STAT 110

CHAPTER # 5

PREPARED BY: GASIM MUDAWI

YEAR 1431-1432 H

CHAPTER 5: DISCRETE PROBABILITY DISTRIBUTION:

الفصل الخامس: التوزيعات الاحتمالية المنفصلة:

Discrete probability distribution consists of the values a random variable can assume and the corresponding probabilities of the values.

Random variable: is a variable whose values are determined by chance.

المتغير العشوائي: هو المتغير الذي تتحدد قيمته بالصدفة

EXAMPLE:

Construct a probability distribution for rolling a single die:

كوّن التوزيع الاحتمالي لإلقاء زهرة نرد مفردة:

فراغ العينة في هذه الحالة هو (1، 2، 3، 4، 5، 6)

واحتمال كل عدد من الأعداد السابقة يساوي 6/1

بينما X تأخذ القيم 1 – 2- 3- 4- 5- 6

Since the sample space is S = (1, 2, 3, 4, 5, 6) and each outcome has a probability 1/6, then the distribution will be:

Outcome x	1	2	3	4	5	6
Probability P(X)	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

EXAMPLE: Construct a probability distribution for Tossing 2 coins.

Since x = 0, 1, 2,

مثال 2: كوّن التوزيع الاحتمالي لرمي قطعتي نقود:

فراغ العينة هو (HH, HT, TH, TT)

X ترمز للصورة H فنجد أن X يساوي 0، 1، 2 (لأن H في TT تساوي صفر ، وفي HT, TH تساوي 1 لكل واحدة ، بينما HH تساوي 2)

Outcome x	0	1	2	Sum
Probability P(X)	1/4	2/4	1/4	1

أستاذ/ قاسم مضوي
جوال 0502180703

Mean, Variance, Standard deviation, and Expectation:

المتوسط الحسابي (القيمة المتوقعة) ، التباين والانحراف المعياري والتوقع:

$$mean = \exp ectation = \mu = \sum X.P(X)$$

$$\text{var}iance = \sum X^2.P(X) - \mu^2$$

$$strandard.deviation = \sqrt{\sum X^2.P(X) - \mu^2}$$

From the above example, find the mean (expected value), variance, and standard deviation:

أوجد المتوسط الحسابي (يسمى أيضا القيمة المتوقعة) والتباين والانحراف المعياري للمثال السابق (رمي قطعتي نقود):

المتوسط الحسابي عبارة عن مجموع [حاصل ضرب العمود X والعمود P(X)]

لاحظ للصف الثالث في الجدول أدناه الناتج (SUM) هو المتوسط الحسابي (القيمة المتوقعة).

Outcome x	0	1	2	Sum
Probability P(X)	1/4	2/4	1/4	1
X.P(X)	0	2/4	2/4	4/4=1
X^2.P(X)	0	2/4	4/4	6/4

$$mean = \exp ectation = \mu = \sum X.P(X) = \frac{4}{4} = 1$$

$$\text{var}iance = \sum X^2.P(X) - \mu^2 = \frac{6}{4} - 1 = \frac{2}{4} = 0.5$$

$$strandard.deviation = \sqrt{\sum X^2.P(X) - \mu^2} = \sqrt{0.5}$$

أستاذ/ قاسم مضوي
جوال 0502180703

BINOMINAL DISTRIBUTION: توزيع ذي الحدين:

A binominal distribution is a probability experiment that satisfied the following four requirements:

توزيع ذي الحدين هو تجربة احتمالية تحقق الشروط التالية:

١. هناك عدد محدود من المحاولات.

٢. كل محاولة لها ناتجين فقط نجاح P وفشل q.

٣. النواتج مستقلة.

٤. احتمال النجاح يظل هو نفسه لكل محاولة.

[الشروط السابقة مهمة جدا جدا]

1. there must be a fixed number of trails.
2. Each trail can have only two outcomes.
3. The outcomes of each trail must be independent of each other.
4. The probability of a success must remain the same for each trail.

Binominal probability formula: قانون توزيع ذي الحدين

ملاحظة مهمة جدا: يكون معطى في السؤال [نسبة مئوية P] وعدد محاولات n

وq تستنتج من p بطرحها من واحد [p + q = 1]:

$$P(x) = \frac{n!}{(n-x)!\,x!}.p^{x}.q^{n-x}$$

EXAMPLE (5-15):

A coin is tossed 3 times. Find the probability of getting

عند رمي قطعة نقود ثلاث مرات أوجد ما يلي:

1. Exactly two heads. الحصول على صورتين

فراغ العينة لإلقاء ثلاث قطع نقود هو ما يلي:

احتمال الحصول على صورة P= 2/1 ، واحتمال الحصول على كتابة q = 2/1، n = 3

X تمثل الاحتمال المطلوب (في هذه الحالة x=2)

S= (HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT, TTT)

n= 3, P = 1/2, q= 1-p= 1/2

$$P(x=2)=\frac{3!}{(3-2)!2!}.\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{3}{8}=0.375$$

2. Exactly three heads. أوجد احتمال الحصول على ثلاث صور X=3

$$P(x=3)=\frac{3!}{(3-3)!3!}.\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{8}=0.125$$

3. at least one head:أوجد احتمال الحصول على صورة واحدة على الأقل

$$P(x\geq 1)=P(x=1)+P(x=2)+P(x=3)=1-P(x=0)$$
$$=1-\frac{3!}{(3-0)!0!}\left(\frac{1}{2}\right)^0.\left(\frac{1}{2}\right)^3=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

EXAMPLE (5-16):

في مسح دراسي وجد أن واحد من خمسة أمريكيين قد زار الدكتور في شهر معين. إذا تم اختيار 10 أشخاص ، أوجد احتمال 3 أشخاص زاروا الدكتور في الشهر الأخير؟

P=1/5, q = 1 – p = 1 – (1/5) = 4/5, n= 10 , x = 3

ونطبق في القانون تطبيق مباشر :

Survey found that one out of five Americans say he or she has visited a doctor in any given month. If 10 people are selected at random. Find the probability that exactly 3 will have visited a doctor last month.

Solution:
$$P(x=3)=\frac{10!}{(10-3)!3!}\left(\frac{1}{5}\right)^3.\left(\frac{4}{5}\right)^7=0.201$$

EXAMPLE (5-17):

A survey from teenagers Research Unlimited found that 30% of teenage consumers receive their spending money from part- time jobs. If 5 teenagers are selected at random. Find the probability that at least 3 of them will have part-time jobs.

في مسح وجد أن معهد ما أن 30% من المراهقين ينفقون أموالهم من الأعمال الإضافية ، إذا تم اختيار 5 مراهقين. أوجد احتمال 3 على الأقل سوف ينفقون أموالهم من عمل إضافي.

Solution: **n = 5, p= 0.3, q= 0.7**

P(At least 3 of teenagers have part-time jobs) = P(3) + P(4) + P(5)

$$P(x=3) = \frac{5!}{(5-3)!3!}(0.3)^3.(0.7)^2 = 0.132$$
$$P(x=4) = \frac{5!}{(5-4)!4!}(0.3)^4.(0.7)^1 = 0.028$$
$$P(x=5) = \frac{5!}{(5-5)!5!}(0.3)^5.(0.7)^0 = 0.002$$

أستاذ/ قاسم مضوي
جوال 0502180703

P (at least 3 has part-time jobs) = 0.132 + 0.028 + 0.002 = 0.162

ثلاث على الأقل تعني (ثلاثة أو أربعة أو خمسة) ونجمع الاحتمالات كما هو مبين أعلاه.

Mean, Variance, and Standard Deviation for Binominal Dist.:

المتوسط والتباين والانحراف المعياري لتوزيع ذي الحدين:

Mean = u = n . p المتوسط الحسابي

Variance = = n. p. q التباين

Standard deviation = = n. p. q الانحراف المعياري

ملحوظة: الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين.

From Example (5-17): find the mean, variance and standard deviation for the teenagers having part-time jobs.

مثـــــال: أوجد المتوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري للمثال (5-17) أعلاه.

Mean = n. p = 5 * 0.3 = 1.5 المتوسط الحسابي

Variance = n. p. q = 5 * 0.3 * 0.7 = 0.63 التباين

Standard deviation = n . p. q = 0.63 = 0.79 الانحراف المعياري

* * _____ * * _____ * *

**** Find the mean for the teenagers having **not** part-time jobs:

سؤال مهم جدا: أوجد المتوسط الحسابي للمراهقين الذين لا يعملون عمل إضافي؟

في هذه الحالة نضرب n في q بدلا من p (أو نعكس p و q) كما يلي:

Here: P = 0.70 , q = 0.30

Then mean = n. p = 5 * 0.7 = 0.35 **هذا هو متوسط المراهقين الذين لا يعملون عمل إضافي**

مسائل مهمة عن الباب الخامس:

DISCRETE PROBABILITY DISTRIBTUTION:

If sum [X^2 P(X)] = 6 and E(X) = 2, find the variance for the probability distribution of x ?

$$\textbf{Variance} = \text{sum}[x^2.p(x)] - u^2 = 6 - 2^2 = 2$$

مسائل مهمة جداً عن توزيع ذي الحدين:

BINOMIAL DISTRIBUTION: توزيع ذي الحدين

EXAMPLE:

A die is rolled 5 times. The probability of getting a number 4 one time only is:

ألقيت زهرة نرد مرة واحدة أوجد احتمال الحصول على العدد 4 مرة واحدة فقط:

P = 1/4 , q = 1 – p = 1 – 1/4 = 3/4
n = 5

$$P(X) = (n\ c\ x)\ p^x\ q^{n-x}$$

$$P(X=1) = 5\ C\ 1\ (1/4)^1 * (3/4)^4$$

EXAMPLE:
A coin is tossed 5 times. Find the probability of getting odd numbers.

ألقيت زهرة نرد خمس مرات ، أوجد احتمال الحصول على عدد فردي.
We have 3 odd numbers and 3 even numbers
Then x = 3
(if question find prob. Of getting even number , x = 3 also)

ممكن يكون السؤال أوجد احتمال الحصول على عدد زوجي ويكون الحل هو نفسه.

n=5 , p = 1/2, q = 1/2

$$P(X = 3) = 5\ C\ 3\ (1/2)^3 * (1/2)^2$$

أستاذ/ قاسم مضوي
جوال 0502180703

هذا العمل مجاني ولا يباع

ونتمنى من الله أن ينفع به أبناءنا في جميع أنحاء الكرة الأرضية ،،،،

ولا تنسونا من صالح دعاءكم ،،،،،،

gasim_hhh@hotmail.com