

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقل على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة الرسم البياني
٢	السؤال الثاني	تحليل توافقي
٣	السؤال الثالث	التكامل
٤	السؤال الرابع	اشعة
٥	السؤال الخامس	قيمة حدية
٦	السؤال السادس	احتمالات
٧	السؤال السابع / التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن / التمرين الثاني	عقدية
٩	السؤال التاسع / التمرين الثالث	تابع لوغاريتمي
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع آسي

- ٢- في الأسئلة الاختيارية في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحح أول خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)
- ٣- تُحذف (درجة واحدة) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.
- ٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .
- ٥- لا يجوز تحزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .
- ٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلم بشرط ألا يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .
- ٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلم وميزراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على معذل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها علمياً ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلم ثم يعتم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية.
- ٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.
- ٩- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح حلوله كافة وتعتمد الدرجة الأعلى.
- ١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال) العبارة الآتية: (صفر للسؤال.... لأنه؛ بلا إجابة)
- ١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكل سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,.....)
- ١٢- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً فتُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك: الأحاد العشرات المئات

١ ١ ٢

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد.

حقل الأحاد بالعشرات.

السؤال الثالث: احسب العدد: $I = \int (2 - |2 - x|) dx$

5 لدرجة حدود التكامل و 5 لعدايتي التكامل	5 × 3	التعويض الناتج
5 لكل تابع أصلي إذا كتب الطالب	5 × 3	
$I = \int (2 - (2 - x)) dx$ $= \int x dx$ $= \left[\frac{1}{2} x^2 \right] = \frac{9}{2}$	2 × 4 2	
بذل الطالب 5 درجات للتابع الأصلي و 2+2 للتعويض و النتيجة		
	10	مجموع درجات السؤال الأول

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقاط الأتية: $D(6, 2, 5)$ ، $C(5, 0, 5)$ ، $B(1, -2, 1)$ ، $A(2, 0, 1)$
والمطلوب:
(1) أثبت أن \overline{AC} ، \overline{AB} غير مرتبطين خطياً.
(2) عين العددين الحقيقيين α ، β بحيث $\overline{AD} = \alpha \overline{AB} + \beta \overline{AC}$ واستنتج أن النقاط D, C, B, A تقع في مستو واحد.

لكل مركبة درجة	3	$\overline{AB}(-1, -2, 0)$
لكل مركبة درجة	3	$\overline{AC}(3, 0, 4)$
	3	$-\frac{1}{3} = \frac{0}{4}$ أو المركبات غير متناسبة
	3	أو أية عبارة تثبت عدم الارتباط الخطي
لكل مركبة درجة	3	$\overline{AD}(4, 2, 4)$
لتعويض الشعاعين في العبارة	2 × 3	تعويض الأشعة في العبارة $\overline{AD} = \alpha \overline{AB} + \beta \overline{AC}$
لكل معادلة 3 درجات	3 × 3	الوصول إلى ثلاث معادلات خطية من العبارة المسابقة بطريقة صحيحة
	2+2	إيجاد α و β
	3	التحقق
إذا كتب الطالب العبارة $\overline{AD} = -\overline{AB} + \overline{AC}$ مباشرة بعد تعويض الأشعة في علاقة الارتباط الخطي بذل الدرجات: 1 + 3 × 0	3	$\overline{AD} = -\overline{AB} + \overline{AC}$ أو النقاط تقع في مستو واحد
	40	مجموع درجات السؤال الرابع

أولاً: أحب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرفة على $]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$.

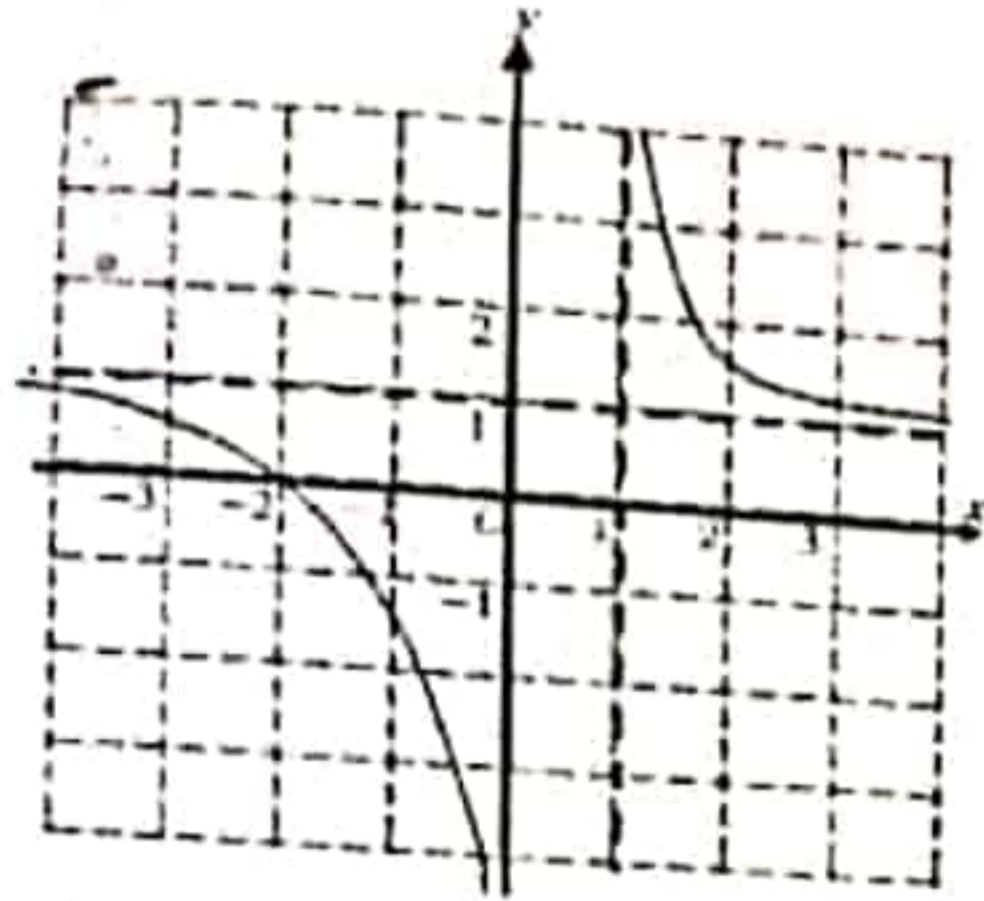
والمطلوب:

(1) جد $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C .

(3) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

(4) جد حل المعادلة $f(x) = 0$



	o	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
	o	$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$
	o	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$
	5x3	$x = 0$, $x = 1$, $y = 1$
	o	$f'(x) < 0$ $]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$
	o	$x = -2$
إذا كتب الطالب (-2, 0) في حل الطلب الأخير ينال الدرجة المخصصة		
	١٠	مجموع درجات السؤال الأول

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منثور $(x^2 + \frac{1}{x})^n$.

إذا كتب الطالب $T_r = \binom{n}{r} \alpha^r b^{n-r}$ ينال الدرجة المخصصة للقانون ويتابع له	o	$T_r = \binom{n}{r} \alpha^{n-r} b^r$
إذا حسب الطالب المنثور كاملاً وحدد القيمة المطلوبة ينال الدرجات المخصصة كاملة	5x3	$\binom{12}{r} x^{12-r} x^{-2r} = \binom{12}{r} x^{12-3r}$
	o	$12 - 3r = 0$
	o	$r = 4$
عند حساب r و T_r في الخطواتين الأخيرتين يخسر الدرجات المخصصة في حال كان r سالباً أو كسراً	5+3+2	$T_4 = \binom{12}{4} = 495$
	١٠	مجموع درجات السؤال الأول

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول: لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ المعرفة بالعلاقة التدرجية: $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$ ، $u_0 = 2$ ولنعرّف المتتالية $(v_n)_{n \geq 2}$ وفق: $v_n = u_n + 6$.

المطلوب:

- (1) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 2}$ هندسية، عين أساسها واحسب v_0 ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n .
- (2) لتعرّف المتتالية $(w_n)_{n \geq 2}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أن المتتالية $(w_n)_{n \geq 2}$ حسابية واحسب w_0 ، ثم احسب المجموع $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$.

5	حساب v_{n+1} بدلالة u_{n+1}
5	حساب v_{n+1} بدلالة u_n
5	إظهار v_{n+1} بدلالة v_n
5	حساب q
5	حساب v_0
5	كتابة v_n بدلالة n بأي صيغة صحيحة
5	القانون $w_{n+1} - w_n$
5	حساب $w_{n+1} - w_n$ بدلالة $v_n - v_{n+1}$
3	استخدام خواص اللوغاريتم
2	الوصول لتعدد الثابت أساس المتتالية الحسابية
5	حساب w_0
5	حساب w_2
5	قانون حساب مجموع متتالية حسابية
5	التعويض في القانون
5	الحساب و النتيجة
70	المجموع

ملاحظات التمرين الأول:

عند إثبات أن المتتالية $(w_n)_{n \geq 2}$ حسابية يمكن الكتابة بأكثر من صياغة بطرائق مختلفة منها:

$$\begin{aligned}
 5+5 \quad w_{n+1} - w_n &= \ln(v_{n+1}) - \ln(v_n) \quad -1 \\
 &= \ln\left(\frac{v_{n+1}}{v_n}\right) \\
 3 & \\
 2 &= \ln(q) = \text{ثابت}
 \end{aligned}$$

$$5+5 \quad w_{n+1} - w_n = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{3}}v_n\right) - \ln(v_n) - 2$$

$$3+2 \quad = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \text{ثابت}$$

$$w_{n+1} - w_n = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{3}^{n-2}}\right) - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{3}^{n-3}}\right) - 2$$

$$= \ln\left(\frac{\sqrt{3}^{n-3}}{\sqrt{3}^{n-2}}\right) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \text{ثابت}$$

التعريف الثاني:

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متجانس (O, \bar{u}, \bar{v}) نتأمل النقاط A, B, C التي تمثلها الأعداد العقدية $a=8, b=-4+4i, c=+4i$ على الترتيب. والمطلوب:

(1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

(2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

(3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

	5	التعويض في $\frac{b-c}{a-c}$
	5+5+5+5	الإصلاح $= \frac{-4+8i}{8+4i}$
في حال كتب الطالب النتيجة مباشرة بعد التعويض بذل الدرجات المخصصة - للإصلاح بالإضافة إلى درجة النتيجة	5	النتيجة
	5	المثلث قائم ومتساوي الساقين
	5	قانون الدوران
	5	التعويض
	5	النتيجة بالشكل الحدي
	5	اختبار طريقة مناسبة لإيجاد E مثل $\overline{AC} = \overline{EB}$ أو تناسف القطرين أو تساوي طولى القطرين أو الدوران
إذا لم يراعي الطالب ترتيب رؤوس الرباعي يخسر 5 درجات المخصصة للطريقة ويُمنح له الحل	5	
	5+5	تطبيق الطريقة
	5	الوصول إلى قيمة θ
	70	المجموع

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

- في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ تتأمل النقاط: $A(-1, 2, 3)$ ، $B(2, 1, 1)$ ، $C(-3, 4, -1)$ ، $D(3, 1, 1)$. المطلوب:
- (1) جد \overline{AC} و \overline{AB} ، وبين أن المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.
 - (2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2, 4, 1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC) .
 - (3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .
 - (4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.
 - (5) بفرض أن G مركز الأبعاد المتناسقة للنقاط المتقلة $(A, 1)$ ، $(B, -1)$ ، $(C, 2)$ ، أثبت أن المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

حساب	$\overline{AB}, \overline{AC}$	3 × 2	لكل مركبة درجة واحدة
حساب	$\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ قانون + نتيجة	3 + 2	
حساب	$\vec{n} \cdot \overline{AB} = 0$ التعويض + نتيجة	3 + 2	
حساب	$\vec{n} \cdot \overline{AC} = 0$ التعويض + نتيجة	3 + 2	
التعبير عن معرفته أن \vec{n} يعامد شعاعين غير مرتبطين خطياً أو التعبير عن معرفته أن \vec{n} ناظم على المستوي		3	
قانون المستوي		5	
التعويض + نتيجة		5 + 5	
التعبير عن معرفته لشكل التمثيل الوسيطى		5 + 3 × 5	للقانون 5 ولكل معادلة 5
قانون المسافة + التعويض + النتيجة		3 + 5 + 5	كتابة النتيجة مباشرة بشكل صحيح
حساب $\ \overline{AB}\ $ و $\ \overline{AC}\ $		4 + 4	ينال درجة القانون ضمناً
حساب المساحة		4	
قانون الحجم		3	
والنتيجة		3	
	$\vec{GA} - \vec{GB} + 2\vec{GC} = \vec{0}$	3	
	$\vec{GA} + \vec{BG} + 2\vec{GC} = \vec{0}$	2	
	$\vec{BA} = -2\vec{GC}$	3	
	\vec{BA} و \vec{GC} مرتبطين خطياً	2	
	$(BA) \parallel (CG)$		
المجموع		100	

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق: $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x-1}$ المطلوب:
عين العددين الحقيقيين a, b لتكون $f(-1) = 0$ قيمة حدية للتابع f .

	التعويض	$f(-1) = \frac{a-b+1}{-2} = 0$
	الوصول إلى العلاقة الأولى	5
	حساب المشتق	5
إذا أخطأ الطالب بحساب المشتق وتابع الحل بنال الدرجات المخصصة للخطوات اللاحقة فقط	معرفة أن المشتق ينعدم عند -1	10
	التعويض في المشتق	5
	الوصول إلى العلاقة الثانية	5
	بالحل المشترك	6
	$a = 1$	2
	$b = 2$	2
	مجموع درجات السؤال الخامس	10

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملونة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، ونلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي. نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. المطلوب:
(1) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X=0)$.
(2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

ملاحظة: إذا أهمل أو أضاف الطالب أي قيمة من قيم المتغير العشوائي يخسر درجة واحدة لكل قيمة يهملها أو يضيفها بما لا يتجاوز 3 درجات يخسر الطالب 5 درجات إذا بدل بين p و q إذا حسب الطالب	3	قيم $X = \{0,1,2,3,4,5\}$
$p(X=0) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$	10	قانون حساب الاحتمال
الدرجة المخصصة لحساب $p(X=0)$ كاملة	5+5	قيم p + قيم q
إذا كتب الطالب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X ، ثم حسب التوقع الرياضي والتباين منه يدل الدرجات المخصصة	5	التعويض
	2	النتيجة
	2+3	قانون + نتيجة $E(X)$
	2+3	قانون + نتيجة $V(X)$
	10	مجموع الدرجات

5+5	طريقة ثقبه للطلب الأخير مجموع تكلي A و B يسوي الصفر فيكون $(BA) \parallel (CG)$
2+2+2 2 2	طريقة ثلاثة للطلب الأخير إحداثيات G مركبات \overline{AB} و \overline{CG} $\overline{AB} = -2\overline{CG}$
2 2 2 2 2	طريقة أربعة للطلب الأخير $\overline{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \overline{AB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \overline{AC}$ $\overline{AG} = -\frac{1}{4} \overline{AB} + \overline{AC}$ $\overline{AC} + \overline{CG} = -\frac{1}{4} \overline{AB} + \overline{AC}$ $\overline{CG} = -\frac{1}{4} \overline{AB}$ الشعاعان مرتبطان خطياً والمستقيمان متوازيان
2+2 1 2 1 2	طريقة خمسة للطلب الأخير بفرض I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(B, -1)$ و $(C, 2)$ $\overline{BI} = 2\overline{BC}$ تكون C منتصف $[BI]$ ويكون مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A, 1)$ و $(B, -1)$ و $(C, 2)$ هو مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A, 1)$ و $(I, 1)$ بحسب الخاصية التجميعية. ومنه G في منتصف $[AI]$. ويقتلي $[CG]$ تصل بين منتصفين ضلعين في مثلث ومنه $(AB) \parallel (CG)$

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $I =]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = x - 4 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

- (1) أثبت أن f تابع متزايد تماماً على I ، واستنتج $f(I)$.
- (2) أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = x - 4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.
- (3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d .

$f'(x) = 1 + \frac{x}{x(x+1)} > 0$ أو الاشتقاق 5×3 $f'(x) > 0$ 10	5 5 5 5 5	$x \mapsto \frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I $x \mapsto \ln x$ متزايد تماماً على I مركب تابعين متزايدين هو تابع متزايد على I $x \mapsto x - 4$ متزايد تماماً على I ومجموع تابعين متزايدين هو تابع متزايد
ملاحظة: إذا حسب الطالب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم كتب النتيجة يعطى $5 + 5$	5 × 2	مجموعة قيم f $f(I) =]-\infty, +\infty[$
ملاحظة: في حال حل الطالب المعادلة $\frac{x}{x+1} = 1$ وذكر أنها مستحيلة وذكر أن التابع $g(x) = \frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I فإنه يحافظ على إشارة واحدة $\ln\left(\frac{x}{x+1}\right) < 0$ ومنه $g(x) < 1$ ينال الطالب الدرجة المفصصة لتعليل إشارة تابع الفرق على I	5 5 5+5 5	القانون $f(x) - y_\Delta$ إيجاد النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y_\Delta) = 0$ الوضع النسبي الإشارة + التعليل $\ln\left(\frac{x}{x+1}\right) < 0$ ومنه $\frac{x}{x+1} < 1$ الوضع النسبي المنسجم مع إشارته C تحت d
	٦٠	المجموع

- المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathbb{R} وفق: $f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$ والمطلوب:
- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.
 - أثبت أن $f'(x) = (1-x^2)e^{-x}$.
 - ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها وادل على القيم الحدية مبيناً نوعها.
 - ارسم C في معلم متجانس.
 - استنتج رسم الخط البياني C للتابع g المعرفة وفق: $g(x) = (x-1)^2 e^x$.
 - جد مجموعة تعريف التابع: $h(x) = \ln(f(x))$.

	5	حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$															
النهاية + التعليل	5+3	حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$															
	0	$y = 0$ مقارب أفقي															
قانون + التعويض + النتيجة	5+5+5	$f'(x)$															
	3+3	بندم $f'(x)$ عندما $x = -1$ و $x = 1$															
	3+3	$f(1) = \frac{4}{e}$ $f(-1) = 0$															
إشارة + سهم		<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$-\infty$</th> <th>-1</th> <th>1</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>-</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>$\frac{4}{e}$</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(x)$		-	+	-	$f(x)$	$+\infty$		$\frac{4}{e}$	
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$													
$f'(x)$		-	+	-													
$f(x)$	$+\infty$		$\frac{4}{e}$														
إنذار لم يضع الطالب الإشارة في سطر $f'(x)$ يخسر 6 درجات	$(2+3) \times 3$																
	0	قيمة صغرى محلياً $f(-1) = 0$															
	5	قيمة كبرى محلياً $f(1) = \frac{4}{e}$															
0 للانسجام مع الجدول																	
0 للانسجام مع المقارب والقيم الحدية	5+5																
	10	C نظير C بالنسبة لمحور الترتيب أو $g(x) = f(-x)$ أو الرسم															
	0+0	مجموعة التعريف $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$															
التعليل + النتيجة																	
في الخطوة الأخيرة إذا كتب الطالب $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ينال 10 درجات																	
	100	المجموع															

انتهى السلم