

• $x \rightarrow +\infty$ وعند $-\infty$

ليكن f التابع المعرف على المجال $[0, +\infty[$ وفق $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{x}$

① تحقق أنّ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}}$ أيّاً يكن $x \geq 0$

② استنتج أنّ $\frac{1}{2\sqrt{1+x}} \leq f(x) \leq \frac{1}{2\sqrt{x}}$ في حالة $x > 0$

③ ما نهاية f عند $+\infty$ ؟

ليكن f التابع المعرّف على المجال $]-5, +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{x-3}{x+5}$

① احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، واستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$

② أعدّ حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$ بعد كتابة $f(f(x))$ بدلالة x .

مهم

10 ليكن g التابع المعرف على \mathbb{R} وفق $g(x) = \frac{1}{3 + 2 \sin x}$

① أثبت أن g محدود.

② استنتج كلاً من النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x + \sin x}{3 + 2 \sin x} \right)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{3 + 2 \sin x} \right)$

مهم + تكامل
11 ليكن f التابع المعين بالعلاقة $f(x) = \frac{3x^2 + 6x}{x^2 - x - 2}$

① عيّن D_f مجموعة تعريف f .

مهم ② أوجد الأعداد a و b و c التي تحقق $f(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-2}$ ، أيّاً كانت

③ ادرس نهاية f عند حدود المجالات الثلاثة التي تؤلف D_f .

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على \mathbb{R} وفق $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}}$.

① a . أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقاربٌ للخطّ C في جوار $+\infty$.

b . ادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخطّ C .

② أصحِّح أنّ المستقيم Δ' الذي معادلته $y = x - 1$ مقاربٌ للخطّ C في جوار $-\infty$ ؟

المعرّف على \mathbb{R} وفق $f(x) = x^3 + x + 1$.

29 ليكن f التابع المعرف على \mathbb{R} وفق:

منح منقطاً عند الصفر
 $f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$$\begin{cases} 1 - \sqrt{x^2 + 1} & : x \neq 0 \\ x & : x = 0 \end{cases}$$

ما قيمة m التي تجعل f مستمراً على \mathbb{R} ؟

30 يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x . ليكن f التابع المعرف على المجال $[0, 2]$

وفق $f(x) = x - E(x)$.

① ارسم الخط البياني للتابع f على المجال $[0, 2]$.

② هل f مستمر على المجال $[0, 2]$ ؟

31 يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x . ليكن f التابع المعرف على المجال $[0, 2]$

وفق $f(x) = E(x) + (x - E(x))^2$

① اكتب $f(x)$ بعبارة مستقلة عن $E(x)$ (لا تحوي $E(x)$).

② أثبت أن f مستمر على المجال $[0, 2]$ ؟

2 ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ وفق $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x + 1}$

① اكتب معادلةً لمماس C في النقطة التي تساوي فاصلتها 1.

② هل يقبل C مماساً موازياً للمستقيم الذي معادلته $y = -4x$ ؟

③ هل يقبل C مماساً موازياً للمستقيم الذي معادلته $3x - 2y = 0$ ؟

ليكن f التابع المعرّف على \mathbb{R} وفق $f(x) = x + \sqrt{1+x^2}$.

① تحقّق أنّ $\sqrt{1+x^2} \cdot f'(x) = f(x)$ ، أيّاً يكن x من \mathbb{R} .

② استنتج أنّ $(1+x^2)f''(x) + xf'(x) - f(x) = 0$ ، أيّاً يكن x من \mathbb{R} .

• هذا الصفر.

التابع f معرف على \mathbb{R} وفق $f(0) = 0$ و $f(x) = x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ في حالة $x \neq 0$.
هل f اشتقاقي عند الصفر؟ علل إجابتك.
احسب $f'(x)$ على \mathbb{R}^* .

29

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، C هو الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathbb{R} وفق:

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 + 8}$$

① احسب نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$. هل يقبل C مقارباً أفقياً؟

② تحقق أن المستقيم d الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للخط C .

③ نظم جدولاً بتغيرات f .

④ ارسم مقاربات C ثم ارسم C .

② احسب $f'(x)$ على $]0,1[$.

15 نتأمل التابع f المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

① احسب التابع المشتق للتابع f .

② استنتج مشتق كل من التوابع الآتية:

فهم الفكرة فقط

$$h : x \mapsto \frac{x^4 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{②} \quad g : x \mapsto \frac{x + 1}{\sqrt{x - 1}} \quad \text{①}$$

$$k : x \mapsto \frac{\sin^2 x + 1}{\sin x - 1}$$

$$\text{④} \quad l : x \mapsto \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x - 1}} \quad \text{③}$$

16 فيما يأتي، أوجد التابع المشتق للتابع f محددًا المجموعة التي تنجز عليها