week (1)

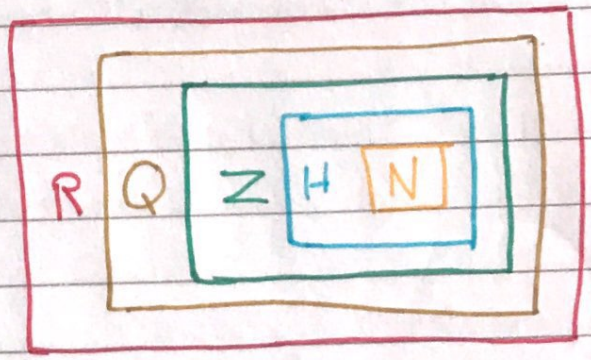
Algebra Expression
- Evaluate — x, y إما متغير أو ثابت
- Translate — ترجمة المسائل الكتابية

Addition(+)	subtraction(-)	multiplication(x)	Division(÷)
add to	subtracted from	multiplied by	divided by
sum of	minus	product of	quotient of
plus	difference of	times	divided into
more than	less than	twice	ratio of
increased by	decreased by	of	per

* في الطرح عند الترجمة: 7 less than x = x - 7 (✓) 7 - x (✗)
العدد قبل الكلمة الدالة على الطرح يكون بعد العدد الثاني.

* more than , less than ⟸ x less than y = y - x
x is less than y = x < y
بوجود is يكون مقارنة.

N = natural 1 → ∞
H = whole 0 → ∞
Z = integers = -, +
Q = rational $\frac{a}{b} \Rightarrow b \neq 0$
R = real all numbers



* * *

is less than < > is ~~more than~~ greater than

التمثيل على خط الأعداد ↔ ، [ ] ، ≤ ≥ | ○ ، ( ) ، < >

* * *

القيمة المطلقة لأي عدد سالب أو موجب يكون "موجب دائماً"
Absolute

|-5| = |5| = 5

Scanned with CamScanner

قاعدة الإشارات

الجمع والطرح: (+)+(+) = + | (-)+(-) = - | (+)+(-) = علامة الأكبر

الضرب والقسمة: (+)*(+) = + | (-)*(-) = + | (+)*(-) = -

طريقة القسمة: $a \div b = a \times \frac{1}{b}$ ← المقلوب

Reciprocal ⟹ $a = \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{a}$ المقلوب | 0 not defined

Opposite ⟹ $a = -a$ المعكوس | $0 = 0$

Even عدد زوجي

Odd عدد فردي

ترتيب العمليات (أقواس، أس، ضرب قسمة، جمع طرح)

Like terms = (تساوي المتغيرات والأسس)

عدد السالب إذا كان زوجي الناتج موجب | $(-a)^2 = 1$

إذا كان فردي الناتج سالب | $-(-(-a)^3)^2 = 1$

ترتيب فك الأقواس:

{ } ثم [ ] ثم ( )

الخواص:

1- الإبدال (commutative)

2- التجميع (Associative)

3- المحايد identity في الجمع صفر وفي الضرب واحد

4- المعكوس والمقلوب inverse إذا أضيف العدد لنتيج الصفر والضرب

5- التوزيع Distributive

Scanned with CamScanner

Week ②

حل المعادلات (المقارنة)

مهم: تتغير الإشارة < > بتغير العدد عند ضربه أو قسمته في عدد سالب

طريقة كتابة الفترة: [(small, Large)] — << >>

مثال: $x \leq 5$ — $(-\infty, 5]$

لحل معادلة كسرية (جمع أو طرح) يجب توحيد المقامات بإيجاد المضاعف المشترك (LCD)

$$\text{persent of amount} = \frac{\text{amount}}{\text{Base}} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 100$$

النسبة المئوية

translate

32 is what persent of 50?

$32 = p \times 50$?

$$\text{persent of increase} = \frac{\text{New} - \text{old}}{\text{old}} \times 100$$

$$\text{persent of decrease} = \frac{\text{old} - \text{New}}{\text{old}} \times 100$$

is at Least	$b \geq$	is at most $b \leq$	cannot exceed $e \leq$
Must exceed	$s >$	is less than $n <$	is more than $e >$
is between	$<m<$	no more than $w \leq$	no less than $c \geq$

ϕ - false $\Leftarrow 2 = 1$ — خاطئة

$S = R$: true $\Leftarrow 2 = 2$

الكل الأعداد الصحيحة

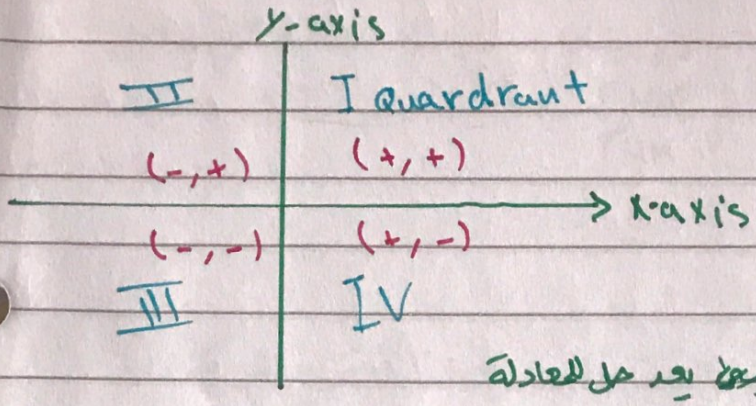
Scanned with CamScanner

chapter 3

الحلول الخاصة

$x+1=x \Rightarrow 0=1$ false $= \{\} = \emptyset$ الحاصل

$x+1=x+1 \Rightarrow 0=0$ true $\Rightarrow \{\} = \mathbb{R}$



$(x,y) \Rightarrow (1,-3) \neq (-3,1)$

أي معادلة زوج مرتب يقع على خط الاستقامة يحقق بعد حل المعادلة

المعادلة تسمى خطية (linear) والصورة العامة لها:

$ax+by=c \Rightarrow a,b,c \in \mathbb{R}$

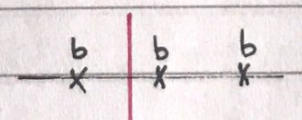
أي معادلة بمتغيرين من الدرجة 1

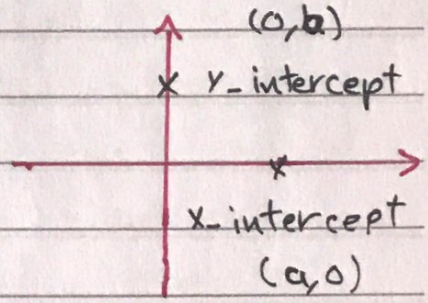
لتمثيل المعادلة أو الأزواج على الـ graph / نفترض قيمة لأحد المتغيرات (معوضين) وحل المسألة. ونمثل النقطتين على الـ Graph ثم نوصلها بخط مستقيم (نحتاج نقطتين على الأقل)

حالة خاصة

$y=mx \Rightarrow y=b$ والعكس

(زيرو, b)





$Ax+By=0 \Rightarrow (0,0)$

ونفرض قيمة أخرى لرسم الخط

Scanned with CamScanner

ميل المستقيم Slope

أي معادلة نرتبها بدلالة الـ y ← تعطي قيمة الميل مضروب في الـ X

$y = \underset{\text{الميل}}{M}X + b$

+ متجه للأعلى
- متجه للأسفل

$$M = \frac{\text{rise}}{\text{run}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

عمودي / أفقي

(x_2, y_2) (x_1, y_1)

slope for x-axis = 0

المستقيم المرسوم بخط أفقي، الميل يكون 0

slope for y-axis = not defined

العمودي يكون ليس لقيمة x (لا يمكن حله)

إذا كانت المعادلة $x = a$ يكون الميل = not defined

إذا كانت $y = a$ الميل يكون = صفر

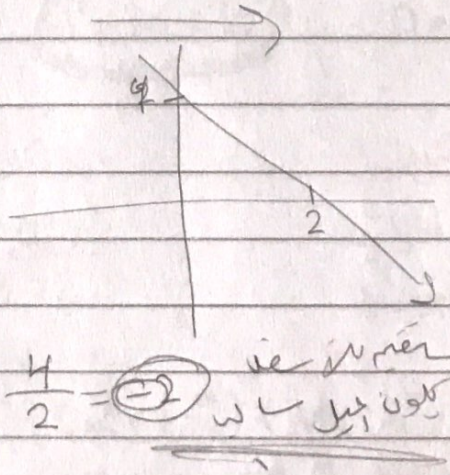
(نستنتجها من المعادلة الخطية بمتغير واحد x, y)

مثال:-

$2y - 1 = 3$ ← الميل = صفر

$2x - 1 = 3$ ← الميل not defined

* * * * *



$\frac{4}{2} = 2$ ← المستقيم المرسوم يكون الميل سالب

Scanned with CamScanner

Exponents chapter (4)

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ مقلوب العدد

$2^0 = 1$ undefined

أي عدد أس صفر = 1 $\quad a^0 = 1 \Rightarrow a \neq 0$

$(3n)^3 = 3n \times 3n \times 3n$

$3n^3 = 3 \times n \times n \times n$

$2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$ $\quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$\frac{2^3}{2^2} = 2^{3-2} = 2$ $\quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$2^3 \times 2^{-2} = 2^3 \times \frac{1}{2^2} = \frac{2^3}{2^2} = 2^{3-2} = 2$

$a^n \times a^{-n} = a^n \times \frac{1}{a^n} = \frac{a^n}{a^n} = 1$

$(a^m)^n = a^{mn}$ $\quad (ab)^n = a^n b^n$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$ نقلبها

Scintific notation $M \times 10^n$ $\quad 1 \leq M < 10$ $\quad$ Decimal notation $M \times 10^{-n}$

وإذا كان الأس موجب العدد أكبر من 10 فركها في منازل لليسار للحصول

94000 فركها في منازل لليسار للحصول

على عدد أقوى من 10 وأكبر من 1

$9,4 \times 10^4$ عدد المنازل اليمين

إذا كان الأس سالب العدد أقوى من 1

مثال: 0,042 فركها منزلتين

للحصول على عدد أقوى من 10 وأكبر من 1

$4,2 \times 10^{-2}$

$(M \times 10^n)(M \times 10^r)$

$(M \times M)(10^n \times 10^r)$

Scanned with CamScanner

ax^2 → term monomial — بشرط الأس موجب

$7x^2y^3$ monomial with several valuable. — أي عدد هو مونوميال

$a_0 + a_1k + a_2k^2 + \dots a_nk^n$ كثيرة حدود polynomial — الأس موجب .

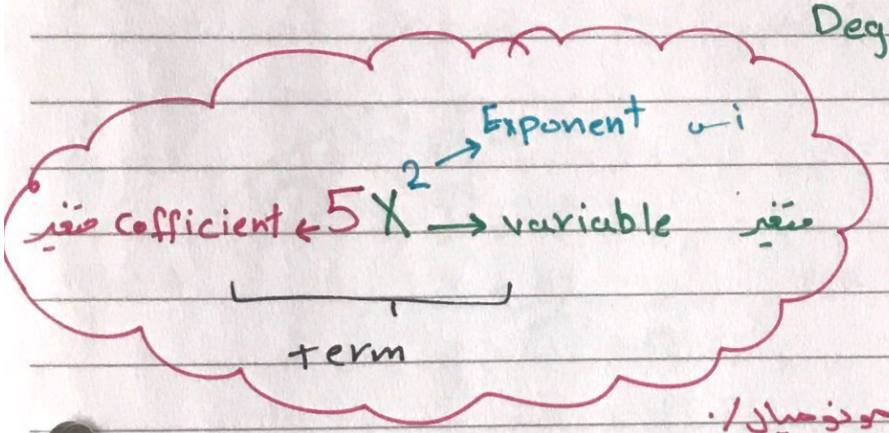
كل مونوميال هو بوليمونيال

$a \in \mathbb{R}$

$n \in 0,1,2$ — يجب أن يربط الحدود (+ ، -) فقط .. — الأس عدد صحيح

المسألة وتصبح إذا فصلت بينهم لأعتبر كثيرة حدود

monomial حد — Binomial حدين — Trinomial ٣ حدود — polynomial كثيرة حدود



Degree = مجموع القوى

$3x^2y^4$ = 2+4 = 6 Degree

$5xy$ = 1+1 = 2

7 = 0

0 = has no Degree.

في كثيرات الحدود نستخرج الدرجة لكل مونوميال /.

ثم نختار أعلى قيمة .

ترتيب كثيرات الحدود بطريقتين :-

Descending → Down → تنازلي

Ascending → Up → تصاعدي

missing terms.

$3 + 2x^2 + 3x^3$

$3 + 0x + 2x^2 + 3x^3$

Scanned with CamScanner

العمليات الحسابية للكسيرات الجبرية:

1) $(A-B)(A+B) = A^2 - B^2$

2) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

3) $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

بالتوزيع

4) $\frac{A+B+C}{D} = \frac{A}{D} + \frac{B}{D} + \frac{C}{D}$

5) $\underbrace{(A+B}_{A} - \underbrace{C)}_{B}\underbrace{(A+B}_{A} + \underbrace{C)}_{B} = (A-B)(A+B)$

6) إذا كان المقام في القسمة أكثر من حد، سنستخدم قسمة مطولة Devidend / Devider

$\frac{X^2}{X} = X$

$X+4$

$X+3 \;\overline{)\; X^2 + 7X + 12}$

$X^2 + 3X$

$4X + 12$

$4X + 12$

0

$\frac{4X}{X} = 4$

$\Rightarrow X^2+7X+12 \div X+3 = X+4$

* * * * *

Scanned with CamScanner

week 5

GCf

القاسم المشترك الأكبر

نأخذ الأس الأصغر

وطريقة إيجاده

١/ تحليل الأرقام

٢/ اختيار العامل المشترك بالأس الأصغر

مثال:-

12 ، 48 ، 30

30	2
15	3
5	5
1	

(5)(3)(2)

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$(1-)(3)(2)^4$

12	2
6	2
3	3
1	

$(3)(2)^2$

GCf = (2)(3) = 6

LCM

المضاعف المشترك الأصغر

يأخذ العامل المشترك بأكبر أس، وإذا وجد متغير في حد واحد فقط يتم أخذه مثال:-

$2X, 4X^2y$

المضاعف المشترك $4X^2y$

تحليل كثيرات الحدود Polynomial

١- إيجاد القاسم المشترك الأكبر GCf

٢- وضع المتبقي بعد اخراج القاسم المشترك بين قوسين ثم ننظر إلى عدد الحدود 4, 3, 2.

٣- إكمال التحليل حتى نحصل على حدود أولية (prime)

① 2 Terms

يجب أن تكون الأسس زوجية

$A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$ (Difference square)

لابد أن يكون سالب

Example:- Factor $9a^4b^5 - 36a^2b^3$

$(3)^2 a^4b^5 - (2)^2(3)^2 a^2b^3 \Rightarrow$ GCf $= (3)^2 a^2b^3$

$(3)^2 a^2b^3 (a^2b^2 - 2^2)$ ← فرق بين مربعين ← القاسم

$9a^2b^3 (ab-2)(ab+2)$

١- نحللها ونستخرج القاسم المشترك الأكبر

٢- نضع الباقي بعد القاسم في قوس

٣- نكمل إلى أقواس لنحصل على حدود غير قابلة للتحليل.

Scanned with CamScanner

4- Term

لتحليل معادلة من 4 حدود نستخدم كل حدين كـ 2-Terms

1/ نستخرج القاسم المشترك لكل حدين

2/ نستخرج القاسم المشترك بين (1) و (2)

3/ نجمع القواسم المشتركة = GCf (1) + GCf (2)

4) بعد استخراج القواسم يجب أن يكون الباقي داخل الأقواس في الحدين متساوي

5) نرتب التحليل (الحدين المشتركين) $(GCf_1 + GCf_2)$

إذا كان في كثيرة الحدود (متغير بدون رقم + رقم بدون متغير) يكون القاسم مباشرة = 1

إذا ما فيه مشترك يكون GCf = 1

مثال :- $x^3 - 4x - 4x + 16$ يوجد متغير ✗ يوجد رقم ✗ المشترك هو (1)

(1) $(\underbrace{x^3 - 4x} - \underbrace{4x^2 + 16})$

$= x(x^2 - 4) + 2^2(-x^2 + 2^2)$

$= x(x^2 - 4) + 4(-x^2 + 4)$

نسحب الإشارة السالبة للخارج

$= x(x^2 - 4) - 4(x^2 - 4)$

$= (x^2 - 4)(x - 4)$ ← فرق مربعين إذا ما عادت التحليل

$= (x - 2)(x + 2)(x - 4)$ كاهي

Scanned with CamScanner

3-Terms

لدينا حالتين // (perfect square) أو (Trinomial square)
// أي حالة أخرى لا تحقق الحالة الأولى .

$A^2 \pm 2AB + B^2 = (A \pm B)^2$ // perfect square على صورة

// أي حالة أخرى نقوم بحلها بعد استخراج القاسم المشترك
// نرتبها تنازلياً ومنها لدينا حالتين .

$a=1$ //

$a \neq 1$ //

$1 = a$ ، $ax^2 + bx + c$ ⟸ a=1 //

$(x+p)(x+q)$ ⟸ عددين نستخرجهم بحيث :

$p+q=c$

$p+q=b$

مثال :

$t^2 - 32 + 4t$

// نرتبها تنازلياً

$t^2 + 4t - 32$

// نستخرج قيمة p,q

$(t+8)(t-4)$

بحيث $pq = -32 = c$

$p+q = 4 = b$

$a \neq 1$ // لها طريقتين للحل :

① [0I[② ac

// [0I[

0

[I]

$(\square x + \quad)(\square x + \quad)$

[[

L L

ترتبها تنازلياً

$ax^2 + bx + c$

$a = [$

$b = 0 + I$

$c = L$

Scanned with CamScanner

مثال د FOIL ← يصلح للحل إذا كانت الأعداد في كثيرة الحدود أولية

$14x + 5 - 3x^2$

نرتبها تنازلياً

$-3x^2 + 14x + 5$

$-(3x^2 - 14x - 5)$

use FOIL

$-(3x+1)(x-5)$

2/ طريقة ac

$ax^2 + bx + c$ ← هذا شكل!

1/ نرتبها تنازلياً.

2/ نستنتج عددين p, q بحيث من الاحتمالات

$pq = ac$

$p+q = b$

3/ نحول كثيرة الحدود إلى 4 حدود كما يلي: p/ الحد الأول والأخير يكون كما هو.

ب/ الحد الأوسط نحوله إلى حدين باستخدام p, q

مثال:

$6x^2 - xy - 12y^2$

$ac = 6 \times -12 = -72 = qp$

$b = -1 = p+q$

الاحتمالات

الناتج: $8, -9$

$acf = 1 \quad , a \neq 1$

$= 6x^2 - xy - 12y^2$

$= 6x^2 + pxy + qxy - 12y^2$

$= 6x^2 + 8xy - 9xy - 12y^2$

نخلها كثيرة حدود من 4 حدود

نستخرج العامل المشترك لكل حدين

$= 2x(3x+4y) - 3y(3x+4y)$

$= (3x+4y)(2x-3y)$

* * *

Scanned with CamScanner

week 6

Quadratic equations

$2x^2 - 3x + 1 = 0$

معادلة تربيعية .

يجب ترتيبها ليكون الحد الثاني = 0

لحلها :-

١- ترتيب المعادلة والتخلص من الأقواس لتكون بصورة $ax^2 + bx + c = 0$ بشرط $a \neq 0$

٢- تحليل كثيرة الحدود factor

نستنتج :.

$(rx + p)(tx + q) = 0$

$rx + p = 0$ or $tx + q = 0$

$x = \frac{-p}{r}$ or $x = \frac{-q}{t}$

إذاً المعادلة لها حلين :- $\{\frac{-p}{r}, \frac{-q}{b}\}$

zero product princple

$ab = 0 \leftrightarrow a = 0$ or $b = 0$ or both $= 0$

مثال :-

$14x^2 + 9x + 2 = 10x + 6$

١- ترتيب المعادلة :-

$14x^2 + 9x + 2 - 10x - 6 = 0$

٢- نجمع الحدود المتشابهة :.

$14x^2 - x - 4 = 0$

٣- نستخدم ac للتحليل

$14x^2 + 7x - 8x - 4 = 0$

$7x(2x+1) - 4(2x+1) = 0$

$(7x - 4)(2x + 1)$

٤- حل المعادلة

$7x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{4}$

or $2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$

Scanned with CamScanner

Rational Expression

$$\frac{Poly_1}{Poly_2} \Rightarrow Poly_2 \neq 0$$

تجي خيارات :- تمثل معادلة نسبية :-

$$\frac{3x}{2x-1} \quad , \quad \frac{4}{-3} \quad , \quad \frac{0}{7}$$

يمكن أن يكون عدد صحيح

لا تمثل :-

$$\frac{3x-1}{0} \quad , \quad \frac{4x^{\frac{2}{3}}-1}{3xy}$$

المقام صفر

* * *

Excluded Value العثور على القيم المستبعدة التي تجعل المعادلة ليس لها حل

دائماً تجعل المقام = 0 فتصبح المعادلة undefined

نستخرج أصفار المقام ، وذلك عبارة المقام بالصفر .

مثال :-

$$\frac{x+3}{(x^2-7x)(x^2+4)} = 0$$

$$(x^2-7x)(x^2+4) = 0$$

$$x(x-7)(x^2+4) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ or } x-7=0 \Rightarrow x=7 \text{ or } x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4$$

لا يمكن أن يكون الأس زوجي والناتج سالب

$\therefore$ القيم المستبعدة $= \{0, 7\}$

* * *

الضرب والتبسيط يكون بالتقليل

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$$

$$\frac{x^2+5x+4}{x^2-9} \cdot \frac{3-x}{x+4} = \frac{(x^2+5x+4)(3-x)}{(x^2-9)(x+4)}$$

Factor:-

$$\frac{(x+4)(x+1)(-1)(x-3)}{(x-3)(x+3)(x+4)} = \frac{-x-1}{x+3}$$

القسمة نولعها ضرب بقلب الكسر الثاني وفلها مثل الضرب $\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$

Scanned with CamScanner

الجمع والطرح توحيد المقامات بإيجاد LCD أو LCM وهو المضاعف المشترك الأصغر

والعوامل الغير مشتركة ويكون بالتحليل إلى العوامل الأولية

أمثلة: استخرجي الـ LCD لهذه الأرقام التالية:

$16a, 24b \Rightarrow 16a = (2^4)a \quad 24b = (2)^3(3)b \quad LCD = (2)^4(3)ab$

$(x^2-4), (x^2-2x-8) \Rightarrow (x^2-4) = (x-2)(x+2) \quad (x^2-2x-8) = (x+2)(x-4) \quad LCD = (x-2)(x+2)(x-4)$

$15x, 30y, 25xyz \Rightarrow 15x = (5)(3)x \quad 30y = (2)(5)(3)y \quad 25xyz = (5)^2xyz \quad LCD = (5)^2(3)(2)xyz$

* * *

$\frac{7}{18} + \frac{15}{24}$

١- توحيد المقامات بالتحليل وإيجاد LCD

$18 = (2)(3)^2$

$24 = (2)^3(3) \Rightarrow LCD = (2)^3(3)^2$

للوصول لـ LCD

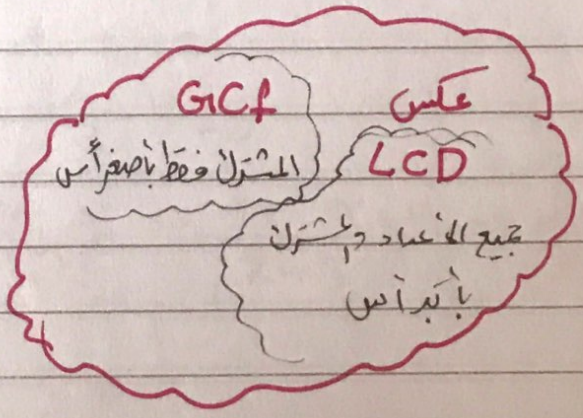
$\frac{7}{LCD} + \frac{15}{LCD} = \frac{7\ (2)^2}{(2)(3)^2(2)^2} + \frac{15\ (3)}{(2)^3(3)(3)}$

يجب ضرب العدد الناقص بالبسط والمقام ليناتج كسر مكافئ.

$\frac{28+45}{(2)^3(3)^2} = \frac{73}{(2)^3(3)^2}$

73 عدد أولي لا يمكن تبسيطه

* * *



Scanned with CamScanner

week ⑦

Rational Equations

حل المعادلات الكسرية يجب اتباع ٣ خطوات اساسية .

1) clear Domonator (حذف بالمقام) 3ways :-

1) $\frac{A}{B} = 0 \Rightarrow A = 0$

$\frac{x-2}{x^2-4} = 0 \Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2$

2) proposation (بالتناسب) $\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Rightarrow AD = CB$

$\frac{x-2}{x^2-4} = \frac{3}{1} \Rightarrow$ بالتحليل $\frac{1}{x+2} = 3 \Rightarrow 3(x+2) = 1$

$\Rightarrow 3x+6 = 1 \Rightarrow x = \frac{-5}{3}$

3) LCM (في الجمع والطرح) ثم ضرب البسط بـ CD (المقام) للتخلص منه

2) solve

3) chick answer التحقق بالتعويض في المقام (لعدم التسبب في حالات كموضع الحل)

S = { } - excluded value

$\frac{A}{B} \overset{\text{or}}{=} \frac{C}{D} \Rightarrow \frac{A}{B} + \frac{-C}{D}$ or $\frac{A}{B} + \frac{C}{-D}$

$\frac{5x}{x+3} - \frac{x-4}{x+3} \Rightarrow \frac{5x}{x+3} + \frac{-(x-4)}{x+3} \Rightarrow \frac{5x-x+4}{x+3} \Rightarrow \frac{4x+4}{x+3}$

$= \frac{4(x+1)}{x+3}$

Scanned with CamScanner

$$\frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1}$$

نستطيع حلها بطريقتين ① المقص ② LCD

1) $\frac{x^2}{x-1} \times (x-1) \Rightarrow x^3 - x^2 = x - 1$

2) $(x-1) \cdot \frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1} \cdot (x-1)$ نضرب الطرفين بـ LCD لأنها موحدة

$x^2 = 1$

$x^2 - 1 = 0$

$(x-1)(x+1) = 0$

$x = 1$ or $x = -1$

نتأكد من اصفار المقام

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

$\therefore S = \{-1\}$

* * *

motion formulas قانون الحركة .

$D = rt$ المسافة Distance

$t = \frac{d}{r}$ الوقت time

$r = \frac{d}{t}$ السرعة Rate

Scanned with CamScanner

work principle مبدأ العمل

$$\frac{t}{a}+\frac{t}{b}=1 \quad \text{or} \quad \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{t}$$

a) الوقت الذي سينفرده الشخص الأول على ما

b) " " " " " الثاني

t) " " الشخصين معاً " " أو المجموعتين.

الشخص الأول ينهي عمله في 12 يوم والآخر في 8 أيام فكم الوقت الذي سيستغرقه الاثنان معاً؟

$a=12$

$b=8$

$t=?$

نوحد المقامات

$$\frac{t}{12}+\frac{t}{8}=1$$

$$\frac{2t}{24}+\frac{3t}{24}=1 \Rightarrow \frac{5t}{24}=1 \Rightarrow 24=5t$$

$$t=\frac{24}{5} \Rightarrow t=4,8$$

أو

$$24\cdot\left(\frac{2t}{24}+\frac{3t}{24}=1\right)$$

$$5t=24 \Rightarrow t=\frac{24}{5}$$

* * *

قاعدة التناسب

$$\frac{D_1}{H_1}=\frac{D_2}{H_2}$$

التالي ⇐

Scanned with CamScanner

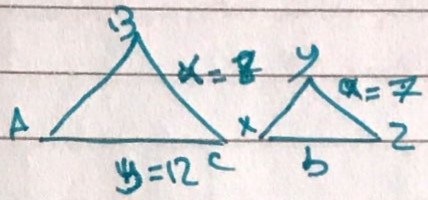
عينة من 186 (H_1) هادو درايف ← 4 (D_1) صفها الاقل، كم هادو لازم يكون في عينة مقدارها 1302 (H_2)

$$\frac{D_1}{H_1} = \frac{D_2}{H_2}$$

$$\frac{4}{186} \times \frac{D_2}{1302}$$

بالتناسب دائماً نستخدم الضرب

$$186 D_2 = 5208 \Rightarrow D_2 = \frac{5208}{186} \Rightarrow D_2 = 28$$



مثلثين متشابهين ABC, XYZ

طول الضلع في المثلث ١ / طول نفس الضلع في المثلث ٢

$$\frac{b}{12} \times \frac{7}{8} \Rightarrow 7 * 12 = 8b$$

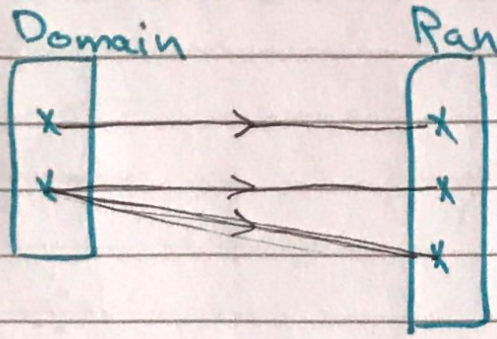
$$\therefore b = 10,5$$

* * *

Scanned with CamScanner

week (8)

Relation & function الأرتباط أو العلاقة (الدالة)

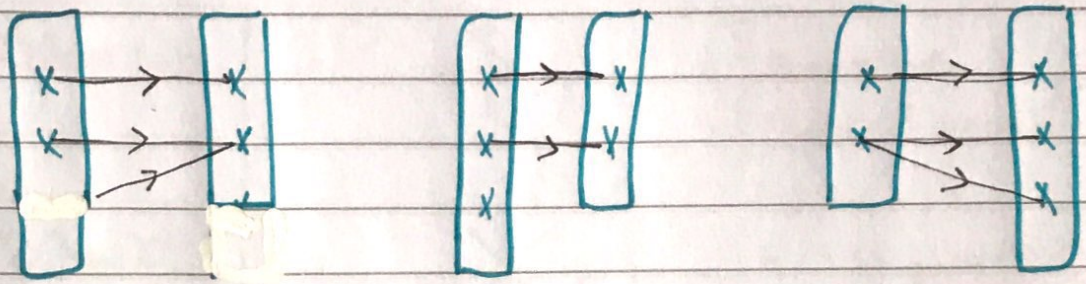


العلاقة هي ارتباط كل عنصر من الدومين بعنصر أو أكثر من الرينج

الدالة function (f)

هو ارتباط كل عنصر بالدومين بعنصر واحد فقط من الرينج

(يعني ظهور سهم واحد فقط من كل عنصر في الدومين)

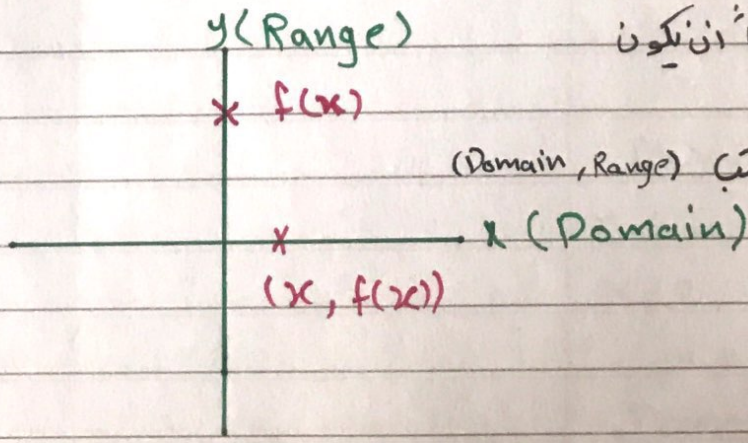


دالة وعلاقة | علاقة | علاقة

الخط الأفقي في الـ graph يمثل دالة $y=b$

الخط العمودي لا يمثل دالة $x=a$

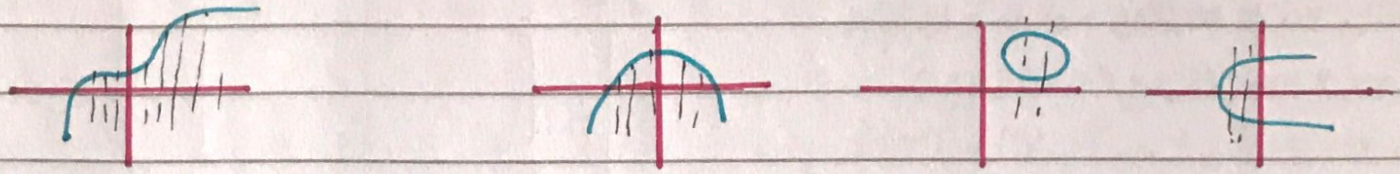
الخط الناتج ليس شرطاً أن يكون مستقيم.



ونمثل النقاط بزوج مرتب (Domain, Range)

Scanned with CamScanner

للتأكد أن المنحنى يمثل دالة، نتأكد أن عناصر X تتقاطع مع المنحنى في نقطة واحدة فقط vertical line test

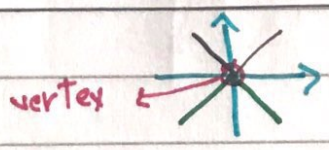


يمثل | يمثل | لا يمثل | لا يمثل

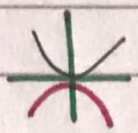
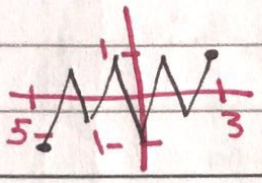
Linear function

$f(x) = mx + b \Rightarrow y = mx + b$ تسمى المعادلة الخطية

وهي التي تضم المتغيرات.

$f(x)=mx+b$		خط مستقيم Range $(-\infty,\infty)$ Domain $(-\infty,\infty)$
$f(x)=\|x\|$ $f(x)=\|x\|+3$		حرف V متناظر واتجاهه حسب الإشارة ويتفاوت عن الأقل ٣ نقاط (الرأس، يمين، يسار) ولاستخراج الرأس نستخرج أصفار القيمة المطلقة. إذا كانت الإضافة داخل القيمة المطلقة سيتحرك المنحنى يمين أو يسار حسب الإشارة، وإذا كانت خارج القيمة المطلقة يتحرك المنحنى للأعلى + أو الأسفل - $f(x)=\|x-2\|+3$ لاستخراج الرأس $x-2=0$ $x=2$ ثم نفترض قيمتين للإكس موجب وسالب Domain $(-\infty,\infty)$

Scanned with CamScanner

معكس المنحنى الرئيسي $f(x) = -x^2$		منحنى متناظر يحتاج ٣ نقاط على الأقل ، ولا يحتاج إلى رأس نستخرج صفر التربيع (بدون تربيع) $f(x) = (x-1)^2 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1$ Domain $(-\infty, \infty)$ Range $[0, \infty)$ $(-\infty, 0]$
مجموعة نقاط		Domain { قيم إكس } Range { قيم الواي }
خط متعرج		Domain $[-5, 3]$ Range $[-1, 1]$

أي مسألة على شكل كسر حدود يكون الدومين لها $\mathbb{R}$ all والكود نستثني أصفار المقام

$D = R - \{ \text{Excluded value} \}$

find the Domain of

1) $f(x) = 5x - 4 = \mathbb{R}$

2) $f(x) = \frac{3x}{2x-5} = \mathbb{R} - \{ \frac{5}{2} \}$ $\quad 2x-5 = x = \frac{5}{2}$

Scanned with CamScanner

أنواع الخطوط

1) Perallel Line الخطوط المتوازية

$y = 2x - 1$
$y = 2x - 3$

$m_1 = m_2 \ / \ b \neq b_2$

لهما نفس الميل والانترسبت مختلف

2) perpendicular Line الخطوط المتقاطعة

$y = 2x - 1$
$y = -\frac{1}{2}x + 3$

$m_1 \cdot m_2 = -1$
or $m_1 = \frac{-1}{m_2}$

الميل الأول = معكوس ومقلوب الميل الثاني .

3) same Line نفس الخط

$m_1 = m_2 \ / \ b_1 = b_2$

الشرط استثنى كل الأعمدة الرأسية لأن ميلها غير معرف فاعدا
في الخطوط المتوازية $x = a_1 , x = a_2 , x = a_3$
أو كلها أعمدة عرضية $y = b_1 , y = b_2 , y = b_3$

إذا كان عمودين أحدهما عمودي والآخر أفقي يعني متقاطعين $x = a , y = b$

Scanned with CamScanner

تحقق من التوازي

$y = -2x - 3$

$8x + 4y = -6$

نرتبها $4y = -8x - 6$

$y = -2x - \frac{3}{2}$ $\Rightarrow \because m_1 = m_2 \ / \ b_1 \neq b_2$

تحقق التوازي .

تحقق من التعامد

$y = 4x - 1$

$x + 4y = 4$

$4y = -x + 4$

$y = -\frac{1}{4}x + 1 \Rightarrow$ $m_1 = \frac{-1}{m_2}$ تحقق التقاطع

* ✗ ✗

Composite function التحصيل

$f \circ g \quad (f \circ g)(x) = f(g(x))$

$f(x) = 3x$ and $g(x) = 1 + x^2$

a) find $(f \circ g)(5)$ and $(g \circ f)(5)$

$(f \circ g)(5) = f(g(5))$

$\Rightarrow f(1+5^2)$

$= f(26)$

$= 3(26)$

$= 78$

$(g \circ f)(5) = g(f(5))$

$= g((3)(5))$

$g(15)$

$= 1 + (15)^2$

$= 226$

$\therefore (f \circ g) \neq (g \circ f)$

Scanned with CamScanner

week ⑨

$$\begin{cases} 2x+y=3 \\ x+3y=1 \end{cases}$$ System

System هو عبارة عن نظام يحوي مجموعة من المعادلات ذات متغيرين فأكثر.

Common solution الحل مجموعة نقاط على خط مستقيم (x, y) (x, y)

System معهم
- consistant (نظام متسق إذا كان له حل)
- inconsistant (لا يوجد له حل $\phi = \{\}$)

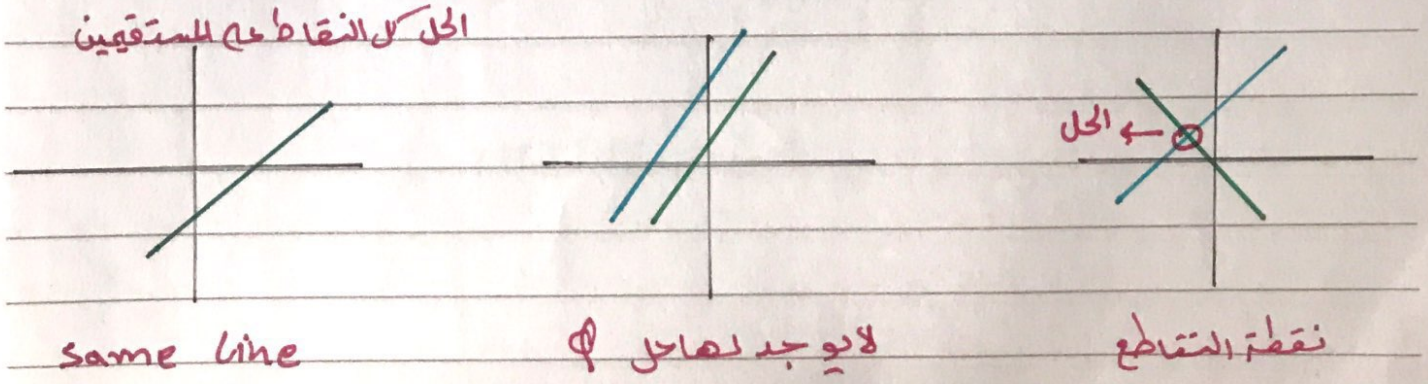
The Equations in the system
- independend (مستقلة أو غير مترابطة له حل واحد) — graph (لا يمس المحاور (متوازيين أو متقاطعين))
- dependend (لها عدد حلول مشتركة (same line)) — graph

* * *

يمكن حل الـ System بطريقتين.

1- graphical بالرسم

نرسم خطوط المعادلات ثم نرى النقاط المشتركة لتكون هي الحل للنظام.



Scanned with CamScanner

- طريقة جبرية ولها طريقتين للحل ⟵ Substution
Elimination ⟵

نستخدمها إذا كان أحد المتغيرات في معامله = 1 Substution

المعامل = 1

$3x + y = 1$

$2x - 5y = 3$

Elimination إذا كانت كل المعاملات ≠ 1

مثال:-

$4x + 3y = 8$ (1)

$x - 3y = 7$ (2)

1) substution

a) نوجد قيمة أحد المتغيرات

من المعادلة (2) $x = 3y + 7$

b) التعويض دائماً في المعادلة الأخرى وليس التي أوجدنا منها المتغير

∴ نعوض عن قيمة x في المعادلة (1) $4(3y + 7) + 3y = 8$

$12y + 28 + 3y = 8$

$15y + 28 = 8$

$\frac{15y}{15} = \frac{-20}{15} \Longrightarrow y = -1,3$

c) نعوض عن قيمة y بأي معادلة لمعرفة قيمة x

(2) Elimination ⟶

Scanned with CamScanner

$4x + 3y = 8$ (1)

$x - 3y = 7$ (2)

تعتمد هذه الطريقة على حذف أحد المتغيرات

١) نرتب المعادلة بصورة $ax + by = c$

$a'x + b'y = c'$

٢) نقرر حذف أحد المتغيرات

٣) نوحد معاملات المتغير المراد حذفه بعكس الإشارة .

* نضرب كل معادلة بمعامل المتغير المطلوب حذفه في المعادلة الثانية .

٤) نجمع المعادلتين للتخلص من المتغير .

١) نجوز حذف المتغير y لأنه أسهل نظراً لوحدة المعاملات بعكس الإشارة

١) نجمع المعادلتين مباشرة .

$5x = 15 \Rightarrow x = 3$

٢) نجوز حذف الأكبر .

١) توحد المعاملات : في المعادلة (2) نضربها بـ (4)

$-4x + 12y = -28$ (3)

٢) نجمع المعادلة (1) مع (3)

$15y = -28$

$y = -1,3$

* * *

حالات خاصة

١/ تنحذف كل المتغيرات بعد الجمع فيكون إما $a = b$

الحل خاطئ و يساوي ∅ والمستقيمين متوازيين

أو $a = a \leftarrow$ true $\leftarrow$ same line $\leftarrow$ infinite solution

Scanned with CamScanner

في المعادلة الخطية قد يعطينى خواص المستقيم ويطلب إيجاد المعادلة

كيفية إيجادها قانونين

1) $y = mx + b$ قانون الميل والانترسبت

2) $y - y_1 = m(x - x_1)$ دلالة الميل ونقطة قانون بوينت سلوب

إذا علمنا :-

1) slope + y intercept $m + b$ القانون الأول

2) slope + point $m + (x_1, y_1)$ القانون الثاني

3) 2point $\rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ستخرجي $\rightarrow m + (x_1, y_1)$ = 5

4) 2 Lines $\rightarrow$ perllal $b_1 \neq b_2 / m_1 = m_2$

perpendecular $m_1 = -\frac{1}{m_2}$

find an equation of aline ?

1) Line has a slope $-3,2$, y intercept $(0,5)$

$y = -3,2x + 5$

or

$y - 5 = -3,2(x - 0)$

$y = -3,2x + 5$

2) slope 3 , point $(2,3)$

$y - 7 = 3(x - 2)$

$y = 3x - 6 + 7$

$y = 3x + 1$

Scanned with CamScanner

3) points (3,2), (-6, 4)

$$m = \frac{2+4}{2+6} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$y - 2 = \frac{3}{4}(x - 2)$$

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{6}{4} - \frac{8}{4} =$$

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$$

$b = -mx + y$

or

$$y = mx + b$$

$$2 = \frac{3}{4}x + b$$

$$b = -\frac{1}{2}$$

4) point (1, -5) perdlel line $y = -3x + 4$

$y = -3x + b$ = نفس الميل و الاتجاه مختلف

$-5 = -3(1) + b$

$b = -2$

or

$y + 5 = -3(x - 1)$

$y = -3x - 2$

5) ~~p~~point (7,1) perpendicular Line $7x - 2y = -2$

$-2y = -7x - 2$

$y = \frac{7}{2}x + 1$

$m_1 = -\frac{1}{m_2}$

$\therefore y = -\frac{2}{7}x + b$

$1 = -\frac{2}{7}(7) + b$

$b = 3$

or

$y - 1 = -\frac{2}{7}(x - 7)$

$y = -\frac{2}{7}x + 3$

Scanned with CamScanner

week (10)

حل نظام بـ ٣ معادلات و ٣ متغيرات

$$AX + By + CZ = D$$
$$A_1X + B_1y + C_1Z = D_1$$
$$A_2X + B_2y + C_2Z = D_2$$

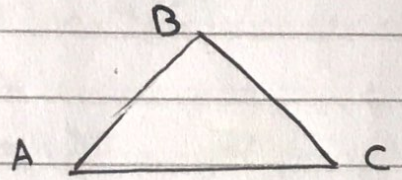
$S = \{(x, y, z)\}$

نحلها بطريقة Elimination

١) نختار معادلتين ونتخلص من أحد المتغيرات .

٢) ، ، أخريتين ، ، نفس المتغير

٣) نستخدم المعادلتين اللي جبتهن ونتخلص من متغير آخر .



$$\begin{cases} B = 3A \ / (1) \\ C = 60 + 2A / (2) \\ A + B + C = 180 / (3) \end{cases}$$

خطة

١) نرتبها

٢) نحذف متغير فنحذف بأحد المعادلات

٣) نعوض بالباقي

$$-(B - 3A = 0)$$
$$-B + 3A = 0 \ / \ (1)+(2)$$
$$4A + C = 180 \ / \ (4)$$
$$-(C - 2A = 60) / (2)$$
$$2A - C = -60 / (5) \ / (4)+(5)$$
$$6A = 120$$
$$A = 20$$
$$B = 3(20) \ / (1)$$
$$B = 60$$
$$C = 60 + 2(20) / (2)$$
$$C = 60 + 40$$
$$C = 100$$

$S = \{(20, 60, 100)\}$

Scanned with CamScanner

week (11)

حل المعادلات المطلقة

1) نوجدها على شكل $|...| = P$ or $|...| \leq P$

2) نوجد مجموعة P

مثال: $P<0$ الحل فارغة، $P>0$، $P=0$

1) $|x| = 2 \Rightarrow x = 2$ or $x = -2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$

2) $|x| = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow S = \{0\}$

3) $|x| = -2 \Rightarrow S = \emptyset$

3) حل المعادلة

4) التأكد من الحل

* * *

مثال:

$$|3x-5| = |8+4x|$$

1) نفك القيم المطلقة

$$3x-5 = 8+4x \quad \text{or} \quad 3x-5 = -(8+4x)$$

$$-x = 13 \Rightarrow x = -13 \quad \text{or} \quad 7x = -3$$

$$x = -\frac{3}{7}$$

$$S = \{-13, -\frac{3}{7}\}$$

* * *

لحل القيم المطلقة في المقارنات $\leq$ يمكن حلها عن طريق تجربة واختبار القيم على خط الأعداد حسب المعادلة ويكون الخط بين P و -P - أي أن الحدود يكون بين العدد ومعكوسه.

1) less than :-

$|x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \quad \therefore -P \leq x \leq P$

$|x| < 0 \Rightarrow S = \emptyset$

$|x| \leq 0 \Rightarrow S = \{0\}$

$|x| < -2 \Rightarrow S = \emptyset$

Scanned with CamScanner

2) greater than (نفرضها Less than) (نعكس إشارة P)

$|x| \geq 2 \Rightarrow x \leq -2$ or $x \geq 2$

$|x| > 0 \Rightarrow \{ = \mathbb{R} - \{0\}$

$|x| \geq 0 \Rightarrow \{ = \mathbb{R}$

$|x| \geq -2 \Rightarrow \{ = \mathbb{R}$

* * *

مثال

$|3x + 7| < 8$

$p = 8$

$-p < x < p$

$-8 < 3x + 7 < 8$

معادلتين إحداهم أو جمع

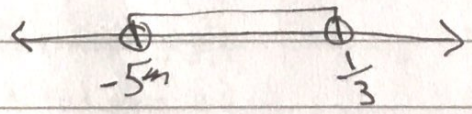
$-7-8 < 3x < 8-7$

$\frac{-15}{3} < x < \frac{1}{3}$

كبير ، صغير

فترة

$\{ = (-5, \frac{1}{3})$



* * *

$|4x + 2| \geq 6$

$p \geq 6$

$y \leq p$ or $y \geq p$

$4x + 2 \leq -6$ or $4x + 2 \geq 6$

نحلها ونمثلها على الخط و الحل

$\{ = (-\infty, -2] \cup [1, \infty)$

↓ or

Scanned with CamScanner

حل نظام من المتباينات (متغيرين أو أكثر) يكون بطريقة graph بدلاً من خط الأعداد ويكون تحديد الحل كمنطقة وليس خط أو نقطة.

$3x+y<1$

1) نحولها إلى معادلة

$3x+y=1$

2) نمثل المعادلة الخطية .

ونتنبه عند التمثيل للإشارة، إذا كانت المقارنة بدون مساواة نرسم الخط بشكل متقطع ⁄ ⁄ ، ومع المساواة متصل / ، الخط المتقطع يعني أن النقاط عليه ليست حل

3) نختار نقاط من أي منطقة لا تقع على الخطين ونختبرها، إذا حققت المعادلة يعني أن المنطقة الواقعة فيها هذه النقطة هي الحل .

vertices (رؤوس / تقاطعات)

مثال:

(1) $x \geq -2$

(2) $x-3y>6$

(1) $x=-2$

نجرب من المنطقة اليمنى النقطة (0,0)

(لا نستطيع إذا كان المستقيم يقطع (0,0)

$x \not\geq -2$

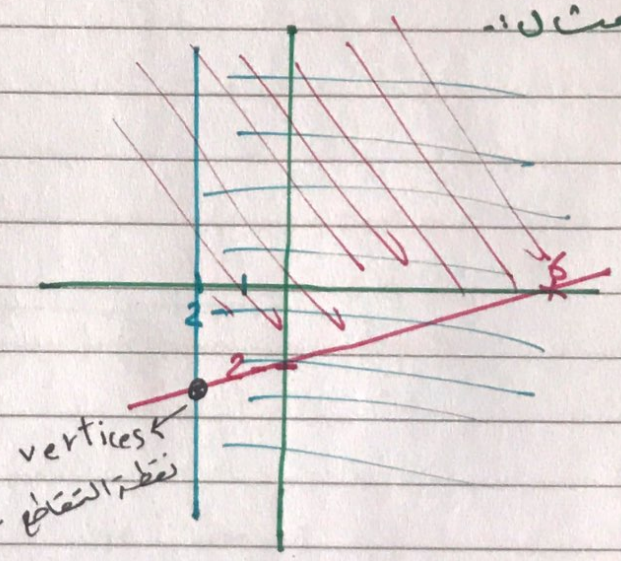
$0 \not\geq -2$

إذاً نحدد منطقة الحل

نبغض الطريقة على المعادلة الثانية

ونختبر نقطة ونحدد منطقة الحل

المنطقة المشتركة بالظلين هي منطقة الحل



Scanned with CamScanner

$A \cap B$

and

A ∩ B

intersection تقاطع ∩

في الرسم فقط الفترة المظللة المشتركة

$A \cup B$

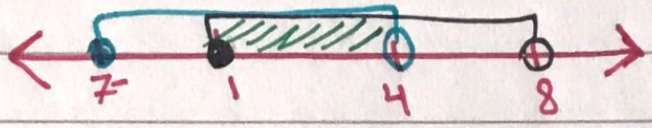
or

A ∪ B

Union كل العناصر ∪

كل الفترات المظللة وليس فقط المشتركة

مثال: $[-7, 4) \cap [1, 8)$



$= [1, 4)$

$[-2, 5] \cup [5, 7]$

$U = [-2, 7]$

$\cap = \phi$

ثم بحمد الله

Scanned with CamScanner