

## المسألة الاولى :

ليكن  $C$  خط بياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$ ، وفق:  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

١. أثبت أن التابع زوجي.
٢. ادرس تغيرات على المجال  $[0, +\infty[$
٣. ادرس اطراف  $h(x) = \ln(x^2 + 1) - x + 1 + \ln 2$
٤. استنتج إشارة  $h(x)$ .
٥. اكتب معادلة المماس  $T$  في نقطة  $x = 1$ .
٦. ادرس الوضع النسبي للمماس مع الخط  $C$ .
٧. ارسم  $T$  و  $C$ .

## المسألة الثانية :

$f$  تابع الممثل للخط البياني  $C$  ، وفق  $f(x) = \frac{2+\ln x}{2\sqrt{x}}$  معرف على المجال  $]0, +\infty[$  والمطلوب:

١. ادرس تغيرات التابع  $f$ .
٢. ثم نظم جدولاً بها.
٣. واحسب مساحة السطح المحصورة بين  $C$  والنقطتين  $x = 1$  و  $x = e$ .

## المسألة الثالثة :

$f$  تابع الممثل للخط البياني  $C$  ، وفق:  $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$  معرف على المجال  $]0, +\infty[$  والمطلوب:

١. احسب نهايات التابع عند اطراف مجموعة التعريف.
٢. ثم نظم جدول بتغيرات التابع.
٣. اكتب معادلة المماس  $T$  في نقطة  $(e, \frac{1}{e})$ .
٤. ارسم  $C$ .

## المسألة الرابعة:

$f$  تابع الممثل للخط البياني  $C$  ، وفق:  $f(x) = x - \frac{e}{\ln x}$  معرف على المجال  $]1, +\infty[$  والمطلوب:

١. احسب نهايات  $f$  عند اطراف مجموعة التعريف وأثبت أنه متزايد.
٢. نظم جدول التغيرات.
٣. أثبت أن  $y = x$  مقارب مائل وادرس الوضع النسبي.
٤. ارسم  $C$  و  $y$  واستنتج رسم  $f_1(x) = \frac{x \ln x - \ln x - e}{\ln x}$ .

المسألة الخامسة :

ليكن  $f$  التابع المعرف على  $]-\infty, -1[ \cup ]0, +\infty[$ ، وفق:  $f(x) = x - 1 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$  ، والمطلوب:

١. احسب نهايات التابع عند اطراف مجموعة التعريف.
٢. ثم نظم جدول التغيرات للتابع.
٣. أثبت أن  $y = x - 1$  مقارب مائل وادرس الوضع النسبي.
٤. أثبت أن النقطة  $I\left(\frac{-1}{2}, \frac{-3}{2}\right)$  مركز تناظر.
٥. برهن أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حل وحيد في  $]-1, 2[$  ،  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
٦. ارسم المقاربات إن وجدت ومن ثم  $C$ .

المسألة السادسة :

ليكن التابع المعرف وف  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

١. أثبت أن  $f(x) + f(-x) = 0$ .
٢. ادرس تغيرات التابع على المجال  $]0, +\infty[$ .
٣. اكتب معادلة المماس في نقطة التقاطع مع محور الترتيب.
٤. ثم ادرس الوضع النسبي.
٥. ارسم  $C$  و  $T$ .

المسألة السابعة :

ليكن  $f$  التابع المعرف على  $]0, +\infty[$ ، وفق  $f(x) = x^2 - 2x^2 \ln x$  ، والمطلوب:

١. احسب نهايات  $f$  عند اطراف مجموعة التعريف.
٢. ادرس تغيرات  $f$  ونظم جدولاً بها.
٣. استنتج ان للمعادلة  $f(x) = 1$  حلا وحيد  $\alpha$  في  $]0, +\infty[$  و عين  $\alpha$ .
٤. جد النقطة التي تعدم  $f(x)$ .
٥. ارسم  $C_f$ .

المسألة الثامنة :

ليكن  $f$  التابع المعرف على  $]0, +\infty[$ ، وفق:  $f(x) = \frac{x+2 \ln x}{x}$  ، والمطلوب:

١. احسب نهايات  $f$  عند اطراف مجموعة التعريف.
٢. ادرس تغيرات  $f$  والوضع النسبي للمقاربات.
٣. أثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حل وحيد في  $]\frac{1}{2}, 1[$ .
٤. ارسم  $\Delta$  و  $C$ .
٥. احسب المساحة السطح المحصور  $x = 1$  و  $x = e$ .

### المسألة التاسعة :

f تابع الممثل للخط البياني C ، وفق:

$$f(x) = \frac{1+\ln x}{x} + x - 1 \text{ معرف على المجال } ]0, +\infty[ \text{ والمطلوب:}$$

١. احسب نهاية التابع f عند اطراف مجموعة التعريف واستنتج معادلة المقارب الشاقولي للخط C
٢. أثبت أن  $y = x - 1$  مقارب مائل بجوار  $+\infty$  وادرس الوضع النسبي.
٣. نعرف التابع  $h(x) = x^2 - \ln x$  ادرس اطراد h واستنتج ان  $h > 0$  على المجال  $]0, +\infty[$ .
٤. تحقق أن  $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$  واستنتج أنه متزايد وادرس تغيرات f.
٥. لتكن A نقطة من C التي فاصلتها  $x_A = 1$  اكتب معادلة المماس d للخط C في A ثم اثبت أن المماس d يوازي المقارب  $\Delta$ .
٦. ثم ارسم  $\Delta$  و d و C.

### المسألة العاشرة :

$$f(x) = \ln x + \frac{2}{\sqrt{x}} \text{ ليكن التابع معرف على } ]0, +\infty[ \text{ وفق:}$$

- ١- اوجد نهايات التابع وادرس تغرات يروحي
- ٢- ارسم ياعزيزي

### المسألة الحادية عشر:

$$f(x) = x + \ln\left(\frac{x}{2x+1}\right) \text{ لكن التابع معرف على } ]0, +\infty[ \text{ وفق:}$$

- ١- احسب النهايات وشكل جدول
- ٢- اثبت ان  $y = x - \ln 2$  مماس لـ C
- ٣- ادرس تغيرات التابع وشكل جدول
- ٤- برهن ان  $f(x) = 0$  حل وحيد في  $]1, \frac{5}{4}[$
- ٥- ارسم كلشي

### المسألة الثانية عشر :

$$f(x) = \frac{1}{x(\ln x - 1)} \text{ لكن التابع معرف على } ]0, e[ \cup ]e, +\infty[$$

- ١- احسب نهايات التابع
- ٢- ادرس تغيرات
- ٣- شكل جدول و ارسم

### المسألة الثالثة عشر:

$$f(x) = \frac{1+2\ln x}{x^2} \text{ ليكن التابع معرف على } ]0, +\infty[$$

- ١- اوجد النهايات
- ٢- شكل جدول تغيرات
- ٣- ارسم واستنتج رسم  $g(x) = \frac{1+2\ln(-x)}{x^2}$

## المسألة الرابعة عشر :

$f$  تابع الممثل للخط البياني  $C$  ، وفق  $f(x) = \ln\left(\frac{x}{4-x}\right)$  معرف على المجال  $]0, 4[$  والمطلوب:

١. أثبت أن  $A(2, 0)$  هي مركز تناظر.
٢. احسب نهايات عند اطراف مجموعة التعريف.
٣. ادرس تغيرات ونظم جدولاً بها.
٤. اكتب معادلة المماس  $T$  في نقطة  $A(2, 0)$  وادرس الوضع النسبي.
٥. ارسم  $T, C$ .

## المسألة الخامسة عشر:

ليكن التابع  $g$  الممثل للخط البياني  $C$   $g(x) = x^2 + 2x + \ln(x + 1)$

معرف على المجال  $] - 1, +\infty[$  والمطلوب:

١. ادرس تغيرات التابع  $g$ .
٢. احسب  $g(0)$  استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g$
- وليكن  $f$  التابع المعرف على  $] - 1, +\infty[$  ، وفق  $f(x) = x - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$
١. احسب نهايات  $f$  عند اطراف مجموعة التعريف.
٢. بين أن  $y = x$  مقارب مائل و ادرس الوضع النسبي.
٣. بين أنه  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$
٤. شكل جدول تغيرات للتابع  $f$ .
٥. ارسم  $C_f$ .

## المسألة السادسة عشر:

ليكن التابع  $f(x) = \ln\left|\frac{4}{x} - 1\right| - 2 + x$  معرف على  $R \setminus 4, 0$

- ١- احسب النهايات
- ٢- ادرس تغيرات التابع وشكل جدول به
- ٣- اثبت ان المستقيم  $Y = x - 2$  مقارب مائل للخط  $C$  وادرس الوضع
- ٤- ارسم التابع

انتهى قسم المسائل لا  
تنسى الملخص

## التمرين الاول:

$C_f$  و  $C_g$  خطان بيانيان للتابعين المعرفين على  $\mathbb{R}$  وفق:

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \quad , \quad g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

١. أثبت أن  $C_f$  و  $C_g$  يقبلان مماس مشترك في  $(0,0)$  وأكتب معادلة  $T$ .

## التمرين الثاني:

لدينا التابعين  $f$  و  $g$  المعرفان على  $\mathbb{R}_+^{+\infty}$  وفق:

$$g(x) = 2\sqrt{x} - 2 \quad , \quad f(x) = \ln x$$

أثبت أن  $g(x) \geq f(x)$  أيًا كانت  $x$ .

## التمرين الثالث:

ليكن  $f$  تابع معرف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = \ln(x^2 + 1) - x$

١. أثبت أن التابع متناقص تماماً.
٢. ادرس تغيرات  $f$  ونظم جدولاً بها.
٣. احسب  $f(0)$  واستنتج طول المتراحة:  $\ln(x^2 + 1) - x \leq 0$ .

## التمرين الرابع:

ليكن التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}_+^{+\infty}$  وفق:  $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

- احسب  $f'(x)$  و أثبت أن  $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n(n-1)!}{x^n}$ .

## التمرين الخامس:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$ ، وفق:  $f(x) = \ln(x + e^{-x})$

١. أثبت أن التابع يكتب:  $f(x) = \ln(1 + xe^{-x}) - x$ .
٢. استنتج وجود مقارب مائل بجوار  $-\infty$  وادرس وضعه النسبي.

## التمرين لآخر حبي:

ليكن التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  وفق:  $f(x) = 4 - x - \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

- أثبت أن  $y = 4 - x$  مقارب مائل لـ  $C$  وادرس وضعه النسبي.

