة القوى المؤثرة في الجسم والتسارع الذي يكتسبه نتيجة لذلك، وفقاً لقانون نيوتن الثاني في الحركة، أي أن:

$$m_{inertia} = \frac{\sum F}{a} \qquad (3\text{-}17)$$

ب- كتلة الجذب للجسم *attraction mass*: وهي عبارة عن مقياس لمقدار استجابة الجسم لقوة الجاذبية الأرضية. ولتبسيط المسألة، افرض أن لدينا جسمين وزناهما متساويان $(\vec{W}_1, \vec{W}_2)$، فهذا يقتضي بالضرورة أن كتلتي الجاذبية لهما متساويتان (m_{1g}, m_{2g}).

وهذا يؤدي إلى أن:

$$\frac{m_{1g}}{m_{2g}} = \frac{\vec{W}_1}{\vec{W}_2} \qquad (3\text{-}18)$$

وبما أن الجسم خاضع لتأثير قوة الوزن، فإن ذلك سيؤدي إلى وجود تسارع بسبب هذا التأثير نطلق عليه تسارع الجاذبية الأرضية *gravitational acceleration* أو تسارع السقوط الحر *free falling acceleration* وهو ما نرمز له عادة بالحرف (g). وباستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$\left.\begin{aligned} \vec{W}_1 &= (m_1)(g) \\ \vec{W}_2 &= (m_2)(g) \end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}19)$$

وبتعويض المعادلات $(3\text{-}19)$ في المعادلة $(3\text{-}18)$ نجد أن:

$$\frac{m_{1g}}{m_{2g}} = \frac{m_1}{m_2} = const.$$

وبصورة عامة نجد أن:

$$m \propto m_g$$

ومعنى ذلك أن الكتلة القصورية للجسم تتناسب طردياً مع كتلة الجاذبية له وفي حال استخدام الكيلوغرام كوحدة لقياس الكتلتين فإننا نجد:

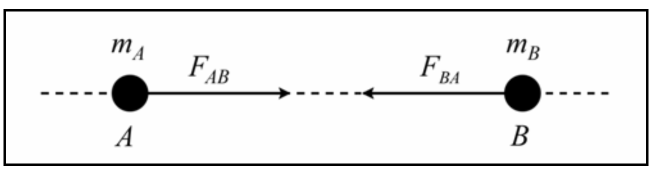
$$\frac{m}{m_g} = 1 \quad , \qquad m = m_g$$

أي أنهما متساويتان.

٣-١٠ قانون نيوتن الثالث *Newton's Third Law*:

من الممكن دائماً أن نتذكر المفهوم العام لقانون نيوتن الثالث، وذلك إذا ما تذكرنا المثال البسيط والذي يمكن أن يكون قد مر بأي واحد منا عند الطرق على مسمار بقوة باستخدام المطرقة، والفكرة هنا هي: أن القوة التي تؤثر بها المطرقة على المسمار تقابلها قوة تأثير المسمار على المطرقة، وهما قوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه. ولبيان المفهوم العام لقانون نيوتن الثالث، انظر الشكل (٣-٤)، افرض أن الجسم (A) يؤثر بقوة $(\vec{F}_{AB})$ على الجسم (B)، لقد دلت التجارب على أن الجسم (B) يؤثر بقوة $(\vec{F}_{BA})$ على الجسم (A) وهاتان القوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه، وهذا ما يمكن التعبير عنه بالعلاقة الرياضية الآتية:

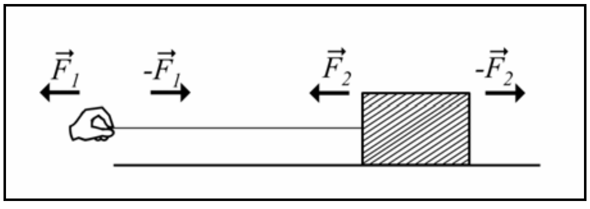
$$\boxed{\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}} \qquad (3\text{-}20)$$



الشكل (٣-٤) ويبين قانون نيوتن الثالث

وبصفة عامة يمكن إعادة صياغة قانون نيوتن الثالث على النحو الآتي:

لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتجاه. ومن المهم جداً التأكيد على أن هذا القانون ممكن التطبيق فقط في إطار القصور الذاتي *intertial frames* أو بعبارة أخرى فإنه يفسر تأثير القوى الحقيقية التي ترافقها ردود فعل واضحة وأساسية. أن القوة الأولى هي ما تعرف بقوة الفعل *action*، أما القوة الثانية فهي ما تعرف بقوة رد الفعل *reaction*. ولا بد من التأكيد على أن القوى في الطبيعة توجد على شكل أزواج متساوية في المقدار ومتعاكسة في الاتجاه، ولا وجود للقوة المفردة، والقوتان تمتلكان الطبيعة والخصائص نفسها، انظر الشكل (٣-٥).



الشكل (٣-٥) قانون نيوتن الثالث وتظهر فيه أزواج القوى $(F_1,-F_1)$ و $(F_2,-F_2)$

ومن الأمثلة على قانون نيوتن الثالث:

أ- إذا تأملنا القوة التي يؤثر بها جسم موجود على سطح الأرض على الأرض نفسها، نجد أن قوة تأثير الجسم ($\vec{W}$) باتجاه مركز الأرض، تقابلها الأرض بقوة رد فعل ($\vec{N}$) تتجه من مركز الأرض نحو الجسم.

ب- قوى الجذب المتبادلة بين الأجرام السماوية فالشمس تجذب الأرض نحوها بقوة الفعل ($\vec{F}$) والأرض تجذب الشمس نحوها بقوة رد الفعل ($\vec{N}$).

ت- النواة تجذب الإلكترون نحوها أيضاً بقوة فعل ($\vec{F}$) والإلكترون يجذب النواة نحوه بقوة رد فعل ($\vec{N}$).

٣-١١ الاحتكاك *Friction*:

عندما تعمل قوة ما ولتكن ($\vec{F}$) على سحب جسم موجود على سطح جسم ما، فإن قوة مماسية تنشأ بين الجسم والسطح الموجود عليه تعرقل وتعيق حركة الجسم الأول على الجسم الثاني نتيجة لتشابك النتوءات المجهرية للجسمين ببعضهما ، وهذا ما يمكن التعبير عنه بقوة معيقة للحركة أثّر بها الجسم الثاني (السطح) على الجسم الأول (الجسم المتحرك) والتي نسميها قوة الاحتكاك *friction force*، أن أقل قيمة لهذه القوة تساوي الصفر ثم تبدأ بالازدياد التدريجي إلى أن تصل إلى قيمتها القصوى وذلك عندما يكون الجسم على وشك الانزلاق.

إن هذه القوة تأخذ تسميتين مختلفتين بحسب الحالة الحركية للجسم الخاضع لتأثير القوة الخارجية، وسنتداول حالتين مختلفتين معروفتين لسطح الجسم الذي يحصل عليه الاحتكاك.

١- الاحتكاك على سطح أفقي.

٢- الاحتكاك على سطح مائل.

٣-١١-١ الاحتكاك على سطح أفقي:

وبهدف توضيح هذا الأمر واستبعاد مواطن اللبس فيه، سنناقش حالتين مختلفتين لمفهوم قوة الاحتكاك:

أ- قوة الاحتكاك الساكن *static frictional force*:

إذا كان الجسم المراد تحريكه ساكناً على الرغم من تأثير القوة الخارجية ($\vec{F}$) عليه، فإن قوة الاحتكاك في هذه الحالة تسمى قوة الاحتكاك الساكن *static frictional force* واختصاراً (f_s) وذلك كدليل على بقاء الجسم ساكناً، ومن المناسب ذكره هنا أن (f_s) تعتمد على القوة العمودية ($\vec{N}$) التي يؤثر بها السطح على الجسم المنزلق، وهي قوة رد الفعل.

ب- قوة الاحتكاك الحركي *kinetic frictional force*:

إذا تحرك الجسم بعد خضوعه لتأثير القوة الخارجية ($\vec{F}$) عليه، فإن قوة الاحتكاك في هذه الحالة تسمى قوة الاحتكاك الحركي *kinetic frictional force* واختصاراً (f_k)، وذلك كدليل على تحرك الجسم.

ومن المهم جداً أن نُذكّر في هذا المقام ببعض خصائص قوى الاحتكاك:

١- إذا لم يتحرك الجسم تحت تأثير القوة الخارجية ($\vec{F}$) فهذا يعني من الناحية العملية أن:

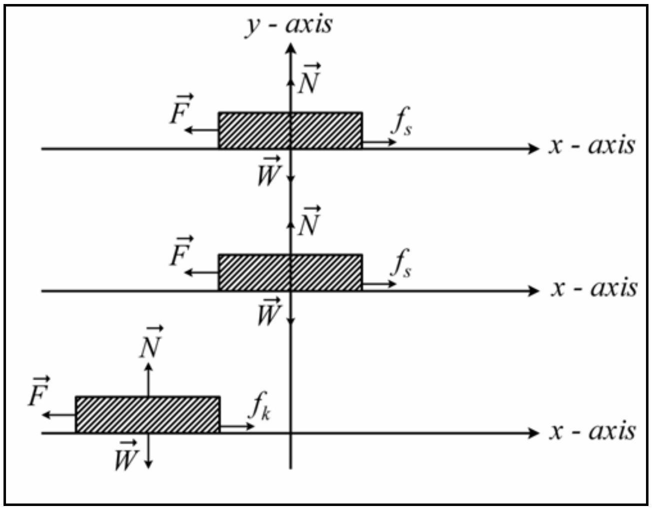
$$\vec{F} \le \vec{f}_s \qquad (3\text{-}21)$$

والقوتان ($\vec{F}$) و ($\vec{f}_s$) موازيتان تماماً لمحور الحركة، والقوة ($\vec{f}_s$) معاكسة في الاتجاه للقوة ($\vec{F}$)، وهي كما تلاحظ من الشكل (٣-٦) مماسة للسطح.

٢- تصل قوة الاحتكاك الساكن ($\vec{f}_s$) إلى أقصى قيمة لها ($f_{s\ max}$) وذلك قبل لحظة بدء حركة الجسم مباشرة ويعبّر عنها رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$\boxed{\vec{f}_{s\,max} = \mu_s \vec{N}} \qquad (3\text{-}22)$$

حيث ($\vec{N}$) هي عبارة عن قوة رد فعل الوزن ($\vec{W}$)، و (μ_s) هو معامل الاحتكاك الساكن *coefficient of static friction*.



الشكل (٣-٦) يبين الاحتكاك، وقوى الاحتكاك f_s وf_k على سطح أفقي

٣- إذا بدأ الجسم بالحركة على مستوى السطح، فإن مقدار قوة الاحتكاك يتناقص إلى القيمة ($\vec{f}_s$) حيث تُعرّف هذه القوة بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\boxed{\vec{f}_k = \mu_k \vec{N}} \qquad (3\text{-}23)$$

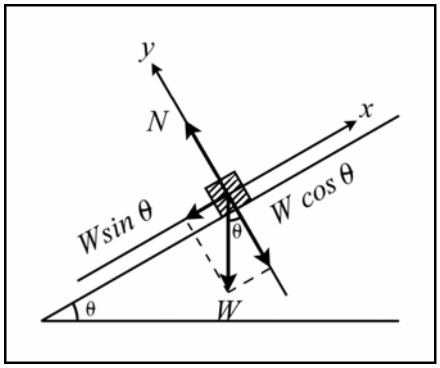
لاحظ هنا أن (μ_k) هو معامل الاحتكاك الحركي *coefficient of kinetic friction*.

٣-١١-٢ الاحتكاك على مستوٍ مائل:

سندرس هذا النوع من الحركة دراسة متأنية وذلك بهدف التفريق بين حالتين، في الحالة الأولى تكون قوة الاحتكاك مساوية إلى الصفر؛ أي أنها لا تؤثر في حركة الجسم، بينما تكون في الثانية أكبر من الصفر أي أنها ذات قيمة مؤثرة في حركة الجسم.

أ- الحركة على المستوى المائل (بدون احتكاك) *Nonfrictional incline surface motion*:

تأمل الشكل (٣-٧).



الشكل (٣-٧)

نلاحظ من الشكل أن الجسم ذو الكتلة (m) والوزن (W)، موجود على سطح أملس تماماً، مائل على الأفق بزاوية (θ)، وبهدف تحليل وزن الجسم استخدمنا محورين متعامدين $(x,\ \ y)$ مركزهما، عند مركز ثقل الجسم، والآن نلاحظ أن القوى المؤثرة على الجسم المتحرك هي:

١- وزن الجسم: $(\vec{W} = mg)$

حيث (g) هي تسارع الجاذبية الأرضية، ونلاحظ أن متجه الوزن يشير رأسياً إلى أسفل.

٢- قوة تأثير الجسم عمودياً في المستوى $(\vec{N})$.

ونلاحظ أن القوتان $(\vec{W})$ و$(\vec{N})$ ليستا متوازنتين، ولهذا يبدأ الجسم بالانزلاق.

نقوم الآن بتحليل الوزن إلى مركبتيه العمودية والأفقية فنجد أنّ:

المركبة الموازية للمستوى وهي: $W_x = W \sin\ \theta$

المركبة العمودية على المستوى وهي: $W_y = W \cos\ \theta$

ونلاحظ بسهولة أن القوتين (N) و(W_y) متساويتان في المقدار ومتعاكستان بالاتجاه، أي أن محصلة هاتين القوتين تساوي الصفر:

$$W_y + N = 0$$

أما القوة (W_x) فهي القوة المحركة للجسم والتي ستكسبه تسارعاً نستطيع إيجاده من قانون نيوتن الثاني، أي أنَّ:

$$W_x = mg \sin(\theta) = ma$$

$$a = g \sin\ \theta \qquad (3\text{-}24)$$

ونلاحظ في هذه الحالة ومن خلال العلاقة الرياضية *(3-18)* أن تسارع الجسم المتحرك على المستوي المائل بدون احتكاك لا يعتمد على كتلة الجسم.

مثال (٨-٣)
Example

إذا كانت كتلة الجسم المتحرك على سطح مائل وبدون احتكاك والمبيّن في الشكل (٧-٣) تساوي *(20 kg)*، وزاوية الميل تساوي *(45°)*.

أوجد حسابياً تسارع الجسم، معتبراً أن مقدار تسارع الجاذبية الأرضية $(g = 9.8\ m/s^2)$

الحل ***Solution***:

باستخدام العلاقة الرياضية *(3-24)* نجد أن:

$$\theta = 45°$$

$$a = g \sin \theta$$

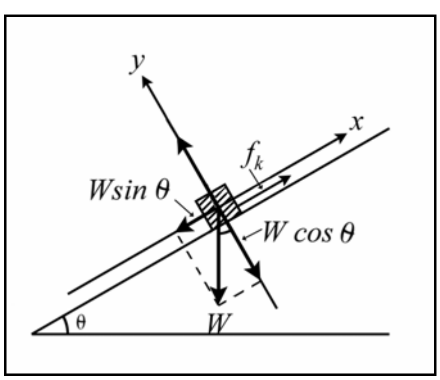
$$= (9.8) \sin (45°) = 6.93\ (m/s^2)$$

ونلاحظ مجدداً أنه لا تأثير لكتلة الجسم على تسارعه.

سؤال: متى يتساوى تسارع الجسم المنزلق مع تسارع الجاذبية الأرضية؟ وضِّح ذلك مستعيناً بالعلاقة الرياضية *(3-24)*.

ب- الحركة على المستوي المائل (بوجود الاحتكاك) *Frictional incline surface motion*:

تأمل الشكل (٨-٣)



الشكل (٨-٣)

نلاحظ من الشكل أن الجسم ذو الكتلة (m) والوزن $(\vec{W})$ موجود على سطح خشن، مائل على الأفق بزاوية (θ)، ومثلما فعلنا في حالة السطح الأملس عديم الاحتكاك، نستخدم محورين متعامدين (x,y) مركزهما عند مركز ثقل الجسم، والآن نجد أن القوى المؤثرة على الجسم المتحرك هي:

١- وزن الجسم: $(\vec{W} = mg)$.

حيث (g) ترمز إلى تسارع الجاذبية الأرضية، ونلاحظ أيضاً أن متجه الوزن يشير رأسياً إلى الأسفل.

٢- قوة تأثير الجسم عمودياً في المستوي $(\vec{N})$.

ونلاحظ هنا كما في الحالة الأولى أن القوتين $(\vec{W})$ و$(\vec{N})$ ليستا متوازنتين ولهذا يبدأ الجسم بالانزلاق، وكما فعلنا في الحالة الأولى نحلل الوزن إلى مركبتيه العمودية والأفقية.

$$W_x = W \sin \theta$$
$$W_y = W \cos \theta$$

والقوتان $(\vec{N})$ و$(\vec{W}_y)$ محصلتهما أيضاً تساوي الصفر كما في الحالة الأولى، ولكن القوة (W_x) تعاكسها قوة الاحتكاك الحركي (f_k) ولهذا نجد أن محصلة القوى التي ستُكسب الجسم تسارعاً، يمكننا إيجاده من قانون نيوتن الثاني، تكون على النحو الآتي:

$$\sum F_x = W_x - f_k = ma$$
$$mg \sin\theta - f_k = ma$$

$$a = \frac{mg \sin\theta - f_k}{m} \qquad (3\text{-}25)$$

مثال (٩-٣)
Example

إذا كانت كتلة الجسم المتحرك على السطح الخشن المائل المبيّن في الشكل (٨-٣) تساوي $(12\ kg)$، ومقدار قوة الاحتكاك تساوي $(20\ N)$، أوجد حسابياً مقدار تسارع الجسم وذلك إذا كانت زاوية ميل المستوي تساوي $(30°)$، وتسارع الجاذبية الأرضية يساوي $(9.8\ m/s^2)$.

الحل **Solution**:

باستخدام العلاقة الرياضية *(3-25)* نجد أنّ:

$$\theta = 30°$$

$$m = 12\ kg$$

$$f_k = 20\ N$$

$$g = 9.8\ (m/s^2)$$

$$a = \frac{(12)(9.8)\sin(30) - 20}{12}$$

$$= 3.2\ (m/s^2)$$

سؤال: هل يمكن أن يتساوى تسارع الجسم مع تسارع الجاذبية الأرضية؟ وضِّح ذلك مستعيناً بالعلاقة *(3-25)*.

الخلاصة
Summary

- قانون نيوتن الأول: أن أهمية هذا القانون تكمن في استخدامه لتعريف القوة، إذ أنها كل مؤثر خارجي يغيِّر أو يعمل على تغيير الحالة الحركية للجسم مقداراً أو اتجاهاً أو مقداراً واتجاهاً في الوقت ذاته. وهو ما يعرف بقانون القصور الذاتي، أي أن الجسم من الناحية الفيزيائية يفتقر إلى القدرة على تغيير حالته الحركية وانعدام محصلة القوى المؤثرة في الجسم يؤدي إلى أنَّ:

$$\Delta\vec{v} = 0$$

وهذا يعني أن الجسم إما أن يبقى ساكناً، أو متحركاً بسرعة ثابتة.

- قانون نيوتن الثاني: أن أهمية هذا القانون تكمن في أن محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم ذي الكتلة (m) لا تساوي الصفر، وستؤدي إلى إكسابه تسارعاً يتناسب مقداره تناسباً طردياً مع مقدار هذه المحصلة من القوى، ويكون اتجاهه في اتجاهها نفسه، أي أنَّ:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

ومن الممكن أن يكون هذا التسارع موجباً أو سالباً، وفقاً لطبيعة الحركة.

- قانون نيوتن الثالث: وينص قانون نيوتن الثالث على: "لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتجاه".

ومن المعاني الكبيرة لهذا القانون، أن القوى توجد في الطبيعة على شكل أزواج متساوية في المقدار ومتضادة في الاتجاه وذات طبيعة واحدة، تنشأ نتيجة لتأثير الأجسام على بعضها بصرف النظر عن حالتها الحركية، أي أنَّه يحتاج إلى جسمين أو أكثر، على خلاف قانون نيوتن الأول والثاني.

- الكتلة القصورية للجسم: هي ثابت التناسب بين محصلة القوى المؤثرة فيه والتسارع الذي يكتسبه نتيجة لهذا التأثير.

$$m = \frac{F}{a}$$

- كتلة الجذب للجسم: هي مقياس لمقدار استجابة الجسم لقوة الجاذبية الأرضية، فلو افترضنا أن لدينا جسمان متساويان وزناهما (W_1, W_2) فإن كتلتي الجاذبية لهما (m_{1g}, m_{2g}) حيث إنّ:

$$\frac{m_{1g}}{m_{2g}} = \frac{W_1}{W_2}$$

- قوة الاحتكاك: هي القوة التي تنشأ بين الجسم والسطح الموجود عليه، وهي قوة مماسية اتجاهها بعكس اتجاه حركة الانزلاق، تنشأ بسبب تداخل النتواءات بين السطحين المنزلقين على بعضهما. ويزداد مقدارها تدريجياً إلى أن تصل إلى أقصى مقدار لها، وذلك عندما يكون الجسم على وشك الانزلاق وفقاً للمعادلة:

$$F \le f_s \qquad , \qquad \vec{f}_{s\,max} = \mu_s \vec{N}$$

حيث (μ_s) هو معامل الاحتكاك الساكن، وتسمى في هذه الحالة قوة الاحتكاك الساكن، أما بعد أن يتحرك الجسم فتأخذ اسم قوة الاحتكاك الحركي (f_k)، وهي بالتعريف:

$$\vec{f}_k = \mu_k \vec{N}$$

حيث (μ_k) هو معامل الاحتكاك الحركي.

- قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت $(\vec{a})$:

$$\left.\begin{aligned} v &= v_o + at \\ (x - x_o) &= \frac{1}{2}at^2 + v_o t \\ (v^2 - v_o^2) &= 2a(x - x_o) \end{aligned}\right\}$$

حيث إنَّ:

v_o: السرعة الابتدائية.	v: السرعة النهائية.
x_o: الإزاحة الابتدائية.	x: الإزاحة النهائية.
t: زمن الحركة.	a: تسارع الحركة.

أي أننا نستطيع دراسة حركة الجسم على خط مستقيم بتسارع ثابت من خلال معرفة الكميات الفيزيائية المذكورة أعلاه في صيغة القوانين الرياضية التي تصف حركته.

الامتحانات الذاتية

Self Test Exams

ولغرض التدريب العملي على اختبار المتدرب لنفسه، والتأكد من جدارته في المقدرة الفعلية على فهم واستيعاب قوانين الحركة على خط مستقيم وقوانين نيوتن في الحركة، تم تخصيص امتحانين ذاتيين.

الامتحان الذاتي الأول:

لاعب بيسبول كتلته $(97\ kg)$ ينزلق إلى مكان جديد يعيق حركته قوة احتكاك مقدارها $(470\ \ N)$. أوجد حسابياً مقدار معامل الاحتكاك الحركي بين اللاعب والأرض، انظر الصفحة ١٩٤.

الامتحان الذاتي الثاني:

انزلق الجسم المطاطي للعبة الهوكي على الجليد مسافة قدرها $(15\ m)$، قبل أن يتوقف.

١- إذا كانت السرعة الابتدائية للجسم المطاطي $(6\ m/s)$، وكتلته تساوي $(110\ g)$، أوجد حسابياً مقدار قوة الاحتكاك بينها وبين الجليد خلال عملية التزلج، انظر الصفحة ١٩٤ .

٢- أوجد حسابياً مقدار معامل الاحتكاك بين الكتلة المطاطية للهوكي والجليد.

ملاحظة: نتمنى من أبنائنا الطلبة المحاولة الجادة في حل مسائل الامتحان الذاتي على ورقة خارجية، ثم إجراء المقارنة بين ما توصلوا إليه مع الحل النموذجي المرفق آخر الكتاب في الملحق (د).

مسائل وتمارين الوحدة الثالثة

Unit Three Exercises & Problems

٣-١ تحركت سيارة بسرعة ابتدائية مقدارها $(v_o = 30\,m/s)$ ، واستغرقت زمناً قدره *(20 s)* لتصل إلى سرعتها النهائية $(v = 40\,m/s)$ أوجد حسابياً التسارع الذي تتحرك به السيارة على افتراض أن التغير في السرعة كان منتظماً.

٣-٢ يتحرك قطار بسرعة مقدارها *(40 m/s)*، فعمد السائق إلى استخدام المكابح لتخفيف سرعة القطار فتباطأت حركته بمقدار $(-2\ m/s^2)$. أوجد حسابياً :

أ- مقدار الزمن الذي يستغرقه القطار حتى يتوقف تماماً.

ب- مقدار المسافة التي يقطعها القطار منذ بدأ استخدام المكابح حتى يتوقف.

٣-٣ عجلة بخارية تبلغ كتلتها *(80 kg)*، قام السائق بزيادة سرعتها من الصفر إلى *(6 km/h)*، أوجد حسابياً :

أ- مقدار تسارع الدراجة البخارية.

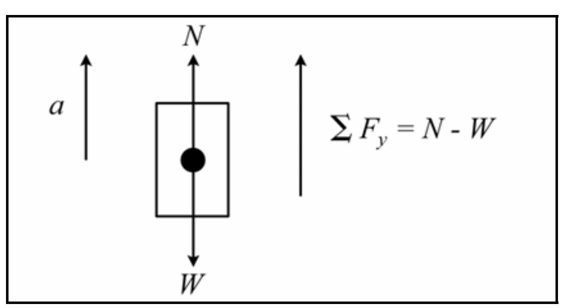
ب- مقدار القوة المؤثرة عليها خلال زمن قدره *(4 s)*.

٣-٤ رجل كتلته *(100 kg)*، انظر الشكل (٩-٣)، يقف عمودياً على أرضية مصعد، حيث يبلغ تسارع الجاذبية الأرضية $(g = 9.8\ m/s^2)$. أوجد حسابياً القوة التي تؤثر بها أرضية المصعد في الرجل وذلك:

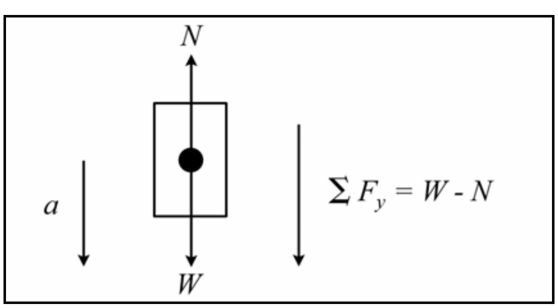
أ- إذا تحرك المصعد إلى الأعلى بتسارع مقداره $(3\ m/s^2)$، الشكل (٩-٣ أ).

ب- إذا تحرك المصعد بسرعة ثابتة مقدارها *(3 m/s)*.

جـ- إذا تحرك المصعد إلى الأسفل بتسارع مقداره $(3\ m/s^2)$، الشكل (٩-٣ ب).



الشكل (٩-٣ أ)



الشكل (٩-٣ ب)

٣-٥ صندوق كتلته $(16\ kg)$ يستقر على سطح مستوى أفقي خشن، أثرت فيه قوة أفقية مقدارها $(40\ N)$، فأدت إلى تحريكه من السكون وبتسارع مقداره $(4\ m/s^2)$.

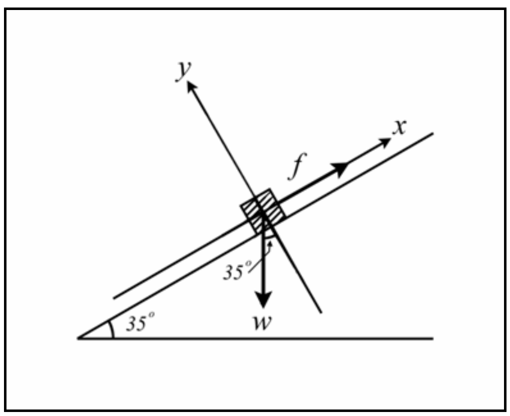
أ- أي من قوانين نيوتن الثلاثة في الحركة يفسّر هذه المسألة؟ اذكره، ثم اذكر نصه.

ب- أوجد حسابياً مقدار قوة الاحتكاك التي تعيق حركة الصندوق.

٣-٦ جسم كتلته $(15\ kg)$ موجود على سطح مستوٍ خشن، يميل على الأفق بزاوية قدرها $(35°)$ انظر الشكل (٣-١٠)، يبلغ مقدار قوة الاحتكاك التي تعيق حركته $(50\ N)$، أوجد حسابياً.

أ- مقدار أقل قوة تكفي لتحريك الجسم.

ب- هل سيتحرك الجسم بدون تأثير قوة خارجية عليه أم لا؟ وضِّح إجابتك. وذلك بتحديد قوة الاحتكاك هل هي (f_s أم f_k).



الشكل (٣-١٠)، المسألة (٣-٦)

٣-٧ إذا كانت العلاقة بين موقع جسم متحرك على خط مستقيم (x) والزمن الذي يستغرقه للحركة (t) هي:

$$x = 2 + 10t + t^2$$

حيث تقاس (x) بالأمتار، و(tx) بالثواني، أوجد حسابياً:

١- مقدار الإزاحة (Δt) بين الفترتين $(t_2 = 3s)$ و $(t_1 = 1s)$.

٢- مقدار السرعة المتوسطة بين الفترتين $(t_2 = 3s)$ ، $(t_1 = 1s)$.

٣- مقدار التسارع المتوسط بين الفترتين $(t_2 = 3s)$ ، $(t_1 = 1s)$.

٤- مقدار السرعة اللحظية عند الزمن $(t = 2s)$.

٥- مقدار التسارع اللحظي عند الزمن $(t = 2s)$.

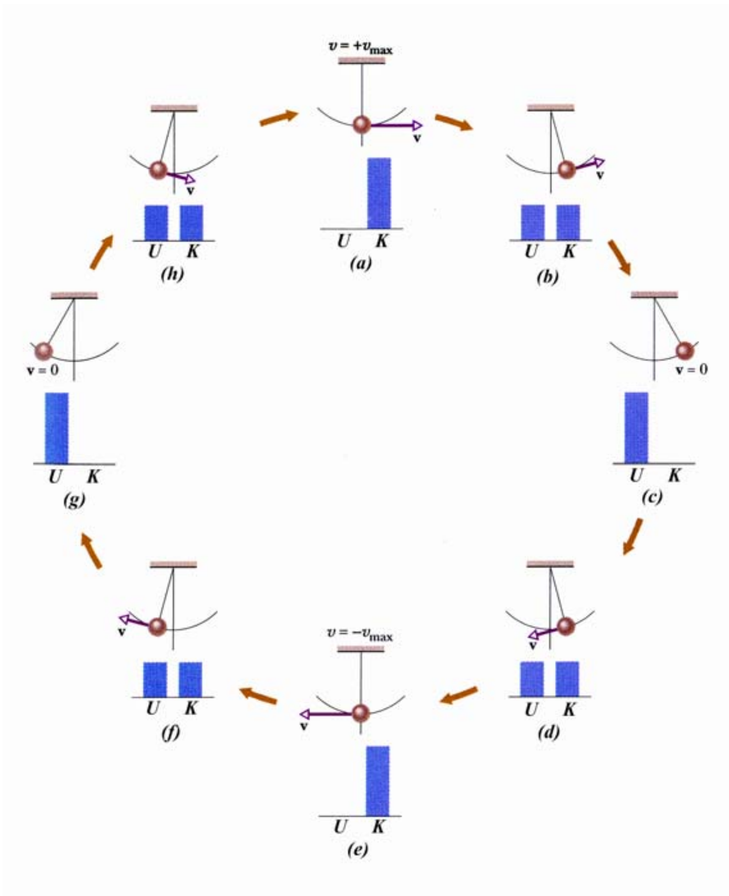
المملكـة العربيــة السـعودية

المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الفيزياء النظرية التخصصية

الشـــغل والطـاقـة



الـشغل والـطـاقـة

٤

٤-١ المقدمة *Introduction*:

مما لا شك فيه أن استخدام قوانين الحركة التي درسناها في الوحدة الثالثة يعتبر وسيلة فعالة لدراسة وتحليل المسائل الميكانيكية، إلا أن مبدأ حفظ الطاقة *conservation of energy* هو الآخر يقدم لنا طريقة ثانية لبلوغ الغايات نفسها، لكنه ليس بديلاً عن قوانين الحركة، ومضمون هذا المبدأ أن الطاقة لا تفنى ولا تُستحدَثُ من العدم *energy neither be created nor destroyed*، ولكن يمكن أن تتحول من شكل إلى آخر، حيث يبقى المجموع الكلي لجميع أشكال الطاقة ثابتاً.

ومن الناحية العلمية عندما نتحدث عن الطاقة فإننا نبحث دائماً عن مفهوم علاقة القوة بالإزاحة التي يظهر تأثير القوة خلالها، وهو مفهوم عام، سواء بالنسبة للطاقة الحركية أو الطاقة الكامنة.

وبهدف دراسة العلاقة بين الشغل والطاقة الميكانيكية وتسهيلاً على الطالب، سوف ندرس في هذه الوحدة العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية من جهة والشغل والطاقة الكامنة من جهة أخرى، كلٌ على انفراد، وفي كلا الحالتين يبقى القانون الثاني لنيوتن في الحركة محافظاً على دوره الرئيس في هذه المسألة المهمة.

وفي نهاية هذه الوحدة سوف نتناول موضوع حفظ كمية التحرك *conservation of momentum* باعتباره يربط بين القوة والزمن وتمييزاً عن حفظ الطاقة الميكانيكية التي تربط بين القوة والإزاحة.

وبعد أن يكمل المتدرب دراسة هذه الوحدة، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلالها، ويقوم بنفسه بحل أسئلة الامتحان الذاتي الموجودة في نهايتها، ويقارن حلوله مع الحلول النموذجية المرفقة في الملحق (د)، بعد ذلك كله نتوقع أن يكون المتدرب قادراً على:

١- أن يوضِّح علاقة الشغل المنجز بالطاقة.

٢- أن يفسِّر معنى الشغل المنجز فيزيائياً، ويتعلم حساب الشغل بدلالة القوة والإزاحة، وذلك في حال ثبوت القوة.

٣- أن يتمكَّن من تحديد الطاقة الحركية لجسم متحرك بدلالة كتلته وسرعته.

٤- أن يتمكَّن من تحديد الطاقة الكامنة لجسم في مجال تأثير الجاذبية الأرضية.

٥- أن يميِّز بين مفهومي القدرة والطاقة.

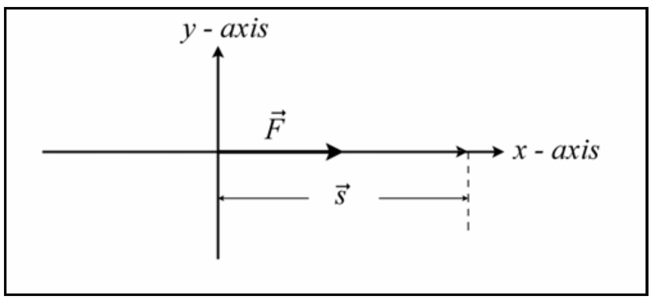
٦- أن يشرح مفهوم حفظ الطاقة الميكانيكية.

٧- أن يستخدمَ العلاقة بين كل من قانون نيوتن الثاني والحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت، وأن يفسِّر كلاً من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة على أساس هذه العلاقة.

٨- أن يكون قادراً على التمييز بين حفظ الطاقة وحفظ كمية التحرك.

٤-٢ الشغل *Work* :

إذا أثـرت قـوة خارجيـة مقـدارهـا $(\vec{F})$ علـى جسـيم كـتلتـه (m)، خـلال انتقالـه إزاحـة مقـدارهـا $(\vec{s})$ فإننا نقول: أن القوة قد أنجزت شغلاً، ولكننا نحتاج إلى تحديد طبيعة العلاقة الرياضية بين كل من $(\vec{F})$ و $(\vec{s})$ باعتبارهما كميتين اتجاهيتين، فعلى سبيل المثال عندما تكون الزاوية بين هاتين الكميتين مساوية للصفر، فهذا يعني أن خط عمل القوة ومتجه الإزاحة منطبقان على بعضهما وهي الحالة الأكثر تداولاً في المراحل الدراسية الأولية، ولتبسيط المسألة افرض أنهما يقعان على المحور السيني الموجب، تأمل الشكل (٤-١).

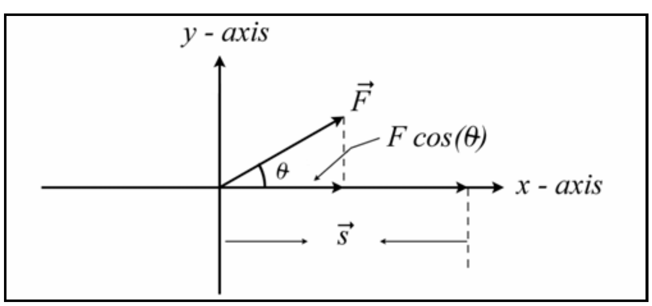


الشكل (٤-١) يوضح العلاقة بين متجه القوة ومتجه الإزاحة

إن الشغل المنجز بواسطة القوة خلال الإزاحة (s) هو:

$$\vec{W} = \vec{F}.\vec{s}$$
$$\vec{W} = F\ s\ cos(\theta) \qquad (4\text{-}1)$$
$$\vec{W} = F\ s$$

وذلك لأن الزاوية بينهما تساوي صفراً، ومعلوم أن $cos\ (0)$ يساوي الواحد، ولكن الحالة العامة تتطلب منا توضيح العلاقة بين كلٍ من $(\vec{F})$ و $(\vec{s})$ ولتحقيق ذلك، تأمل الشكل (٤-٢)



الشكل (٤-٢) يوضح العلاقة العامة بين المتجهين $(\vec{F})$ و $(\vec{s})$

من خلال ملاحظتنا للمقدار $F\cos(\theta)$ نجد أن المركبة الأفقية للقوة $(\vec{F}_x)$ هي المسؤولة عن إنجاز الشغل، وعليه فإن العلاقة الرياضية (4-1) تأخذ الشكل الآتي:

$$\boxed{\vec{W} = Fs\cos(\theta) = sF\cos(\theta)} \qquad (4\text{-}2)$$

ومن الضروري أن نفهم هنا بأن القوة $(\vec{F})$ ثابتة وليست متغيرة، على طول الإزاحة $(\vec{s})$. أن وحدة قياس الشغل في النظام الدولي *(SI)* هي الجول *Joule*، كما يقاس في النظام الجاوسي *(CGS)* بوحدة صغيرة هي الإرغ *erge*.

والجول *Joule*: هو مقدار الشغل الذي تنجزه قوة مقدارها *(1N)* على جسم، محدثة إزاحة مقدارها *(1 m)* باتجاهها، أي أنَّ:

$$1\ J = (1\ N)(1\ m)$$

أما عندما نتعامل مع الذرات أو مكوناتها فإننا نستخدم وحدة صغيرة جداً لقياس الشغل مقارنة بالجول، وهي الإلكترون فولت *electron volt*، ومن الممكن تعريف الإلكترون فولت على النحو الآتي: هو عبارة عن الطاقة المساوية للشغل المطلوب إنجازه لتحريك شحنة أولية كالإلكترون أو البروتون عندما يخضع لفرق جهد يساوي تماماً واحد فولت، ويعبّر عنه بالشكل الآتي:

$$\begin{aligned} 1eV &= (e)(1.0\,volt) \\ &= (1.6\times10^{-19}\,C)(1.0\,volt) \\ &= 1.6\times10^{-19}\,J \end{aligned}$$

ولبيان العلاقة العامة بين القوة والإزاحة في مقدار الشغل المنجز تأمل المثال الآتي:

مثال (٤-١) Example

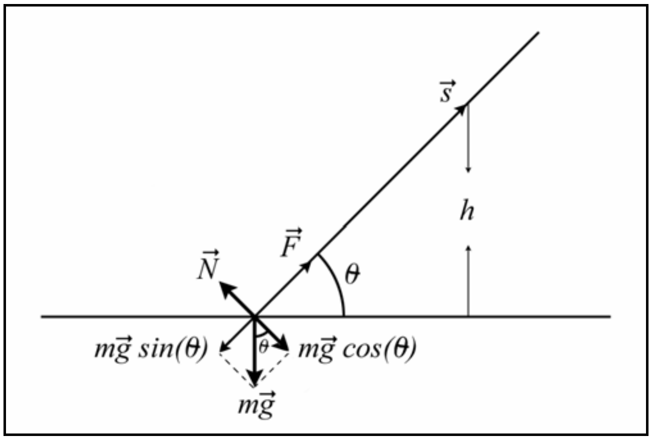
صندوق شحن تبلغ كتلته *(15 kg)* تم سحبه إلى الأعلى مسافة *(5.7 m)* على مستوٍ عديم الاحتكاك مائل بزاوية (θ) على الأفق، حيث يبلغ الارتفاع العمودي للمستوي المائل مسافة $(h = 2.5\ m)$، تأمل الشكل (٤-٣)، أوجد حسابياً:

١- مقدار القوة التي يجب أن تؤثر على صندوق الشحن.

٢- مقدار الشغل الذي تم إنجازه بواسطة القوة $(\vec{F})$.

٣- هل يتغير مقدار العمل المنجز إذا تغيرت الزاوية (θ)؟ وضّح ذلك.

الحل Solution:



الشكل (٣-٤)، المثال ٤-١

١- من الواضح أن القوة $(\vec{F})$ التي تعمل على سحب الصندوق إلى الأعلى، تقابل بالاتجاه المعاكس المركبة السينية للوزن $(m\vec{g})$ وهي عبارة عن $(m\vec{g}\sin\theta)$.

$$\begin{cases} \sin\theta = \dfrac{h}{s} = \dfrac{2.5}{5.7} = 0.438 \\ \theta = \sin^{-1}(0.438) \\ \quad = 26^{\circ} \end{cases}$$

$$F = mg\sin\theta = mg\left(\frac{h}{s}\right)$$

$$= (15\,kg)\left(9.8\frac{m}{s^2}\right)\left(\frac{2.5\,m}{5.7\,m}\right) = 65\,N$$

٢- $$W = Fs\cos(\theta)$$

نلاحظ أن الزاوية (θ) هي الزاوية بين متجه الإزاحة $(\vec{s})$ ومتجه القوة $(\vec{F})$ وتساوي صفراً.

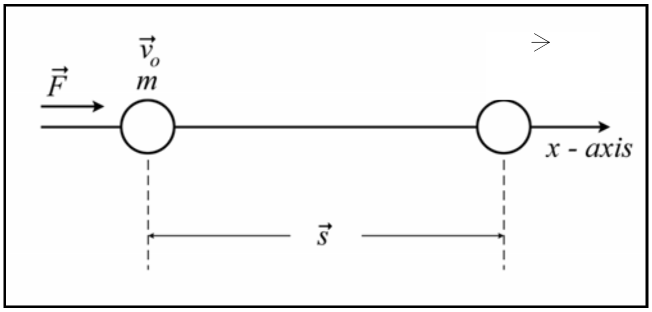
$$W_F = (65\,N)(5.7\,m)\cos(\theta) = 368\,J$$

٣- عندما تتغير الزاوية (θ) فإنَّ هذا سيؤدي إلى تغيير الإزاحة وعليه فإن المقدار $\sin(\theta)$ سوف يتغير، أي أن القوة $(\vec{F})$ سوف تتغير بالمقدار الذي طرأ على $\sin(\theta)$ نفسه، وهكذا نجد أن الشغل أيضاً سوف يتغير.

٣-٤ الطاقة الحركية *Kinetic Energy*:

نحن نعلم أن وحدة قياس كلٍ من الشغل والطاقة الحركية هي الجول، وهذا ما يقودنا بالضرورة إلى التساؤل عن طبيعة العلاقة بين هذين المفهومين المهمين في الفيزياء عموماً وفي دراسة الحركة الميكانيكية على وجه الخصوص، بل نستطيع القول: أن العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية أو الطاقة

الكامنة هي علاقة مباشرة وأساسية، بل أن التمييز والفهم السليم لكل منهما لا يكون إلا من خلال تمييزنا لمفهوم الشغل بصورة واضحة، وسوف نبدأ أولاً ببيان علاقة الشغل بالطاقة الحركية، تأمل الشكل (٢-٤).



الشكل (٤-٤) ويبين العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية

عندما تؤثر القوة $(\vec{F})$ على الجسم ذي الكتلة (m)، فإنها تؤدي إلى انتقاله إزاحة مقدارها $(\vec{s})$ تكون القوة قد أنجزت خلالها عملاً مقداره $(\vec{W})$، كما أن القوة أدت إلى تغيير سرعة الجسم من $(\vec{v}_o)$ وهي السرعة الابتدائية إلى $(\vec{v})$ وهي السرعة النهائية عند نهاية الإزاحة $(\vec{s})$، وبمعنىً آخر فإن هناك فرقاً في الطاقة الحركية قد حصل بين الموقعين الابتدائي والنهائي، وهذا الفرق هو عبارة عن الشغل المنجز خلال هذه الإزاحة.

إن عملية الربط بين مفهوم قانون نيوتن الثاني في الحركة $(\vec{F} = m\vec{a})$، ومفهوم الشغل $(\vec{W} = \vec{F}.\vec{d})$ -وذلك عندما يكون كل من متجهي القوة $(\vec{F})$ والإزاحة $(\vec{s})$ على خط التأثير نفسه وبذات الاتجاه- تبيِّن لنا مفهوم العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية، إننا نعبِّر عن الشغل بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{W} = (m\vec{a})\vec{s} \qquad (4\text{-}3)$$

حيث $(\vec{a})$ تسارع الجسم ذي الكتلة (m)، أما تَغيُّر السرعة فنعبِّر عنه بواسطة قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت -كما مرَّ معنا في الوحدة الثالثة- على النحو الآتي:

$$v^2 = v_o^2 + 2as \qquad (4\text{-}4)$$

لنضرب الآن طرفي المعادلة $(4\text{-}4)$ بالمقدار الثابت (m)، وهو عبارة عن كتلة الجسم المتحرك.

$$m(v^2 - v_o^2) = 2mas$$

وبقسمة طرفي المعادلة على العدد (٢) نجد أن:

$$(1/2)m(v^2 - v_o^2) = mas$$

أو بكتابتها مرة أخرى على النحو الآتي:

$$(1/2)mv^2 - (1/2)mv_o^2 = mas \qquad (4\text{-}5)$$

وهكذا نجد أن الطرف الأيسر للمعادلة *(4-5)* يمثل كلاً من:

$K_f = (1/2)mv^2$: تمثل الطاقة الحركية النهائية *final kinetic energy*.

$K_o = (1/2)mv_o^2$: تمثل الطاقة الحركية الابتدائية *initial kinetic energy*.

أما الطرف الأيمن:

(mas): والذي يساوي *(Fs)* فهو عبارة عن الشغل المنجز، والآن نستطيع القول: إذا تمكنا من تحديد سرعة وكتلة الجسم فإن طاقته الحركية يتم التعبير عنها بشكل عام على النحو الآتي:

$$\boxed{K = (1/2)mv^2} \qquad (4\text{-}6)$$

وهي تشير بصراحة إلى أن الطاقة الحركية للجسم تعتمد على كتلته ومربع سرعته، أي أنها دائماً تكون مقداراً موجباً.

كما أن المعادلة التي تعبّر عن التغيُّر في الطاقة الحركية للجسم تصبح على النحو الآتي:

$$K_f - K_o = W \qquad (4\text{-}7)$$

أي أن الفرق في الطاقة الحركية للجسم، هو عبارة عن الشغل المنجز خلال الإزاحة $(\vec{s})$ التي ظهر فيها تأثير القوة $(\vec{F})$. وهذا هو مضمون نظرية الشغل - الطاقة الحركية *work-kinetic energy theorem*، كما يمكن التعبير عن الطاقة الحركية النهائية على النحو الآتي:

$$K_f = W - K_o \qquad (4\text{-}8)$$

ومن الممكن تعميم هذه الدراسة على الحالة التي يظهر فيها تأثير أكثر من قوة واحدة على الجسم، وذلك بإيجاد محصلة القوى المؤثرة فيه.

ولبيان علاقة الطاقة الحركية بالسرعة تأمل المثال الآتي:

مثال (٢-٤) *Example*

تبلغ الطاقة الحركية لإلكترون معدن النحاس عند درجة حرارة الصفر المطلق $(6.7\times10^{-19}\ J)$.

أوجد حسابياً سرعة الإلكترون، إذا علمت أن كتلته تساوي $(9.11\times10^{-31}\ kg)$.

الحل **Solution**:

$$K = (1/2)m v^2$$

$$v^2 = \frac{2K}{m}$$

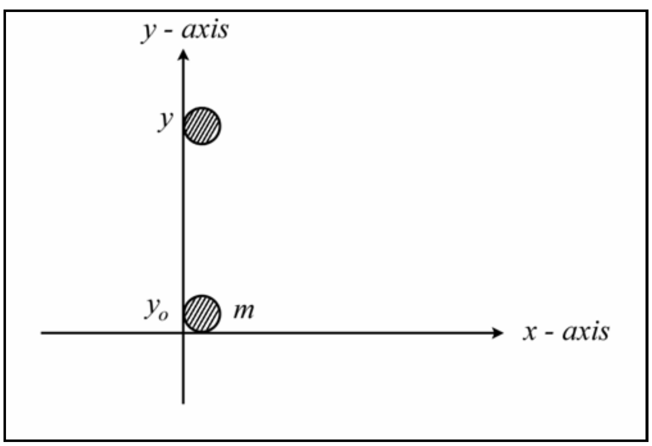
$$v = \left(\frac{2K}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\left(\frac{(2)(6.7\times10^{-19} J)}{(9.11\times10^{-31} kg)}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$v = 1.2\times10^{6}\,(m/s)$$

٤ - ٤ الطاقة الكامنة *Gravitational Potential Energy*:

كنا قد أشرنا إلى وجود علاقة مباشرة بين كل من الشغل من جهة والطاقة الحركية، والشغل والطاقة الكامنة من جهة أخرى، وذلك في الفقرة (٤-٣) من هذه الوحدة، فما هي حقيقة العلاقة بين الشغل والطاقة الكامنة؟ للإجابة عن هذا التساؤل تأمل الشكل (٤-٥).



الشكل (٤-٥) يبين العلاقة بين الشغل والطاقة الكامنة أو طاقة الوضع

إن التغيُّر في طاقة الوضع للجسم ذي الكتلة (m) الموضَّح في الشكل (٤-٥) بين الموضعين (y_o) و(y) لهذه المجموعة البسيطة (الأرض والجسم) هو عبارة عن التغيُّر الحاصل في الشغل المنجز بين الموقعين (y_o) و(y) والذي تمثله الإزاحة العمودية (Δy)، أي أن:

$$\boxed{U_f - U_o = mg\,\Delta y} \tag{4-9}$$

حيث إن الطرف الأيسر للمعادلة *(4-9)* يمثل كلاً من:

$U_f = m g y$: تمثل الطاقة الكامنة للجسم عند وضعه النهائي *final potential energy*.

$U_o = m g y_o$: تمثل الطاقة الكامنة للجسم عند وضعه الابتدائي *initial potential energy*.

أما الطرف الأيمن للمعادلة *(4-9)*:

$mg\ \Delta y$: فيمثل العمل المنجز خلال الإزاحة العمودية (Δy). حيث تمثل (Δy) صافي الارتفاع، أو الانخفاض عن مستوى سطح الأرض.

ويلاحظ من الشكل (٤-٥) أن اختيار الاتجاه الصادي لمحور الأرض (y) هو للدلالة على أن القوى التي تؤثر على امتداد المحور الموازي لمحور الأرض هي التي تؤثر في طاقة الجسم الكامنة والتي تجعل تسميتها أحياناً بطاقة الوضع التثاقلية *gravitational potential energy* تسمية مقبولة جداً.

إذن خلاصة القول: أن العمل المبذول لرفع أو خفض الجسم إزاحة مقدارها (Δy) في الاتجاه العمودي يساوي تماماً طاقة الجسم الكامنة، وهذا ما يجيب عن تساؤلنا حول طبيعة العلاقة بين الشغل المنجز والطاقة الكامنة.

٤-٥ القدرة *Power*:

إنَّ هذا المفهوم الفيزيائي المهم مرتبطٌ بمفهوم الشغل الذي يتم إنجازه خلال فترة زمنية معلومة، وتعرّف القدرة بأنها معدل الشغل المبذول خلال وحدة الزمن. فإذا كان الشغل الذي تنجزه القوة يساوي (W) مقاساً بالجول، وأن هذه القوة أنجزت شغلاً قدره (ΔW) خلال زمن مقداره (Δt) فإن متوسط قدرة القوة *force average power* على إنجاز الشغل يُعبّر عنه بالعلاقة الرياضية:

متوسط القدرة:

$$\boxed{P = \frac{\Delta W}{\Delta t}} \qquad (4\text{-}10)$$

أما القدرة اللحظية *instantaneous power*، فيعبَّر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$P = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

أي أن:

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}} \qquad (4\text{-}11)$$

وأما إذا كانت القوة ثابتة المقدار فإن القدرة اللحظية يعبّر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$P = F\cos(\theta)\frac{dx}{dt} = Fv\cos(\theta) \qquad (4\text{-}12)$$

وتقاس القدرة في النظام الدولي *(SI)* بالواط *(Watt)* وهو عبارة عن قدرة آلة تنجز شغلاً مقداره واحد جول لكل ثانية واحدة.

$$1Watt = 1W = 1\frac{J}{s}$$

وغالباً ما نستخدم وحدة أخرى لقياس القدرة وهي الحصان البخاري *horse power* والذي يُعبّر عنه بالعلاقة الآتية:

$$1 \text{ horse power} = 1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$$

ومن الأمثلة على ثبوت القوة المؤثرة بالمقدار، هي الحالات التي يتبع العمل المنجز فيها لجزيء أو ذرة من خلال تأثير القوة $(\vec{F})$ ومقدار السرعة $(\vec{v})$، وعليه فإن القدرة اللحظية هي الصيغة المناسبة للاستخدام في هذه الحالات.

ولبيان علاقة الشغل بكلٍ من القوة بالإزاحة وعلاقة الشغل بالقدرة المستهلكة، تأمل المثال الآتي:

مثال (٣-٤) *Example*

جسم مقدار كتلته *(102 kg)* يسير بسرعة ابتدائية مقدارها *(53 m/s)* على خط مستقيم، تم إيقافه بواسطة تعجيل تباطئي مقداره $(2\ m/s^2)$. أوجد حسابياً:

١- القوة اللازمة لعملية الإيقاف.

٢- الإزاحة التي قطعها الجسم خلال تأثير التعجيل التباطئي عليه.

٣- الشغل الذي تم إنجازه بواسطة قوة الإيقاف.

٤- القدرة المستهلكة، إذا كان الزمن الذي استغرقه الجسم حتى يتوقف $(t = 120\ s)$.

٥- أعد الطلب الأول مستخدماً المقدار $(4\ m/s^2)$ كتعجيل تباطئي.

الحل *Solution*:

١- باستخدام قانون نيوتن الثاني، فإن القوة المؤثرة:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$
$$= (102\,kg)(-2\,m/s^2) = -204\,N$$
$$v_o^2 = 2as$$

-٢

$$s = \frac{v_o^2}{2a} = \frac{(53\,m/s)^2}{2 \times 2(m/s^2)} = 702.2\ m$$

٣- الشغل المنجز هو:

$$W = Fd = (-204\,N)(702.2\,m)$$
$$= 14.33 \times 10^4\ J$$

-٤

$$p = \frac{W}{t} = \frac{(14.33 \times 10^4\ J)}{(30\,s)}$$
$$= 1194.2W$$

٥- القوة المؤثرة في هذه الحالة هي:

$$F = ma = (204\,m)(-4.0\,m/s^2)$$
$$= -816\,N$$

لاحظ أن مقدار القوة في كلا الحالتين هو مقدار سالب، (ناقش هذا الأمر).

٤-٦ حفظ الطاقة *Conservation of Energy*:

تَظهر الطاقة على أشكال كثيرة، وهي معروفة في جملتها، فمنها على سبيل المثال، الطاقة الميكانيكية *mechanical energy* وهي عبارة عن مجموع الطاقة الحركية *kinetic energy* والطاقة الكامنة أو طاقة الوضع التثاقلي *gravitational potengal energy*، والطاقة الحرارية *thermal energy*، والطاقة الكيميائية *chemical energy*، والطاقة الضوئية *optical energy*، والطاقة الذرية *atomic energy* إلى ما هنالك من أشكال الطاقة الأخرى، وبصرف النظر عن الشكل الذي تظهر عليه الطاقة، فإن مبدأ حفظ الطاقة يبقى صحيحاً ممكن التطبيق. إلا أنَّنا في دراستنا هذه سنقتصر فقط على الطاقة الميكانيكية.

إنَّ الطاقة مفهوم فيزيائي يعرّف بأنه القدرة على إنجاز شغل، مثلما أوضحنا في الفقرات (٤-٢) و(٤-٣) من هذه الوحدة تماماً، وطاقة جسم ما، هي قدرته أو إمكانيته على إنجاز هذا الشغل، والطاقة

الحركية كما أشرنا *(K)* هي الطاقة التي يكتسبها الجسم بسبب حركته، فإذا ما افترضنا بأن جسماً كتلته *(m)* يتحرك بسرعة $(\vec{v})$ فإن طاقته الحركية هي:

$$K = (1/2)mv^2 \qquad (4\text{-}13)$$

وأما الطاقة الكامنة *(U)* فهي الطاقة التي يكتسبها الجسم بسبب وضعه وتحديداً ارتفاعه عن سطح الأرض، فإذا ما افترضنا أن جسماً كتلته *(m)* ويرتفع مسافة *(h)* عن سطح الأرض فإن طاقته الكامنة هي:

$$U = m\,g\,h \qquad (4\text{-}14)$$

حيث $(\vec{g})$ تسارع الجاذبية الأرضية *gravitational acceleration*.

أما إذا كان الجسم متصلاً بطرف نابض حلزوني *spring*، وأزيح بمقدار *(x)* عن موضع توازنه *equilibrium position*، فإن طاقته الكامنة تُعطى بالعلاقة الرياضية:

$$U = (1/2)k\,x^2 \qquad (4\text{-}15)$$

حيث *(k)* هو ثابت النابض الحلزوني، أما تعريفه، فيكون بالرجوع إلى قانون هوك *Hock's low* والذي يعبَّر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\vec{F} = -k\,x \qquad (4\text{-}16)$$

ومعنى الإشارة السالبة أن اتجاه تأثير القوة يكون بعكس الإزاحة *(x)*. وبمعاينة هذا القانون نجد $(k = -\vec{F}/x)$ أي أن ثابت النابض هو القوة اللازمة لإحداث زيادة في طوله بمقدار وحدة طول واحدة، ووحدة قياسه في النظام الدولي هي: $(N.m^{-1})$.

وسواء في الحالة العامة، أو في حالة النابض الحلزوني، فإن مبدأ حفظ الطاقة يتم التعبير عنه بالعلاقتين الرياضيتين الآتيتين:

$$E = (1/2)mv^2 + m\,g\,h \qquad (4\text{-}17)$$

$$E = (1/2)mv^2 + (1/2)k\,x^2 \qquad (4\text{-}18)$$

أي أن الطاقة الميكانيكية الكلية هي عبارة عن مجموع الطاقتين الحركية والكامنة، ومعنى ذلك رياضياً:

$$\boxed{E = K + U} \qquad (4\text{-}19) \text{ (حفظ الطاقة الميكانيكية)}$$

ومن الضروري إعادة صياغة المعادلة *(4-19)* بشكلها العام والتي يظهر فيها أن الطاقة الكلية لجسم معزول، لا يخضع لتأثير أي قوة خارجية تبقى ثابتة، وهو ما يشير بشكل قطعي إلى أن مجموع التغيرات لمختلف أشكال الطاقة يساوي صفراً، أي أن:

$$0 = \Delta K + \Delta U = \Delta E_{ther} + \text{(التغير في جميع أشكال الطاقة)} \qquad (4\text{-}20)$$

حيث:

$$\Delta K = K_f - K_o$$
$$\Delta U = U_f - U_o$$

أي أن الطاقة الحركية أو الكامنة النهائية ناقصة الطاقة الحركية أو الكامنة الابتدائية تساوي صفراً، وهكذا بالنسبة لباقي أشكال الطاقة.

أما إذا كان الجسم خاضعاً لتأثير قوة أو مجموعة من القوى الخارجية فإن الجسم في هذه الحالة لا يكون معزولاً كما أن العلاقة *(4-20)* تأخذ شكلاً آخر وهو:

$$\Delta K + \Delta U + E_{ther} + \ldots = W \qquad (4\text{-}21)$$

وفي هذه الحالة لا تكون الطاقة محفوظة بل متغيرة، وحريّ بنا في هذا المقام أن نشير إلى بعض الحالات الخاصة فيما يتعلق بمبدأ حفظ الطاقة:

١- في التفاعلات الكيميائية تعد كلاً من الطاقة والكتلة محفوظة.

٢- في التفاعلات النووية الطاقة المتحررة تكون أكبر ملايين المرات من الطاقة المتحررة في التفاعلات الكيميائية، وفي هذه الحالة يرتبط كل من الطاقة والكتلة بما يعرف بمعادلة الطاقة المكافئة للكتلة *mass-energy* والتي تنسب لأينشتاين، أما صيغتها الرياضية فهي:

$$\boxed{E = mc^2} \qquad (4\text{-}22)$$

حيث (E) هي طاقة الكتلة، (m) هي الكتلة، و(c) هي سرعة الضوء *speed of light*.

٣- أن الطاقة في الذرة تكون مكممة *quantized*، أي أن لها قيماً محددة، فعلى سبيل المثال لو تغيرت طاقة الذرة من المستوى (E_x) إلى المستوى (E_y) ذي طاقة أقل فإن الذرة في هذه الحالة يجب أن تحرر طاقة مقدارها:

$$\boxed{E_x - E_y = hf} \qquad (4\text{-}23)$$

حيث أن (h) هو ثابت بلانك *Planck's constant* ويساوي عددياً:

$$h = 6.63 \times 10^{-34}\ J.s$$
$$= 4.14 \times 10^{-15}\ eV.s$$

أما (f) فهو تردد الموجة التي ربما تكون ضوئية، ويقاس بوحدات التردد المعروفة.

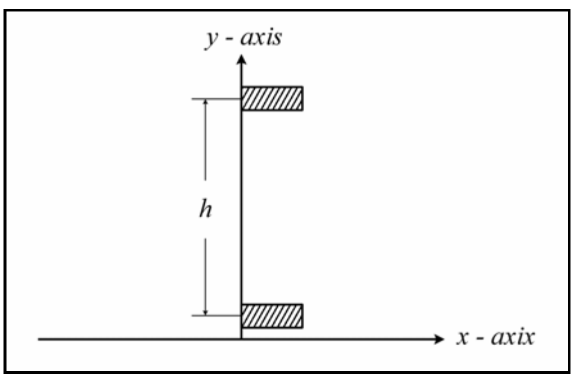
ولبيان كيفية استخدام معادلات حفظ الطاقة لدراسة الجسم الذي يتحرك بتسارع ثابت، تأمل المثال الآتي:

مثال (٤-٤) *Example*

سقط جسم كتلته (m) من ارتفاع (h) عن سطح الأرض، وأصبحت سرعته قبل أن يمس الأرض مباشرة (v)، انظر الشكل (٦-٤).

١- أوجد رياضياً كلاً من الطاقة الكامنة والطاقة الحركية للجسم قبل بدء السقوط.

٢- أوجد رياضياً كلاً من الطاقة الكامنة والطاقة الحركية للجسم قبل ملامسته للأرض مباشرة.



الشكل (٦-٤)، المثال (٤-٤)

الحل *Solution*:

هذا مثال بسيط على طبيعة العلاقة بين كلٍ من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة، وهو يمثل مرحلتين مختلفتين:

١- المرحلة الأولى: وفيها نجد أن الجسم ساكن أي أن سرعته الابتدائية تساوي الصفر، وهذا يعني أن الطاقة الحركية أيضاً تساوي الصفر، وبتطبيق القانون العام لحفظ الطاقة نجد أن:

$$U + K = m\vec{g}h + 0$$

٢- المرحلة الثانية: وفيها يكاد الجسم يلامس سطح الأرض، وهذا يعني أن ارتفاعه عن الأرض يساوي الصفر مما يؤدي إلى أن طاقته الكامنة تساوي الصفر، أي أن:

$$U + K = 0 + (1/2)mv_o^2$$

وكما هو معروف بأن مجموع الطاقتين (الكامنة والحركية)، قبل وبعد الحركة يجب أن يكونا متساويين وفقاً لمبدأ حفظ الطاقة.

$$0 + (1/2)mv_o^2 = mgh + 0$$

ومن هنا نجد أن السرعة (v_1) وهي سرعة الجسم الابتدائية:

$$v_o = \sqrt{2\vec{g}h}$$

أما إذا عدنا إلى قوانين الحركة بتسارع ثابت في الوحدة الثالثة من هذا الكتاب، فإن السرعة عند بدء حركة الجسم، يمكن حسابها أيضاً على النحو الآتي:

$$v^2 = v_o^2 + 2ax$$

حيث:

v : هي السرعة النهائية وهي تساوي الصفر في هذه المسألة.

v_o : هي السرعة الابتدائية، أما $(x = h)$ و $(\vec{a} = \vec{g})$ إذن:

$$0 = v_o^2 - 2\vec{g}h$$
$$v_o = \sqrt{2\vec{g}h}$$

وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها عند استخدامنا لمبدأ حفظ الطاقة، أي أن هذا المثال يوضح لنا كيف وصلنا إلى حل هذه المسألة بطريقتين، الأولى باستخدام مبدأ حفظ الطاقة، والثانية باستخدام قوانين حركة الجسم بتسارع ثابت.

مثال (٤-٥) *Example*

قذيفة كتلتها $(4\ kg)$ أطلقت من فوهة مدفع بشكل عمودي نحو الأعلى حيث كانت سرعة الإطلاق $(300\ m/s)$.

١- أوجد حسابياً تسارع القذيفة بعد أن تغادر المدفع.

٢- أوجد حسابياً الزمن الذي تستغرقه القذيفة كي تصل إلى أقصى ارتفاع.

٣- إذا كانت مقاومة الهواء مهملة، أوجد حسابياً موقع وسرعة القذيفة بعد زمن قدره $(25\ s)$، ثم أوجد كلاً من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة للقذيفة.

الحل Solution:

١- بعد إطلاق القذيفة مباشرة وبشكل عمودي نحو الأعلى، نجد أن القوة الوحيدة المؤثرة عليها هي قوة وزنها والمتجهة نحو الأسفل، وباستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$\vec{F} = m\vec{a} = -m\vec{g}$$

$$\vec{a} = -\vec{g} = -9.8(m/s^2)$$

والإشارة السالبة تشير إلى أن اتجاه تسارع الجاذبية الأرضية نحو الأسفل.

٢- وبتطبيق قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت نجد:

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t$$

$$\vec{v} = \vec{v}_o - \vec{g}t$$

عندما تصل القذيفة إلى أعلى ارتفاع لها، هذا يعني أن سرعتها النهائية تساوي صفراً، أي أنَّ:

$$\vec{v}_o = \vec{g}t$$

$$300\ (m/s) = 9.8\,(m/s^2)\,t$$

$$t = \frac{300\,(m/s)}{9.8\,(m/s^2)} = 30.6\,(s)$$

$$v = v_0 - gt$$

$$= 300\,(m/s) - 9.8\,(m/s^2)\,25\,(s)$$

$$v = 55\,(m/s)$$

$$K = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$= (1/2)(4kg)(55\,m/s)^2$$

$$= 6050J$$

$$U = mgh$$

$$v^2 = v_o^2 + 2ax = v_o^2 - 2gh$$

وهي خطوة هامة لإيجاد الارتفاع العمودي الذي تكون عليه القذيفة بعد زمن قدره *(25 s)*.

$$h = \frac{v^2 - v_o^2}{2g}$$

$$= \frac{(55\,m/s)^2 - (300\,m/s)^2}{2(-9.8\,m/s^2)}$$

$$h = 4437.5(m)$$

$$U = (4\,kg)(9.8\,m/s^2)(4437.5\,m)$$

$$= 173950(J)$$

ومن الممكن إيجاد الارتفاع *(h)* على النحو الآتي:

$$y = h = v_o t - (1/2) g t^2$$
$$= (300\,m/s)(25\,s) - (1/2)(9.8\,m/s^2)(25\,s)^2$$
$$h = 4437.5 (m)$$

وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها باستخدام مبدأ حفظ الطاقة.

٤-٧ كمية التحرك *Momentum*:

إنَّ كميــة التحــرك هـــي مقــدار اتجــاهي يتعلــق مباشـــرة بكـــل مـــن ســـرعة الجســـم $(\vec{v})$ وكتلتـه (m)، وتظهر كمية التحرك عند تـأثير الجسم المتحـرك علـى جسم آخـر يحـاول إيقافـه، وتُعـرَّف بالعلاقـة الرياضية الآتية:

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{v}} \qquad (4\text{-}24)$$

حيث $(\vec{P})$ هي كمية التحرك *momentum*، ومن التطبيقات والتفسيرات الفيزيائيـة المهمـة، أن نيـوتن فسـر قانونه الثاني معتمداً هذا المفهوم وذلك على النحو الآتي:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \qquad (4\text{-}25)$$

ونلاحظ ببساطة أنَّ: $(d\vec{v}/dt = \vec{a})$.

كما أننـا نسـتطيع التوصل إلى مفهـوم كميـة الـدفع المؤثر علـى جسـم يتعـرض لتـأثير متوسـط القـوة $(\vec{F})$ خلال زمن (t) وذلك عند دراسة حركة جسم بتسارع منتظم على النحو الآتي:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$
$$v = v_o + at$$
$$v = v_o + \frac{F}{m}t$$

بعد توحيد المقامات نجد أن:

$$mv - mv_o = Ft \qquad (4\text{-}26)$$

ونلاحظ في الطرف الأيسر أن المقدار $(mv - mv_o)$، هو عبارة عن التغير في كمية التحرك، إذاً:

$$\Delta\vec{P} = \overline{F}t \qquad (4\text{-}27)$$

وهذا ما يشير إلى أن متجه كمية التحـرك باتجـاه متجـه القـوة، أمـا الكميـة فتسـمى بالـدفع والـذي يمكـن تعريفـه علـى أنـه التغير الحـاصـل في كميـة التحـرك، ونؤكـد هنـا أن القـوة $(\overline{F})$ هـي متوسـط القـوة المؤثرة خلال الزمن (t).

مثال (٤-٦) Example

أوجد متوسط القوة $(\overline{F})$ المعوقة لسيارة كتلتها *(2000 kg)*، نَقصت سرعتها من *(40 m/s)* إلى *(30 m/s)* وذلك خلال زمن مقداره *(4 s)*.

الحل Solution:

$$\begin{aligned}\overline{F}t &= \Delta P = m\,v - m\,v_o = m\,(v - v_o)\\ &= (2000\,kg)(30\,m/s - 40\,m/s)\\ &= 2\times10^2\ kg(m/s)\\ \overline{F} &= \frac{-2\times10^4\ kg(m/s)}{4s}\\ &= -5000\,N\end{aligned}$$

والإشارة السالبة تدل على أن القوة هي قوة معرقلة.

إنَّ المعادلة *(4-27)* تبقى صحيحة عند تطبيقها على مجموعة الأجسام، ولكنها تأخذ الصيغة العامة الآتية.

$$\vec{P} = m\vec{v}_{cm} \qquad (4\text{-}28)$$

حيث *(m)* هي كتلة مجموعة من الأجسام، بينما $(\vec{v}_{cm})$ هي سرعة مركز الكتلة *center of mass velocity* لمجموع الأجسام الداخلة في التحرك.

٨-٤ قانون حفظ كمية التحرك Conservation of Momentum:

عندما يكون المجموع الجبري لمجموع القوى المؤثرة على مجموعة من الجسيمات مساوياً للصفر، فهذا يؤدي بالضرورة إلى أن هذه المجموعة محفوظة *conservative*، أي أنَّه لا يسمح بخروج أو دخول أي جسم منها أو إليها، وبمعنى آخر، تكون جملةً أو (نظاماً مغلقاً) يخضع لقانون حفظ كمية التحرك، وهذا ما يُفسَّر رياضياً على النحو الآتي:

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \qquad (4\text{-}29)$$

أو

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{P}}{dt} &= \frac{d\,(m\vec{v}\,)}{dt}\\ &= m\frac{d\,\vec{v}}{dt} = 0\end{aligned}$$

ومعنى ذلك أن مقدار كمية التحرك ثابت، ونعبِّر عن ذلك رياضياً على النحو الآتي:

$$\vec{P} = constant \qquad (4\text{-}30)$$

إنَّ هذه النتيجة المهمة هي ما يسمى بقانون حفظ كمية التحرك والتي تؤدي إلى:

$$\Delta P = 0 = P_f - P_o$$

أي أنه:

$$P_f = P_o \qquad (4\text{-}31)$$

حيث (P_o) كمية التحرك الابتدائية، (P_f) كمية التحرك النهائية.

مثال (٤-7) *Example*

رجل كتلته *(75 kg)*، يركب عربة صغيرة كتلتها *(39 kg)* وتبلغ سرعتها *(2.3 m/s)*، قفز الرجل من العربة بسرعة أفقية مساوية للصفر، أوجد التغير الحاصل في سرعة العربة نتيجة لذلك.

الحل *Solution*:

لسهولة الحل افرض أن:

كتلة السيارة (العربة): m_c

كتلة الرجل: m_m

سرعة السيارة والرجل الابتدائية: v_o

سرعة السيارة بعد أن قفز الرجل منها: v_c

إن قانون حفظ كمية التحرك يؤدي إلى:

$$(m_m + m_c)v_o = m_c\vec{v}_c$$

$$v = v_c = \frac{(m_m + m_c)v_o}{m_c}$$

$$= \frac{[(75kg) + (39kg)](2.3m/s)}{(39kg)}$$

$$= 6.7m/s$$

مقدار التغير في سرعة السيارة:

$$\Delta v = v - v_o = (6.7\,m/s) - (2.3\,m/s)$$

$$= (4.4\,m/s)$$

الخلاصة

Summary

- الشغل: إذا أثرت قوة ثابتة مقدارها $(\vec{F})$ في جسم وأدت إلى دفعه إزاحة مقدارها $(\vec{s})$ فإن القوة قد بذلت شغلاً على هذا الجسم مقداره:

$$W = \vec{F}.\vec{S}$$

والشغل كمية قياسية ناتجة عن الضرب القياسي لكميتين اتجاهيتين، ويقاس الشغل بالجول، والجول هو الشغل الذي تعمله قوة مقدارها $(1\ N)$ تؤثر في جسم تؤدي إلى إزاحته $(1\ m)$ باتجاه القوة نفسه.

- الشغل والطاقة الحركية: أن العلاقة بين كلٍ من الشغل والطاقة الحركية هي:

$$K_f - K_o = W$$

ومضمون هذه العلاقة أن التغيُّر الناشئ في الطاقة الحركية يساوي الشغل المنجز خلال حركة الجسم، حيث تمثل:

الطاقة الحركية النهائية للجسم: $K_f = \frac{1}{2} m v^2$

الطاقة الحركية الابتدائية للجسم: $K_o = \frac{1}{2} m v_o^2$

- الشغل والطاقة الكامنة: أن العلاقة بين كلٍ من الشغل والطاقة الكامنة هي:

$$U_f - U_o = W$$

حيث تمثل:

الطاقة الكامنة النهائية للجسم: $U_f = m\,g\,h$

الطاقة الكامنة الابتدائية للجسم: $U_o = m\,g\,h_o$

ولا بد من التأكيد هنا على أن كلاً من (h_o) و (h) يمثلان المسافات العمودية عن مستوى سطح الأرض.

- حفظ الطاقة: أن الطاقة الميكانيكية الكلية هي عبارة عن مجموع الطاقتين الحركية والكامنة للجسم، ونعبِّر عن ذلك بالعلاقة الرياضية:

$$E = K + U$$

وبشكل عام نقول: أن الطاقة محفوظة إذا كان التغير في جميع أشكال الطاقة يساوي صفراً، أي أن:

$\Delta K + \Delta U$ (التغير في جميع أشكال الطاقة) $=0$

أما إذا كان مجموع التغيرات لا يساوي صفراً فإن الطاقة لا تكون محفوظة.

- كمية التحرك: أن كمية التحرك هي مقدار اتجاهي يتعلق بكل من سرعة الجسم وكتلته ونعبِّر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

- حفظ كمية التحرك: إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على مجموعة من الجسيمات مساوية إلى الصفر فهذا يؤدي بالضرورة إلى أن هذه المجموعة محفوظة، أي أنها تمثل نظاماً مغلقاً ونعبِّر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\sum F_{ext} = 0$$

وتؤدي إلى أن كمية التحرك مقدار ثابت، ونعبر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\vec{P} = const.$$

$$\Delta P = 0$$

$$P_f - P_o = 0 \Rightarrow P_f = P_o$$

الكميات الفيزيائية التي تمَّ تداولها في الوحدة الرابعة[١]

اسم الكمية		الرمز الشائع	وحدة القياس **SI**	
القوة	*force*	**F**	**Newton**	*N*
الإزاحة	*displacement*	s[٢]	*meter*	*m*
الشغل	*work*	*W*	*Joule*	*J*
الوزن	*weight*	*W*	*Joule*	*J*
الطاقة الحركية	*kinetic energy*	*K*	*Joule*	*J*
الطاقة الكامنة	*potential energy*	*U*	*Joule*	*J*
السرعة الابتدائية	*initial velocity*	v_o	*m/sec*	*m/s*
السرعة النهائية	*final velocity*	*v*	*m/sec*	*m/s*
التسارع	*acceleration*	*a*	m/sec^2	m/s^2
القدرة	*power*	*P*	*Watt*	*W*
الطاقة الكلية	*total energy*	*E*	*Joule*	*J*
ثابت بلانك	*Planek's const*	*h*	*Joule.sec*	*J.s*
كمية التحرك	*momentum*	*P*	*kg m/sec*	*kg m/s*
الكتلة	*mass*	*m*	*kilogram*	*kg*

(١) تسهيلاً على أبنائنا الطلبة وضعنا قائمة بالكميات الفيزيائية مع وحدات قياسها والتي تمَّ تداولها في هذه الوحدة.

(٢) يمكننا أن نستخدم *(x)* للتعبير عن الإزاحة كما يمكننا استخدام الحرف *(d)*، ولكن استخدمنا *(s)* هنا للتعبير عن الإزاحة.

الامتحانات الذاتية

Self Test Exams

ولغرض التدريب العملي على اختبار المتدرب لنفسه، والتأكد من جدارته في المقدرة الفعلية على فهم واستيعاب الشغل والطاقة، تم تخصيص أربعة امتحانات ذاتية.

الامتحان الذاتي الأول:

بندول بسيط مكون من كرة حديدية كتلتها (m) وخيط طوله $(l = 2m)$ جُذِب نحو اليسار إلى النقطة (A)، انظر الشكل صفحة ١٩٦، بحيث يصنع الخيط زاوية مقدارها $(30°)$ مع وضع الاستقرار للبندول، ترك بعد ذلك كي يتحرك مُبتدئاً من النقطة (A).

١- أوجد سرعة البندول عند النقطة (B).

٢- أوجد سرعة البندول عند النقطة (C).

الامتحان الذاتي الثاني:

١- أوجد كمية طاقة الكتلة التي يمكن الحصول عليها من كتلة مقدارها $(102\ g)$ من أحد العناصر المشعة، مقدَّرة بالجول.

٢- كم من السنوات تكفي هذه الطاقة التي أوجدتها في الجزء الأول من هذا السؤال لعائلة تستهلك طاقة سنوية قدرها $(1\ kW)$.

الامتحان الذاتي الثالث:

أوجد مقدار التغير في طاقة الذرة لأحد العناصر، إذا صدر منها ضوء بتردد مقداره $(4.3\times10^{14}\ Hz)$.

الامتحان الذاتي الرابع:

قطعة من الحجر مقدار كتلتها (m) كليوغرام، سقطت من السكون من على سطح عمارة ارتفاعها $(90\,m)$.

١- أوجد حسابياً سرعتها النهائية مستخدماً قانون حفظ الطاقة الميكانيكية.

٢- أوجد حسابياً الزمن الذي يستغرقه الحجر حتى يصل إلى سطح الأرض (استخدم قوانين الحركة على خط مستقيم، معتمداً ($g = 9.8\, m/s^2$)).

ملاحظة: نتمنى من أبنائنا الطلبة المحاولة الجادة في حل مسائل الامتحان الذاتي على ورقة خارجية، ثم إجراء المقارنة بين ما توصلوا إليه مع الحل النموذجي المرفق آخر الكتاب في الملحق (د).

مسائل وتمارين الوحدة الرابعة

Unit Four Exercises & Problems

٤-١ أوجد حسابياً مقدار الشغل المبذول لسحب جسم كتلته *(50 kg)* على أرضية أفقية مسافة قدرها *(10 m)*، إذا علمت أن معامل الاحتكاك بين الأرضية والجسم يساوي *(0.5)*.

٤-٢ سُحِبتْ عربة طفل مسافة قدرها *(10 m)* فوق ممشى جانبي يميل بزاوية قدرها *(15°)* فوق الطريق الأفقي. أوجد حسابياً مقدار الشغل المبذول في هذه العملية إذا كانت الكتلة الكلية للطفل والعربة *(20 kg)*.

٤-٣ تستغرق شاحنة كتلتها $(3\times10^4\ kg)$ زمناً قدره *(30 min)* لتصعد طريقاً جبلياً من ارتفاع *(200 m)* إلى *(3000 m)*.

١- أوجد حسابياً مقدار الشغل الذي تبذله الشاحنة ضد الجاذبية الأرضية.

٢- أوجد حسابياً مقدار القدرة الحصانية التي تستهلكها الشاحنة ضد الجاذبية في هذه العملية.

٤-٤ مركبة فضائية متحدة مع مركبة الفضاء أبولو، تبلغ كتلة المركبتين $(2.9\times10^5\ kg)$، وتبلغ سرعتها *(11.2 km/s)*. ما هي الطاقة الحركية للمركبتين معاً؟

٤-٥ كرة كتلتها *(200 g)* تتحرك بسرعة مقدارها *(20 m/s)* اصطدمت عمودياً بجدار تحرك خلاله مركز الكرة مسافة قدرها *(0.3 cm)*، ارتدت بعد ذلك إلى الوراء وعلى المسار المستقيم الذي كانت تتحرك عليه نفسه.

١- أوجد مقدار زمن تلامس الكرة مع الجدار.

٢- أوجد متوسط القوة التي أثرت بها الكرة على الجدار.

٤-٦ أثبت أن العلاقة الرياضية بين كمية التحرك والطاقة الحركية هي:

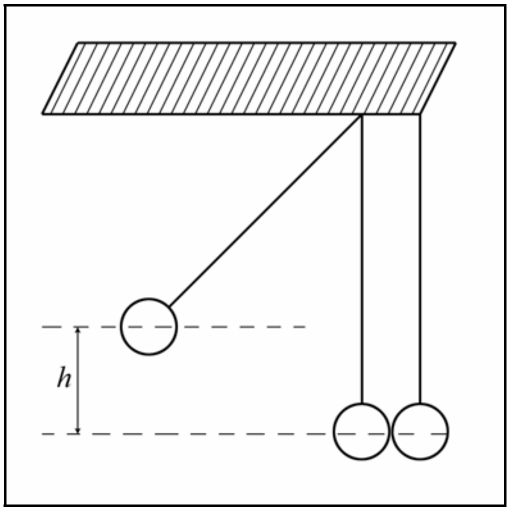
$$K=\frac{P^2}{2m}$$

٤-٧ رصاصة كتلتها *(20 g)* تتحرك بسرعة قدرها *(50 m/s)*، اصطدمت بقالب كتلته *(7 kg)* مستقر في حالة السكون على سطح منضدة.

١- أوجد مقدار سرعة القالب بعد التصادم.

٢- أوجد حسابياً مقدار قوة الاحتكاك بين المنضدة والقالب إذا تحرك القالب مسافة قدرها *(1.5 cm)* قبل التوقف.

٤-٨ الشكل (٤-٧) يمثل بندولين تتلاصق كرتيهما في حالة السكون، جذب البندول الأيسر جانباً، ثم تُرك ليصدم مع البندول الأيمن الذي كان ساكناً.



الشكل (٤-٧)، المسألة (٤-٨)

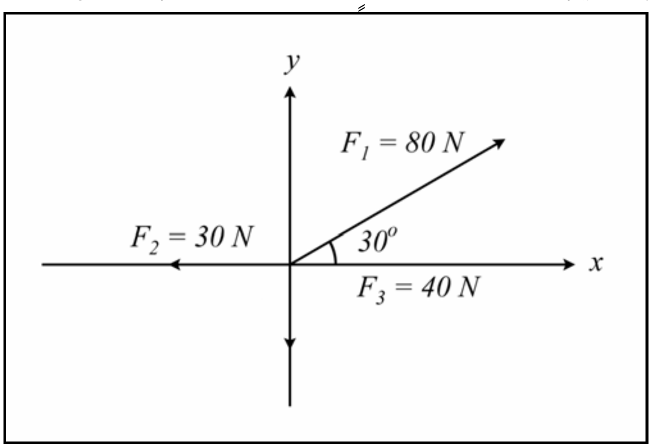
١- ما هي سرعة البندول الأيسر قبل التصادم مباشرة؟ أوجد مقدارها.

٢- إذا كانت الكتلتان (m_1) و(m_2) متساويتين، أوجد الارتفاع الذي تصل إليه الكرتان بعد التصادم بدلالة الارتفاع (h).

٤-٩ جسم يتحرك على المحور السيني بفعل ثلاث قوى مسافة قدرها ($20\ m$) ، انظر الشكل (٤-٨).

١- أوجد حسابياً مقدار الشغل المنجز من قبل كل من القوى الثلاثة.

٢- أوجد حسابياً مقدار التغير الحاصل في كلٍ من الطاقة الحركية والكامنة.



الشكل (٤-٨) المسألة (٤-٩)

مسائل اختيارية
Optional Problems

٤-١ كرة تبلغ كتلتها $(3\times10^{-4}\,kg)$ ، معلقة بخيط نحو الأسفل وبشكل عمودي على الأفق، أثّر عليها تيار هوائي ثابت بحيث دفعها إلى اليسار حتى بلغت الزاوية بين الخيط والعمود $(37°)$.

١- أوجد حسابياً مقدار قوة دفع الهواء للكرة.

٢- أوجد حسابياً مقدار قوة الشد في الخيط.

٤-٢ قذف إلكترون أفقياً بسرعة مقدارها $(1.2\times10^{7}\,m/s)$ خلال مجال كهربائي يؤثر بقوة عمودية على الإلكترون مقدارها $(4.5\times10^{-16}\,N)$ فإذا تحرك الإلكترون مسافة $(30\,mm)$ أفقياً، أوجد حسابياً مقدار المسافة العمودية التي ينحرفها الإلكترون، إذا علمت أن كتلته تساوي $(m_e = 9.1\times10^{-31}\,mg)$.

٤-٣ سقط جسم كتلته $(2\,kg)$ من ارتفاع $(20\,m)$ إلى أسفل، احسب متوسط قوة الاحتكاك التي تعاكس حركة الكتلة، إذا كانت سرعتها قبل الاصطدام بالأرض مباشرة هي $(8\,m/s)$.

٤-٤ لدفع صندوق كتلته $(25\,kg)$ إلى أعلى مستوٍ مائل بزاوية $(25°)$ مع الأفق، يبذل عامل المصلحة قوة موازية للسطح المائل مقدارها $(209\,N)$. إذا دفع العامل الصندوق مسافة قدرها $(1.5\,m)$.

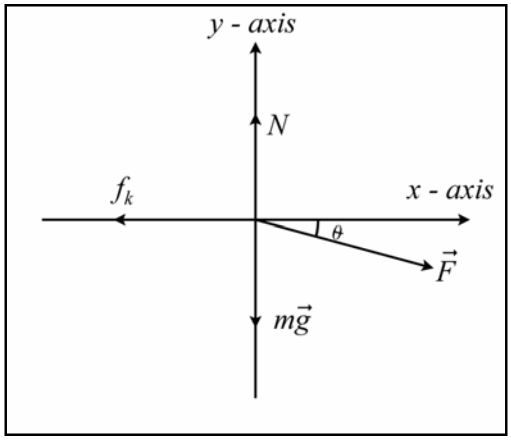
١- ما هو مقدار العمل الذي تم إنجازه على الصندوق (وزن الصندوق)؟ أوجد ذلك حسابياً.

٢- ما هو مقدار العمل الذي أنجزه العامل؟

٣- ما هو مقدار العمل الذي أنجزته القوة العمودية المطبقة بواسطة السطح المائل؟

٤- ما هو مقدار العمل الكلي الذي تم إنجازه على الصندوق؟

٤-٥ يدفع عامل كتلة مقدارها $(27\,kg)$ على طول أرض مستوية مسافة مقدارها $(9.2\,m)$ بسرعة ثابتة وبقوة تصنع زاوية $(32°)$ تحت المستوى الأفقي. احسب مقدار العمل الذي أنجزه العامل على الكتلة إذا كان معامل الاحتكاك يساوي (0.20)، انظر الشكل (٤-٩).

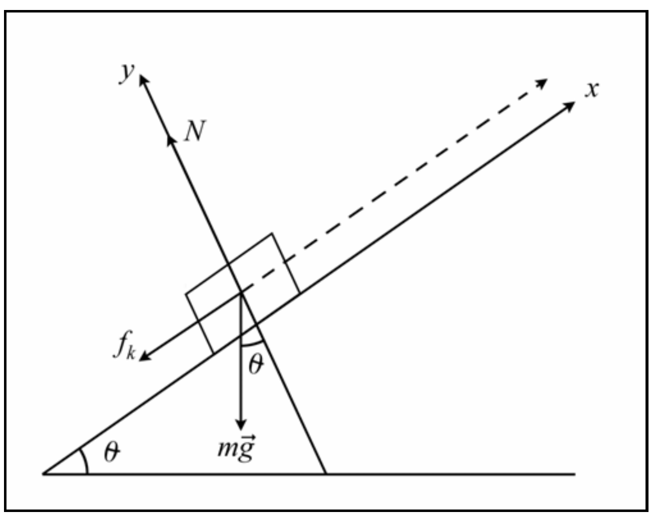


الشكل (٩-٤) المسألة الاختيارية (٥-٤)

٦-٤ صندوق كتلته *(50 kg)* دفع مسافة *(6.0 m)* بسرعة ثابتة إلى الأعلى على مستوٍ يصنع زاوية *(30°)* مع الأفق، فإذا كان معامل الاحتكاك بين الصندوق وسطح المستوي *(0.20)*، أوجد حسابياً:

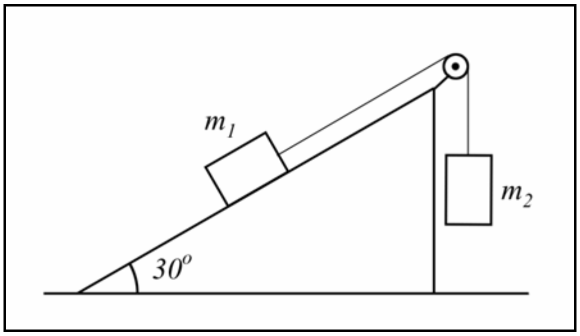
١- مقدار القوة المستخدمة لهذا الغرض.

٢- وزن الصندوق هو الآخر قوة مؤثرة في هذه الحركة، ما هو مقدار الشغل المنجز بواسطة وزن الصندوق؟ انظر الشكل (١٠-٤).



الشكل (١٠-٤)، المسألة الاختيارية (٦-٤)

٧-٤ جسم كتلته $(m_1 = 3.7\,kg)$ موجود على سطح عديم الاحتكاك يميل على الأفق بزاوية *(30°)* مربوط بجسم آخر كتلته $(m_2 = 2.3\,kg)$ معلق بشكل عمودي، انظر الشكل (١١-٤).



الشكل (٤-١١)، المسألة الاختيارية (٤-٧)

١- أوجد حسابياً مقدار تسارع كل من الكتلتين (m_1) و(m_2).

٢- حدد اتجاه تسارع الكتلة (m_2).

٣- أوجد حسابياً مقدار قوة الشد في الخيط.

٤-٨ جسم كتلته $(8\ kg)$ يسير بسرعة $(2\ m/s)$ بشكل لا يؤثر على حركته أية قوة خارجية. وفي لحظة من الوقت حدث له انفجار داخلي شطره إلى كتلتين متساويتين، حيث أدى هذا الانفجار إلى إكساب الكتلتين طاقة حركية إضافية مقدارها $(16\ J)$ حيث بقيت كل منهما سائرة على الخط المستقيم الأصلي لبداية الحركة.

١- أوجد حسابياً مقدار سرعة كل من الكتلتين بعد الانفجار.

٢- حدد اتجاه كل من الكتلتين بعد الانفجار.

المملكـــة العربيـــة الســـعودية

المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الفيزياء النظرية التخصصية

الكهرباء الســـاكنة

الكهرباء الســاكنة

٥

٥-١ المقدمة *Introduction*:

إنَّ دراسة الكهرباء الساكنة *electrostatics* تشتمل على مجموعة من المفاهيم الأساسية *fundamentals concepts* في هذا الموضوع، مثل الشحنة الكهربائية *electric charge* كميتها وطبيعتها، حفظ الشحنة الكهربائية *conservation of electric charge*، الشحنة الأولية، دور سماحية الفضاء الحر *permitivivty* في التأثير على الشحنات الكهربائية، استخدام قانون كولوم *Coulomb's law* في تحديد القوة الكهروستاتيكية *electrostatic force*، الأجسام الناقلة *conductors*، والأجسام العازلة *insulators* للتيار الكهربائي، المجال الكهروستاتيكي *electrostatic field*، الجهد الكهروستاتيكي *electrostatic potential*.

لقد أصبح مألوفاً لدينا وجود علاقة بين دلك الأجسام الناقلة أو العازلة بمادة صوفية أو حريرية وظاهرة التكهرب الساكن، وذلك بسبب نشوء القوة الكهروستاتيكية المتبادلة بينهما بعد أن تفتقد أو تكتسب الأجسام المدلوكة شحنات كهربائية. أن ظاهرة التجاذب *attraction* أو التنافر *repulsion* بين تلك الأجسام أدت من الناحية العملية إلى تمييز نوعين من الشحنات الكهربائية، سالبة *negative charges* وموجبة *positive charges*، كما أدت إلى تمييز الجسم بوصفه فيما إذا كان متعادلاً كهربائياً أم لا، وسنحاول أن نتناول هذه المفاهيم بطريقة مباشرة وميسرة.

وبعد أن يكمل المتدرب دراسة هذه الوحدة، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلالها، ويقوم بنفسه بحل أسئلة الامتحان الذاتي الموجودة في نهايتها، ويقارن حلوله مع الحلول النموذجية المرفقة في الملحق (د)، بعد ذلك كله نتوقع أن يكون المتدرب قادراً على:

١- أن يميِّز ما هو المقصود بالشحنة الكهربائية، ويصف طبيعتها ويضبط مقدارها ويشرح دورها في كلٍ من: القوة الكهروستاتيكية، شدة المجال الكهروستاتيكي، الجهد الكهروستاتيكي.

٢- أن يّخبرَ الاستخدام الصحيح لقانون كولوم في حساب القوة الكهروستاتيكية، فيما بين الشحنات الكهربائية الساكنة.

٣- أن يوضّح بدراية تامة طبيعة الكميات الثلاثة: القوة، المجال، الجهد الكهروستاتيكي.

٤- أن يفسِّر طبيعة عمل المكثف الكهربائي، ويُعبِّر عن علاقة سعته الكهربائية بكل من شحنته وفرق الجهد بين لوحيه.

٥- أن يربط بين كلٍ من سعة المكثف ومقدار شحنته الكهربائية وفرق الجهد بين لوحيه من جهة، وحساب الطاقة الكهربائية المختزنة فيه من جهة أخرى.

٢-5 الشحنة الكهربائية *The Electric Charge*:

ربما تكون الأجسام المتعادلة كهربائياً *electric neutral* من حولنا ولاسيَّما ما يمكننا أن نراه منها، مسألةً غير لافتة للانتباه، إلا أنها في حقيقة الأمر تحتوي على أعداد هائلة من الشحنات الكهربائية، ومعنى ذلك أن الشحنات الموجبة تعادل وتساوي الشحنات السالبة ويقال عن الجسم في هذه الحالة أنه متعادل كهربائياً، وأما إذا كانت كمية الشحنات غير متساوية فإننا ننتقل إلى حالة عدم التعادل *imbalance*، عندئذٍ نحصل على أجسام مشحونة كهربائياً إما بشحنة سالبة أو شحنة موجبة. وبناءً على ذلك تم تصنيف الشحنات الكهربائية إلى سالبة أو موجبة. كما أن التأثير المتبادل لهذين النوعين المختلفين من الشحنات الكهربائية أدى إلى صياغة الظاهرتين المعروفين الآتيين:

١- الظاهرة الأولى: الشحنات المتشابهة تتنافر فيها بينها *Like charges repel each other*.

٢- الظاهرة الثانية: الشحنات غير المتشابهة تتجاذب فيما بينها *Unlike charges attract each other*.

وباعتماد الحقيقة العلمية حول البنية الذرية للمادة *atomic structure of matter* واكتشاف كل من النواة *nucleus* ذات الطبيعة الكهربائية الموجبة والإلكترون *electron* ذي الطبيعة الكهربائية السالبة أصبحت المعلومات في هذا الصدد متوافرة وبشكل مفيد للغاية، فقد ترتب على ذلك معرفة الشحنة الأولية *elementary charge* والمقصود بها شحنة الإلكترون، وتم تحديد مقدارها بشكل مضبوط للغاية، وأصبحت معروفة القيمة، كما اعتُمِدَ الحرف الإنكليزي بشكله الصغير *(e)* للتعبير عن الإلكترون، وأصبح معروفاً أن:

$$\boxed{e = 1.60 \times 10^{-19}\, C}$$

حيث *(C)* هي وحدة قياس الشحنة الكهربائية وهي الكولوم، ويمكننا تعريف الكولوم بواسطة مقدار الشحنة الأولية، ذلك أن الواحد كولوم هو عبارة عن شحنة عدد من الإلكترونات يساوي (6.25×10^{18})، كما تمَّ تحديد كتلة الإلكترون وهي:

$$\boxed{m_e = 9.1 \times 10^{-31}\, kg}$$

كل ذلك أدى إلى التخلي عملياً عن الاعتقاد القديم بأن التيار الكهربائي هو عبارة عن سيل متدفق متصل *continuous fluid* من الإلكترونات، إذ أن الحقيقة العلمية أكثر دقة من ذلك، فالتيار الكهربائي هو عبارة عن تكرار لعدد من المرات المعلومة للشحنة الأولية ذات المقدار المعلوم، وقد تكون سالبة أو موجبة، والتعبير الصحيح عن الشحنة الكهربائية هو:

$$q = n\, e, (n = \pm 1, \pm 2, \ldots) \qquad (5\text{-}1)$$

ومن الواضح تماماً في هذه المعادلة أن *(e)* هي الشحنة الأولية، كما توضح أن الشحنة الكهربائية مكممة *charge is quantized*.

إنَّ الدراسات المستفيضة عن البنية الذرية للمادة أدت إلى التمييز بين الشحنات الأولية وطبيعتها، ومعرفة شحنة البروتون *proton* وهو من مكونات النواة، وكذلك التعرف على كتلة كل من هذين الجسمين، كما أدت إلى التأكد بأن النيوترون *neutron* وهو أيضا من مكونات النواة متعادل كهربائياً، بينما تقترب كتلته من كتلة البروتون، وبهدف تكوين فكرة أولية عن مكونات الذرة تأمل الجدول (١-٥).

Particle الجسيم	**Symbol** الرمز	**Charge (e)** الشحنة	**Mass (m)** الكتلة
electron إلكترون	*e*	*-1*	*1*
proton بروتون	*p*	*+1*	*1836.15*
neutron نيوترون	*n*	*0*	*1838.68*

الجدول (١-٥) ويبين بعضاً من خصائص أجزاء مكونات الذرة

ويلاحظ أن كتل وشحنات المكونات تم قياسها نسبة إلى كتلة وشحنة الإلكترون

وكواحدة من النتائج المهمة لدراسة البنية الذرية للمادة، هي تصنيف المواد الموجودة في الطبيعة من ناحية سلوكها الكهربائي إلى ثلاثة أصناف:

١- المواد الناقلة (الموصلة) *conductors*: وهي المواد التي تمتلك أعداداً هائلة من الإلكترونات الحرة *free electrons* في درجة حرارة الغرفة *room temperature*، مما يجعل هذه المواد ناقلةً جيدةً للكهرباء، مثل الحديد *iron*، النحاس *cooper*، الألومونيوم *aluminum*.

٢- المواد العازلة *non conductors or insulators*: وهي المواد التي لا تمتلك جسيمات مشحونة حرة الحركة، ونلاحظ هنا ارتباط هذه الجسيمات (الإلكترونات) بقوى كبيرة مع النواة تمنعها من الحركة، مثل الخشب *wood*، المطاط *rubber*، والبلاستيك *plastic*، والزجاج *glass*.

٣- المواد شبه الموصلة (شبه الناقلة) *semi conductors*: وهي المواد التي تتصف بالحالة المتوسطة بين المواد الناقلة والمواد العازلة، إذ أنها تسمح بمرور التيار الكهربائي عند معالجتها صناعياً، وذلك بتحضير بلورات موجبة وأخرى سالبة من هذه المواد بعد تطعيمها بعناصر مناسبة لهذه الغاية، كما سنناقش ونشرح ذلك مفصلاً في الوحدة التاسعة من هذا الكتاب، ومن أشهر هذه المواد الجيرمانيوم *germanium*

والسيليكون *silicon*، ومن المعروف أن اكتشاف هذه المواد أحدث ثورة هائلة في عالم الأجهزة الإلكترونية التي تعتمد في صناعتها على الخصائص الفريدة لهذا الصنف من المواد.

٥-٣ قانون كولوم *Coulomb's Law*:

لقد تمكن العالم الفرنسي *Coulomb Charles Augustus* في العام ١٧٩٥ للميلاد من دراسة القوى المتبادلة بين الشحنات الكهربائية الساكنة دراسةً تجريبية، وذلك باستخدام ميزان اللي الذي صممه لهذا الغرض *Coulomb's torsion balance*، حيث تمكن من التوصل إلى القانون الذي يعطي العلاقة الرياضية بين القوة الكهروستاتيكية -وسُميت بهذا الاسم بسبب بقاء الشحنات الكهربائية ثابتةً في مكانها- ومقدار هذه الشحنات والمسافة الفاصلة بينها، انظر الشكل (٥-١).

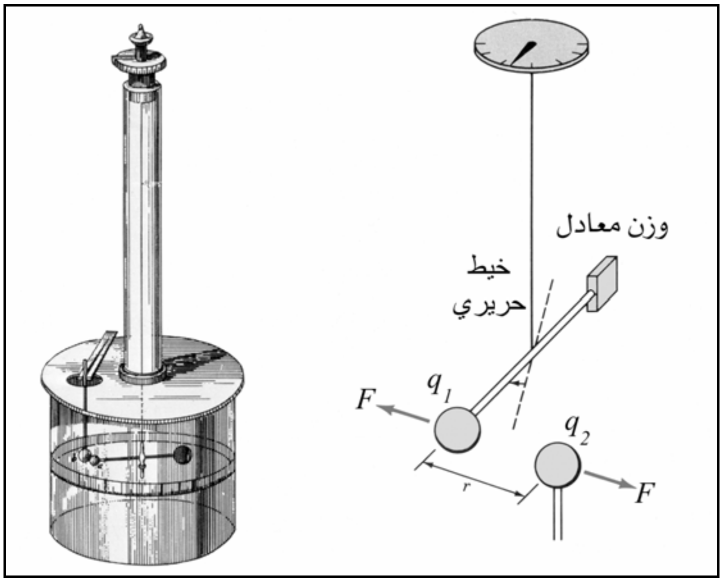
إن ميزان اللي المكون من كرة معدنية صغيرة تحمل شحنة كهربائية مقدارها (q_1) متصلة بوزن يعادلها لغرض الاستقرار بواسطة محور متصل بقرص مدرج مثبت عليه مؤشر يقيس زاوية الانحراف بسبب التأثير المتبادل بين الشحنة المعلقة وأية شحنة أخرى، حيث إن مقدار زاوية الانحراف يتناسب مع قوة التنافر بين الشحنتين. وبتغيير مقدار الشحنتين والمسافة بينهما في الفراغ *vacuum* توصل كولوم إلى ما يلي:

١- تتناسب القوة الكهروستاتيكية *(F)* تناسباً عكسياً مع مقدار الشحنتين (q_2, q_1) وهما شحنتان نقطيتان *point charges* أي أن أبعادها صغيرة إذا ما قورنت بالمسافة الفاصلة بينهما.

$$F \propto q_1 q_2 \qquad (5\text{-}2)$$

٢- تتناسب القوة الكهروستاتيكية *(F)* عكسياً مع مربع المسافة الفاصل بينهما (r^2)، ومعنى ذلك أنَّ:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \qquad (5\text{-}3)$$



الشكل (٥-١) ميزان اللي للعالم كولوم، ويبين القوة الكهربائية بين شحنتين

من العلاقتين *(5-2)* و*(5-3)*، نستنتج أن:

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (5\text{-}4)$$

وبتحويل التناسب إلى مساواة، نجد أنَّ:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

حيث *(k)* هو ثابت التناسب، ويطلق عليه الثابت الكهروستاتيكي، ويعتمد على الوحدات المستخدمة لقياس القوة والشحنة والمسافة، كما يعتمد أيضاً على الوسط الفاصل بين الشحنات الكهربائية، ولتحديد مقدار الثابت وباستخدام النظام العالمي للقياس *(SI)*، استخدم كولوم المقادير الآتية:

$$q_1 = q_2 = 1C$$
$$r = 1\ m$$

فوجد أن قوة التنافر الكهروستاتيكية *repulsion force* بينهما تساوي:

$$F = 9 \times 10^9\ N$$

وبالرجوع إلى العلاقة الرياضية *(5-5)* نجد أن ثابت التناسب يساوي:

$$k = \frac{Fr^2}{q_1 q_2}$$
$$= \frac{(9\times10^9\ N)(1m^2)}{1C^2} = 9\times10^9\ N.m^2.C^{-2}$$

وعليه، يمكننا إعادة كتابة العلاقة الرياضية *(5-5)* على النحو الآتي:

$$F = 9\times10^9\ \frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$$

حيث يؤكد المتجه $(\hat{r})$ أن القوة الكهروستاتيكية *(F)* هي كمية اتجاهية، كما يمكننا إعادة كتابة الثابت *(k)* على الشكل الآتي:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$$

حيث (ε_o) هو ثابت نفاذية الفراغ أو الهواء ***permittivity of vacuum***، ويمكن إيجاد مقداره العددي على النحو الآتي:

$$\varepsilon_o = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi(9\times10^9)} = 8.85\times10^{-12}\ N^{-1}.m^{-2}.C^2$$

واستنتاجاً من كل ما تقدم فإن العلاقة الرياضية *(5-5)* تأخذ الصيغة الآتية:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

والصيغة الرياضية المتداولة لحساب القوة الكهروستاتيكية هي:

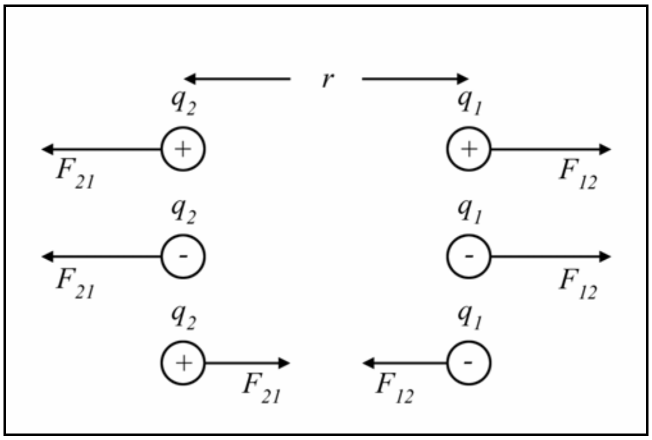
$$\boxed{F = k\ \frac{q_1 q_2}{r^2}} \qquad \text{(تعريف قانون كولومب)} \qquad (5\text{-}5)$$

أما إذا كان الوسط المحيط بالشحنات وسطاً آخراً غير الفراغ فإننا نحتاج إلى إضافة ثابت السماحية النسبية لمادة هذا الوسط، ويُعرَّف ثابت السماحية النسبية ***relative permittivity*** على الشكل الآتي:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} = \frac{\text{ثابت سماحية الوسط}}{\text{ثابت سماحية الفراغ}} \qquad (5\text{-}6)$$

ونلاحظ من العلاقة *(5-6)* أن (ε_r) ليس له وحدة قياس.

وأخيراً لا بد من الانتباه إلى ضرورة تحديد اتجاه تأثير القوة الكهروستاتيكية، وذلك لكي يكتمل تعريفنا للكمية الاتجاهية. وبهدف تبسيط هذه المسألة المهمة، تأمَّل بدقة الشكل (٢-٥).



الشكل (٢-٥) يبيّن اتجاه القوى الكهروستاتيكية المتبادلة بين شحنتين كهر بائيتين نقطيتين

لاحظ عزيزي المتدرب أن قوى التأثير المتبادلة في الحالات الثلاثة متساوية في المقدار ومتعاكسة في الاتجاه، وهو ما يذكرنا بقانون نيوتن الثالث الذي سبق ذكره في الوحدة الثالثة من هذا الكتاب. وأخيراً لا بد أن نؤكد على أن الشحنتين المتماثلتين تتنافران فيما بينهما، وأنَّ الشحنتين المختلفتين تتجاذبان فيما بينهما، كل ذلك بسبب القوى الكهروستاتيكية.

ونأمل من طلابنا الأعزاء الانتباه إلى أنَّ:

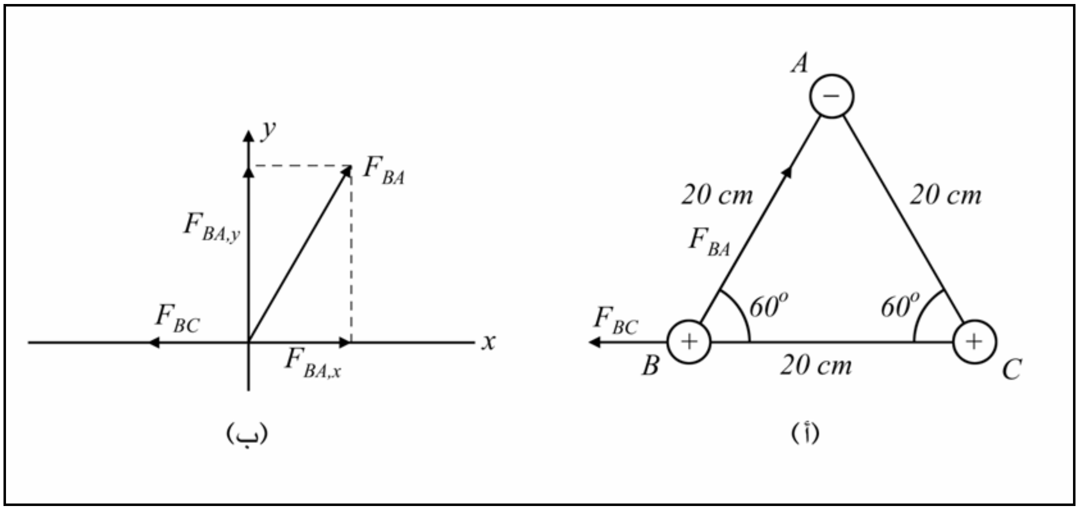
١- قوة التنافر ذات إشارة موجبة.

٢- قوة التجاذب ذات إشارة سالبة.

وبهدف ترسيخ هذه المهارة، تأمل المثال (١-٥).

مثال (١-٥) *Example*

وضعت ثلاث شحنات على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع *(ABC)*، تأمل الشكل (٣-٥)، مقاديرها $(-10 \times 10^{-6}\ C)$، $(+4 \times 10^{-6}\ C)$، $(+2 \times 10^{-6}\ C)$ على التوالي، أوجد حسابياً القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على الشحنة الموجودة عند النقطة *(B)*.



الشكل (٣-٥)، مثال (١-٥)

الحل ***Solution***:

$$F_{BA} = 9\times 10^9 \frac{(-10\times 10^{-6})(+4\times 10^{-6})}{(20\times 10^{-2})^2} = -9\,N$$

$$F_{BC} = 9\times 10^9 \frac{(+2\times 10^{-6})(+4\times 10^{-6})}{(20\times 10^{-2})^2} = 1.8\,N$$

ولإيجاد المحصلة نحتاج إلى تحليل القوة (F_{BA}) إلى مركبتيها السينية والصادية، الشكل (٣-٥ ب)، مع ملاحظة أن القوة (F_{BC}) واقعة على المحور السيني.

$$F_{BA,x} = F_{BA}\cos 60 = 4.5\,N$$

$$F_{BA,y} = F_{BA}\sin 60 = 7.79\,N$$

$$\sum F_x = F_{BA,x} - F_{BC} = 4 - 1.8 = 2.2\,N$$

$$\sum F_y = 7.79\,N$$

$$F = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} = 8.09\,N$$

$$\tan(\theta) = \frac{\sum F_y}{\sum F_x} = \frac{7.79}{2.2} = 3.54$$

$$\theta = \tan_o^{-1}(3.54) = 74.2$$

ونلاحظ في المثال (١-٥) أننا استخدمنا المحاور الديكارتية *(x, y)* لدراسة مجموعة القوى المؤثرة في ذات الوقت على شحنة محددة، وذلك باستخدام الطريقة التحليلية، حيث يكون مركز المحاور المتعامدة عند نقطة التأثير، ونأمل من أعزائنا الطلبة اعتماد هذه الطريقة المبسطة لتحديد مقدار واتجاه المحصلة للقوى المؤثرة باعتبارها كمية اتجاهية، وذلك في أي مسألة مشابهة لهذا المثال.

مثال (٥-٢) Example

إذا كانت شحنة نواة ذرة الهيليوم تساوي *(2 e)*، وشحنة نواة ذرة النيون تساوي *(10 e)*، والمسافة الفاصلة بين النواتين تساوي *(3 nm)*. أوجد مقدار القوة الكهروستاتيكية بينهما.

الحل Solution:

هذا تطبيق مباشر على قانون كولوم، وبما أن ثابت السماحية النسبية لم يذكر في هذا المثال فإن:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$
$$r = 3nm = 3\times 10^{-9}\,m$$
$$q_1 = 2e = 2(1.6\times 10^{-19}\,C)$$
$$q_2 = 10e = 10(1.6\times 10^{-19}\,C)$$
$$\varepsilon_o = 8.85\times 10^{-12}\,N^{-1}.m^{-2}.C^2$$
$$F = \frac{1}{4\pi\left(8.85\times 10^{-12}\right)}\frac{2\left(1.6\times 10^{-19}\,C\right)10\left(1.6\times 10^{-19}\,C\right)}{\left(3\times 10^{-9}\,m\right)^2} = 5.12\times 10^{-10}\,N$$

وهي قوة ذات إشارة موجبة، أي أنها قوة تنافر لأن الشحنتين متماثلتين.

ملاحظة: حاول إعادة حل هذا المثال باستخدام الثابت $(k = 9\times 10^9\,N\,m^2\,C^{-2})$، وستجد أنك ستحصل على النتيجة نفسها.

٥-٤ المجال الكهربائي The Electric Field:

المجال الكهربائي هو عبارة عن حيِّز مكون من مجموعة من المتجهات أو حقل من المتجهات *vectors field* بمعدل متجه واحد لكل نقطة حول الشحنة الكهربائية، ويُختبر المجال الكهربائي بواسطة وضع شحنة اختبارية *test charge* (q_o) بالقرب من جسم مشحون كهربائياً بشحنة مقدارها *(q)*، ثم نقوم بحساب القوة الكهروستاتيكية $(\vec{F})$ المؤثرة على الشحنة الاختبارية (q_o)، وهكذا نجد أن المجال الكهربائي الناشئ عن تأثير الجسم ذي الشحنة *(q)* على الشحنة (q_o)، هو عبارة عن القوة الكهروستاتيكية التي

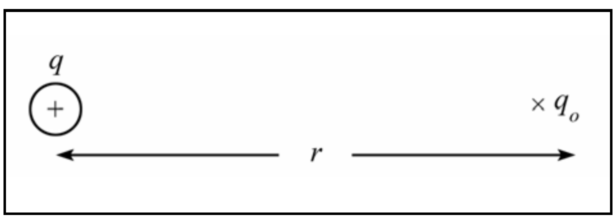
تنشأ بين هاتين الشحنتين والمؤثرة على الشحنة الاختبارية (q_o)، وباستخدام النظام الدولي للقياس نعرِّف المجال الكهربائي بأنَّه القوة الكهروستاتيكية المساوية لواحد نيوتن والتي تؤثر على شحنة كهربائية مقدارها واحد كولوم، وهذا ما يمكننا التعبير عنه رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_o}} \qquad \text{(5-7)}$$ (تعريف المجال الكهربائي)

حيث $(\vec{E})$ هي شدة المجال الكهربائي، وهو كمية اتجاهية مقدارها $(\vec{F}/q_o)$ واتجاهها هو اتجاه القوة $(\vec{F})$ نفسه، أما وحدة قياسه في النظام العالمي (SI) فهي (N/C).

ومن الجدير بنا أن نؤكد على أن الشحنة الاختبارية سميت بهذا الاسم لأن مهمتها هي لاختبار وجود المجال الكهربائي فقط، وليس لها أثر يذكر على طبيعته أو مقداره، إنما ينشأ المجال الكهربائي بسبب شحنة الجسم (q)، ولبيان ذلك تأمل الشكل (٤-٥)، حيث إن القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على (q_o) هي:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\hat{r}$$



الشكل (٤-٥)

الشحنة الاختبارية (q_o) تقع داخل حيِّز المجال الكهربائي للشحنة (q)

حيث (r) المسافة الفاصلة بين الشحنتين، أما شدة المجال الكهربائي فهو:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_o} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \qquad \text{(5-8)}$$

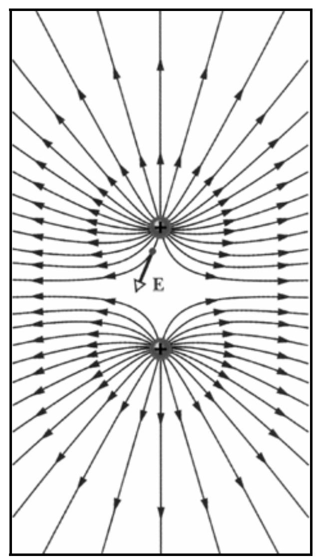
وهكذا نتبين أن الشحنة الاختبارية لا علاقة لها بالمجال الكهربائي. ومتجه الوحدة $(\hat{r})$ يشير إلى أن اتجاه المجال $(\vec{E})$ باتجاه القوة $(\vec{F})$.

وتختلف شدة المجال الكهربائي $(\vec{E})$ بحسب اختلاف الظروف الفيزيائية للشحنة التي تسببه[1]، والجدول (٢-٥) يوضح شدة المجال $(\vec{E})$ لمجموعة من هذه الحالات. كما أن شكل خطوط المجال الكهربائي يختلف باختلاف الطبيعة الكهربائية للشحنة، انظر الشكل (٥-٥) و(٦-٥).

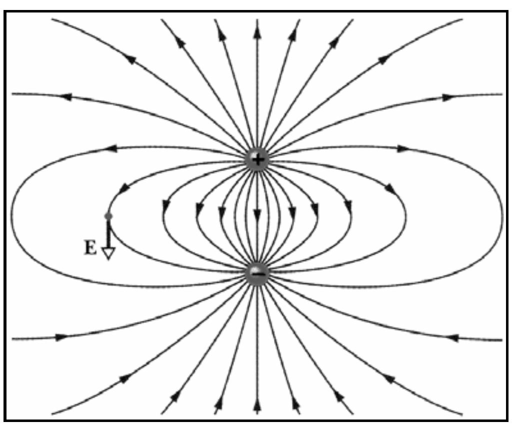
[1] تعمدنا وضع الجدول (٢-٦) بهدف إعطاء الطالب أمثلة على بعض حالات المجال الكهربائي.

المقدار (N/C)	المجال الكهربائي ***Electric Field***	
3×10^{21}	على سطح نواة اليورانيوم	*at the surface of uranium nuclus*
5×10^{11}	على مدار الإلكترون في ذرة الهيدروجين	*within a hydrogen atom, at the electron orbit*
3×10^{6}	مجال الانهيار الكهربائي في الهواء	*electric breakdown occurs in air*
10^{3}	ماسح آلة التصوير الضوئي	*at the charged drum of a photocopier*
10^{3}	مجال تسريع الإلكترونات في التلفزيون	*the electron beam accelerator in a TV set*
10^{3}	حول مشط بلاستيكي	*near a charged plastic comb*
10^{2}	طبقة الغلاف الجوي السفلى	*in the lower atmosphere*
10^{2}	المجال على سلك من النحاس داخل البيت	*inside the copper wire of household circuits*

الجدول (٥-٢) يبين شدة المجال الكهربائي $(\vec{E})$ لمجموعة من الحالات المختلفة



الشكل (٥-٥) خطوط المجال الكهربائي الناتجة عن شحنتين متساويتين موجبتين، وفيها نرى كيف تتنافر الشحنتان خلال خطوط المجالات الكهربائية



الشكل (٥-٦) خطوط المجال الكهربائي الناتجة عن شحنتين متساويتين ومختلفتي الإشارة، وفيها نرى كيف تتجاذب الشحنتان من خلال خطوط المجالات الكهربائية

٥-٥ المجال الكهربائي الناشئ عن شحنة نقطية *The Electric Field Due To A Point Charge*:

إن المجال الكهربائي $(\vec{E})$ الناشئ عن شحنة نقطية مقدارها (q)، عند نقطة تبعد عنها مسافة مقدارها (r) هو:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

والصيغة الرياضية المتداولة لحساب شدة المجال الكهربائي هي:

$$\boxed{E = k\frac{q}{r^2}} \qquad \text{(تعريف المجال الكهربائي لشحنة)} \qquad (5\text{-}9)$$

حيث $(\hat{r})$ يمثل متجه الوحدة *unit vector* لمتجه المسافة الواصل بين الشحنة والنقطة المطلوب تعيين مقدار المجال الكهربائي عندها، أما اتجاه $(\vec{E})$ فهو بالاتجاه الذي يبدو مبتعداً عن الشحنة إذا كانت موجبة، انظر الشكل (٥-٥) ومقترباً منها إذا كانت الشحنة سالبة، انظر الشكل (٦-٥).

مثال (٥-٣) *Example*

إذا كان نصف قطر *radius* نواة ذرة اليورانيوم (r) يساوي $(6.8\ fm)$ وإذا ما افترضنا أن شحنة النواة تتوزع بشكل منتظم في داخلها. أوجد حسابياً شدة المجال الكهربائي عند نقطة على سطح النواة.

الحل *Solution*:

باستخدام العلاقة الرياضية *(5-10)* نجد أنَّ:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze}{r^2} = k\frac{Ze}{r^2}$$

$$= (9\times 10^9\ N.m^2.C^{-2})\,\frac{(92)(1.6\times 10^{-19}C)}{(6.8\times 10^{-15}m)^2}$$

$$E = 2.9\times 10\,N^{21}/C$$

حيث (Z) تمثل عدد البروتونات داخل نواة اليورانيوم.

٥-٦ الجهد الكهربائي *The Electric Potential*:

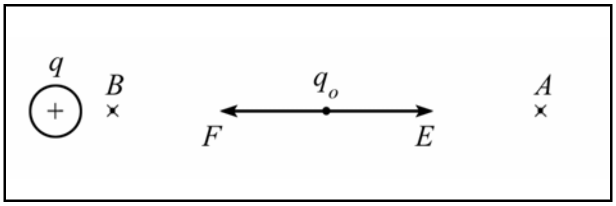
إذا قمنا بتوصيل جسمين مشحونين كهربائياً، فإن الشحنات تبدأ بالانتقال من أحدهما إلى الآخر، وهذا لا يحدث إلا إذا كان الجهد الكهربائي لأحدهما أعلى من الآخر، إذاً:

١- ماذا نقصد بمفهوم الجهد الكهربائي؟

٢- ما هي الكميات الفيزيائية التي يعتمد عليها الجهد الكهربائي؟

٣- ما هي العلاقة بين كلٍ من الجهد الكهربائي في نقطة ما والمجال الكهربائي لها؟

وللإجابة على هذه التساؤلات دعنا نتأمل الشكل (٧-٥).



الشكل (٥-٧) فرق الجهد لشحنة كهربائية اختبارية (q_o)

إذا تحركت الشحنة الكهربائية الاختبارية *test charge* (q_o) من النقطة *(A)* إلى النقطة *(B)* وبسرعة ثابتة داخل مجال تأثير الشحنة الموجبة *(+q)*، فإن مقداراً من الشغل يُبذل عليها ويُختزن فيها على شكل طاقة تسمى الطاقة الكامنة الكهربائية *electric potential energy*، والمقدار الناتج عن قسمة الشغل المبذول في تحريك هذه الشحنة الاختبارية بين نقطة البداية *(A)* ونقطة النهاية *(B)* على الشحنة الاختبارية ذاتها يسمى فرق الجهد بين هاتين النقطتين *potential difference*. ونستطيع التعبير رياضياً عن هذا المفهوم بالعلاقة الآتية:

$$V_{BA} = V_B - V_A = \frac{W_{A\to B}}{q_o} \qquad (5\text{-}10)$$
$$W_{A\to B} = (V_B - V_A)q_o = \Delta U$$

حيث أن:

$W_{A\to B}$: الشغل المبذول بواسطة القوة الخارجية *(F)* لنقل الشحنة (q_o) من *(A)* إلى *(B)*.

V_B : الجهد الكهربائي عند النقطة *B*.

V_A : الجهد الكهربائي عند النقطة *A*.

ΔU : التغير في الطاقة الكامنة للشحنة (q_o).

ولبيان العلاقة بين الشغل المبذول على الشحنة (q_o) وطاقتها الكامنة الكهربائية، نتأمل مرة أخرى الشكل (٥-٨) لنجد أن القوة *(F)* تساوي المقدار (Eq) وتعاكسه في الاتجاه وهذا ما يفسر لنا أن الشغل هو مقدار سالب، أي أن:

$$-W_{A\to B} = -\Delta U$$

ونستطيع الآن أن نُعرّف حاصل ضرب الشحنة في الجهد عند نقطة ما، بأنّه الطاقة الكامنة للشحنة في تلك النقطة، فمثلاً الطاقة الكامنة للشحنة (q_o) عند النقطة *B* تساوي $(V_B\, q_o)$. وبناءً على ما تقدم فإن فرق الجهد بين نقطتين $(V_B - V_A)$ يساوي مقدار التغير الحاصل في طاقة الوضع الكهربائية مقسوماً على مقدار الشحنة المنقولة ومعنى ذلك:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q_o} = \frac{U_B - U_A}{q_o}$$

وبصفة عامة يمكننا إيجاد مقدار الشغل الكهربائي المبذول بين نقطتين داخل المجال الكهربائي للشحنة النقطية (q) والمؤثر على شحنة اختبارية (q_o) من العلاقة الرياضية:

$$W = F.r$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qq_o}{r^2}r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qq_o}{r}$$

حيث (r) هي المسافة الفاصلة بين النقطتين (A) و(B)، نلاحظ أيضاً أن كلاً من (F) لهما ذات الاتجاه أي أن الزاوية بينهما تساوي الصفر.

تعريف الجهد الكهربائي في نقطة: هو الشغل المبذول لتحريك وحدة الشحنات الكهربائية من الـ "مالا نهاية" إلى النقطة المطلوبة دون إحداث أي تغيير في طاقتها الحركية. ويقاس الجهد بوحدة (J/C) وهي عبارة عن الفولت (V).

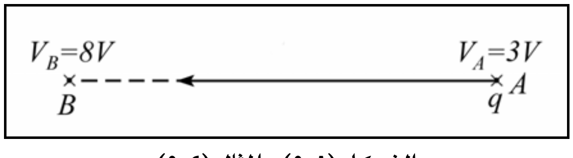
مثال (٤-٥) *Example*

شحنة كهربائية مقدارها $(4 \times 10^{-6}\ C)$ موجودة في نقطة يبلغ مقدار جهدها $(3V)$ تأمل الشكل (٨-٥)، ثم أوجد حسابياً:

١- الطاقة الكامنة للشحنة الكهربائية.

٢- مقدار الشغل المطلوب لنقلها إلى نقطة أخرى يبلغ مقدار جهدها $(8V)$.

٣- مقدار التغير في الطاقة الكامنة للشحنة عند نقلها من الموضع (A) إلى الموضع (B).



الشكل (٨-٥)، المثال (٤-٥)

الحل *Solution*:

١- الطاقة الكامنة:

$$U = q\,V$$
$$= (4 \times 10^{-6}\ C)(3V) = 12 \times 10^{-6}\ J$$

٢- الشغل المطلوب لنقل الشحنة من (A) إلى (B).

$$W = q(V_B - V_A)$$

$$= (4 \times 10^{-6}\ C)(8V - 3V) = 20 \times 10^{-6}\ J$$

٣- التغير في الطاقة الكامنة للشحنة:

$$\Delta U = U_B - U_A = 20 \times 10^{-6}\ J$$

ملاحظة: ماذا نستنتج من مقارنة نتائج المطاليب (٢ و٣)؟

وبالرجوع إلى العلاقة الرياضية التي تعبّر عن القوة الكهربائية الناشئة بين الشحنة (q) وشحنة اختبارية (q_o) ومفهوم الشغل خلال المسافة (r) عن الشحنة الكهربائية (q)، ومقدار الشغل المطلوب إنجازه، نجد أن:

$$W = Fr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qq_o}{r^2}r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qq_o}{r}$$

$$V = \frac{W}{q_o} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qq_o}{r}}{q_o} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}$$

والصيغة الرياضية المتداولة لحساب الجهد الكهربائي هي:

$$\boxed{V = k\frac{q}{r}}$$ (تعريف الجهد الكهربائي لشحنة) *(5-11)*

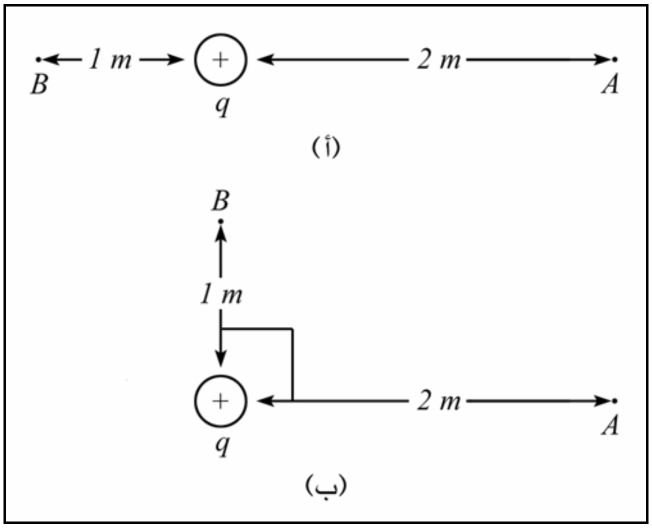
وهي العلاقة الرياضية التي تعبِّر عن الجهد الكهربائي عند نقطة تبعد مسافة (r) عن الشحنة (q)، وهو كمية عددية وليست اتجاهية.

مثال (٥-٥) *Example*

إذا كان مقدار الشحنة النقطية *point charge*، الموضحة في الشكل (٥-١٠) يساوي $(1\ \mu C)$، وتبعد النقطة (A) عنها مسافة قدرها $(2\ m)$، أما النقطة (B) فتبعد $(1\ m)$.

١- أوجد فرق الجهد $(V_A - V_B)$ في الشكل (٥-١٠ أ).

٢- أوجد فرق الجهد $(V_A - V_B)$ في الشكل (٥-٩ ب).



الشكل (٩-٥)، المثال (٥-٥)

الحل *Solution*:

-١

$$
\begin{aligned}
V_A - V_B &= k\frac{q}{r_A} - k\frac{q}{r_B} \\
&= k\,q\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) \\
&= \left(9\times 10^{9}\ N\,m^2\,C^{-2}\right)\left(1\times 10^{-6}\ C\right)\left(\frac{1}{2m} - \frac{1}{1m}\right) \\
&= -4500V
\end{aligned}
$$

٢- بما أن الجهد الكهربائي يعتمد على مقدار المسافة (r) وليس على اتجاهها إذاً:

$$V_A - V_B = -4500V$$

٧-٥ السعة الكهربائية *Capacitance*:

تعتبر السعة الكهربائية مفهوماً مهماً للغاية، وهو من أهم التطبيقات المباشرة على مفهوم الكهرباء الساكنة، وذلك بعد توصيل طرفي المكثف الكهربائي *capacitor* بفرق جهد مناسب. إن السعة *capacitance* صفة من صفات المكثف والذي يُصمم بأشكال مختلفة تناسب الغرض المقصود من استعمالها، إذ أن هذا الاستعمال يؤدي إلى تخزين الطاقة الكهربائية في المكثف، كما يؤدي إلى نشوء مجال كهربائي بين لوحيه له تطبيقات عديدة في الدوائر الكهربائية والإلكترونية. وكما نعلم، فإنَّ المكثف هو عبارة عن لوحين متوازيين مصنوعين من مادة ناقلة للكهرباء يفصل بينهما وسط عازل،

يحمل الوجهان الداخليان للوحين المتوازيين شحنات كهربائية متعاكسة بسبب فرق الجهد الكهربائي (V) بينهما. أن كمية الشحنة المختزنة (q) *storage charge* في المكثف تتناسب تناسباً طردياً مع فرق الجهد بين لوحيه، أي أنَّ:

$$q \propto V$$

حيث إن ثابت التناسب هنا هو ما نطلق عليه "السعة الكهربائية" للمكثف (C)، والتي يعتمد مقدارها على الأبعاد الهندسية[1] للمكثف ونوع المادة العازلة بين اللوحين، أي أن:

$$q = CV \qquad (5\text{-}12)$$

ولغرض التعرف على الشكل المبسط للمكثف الكهربائي، انظر الشكل (٥-١٠ أ، ب). أن وحدة قياس السعة الكهربائية في النظام الدولي (SI) هي الكولوم لكل فولت، أو ما يعرف بالفاراد *Farad* حيث إن:

$$1\ Farad = 1\ Coulomb/1\ Volt$$
$$1\ F = 1\ C/1\ V$$

ويعتبر الفاراد وحدة كبير جداً لقياس السعة الكهربائية للمكثف ولهذا نلجأ عادةً إلى استعمال أجزاء الفاراد ونذكر هنا أكثرها تداولاً، مايكروفاراد، نانوفاراد، وبيكوفاراد.

إن سعة المكثف ذي اللوحين المتوازيين السابق الذكر، يمكن حسابها وذلك بحساب شدة المجال الكهربائي $(\vec{E})$ الناشئ بين اللوحين وذلك باعتماد قانون كاوس *Gaus's low* الذي يربط بين كل من المجال الكهربائي والشحنة الكهربائية بالعلاقة الرياضية:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}.\vec{d}A = q \qquad (5\text{-}13)$$

حيث (q) هي الشحنة الكهربائية الموضوعة على السطح، والتكامل هنا يشمل السطح الكلي للوح الناقل، أما (dA) فهو الجزء التفاضلي من السطح الكلي ذي المساحة (A)، بينما يمثل المتجه $(d\vec{A})$ متجه المساحة العمودي عليها، أما إذا لم يكن عمودياً، فنلاحظ أن علامة الضرب القياسي الموجودة بين متجه المجال $(\vec{E})$ ومتجه المساحة $(d\vec{A})$، هي التي تضبط هندسياً هذه العلاقة. وباعتبار أن كلاً من $(\vec{F})$ و(ε_0) من جهة و$(\vec{E})$ و(dA) من جهة أخرى موازية لبعضها ، أي أن الزاوية بين $(\vec{E})$ و$(d\vec{A})$ تساوي الصفر، إذاً يمكننا إعادة صياغة المعادلة $(5\text{-}14)$ على النحو الآتي:

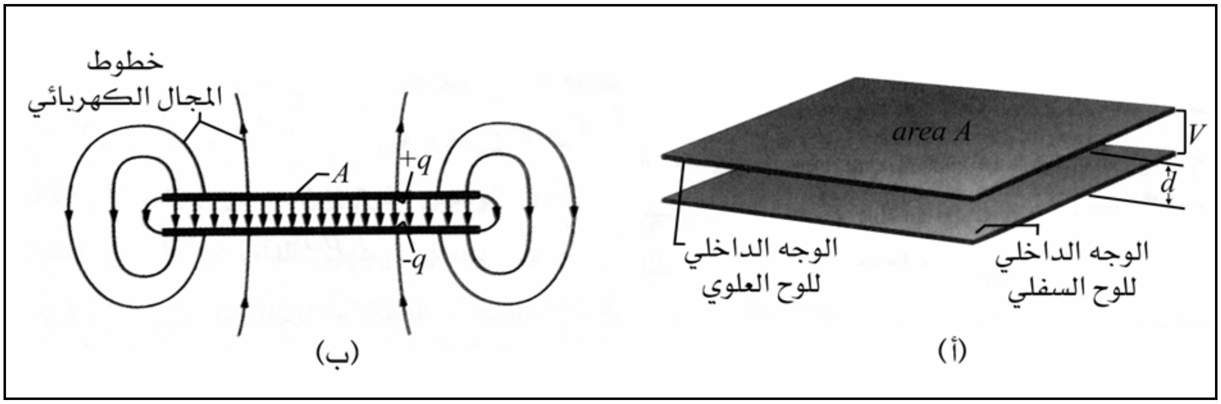
$$\varepsilon_0 \vec{E} A = q \qquad (5\text{-}14)$$

ذلك أن تكامل الجزء التفاضلي من المساحة (dA) هو المساحة الكلية (A)، كما يمكننا حساب فرق الجهد (V) بين لوحي المكثف وذلك بعد أن عرفنا مقدار المجال الكهربائي من المعادلة المعروفة:

---

[1] المقصود بالأبعاد الهندسية للمكثف، مساحة اللوحين وشكلهما الهندسي، والمسافة الفاصلة بينهما.

$$V = Ed \qquad (5\text{-}15)$$



الشكل (١٠-٥)

أ- وفيه يظهر شكل المكثف ذي اللوحين المتوازيين، والمتساويين في المساحة *(A)* وتفصلهما عن بعضهما مسافة *(d)*، بينما يظهر فرق الجهد بينهما *(V)*، وكذلك الشحنتان على الوجهان الداخليين *(+q)* و*(-q)*.

ب- وفيه تظهر خطوط المجال الكهربائي ($\vec{E}$) وهو مجال منتظم في وسط المكثف بينما يتهدب *(fringes)* عند حافتي المكثف، ويتم إهمال مجال منطقة التهدب لصغر المسافة *(d)* مقارنة بالمساحة *(A)*

وهكذا، ومن المعادلات *(5-12)*، *(5-14)*، *(5-15)* نجد أن:

$$\varepsilon_o E A = C Ed$$

$$C = \varepsilon_o \frac{A}{d} \qquad (5\text{-}16)$$

وبما أن الحالة العامة تقتضي وجود ثوابت عزل لمواد عازلة أخرى غير الفراغ ولهذا لا بد من إعادة صياغة المعادلة *(5-16)* على الشكل الآتي:

$$\boxed{C = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{A}{d}} \qquad \text{(سعة المكثف)} \qquad (5\text{-}17)$$

حيث (ε_r) هو ثابت السماحية النسبية للمادة العازلة التي يمكن أن تملأ الفراغ بين لوحي المكثف، كالزجاج والمايكا، وقد مر ذكره عند مناقشة قانون كولوم.

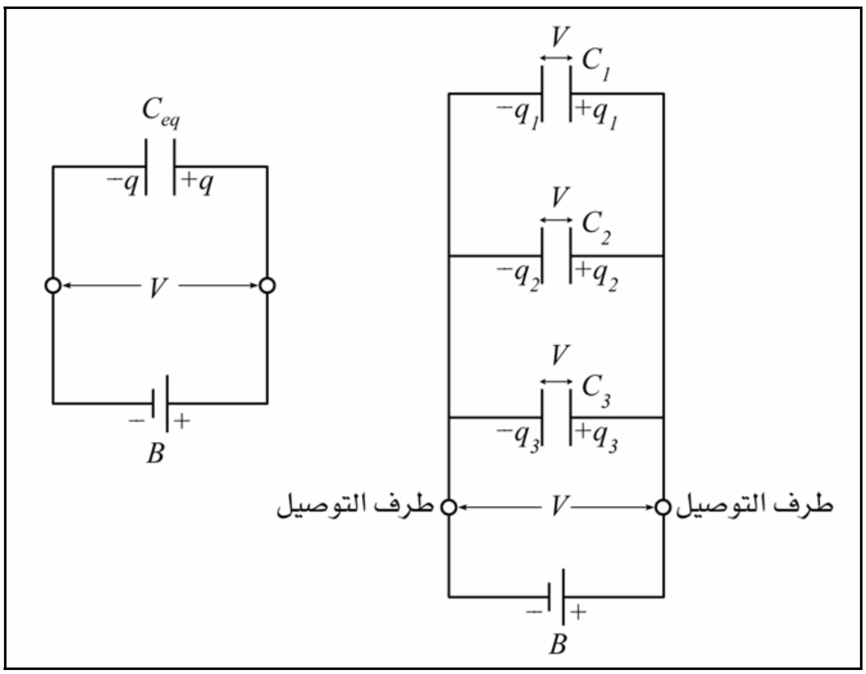
٥-٨ توصيل المكثفات على التوازي *Capacitors in Parallel*:

إن الاستخدامات العملية للمكثفات الكهربائية تقتضي استخدام مجموعة منها، وهذه المجموعة يتم وصل عدد منها على التوازي *in parallel* وأحياناً أخرى وصل عدد منها على التوالي *in series*، وأحياناً أخرى على التوازي والتوالي معاً في أن واحد، وسوف نبدأ بإيجاد السعة المكافئة لمجموعة من المكثفات الموصولة على التوازي، بحيث توصل الألواح المشحونة بشحنة سالبة مع بعضها وتوصل الألواح المشحونة بشحنة موجبة مع بعضها البعض، انظر الشكل (٥-٥ أ، ب)، تجد أن جميع المكثفات (C_1,C_2,C_3) لها الجهد (V) نفسه، أي أن:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V$$

أما الشحنة الكلية (q):

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$



الشكل (١١-٥ أ، ب)

أ- يبين ثلاثة مكثفات (C_1,C_2,C_3) تم وصلها على التوازي ***connected in parallel***، إلى مصدر فرق الجهد البطارية (B) والذي يساوي (V).

ب- ويبين المكثف (C_{eq}) المكافئ لمجموع المكثفات الثلاثة وكذلك يبين أن الشحنة الكلية هي عبارة عن مجموع الشحنات الثلاث $(q_1 + q_2 + q_3)$.

تمعن مرة أخرى بالشكل (١٠-٥ ب)، تجد أنه يمثل المكثف المكافئ لمجموعة المكثفات الثلاثة، ولبيان ذلك تابع ما يلي:

$$q_1 = C_1V,\ q_2 = C_2V,\ q_3 = C_3V$$
$$q = q_1 + q_2 + q_3 = C_1V + C_2V + C_3V = V(C_1 + C_2 + C_3)$$

وهكذا نجد أن:

$$C = C_{eq} = \frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3 + ... = \sum_{i=1}^{n} C_i ... \qquad (5\text{-}19)$$

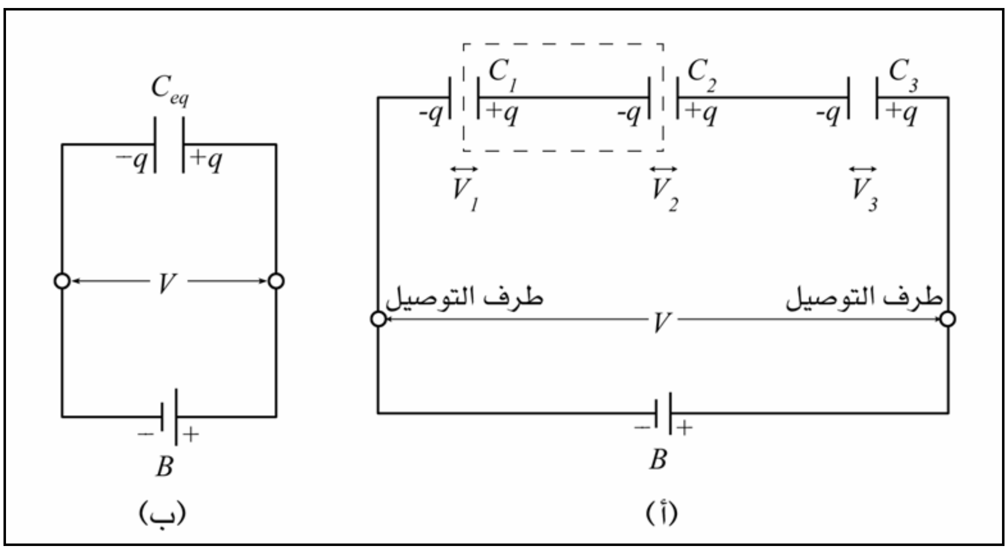
حيث (n) هو عدد المكثفات الموصولة على التوازي.

وهكذا نجد أن السعة المكافئة في الشكل (٥-١١) هي (C):

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

٥-٩ توصيل المكثفات على التوالي *Capacitors in series*:

يمكننا عملياً توصيل مجموعة من المكثفات ببعضها على التوالي *in series*، أي توصيل الألواح بطريقة متوالية اللوح الثاني للمكثف الأول مع اللوح الأول للمكثف الثاني، واللوح الثاني للمكثف الثاني مع اللوح الأول للمكثف الثالث، وهكذا إلى نهاية الأمر، انظر الشكل (٥-١٢ أ، ب).



الشكل (٥-١٢ أ، ب)

أ- يبين ثلاثة مكثفات (C_1, C_2, C_3) تم وصلها على التوالي *connected in series*، إلى مصدر فرق الجهد البطارية (B) والذي يساوي (V).

ب- يبين المكثف المكافئ (C_{eq}) كما يوضح أن فرق الجهد (V) عبر هذا المكثف المكافئ هو عبارة عن حاصل جمع فرق الجهد $(V_1 + V_2 + V_3)$ عبر المكثفات الموضحة في الجزء (ب) من هذا الشكل.

إنَّ ملاحظة الشكل (١٢-٥) تبيِّن لنا أن مجموعة من المكثفات وعددها ثلاثة، تم وصلها على التوالي، وهذا ما يؤدي بالضرورة إلى وجود ثلاث قيم مختلفة لفرق الجهد بعدد المكثفات الموصولة على التوالي، أي أن لكل مكثف فرق الجهد الخاص به، (V_1, V_2, V_3)، بينما نلاحظ أن الشحنات الكهربائية متساوية لجميع هذه المكثفات، أي أن:

$$q = q_1 = q_2 = q_3$$

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, V_2 = \frac{q}{C_2}, V_3 = \frac{q}{C_3}$$

أما فرق الجهد الكلي:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

وأخيراً فإن السعة المكافئة هي:

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}} = \frac{\cancel{q}}{\cancel{q}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)}$$

$$1 = C_{eq}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \qquad (5\text{-}20)$$

كما يمكن إعادة صياغتها بشكلها العام:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i-1}^{n} \frac{1}{C_i} \qquad (5\text{-}21)$$

حيث (n) عدد المكثفات في الدائرة الموصلة على التوالي.

٥-١٠ الطاقة الكهربائية المختزنة في مكثف مشحون *Storage Energy In A Charged Capacitor*:

إن مقدار الشحنة الكهربائية (q) في المكثف يتناسب مع فرق الجهد (V) بين طرفي المكثف الكهربائي، ومن المعلوم أن الجهد الكهربائي بين طرفي المكثف يبدأ من القيمة $(V = 0)$ عندما تكون الشحنة الكهربائية $(q = 0)$ ثم يزداد تدريجياً إلى القيمة $(V = V)$ عندما يكتمل شحن المكثف وتصل الشحنة الكهربائية إلى المقدار (q)، أي أن القيمة المتوسطة للجهد بين طرفي المكثف هي:

$$\overline{V} = \frac{V + 0}{2} = \frac{1}{2}V \qquad (5\text{-}22)$$

حيث (V) هو فرق الجهد بين طرفي البطارية.

أما الشغل اللازم إنجازه لنقل الشحنة الكلية (q) عبر متوسط الجهد $(\bar{V})$ فهو:

$$W = q\left(\frac{1}{2}V\right) = \frac{1}{2}qV \qquad (5\text{-}23)$$

ويتم بعد ذلك تخزين هذا الشغل كطاقة كهربائية كامنة في المجال الكهربائي بين لوحي المكثف، ويمكن حسابه على النحو الآتي:

$$U = W = \frac{1}{2}qV = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 \qquad (5\text{-}24)$$

ويلاحظ أن للمعادلة (5-24) ثلاث صيغ رياضية يمكن استخدامها حسب المعلومات المتوافرة عن الدائرة الكهربائية.

مثال (٥-٦) Example

مكثفان سعة كل منهما $(C_1 = 200\,PF)$ ، $(C_2 = 600\,PF)$ تم توصيلهما على التوازي، ثم شحنا حتى صار فرق الجهد بين لوحي كلٍ منهما (120 volt).

١- أوجد حسابياً الشحنة الكهربائية على كل مكثف.

٢- أوجد حسابياً السعة المكافئة للمجموعة.

الحل Solution:

-١

$$\begin{aligned}
q_1 &= C_1 V \\
&= (200\times 10^{-12}\,F)(120V) \\
&= 2.4\times 10^{-8}\,C \\
q_2 &= C_2 V \\
&= (600\times 10^{-12})(120V) \\
&= 7.2\times 10^{-8}\,C \\
q &= q_1 + q_2 \\
&= (2.4+7.2)\times 10^{-8} = 9.6\times 10^{-8}\,C
\end{aligned}$$

-٢

$$
\begin{aligned}
C &= C_1 + C_2 \\
&= (200\times10^{-12}) + (600\times10^{-12}) \\
&= 800\times10^{-12}\,F \\
C &= 8\times10^{-10}\,F
\end{aligned}
$$

مثال (٧-٥) *Example*

مكثفان سعة كل منهما $(C_1 = 3\,PF)$، $(C_2 = 6\,PF)$ تم وصلهما على التوالي، ثم وصلت المجموعة بفرق جهد مقداره $(V = 10\ volt)$.

١- أوجد حسابياً السعة المكافئة للمجموعة.

٢- أوجد حسابياً الشحنة الكلية على المجموعة والشحنة على كل مكثف.

٣- أوجد حسابياً فرق الجهد عبر كل مكثف.

الحل *Solution*:

-١

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \\
&= \frac{1}{3\,PF} + \frac{1}{6\,PF} = \frac{(6+3)}{18\,PF}\frac{1}{2\,PF} \\
C &= 2\,PF = 2\times10^{-12}F
\end{aligned}
$$

-٢

$$
\begin{aligned}
q &= CV \\
&= (2\times10^{-12}\,F)(10V) = 2\times10^{-11}\,C
\end{aligned}
$$

وبما أن التوصيل على التوالي:

$$
q = q_1 = q_2 = 2\times10^{-11}C
$$

$$
V_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{2\times10^{-11}C}{3\times10^{-12}F} = 6.67V
$$

$$
V_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{2\times10^{-11}C}{6\times10^{-12}F} = 3.33V
$$

ونلاحظ هنا أن توصيل المكثفات على التوالي يعمل على توزيع الجهد على المكثفات، أي أن:

$$
\begin{aligned}
&V_t = V_1 + V_2 \\
&10 = 6.67 + 3.33 = 10\,volt
\end{aligned}
$$

الخلاصة
Summary

- قانون كولوم: هو العلاقة الرياضية التي يمكننا استخدامها لحساب مقدار القوة الكهروستاتيكية بين شحنتين كهربائيتين، تفصلهما عن بعضهما مسافة معلومة، وصيغته الرياضية:

$$F(N) = \frac{1}{4\pi \varepsilon_o} \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

- الكولوم: هو مقدار الشحنة الكهربائية التي إذا وضعت في الفراغ على مسافة متر واحد من شحنة ثانية مماثلة لها، كانت القوة الكهروستاتيكية المتبادلة بينهما مساويةً إلى $(9 \times 10^9\ N)$. وهو الوحدة الدولية لقياس مقدار الشحنة الكهربائية.

- المجال الكهربائي السكوني: هو عبارة عن حيِّز من الفراغ يحيط بشحنة كهربائية معلومة، يظهر ضمن حدوده تأثير القوة الكهروستاتيكية على شحنة اختبارية موجبة، إذا وضعت في أي نقطة داخل المجال، ويعبَّر عنه رياضياً بالمعادلة:

$$E(N/C) = \frac{F}{q_o} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_o} \frac{q}{r^2} = k \frac{q}{r^2}$$

- الجهد الكهربائي: هو الشغل الكهربائي المطلوب لنقل وحدة الشحنات الموجبة من الـ "مالا نهاية" إلى نقطة معلومة. ويعبَّر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$V(volt) = \frac{-W_{\infty \to A}}{q_o} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_o} \frac{q}{r} = k \frac{q}{r}$$

- السعة الكهربائية لمكثف: هي كمية الشحنة الكهربائية اللازمة لإحداث تغير في جهد نظام معين (مكثف) بمقدار فولت واحد، ونعبِّر عنها رياضياً بالعلاقة:

$$C(\ farad\ ) = \frac{q}{V}$$

ويمكننا حساب سعة المكثف إذا عرفنا أبعاده الهندسية والمسافة بين لوحيه، وطبيعة المادة العازلة بينهما من العلاقة الرياضية:

$$C = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

كما يمكننا إيجاد السعة المكافئة لمجموعة من المكثفات موصولة على التوالي من القانون:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ...$$

أما إذا كانت مجموعة المكثفات موصولة على التوازي فإن السعة المكافئة هي:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + ...$$

أما الطاقة الكهربائية المختزنة في المكثف الكهربائي فيمكن حسابها من العلاقة الرياضية:

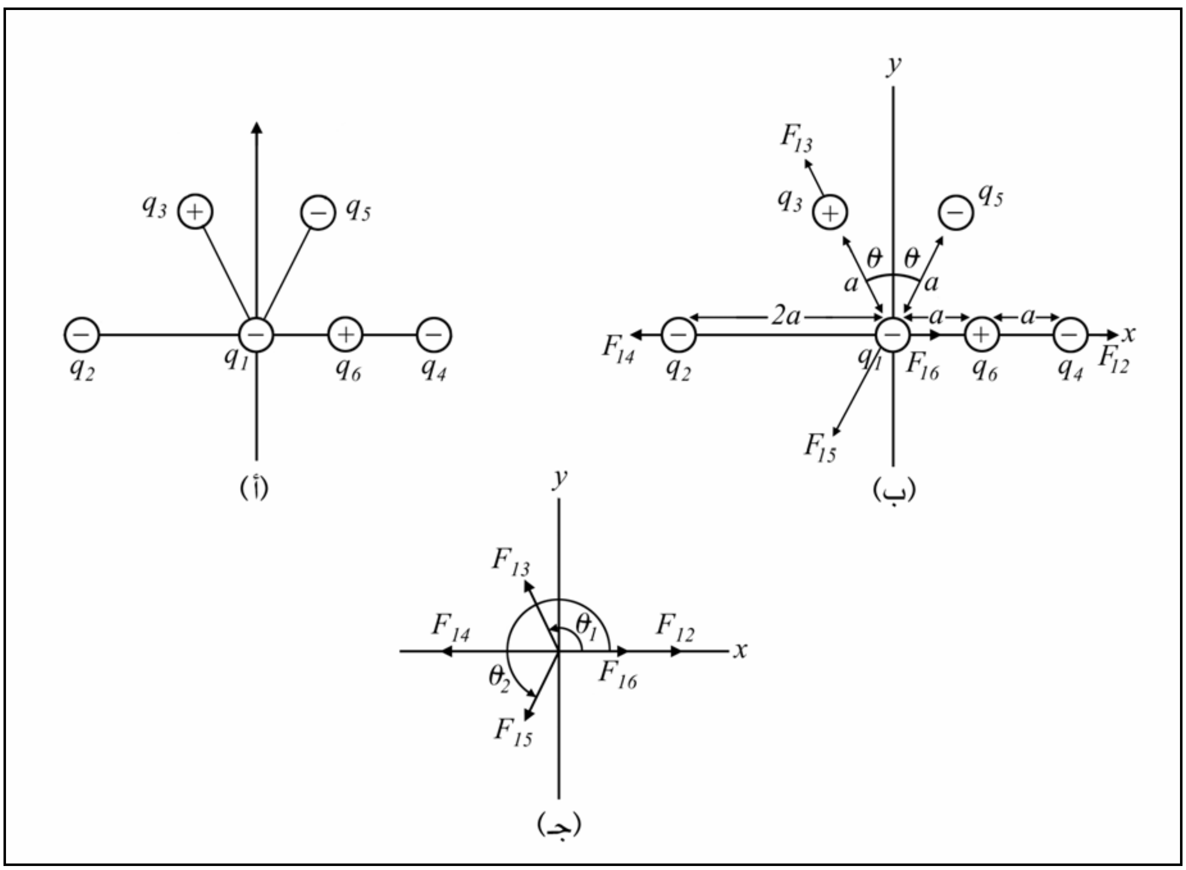
$$U = \frac{1}{2}qV$$

الامتحانات الذاتية
Self Test Exam

ولغرض التدريب العملي على اختبار المتدرب لنفسه، والتأكد من جدارته في المقدرة الفعلية على فهم واستيعاب موضوع الكهرباء الساكنة، تم تخصيص خمسة امتحانات ذاتية.

الامتحان الذاتي الأول:

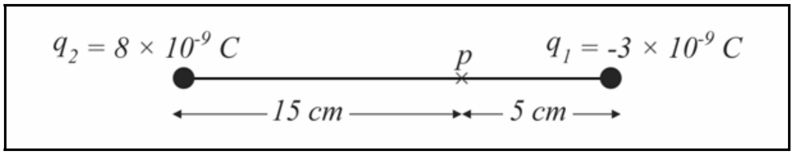
الشكل (٥-١٣ أ، ب، جـ) يمثل ترتيباً لست شحنات كهربائية، حيث تبلغ المسافة *(a)* *(2 cm)* والزاوية *(θ)* *(30°)*، أما مقدار كل من الشحنات الست فهو $(3.0 \times 10^{-6}\ C)$ وطبيعتها الكهربائية موضحة على الشكل. أوجد القوة الكهروستاتيكية (F_1) المؤثرة على الشحنة (q_1) من باقي الشحنات الأخرى.



الشكل (٥-١٣ أ، ب، جـ)

الامتحان الذاتي الثاني:

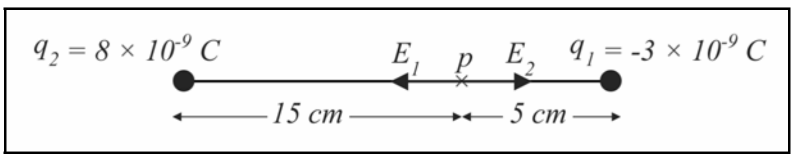
تأمل الشكل (٥-١٤)، ثم أوجد حسابياً مقدار الجهد الكهربائي عند النقطة (p).



الشكل (٥-١٤) الامتحان الذاتي الثاني

الامتحان الذاتي الثالث:

تأمل الشكل (٥-١٥)، ثم أوجد حسابياً مقدار شدة المجال الكهربائي عند النقطة (p)، ثم حدّد اتجاهه.



الشكل (٥-١٥) الامتحان الذاتي الثالث

الامتحان الذاتي الرابع:

مكثف كهربائي *capacitor* متوازي اللوحين، والمسافة الفاصلة بينهما $(d = 1\times10^{-3}\, m)$، ومقدار سعته $(C = 6\times10^{-6}\, F)$.

قمنا بربط لوحيه بفرق جهد كهربائي (V)، حتى أصبح مقدار شحنته الكهربائية $(q = 6\times10^{-6}\, C)$، أوجد حسابياً:

١- مقدار فرق الجهد الكهربائي بين لوحي المكثف (V).

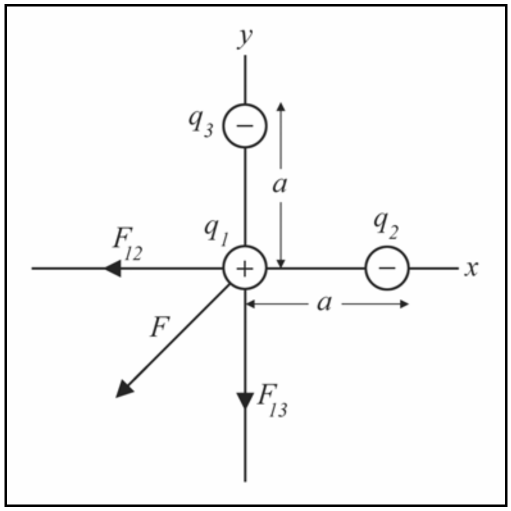
٢- مقدار المجال الكهربائي داخل المكثف (E).

٣- مقدار الشغل اللازم لنقل شحنة كهربائية مقدارها $(0.5\times10^{-6}\, C)$ من اللوح الموجب للمكثف إلى اللوح السالب.

الامتحان الذاتي الخامس:

في الشكل (٥-١٦) ترتيب لثلاث شحنات كهربائية $(q_1 = 10\,nC)$ و $(q_2 = -20\,nC)$ و $(q_3 = -20\,nC)$، أما المسافة الفاصلة $(a = 30\,cm)$.

أوجد حسابياً مقدار القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على الشحنة (q_1).



الشكل (١٦-٥) الامتحان الذاتي الخامس

ملاحظة: نتمنى من أبنائنا الطلبة المحاولة الجادة في حل مسائل الامتحان الذاتي على ورقة خارجية، ثم إجراء المقارنة بين ما توصلوا إليه مع الحل النموذجي المرفق آخر الكتاب في الملحق (د).

مسائل وتمارين الوحدة الخامسة

Unit Five Exercises & Problems

٥-١ شحنتان كهربائيتان مقدار الأولى $(2\ \mu C)$ ومقدار الثانية $(-3\ \mu C)$، المسافة الفاصلة بينهما $(30\ cm)$. أوجد مقدار القوة الكهروستاتيكية التي تؤثر على الشحنة الثانية. هل هي قوة تجاذب أم تنافر؟ لماذا؟

٥-٢ إذا كانت شحنة نواة ذرة الأرغون تساوي $(18\ e)$. أوجد القوة الكهروستاتيكية بين نواتي ذرتي أرغون المسافة الفاصلة بينهما $(1\ nm)$. هل هي قوة تجاذب أم تنافر؟ لماذا؟

٥-٣ كرتان من نخاع البيلسان تحمل الأولى شحنة مقدارها $(3\times10^{-9}\ C)$ والثانية شحنة مقدارها $(120\times10^{-9}\ C)$، تفصلهما عن بعضهما مسافة قدرها $(3\ nm)$ في الهواء، أوجد مقدار القوة الكهروستاتيكية بينهما. هل هي قوة تجاذب أم تنافر؟

٥-٤ ما هو مقدار الشحنة الكهربائية النقطية التي تولد مجالاً كهربائياً مقداره $(1\ N/C)$ عند نقطة تبعد عنها مسافة مقدارها $(1\ m)$؟

٥-٥ جسيم مقدار كتلته $(0.5\times10^{-3}\ kg)$ يحمل شحنة سالبة مقدارها $(5\times10^{-6}\ C)$، تحرك هذا الجسيم بدءاً من السكون بتأثير مجال كهربائي مقداره $(0.5\times10^{5}\ N/C)$ مسافة قدرها $(10\times10^{-2}\ m)$ أوجد حسابياً:

١- مقدار القوة الكهروستاتيكية التي أثر بها المجال الكهربائي في الجسيم.

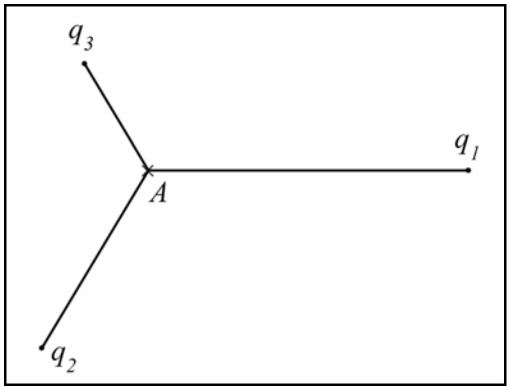
٢- مقدار السرعة النهائية للجسيم.

٣- مقدار الشغل الذي بذله المجال الكهربائي لتحريك الجسيم.

ملاحظة: هل يمكنك أن تفسّر أين ذهب هذا الشغل؟

مساعدة بسيطة: يمكنك عزيزي المتدرب استخدام قانون نيوتن الثاني في الحركة وكذلك قوانين الحركة على خط مستقيم لحل هذه المسألة.

5-٦ ثلاث شحنات كهربائية مقاديرها على التوالي $(q_1 = -5\times10^{-9}\ C)$، $(q_2 = 6\times10^{-6}\ C)$، $(q_3 = 3\times10^{-6}\ C)$ تبعد عن النقطة (A) على التوالي $(r_1 = 10\times10^{-2}\ m)$، $(r_2 = 5\times10^{-2}\ m)$، $(r_3 = 3\times10^{-2}\ m)$، انظر الشكل (١٧-٥)، أوجد حسابياً مقدار الجهد الكهربائي عند النقطة (A).



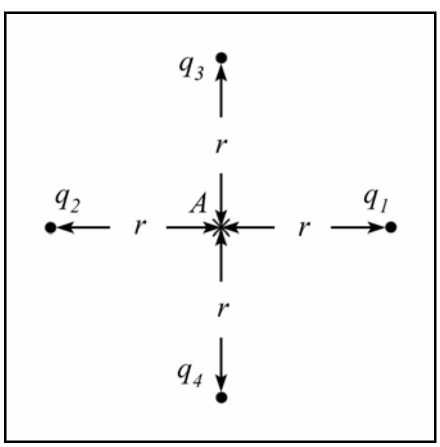
الشكل (١٧-٥)، المسألة (٦-٥)

5-٧ أربعة شحنات كهربائية مقاديرها على التوالي $(q_1 = -3\times10^{-9}\ C)$، $(q_2 = q_3 = q_4 = 3\times10^{-9}\ C)$، تبعد عن النقطة (A) مسافات متساوية مقدارها $(r = 3\times10^{-2}\ m)$، انظر الشكل (١٨-٥)، أوجد حسابياً:

١- مقدار الجهد الكهربائي عند النقطة (A).

٢- مقدار (محصلة) المجال الكهربائي عند النقطة (A)، ثمَّ حدِّد اتجاهها.

٣- وضعنا شحنة خامسة $(q_5 = 9\times10^{-6}\ C)$ عند النقطة (A)، أوجد مقدار القوة الكهربائية الساكنة (F_{15}) بينها وبين الشحنة (q_1)، ثم حدِّد اتجاهها.



الشكل (١٨-٥)

٥-٨ مكثف يتكون من لوحين متوازيين مساحة كل منهما $(202\ cm^2)$، تفصلهما طبقة من الهواء سمكها $(0.4\ cm)$.

١- أوجد مقدار سعة المكثف الكهربائية.

٢- تم وصل هذا المكثف بمصدر قوته الدافعة الكهربائية $(500\ V)$. أوجد مقدار الشحنة الكهربائية على كل لوح.

٣- أوجد مقدار الطاقة الكهربائية المختزنة في المكثف، وشدة المجال الكهربائي بين لوحيه.

٤- تم إدخال لوح من المايكا سمكه $(0.4\ cm)$ وسماحيته النسبية تساوي (8). أوجد مقدار الشحنة الكهربائية الإضافية على المكثف. ثم أوجد مقدار الطاقة الكهربائية الكلية المختزنة فيه.

٥-٩ مكثف مقدار سعته $(3\ \mu F)$ وذلك عندما يكون الهواء هو الوسط العازل بين لوحيه، أوجد مقدار سعة هذا المكثف عندما يكون الشمع هو الوسط العازل بين اللوحين، إذا السماحية النسبية للشمع تساوي (2.8).

٥-١٠ مكثف مقدار سعته $(60\ P\ F)$ أوجد الطاقة الكهربائية المختزنة فيه وذلك:

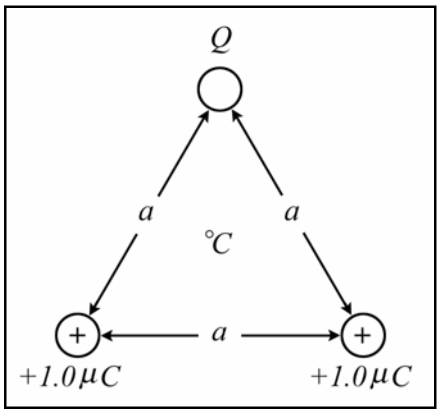
١- عندما يُشحن حتى يصل فرق الجهد بين لوحيه $(2\ kV)$.

٢- عندما تكون الشحنة التي يحملها كل لوح $(3 \times 10^{-8}\ C)$.

مسائل اختيارية

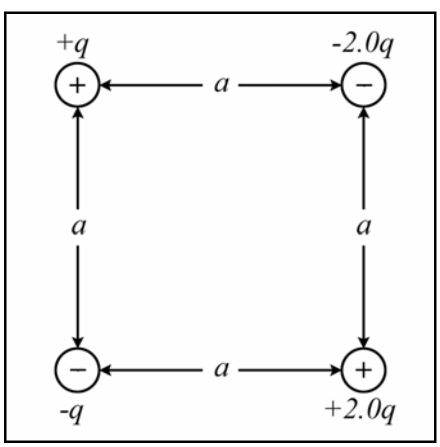
Optional Problems

٥-١ في الشكل (٥-١٩) وضعت الشحنات الثلاث على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه (a)، حدد مقدار وإشارة الشحنة (Q) وذلك حتى يصبح مقدار المجال الكهربائي في مركز المثلث عند النقطة (C) مساوياً إلى الصفر.



الشكل (٥-١٩)

٥-٢ في الشكل (٥-٢٠) لديك أربع شحنات كهربائية وضعت على رؤوس مربع طول ضلعه يساوي $(5\ \ cm)$، ومقدار الشحنة $(q = 1\times 10^{-8}\ C)$ أوجد مقدار واتجاه المجال الكهربائي في مركز الشكل المربع.



الشكل (٥-٢٠)

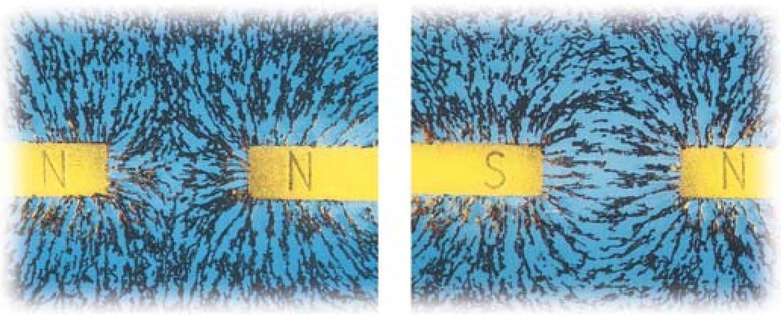
المملكة العربية السعودية

المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الفيزياء النظرية التخصصية

المجال المغناطيسي



المجال المغناطيسي

٦

٦-١ المقدمة *Introduction*:

إنَّ التجارب العلمية تؤكد على أن المجال المغناطيسي ($\vec{B}$) ينشأ بسبب حركة الشحنات الكهربائية، بمعنى أن الشحنات الكهربائية الساكنة لا ينشأ عنها مجال مغناطيسي، إذاً كيف نفسِّر تفرد بعض المواد الطبيعية بامتلاكها مجالاً مغناطيسياً، ذلك الذي تعودنا على تسميته مغناطيساً طبيعياً أو دائماً *permanent magnet*؟

إنَّ المجال المغناطيسي لهذا النوع من المغانط يُعزى إلى التيارات الكهربائية التي تسري في مسارات مغلقة دائرية الشكل ناشئة عن حركة الإلكترونات في مدارات ذراتها، أما في المغناطيس الكهربائي *electromagnet* فإن الإلكترونات المتحركة خلال السلك أو الملف المصمم لهذا الغرض والمعبرة عن التيار الكهربائي هي المسؤولة عن نشوء المجال المغناطيسي. وهكذا نجد أن التفكير الصحيح في هذا الموضوع يكون على النحو الآتي:

(شحنة متحركة) *moving charge* $\leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow$ (شحنة متحركة) *moving charge*

واعتقادنا بأنَّ التيار الكهربائي هو نتيجة لحركة عدد هائل من الإلكترونات، يؤدي إلى:

(تيار كهربائي) *moving charge* $\leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow$ (تيار كهربائي) *moving charge*

إن العالم الفيزيائي أورستد *Hans Chrictian Orested* هو أول من أشار إلى هذه الحقيقة، وذلك في عام ١٨٢٠ للميلاد حيث أثبت أن إبرة البوصلة تنحرف عندما نقربها من سلك يمر به تيار كهربائي، وكانت تجربته هذه بدايةً لتطور هذا الموضوع تطوراً كبيراً.

إن أهمية هذه التجربة تتجسد في وجود العلاقة بين المغناطيسية والكهرباء، وهذا ما سوف يتضح من خلال هذه الوحدة.

وبعد أن يكمل المتدرب دراسة هذه الوحدة، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلالها، ويقوم بنفسه بحل أسئلة الامتحان الذاتي الموجودة في نهايتها، ويقارن حلوله مع الحلول النموذجية المرفقة في الملحق (د)، بعد ذلك كله نتوقع أن يكون المتدرب قادراً على:

١- أن يصف المجال المغناطيسي، على أنَّه الحيِّز أو المنطقة التي تتميز بوجود قوة مغناطيسية يمكن اختبارها بواسطة القطب الشمالي لمغناطيس.

٢- أن يحسب القوة المغناطيسية الناشئة عن تأثير مجال مغناطيسي على شحنة متحركة.

٣- أن يحسب القوة المغناطيسية الناتجة عن تأثير مجال مغناطيسي في ناقل مستقيم يمر به تيار كهربائي.

٤- أن يستخدم قانون بيو -سافار بشكل صحيح لحساب المجال المغناطيسي الناشئ عن تيار مستمر يسري في ناقل كهربائي.

٥- أن يستخدم قانون أمبير في عددٍ من التطبيقات على مرور التيار الكهربائي خلال نواقل متناظرة هندسياً، لحساب المجال المغناطيسي.

٦- أن يعبِّر عن معنى النفاذية المغناطيسية، وعلاقتها بشدة المجال المغناطيسي.

٦-٢ المجال المغناطيسي *The Magnetic Field (B)*:

في الوحدة السادسة من هذا الكتاب كنا قد عرَّفنا المجال الكهربائي $(\vec{E})$ لشحنة كهربائية (q) في وضع الاستقرار بواسطة شحنة اختبارية كهربائية (q_o)، وقمنا بعد ذلك بقياس القوة الكهروستاتيكية $(\vec{F})$ المؤثرة عليها وعرفنا $(\vec{F})$ على النحو الآتي:

$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad (6\text{-}1)$$

وبهدف تعريف المجال المغناطيسي $(\vec{B})$ وبطريقة مماثلة، نستخدم القوة التي يؤثر بها هذا المجال على شحنة كهربائية تتحرك فيه بسرعة معلومة.

ولكننا، لا نستطيع أن نعرف القوة المغناطيسية بالطريقة التي استخدمنا لتعريف القوة الكهروستاتيكية، لأن المغناطيس أحادي القطب كما هو معلوم لايزال محض افتراض. إذا لا بد من تعريف القوة المغناطيسية بدلالة الشحنة الكهربائية المتحركة. ولتحقيق هذا الغرض نلجأ إلى إطلاق شحنات كهربائية بسرعة معروفة في منطقة تأثير المجال المغناطيسي $(\vec{B})$، وعلى افتراض أن الشحنة الموجهة إلى المجال المغناطيسي $(\vec{B})$ هي (q)، سرعتها $(\vec{v})$، لقد وُجد عملياً أن القوة $(\vec{F}_B)$ وهي القوة التي يؤثر بها المجال المغناطيسي على الشحنة الكهربائية المتحركة (q)، تساوي:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad (6\text{-}2)$$

وهكذا نلاحظ أن القوة $(\vec{F}_B)$ هي حاصل الضرب الاتجاهي *cross product*، للمتجهين $(\vec{B})$ و $(\vec{v})$، حيث (q) هي عبارة عن الشحنة الكهربائية، وقد تكون موجبة أو سالبة، والآن ما الذي نستنتجه من المعادلة $(6\text{-}2)$؟

١- أن القوة المغناطيسية $(\vec{F}_B)$ دائماً تكون عمودية على المستوي المكون من متجه السرعة $(\vec{v})$ ومتجه المجال المغناطيسي $(\vec{B})$، وهذا ما يشير إلى أن القوة تستطيع فقط أن تغير اتجاه سرعة الشحنة المعرضة لتأثير المجال المغناطيسي المنتظم $(\vec{B})$، تأمل الشكل (٦-١ أ، ب، جـ)، ويمكننا أن نستخدم قاعدة اليد اليمنى لتحديد اتجاه القوة $(\vec{F}_B)$، وذلك على النحو الآتي:

نبسط اليد اليمنى[1] على النحو المبين في الشكل (٦-١ أ، ب، جـ)، ومن الواضح أن أصبع الإبهام يشير باتجاه سرعة الشحنات الموجبة المتحركة $(\vec{v})$، بينما تشير باقي أصابع اليد اليمنى باتجاه المجال المغناطيسي $(\vec{B})$، وتكون القوة المغناطيسية $(\vec{F}_B)$ في هذه الحالة عمودية على راحة اليد، واتجاهه مبتعداً عنها، تأمل الشكل (٦-١ ب)، أما إذا كانت الشحنات المتحركة سالبة، فإن تمثيل القوة يكون وفقاً للشكل (٦-١ جـ)، أي أن اتجاه القوة في هذه الحالة يكون معاكساً لاتجاهها في الحالة الأولى، عندما كانت الشحنات موجبة.

٢- أن المجال المغناطيسي لا يؤثر بأية قوة على الشحنات الموازية له، أو المتحركة بجهة معاكسة لحركته *parallel or antiparallel*، ومرة أخرى ومن خلال ملاحظة الشكل (٦-١ جـ) نجد أنَّ:

$$\vec{F}_B = qvB\sin\theta \qquad (6\text{-}3)$$

حيث (θ) هي الزاوية بين متجه السرعة ومتجه المجال المغناطيسي.

٣- أن أعلى قيمة للقوة المغناطيسية *deflecting force* هي:

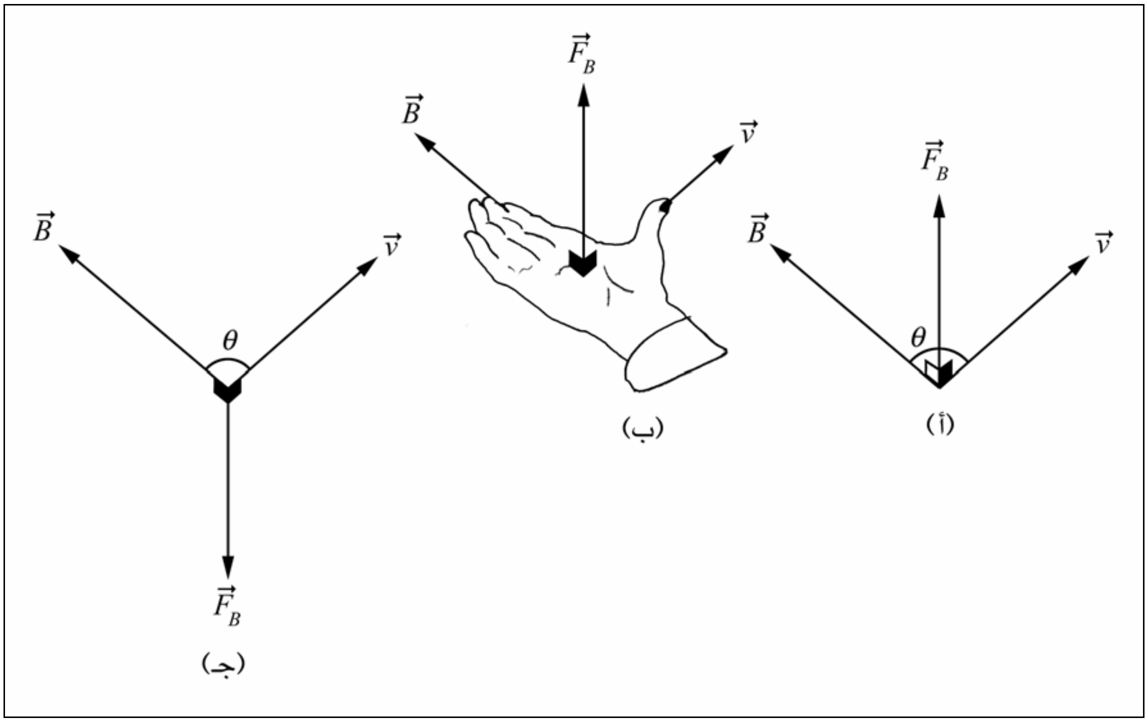
$$\vec{F}_{B\,max} = qvB \qquad (6\text{-}4)$$

وذلك عندما تكون الزاوية $(\theta = 90^\circ)$.

٤- أن القوة المغناطيسية $(\vec{F}_B)$ تتناسب تناسباً مباشراً مع كلٍ من (q) و(v).

٥- أن اتجاه $(\vec{F}_B)$ يعتمد على إشارة الشحنة الكهربائية، انظر الشكل (٦-١ ب، جـ).

(1) يميل البعض إلى استخدام اليد اليمنى مع الشحنات الموجبة واليسرى مع الشحنات السالبة، بحيث تكون راحة اليد إلى الأسفل.



الشكل (٦-١ أ، ب، جـ)

أ- شحنة كهربائية موجبة (q) تتحرك بسرعة (v) خلال مجال مغناطيسي $(\vec{B})$، تؤثر عليها قوة مغناطيسية $(\vec{F}_B)$.

ب- وتظهر فيه قاعدة اليد اليمنى وتوضح كيف أن (v) تجتاح (B).

جـ- وذلك عندما تكون الشحنة سالبة $(-q)$ فإن اتجاه $(\vec{F}_B)$ يكون بالاتجاه المعاكس لها بالشكل (أ).

إنَّ وحدة قياس المجال المغناطيسي $(\vec{B})$ في النظام الدولي للقياس *(SI)* هي التسلا *tesla*، والتي يمكن تعريفها بالرجوع إلى المعادلة (6-6) على النحو الآتي:

(تعريف المجال المغناطيسي) $$\boxed{B = \frac{F_B}{qv}}$$

$$1\,tesla = 1T = \frac{Newton}{(Coulomb)(meter/second)}$$

$$= 1\frac{Newton}{(Coulomb/second)(meter)}$$

$$1T = 1\frac{N}{A.m}$$

ذلك أن:

$$Ampere = \frac{Coulomb}{second}$$

وتعرّف التسلا بأنها مقدار المجال المغناطيسي الذي يؤثر بقوة مقدارها واحد نيوتن في شحنة كهربائية مقدارها واحد كولوم، تتحرك بسرعة مقدارها واحد متر لكل واحد ثانية في اتجاه عمودي على المجال المغناطيسي.

وهناك وحدة أخرى شائعة لقياس شدة المجال المغناطيسي وهي الكاوس *Gauss*، ويسمى الجهاز الذي يستخدم لقياس شدة المجال المغناطيسي باسمها *Gauss meter*.

$$1\ T = 10^4\ gauss$$

ولكن الكاوس لا ينتمي إلى النظام الدولي للقياس (*SI*). وتختلف شدة المجال المغناطيسي من مكان لآخر، ولغرض التعرف على ذلك انظر الجدول (١-٦).

نأمل بعد اطلاعك عزيزي المتدرب على هذا الجدول أن تكون قد ميَّزت بعض الأمثلة على وجود المجال المغناطيسي، كما نأمل أن تكون قد ربطت بين طبيعة الشحنة الكهربائية المتحركة ومقدار المجال المغناطيسي الناشئ عنها.

$10^8\ T$	شدة المجال على سطح النيوترون	*at the surface of a neutron star (calculated)*
$1.5\ T$	شدة المجال لمغناطيس كهربائي	*an electromagnet*
$10^{-2}\ T$	شدة المجال بالقرب من مغناطيس صغير	*near a small bar magnet*
$10^{-4}\ T$	شدة المجال عند سطح الأرض	*at the surface of the earth*
$10^{-10}\ T$	شدة المجال في الفضاء بين النجوم	*in intersteller space*
$10^{-14}\ T$	أقل مقدار للمجال في غرفة معزولة مغناطيسياً	*smallest value in amagnetically shielded room*

الجدول (١-٦) المجال المغناطيسي لمجموعة من الحالات المختلفة

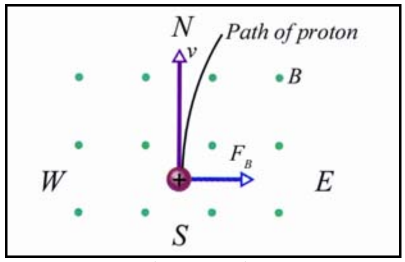
مثال (١-٦) *Example*

في حيز مختبري يبلغ مقدار المجال المغناطيسي ($B = 1.2\,mT$)، واتجاهه عمودياً نحو الأعلى، انظر الشكل (٢-٦)، يتحرك بروتون خلاله بطاقة حركية قدرها ($5.3\,MeV$) وبشكل أفقي من الجنوب إلى الشمال، أوجد حسابياً مقدار قوة الانحراف التي تؤثر على البروتون، كتلة البروتون تساوي ($m_p = 1.67 \times 10^{-27}\ kg$).

الحل *Solution*:

إن قوة الانحراف (F_B) تعتمد على سرعة البروتون ذلك أن:

$$F_B = qv\,B\sin\theta$$



الشكل (٢-٦) يبيّن بروتوناً متحركاً خلال مجال مغناطيسي، منحرفاً نحو الشرق، نلاحظ اتجاه المجال عمودياً وإلى الأعلى

يمكننا إيجاد سرعة البروتون من خلال طاقته الحركية، على النحو الآتي:

$$K = \frac{1}{2} m_p v^2$$

$$(5.3 \times 10^6 \, eV) = \frac{(1.67 \times 10^{-27} \, kg) v^2}{2}$$

إلا أنَّ:

$$v^2 = \left[\frac{(2)(5.3 \times 10^6)(1.6 \times 10^{-19} \, J/eV)}{(1.67 \times 10^{-27} \, kg)} \right]$$

$$v = 3.2 \times 10^7 \, m/s$$

$$F_B = (1.6 \times 10^{-19} \, C)(3.2 \times 10^7 \, m/s)(1.2 \times 10^{-3} \, T)(\sin 90)$$

$$= 6.1 \times 10^{-15} \, N$$

٦-٢-١ خطوط المجال المغناطيسي *Magnetic Field Lines*:

نقوم عادة بوصف المجال المغناطيسي بدلالة خطوط وهمية، نطلق عليها خطوط المجال المغناطيسي، وللتعرف على هذه الخطوط تأمل الشكل (٣-٦)، أن هذه الخطوط تأخذ مسارات مغلقة بدايةً من القطب الشمالي *(N) north ploe* وتنتهي عند القطب الجنوبي *(S) south pole*.

إن تمثيل المجال المغناطيسي بهذه الطريقة تعبّر عن الدلالات العلمية الآتية:

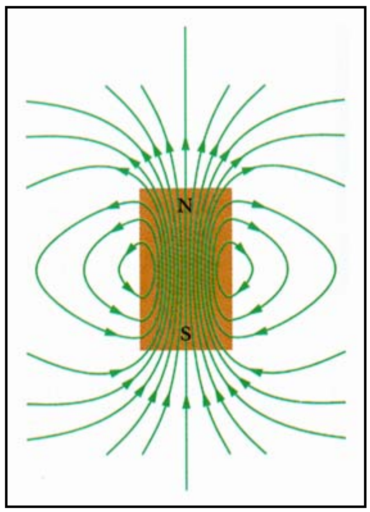
١- أن ازدياد عدد هذه الخطوط يعبِّر عن ازدياد مقدار المجال المغناطيسي ($\vec{B}$).

٢- أن هذه الخطوط تكمل مساراً مغلقاً باستثناء الخط المستقيم الذي يمر وسط المغناطيس، إلا أنه هو الآخر يُكمل مساراً مغلقاً عند اللانهاية، وهذا هو السبب الذي يجعلنا نصف المجال المغناطيسي للأرض

بأنَّه موازٍ لسطحها عند خط الاستواء، وعمودياً عليها عند القطبين فقط، أما في ما عدا ذلك فإنه يصنع زاوية (θ)، تمثل زاوية الميل للمجال $(\vec{B})$.

٣- أن الميل عند أي نقطة وعلى أيٍ من تلك الخطوط يمثل مقدار المجال المغناطيسي عندها.

٤- أن الكرة الأرضية تعتبر مغناطيساً كبيراً قطبه الجنوبي عند القطب الشمالي الجغرافي، وقطبه الشمالي عند القطب الجنوبي الجغرافِي، وهذا هو السبب الذي يجعل المغناطيس المعلق بخيط، أو الإبرة المغناطيسية لبوصلة تتجه شمال وجنوب على وجه التقريب.



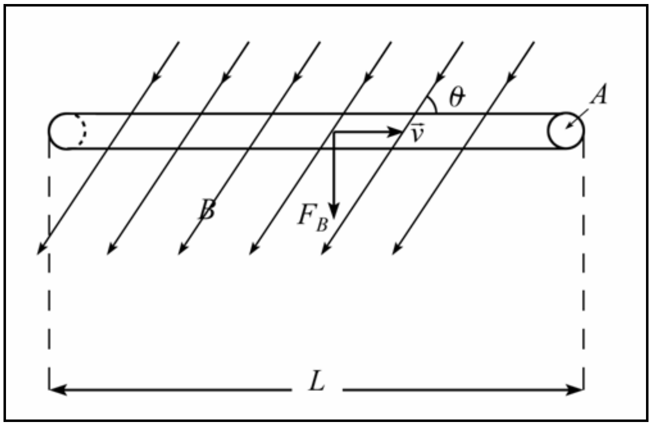
الشكل (٣-٦) يبيِّن خطوط المجال المغناطيسي لقضيب مغناطيسي،
وهي على شكل حلقات مغلقة تبدأ عند القطب المغناطيسي الشمالي *(N)*
وتنتهي عند القطب الجنوبي *(S)*

٦-٣ القوة المغناطيسية المؤثرة في سلك يمر به تيار كهربائي

***The Magnetic Force On A Current-carrying Wire*:**

لدراسة القوة المغناطيسية المؤثرة في سلك ناقل مستقيم يمر به تيار كهربائي، تأمل الشكل (٦-٤).

بعد أن نتأمل الشكل (٦-٤) جيداً، نجد أن السلك الذي يسري فيه التيار الكهربائي (I)، طوله (L)، مساحة مقطعه (A)، موجود في مجال مغناطيسي منتظم مقداره (B)، وهدفنا الآن هو تحديد مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المؤثرة على هذا السلك.



الشكل (٤-٦) القوة المغناطيسية المؤثرة على سلك يمر به تيار كهربائي

كنا قد توصلنا في الفقرة (٢-٦) إلى أن القوة المغناطيسية ($\vec{F}_B$) المؤثرة على شحنة كهربائية (q) تسير بسرعة ($\vec{v}$)، إلى العلاقة الرياضية (6-6)، والتي تنص على أن:

$$F_B = q\vec{v} \times B$$

ومن الواضح أن الشحنة الكهربائية في حالة السلك هذه تساوي:

$$q = en(LA)$$

حيث أن حجم السلك هو عبارة عن حجم أسطوانة مساحة قاعدتها (A) وطولها (L)، يساوي (LA)، وعدد الشحنات لوحدة الحجوم هو (n)، بينما (e) هي شحنة الإلكترون المتعارف عليها، إذاً، القوة المغناطيسية المؤثرة في السلك تساوي:

$$F_B = en(LA)v\,B\sin\theta \qquad (6\text{-}5)$$

ولكن المقدار ($v = L/t$) وكذلك ($I = enLA/t$)، وبتعويض هذه المقادير في المعادلة (6-5) نجد أنَّ:

$$F_B = ILB\sin\theta$$

وبصفة عامة نكتبها على النحو الآتي:

$$\boxed{\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}} \qquad (6\text{-}6)$$ (القوة المغناطيسية المؤثرة في سلك)

وهي المعادلة الرياضية التي تعبر عن القوة المطلوبة، أما اتجاهها فيتم تحديده بواسطة قاعدة اليد اليمنى، ونذكِّر بأن اتجاه ($\vec{L}$) هو اتجاه سريان التيار الكهربائي.

وإذا لم يكن السلك الناقل مستقيماً فيمكننا تقسيمه إلى أجزاء مستقيمة صغيرة، ونعاملها وفقاً للصيغة الرياضية (6-6)، بعد ملاحظة أن محصلة القوة المؤثرة على السلك في هذه الحالة هي المجموع الاتجاهي للقوى المؤثرة على مجموع القطع المستقيمة، ويمكننا في هذه الحالة التعبير عن القوة (F_B) وفقاً للمعادلة الرياضية الآتية:

$$dF_B = Id\vec{L} \times \vec{B}$$

حيث أن كلاً من ($d\vec{F}_B$) و ($d\vec{L}$) أجزاء تفاضلية من القوة الكلية ($\vec{F}_B$) والطول الكلي ($\vec{L}$).

مثال (٦-٢) *Example*

قطعة من سلك ناقل مستقيم طولها *(0.5 m)* يمر بها تيار مقداره *(12 A)* يصنع زاوية مقدارها *(30°)*، يؤثر فيها مجال مغناطيسي مقداره ($2\times10^{-2}\,T$)، أوجد حسابياً مقدار القوة المغناطيسية المؤثرة على هذه القطعة.

الحل *Solution*:

باستخدام العلاقة الرياضية *(6-5)*:

$$F_B = ILB\sin\theta$$

نجد أن:

$$\begin{aligned}
I &= 12\,A \\
L &= 0.5\,m \\
B &= 2\times10^{-2}\,T \\
\theta &= 30^\circ \\
F_B &= (12\,A)(0.5\,m)(2\times10^{-2}\,T)\sin 30^\circ \\
&= 0.06\,N
\end{aligned}$$

مثال (٦-٣) *Example*

سلك نحاسي مستقيم موضوع بشكل أفقي في مجال مغناطيسي ($\vec{B}$)، يمر به تيارٌ مقداره *(28.0 A)*. أوجد حسابياً مقدار واتجاه المجال المغناطيسي ($\vec{B}$) بحيث يبقى السلك عائماً، وتوازن القوة (F_B) وزن السلك *(mg)*، تأمل الشكل (٦-٥)، إذا علمت أن الكثافة الطولية[1] لمادة السلك تساوي *(46.6 g/m)*.

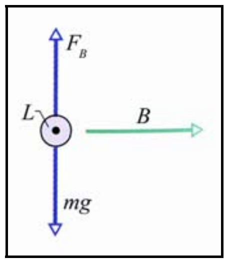
الحل *Solution*:

بالنظر إلى الشكل (٦-٥)، نجد أن وزن السلك *(mg)* تعادله قوة مغناطيسية (F_B) يمكن حسابها من المعادلة *(6-6)*، أي أن:

$$\begin{aligned}
F_B &= mg = LIB \\
B &= \frac{mg}{LI} = \frac{(46.6\times10^{-3}kg)(9.8m/s^2)}{(1m)(28A)} \\
&= 1.6\times10^{-2}T
\end{aligned}$$

[1] الكثافة الطولية لمادة هي كتلة وحدة الأطوال، ووحدة قياسها في النظام الدولي *(SI)* هي (kg/m).

نلاحظ أننا عوضنا عن كتلة السلك بالمقدار $(46.6\times10^{-3}\,kg)$، مستفيدين من الكثافة الطولية التي أعطيت في نص السؤال، وبمعاينة الشكل نجد أن هذا المجال المغناطيسي يتجه نحو الأعلى أي خارجاً من الورقة.

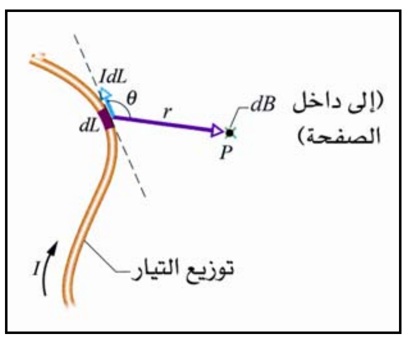


الشكل (٦-٥)، المثال (٦-٣)

٤-٦ المجال المغناطيسي الناشئ عن تيار كهربائي (قانون بيو -سافار)

:Biot-Sarart law, Magnetic Field Du To ACurrnet

بهدف استيعاب القانون المنسوب إلى العالمين (بيو - سافار) *Biot-Savart* المستخدم لحساب المجال المغناطيسي للتيار الكهربائي المار في سلك ناقل، بدايةً، تأمّل الشكل (٦-٦).



الشكل (٦-٦)

بعد ملاحظة الشكل (٦-٦) نجد أن مقداراً من طول السلك (dL) يمر خلاله تيار كهربائي ثابت مقداره (I)، ينشأ عنه مجال مغناطيسي مقداره (dB) عند النقطة (p) التي تبعد مسافة (r) عن قطعة السلك الناقل. لقد أكدّ هذان العالمان أن مقدار المجال المغناطيسي التفاضلي (dB) يكون عمودياً على مقدار طول السلك التفاضلي (dL) وهو في اتجاه التيار الكهربائي عند النقطة (p)، كما أنَّهما توصلا إلى النتائج الآتية:

$$dB \propto \frac{1}{r^2}$$
$$dB \propto I$$
$$dB \propto \sin\theta$$

$$dB \propto dL$$

حيث (θ) هي الزاوية بين (dL) واتجاه الخط الواصل بين (dL) والنقطة (p):

$$dB \propto \frac{IdL\sin\theta}{r^2}$$

وبعد تحويل التناسب إلى مساواة وإدخال ثابت التناسب، نجد أنَّ:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IdL\sin\theta}{r^2} \qquad (6\text{-}7) \quad \text{(قانون بيو -سافار)}$$

حيث (μ_o) مقدار ثابت يسمى ثابت النفاذية *permeabiliy constant*، أما مقداره العددي فيساوي إلى:

$$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ T.m/A$$
$$\approx 1.26 \times 10^{-6}\ T.m/A$$

ويُلاحظ من خلال الشكل (٦-٦) أن اتجاه المقدار (dB) إلى داخل الصفحة، كما نلاحظ أيضاً أن مقدار الضرب الاتجاهي $(dL \times r)$ حيث إن (r) في هذه الحالة هو المتجه الممتد من عنصر التيار إلى النقطة (p)، وهكذا يمكننا إعادة كتابة المعادلة $(6\text{-}7)$ بالصيغة الاتجاهية الرياضية الآتية:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3} \qquad (6\text{-}8)$$

إن العلاقة الرياضية $(6\text{-}7)$ تمثل الصيغة العامة لقانون بيو - سافار، ويمكننا استخدامها لحساب شدة المجال المغناطيسي في حالات مختلفة، وسنستعرضها فيما يلي على شكل أمثلة محلولة.

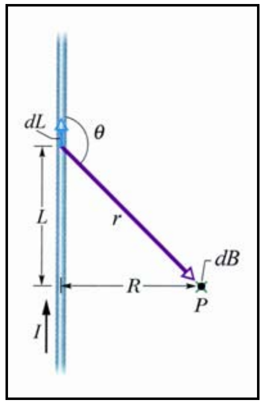
مثال (٦-٤) *Example*

استخدم الصيغة الرياضية العامة لقانون بيو - سافار للتعبير عن شدة المجال المغناطيسي الناشئ عن سلك طويل جداً، عند نقطة (p) تبعد عنه مسافة (r) ويمر خلاله تيار كهربائي ثابت مقداره (I).

والآن لنتأمل الشكل (٦-٧).

الحل *Solution*:

بهدف التعبير رياضياً عن شدة المجال المغناطيسي الناشئ بسبب مرور تيار كهربائي مقداره (I) في سلك طويل، وعلى مسافة منه مقدارها (r)، يمكننا استخدام قانون العالِمين بيو - سافار، ولكي نتوصل إلى النتيجة المناسبة انظر الشكل (٦-٧).



الشكل (٧-٦) المجال المغناطيسي لتيار كهربائي يمر في سلك طويل جداً

إن النقطة (p) هي النقطة التي نبحث عن شدة المجال المغناطيسي عندها بسبب مرور جزء من التيار في النصف العلوي من السلك، وذلك بحساب التكامل من $(0 - \infty)$ في المعادلة $(6\text{-}8)$، وذلك بعد ملائمتها مع المثال (٦-٤):

$$d\vec{B} = \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\right)\frac{Id\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$

حيث إن المتجه $(\vec{r})$ يبدأ من العنصر التفاضلي للتيار وينتهي عند النقطة (p)، كما أن حاصل الضرب الاتجاهي $(d\vec{L} \times \vec{r})$ يبين اتجاه المجال المغناطيسي $(d\vec{B})$، والآن:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IdL \sin\theta}{r^2}$$

ذلك أن:

$$dL \times r = dL\, r \sin\theta$$

وبملاحظة أن السلك يتأثر بالمقدار نفسه من المجال المغناطيسي في نصفية العلوي والسفلي، لذا نلجأ إلى ضرب المعادلة بالعدد اثنين، إذاً:

$$\vec{B} = \int dB = \frac{\mu_0}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\sin\theta\ dL}{r^2}$$

وبالرجوع إلى الشكل (٧-٦) نجد أن:

$$sin(\theta) = sin(\pi - \theta) = \frac{R}{\sqrt{L^2 + R^2}}$$

$$r = (L^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_o I}{2\pi} \int_o^\infty \frac{R}{L(s^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} ds$$

$$= \frac{\mu_o I}{2\pi R} \left[\frac{L}{(L^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}} \right]_o^\infty$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi R}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_o I}{2\pi R}$$

والآن، ومرةً أخرى، وبسبب التناظر الكبير لتوزيع التيار الكهربائي فإننا نستطيع استخدام قانون أمبير، لحلقة مغلقة تسمى حلقة أمبير، ففي الحالة التي بين أيدينا، -حالة السلك الطويل- نستطيع استخدام قانون أمبير لإيجاد النتيجة نفسها باستخدام قانون بيو -سافار، وذلك حسب الآتي:

$$\oint \vec{B}.ds = \mu_o I \qquad (6\text{-}9)$$

هذه هي الصيغة الرياضية لقانون أمبير ومن الواضح أنَّ، الحلقة المغلقة هي دائرة نصف قطرها *(R)*، أي أنَّ:

$$\oint \vec{B}.dL = 2\pi R B$$

$$2\pi R B = \mu_o I$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_o I}{2\pi R}$$

وهي ذات النتيجة الأولى التي حصلنا عليها باستخدام الصيغة العامة لقانون بيو - سافار.

كما يمكننا معالجة هذه المسألة دون اعتماد النصف العلوي $(0 - \infty)$ أو النصف السفلي $(\infty - 0)$، وذلك بإجراء التكامل مرة واحدة من بداية السلك إلى نهايته $(+\infty, -\infty)$ وذلك على النحو الآتي:

$$B=\int_{-\infty}^{+\infty} dB=\frac{\mu_o\, I}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dL\sin\theta}{r^2}$$

$$\tan\ \theta=\frac{R}{L},\ L=R\tan\ \theta$$

$$\sin\ \theta=\frac{R}{r}, r=\frac{R}{\sin\ \theta}$$

$$B=\frac{\mu_o\, I}{4\pi}\int\frac{R\, d\theta}{\sin^2\theta}\frac{\sin\theta}{\left(\frac{R^2}{\sin^2\theta}\right)}=\frac{\mu_o\, I}{4\pi}\int\frac{-R\sin^3\theta\, d\theta}{\sin^2\theta R^2}$$

$$=\frac{-\mu_o I}{4\pi}\int_{\pi}^{o}\sin^2\theta\, d\theta=\frac{-\mu_o\, I}{4\pi}\left[-\cos\theta\right]_{\pi}^{o}$$

$$B=\frac{\mu_o\, I}{2\pi\, R}$$

ملاحظة: عندما تتغير (dL) من $(-\infty - \infty)$ فإن الزاوية تتغير من $(0 - \pi)$.

إن العلاقة الرياضية $(6\text{-}9)$، هي ما نسميه قانون أمبير، ويمكننا استخدامه لحساب المجال المغناطيسي عندما نتأكد أن التناظر الإحصائي الهندسي لتوزيع التيار الكهربائي متحقق، وسنكتفي ببيان نتيجة المثال التالي.

مثال (٦-٥) *Example*

استخدم قانون أمبير للتعبير عن شدة المجال المغناطيسي الناشئ عن مرور تيار كهربائي ثابت (I) في عروة دائرية نصف قطرها (r).

الحل *Solution*:

إن الصيغة العامة لقانون أمبير هي:

$$\oint \vec{B}.d\vec{L}=\mu_o\, I$$

حيث يشير الطرف الأيمن إلى إيجاد التكامل حول مسار مغلق، وهو في هذه الحالة عبارة عن عروة أو حلقة دائرية، نصف قطرها (r)، إذن:

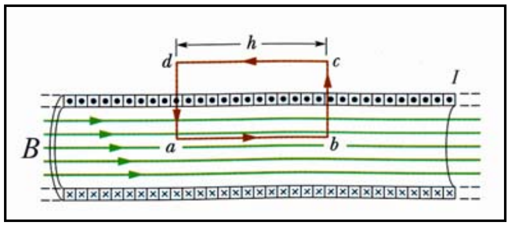
$$\oint dL=2\pi\, r$$

$$B(2\pi\, r)=\mu_o\, I$$

$$\boxed{B=\frac{\mu_o I}{2\pi\, r}} \qquad \text{(المجال } B \text{ لعروة دائرية)} \qquad (6\text{-}10)$$

٦-٥ المجال المغناطيسي لملف حلزوني *The Magnetic Field of Solenoid*:

تأمل الشكل (٨-٦) حيث تلاحظ أن الملف الحلزوني هو عبارة عن ملف أسطواني طويل يحتوي على عدد *(n)* من اللفات لوحدة الطول، يمر خلاله تيار ثابت مقداره *(I)*، ونلاحظ في هذه الحالة أن الموصل تنطبق عليه شرط التماثل الهندسي لاستخدام قانون أمبير.



الشكل (٨-٦)

وبهدف حساب المجال المغناطيسي ($\vec{B}$) نأخذ مقطعاً طولياً لملف حلزوني نموذجي حيث تكون لفاته محكمة وملتصقة ببعضها ، إن حلقة أمبير المغلقة في هذه الحالة هي عبارة عن المستطيل *(abcd)* ويمثل التيار (I_o) المقدار الذي يمر خلال حلقة أمبير. والآن يمكننا استخدام قانون أمبير على الأجزاء الأربعة من هذه الحلقة.

$$\oint \vec{B}.dL = \int_a^b \vec{B}.dL + \int_b^c \vec{B}.dL + \int_c^d \vec{B}.dL + \int_d^a \vec{B}.dL$$

حيث أن ($\vec{B}$) عمودي على كل من *(bc)* و*(da)*، وهكذا نجد أن الزاوية بينهما *(90°)* ومعلوم أن *(cos 90)* يساوي الصفر، وهكذا لا وجود للمجال المغناطيسي على هاتين القطعتين *(B = 0)*، أما القطعتان *(ab)* و*(cd)* فإن الزاوية بينهما وبين المجال ($\vec{B}$) تساوي الصفر، وهذا يؤدي إلى أن:

$$\int_a^b \vec{B}.dL = \int_0^d \vec{B}.dL = \vec{B}\,h$$

حيث *(h)* هو طول كلٍ من المسار *(ab)* و*(cd)*، وكنا قد بينا أن عدد اللفات لوحدة الطول في الملف هو *(n)*، نستطيع الآن أن نعبر عن التيار الكلي خلال حلقة أمبير بالشكل الآتي:

$$I_o = I(nh)$$

$$\oint \vec{B}.dL = \vec{B}\,h = \mu_o\, I\, n\, h$$

$$\vec{B} = \mu_o\, I\, n \qquad (6\text{-}11)$$

إنَّ العلاقة الرياضية *(6-11)* تعبِّر عن شدة المجال المغناطيسي لملف حلزوني *idial solenoid* نموذجي. أما المجال المغناطيسي لملف حلقي *toroid* يحمل تياراً مقداره *(I)* وعدد لفاته الكلية *(N)* فإن المجال المغناطيسي الناشئ داخله هو:

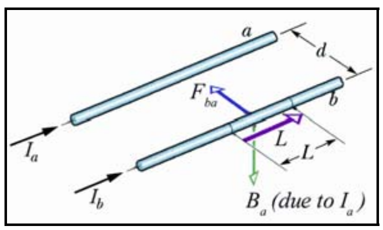
$$\vec{B}(2\pi r) = \mu_o I N$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_o I N}{2\pi r}}$$ (شدة المجال B لملف حلزوني) *(6-12)*

إنَّ العلاقة الرياضية *(6-12)* تعبِّر عن شدة المجال المغناطيسي لملف دائري، نصف قطره *(r)*، وهو نصف قطر حلقة أمبير.

٦-٦ القوة المتبادلة بين سلكين طويلين جداً *Interacting force-two parallel currents*:

إن الغاية من دراسة هذه الفقرة هي تحديد مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المتبادلة بين سلكين طويلين جداً، متوازيين، تفصلهما عن بعضهما مسافة *(d)*، يسري خلالهما تياران (I_a) و(I_b)، ولهذه الغاية تأمل الشكل (٦-٩).



الشكل (٦-٩)

إن تحقيق هذه الغاية يتم من خلال إيجاد المجال المغناطيسي الذي يؤثر به السلك الثاني على السلك الأول، ثم تحديد القوة الناتجة عن ذلك.

وسنبدأ بالبحث عن القوة الناشئة عن السلك *(b)* بسبب المجال المغناطيسي (B_a)، أن المجال المغناطيسي (B_a) المؤثر على كل نقطة من السلك *(b)* هو:

$$B_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi d} \qquad (6\text{-}13)$$

ويمكننا تحديد اتجاهه باستخدام قاعدة اليد اليمنى، انظر الشكل (٦-٩)، والآن يمكننا إيجاد القوة المغناطيسية (F_{ba}) المؤثرة على السلك *(b)*، وذلك باستخدام العلاقة الرياضية *(6-5)*، حيث:

$$F_{ba} = I_b\, L \times B_a \qquad (6\text{-}14)$$

ونلاحظ من الشكل (٦-٩) أن كلاً من *(L)* و (B_a) متعامدان، والآن من العلاقتين الرياضيتين *(6-13)* و*(6-14)* نجد أنَّ:

$$F_{ba} = I_b\, L\, B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_0\, L\, I_a\, I_b}{2\pi d}$$

$$\boxed{F_{ba} = \frac{\mu_o I_a I_b L}{2\pi d}}$$ (القوة المتبادلة بين سلكين) *(6-15)*

أما اتجاه القوة (F_{ba}) فيمكننا معرفته بمعرفة حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $(L \times B_a)$، وباستخدام قاعدة اليد اليمنى نجد أن (F_{ba}) تتجه مباشرة إلى السلك (a).

أما القوة التي تؤثر على السلك (a) فيمكننا إيجادها بالطريقة الأولى نفسها، وسنجد أن اتجاهها نحو السلك (b)، وهكذا، فإنَّ السلكين المتوازيين يجذبان بعضهما ، أما إذا كان التياران باتجاهين مختلفين فإن السلكين المتوازيين سوف يتنافران، وعليه يمكننا أن نستنتج ما يلي:

التياران المتوازيان (على الاتجاه نفسه) يجذبان بعضهما ، أما التياران غير المتوازيين (باتجاهين مختلفين) فإنهما يتنافران.

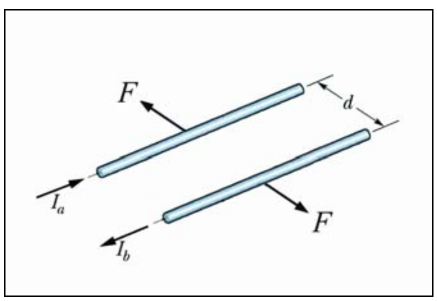
مثال (٦-٦) Example

في الشكل (٦-١٠) تلاحظ سلكين طويلين متوازيين تفصلهما عن بعضهما مسافة ثابتة (d) يحملان تيارين كهربائيين على التوالي (I_a, I_b) باتجاهين متعاكسين، حيث إن:

$$d = 5.3\,cm, I_b = 32\,A, I_a = 15\,A$$

أوجد حسابياً مقدار القوة المغناطيسية بين السلكين، وحدد اتجاهها، وذلك على امتداد جزء من طولهما يساوي $(40\ m)$.

الحل Solution:



الشكل (٦-١٠) يوضح قوة التناظر بين سلكين طويلين جداً

تأمل الشكل (٦-١٠).

باستخدام العلاقة الرياضية (6-15)، نجد أنَّ:

$$I_a = 15\ A, \quad , \quad I_b = 32\ A$$
$$d = 5.3\ cm \quad , \quad L = 40\ m$$
$$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}\ T.m$$
$$F_{ab} = \frac{\mu_o\ I_a\ I_B\ L}{2\pi\ d}$$
$$= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(15)(32)(40)}{2\pi(5.3 \times 10^{-2})}$$
$$= 7.24 \times 10^{-2}\ N$$

أما اتجاهها فهو عمودي على اتجاه السلكين، مشيراً نحو الخارج، ذلك أنها قوة تنافر.

الخلاصة
Summary

- المجال المغناطيسي *magnetic field* ينشأ بفعل الشحنات الكهربائية المتحركة، وهو الحيِّز أو المنطقة التي تظهر فيها القوة المغناطيسية التي يمكننا اختبارها بواسطة القطب الشمالي لمغناطيس، وتقاس شدة المجال المغناطيسي بوحدة التسلا، وهي وحدة القياس المعتمدة في النظام الدولي للقياس *(SI)*، وعندما تكون الزاوية بين المجال وسرعة انجراف الشحنات الكهربائية *(90°)* فإن المجال:

$$B = \frac{F_B}{qv}$$

$$1T = \frac{1\,N}{1C\left(\frac{1\,m}{1\,s}\right)} = \frac{1\,N}{1\,A.1\,m}$$

- القوة المغناطيسية المؤثرة على سلك طوله (L) يمر به تيار كهربائي ثابت (I) ويخضع لتأثير مجال مغناطيسي مقداره (B) تساوي:

$$F_B = I\,\vec{L} \times \vec{B}$$

- قانون بيو-سافار *Biot's-Savart law*:

$$dB = \frac{\mu_o I}{4\pi}\frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$

يستخدم هذا القانون لإيجاد المجال المغناطيسي الناشئ عن مرور تيار كهربائي في ناقل مستقيم، عند نقطة معلومة، وهو يتناسب طرداً مع شدة التيار الكهربائي (I) وعكسياً مع المسافة بين النقطة المعلومة والناقل.

- قانون أمبير *Amper's law*:

$$\oint \vec{B}.d\vec{L} = \mu_o I$$

ويستخدم في حالة التناظر الهندسي للتيار الكهربائي، وذلك باختبار حلقة مغلقة لمرور التيار تسمى حلقة أمبير *Amperian Loop*، ومن الاستنتاجات المباشرة لهذا القانون:

١- المجال المغناطيسي الناشئ عن عروة دائرية نصف قطرها (r):

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi\, r}$$

٢- المجال المغناطيسي لملف حلزوني:

$$B = \mu_o I\, n$$

حيث (n) عدد اللفات لوحدة الطول.

٣- المجال المغناطيسي لملف حلقي:

$$B = \frac{\mu_o I\, N}{2\pi\, r}$$

حيث (N) العدد الكلي للفات، (r) نصف قطر اللفة الواحدة.

- القوة المغناطيسية المتبادلة بين سلكين طويلين جداً:

$$F_{ba} = \frac{\mu_o\, I_a\, I_b\, L}{2\pi\, d}$$

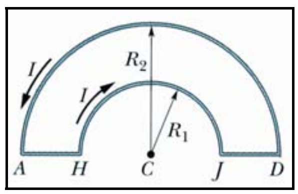
حيث (L) طول السلك، (I_a) التيار المار خلال السلك الأول، (I_b) التيار المار خلال السلك الثاني، (d) المسافة الفاصلة بين السلكين.

الامتحانات الذاتية
Self Test Exam

ولغرض التدريب العملي على اختبار المتدرب لنفسه، والتأكد من جدارته في المقدرة الفعلية على فهم واستيعاب المجال المغناطيسي، تم تخصيص امتحانين ذاتيين.

الامتحان الذاتي الأول:

استخدم قانون بيو-سافار *Biot-Savart*، وذلك لحساب شدة المجال المغناطيسي *(B)* عند مركز الشكل (٦-١١) المبين بالنقطة *(c)*، وكما تلاحظ فإن الشكل عبارة عن نصفي دائرتين، نصف قطر الأولى (R_1)، ونصف قطر الثانية (R_2) وتلاحظ أيضاً أن المجال المغناطيسي ناشئ عن الشكل *(ADJHA)*، إذا كان مقدار التيار المار خلاله *(I)*.



الشكل (٦-١١)

الامتحان الذاتي الثاني:

في ذرة الهيدروجين، إذا افترضنا أن الإلكترون يتحرك على مسار دائري نصف قطره $(5.3\times10^{-11}\,m)$ ويسير بسرعة خطية منتظمة $(v = 1.3\times10^{6}\,m/s)$. أوجد حسابياً شدة المجال المغناطيسي الناتج عن حركة الإلكترون، وذلك عند مركز الذرة.

ملاحظة: كتلة الإلكترون $(m_e = 9.11\times10^{-31}\,kg)$، وشحنته $(q = 1.6\times10^{-19}\,c)$.

ملاحظة: نتمنى من أبنائنا الطلبة المحاولة الجادة في حل مسائل الامتحان الذاتي على ورقة خارجية، ثم إجراء المقارنة بين ما توصلوا إليه مع الحل النموذجي المرفق آخر الكتاب في الملحق (د).

مسائل وتمارين الوحدة السادسة
Unit Six Exercises & Problems

٦-١ بروتون يتحرك بزاوية قدرها $(23°)$ بالنسبة لمجال مغناطيسي شدته $(2.6\,mT)$ ويعاني من تأثير قوة مغناطيسية قدرها $(6.5\times10^{-17}\,N)$.

١- أوجد حسابياً سرعة البروتون.

٢- أوجد حسابياً الطاقة الحركية للبروتون مقدرة بوحدات (eV).

٦-٢ سلك موصل يمر خلاله تيار كهربائي تبلغ شدته $(4.4\,A)$، يتعرض لتأثير مجال مغناطيسي منتظم وعمودي عليه، مقدار شدته $(1.5T)$، أوجد حسابياً القوة المغناطيسية لكل وحدة طول من هذا السلك.

٦-٣ ملف حلزوني *solenoid* طوله $(95\,cm)$ ونصف قطره $(2\,cm)$، وعدد لفاته (1200) لفة يحمل تياراً قدره $(٣٫٦\,A)$. أوجد مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف.

٦-٤ ملف حلزوني عدد لفاته (200) لفة، وطوله $(25\,cm)$ وقطره $(10\,cm)$، ويحمل تياراً قدره $(0.3\,A)$. أوجد مقدار المجال المغناطيسي قرب مركزه.

٦-٥ ملف حلزوني طوله $(13\,cm)$ وقطره $(2.6\,cm)$ يحمل تياراً قدره $(18\,A)$. مقدار المجال المغناطيسي بداخله يساوي $(23\,mT)$. أوجد طول السلك الذي صنع منه الملف.

٦-٦ ملف حلقي دائري *toriod* مساحة مقطعه على شكل مربع طول ضلعه $(5\,cm)$، ونصف قطره الداخلي $(1.5\,cm)$، أما عدد لفاته فيساوي (500) لفة ويحمل تياراً قدره $(0.8\,A)$.

١- أوجد مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف عند قطره الداخلي.

٢- أوجد مقدار المجال المغناطيسي داخل الملف عند قطره الخارجي.

٦-٧ سلكان مصنوعان من مادة موصلة، طويلان متوازيان تفصلهما عن بعضهما مسافة $(12\times10^{-2}\,m)$، ويسري في كلٍ منهما تيار كهربائي مقداره $(40\,A)$، أوجد حسابياً القوة المغناطيسية المتبادلة بينهما، ثم حدد اتجاهها.

مسائل اختيارية
Optional Problems

٦-١ إلكترون يمتلك متجه السرعة الممثل كالآتي:

$$\vec{v} = (2\times 10^{6}\ m/s)i + (3\times 10^{6}\ m/s)j$$

يتحرك خلال مجال مغناطيسي يمثل المتجه

$$\vec{B} = (0.03T)i - (0.15T)j$$

١- أوجد مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المؤثرة على الإلكترون.

٢- أعد المطلوب (١) نفسه على بروتون يمتلك السرعة نفسها.

٦-٢ إلكترون يتحرك في مجال مغناطيسي منتظم بسرعة اتجاهية:

$$\vec{v} = (40\,km/s)i + (35\,km/s)j$$

ويعاني من تأثير قوة اتجاهية:

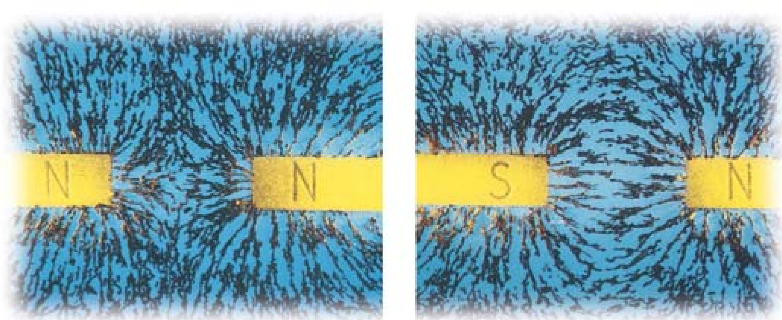
$$\vec{F} = -(4.2\times 10^{-15} N)i + (4.8\times 10^{-15} N)j$$

المملكـــة العربيـــة الســـعودية
المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الفيزياء النظرية التخصصية

الملاحق

الملاحق



Appendix الملحق (أ)

Physical Constants الثوابت الفيزيائية

المقدار	الرمز	الثابت	
$-273.15\ ^\circ C$	$0\,K$	*absolute zero temperature*	درجة حرارة الصفر المطلق
$9.801\ m/s^2$		*acceleration due to gravity at sea level (Washington d. c.)*	ثابت تسارع الجاذبية الأرضية عند مستوى سطح البحر لمدينة واشنطن
6.022×10^{23} particles / mole	N_O	*Avogadro's number*	عدد أفوغادرو
$-1.6022\times10^{-19}\ C$	e	*charge of an electron*	شحنة الإلكترون
$8.988\times10^{9}\ N.m^2/kg^2$	K	*constant in Coulomb's*	ثابت كولوم
$6.673\times10^{-11}\ N.m^2/kg^2$	G	*gravitational constant*	ثابت الجذب العام
$9.109\times10^{-31}\ kg$	m_e	*mass of an electron*	كتلة الإلكترون
$1.673\times10^{-27}\ kg$	m_p	*mass of a proton*	كتلة البروتون
$6.626\times10^{-34}\ J/Hz$ $4.136\times10^{-15}\ eV.s$	h	*Planck's constant*	ثابت بلانك
$2.99792458\times10^{8}\ m/s(exact)$	c	*speed of light in a vacuum*	سرعة الضوء
$1.67492\times10^{-27}\ kg$	m_n	*mass of neutron*	كتلة النيوترون
$8.85\times10^{-12}\ F/m$	ε_o	*permittivity of space*	معامل سماحية الفراغ
$4\pi\times10^{-7}\ T.m/A$	μ_o	*permeability constant*	معامل نفاذية الفراغ

Conversion Factors عوامل تحويل

$1.661\times10^{-27}\ kg = 931.5\ MeV/c^2$	=	١ وحدة الكتلة الذرية *atomic mass unit*
$1.602\times10^{-19}\ J$	=	١ إلكترون فولت *electronvolt*
$1\ N.m$	=	١ جول *Joule*
$1\ V.C$	=	١ جول *Joule*
$6.242\times10^{18}\times(\text{elementary charge units})$	=	١ كولوم *coulomb*

الملحق (ب) *Appendix*

الإشارات الرياضية *Mathematical Signs*:

$=$ يساوي	$>$ أكبر من	$\leq$ أصغر من أو يساوي
$\neq$ لا يساوي	$\geq$ أكبر من أو يساوي	$\ll$ أصغر بكثير من
$\cong$ يساوي تقريباً	$\gg$ أكبر بكثير من	$\approx$ متناسب مع
$\equiv$ متطابق مع؛ يعرَّف بأنه	$<$ أصغر من	

حساب قوى الأساس ١٠ *Arithmatic Power of* ١٠:

$$10^a\ 10^b = 10^{a+b}$$
$$10^a / 10^b = 10^{a-b}$$
$$\left(10^a\right)^b = 10^{ab}$$

الجبر *Algebra*:

- الكسور ***Fractions***:

$$\frac{\left(\frac{b}{c}\right)}{d} = \frac{b}{cd} \qquad a\left(\frac{b}{c}\right) = \frac{ab}{c}$$

$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} = \frac{ad}{bc} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

- جذرا المعادلة التربيعية:

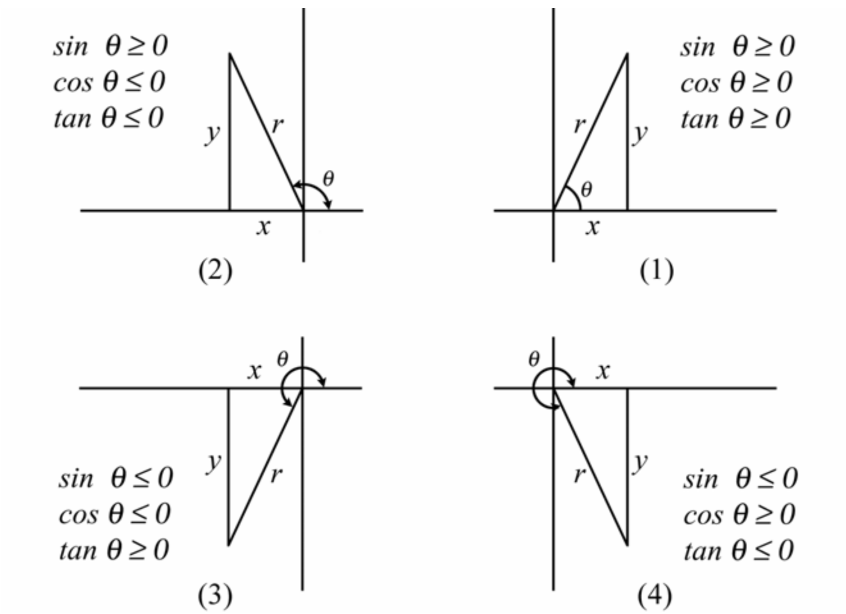
إذا كانت $ax^2 + bx + c = 0$ ، فإنَّ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

وإذا كانت $x^2 + 2\beta x + \gamma = 0$ ، فإنَّ $x = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \gamma}$.

المثلثات *Trigonometry* :

- تعاريف الدوال المثلثية ***Definitions of trigonometnc Functions***:

الـدّوالّ العكسـية *inverse functions*: إذا كانـت (جـا θ) $u = sin\ \theta$ ، فـإنَّ (قـو جـا u) $\theta = arc\ sin\ u$ ، وتُكتـب أحيانـاً (جـا$^{-1}$ u) $\theta = sin^{-1}\ u$. ويُرمـز بالمثـل إلى الـدّوالّ العكسـية الأخـرى: $arc\ cos\ u$ ، $arc\ tan\ u$ وهلم جراً.



$$sin\ \theta = \frac{y}{r} \qquad csc\,\theta = \frac{1}{sin\,\theta} = \frac{r}{y}$$

$$cos\,\theta = \frac{x}{r} \qquad sec\,\theta = \frac{1}{cos\,\theta} = \frac{r}{x}$$

$$tan\,\theta = \frac{sin\,\theta}{cos\,\theta} = \frac{y}{x} \qquad ctn\,\theta = \frac{1}{tan\,\theta} = \frac{x}{y}$$

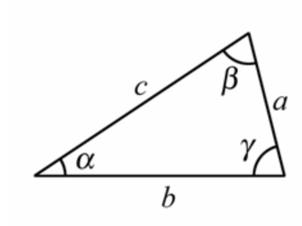
- خواص بسيطة ***Simple Properties***:

$$sin(-\theta) = -sin\,\theta \qquad cos(-\theta) = cos\,\theta \qquad tan(-\theta) = -tan\,\theta$$

$$sin\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm cos\,\theta \qquad cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp sin\,\theta \qquad tan\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{tan\,\theta} = -ctn\,\theta$$

$$sin(\theta \pm \pi) = -sin\,\theta \qquad cos(\theta \pm \pi) = -cos\,\theta \qquad tan(\theta \pm \pi) = tan\,\theta$$

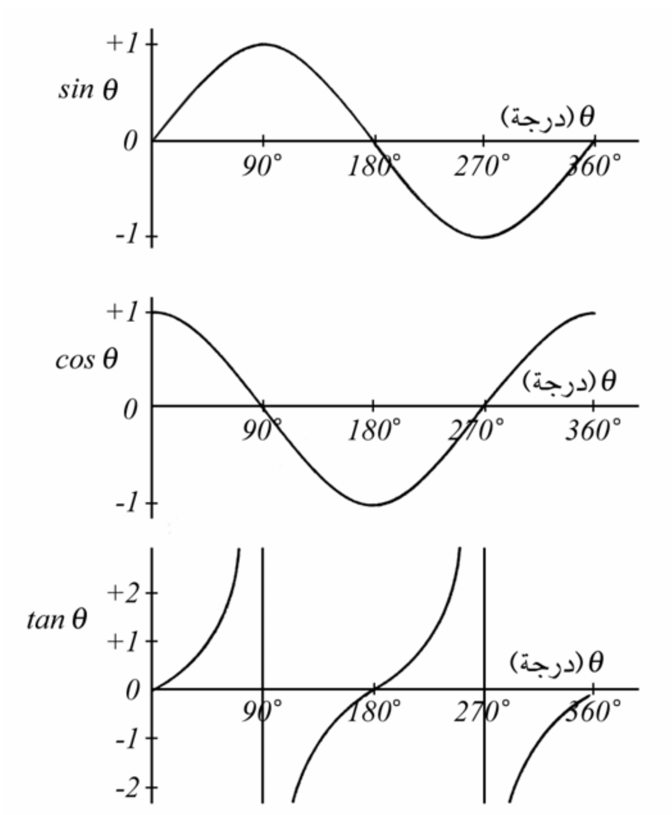
- خواص مثلث **Properties of a triangle**:



$$\alpha + \beta + \gamma = \pi$$
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$
$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

لمثلث قائم $\left(\gamma = \frac{\pi}{2}\right)$: $a^2 + b^2 = c^2$

- الدوال المثلثية **Trigonometric functions**:



وقد أصبح من السهل على المتدرب حساب هذه النسب المثلثية باستخدام الحاسبة اليدوية البسيطة.

وترتبط النسب المثلثية بالربع الثاني بالعلاقات الآتية:

$$\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$$
$$\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$$
$$\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$$

أما بالنسبة للربع الثالث فترتبط بالعلاقات الآتية:

$$\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$$
$$\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$$
$$\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$$

وأخيراً في الربع الرابع فإنها ترتبط بالعلاقات الآتية:

$$\sin(-\theta)=-\sin\theta$$
$$\cos(-\theta)=\cos\theta$$
$$\tan(-\theta)=-\tan\theta$$

هذا، وتُعرَّف دوالّ مثلثية أخرى بالعلاقات الآتية:

$$\csc\theta=\frac{1}{\sin\theta}\qquad \sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}\qquad ctn\theta=\frac{1}{\tan\theta}$$

الملحق (ج) Appendix

الجدول الدوري للعناصر
Periodic Table Of Elements

كربون — رمز العنصر → C ، 6 ← العدد الذري ، 12.01 ← الوزن الذري ، Carbon

	1أ	2أ	3ب	4ب	5ب	6ب	7ب	8ب	8ب	8ب	1ب	2ب	3أ	4أ	5أ	6أ	7أ	8أ
1	هيدروجين H 1 1.008 Hydrogen																	هيليوم He 2 4.003 Helium
2	ليثيوم Li 3 6.94 Lithium	بريليوم Be 4 9.01 Beryllium											بورون B 5 10.8 Boron	كربون C 6 12.01 Carbon	نيتروجين N 7 14.01 Nitrogen	أوكسجين O 8 16.0 Oxygen	فلور F 9 19.0 Fluorine	نيون Ne 10 20.18 Neon
3	صوديوم Na 11 23.0 Sodium	مجنيسيوم Mg 12 24.3 Magnesium											ألومنيوم Al 13 26.98 Aluminum	سيليكون Si 14 28.1 Silicon	فوسفور P 15 31.0 Phoshorus	كبريت S 16 32.1 Sulfur	كلور Cl 17 35.5 Chlorine	أرجون Ar 18 39.9 Argon
4	بوتاسيوم K 19 39.1 Potassium	كالسيوم Ca 20 40.1 Calcium	سكانديوم Sc 21 45.0 Scandium	تيتانيوم Ti 23 47.9 Titanium	فانيديوم V 23 50.9 Vanadium	كروم Cr 24 52.0 Chromium	منجنيز Mn 25 54.9 Manganese	حديد Fe 26 55.8 Iron	كوبالت Co 27 58.9 Cobalt	نيكل Ni 28 58.7 Nickel	نحاس Cu 33 63.5 Copper	خارصين Zn 30 65.4 Zinc	جاليوم Ga 31 69.7 Gallium	جرمانيوم Ge 32 72.6 Germanium	زرنيخ As 33 74.92 Arsenic	سيلينيوم Se 34 79.0 Selenium	بروم Br 35 79.9 Bromine	كريبتون Kr 36 83.8 Kryptor
5	روبيديوم Rb 37 85.5 Rubidium	سترونتيوم Sr 38 87.6 Strontium	يتريوم Y 39 88.9 Yttrium	زركونيوم Zr 40 91.2 Zirconium	نيوبيوم Nb 41 92.9 Niobium	موليدنيوم Mo 42 95.91 Molybdenum	تكنيتيوم Tc 43 (98) Technetium	روثينوم Ru 44 101.1 Ruthenium	روديوم Rh 45 102.9 Rhodium	بلاديوم Pd 46 106.4 Palladium	فضة Ag 47 107.9 Silver	كادميوم Cd 48 112.4 Cadmium	إنديوم In 49 114.8 Indium	قصدير Sn 50 118.7 Tin	أنتيمون Sb 51 121.75 Antimony	تيلوريوم Te 52 127.6 Tellurium	يود I 53 126.9 Iodine	زينون Xe 54 131.3 Xenon
6	سيزيوم Cs 55 132.9 Cesium	باريوم Ba 56 137 Barium	لانثانيوم La 57 138.9 Lanthanum	هافنيوم Hf 72 178.5 Hafnium	تانتاليوم Ta 73 180.9 Tantalum	تنجستن W 74 183.9 Wolfram	رينيوم Re 75 186.2 Rhenium	أوزميوم Os 76 190.2 Osmium	أريديوم Ir 77 192.2 Iridium	بلاتين Pt 78 195.1 Platinum	ذهب Au 79 197.0 Gold	زئبق Hg 80 200.6 Mercury	ثاليوم Tl 81 204.4 Thallium	رصاص Pb 82 207.2 Lead	بزموث Bi 83 209.0 Bismuth	بولونيوم Po 84 (209) Plonoium	أستاتين At 85 (210) Astatine	رادون Rn 86 222 Radon
7	فرانثيوم Fr 87 223 Francium	راديوم Ra 88 226 Radium	أكتينيوم Ac 89 227 Actinium	رذرفوديوم Rf 104 (261) Rutherfordium	دوبنيوم Db 105 (262) Dubnium	سيرجيوم Sg 106 (263) Seabergium	بوهريوم Bh 107 Bohrium	هاسيوم Hs 108 Hasium	ميتنريوم Mt 109 Meitnerium									

6 اللانثانيدات	سيريوم Ce 58 140.1 Cerium	براسيوديميوم Pr 59 140.9 Praseodymium	نيوديميوم Nd 60 144.2 Neodymium	بروميثيوم Pm 61 (145) Promethium	ساماريوم Sm 62 150.4 Samarium	يوروبيوم Eu 63 152.0 Europium	جادولينيوم Gd 64 157.3 Gadolinium	تربيوم Tb 65 158.9 Terbium	دسبروزيوم Dy 66 162.5 Dysprosium	هولميوم Ho 67 164.9 Holmium	اربيوم Er 68 167.3 Erbium	ثوليوم Tm 69 168.9 Thulium	يتربيوم Yb 70 173.0 Ytterbium	لوتيتيوم Lu 71 175.0 Lutetium
7 الأكتينيدات	ثوريوم Th 90 232.0 Thorium	بروتكتينيوم Pa 91 231 Protactinium	يورانيوم U 92 238.0 Uranium	نبتونيوم Np 93 237 Neptunium	بلوتونيوم Pu 94 (244) Plutonium	أمريكيوم Am 95 (243) Americium	كوريوم Cm 96 (247) Curium	بركليوم Bk 97 (247) Berkelium	كاليفورنيوم Cf 98 (251) Californium	إينشتانيوم Es 99 (254) Einsteinium	فرميوم Fm 100 (257) Fermium	مندليفيوم Md 101 (258) Mendelevium	نوبليوم No 102 (259) Nobelium	لورنسيوم Lr 103 (260) Lawrencium

صلب | سائل | غاز

الملحق (د) *Appendix*

حلول الامتحانات الذاتية

حلول الامتحانات الذاتية للوحدة الأولى

حل الامتحان الذاتي الأول :

لنرمز لمعدل السريان كما هو مستخدم في معظم المراجع: Q

$$Q \propto \left(\frac{P}{l}\right) \eta \ r$$

$$Q = K \left(\frac{P}{l}\right)^{\alpha} \eta^{\beta} \ r^{\gamma}$$

وبالتعويض عن هذه الكميات بمعادلات أبعادها نحصل على:

$$\begin{aligned}[M]^0 [L]^3 [T]^{-1} = \quad & K\{[M]\{L][T]^{-2} [L]^{-2} [L]^{-1}\}^{\alpha} \{[M][L]^{-1} [T]^{-1}\}^{\beta} [L]^{\gamma} \\ & [M]^{\alpha} [L]^{-2\alpha} [T]^{-2\alpha} [M]^{\beta} [L]^{-\beta} [T]^{-\beta} [L]^{\gamma} \\ & [M]^{\alpha+\beta} [L]^{-2\alpha-\beta+\gamma} [T]^{-2\alpha-\beta}\end{aligned}$$

وبمقارنة أسس الكميات الأساسية في طرفي المعادلة، نجد أنّ:

$$\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \alpha = -\beta \qquad (1)$$

$$-2\alpha - \beta + \gamma = 3 \qquad (2)$$

$$-2\alpha - \beta = -1 \Rightarrow -2\alpha + \alpha = -1 \qquad (3)$$

من المعادلة رقم *(3)*، نجد أن :

$$-\alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 1$$

وبتعويض مقدار (α) في المعادلة رقم *(1)*، نجد أنّ:

$$\therefore \quad \beta = -1$$

وأخيراً بتعويض كلٍ من (α) و (β) في المعادلة رقم *(2)*، نجد أنَّ:

$$-2 + 1 + \gamma = 3$$

$$-1 + \gamma = 3 \Rightarrow \gamma = 4$$

$$\therefore Q = K\left(\frac{P}{l}\right)^{1} \eta^{-1} r^{4}$$

$$\boxed{Q = K\frac{Pr^4}{l\eta}}$$

حل الامتحان الذاتي الثاني:

لكي يكون قانون اللزوجة هذا صحيحاً فان الكميات الفيزيائية الأساسية المقاسة في النظام الدولي *(SI)* بأبعادها في الطرف الأيسر تساوي الكميات الفيزيائية بأبعادها في الطرف الأيمن من القانون.

الطرف الأيسر : نحن نعلم أن أبعاد الكميات الفيزيائية للزوجة هي:

$$\eta = [M]\ [L]^{-1}\ [T]^{-1}$$

وهذا ما يمكن معرفته من خلال قانون اللزوجة بتعريفه العام حيث:

$$\begin{aligned}\eta &= \left(\frac{F}{A}\right)\left(\frac{L}{v}\right) \\ &= \frac{(kg)(\cancel{m})(s)^{\cancel{2}^{-1}}}{m^{\cancel{2}^{1}}}\left(\frac{\cancel{s}}{\cancel{m}}\right)(m) \\ &= kg.m^{-1}.s^{-1} \\ &= [M]\,[L]^{-1}\,[T]^{-1}\end{aligned}$$

الطرف الأيمن: كما يلاحظ بان الطرف الأيمن يتكون من حدين ، أبعاد وحدات كل منهما يجب أن تكون مساوية لأبعاد وحدات الطرف الأيسر:

الحد الأول:

$$\left(\frac{r^2}{v}\right)\rho_s g$$

$$\frac{m^2}{\left(m.s^{-1}\right)}\frac{kg}{m^3}\frac{m}{s^2} = kg.m^{-1}s^{-1}$$

أما تمثيله وفقاً لنظرية توافق الوحدات والأبعاد :

$$[M]\,[L]^{-1}\,[T]^{-1}$$

الحد الثاني:

$$\left(\frac{r^2}{v}\right)\rho_\ell g$$

$$= \frac{m^2}{\left(m.s^{-1}\right)}\frac{kg}{m^3}\frac{m}{s^2} = kg.m^{-1}.s^{-1}$$

أما تمثيله وفقا لنظرية توافق الوحدات والأبعاد :

$$[M][L]^{-1}[T]^{-1}$$

وهكذا نجد أن وحدات المقادير الفيزيائية للحدين الأول والثاني تساوي وحدات المقادير الفيزيائية للطرف الأيسر بأبعادهما ، وذلك في النظام الدولي للقياس *(SI)*.

أي أن قانون ستوك صحيح ، وهذه هي واحدة من الفوائد العديدة لدراسة تحليل المقادير الفيزيائية وأبعادها.

حل الامتحان الذاتي الثالث:

من خلال القانون الوارد في نص الاختبار الذاتي الثالث نجد أن:

$$\sigma = \frac{Q}{A\ t\ \ T^4}$$

البسط: من المعلوم أن كمية الطاقة الحرارية تقاس بالجول وهو عبارة عن :

$$N.m = kg\frac{m}{s^2}.m = kg\frac{m^2}{s^2} = [M][L]^2[T]^{-2}$$

المقام: ويتكوّن من :

$$A = area = m^2 = [L]^2$$
$$T = time = s = [T]$$
$$T^4 = temperatur = K^4 = [K]^4$$

وهكذا نجد أن :

$$\sigma = \frac{[M][L]^2[T]^{-2}}{[L]^2[T][K]^4}$$
$$= [M][T]^{-3}[K]^{-4}$$
$$= kg.s^{-3}K^{-4}$$

وهي وحدة القياس المطلوبة ، وكما نلاحظ فهي وحدة مركبة وليست بسيطة.

ملاحظة: وجد العالمان ستيفان و بولتزمان أن القيمة العددية لهذا الثابت هي:

$$\sigma = 5.67\times10^{-8}\ kg.s^{-3}.K^{-4}$$

حلول الامتحانات الذاتية للوحدة الثانية

حل الامتحان الذاتي الأول:

من الواضح أن هذا المثال تطبيق مباشر على الطريقة التحليلية باستخدام المحاور الديكارتية، أي بتحويل القوى الثلاث إلى مركباتها.

$$1-\quad F_{1x}=F_1\cos(\theta_1)=4\cos(40)=3.06\ N \qquad F_{1y}=F_1\sin(\theta_1)=4\sin(40)=2.57\ N$$

$$F_{2x}=F_2\cos(\theta_2)=2\cos(135)=-1.41\ N \qquad F_{2y}=F_2\sin(\theta_2)=2\sin(135)=1.41\ N$$

$$F_{3x}=F_3\cos(\theta_3)=3\cos(290)=1.026\ N \qquad F_{3y}=F_3\sin(\theta_3)=3\sin(290^\circ)=-2.82$$

$$\sum F_x=2.676\ N \qquad \sum F_y=1.16\ N$$

$$F=\sqrt{\left(\sum F_x\right)^2+\left(\sum F_y\right)^2}=\sqrt{(2.676)^2+(1.16)^2}=2.91\ N$$

$$2-\quad tan(\theta)=\frac{\sum F_y}{\sum F_x}=\frac{1.16}{2.676}=0.433$$

$$\theta=tan-1(0.433)=23.43^\circ$$

ملاحظة: استخدم طريقة الرسم في المستوى على المحاور الديكارتية (x,y) لتمثيل كلٍ من $(F,\Sigma F_y,\Sigma F_x)$.

حل الامتحان الذاتي الثاني:

نلاحظ أن هذا الاختبار يهدف إلى تدريب المتدرب على ضبط الطريقة التحليلية للقوى في المستوى، من خلال أربع حالات اتجاهية، متمثلة في أربع زوايا مختلفة.

بالعودة إلى الشكل (١٤-٢) من الوحدة الثانية، نجد أن:

$$1-\quad F_{1x}=F_1\cos(\theta_1)=10\cos(45)=7.07\ N$$

$$F_{1y}=F_1\sin(\theta_1)=10\sin(45)=7.07\ N$$

$$2-\quad F_{2x}=F_2\cos(\theta_2)=7\cos(60)=3.5\ N$$

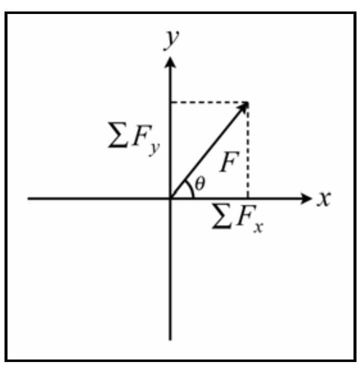
$$F_{2y} = F_2 \sin(\theta_2) \quad = 7\sin(60)$$
$$= 6.06\ N$$

$$3- \quad F_{3x} = F_3 \cos(\theta_3) \quad = 6\cos(135)$$
$$= -4.24\ N$$
$$F_{3y} = F_3 \sin(\theta_3) \quad = 6\sin(135)$$
$$= 4.24\ N$$

$$4- \quad F_{4x} = F_4 \cos(\theta_4) \quad = 6\cos(330)$$
$$= 5.19\ N$$
$$F_{4y} = F_4 \sin(\theta_4) \quad = 6\sin(330)$$
$$= -3\ N$$

حل الامتحان الذاتي الثالث:

$$1- \sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x}$$
$$= 7.07 + 3.5 + 4.24 + 5.19 = 11.52\ N$$
$$2- \sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y}$$
$$= 7.07 + 6.06 + 4.24 - 3 = 14.37$$
$$3- \quad F = \sqrt{\left(\sum F_x\right)^2 + \left(\sum F_y\right)^2} = \sqrt{(11.52)^2 + (14.37)^2}$$
$$= 18.4\ N$$
$$\tan\theta = \frac{\sum F_y}{\sum F_x} = \frac{14.37}{11.52} = 1.247$$
$$\theta = \tan^{-1}(1.247) = 51.28°$$



الامتحان الذاتي الثالث، الوحدة الثانية

حل الامتحان الذاتي الرابع:

١- المتجه $(3\vec{A})$ يساوي:

$$3\vec{A} = 6\hat{i} + 9\hat{j}$$

أما المتجه $(2\vec{B})$ فيساوي:

$$2\vec{B} = -6\hat{i} + 9\hat{j}$$

٢- المقدار العددي للمتجه $(\vec{A})$ يساوي:

$$|A| = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$
$$= \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$
$$|B| = \sqrt{(B_x)^2 + (B_y)^2}$$
$$= \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 4.24$$

٣- المتجه $(\vec{A}+\vec{B})$ يساوي:

$$(\vec{A}+\vec{B}) = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{i}$$
$$= (2-3)\hat{i} + (3+3)\hat{j} = -\hat{i} + 9\hat{j}$$

أما المتجه $(\vec{A}-\vec{B})$ فيساوي:

$$(\vec{A}-\vec{B}) = (A_x - B_x)\hat{i} - (A_y - B_y)\hat{i}$$
$$= (2-(-3))\hat{i} - (3-3)\hat{j} = 5\hat{i} - 0\hat{j} = 5\hat{i}$$

٤- لإيجاد مقدار الزاوية (θ) بين المتجهين نستطيع الاستفادة من قاعدة الضرب القياسي لهما وعلى النحو الآتي:

$$\vec{A}\,.\,\vec{B} = |A|\,|B|\cos(\theta)$$
$$\vec{A}\,.\,\vec{B} = (2i + 3\hat{j})\,.\,(-3\hat{i} + 3\hat{j})$$
$$= (2)(-3)\,\hat{i}.\hat{i} + (2)(3)\,\hat{i}\,.\,\hat{j} + (3)(-3)\,\hat{j}.\hat{i} + (3)(3)\,\hat{j}\,.\,\hat{j}$$
$$= -6 + 9 = 3$$

لاحظ أنّ:

$$(\hat{i}\,.\,\hat{j} = \hat{j}.\hat{i} = 0)$$

$$\therefore\ \cos(\theta) = \frac{A.B}{|A|\,|B|} = \frac{3}{(5)(4.24)} = 0.1415$$
$$\theta = \cos^{-1}(0.1415) = 81.865$$

٥- ناتج الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A}\,.\,\vec{B})$ يساوي:

$$\begin{aligned}(\vec{A}.\vec{B}) &= |A||B|\cos(\theta)\\ &= (5)(4.24)\cos(81.865) =\\ &= 3\end{aligned}$$

لاحظ أنها ذات النتيجة التي حصلنا عليها في الطلب (٤) من هذا السؤال.

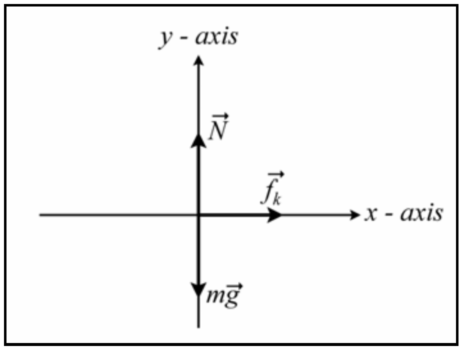
٦- ناتج الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\vec{A}\times\vec{B})$ يساوي:

$$\begin{aligned}(\vec{A}\times\vec{B}) &= |A||B|\sin(\theta)\\ &= (2\hat{i}+3\hat{j})\times(-3\hat{i}+3\hat{j})\\ &= (2)(-3)\hat{i}\times\hat{i}+(2)(3)\hat{i}\times\hat{j}+(3)(-3)\hat{j}\times\hat{i}+(3)(3)\hat{j}\times\hat{j}\\ &= 6\hat{k}(-9)(-k) = 6\hat{k}+9\hat{k} = 15\hat{k}\end{aligned}$$

لاحظ أنَّ: $(\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = 0)$ ، بينما $(\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k})$ و $(\hat{j}\times\hat{i} = -\hat{k})$.

حلول الامتحانات الذاتية للوحدة الثالثة

حل الامتحان الذاتي الأول:



الامتحان الذاتي الأول، الوحدة الثالثة

من خلال الشكل، نجد أنَّ:

$\vec{N}$: هي قوة تأثير الأرض العمودية على اللاعب.

$m\vec{g}$: هي قوة شد الأرض للاعب أو وزنه.

وبما أن اللاعب في حالة حركة فإن قوة الاحتكاك الحركي:

$$f_k = \mu_k \vec{N}$$

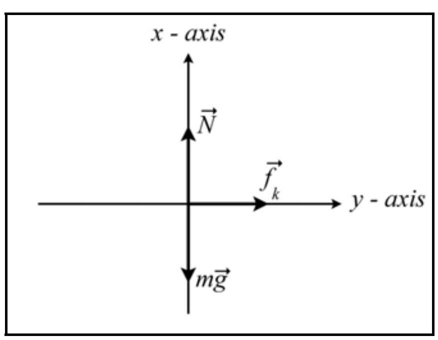
$$\mu_k = \frac{f_k}{N} = \frac{470\ N}{(79\,kg)(9.8\,m/s^2)}$$

$$= 0.61$$

$$\mu_k = 0.61$$

حل الامتحان الذاتي الثاني:

انظر الشكل.



الامتحان الذاتي الثاني، الوحدة الثالثة

وفقاً لقانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$-\vec{f}_k = m\vec{a}$$

يمكننا إيجاد التسارع من معادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت:

$$\vec{v}_f^2 = \vec{v}_o^2 + 2\vec{a}x$$

$$\vec{v}_f = 0$$

$$\vec{a} = \frac{-v_o^2}{2x} = -\frac{(6\,m/s^2)}{2(15\,m)} = -1.2\,m/s^2$$

$$-\vec{f}_k = (-1.2\,m/s^2)(0.11\,kg) = 0.13\,N$$

$$\vec{f}_k = 0.13\,N$$

$$\vec{f}_k = \mu_k \vec{N}$$

$$\vec{N} - m\vec{g} = 0$$

$$\vec{N} = m\vec{g}$$

$$\vec{f}_k = \mu_k m\vec{g}$$

$$\mu_k = \frac{\vec{f}_k}{mg} = \frac{0.13\,N}{(0.11\,kg)(9.8\,m/s^2)}$$

$$\mu_k = 0.12$$

حلول الامتحانات الذاتية للوحدة الرابعة

حل الامتحان الذاتي الأول:

١- عندما تكون النقطة (A) هي بداية الحركة، انظر الشكل، فإن البندول يملك طاقة كامنة تساوي:

$$U_A = mgh = mg(2 - 1.732)$$

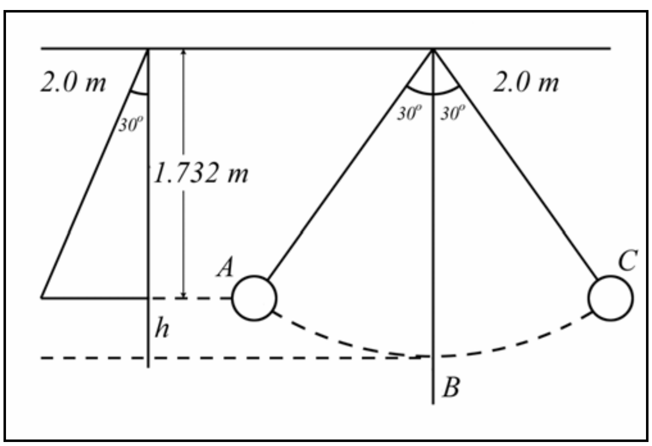
أما طاقته الحركية:

$$K_A = (1/2)mv_o^2 = 0$$

وذلك لأن (v_o^2) تساوي الصفر.

عند النقطة (B) نجد أن الطاقة الكامنة: $U_B = 0$، وذلك لأن الارتفاع $(h = 0)$ عند النقطة (B)، بينما الطاقة الحركية:

$$K_B = (1/2)mv^2$$



الامتحان الذاتي الأول، الوحدة الرابعة

وبتطبيق القانون العام لحفظ الطاقة، حيث إن مقاومة الهواء في هذا المثال مهملة نجد أنَّ:

$$\Delta W = \Delta U + \Delta K = 0$$
$$\Delta U = \Delta K$$
$$m(9.8\,m/s^2)(0.267\,m) = (1/2)mv_B^2$$
$$v_B = 2287\,m/s$$

وهي سرعة البندول عند النقطة (B).

٢- لإيجاد سرعة البندول عند النقطة (C) نستخدم مرة أخرى الصيغة العامة لقانون حفظ الطاقة بين النقطتين (B) و(C):

$$\Delta W = 0$$
$$\Delta U = 0 (h = 0)$$
$$\Delta U = \Delta K$$
$$0 = (1/2) m v_C^2 \quad m \neq 0 \Rightarrow v_C = 0$$

من الملاحظ أن (v_C) عند النقطة (C) لا تساوي (v_B)، كما أنه من المناسب هنا ضرورة ملاحظة أن هذا المثال يعد مثالاً رائعاً لعملية التبادل المستمرة بين الطاقة الحركية والطاقة الكامنة طوال فترة حركة البندول. وبعبارة أخرى وتمشياً مع جوهر قانون حفظ الطاقة، نؤكد على: أن أية زيادة في الطاقة الحركية للبندول يقابلها نقصان مساوٍ لها في الطاقة الكامنة، والعكس صحيح.

حل الامتحان الذاتي الثاني:

١- هذا مثال على تحول الكتلة إلى طاقة وفيه نستخدم علاقة الطاقة المكافئة للكتلة المعروفة:

$$E = mc^2$$

حيث (C) هي سرعة الضوء وتساوي $(3 \times 10^8 \, m/s)$.

$$E = (0.12 \, kg)(3 \times 10^8 \, m/s^2)$$
$$= 1.08 \times 10^{16} \; joule$$

٢- من المعلوم أن العلاقة بين الطاقة والقدرة هي:

$$E = Pt$$

حيث (P) هي القدرة المستهلكة خلال الزمن (t):

$$t = \frac{E}{P} = \frac{1.08 \times 10^{16} \; Joule}{1000 \; W}$$
$$= 1.08 \times 10^{13} s$$
$$= 3.44 \times 10^5 y$$

حل الامتحان الذاتي الثالث:

هذا مثال بسيط على تكمم الطاقة وبالتالي تتم معاملته باستخدام قانون التغيُّر في الطاقة المرافق لتحرر الموجة الضوئية، ذات التردد المعلوم (f).

$$\Delta E = E_f - E_o = hf$$

نحن نعلم أن (h) هو ثابت بلانك ويساوي $(6.63\times10^{-34}\ J.s)$ ويساوي أيضاً $(4.14\times10^{-15}\ eV)$ ، أما (f) فهو تردد الفوتون ويساوي $(4.3\times10^{14}\ s^{-1})$ إذاً :

$$= -(4.14\times10^{-15}\ eV.s)(4.3\times10^{14}\ s^{-1})$$
$$\Delta E = -1.8\,eV$$

والإشارة السالبة تدل أن طاقة المستوى الأول (E_o) أكبر من طاقة المستوى الثاني (E_f).

حل الامتحان الذاتي الرابع :

١- أن قانون حفظ الطاقة يؤدي إلى : 0

$$m\,g\,h + \frac{1}{2}\cancel{mv^2} = \cancel{mgh_o} + \frac{1}{2}mv_o^2$$

حيث :

(h) : ارتفاع العمارة ، 　　(h_o) : سطح الأرض.

(v) : السرعة النهائية للحجر ، 　　(v_o) : السرعة الابتدائية للحجر.

(g) : تسارع الجاذبية الأرضية.

$$\therefore\quad \cancel{m}\,g\,h = \frac{1}{2}\cancel{m}v_o^2$$
$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9.8\,m/s^2)(90\,m)}$$
$$= 42(m/s)$$

٢- أن العلاقة التي تربط بين سرعة الحجر النهائية وسرعته الابتدائية هي:

$$v = v_o + a4$$
$$(42\,m/s) = v_o + g\,t = 0 + (9.8\,m/s^2)t$$
$$\therefore\quad t = \frac{(42\,m/s)}{(9.8\,m/s^2)} = 4.28\,s$$

حلول الامتحانات الذاتية للوحدة الخامسة

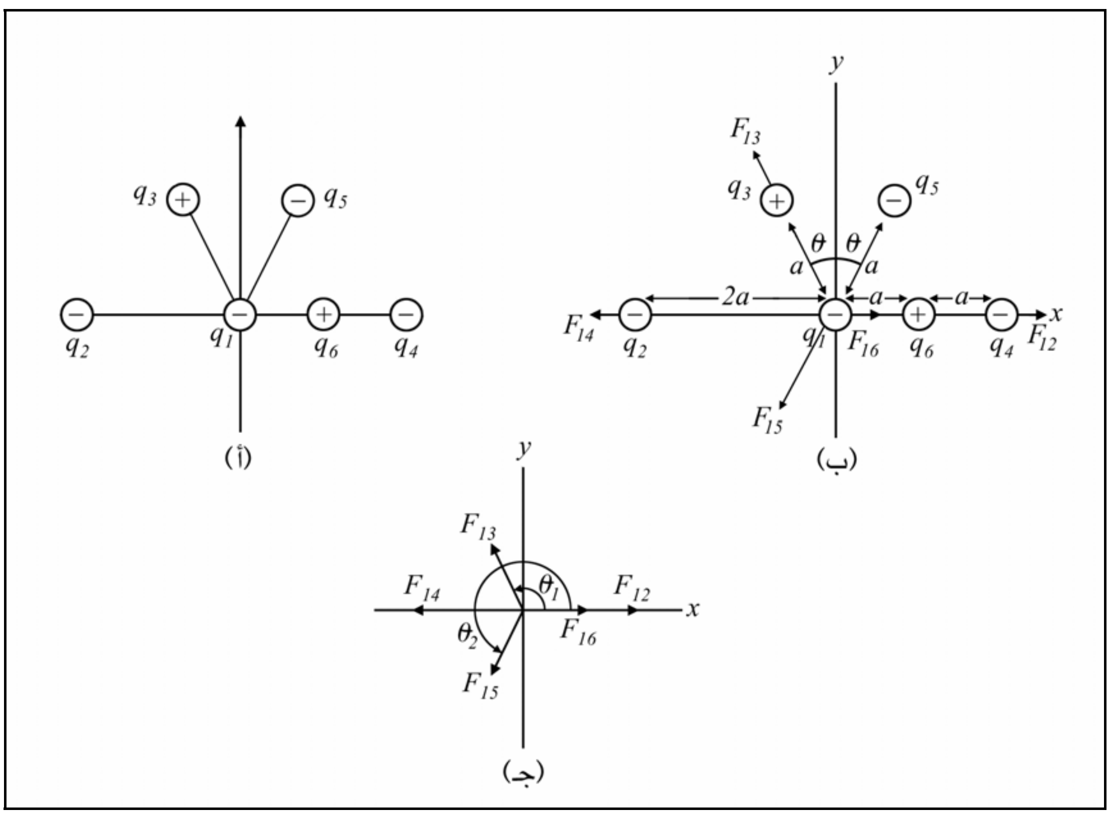
حل الامتحان الذاتي الأول:

من المعلوم أن القوة المطلوب إيجادها $(\vec{F}_1)$ هي كمية اتجاهية، وعليه فهي عبارة عن محصلة مجموعة القوى الاتجاهية $(\vec{F}_{16},\vec{F}_{15},\vec{F}_{14},\vec{F}_{13},\vec{F}_{12})$، وبالنظر إلى الشكل نجد أن الشحنات الخمسة تؤثر في الشحنة (q_1) السالبة على النحو الآتي:

١- الشحنة (q_2) سالبة فهي تتنافر مع (q_1) ولذلك يكون متجه القوة إلى الخارج وتمثلها القوة $(\vec{F}_{12})$.

٢- الشحنة (q_3) وهي موجبة فهي تحاول الابتعاد عن الشحنة (q_1) أي أن اتجاه قوتها مبتعد عن $(\vec{F}_{13})$ ولذلك يكون متجه القوة مبتعداً عن (q_1) وتمثلها القوة $(\vec{F}_{13})$.

٣- الشحنة (q_4) وهي سالبة فهي تتنافر مع الشحنة (q_1) ولذلك يكون متجه القوة بعيداً عنها وإلى الخارج وتمثلها القوة $(\vec{F}_{14})$.



الامتحان الذاتي، الوحدة السادسة[٢]

---

(١) نلاحظ أن وجود الشحنة (q_6) بين الشحنتين (q_4) و (q_1) لا يؤثر بحال من الأحوال على القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على الشحنة (q_1) من قبل الشحنة (q_4).

٤- الشحنة (q_5) وهي سالبة وتتنافر مع الشحنة (q_1) ولذلك يكون متجه القوة بعيداً عنها وتمثلها القوة ($\vec{F}_{15}$).

٥- الشحنة (q_6) وهي موجبة فهي تجذب الشحنة (q_1) نحوها وتمثلها القوة ($\vec{F}_{16}$)، وستعتمد تحليل هذه القوى على المحاور الديكارتية (x,y):

القوى على المحور السيني	القوى على المحور الصادي
$F_{14}=K\dfrac{q^2}{(2a)^2}\cos(180)$ $F_{12}=K\dfrac{q^2}{(2a)^2}\cos(0)$ $F_{13x}=K\dfrac{q^2}{a^2}\cos(120)$ $F_{16}=\dfrac{q^2}{a^2}\cos(0)$ $F_{15x}=K\dfrac{q^2}{a^2}\cos(240)$	$F_{13y}=K\dfrac{q^2}{a^2}\sin(120)$ $F_{15y}=K\dfrac{q^2}{a^2}\sin(240)$ $\sum F_{1y}=0$

$$\begin{aligned}\sum F_{1x} &= F_{12}-F_{14}+F_{16}-F_{13}\cos(120)-F_{15}\cos(240)\\ &= F_{16}-(0.5F_{13}+0.5F_{15})\\ &= 0\end{aligned}$$

ملاحظة: نلاحظ من الشكل أن القوتين (F_{12}) و(F_{14}) متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه، كما نلاحظ أن القوتين (F_{13y}) و(F_{15y}) أيضاً متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه.

حل الامتحان الذاتي الثاني:

بملاحظة الشكل نجد أن الشحنة الأولى ذات طبيعة كهربائية سالبة، بينما الشحنة الثانية ذات طبيعة كهربائية موجبة، وعليه فإن الجهد عند النقطة (P) هو عبارة عن:

$$\begin{aligned}V_P &= k\frac{q_2}{r_2}-\frac{q_1}{r_1}\\ &= k\left(\frac{q_2}{r_2}-\frac{q_1}{r_1}\right)\\ &= 9\times10^9\left(\frac{8\times10^{-9}\,C}{15\times10^{-2}\,m}-\frac{3\times10^{-9}\,C}{5\times10^{-2}\,m}\right)\\ &= 9\times10^9\,(5.3\times10^{-8}-6\times10^{-8})\\ &= -63\ V\end{aligned}$$

حل الامتحان الذاتي الثالث:

بما أن الشحنة الأولى سالبة، فإن متجه المجال يدخل إليها متجهاً نحو النقطة (P)، أما اتجاه المجال الكهربائي بالنسبة للشحنة الثانية الموجبة فيكون مبتعداً عنها، أيضاً نحو النقطة (P)، وعليه فإنَّ:

$$\begin{aligned} E_1 &= k\frac{q_1}{r_1^2}9\times 10^9 \ \frac{(-3\times 10^{-9}\,C)}{(5\times 10^{-2}\,m)^2} \\ &= -10800 \ N/C \\ E_2 &= k\frac{q_2}{r_2^2} = 9\times 10^9 \ \frac{(8\times 10^{-9}\,C)}{(15\times 10^{-2}\,m)^2} \\ &= 3200 \quad N/C \end{aligned}$$

أما محصلة المجال الكهربائي عند النقطة (P) فهو:

$$\begin{aligned} E &= E_2 + E_1 = 3200 - 10800 \\ &= -7600 \ N/C \end{aligned}$$

حل الامتحان الذاتي الرابع:

١- أن العلاقة الرياضية بين كلٍ من شحنة المكثف وسعته وفرق الجهد بين لوحيه هي:

$$\begin{aligned} q &= CV \\ 6\times 10^{-6}\,C &= 6\times 10^{-6}\,F\ V \\ V &= \frac{6\times 10^{-6}\,C}{6\times 10^{-6}\,F} = 1\ volt \end{aligned}$$

٢- أن العلاقة الرياضية بين كلٍ من شدة المجال الكهربائي وفرق الجهد والمسافة بين اللوحين هي:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{1\ volt}{1\times 10^{-3}\,m} = 1\times 10^3\ V/m$$

٣- أما مقدار الشغل فهو عبارة عن:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2}qV = \frac{1}{2}\,(0.5\times 10^{-6}\,C)(1 volt) \\ &= 10^{-6}\ Joule \end{aligned}$$

حل الامتحان الذاتي الخامس:

من الواضح أن الشحنة (q_2) ذات طبيعة كهربائية سالبة، فهي سوف تؤثر على الشحنة (q_1) بقوة (F_{12}) باتجاهها، كما أن الشحنة (q_3) أيضاً ذات طبيعة كهربائية سالبة، وبالتالي فإنّ القوة (F_{13}) ستكون باتجاهها، كما نلاحظ أن كلا القوتين متعامدة على بعضهما ، والآن:

$$F_{12} = k\frac{q_1 q_2}{a^2} = 9\times 10^9 \ \frac{(10\times 10^{-9}\, C)(-20\times 10^{-9}\, C)}{(30\times 10^{-2})^2}$$
$$= -2\times 10^{-5}\ N$$

(قوة تجاذب)

$$F_{13} = k\frac{q_1 \ q_3}{a^2} = 9\times 10^9 \ \frac{(10\times 10^{-9}\, C)(-20\times 10^{-9}\, C)}{(30\times 10^{-2})^2}$$
$$= -2\times 10^{-5}\ N$$
$$F = \sqrt{(F_{12})^2 + (F_{13})^2} = 2.8\times 10^{-5}\ N$$

حلول الامتحانات الذاتية للوحدة السادسة

حل الامتحان الذاتي الأول:

إن الصيغة الرياضية لقانون بيو-سافار هي:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$

١- نلاحظ أولاً أن القطعتين المستقيمتين (AH) و(JD) يمر بكل منهما تيارين مختلفين في الاتجاه ومتساويين في المقدار، وهذا ما يؤكد لنا أن المجالين المغناطيسيين الناشئين عن كل قطعة، متساويان في المقدار ومتعاكسان في الاتجاه أيضاً، والخلاصة أن كلاً من القطعتين لا يسهم في المجال المغناطيسي عند النقطة (c).

٢- أن المجال الناشئ عن نصف الدائرة الأولى، عند النقطة (c) هو:

$$B_{c1} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\int \frac{I\, d\vec{L}_1 \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0\, I}{4\pi}\int \frac{R_1\, d\vec{L}}{R_1^3}$$

$$d\vec{L} \times \vec{r} = r\, ds \sin(90) = r\, dL$$

$$\int \frac{R_1\, dL}{R_1^3}\int \frac{dL}{R_1^2} = \frac{1}{R_1^2}\int dL = \frac{\pi\, R_1}{R_1^2} = \frac{\pi}{R_1}$$

$$B_{c1} = \left(\frac{\mu_0\, I}{4\pi}\right)\left(\frac{\pi}{R_1}\right) = \frac{-\mu_0\, I}{4R_1}$$

وهكذا نجد أن المجال الناشئ عن النصف الثاني ذي نصف القطر (R_2):

$$B_{c2} = \frac{\mu_0\, I}{4R_2}$$

$$B_c = B_{c1} + B_{c2} = \frac{\mu_0\, I(R_2 - R_1)}{4\, R_1\, R_2}$$

مع ملاحظة أن اتجاه شدة المجال إلى داخل الصفحة.

حل الامتحان الذاتي الثاني:

إن اتجاه المجال المغناطيسي يكون عمودياً على السرعة الخطية للإلكترون، ويمكن حساب القوة المغناطيسية في هذه الحالة من العلاقة الرياضية:

$$F_B = q\,\vec{v} \times \vec{B} = q\,v\,B\ \sin(90) = q\,v\,B$$

كما يمكننا إيجاد تسارع الإلكترون من العلاقة الرياضية لقانون نيوتن الثاني:

$$F_B = m_e a$$

$$a = \frac{F_B}{m_e}$$

وبما أن مسار الإلكترون دائري، يمكننا إيجاد تسارعه بدلالة كلٍ من السرعة الخطية ونصف قطر المسار، إذن:

$$a = \frac{v^2}{r^2}$$

$$B = \frac{F_B}{qv} = \frac{m_e v^2}{e\,r\,v} = \frac{m_e v}{er}$$

$$= \frac{(9.11 \times 10^{-31}\,kg)(1.3 \times 10^{6}\,m/s)}{(1.6 \times 10^{-19}\,C)(5.3 \times 10^{-11}\,m)} = 1.39 \times 10^{4}\,T$$

المراجع
References

المراجع العربية *Arabic References*:

١- "مبادئ الفيزياء"
للكليات والمعاهد التربوية والهندسية، ج١-٢، دار الراتب، ١٩٩١م.

٢- "تطبيقات عملية في الإلكترونيات والكهرباء"
جامعة الموصل - كرجية، الراوي، عبدالحميد، ١٩٨٥م.

٣- "أسس الهندسة الإلكترونية"
جامعة الموصل - د. عادل خضر حسين، ١٩٨١م.

٤- "أساسيات الفيزياء"
دار ماجروهيل، ف. بوش، ١٩٧٧م.

٥- "الليزرات"
جامعة الموصل، فاروق عبودي قصير، ١٩٨٤م.

٦- "دراسات في تاريخ العلوم عند العرب"
جامعة الموصل، حكمت نجيب عبدالرحمن، ١٩٧٧م.

٧- "الفيزياء الكلاسيكية والحديثة"
كينيث وفورد، ج١-٢-٣، المطبعة الوطنية، عمان - الأردن، ١٩٨١م.

٨- "المعجم الموحد"
للمصطلحات العلمية في مراحل التعليم العام - معجم مصطلحات الفيزياء، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، المملكة العربية السعودية، وزارة المعارف، ١٩٨٣م.

٩- "معجم المصطلحات العلمية والفنية والهندسية"
أحمد شفيق الخطيب، مؤسسة جواد للطباعة، بيروت - لبنان، ١٩٨٢.

المراجع الإنكليزية *English References*:

1- *"Fundamentals of physics"*
Halliday. Resniek. Walker. Fourth EditionK John Willey & sons. 1997.

2- *"College Physics"*
Francis Weston Sears. Addison - Wesely. 1984.

3- *"Electric Devices and Circuits"*
Millman & Halkias. Mc Graw - Hill. 1967.

4- *"Electronics"*
Millman & seely. Mc Graw - Hill. 1951.

5- *"Menill Physics Principles And Problems"*
Third Edition, Mc Graw-Hill, 1995.

6- *"Electronic Devices and Circuits"*
Millman & Halkias, Mc Graw-Hill, 1997.

المحتويات

Contents

تقدر المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني الدعم

المالي المقدم من شركة بي آيه إي سيستمز (العمليات) المحدودة

GOTEVOT appreciates the financial support provided by BAE SYSTEMS