بسم الله الرحمن الرحيم

ملزمه كفايات المعلمين (رياضيات متوسط وثانوي)

- معايير مركز قياس
- ملخص كل معيار
- أسئلة على كل معيار
- اختبارات سابقه
- لا نحلل بيعها أو الاستفادة منها ماديا

- الحقوق محفوظة لجميع من ساهم في هذا العمل لاتنسوهم من دعائكم

أولا: معايير مركز قياس

المركز الوطني للقياس والتقويم في التعليم العالي
National Center for Assessment in Higher Education
قياس
تطوير

معايير
معلمي الرياضيات

للمرحلة المتوسطة والثانوية

مشروع المعايير المهنية للمعلمين وأدوات التقويم

بسم الله الرحمن الرحيم

معايير مادة الرياضيات متوسط وثانوي

المشرف العام

د. فيصل بن عبدالله آل مشاري آل سعود

المشرف العلمي

د. عبدالله بن علي القاطعي

مدير المشروع

د. عبدالله بن صالح السعدوي

إعداد

د. عبد الله بن محمد الجوعي

د. محمد بن عبد الله النذير

أ. هادي بن يحي غروي

تحكيم

د. فهد بن مبارك الشمري

د. مبارك بن فهيد القحطاني

د. هاشم بن سعيد الشيحي

مراجعة فنية

د. أحمد بن زيد المسعد

د. سعيد بن محمد الشمراني

د. سعود بن عبدالعزيز الخنين

د. مشعان بن زين الحربي

د. فهد بن مبارك القحطاني

مراجعة لغوية

د. عبدالله بن علي الشلال

مقدمة :

يفرض التغير الاقتصادي والتقني على المؤسسات التربوية الاعتناء بإكساب الطلاب معارف ومهارات تتلاءم مع احتياجات سوق العمل ومتطلبات العصر، وتسهم في إعدادهم للأدوار الإيجابية الفاعلة في مجتمعاتهم، وتطلب ذلك التغيير في وظائف المدرسة وفي دور المعلم الذي لم يعد قاصرًا على تلقين المعلومات والمعارف لطلابه أو تغطية محتوى المنهج في مدة زمنية محددة، بل امتد ليشمل مساعدتهم على التعلم، والقيام بدور فاعل في تهيئة الطلاب للحياة والقيام بأدوارهم الذاتية والأسرية والمجتمعية بما يتطلبه ذلك من معارف واتجاهات ومهارات.

وأدى التطور في وظيفة المدرسة وأدوار المعلم إلى ارتفاع مستوى التأهيل المطلوب من المعلم؛ لذا فقد سعت وزارة التربية والتعليم -ممثلة في مشروع الملك عبدالله لتطوير التعليم العام-إلى استقطاب اكفأ المتقدمين من خريجي الجامعات للانخراط في مهنة التدريس، و طورت لهذا الغرض معايير مهنية جديدة لتحديد ما يفترض أن يتمكن منه المعلم المبتدئ ليكون قادرا على تدريس تخصصه في مراحل التعليم العام بكل كفاءة واقتدار.

خطوات العمل:

تم العمل في هذا المشروع وفق الخطوات الآتية:

١- التخطيط والإعداد للعمل، وشمل ذلك ما يلي:

أ. إعداد الإطار العام للمعايير.

ب. إعداد الخطة التنفيذية للمشروع.

ج. إعداد النماذج، ومواصفات فرق العمل في المشروع.

٢- تشكيل فرق العمل، وتضمن فريق العمل في كل تخ ص ص ما يلي:

أ. مختص علمي في مجال المادة.

ب. مختص تربوي في مجال المادة (مناهج وطرق تدريس المادة).

ج. مشرف تربوي مختص في مجال المادة.

٣- تدريب فرق العمل مل، قتصام المركز بعقد ورشة عمل مكثفة لمدة ثلاثة أيام تضمنت ما يلي:

أ. التعريف بالمشروع، وأهدافه وخطواته.

ب. التعريف بالمعايير، واستعراض نماذج من المعايير والتجارب العالمية.

ج. التدريب العملي على صياغة المعايير والمؤشرات.

٤- إعداد النموذج الآ ولي، قتصام الفريق بإعداد نم وذج للعمل للتأكد من ملاءمته للمواصفات والمعايير المطلوبة.

إعداد مسو د ة المعايير: بعد إقتصرار النماذج قتصام الفريق بإعداد مسو د ة المعايير، واستفاد من التجارب العالمية والعربية المتاحة.

٦- الفحص الآولي لمسودة المعايير: قتصامت اللجنة المشرفة بالفحص الآولي للمسودة للتأكد من وفائها بالمواصفات والمعايير المطلوبة.

٧- التحكيم العلمي: بعد تسلم المسودة وفحصها من اللجنة المشرفة، أحيلت إلى فريق تحكيم علمي، يتضمن ثلاثة مختصين علميين وتربويين في مجال المادة لا تقل درجتهم العلمية عن ماجستير.

٨- التعديل وفقا لملحوظات المحكمين: بعد انتهاء العمل من التحكيم أعيد مرة أخرى إلى فريق العمل لتعديله وفقًا لملحوظات المحكمين.

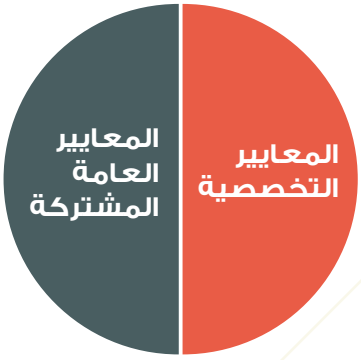
٩- المراجعة النهائية: بعد تسلّم المنتج معدلاً من فرق العمل، روجع من اللجنة المشرفة للتأكد من اتساق المنتجات في كافة التخصصات.

خطوات العمل في المشروع:

يوضح الشكل أدناه خطوات عمل إعداد المعايير:

مكونات المعايير:

تتكون معايير معلم الرياضيات للمرحلتين المتوسطة والثانوية من جزأين؛ الجزء العام الذي يشترك فيه مع جميع معلمي التخصصات الأخرى، والجزء الثاني المتعلق بالتخصص. وتشتمل المعايير المشتركة على (١١) معياراً، يتناولها بالتفصيل « المعايير المهنية الوطنية للمعلمين بالمملكة العربية السعودية »، فيما تشتمل المعايير التخصصية على (٣١) معياراً تتناول بنية التخصص وطرق تدريسه.



محتوى المعايير التخصصية:

وتتناول المعايير التخصصية ما ينبغي على معلم الرياضيات للمرحلتين المتوسطة والثانوية معرفته والقدرة على أدائه في التخصص التدريسي وطرق تدريسه، ويتضمن ذلك المعارف والمهارات المرتبطة بالتخصص وما يتصل بها من ممارسات تدريسية فاعلة تشمل تطبيق طرق التدريس الخاصة والتحلي بالسمات والقيم المتوقعة من المعلم المتخصص بحيث يمثل في ممارساته وسلوكياته الدور المأمول من معلم الرياضيات للمرحلتين المتوسطة والثانوية. فيتوقع منه أن يكون متمكن -بالحد الأدنى- من الأداء الفني في التدريس والتعلم، ومتمكن في إطار أوسع من المعرفة الرياضية المتضمنة في مقررات المرحلتين المتوسطة والثانوية، فهو قادر على تقديم دروس الرياضيات مراعيا عناصر الخطة اليومية وخصائص الطلاب العقلية والنفسية وفق استراتيجيات تدريسية فاعلة ومتنوعة بحيث تراعي طبيعة الموقف التعليمي؛ محققا أهداف تعلم وتعليم الرياضيات المعرفية والمهارية والوجدانية، ومنظما لبيئة التعلم بحيث يظهر بوضوح دور المتعلم في التعلم، ومستعملا تقنيات وأدوات ووسائل معينة في تيسير التعلم، وقادرا على تغيير الأداء التدريسي وتطويره في ضوء معطيات التقويم الشامل للمتعلمين.

صياغة المعايير المهنية:

روعي في إعداد المعايير التخصصية أن تكون ضمن الإطار الكلي للمعايير المهنية للمعلم، لذلك رتبت في تسلسل رقمي يبدأ برقم التخصص، ثم المعيار العام في إطار المعايير العامة، ثم معيار التخصص الذي يفصل في عدد من المؤشرات، كما يتضح من الشكل التالي:

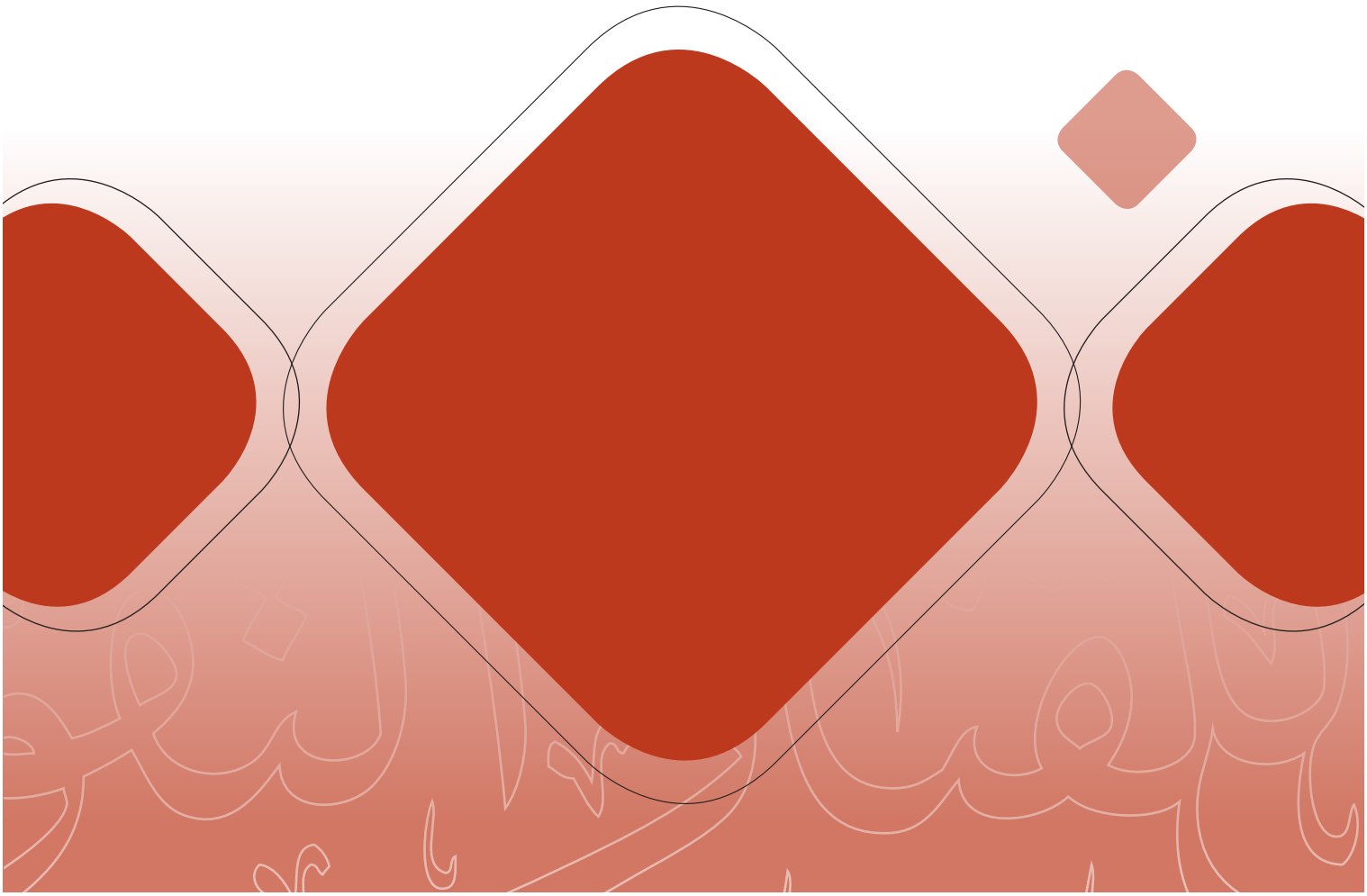
المعيار	المؤشرات
المعيار ٣. ٤. ١: يتعرف الأعداد والعمليات عليها	١. يتعرف مجموعات الأعداد (الطبيعية، والكلية، والصحيحة، والنسبية، والحقيقية, والمركبة) وتصنيفاتها المختلفة ٢. يلم بالخصائص الأساسية لنظرية الأعداد (القاسم المشترك الأكبر، المضاعف المشترك الأصغر، قابلية القسمة، الأعداد الأولية والمؤلفة، والتطابقات) ٣. يتعرف مفهوم النسبة والتناسب وتطبيقاتها، ويحل مسائل عليها ٤. يستخدم استراتيجيات التقدير والحساب الذهني، ويستطيع الحكم على معقولية النتائج ٥. يجري العمليات على مجموعات الأعداد المختلفة (العمليات الأربع، والمقارنة، والجذور والأسس) ٦. يميز التمثيلات المختلفة للعدد المركب ويوجد مقياسه ومرافقه ٧. يحل مسائل لفظية على الأعداد المختلفة
المعيار ٣. ٤. ٢: يتعرف مبادئ الجبر والدوال الحقيقية	١. يتعرف خصائص المجموعات والعمليات عليها (التقاطع، الاتحاد،...) ٢. يحلل العبارات الجبرية ويبسطها ٣. يحل المعادلات والمتباينات الخطية والتربيعية والمحتوية على قيمة مطلقة ٤. يجري العمليات على المصفوفات ٥. يحل أنظمة المعادلات الخطية, ويستخدم المصفوفات والمحددات في ذلك, ويمثل الحل جبريا وهندسيا ٦. يستخدم خواص الدوال الأسية واللوغاريتمية في حل المعادلات ٧. يقارن بين العلاقات والدوال، وخصائص الدوال الحقيقية وأنواعها، ويوجد مجالها ومداها ٨. يجري العمليات على الدوال (العمليات الأربع، التحصيل, ومعكوس الدالة) ٩. يرسم الدوال الخطية وكثيرات الحدود من الدرجة الثانية

المعيار	المؤشرات
المعيار ٣. ٤. ٣: يتعرف مفاهيم الهندسة ونظرياتها	١. يستخدم خصائص الخطوط المتوازية والمتعامدة والزوايا لمعرفة الأشكال ٢. يستخدم العلاقات الهندسية (نظرية فيثاغورس، تشابه المثلثات، تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين,.....) لحل المسائل ٣. يتعرف أنواع المثلثات وحالات تطابق مثلثين ٤. يصف خصائص الأشكال الرباعية ٥. يشرح صفات الأشكال ثلاثية الأبعاد وخصائصها ٦. يوجد ميل ومعادلة مستقيم في المستوي وعلاقته بمستقيم آخر ٧. يوجد المسافة بين نقطتين أو نقطة و مستقيم في المستوي ٨. يمثل التحويلات الهندسية (التناظر، والانسحاب والدوران ومغير البعد) ٩. يحدد العلاقة بين الزوايا الناتجة من تقاطع مستقيمين ١٠. يستخدم العلاقات المترية في المثلث ١١. يتعرف القطوع المخروطية ويميز معادلاتها وخصائصها ويمثلها بيانيا ١٢. يتعرف الدوال المثلثية والعلاقة بينها ١٣. يتعرف المتجهات ويجري العمليات عليها ١٤. يحل مسائل تطبيقية على الهندسة المستوية والفراغية
المعيار ٣. ٤. ٤: يتعرف القياس ووحداته وتطبيقاته	١. يتعرف وحدات القياس (وحدة قياس الزوايا، الطول، المحيط، المساحة، الحجم، درجة الحرارة، الزمن) ٢. يحول بين وحدات القياس المختلفة ضمن النظام نفسه ٣. يوجد محيط ومساحة المثلث والدائرة والأشكال الرباعية ٤. يحسب حجوم بعض المجسمات ، ويوجد مساحتها الجانبية والكلية ٥. يحل مسائل تتضمن مقياس رسم باستخدام النسبة والتناسب ٦. يوظف التقريب في القياس ٧. يحل مسائل رياضية تطبيقية على القياس

المعيار	المؤشرات
المعيار ٣. ٤. ٥: يتعرف مفاهيم الإحصاء والاحتمالات وتطبيقاتها	١. يجمع البيانات ويمثلها بشكل مناسب(الجداول، القطاعات الدائرية، المدرج الإحصائي) ويحللها ويفسرها ٢. يتعرف الدراسات المسحية, وأنواع العينات ويستعملها في التنبؤ ٣. يحسب مقاييس النزعة المركزية والتشتت لمجموعة من البيانات ٤. يتعرف مسلمات الاحتمال ومفاهيمه الأساسية (الاستقلال, التنافي, التوزيع المنفصل والمتصل,...) ويحل مسائل عليها ٥. يحسب معاملات الارتباط ويفسرها ٦. يحل مسائل تطبيقية على الإحصاء والاحتمالات
المعيار ٣. ٤. ٦: يتعرف الرياضيات المتقطعة وتطبيقاتها	١. يتعرف الأنماط ويمثلها و يحللها و يعممها ٢. يتعرف مبادئ العد, والتباديل والتوافيق, ونظرية ذات الحدين ٣. يتعرف أساسيات نظرية الأشكال ٤. يحل مسائل تطبيقية على التلوين والأشكال وطرق العد
المعيار ٣. ٤. ٧: يتعرف المنطق والاستدلال الرياضي	١. يتعرف التقرير الرياضي وقيم الصواب وأدوات الربط وينشئ جداولها ٢. يتعرف الاقتضاء والتكافؤ والقياس المنطقي ٣. يتعرف طرائق البرهان المختلفة واستخداماتها

المعيار	المؤشرات
المعيار ٣. ٤. ٨: يتعرف حساب التفاضل والتكامل وتطبيقاتهما	١. يحسب مجموع المتتابعات والمتسلسلات الحسابية والهندسية ٢. يحكم على تقارب المتتابعات والمتسلسلات غير المنتهية ٣. يتعرف النهايات ويستخدمها في تعريف مشتقة الدالة والحكم على اتصالها ٤. يحسب مشتقة الدالة ويرسم منحناها ٥. يحسب تكامل دالة ويستخدمها في حساب المساحات والحجوم ٦. يحل مسائل تطبيقية على التفاضل والتكامل
المعيار ٣. ٤. ٩: يتعرف أساليب تعلم وتعليم الرياضيات وتقنياتها	١. يتعرف عناصر المعرفة الرياضية (مفاهيم وعلاقات ومهارات) وكيفية تحليلها وتدريسها وتقويمها ٢. يوظف بكفاءة طرائق واستراتيجيات تدريس الرياضيات التي تناسب المرحلتين المتوسطة والثانوية ٣. يتعرف مهارات التفكير الرياضي وأساليب تنميتها وتعليمها ٤. يتعرف نظريات التعلم المتعلقة بتعلم وتعليم الرياضيات وتطبيقاتها ٥. يوظف التقنيات الحديثة في تعلم وتعليم الرياضيات (الآلة الحاسبة بأنواعها, البرمجيات الحاسوبية, اليدويات,...)

المعيار	المؤشرات
المعيار ٣. ٤. ١٠: يتعرف طرق حل المسألة الرياضية واستراتيجياتها	١. يتعرف خطوات حل المسألة الرياضية ٢. يحدد استراتيجيات متعددة لحل مسألة رياضية محددة ويختار أنسبها للحل ٣. يوظف استراتيجيات متنوعة لحل مسائل رياضية تطبيقية
المعيار ٣. ٤. ١١: يتعرف التواصل الرياضي	١. يستخدم لغة الرياضيات للتعبير عن المفاهيم الرياضية بدقة ٢. يتعرف مهارات التواصل الرياضي بأنواعها ويوظفها في تواصله مع طلابه والآخرين ٣. يتعرف أساليب تنمية التواصل الرياضي لدى طلابه
المعيار ٣. ٤. ١٢: يتعرف الترابطات الرياضية	١. يظهر الترابط الرياضي بين المفاهيم والموضوعات الرياضية المختلفة ٢. يظهر علاقة الرياضيات بفروع المعرفة الأخرى ٣. يقدم تطبيقات رياضية في مجالات الحياة المختلفة
المعيار ٣. ٤. ١٣: يتعرف التمثيل الرياضي	١. يعرض المعرفة الرياضية بتمثيلات متنوعة ٢. يستعمل التمثيل الرياضي لنمذجة المحتوى الرياضي ٣. يستعمل التمثيل الرياضي لنمذجة وتفسير الظواهر الطبيعية



التهيئة

(1)

أساسيات الرياضيات

الباب الأول:
الرياضيات

الفصل الأول :

الرياضيات الأساسية

التخمين الرياضي : إصدار ادعاء عام (بهدف تعليمي) يرتكز على معطيات ومعلومات معروفة.

التبرير الاستقرائي : العملية التي يتم من خلالها اختبار عدة مواقف محددة للوصول إلى التخمين.

المثال المضاد : هو نفي الادعاء أو التخمين لإثبات خطأ العبارة.

العبارة : كل جملة خبرية يمكن الحكم عليها بأنها صحيحة فقط أو خاطئة فقط وهي نوعان :

- عبارة وصل : وهي العبارة التي تحتوي على أداة وصل " و " وتُكتب $p \wedge q$ وتقرأ p و q.
- عبارة فصل : وهي التي تحتوي على أداة فصل " أو " وتكتب $p \vee q$ و تقرأ p أو q.

جدول الصواب : طريقة مناسبة لتنظيم قيم الصواب للعبارات المنطقة.

ملاحظات هامة :

– يرمز في جدول الصواب ، للعبارة الصائبة (الصحيحة) بالرمز (T) وللعبارة الخاطئة بالرمز (F)

– يرمز في جدول الصواب للنفي بالرمز $\sim p$ أو $\sim q$ أو أي عبارة تشمل رمز نفي ($\sim$)

– عبارة الوصل تكون صحيحة إذا كانت مركبتيها صحيحتان أما عبارة الفصل فتكون خاطئة فقط عندما تكون مركبتاها خاطئتين.

س1/ كون جدول الصواب للعبارة $p \wedge q$ ؟

$p \wedge q$	q	p
T	T	T
F	F	T
F	T	F
F	F	F

1) نفصل كل عبارة على حدة

2) نضع في الجدول الأول (على اليسار) احتمالين (T T) (F F)

3) في الجدول الآخر T F T F

4) إذا كانت الأول صحيحة والثانية صحيح فالكل صحيح ، أما إذا كانت الأولى والثانية خاطئة فالكل خاطئ وكذلك إذا كانت الأولى صحيحة والثانية خاطئة فالكل خاطئ .

س2/ كون جدول الصواب للعبارة المركبة $\sim p \wedge \sim q$

$\sim p \wedge \sim q$	$\sim q$	$\sim p$	q	p
F	F	F	T	T
F	T	F	F	T
F	F	T	T	F
T	T	T	F	F

– تحديد الفرض والنتيجة (العبارة الشرطية " إذا كان ... فإن ...") :

– الفرض : الجملة التي تتبع كلمة " إذا – النتيجة : الجملة التي تتبع كلمة " فإن "

مثل : الزاوية التي قياسها أقل من 90 درجة هي زاوية حادة ..

الفرض : زاوية قياسها أقل من90 النتيجة : زاوية حادة .

العبارة	مكونة من	بالرموز	مثال توضيحي
الشرطية	فرض مُعطى ونتيجة	$p \rightarrow q$	إذا كانت الزاوية حادة فإن قياسها أقل من 90 درجة.
العكس	تبديل الفرض والنتيجة	$q \rightarrow p$	إذا كان قياس الزاوية أقل من 90 درجة فإنها تكون حادة
المعكوس	نفي كلا من الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية	$\sim P \rightarrow \sim q$	إذا كانت الزاوية ليست حادة فإن قياسها ليس أقل من 90 درجة
المعاكس الإيجابي	نفي كل من الفرض والنتيجة في عكس العبارة الشرطية	$\sim q \rightarrow \sim p$	إذا كان قياس الزاوية ليس أقل من 90 فإنها ليست زاوية حادة .

العبارة الشرطية الثنائية :

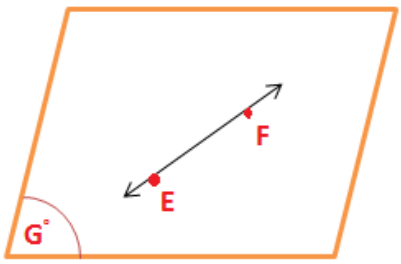
– العبارة الشرطية الثنائية : هي ربط عبارة شرطية وعكسها بأداة الربط " و " نعبر عنها رياضياً كما يلي :

$p \rightarrow q \ \wedge \ p \rightarrow q$ أو $\boldsymbol{p \leftrightarrow q}$ وتقرأ (p إذا وفقط إذا q)

المسلمات والبراهين الحرة :

– المسلمة : عبارة صحيحة لا تقبل النقاش ولا البرهان (أي يسلم بصحتها دوماً) .

– النظرية : عبارة قابلة للنقاش ، وهي مستنتجة من المسلمات والتعاريف الرياضية .



مسلمات هامة :

1) كل نقطتين مختلفين يمر بهما مستقيم واحد.

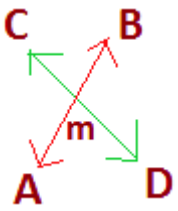
2) كل 3 نقاط مختلفة ولا تقع على مستقيم واحد يمر بها مستوى واحد.

3) كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل.

4) كل مستوى يحوي 3 نقاط مختلفة على الأقل وليست على استقامة واحدة.

5) إذا وقعت نقطتان في مستوى فإن المستقيم الوحيد المار بهاتين النقطتين يقع كلياً في ذلك المستوى.

($\boldsymbol{E \in G, F \in G, \therefore \overleftrightarrow{EF} \subset G}$)



6) إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة. ($\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{m\}$)

7) إذا تقاطع مستويان فإنهما يتقاطعان في مستقيم.

س3/ عدد القطع المستقيمة التي يمكن رسمها لنصل بين كل زوج من النقاط التالية هو :

أ) 4 ب) 6 ج) 21 د) 24

الحل : (6) باستعمال القانون : $\frac{n(n-1)}{2}$ حيث n ; يمثل عدد النقاط.

س4/ عدد القطع المستقيمة التي يمكن رسمها لنصل بين كل زوج من النقاط التالية هو :

أ) 9 ب) 15 ج) 21 د) 28

الحل : (21) باستعمال القانون $\frac{n(n-1)}{2}$ حيث n ; يمثل عدد النقاط.

س4/ المفهوم الذي يختلف عن باقي المفاهيم الأخرى :

أ) النتيجة ب) التخمين ج) النظرية د) المسلمة

الحل : التخمين ، لأن كلا النتيجة والنظرية والمسلمة.

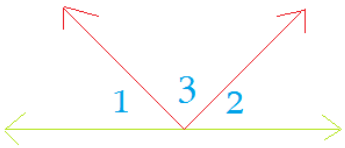
س5/ ما هو أكبر عدد من المستويات التي يتم تحديدها من خمس نقاط لا تقع على استقامة واحدة ؟

أ) 12 ب) 15 ج) 6 د) 10

الحل : (ب) 15 بالتعويض بالقانون $\frac{n(n-1)}{2}$ حيث n ; يمثل عدد النقاط.

الزوايا :-

- الزاوية الحادة : هي زاوية قياسها أقل من 90 درجة.
- الزاوية القائمة : زاوية قياسها 90 درجة.
- الزاوية المنفرجة : زاوية قياسها أكبر من 90 درجة وأقل من 180 درجة.
- الزاوية المستقيمة : زاوية قياسها 180 درجة.
- الزوايا المتتامة : تكون الزاويتان متتامتين إذا كان مجموعهما = 90 درجة.
- الزوايا المتكاملة : تكون الزاويتان متكاملتين إذا كان مجموعهما = 180 درجة.



س6/ إذا كانت $\angle 1, \angle 2$ متتامتان، وكان $m\angle 1 = 43$، فإن $m\angle 2$ بالدرجات =

أ) 137 ب) 133 ج) 86 د) 47

الحل : (د) 47 ، لأن الزاوية المتتامة = 90 ، فـ (90 – 43) = 47

س7/ إذ كانت النسبة بين قياسي زاويتين متتامتين 2:3 فإن الزاوية الصغرى بالدرجات =

أ) 90 ب) 54 ج) 36 د) 18

الحل : بجمع النسبتين (2 + 3) = 5 ، وبما أن الزاويتان متتامتان إذاً = 90 ، ولذلك 90/5 = 18 وبالضرب بأصغر نسبة = 18 × 2 = 36 ، في حين أن الزاوية الكبرى = 18 × 3 = 54

المستقيمات والمستويات :-

– المستقيمان المتوازيان : يقال للمستقيمين أنهما متوازيان إذا كانا في مستوى واحد دون تقاطع .

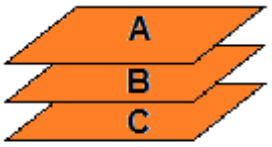
– المستقيمان المتخالفان : يقال للمستقيمين أنهما متخالف إذا كانا لا يقعان في مستوى واحد بلا توازى .

فمثلاً : نقول أن $\overline{AB}$ و $\overline{CG}$ متخالفان وكذلك $\overline{AB}$ و $\overline{HD}$ أنهما متخالفان وذلك لأنهما لا يتقاطعان ولا يجمعهما مستوى واحد .

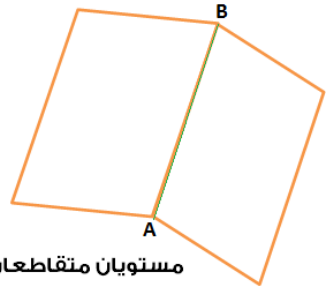
– المستقيم المستعرض : مستقيم يقطع مستقيمين أو أكثر في مستوى في نقاط مختلفة.

– المستويان المتوازيان : يقال للمستويين أنهما متوازيان إذا كانا لا يتقاطعان.

– المستويان المقاطعان : يتقاطع المستويان في خط مستقيم.

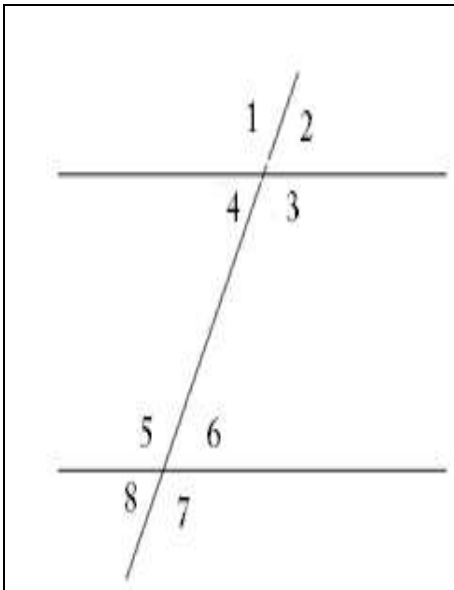


مستويات متوازية



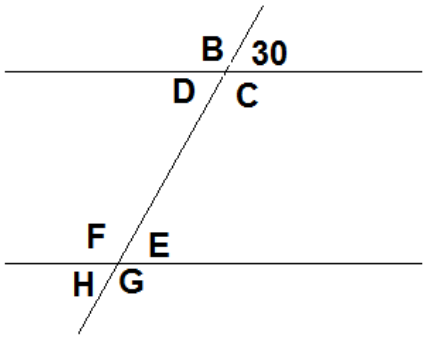
مستويان متقاطعان

علاقات الزوايا :



الزوايا الخارجية	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
الزوايا الداخلية	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
الزاويتان الداخليتان المتخالفتان	$\angle 6, \angle 3$ $\angle 4, \angle 5$
الزاويتان الخارجيتان المتبادلتان	$\angle 1, \angle 7$ $\angle 2, \angle 8$
الزاويتان الداخليتان المتبادلتان	$\angle 4, \angle 6$ $\angle 3, \angle 5$
الزاويتان المتناظرتان	$\angle 1, \angle 5$ $\angle 3, \angle 7$ $\angle 2, \angle 6$ $\angle 4, \angle 8$

س8/ في الشكل التالي حدد قيم الزوايا المجهولة :



الزاوية B = (180 – 30) = 150 درجة.

الزاوية D = (مقابلة للزاوية 30) إذاً = 30 درجة.

الزاوية C = (مقابلة للزاوية B) = 150 درجة.

الزاوية E = (كل زاويتين داخليتين متبادلتين متطابقتان) (C = F , D = E) = 30 درجة.

الزاوية F = زاوية C = 150

الزاوية G = (كل زاويتين خارجيتين متبادلتين متطابقتان) (B = G , A = H) = 150 درجة.

الزاوية H = زاوية A = 30 درجة.

المثلث :-

– يصنف المثلث طبقاً لـ 3 أشياء وهي : 1) زواياه. 2) أضلاعه. 3) رؤوسه.

* تصنيف المثلث حسب الأضلاع :

– مثلث قائم الزاوية : به زاوية واحدة قائمة وقياسها = 90 درجة .

– مثلث حاد الزاوية : مثلث جميع زواياه حادة وقياس كل زاوية أقل من 90 درجة .

– مثلث منفرج الزاوية : به زاوية واحدة منفرجة ، وبه زاوية قياسها أكبر من 90 درجة .

* تصنيف المثلث حسب الأضلاع :

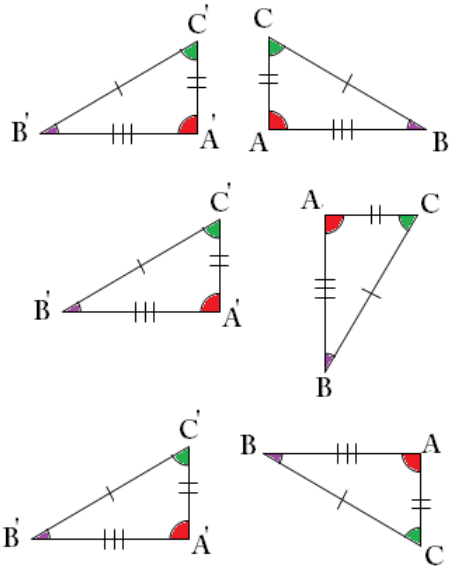
– مثلث متطابق الأضلاع : جميع أضلاع متطابقة وبالتالي زواياه متطابقة ، وكل زاوية = 60 درجة فيه .

– مثلث متطابق الضلعين : يوجد به ضلعان متطابقان على الأقل . وقياس زاويتيه المتطابقان = 45 درجة ، والأخرى = 90.

– مثلث مختلف الأضلاع : أضلاع غير متطابقة وبالتالي زواياه غير متطابقة .

* تصنيف المثلث حسب الرؤوس :

– يتطابق المثلثان حسب الرؤوس أيضاً ، فكيفية تحديد الرؤوس هي عن طريق تحديد الوتر والضلعان الأخرين كما في الشكل الأيسر.



ملاحظات على المثلث :

– مجموع زوايا المثلث الداخلية = 180 درجة .

– مجموع زوايا المثلث الخارجية = 360 درجة .

– الزاوية الخارجية في مثلث : مجموع الزوايا الداخليتين عدا الزاوية المجاورة .

– يوجد لأي مثلث 6 زوايا خارجية.

– الزاويتان الحادتان في المثلث القائم الزاوية متتامتان (مجموعهما 90 درجة).

– أكبر زوايا المثلث في القياس تقابل أكبر أضلاع المثلث طولاً .

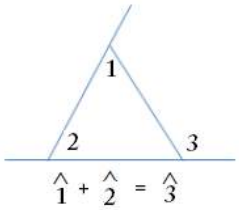
مسلمة SSS , SAS ، AAS ، ASA :-

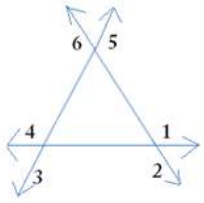
يقصد بمسلمة SSS : هي وجود 3 أضلاع متطابقة . حيث (S : يرمز لضلع .) (side).

يُقصد بمسلمة SAS : هي وجود ضلعان مع زاوية محصورة بينهما . حيث A : (Angle).

يُقصد بمسلمة AAS : هي وجود زاويتان وضلع .

يُقصد بمسلمة ASA : هي وجود زاويتان مع ضلع محصور بينهما.





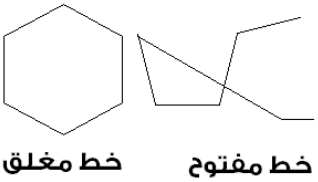
الزوايا الخارجية

س9/ أي من الخيارات التالية يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث :

أ) 5,7,12 ب) 4,6,11 ج) 7,9,14 د) 1,2,4

الحل : (ج) 7,9,14 لأن 16 = 9+7، وهي > 14 .

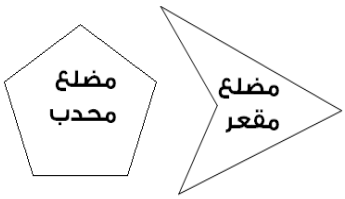
الأشكال الرباعية:



* المضلع : خط مغلق بسيط يتكون من اتحاد عدة قطع مستقيمة ، والمضلع نوعان :

– المضلع المحدب : المضلع الذي لا يحتوي على زاوية منعكسة .

– المضلع المقعر : المضلع الذي يحتوي على زاوية منعكسة .



* المضلع المنتظم : مضلع محدب جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه متطابقة .

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع :–

تُعطى بالعلاقة : $S = 180(n-2)$ ولحساب عدد الأضلاع يُعطى بالعلاقة $Sn = 180(n-2)$

– لحساب زاوية من زواياه المنتظمة نطبق القانون : $\frac{180(n-2)}{2}$

– عدد المثلثات التي ينقسم إليها المضلع يُعطى بالعلاقة : $(n-2)$

– عدد الأقطار المرسومة من أحد الرؤوس يُعطى بالعلاقة : $(n-3)$

– عدد الأقطار الكلي للمضلع يُعطى بالعلاقة : $\frac{n(n-3)}{2}$

– قياس الزاوية الخارجية في مضلع : $\frac{360}{n}$

س10/ المضلع الذي ليس له أقطار هو :

أ) المربع ب) المثلث ج) المضلع الخماسي د) المضلع السداسي

الحل : المثلث هو الوحيد الذي ليس له أقطار .

س11/ عدد أقطار الشكل الرباعي =

أ) 2 ب) 3 ج) 4 د) 5

الحل : الإجابة (2) $n-2 = 4-2 = 2$

س12/ قياس زاوية الخماسي المنتظم بالدرجات :

أ) 72 ب) 108 ج) 180 د) 270

الحل : بما أن المطلوب قياس زاوية واحدة فبالتعويض بالقانون = 108.

س13/ مضلع منتظم قياس زاويته الداخلية 144 درجة فإن عدد أضلاعه =

أ) 6 ب) 7 ج) 8 د) 10

الحل : 10 بالتعويض بقانون إيجاد عدد الأضلاع .

– متوازي الأضلاع :

* خصائصه :

1) الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة.
2) الزوايا المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة.
3) الزوايا المتحالفة في متوازي الأضلاع متكاملة.
4) قطرا متوازي الأضلاع يُنصف كل منهما الأخر.
5) كلا قطري متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

تحسب مساحة متوازي الأضلاع بالقانون : مساحة متوازي الأضلاع = القاعدة (b) × الارتفاع (a) .

– المستطيل :

* خصائصه :

1) الأضلاع المتقابلة متطابقة ومتوازية .
2) الزوايا المتقابلة متطابقة.
3) الزوايا المتحالفة متكاملة .
4) القطران متطابقان وينصف كل منهما الآخر.
5) جميع الزوايا الأربع قوائم.

ملاحظة / كل مستطيل يعتبر متوازي أضلاع ، ولكن بعض متوازيات الأضلاع تكون مستطيل .

تحسب مساحة المستطيل بالقانون : مساحة المستطيل = الطول × العرض .

– المربع :

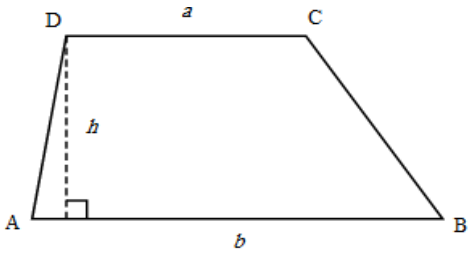
* خصائصه :

1) جميع أضلاعه متطابقة.
2) القطران متعامدان ومتطابقان
3) جميع زواياه قوائم .

ملاحظة / كل مربع معين وليس كل معين مربع .

– تُعطى مساحة المربع بالقانون : (طول الضلع) × (طول الضلع)

– شبه المنحرف :



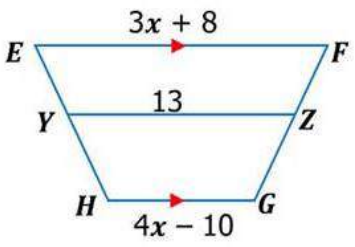
* خصائصه :

1) زاويتا كل قاعدة لشبه المنحرف متطابق الساقين متطابقتان .
2) قطرا شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقان .

– تُعطى مساحة شبه المنحرف بالقانون : 1/2 (مجموع طولي قاعدتيه) × الارتفاع .

– لحساب القطعة المتوسطة لشبه المنحرف تُعطى بالقانون التالي : 1/2 (مجموع طولي القاعدة).

س14/ في الشكل التالي قيمة x =



أ) 3.5 ب) 4 ج) 5 د) 10

الحل : بالتعويض بالقانون : القطعة المتوسطة = 1/2 × (مجموع طولي القاعدة)

إذاً 13 = 1/2 (3x+8) + (4x–10) = 26 = 7 – 2 = 28/7 = 4 .

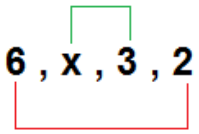
النسبة والتناسب :

– النسبة: هي مقارنة بين كميتين باستخدام القسمة فنسبة a إلى b بحيث $b \neq 0$ يمكن أن تكتب على الصورة $\frac{a}{b}$ أو a:b.

– التناسب : هي تساوي نسبتين .

س15/ قيمة " x " إذا علمت أن الأعداد هي : 2 ، 3 ، x ، 6 :

أ) 3 ب) 4 ج) 6 د) 14



الحل : 3x = 12 ، إذاً x = 4

س16/ إذا كان عمر فهد 12 سنة والنسبة بين عمره وعمر والده 1/3 فما عمر والده ؟

أ) 48 ب) 36 ج) 28 د) 25

الحل : عمر فهد / عمر والده = 1/3 إذاً 12/x = 1/3 ، يعني ذلك أن : x = 12×3 = 36

س17/ قطعة من الجبن تحتوي على 9gm، منها 6gm دهون مشبعة فإن نسبة الدهون المشبعة إلى كامل الدهون هي

أ) 2/5 ب) 2/3 ج) 2/4 د) 2/6

الحل : بجمع الأجزاء (كامل الدهن) = 9+6 = 15 ، والدهون المشبعة = 6 يعني ذلك 6/15 = 2/5 .

س18/ مثلث محيطه 52cm والنسبة بين أطوال أضلاعه هي 6 : 4 : 3 فإن طول أقصر أضلاع المثلث =

أ) 24 ب) 16 ج) 12 د) 5

الحل: بجمع الأجزاء (3+4+5)(x) = 13x = 52 ، إذاً 52/13 = 4 ، وطول أقصر ضلع 3 × 4 = 12 (ج) .

س19/ أوجد قياسات زاوية المثلث الكبرى ، النسبة بين قياسات زواياه 2:3:5 ؟

أ) 90 ب) 54 ج) 36 د) 18

الحل : بجمع الأجزاء (2 + 3 + 5) (x) = 10 ، إذاً 180/10 = 18 ، وأكبر زاوية 18×5 = 90

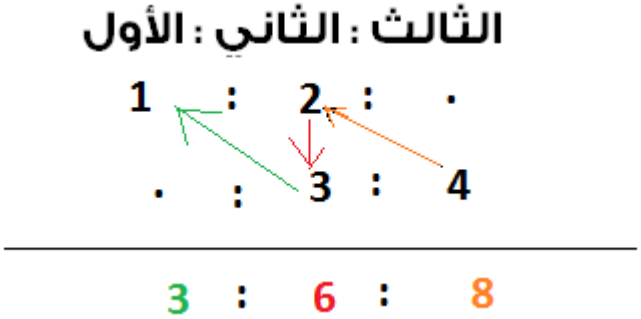
س20/ اشترك ثلاثة أشخاص في تجارة وكانت النسبة بين ما دفعه الأول والثاني هي 1 : 2 والنسبة بين ما دفعه الثاني والثالث 4 : 3 ، وفي نهاية الشهر كان الربح مساوياً 3400 ريال فكم يكون نصيب الشخص الثاني من الأرباح بالريال ؟

أ) 337.778 ب) 800 ج) 1200 د) 3500

الحل :

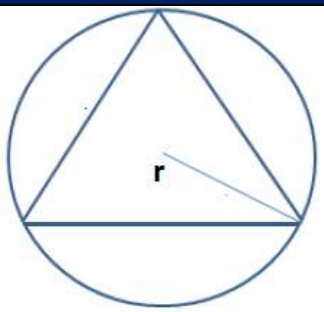
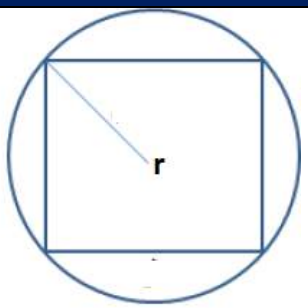
النسب ستكون 3 + 6 + 8 = 17x

ولذلك 200 = 3400/17 ونصيب الثاني = 200 × 6 = 1200 ريال

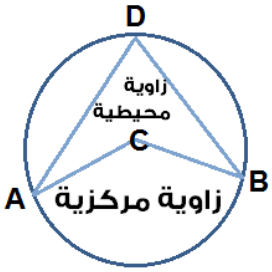


الدائرة :-

- الدائرة : هي المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى ، والتي تبعد البعد نفسه من نقطة معطاة (ثابتة).
- مساحة الدائرة تُعطى بالعلاقة : $\pi\ (r)^2$ حيث : r نصف القطر .
- محيط الدائرة تُعطى بالعلاقة : $C = 2\pi r$ أو $C = 2\pi r$ حيث C : محيط الدائرة ، r : يمثل نصف القطر .
- π هي النسبة التقريبية وتساوي : 3.14 أو $\frac{22}{7}$.
- محور تناظر الدائرة يكون أي قطر مار فيها .

المثلث المتطابق الأضلاع المحصور بداخل دائرة	المربع المحصور بداخل دائرة	السداسي المحصور داخل دائرة
		
طول الضلع = $\sqrt{3} \times r$	طول الضلع = $\sqrt{2} \times r$	طول الضلع = r

الزاوية المركزية والزاوية المحيطية :-

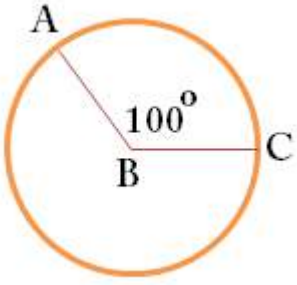
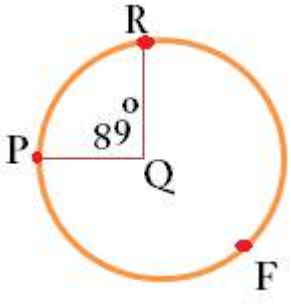
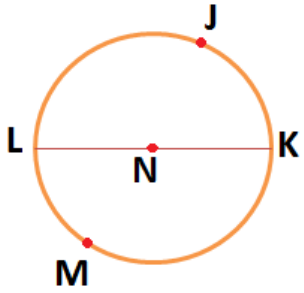


- الزاوية المركزية : هي زاوية يقع رأسها على مركز الدائرة.
- الزاوية المحيطية : هي زاوية ضلعاها وتران في الدائرة ورأسها يقع على المحيط ABC .

* الزاوية المركزية = 2 × الزاوية المحيطية.

* والزاوية المحيطية = 1/2 الزاوية المركزية.

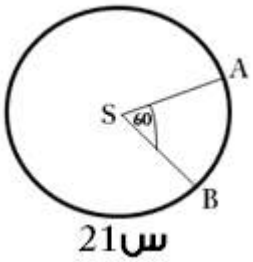
أقواس الدائرة :

القوس الأصغر	القوس الأكبر	نصف الدائرة
القوس الذي قياسه < من 180 درجة.	القوس الذي قياسه > 180 درجة.	القوس الذي قياسه = 180 درجة
		
يسمى بحرفي نهايتيه $\overset{\frown}{AC}$	يُسمى بحرفي في نهايتيه ونقطة أخرى على القوس $\overset{\frown}{PFR}$	يسمى بحرفي في نهايتيه ونقطة أخرى على القوس $\overset{\frown}{LJK}$, $\overset{\frown}{LMK}$

يُعطى قانون حساب طول القوس بالعلاقة :

$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{A}{360}$، حيث A : قياس القوس بالدرجات ، C : محيط الدائرة ، ℓ طول القوس .

ويمكن كتابتها بالصيغة التالية : $\ell = \frac{A}{360} \times C$.

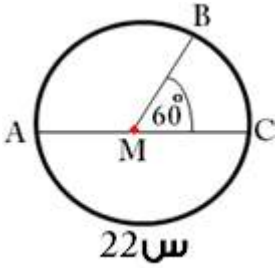


س21

س21/ في الشكل التالي مقياس زاوية AB في الشكل التالي :

أ) 60 ب) 120 ج) 270 د) 300

الحل : 60 (لأنه نفس الاستواء).

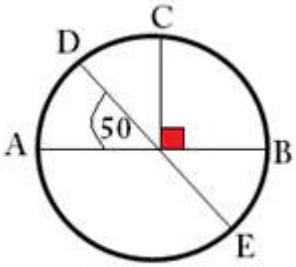


س22

س22/ في الشكل المقابل مقياس زاوية قوس ACB,AC هو :

أ) 120,180 ب) 180,120 ج) 300,120 د) 300,180

الحل : مقياس الزاوية للقوس AC = 120 (180–60 = 120) والزاوية ACB = 180

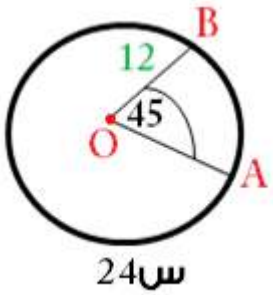


س23

س23/ في الشكل التالي مقياس زاوية قوس DC =

أ) 230 ب) 270 ج) 40 د) 30

الحل : (ج) 40 ، لأن AD = 50 و DC مجهول ، و BC = 90 ولذلك 90–50 = 40 .



س24

س24/ أوجد طول القوس AB في الشكل التالي :

أ) 9.42 ب) 55.82 ج) 31.4 د) 3.94

الحل : (أ) 9.42 بتطبيق قانون طول القوس.

كثيرات الحدود :

– وحيدة الحد : هي عدداً ، أو متغيراً (حرفياً) ، أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة.

– تسمى كثيرة الحدود التي لا يمكن تحليلها بـ كثيرة حدود أولية.

س25/ درجة وحيدة الحدود للمعادلة : $5x^2 + 2y - 3y$ هي :

أ) 5 ب) 3 ج) 2 د) 0

الحل : الإجابة (ج) حسب قيمة أكبر أس لـ x ، وهي تعتبر من الدرجة الثانية.

تدريب1/ $3x^2$ المعامل الحرفي والعددي لها = ؟

الحل: المعامل الحرفي x^2 والمعامل العددي 3 .

تدريب2/ هل تمثل العبارة التالية كثيرة حدود $x^5y + 9x^4y^3 - 2xy$ ؟

الحل : تمثل كثيرة حدود لأنها من الدرجة السابعة (أكبر أس في x + أكبر أُس في y) .

تدريب3/ هل تمثل العبارة التالية كثيرة حدود $\frac{x}{y} + 3x^2$ ؟

الحل : لا تمثل كثيرة حدود لأن $\frac{x}{y}$ لا يمثل وحيدة حد.

تدريب4/ هل تمثل العبارة التالية كثيرة حدود $\sqrt{x} + x + 4$ ؟

الحل : لا تمثل كثيرة حدود.

العمليات على كثيرات الحدود :

الخاصية :	التعريف :	مثال :
ضرب القوى	$x^a \cdot b^a = x^{a+b}$	$3^2 \cdot 3^3 = 3^{3+2} = 3^5$
قسمة القوى	$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}, x \neq 0$	$\frac{9^5}{9^2} = 9^{5-2} = 9^3$
الأس السالب	$x^{-a} = \frac{1}{x}, \frac{1}{x^{-1}} = x^a, x \neq 0$	$3^{-5} = \frac{1}{3^5}, \frac{1}{b^{-7}} = b^7$
قوة القوى	$(x^a)^b = x^{ab}$	$(3^3)^2 = 3^{3.2} = 3^6$
قوة ناتج الضرب	$(xy)^a = x^a y^a$	$(2k)^4 = 2^4 k^4 = 16k^4$
قوة ناتج القسمة	$(\frac{x}{y})^a = \frac{x^a}{y^a}, y \neq 0$ $(\frac{x}{y})^{-a} = (\frac{y}{x})^a = \frac{y^c}{x^a}$	$(\frac{2}{3})^{-5} = (\frac{3}{2})^5 = \frac{3^5}{2^5}$
القوة الصفرية	$x^0 = 1, x \neq 0$	$100000^0 = 1$

تدريب5/ بسط العبارة $\frac{15c^5d^3}{-3c^2d^7}$:

الحل : $-5\frac{c^3}{d^4}$

تدريب6/ بسط العبارة $(-2x^3y^2)^5$ ؟

الحل : $-32x^{15}y^{10}$

س26/ أي مما يلي يُكافئ العبارة : $(2x^2+3x-1)-(4x^2-5x+6)$:

أ) $2x^2+8x+7$ ب) $2x^2-8x-7$

ج) $2x^2-8x+7$ د) $2x^2+8x-7$

الحل : الإجابة (ج) بترتيب الحدود المتشابهة رأسياً ونوجد ناتج الطرح.

س27/ أي مما يلي يُكافئ العبارة : $(-4x^2+9x-5)+(6x^2-7x+8)$:

أ) $2x^2+2x+3$ ب) $2x^2-2x-3$

ج) $2x^2-2x+3$ د) $2x^2+2x-3$

الحل : الإجابة (أ) بترتيب الحدود المتشابهة رأسياً ونوجد ناتج الجمع.

دوال كثيرات الحدود :

تدريب7/ المعامل الرئيس لكثيرة الحدود التالية $8x^5-4x^3+2x^2-x-3$ ؟

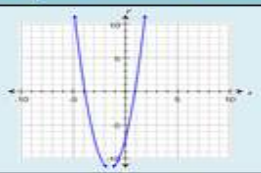
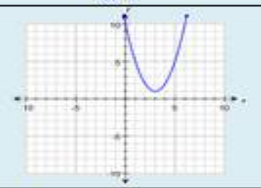
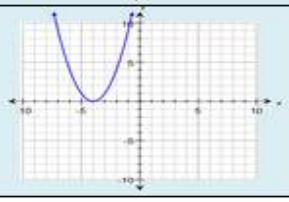
الحل: المعامل الرئيس هو المعامل التابع للمتغير الحرفي ، والذي له قيمة أكبر أس، وهو 8.

القانون العام والمميز :

– يُعطى القانون العالم بالعلاقة : $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

– القانون العام يُستعمل لحل المعادلة التربيعية التي على الصورة $ax^2+bx+c=0\,,a\neq 0$.

– المميز : العبارة b^2-4ac تسمى بالمميز، وهو ما يمكن تمييز جذوره وأنواعه من خلاله .

قيمة المميز	عدد الجذور وأنواعها	مثال على التمثيل البياني لها
$b^2-4ac>0$ و العبارة b^2-4ac مربع كامل	جذران حقيقان نسبيان	
$b^2-4ac>0$ و العبارة b^2-4ac لا تمثل مربع كامل	جذران حقيقان غير نسبيين	
$b^2-4ac<0$	جذران مركبان	
$b^2-4ac=0$	جذر حقيقي واحد	

– إرشاد1 : معنى مربع كامل ، أي مثلاً $\sqrt{4}=2$ يكون مربع كامل ، بينما $\sqrt{2}=1.4$ ولا يعتبر مربع كامل.

– إرشاد2 : إذا وجد للمعادلة التربيعية جذران مركبان فهما مترافقان.

تدريب8/ أوجد قيمة المميز وعدد الجذور وأنواعها للمعادلة $-5x^2+8x=1$ ..

الحل :

– الخطوة الأولى / ترتيب المعادلة على الصورة الصفرية : $-5x^2+8x-1=0$

– الخطوة الثانية / استعمال قانون المميز والتعويض به بـ قيم a,b,c فيكون :

$a=-5$, $b=8$, $c=-1$ وبحله بقانون المميز b^2-4ac يكون الحل :

$(8)^2-4(-5)(-1)=44$ ويتضح أن $44>0$ وأن جذر 44 عدد غير نسبي $\sqrt{44}=\mathbb{I}$ أي لا يُعطينا مربع كامل ولذلك الحل يكون أن للمعادلة : جذران حقيقان غير نسبيان.

إيجاد قيمة c إذا علم الحد الأوسط وأحد الحدين الآخرين :

– لإيجاد قيمة c فإننا نطبق القانون التالي : $\text{الحد الثالث}=\left(\frac{\text{الحد الأوسط}}{\text{ضعف الجذر الأول}}\right)^2$

تدريب9/ قيمة c التي تجعل كل ثلاثية حدود في المعادلة التالية مربعاً كاملاً هي : $x^2+13x+c$

الحل : بتطبيق قانون : إيجاد قيمة c

$\text{الحد الثالث}=\left(\frac{\text{الحد الأوسط}}{\text{ضعف الجذر الأول}}\right)^2$ ، $\left(\frac{13x}{2\sqrt{x^2}}\right)^2=\left(\frac{13x}{2x}\right)^2=\left(\frac{13}{2}\right)^2=\frac{169}{4}$

تكوين معادلة إذا علم جذريها :

– لتكوين معادلة بمعلومية جذريها يتم تطبيق القانون $x^2-(r_1+r_2)\,x+(r_1\times r_2)$

تدريب10/ كون المعادلة التي جذريها 3 ، 4 ؟

الحل: بتطبيق القانون : $x^2-(r_1+r_2)\,x+(r_1\times r_2)$ يكون الحل : $x^2-(3+4)\,x+(3\times 4)$

ويكون الحل أخيراً $x^2-7x+12=0$

الأعداد المركبة :

– العدد التخيلي : هو العدد السالب الذي يوجد بداخل الجذر.

– الوحدة التخيلية : هي الجذر التربيعي للعدد -1 أي بصيغة أخرى : $i=\sqrt{-1}$

– العدد التخيلي البحت : هي الجذر التربيعي لأعداد حقيقة سالبة مثل : $6i\,,-2i\,,i\sqrt{3}$

– الأعداد المركبة : هي الأعداد التي يمكن كتابتها على الصورة a+ib حيث a,b عددان حقيقيان ، i الوحدة التخيلية.

تدريب11/ أي من الخيارات التالية تُكافئ العبارة $\sqrt{-27}$:

أ) $3\sqrt{-3}$ ب) $3i\sqrt{3}$ ج) $3i+\sqrt{3}$ د) $3+\sqrt{3i}$

الحل : الإجابة (ب) وذلك بالتحليل لعوامل :

يتضح من التحليل أن $27 = 1 \times 3 \times (3)^2$ ويُلاحظ أن العدد بداخل الجذر سالب

لذلك الحل يكون $\sqrt{-1 \times 3^2 \times 3}$ = $i \times 3 \times \sqrt{3}$ = $3i\sqrt{3}$.

3	27
3	9
3	3
	1

تدريب12/ الجذر التربيعي للعدد السالب ، للمعادلة $6i\sqrt{6}$ هو :

أ) $\sqrt{-216}$ ب) $\sqrt{-125}$ ج) $\sqrt{-81}$ د) $\sqrt{-41}$

الحل: هُنا لا نُحلل لأن الجذر ناطق فيكون الحل $6\sqrt{6i} = \sqrt{6i \cdot 6^2} = \sqrt{6i \cdot 36} = \sqrt{-216}$

– قوى الوحدة التخيلية :

$$i^1 = i$$
$$i^2 = -1$$
$$i^3 = i^2 \cdot i^1 = -i$$
$$i^4 = (i^2)^2 = 1$$
$$i^5 = i^4 \cdot i^1 = i$$
$$i^6 = i^4 \cdot i^2 = -1$$
$$i^7 = i^4 \cdot i^3 = -i$$
$$i^8 = (i^2)^4 = 1$$

تدريب13/ ناتج $3i \times 4i$:

أ) 12i ب) −12 ج) 24 د) −24

الحل : الإجابة (ب) $4 \times 3 \times i^2 = 4 \times 3 \times -1 = -12$

تدريب14/ $4x^2 + 100 = 0$:

أ) −5 ب) −5i ج) $\pm 5i$ د) ± 5

الحل : الإجابة (ج) $\pm 5i$

تدريب14/ ناتج i^{42} :

أ) i ب) $-i$ ج) −1 د) 1

الحل : بسط العبارة بأقل ما يمكن $(i^2)^{21} = i^2 = -1$

تدريب15/ ناتج i^{55} :

أ) i ب) $-i$ ج) −1 د) 1

الحل : بسط العبارة بأقل ما يمكن : $i^5 \times i^{11} = -i \times -1 = i$

تدريب16/ i^{20} :

أ) i ب) $-i$ ج) −1 د) 1

الحل : بسط العبارة بأقل ما يمكن : $i^{10} \times i^{10} = -1 \times -1 = 1$

تدريب17/ i^{200} :

أ) i ب) $-i$ ج) −1 د) 1

الحل : الإجابة (د) 1 بالتبسيط ($i^{100} \times i^{100}$) وهي من مضاعفات الـ 10

تدريب18/ أوجد قيمتي x , y اللتين تجعلان المعادلة التالية صحيحة

$5x + 1 + (3 + 2y)i = 2x - 2x + (y - 6)i$:

الحل : بمساواة الجزء الحقيقة مع الجزء الحقيقي والجزء التخيلي مع الجزء التخيلي.

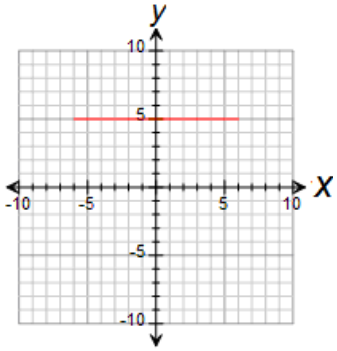
$5x + 1 = 2x - 2$ ، ويصبح الحل $x = -1$ وكذلك $3 + 2y = y - 6$ ويصبح الحل $y = -9$

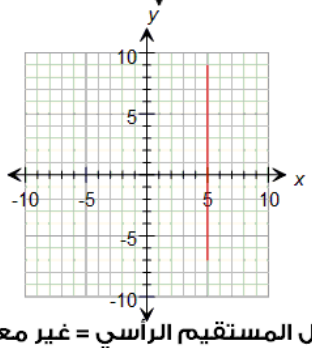
– ملاحظة هامة / في حالة قسمة الأعداد المركبة (عدد تخيلي + عدد حقيقي) فإننا نضرب بمرافق المقام.

الفصل الثاني:

الهندسة الإحداثية

الميل :





ميل المستقيم الرأسي = غير معرف

– الميل : هو النسبة بين ارتفاع المستقيم العمودي والمسافة الأفقية ، ويُعطى قانون الميل بالعلاقة :

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ أي فرق الصادات / فرق السينات .

– إذا كان المستقيم أفقياً (موازياً لمحور السينات) فإن ميله = 0 (m = 0)

– إذا كان المستقيم عمودياً (موازياً لمحور الصادات) فإن ميله غير معرف.

– يكون للمستقيمين غير الرأسيين الميل نفسه إذا وفقط إذا كانا متوازيين.

– يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا وفقط إذا كان حاصل ضرب ميليهما = (– 1).

– إذا كان $x_1 = x_2$ و $y_1 \neq y_2$ فإن المستقيم يكون رأسياً وميله غير معرف.

– إذا كان $x_1 \neq x_2$ و $y_1 = y_2$ فإن المستقيم يكون أفقياً وميله = 0

س28/ ميل المستقيم التالي : $A = (3, -5)$ ، $B = (6, -2)$

أ) 1– ب) 1 ج) 9/7– د) 9/7–

الحل : فرق الصادات / فرق السينات = (–2 – (– 5) / (3 – 6 = 3/3 = 1

x	y
3	–5
6	–2

س29/ إذا كان ميل AB = 2/5 ، وكان ميل CD = –5/2 فإن المستقيمان يكونان :

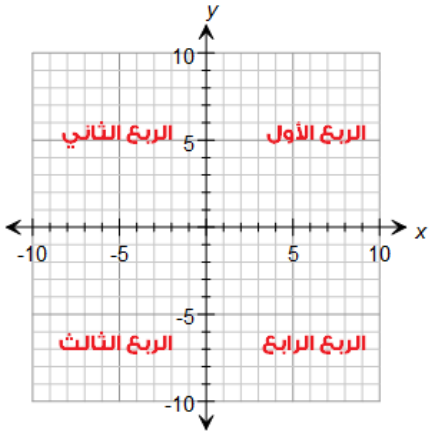
أ) متعامدان ب) متوازيان ج) متعامدان ومتوازيان د) غير ذلك

الحل : متعامدان ، لأن مثل قلب للكسر ، وإبدال لإشارة.

مُعادلة المستقيم :

– يمكن كتابة معادلة المستقيم إذا عُلم :

(1) الميل والمقطع الصادي (2) الميل ونقطة على المستقيم (3) نقطتان على المستقيم



– معادلة المستقيم بدلالة الميل والمقطع الصادي تُعطى بالعلاقة :

$y = m x + b$، حيث: b : محور الصادات ، m : الميل.

– معادلة المستقيم بصيغة النقطة والميل :

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

– معادلة المستقيم بمعلومية نقطتين عليه :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$y - y_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_2)$$

– حالات خاصة لمعادلة المستقيم :

* إذا كان يوازي محور السينات : معادلته هي : $y = y_1$ أو $y = b$

* إذا كان يوازي محور الصادات : معادلته هي : $x = x_1$

* إذا كان يوازي نقطة الأصل (0,0) : معادلته هي : $y = mx$

س30/ اكتب معادلة المستقيم الذي ميله 3– والمقطع الصادي 2 بصيغة الميل والمقطع ؟

الحل : $b = 2 \ , \ m = -3$

والقانون : $y = m\,x + b$ وبالتعويض $y = -3x + 2$

س31/ اكتب معادلة المستقيم الذي ميله $-\frac{1}{3}$ ويمر بالنقطة (4,–2) ؟

$x_1 \ \ y_1$
$(4, -2)$

الحل : $y - y_1 = m\,(x - x_1)$

وبالتعويض بالقانون : $y + 2 = \frac{-1}{3}x + \frac{4}{3}$

نقطة المنتصف (معادلة العمود المنصف) :–

يُعطى قانون نقطة المنتصف بالعلاقة : $M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

المسافة بين نقطتين (طول قطعة مستقيمة) :

يُعطى قانون المسافة بين نُقطتين بالعلاقة : $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

– يكونان المستقيمان متوازيان إذا كان البعد بينهما ثابتاً دائماً.

إذا كان [AB] // محور السينات فإن | AB | = | فرق السينات |

إذا كان [AB] // محور الصادات فإن | AB | = | فرق الصادات |

– دائماً طول القطعة المستقيمة يكون موجباً (+) .

– التحويلات الهندسية :

للتحويلات الهندسية أنواع وهي :

1) الانعكاس. 2) الإزاحة (الانسحاب). 3) الدوران. 4) التمدد. 5) التبليط.

أولاً / الانعكاس :

– الانعكاس : تحويل يمثل قلب الشكل في نقطة أو في خط مستقيم أو في مستوى .

الانعكاس	من الأصل للصورة	كيفية إيجاد إحداثيات الصورة
حول محور (x)	$(a,b) \rightarrow (a,-b)$	بضرب الإحداثي الصادي (y) في (– 1)
حول محور (y)	$(a,b) \rightarrow (-a,b)$	بضرب الإحداثي السيني (x) في (–1)
حول نقطة الأصل (0,0)	$(a,b) \rightarrow (-a,-b)$	بضرب كلا الإحداثيين (x ,y) في (–1)
حول المستقيم y = x	$(a,b) \rightarrow (b,a)$	بتبديل الإحداثي x مكان الإحداثي y

ثانياً / الإزاحة :

* الإزاحة نوعان رأسية وأفقية :–

– الإزاحة الرأسية (التغير في الإحداثي الصادي) : ⊕ أعلى ⊖ للأسفل

– الإزاحة الأفقية (التغير في الإحداثي السيني) : ⊕ يمين ⊖ يسار

صورة النقطة P(x,y) بإزاحة (a,b) ← P' (x + a , y+b)

ثالثاً / الدوران :

* الدوران : تحويل تدور به كل نقطة من نقاط الشكل بزاوية معينة واتجاه معين حول نقطة ثابتة تسمى (مركز الدوران).

– الدوران نوعان :

1) دوران موجب (+) : وهو الدوران عكس اتجاه عقارب الساعة . مثل : الطواف حول الكعبة وحركة إطار السيارة .

2) دوران سالب (–) : وهو الدوران مع اتجاه عقارب الساعة.

* صورة النقطة (x,y) بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية 90 درجة :

– إن كان في عكس اتجاه حركة عقارب الساعة (–y,x) أما إن كان مع اتجاه حركة عقارب الساعة (y,–x).

* صورة النقطة (x,y) بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية 180 : (–x,–y) .

– الدوران بزاوية 360 يسمى الدوران المحايد لأنه يعيد الشكل لوضعه الأصلي .

– مقدار رتبة التماثل الدوراني للمضلع المنتظم $\frac{360^o}{n}$ حيث n : عدد الأضلاع .

س33/ تدور شفرات المروحة والتي لها 5 أضلاع في الهواء لتوفير التكييف ، التماثل الدوراني لها هي :

أ) 60 ب) 62 ج) 70 د) 72

الحل : (72) لأن رتبة التماثل الدوراني = 360/5 = 72، بينما رتبة التماثل الدوراني لها هي : 5 (نفس الأضلاع).

رابعاً / التمدد :

– التمدد : نوع من التحويلات الهندسية حيث يحدث تغيير في قياسات الشكل .

– للتمدد عنصرين أساسين وهما : مركز التمدد ومعامل التمدد .

– معامل التمدد يُعطى بالعلاقة : $\frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$ ويرمز له بالرمز r .

ومن خلاله نستنتج أن طول الصورة = طول الأصل × معامل التمدد ..

* هُناك 3 حالات لمعامل التمدد وهي :

(1) إذا كان $|r| > 1$ فالتمدد يكون تكبير.

(2) إذا كان $|r| < 1$ فالتمدد يكون تصغير.

(3) إذا كان $|r| = 1$ فالتمدد يكون تحويل تطابق.

– إذا كان $r>0$ فالأصل والصورة في نفس الجهة من مركز التمدد أما $r<0$ فالأصل والصورة مختلفتين من مركز التمدد.

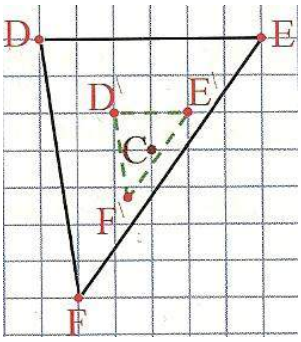
س34/ إذا علمت أن معامل التمدد = $\frac{2}{3}$ فإن التمدد يكون :

أ) تمدد تكبير ب) تمدد تصغير ج) تحويل تطابق د) ليس تمدداً

الحل : تمدد تصغير لأن $|r| < 1$.

س35/ إذا كانت $\overline{A`B`}$ صورة $\overline{AB}$ بمعامل التمدد r = 2 ، وكان AB = 12 فإن A`B` :

أ) 6 ب) 12 ج) 24 د) 36



الحل : (24) حسب قانون معامل التمدد .

س36/ في الشكل التالي ، معامل التمدد (r) =

أ) 1/3 ب) 2/7 ج) 5/6 د) 1/2

الحل : 1/3 لأن طول الصورة = 6 ، وطول الأصل = 2 (حسب المربعات بالنسبة للطول)

لذا 1/3 = 2/6 .

التبليط :

– التبليط 3 أنواع حسب الانتظام : (1) منتظم. (2) شبه منتظم. (3) غير منتظم.

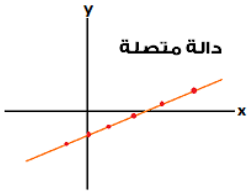
* التبليط المنتظم يتألف من ضلع واحد فقط منتظم أما الشبه منتظم يتألف من مضلعين منتظمين أو أكثر.

– والتبليط حسب الشكل يكون : متسق أو غير متسق .

المتسق يحتوي على الترتيبات نفسها للأشكال والزوايا عند كل رأس أما الغير متسق فيحتوي على ترتيبات مختلفة للأشكال والزوايا عند رؤوس مختلفة.

التبليط للمضلع المنتظم يُعطى بالعلاقة : $\frac{180(n-2)}{n}$

العلاقات والدوال :



– الدالة : علاقة يرتبط فيها كُل عنصر في المجال بعُنصر وحد في المدى .

– الدالة المتباينة : دالة لا يرتبط أكثر من عنصر في المجال بالعنصر نفسه في المدى .

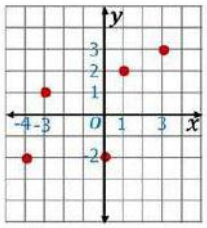
* الدوال من حيث الاتصال ، تنقسم لقسمين :

– دالة متصلة : وهي الدالة التي تكون عناصرها على نفس الاستواء (الخط) .

– دالة منفصلة : الدالة التي تكون عناصرها متفرقة وليست على نفس الخط .

للتعرف على أن الشكل يمثل دالة أو لا نستخدم طريقة – اختبار الخط الرأسي – .

وهي أن نضع خط رأسي على الرسم الديكارتي (البياني) فإن قطع الخط الرأسي نقطة واحدة فالعلاقة دالة ، أما إن قطع بأكثر من نقطة فالعلاقة ليس دالة .



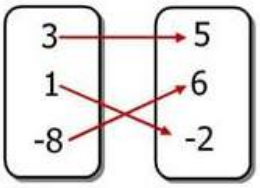
– الدالة تشتمل على مجال ومدى (مجال مقابل) ، دائماً المجال يشمل قيم (x) والمدى يشمل قيم (y)

ولذلك يسمى المجال بالمتغير المستقل ، أما المدى بالمتغير التابع (الذي يتبع المتغير المستقل).

س37/ في الشكل التالي هل العلاقة دالة ؟ وهل الدالة متصلة أو منفصلة ؟

– العلاقة ليست دالة لأن ارتبط عنصرين من المجال بالمدى . والدالة منفصلة.

س38/ حدد كلا من المجال والمدى في العلاقة التالية ، مع بيان هل هي دالة ؟ وإذا كانت دالة فهل ستكون متباينة؟

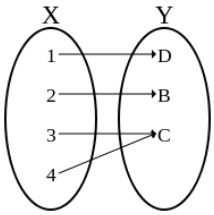


الحل :

المجال (8 – , 1 , 3) لأنه خارج منه السهم للمدى . والمدى (2– , 6 , 5) .

ولذا تعتبر دالة لأن كل عنصر من المجال ارتبط بعنصر آخر في المدى ولذلك فهي دالة متباينة.

س39/ هل يمثل الشكل التالي دالة ؟



نعم يمثل دالة لأن هذا النوع من الدوال يسمى دالة شاملة (شمولية) .

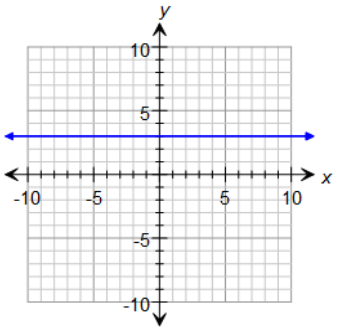
(المجال = المدى المقابل).

س40/ لتكن $h(x) = 0.5x^2 - 5x + 3.5$ فإن قيمة $h(2) =$

أ) 11.5 ب) 4.5– ج) 0 د) لايمكن التعريف بالدالة

الحل : بالتعويض المباشر الإجابة (ب) 4.5–

الدوال الأم :



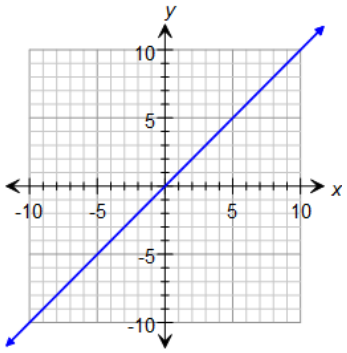
* الدالة الثابتة :

– تُعطى الدالة الثابتة بالعلاقة : $f(x) = c$

– الدالة الثابتة مجالها : $\mathbf{R}$ ومداها : $\{\mathbf{c}\}$.

– منحناها متصل.

– المنحنى متماثل حول محور y ; لذا فهي دالة زوجية.



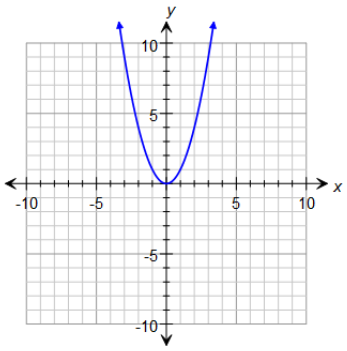
* الدالة المحايدة (الدالة الخطية) :

– تُعطى الدالة المحايدة بالعلاقة $f(x) = x$ ويرمز لها بالرمز $I(x)$

– مجال الدالة المحايدة : $\{x|x \in R\}$ ومداها : $\{y|y \in R\}$

– منحناها متصل.

– المنحنى متماثل حول نقطة الأصل ; لذا فالدالة فردية.



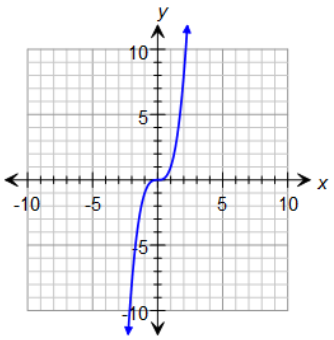
* الدالة التربيعية :

– تُعطى الدالة التربيعية بالعلاقة: $f(x) = x^2$

– مجال الدالة $\{x|x \in R\}$ ومداها : $\{y|y \geq 0,\ y \in R\}$

– المنحنى متصل.

– المنحنى متماثل حول المحور y ; لذا فالدالة زوجية.



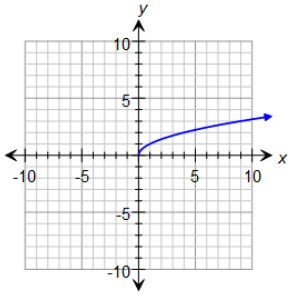
* الدالة التكعيبية :

– تُعطى الدالة التكعيبية بالعلاقة : $f(x) = x^3$

– مجال الدالة التكعيبية : $\{x|x \in R\}$ ومداها : $\{y|y \in R\}$

– المُنحنى متصل.

– المنحنى متماثل حول نقطة الأصل $(0,0)$; لذا الدالة فردية.



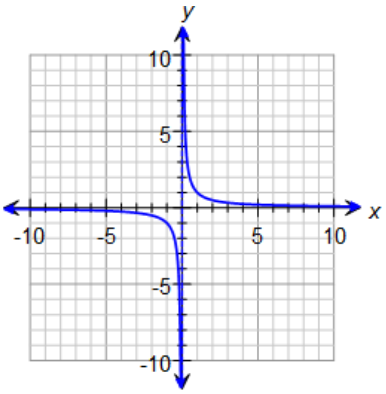
* دالة الجذر التربيعي :

– تُعطى دالة الجذر التربيعي بالعلاقة : $f(x) = \sqrt{x}$

– مجال دالة الجذر التربيعي : $\{x|x \geq 0\}$ومداها : $\{y|y \geq 0\}$.

– المُنحنى متصل.

– المُنحنى غير متماثل لذا الدالة ليست فردية ولا زوجية.



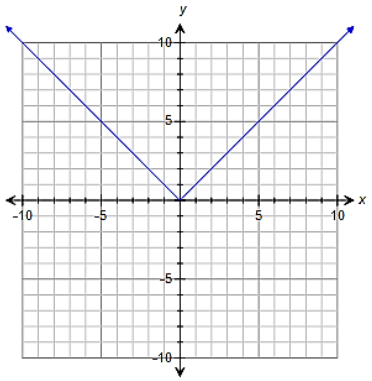
* دالة المقلوب :

– تُعطى دالة المقلوب بالعلاقة : $f(x) = \frac{1}{x}$.

– مجال دالة المقلوب : $\{x|x \neq 0, x \in R\}$ ومداها : $\{y|y \neq 0, y \in R\}$.

– المُنحنى لا يقطع أياً من المحورين.

– منحنى الدالة متماثل حول نقطة الأصل ; لذا الدالة ليست فردية ولا زوجية .



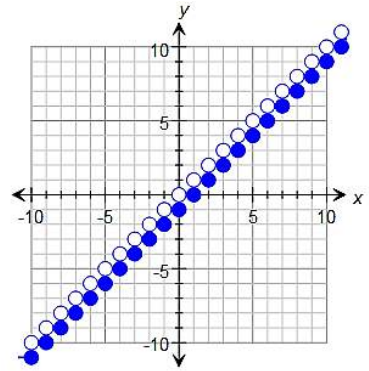
* دالة القيمة المطلقة :

– تُعطى دالة القيمة المطلقة بالعلاقة : $f(x) = |x|$.

– مجال دالة القيمة المطلقة : $\{x|x \in R\}$ومداها : $\{y|y \geq 0,\ y \in R\}$ (R^+)

– المُنحنى متصل.

– منحنى الدالة متماثل حول محور y ; لذا فالدالة زوجية.



* الدالة الدرجية (دالة أكبر عدد صحيح) :

– تُعطى الدالة الدرجية بالعلاقة : $f(x) = [\![x]\!]$.

– مجال الدالة الدرجية : $\{x|x \in R\}$ ومداها : $\{y|y \in Z\}$.

– منحنى الدالة ليس له تماثل ; أي أنه الدالة ليست فردية ولا زوجية.

س41/ إذا كانت $f(x) = [[x]]$ فإن $[[3.32]]$ =

أ) 3.32 ب) −3.32 ج) 3 د) 4

الحل : 3 لأن في الدالة الدرجية إذا كان العدد > النصف فالعدد يجبر ، أما في حالة كان < 0 فالعدد يبقى دون الكسر.

س42/ إذا كانت $f(x) = [[x]]$ فإن $[[-4.66]]$ =

أ) −4.66 ب) 4.66 ج) −5 د) 5

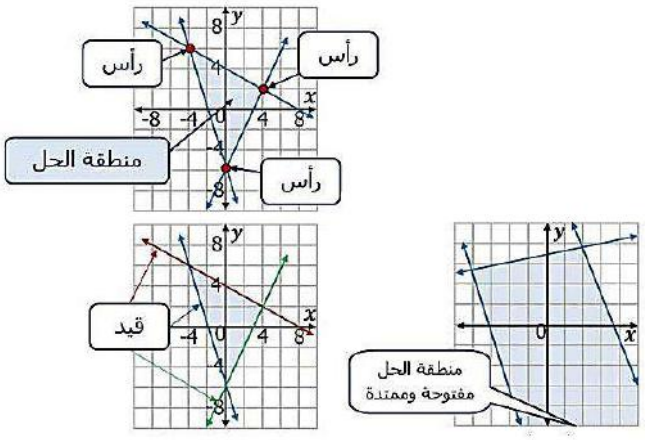
الحل : −5 ، تذكر دائماً الدالة الدرجية ليست دالة قيمة مطلقة ! .

س43/ في الدالة الدرجية التالية $h(x) = [[3x]] - 8$ طول الدرجة =

أ) 3 ب) −3 ج) 1/3 د) −1/3

الحل : 1/3 ، والمطلوب طول الدرجة وليس قيمة العدد ، وقانون إيجاد طول الدرجة في الدالة الدرجية هو : $\left|\frac{1}{x \text{ معامل}}\right|$

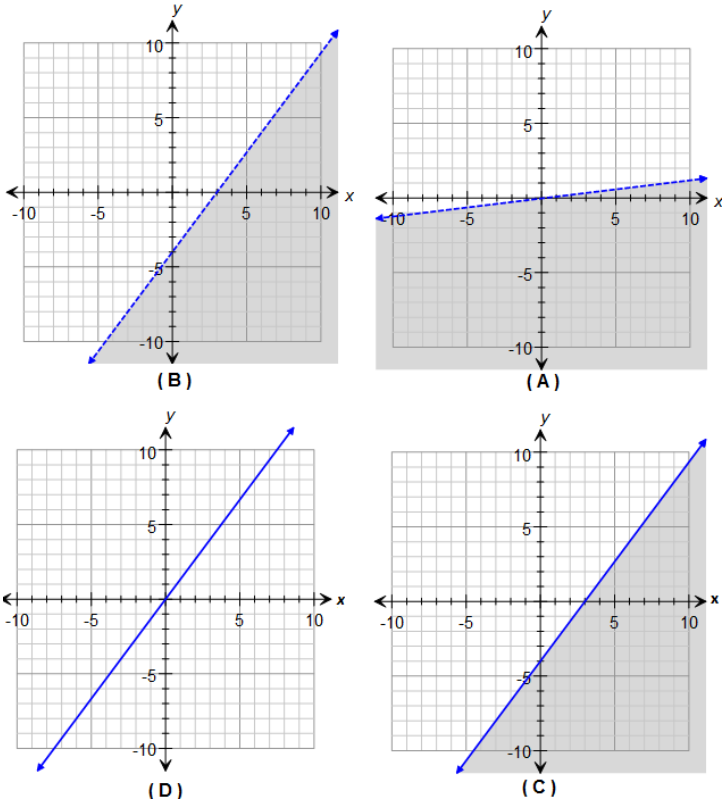
– البرمجة الخطية والحل الأمثل :



– منطقة الحل في الجزء الأوسط ، والقيود الخطوط البارزة والممتدة.

– ومنطقة الحل نوعان مفتوحة ومغلقة .

س44/ الدالة التالية : $f(x) = 4x - 3y > 12$ لها التمثيل البياني :



أ) (A)

ب) (B)

ج) (C)

د) (D)

الحل : في التمثيل البياني يكون الخط المتصل إذا كان يحتوي على علاقة مساواة ($\leq , \geq$) أما المنفصل إذا كان لا يحتوي على علاقة مساواة ($< , >$) ولذلك نستبعد كلا من (ج) و (د) ويتبقى لدينا (أ) ، (ب).

بعد ذلك نختبر هل 0 تشمل المنطقة المظللة أم لا ؟

نعوض بالقيم جميعها (x,y) بالصفر للاختبار الجزء المظلل .

$4(0) - 3(0) > 12$ ؟

هل $0>12$ الإجابة خاطئة لأن $0 \not> 12$ وهذا يعني أن الجزء المظلل لا يشمل منطقة (0) ونظلل ما تحت الصفر

وبالتالي الحل يكون: الإجابة (ب) B .

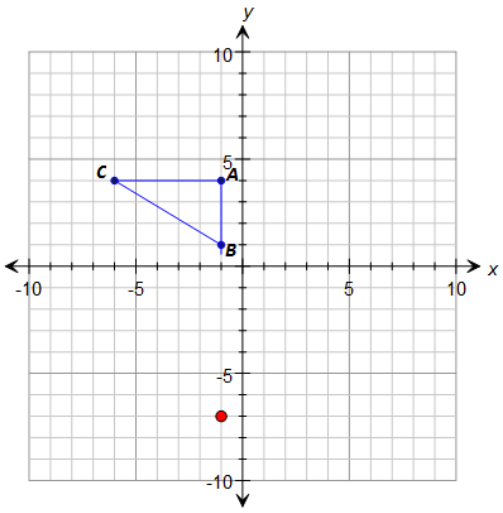
ملاحظة هامة جداً / متى يكون من الممكن تظليل منطقتين مختلفتين في الرسم البياني ؟

– عندما تكون x,y بداخل القيمة المطلقة $|y| \leq |x|$.

س45/ عدد الأعداد الصحيحة التي تحقق المتباينة $/x/ < \pi$ حيث π هي النسبة التقريبية هو:

أ) 5 ب) 6 ج) 7 د) 8

الحل : 7 ، القيم التي تأخذها النسبة التقريبية هي { 3 , 2 , 1 , 0 , 1– , 2– , 3– } وهي 7.



س46/ ماهي مساحة المثلث ABC ؟

أ) 5 ب) 6 ج) 7 د) 8

الحل : يُلاحظ أن النقاط هي A (−1,4) و B (−1,1) و C(−6,4)

لذا طول AB = 3 = | 3 | = | (− 4) − 1 | | AB |

وطول AC = 5 = | −5 | = | (− 1) − −6 | = |AC|

ومن ذلك نستطيع أن نقول مساحة المثلث = طول القاعدة × الارتفاع / 2

$$= \frac{3\times5}{2} = 7.5$$

س47/ أي مما يأتي يُعد وصفاً مناسباً للتمثيل البياني للمعادلتين :

$$y = 3x - 5\ , 4y = 12x + 16$$

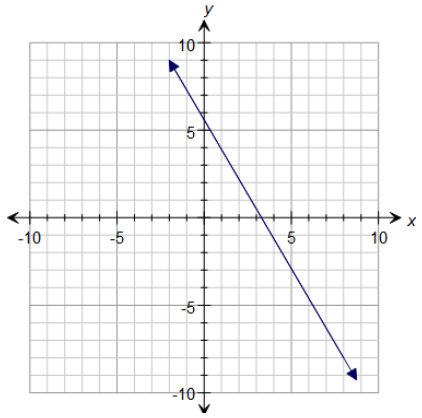
أ) مستقيمان لهما المقطع y نفسه

ب) مستقيمان متعامدان

ج) مستقيمان لهما المقطع x نفسه

ج) مستقيمان متوازيان

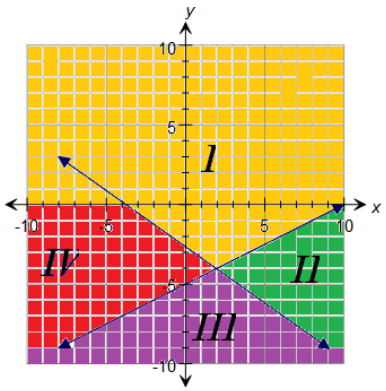
الحل : بتبسيط المعادلة $4y = 12x + 16$ فإنها $y = 3x + 4$ وبما أنها متساوية في معامل x فسيكونان المستقيمان متوازيان.



س48/ ميل المستقيم الممثل بيانياً على المستوى الإحداثي الآتي هو :

أ) −3 ب) $-\frac{1}{3}$ ج) $\frac{1}{3}$ د) 3

الحل : بما أن التمثيل البياني ينحدر من اليسار إلى اليمين فإن الميل سالب ، لذا نستبعد البديلين (أ ، ب) ، وبما أن التمثيل البياني نلاحظ أن يقطع المحور x في نقطة (3) لذلك يكون الحل هو (أ) .



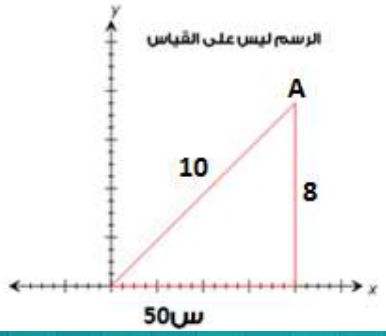
س49/ على الشكل يُساره ، منطقة حل النظام :

$$y \le \frac{1}{2}x - 2$$

$$y \le -\frac{2}{3}x - 1$$

أ) I ب) II ج) III د) IV

الحل : المنطقة II (بالتعويض بـ 0 في كل القيم) .



س50/ ما إحداثيات النقطة (A) في الشكل التالي :

أ) A(8,10) ب) A(10,8) ج) A(6,8) د) (6,10)

الحل : بتطبيق نص نظرية " عكس نظرية فيثاغورس " يتضح

$$10^2 - 8^2 = 100 - 64 = \sqrt{36} = 6$$

وبما أن A(x,y) فإن نقطة A تكون : A(6,8) والإجابة هي (ج).

س51/ في الدالة التالية $f(x) = \frac{2}{x-3}$ تكون الدالة غير معرفة عند :

أ) 3 ب) -3 ج) 2 د) 0

الحل : تكون الدالة غير معرفة عند 3 وذلك لأن $f(3) = \frac{2}{3-3}$ تكون غير معرفة .

س51/ يكون مجال الدالة : $h(x) = \frac{1}{x+2} - 1$ هو :

أ) $h(x) = x | x \neq -1, x \in R$ ب) $h(x) = x | x \neq 2, x \in R$

ج) $h(x) = x \in R$ د) $h(x) = x | x \neq -2, x \in R$

الحل : الإجابة (د) ، وذلك لأن الدالة تكون عند -2 غير معرفة ولذلك نستبعد (-2) ، أما المدى فهو الإجابة (أ). وهو الجزء المقطوع .

س52/ خط التقارب للدالة : $f(x) = \frac{2}{x-6} + 4$ هو :

أ) -6 ب) 6 ج) -4 د) 4

الحل : (ب) 6 وذلك لأن $x-6 = 0$ فلذلك $x = 6$ وهو يمثل خط التقارب .

س53/ في الدالة التالية : $g(x) = \frac{x^2}{x+1}$ يكون خط التقارب الأفقي :

أ) -1 ب) 1 ج) 2 د) 0

الحل : خط التقارب الأفقي = 0 ، ونستطيع إيجاد خط التقارب الأفقي بالعلاقة :

$$\frac{a(x)}{b(x)}$$

فإذا كانت درجة معامل a> معامل b فلا يوجد خط تقارب أفقي

أما إن كانت درجة معامل b > درجة معامل a فخط التقارب الأفقي هو المستقيم y = 0

أما إن كانت درجة معامل a = درجة معامل b فخط التقارب هو $\frac{\text{معامل } a}{\text{معامل } b}$

س54/ نقطة الانفصال للدالة : $d(x) = \frac{x^2-16}{x-4}$:

أ) تكون 4 على محور x ب) تكون 4 على محور y ج) لا يوجد نقطة انفصال د) نقطة الانفصال y=0

الحل : نقطة الانفصال تكون 4 على محور x.

س55/ في الدالة التالية : $f(x) = \frac{x^3+2x^2-9x-18}{x^2-9}$ تكون نقطة الانفصال (على محور x) :

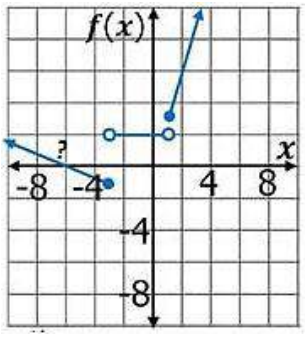
أ) 3 ب) -3 ج) 3 و -3 د) لا يوجد نقطة انفصال

الحل : (ج) -3 و 3 على محور x .

س56/ الدالة $t(x) = \frac{1}{6x(x-1)}$ يكون خط التقارب الرأسي لها هو :

أ) 1 ب) 0 ج) 0,1 د) $-1,0$

الحل : الإجابة (ج) 0 و 1 (عوض بفرع الدالة في المقام بالقيم)



س57/ في الشكل التالي دالة متعددة التعريف ، الدالة المحدد عليها (بعلامة الاستفهام) تكون معادلتها :

أ) $f(x) = -\frac{1}{3}x - 2, x \leq -3$ ب) $f(x) = 3x, x \geq 1$

ج) $f(x) = -4x - 8, x \geq 0$ د) $f(x) = 2, -3 < x < 1$

الحل : لإيجاد دالة من خلال شكلها بياني نستعمل قانون الميل ونحدد الإحداثيات ،

نُلاحظ أن النقاط هي تقريباً عند $y_1(-1)$, $x_1(-3)$ ولذلك النقطتين $P(x_1, y_1) = (-3, -1)$

والنقطة الأخرى عند : $y_2(0)$, $x_2(-6)$ وبتطبيق قانون الميل ، الحل = $-1/3$ ثم بعد ذلك تطبيق معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع.

الدالة العكسية :

– الدالة العكسية : هي الدالة الناتجة عن تبديل مجال الدالة ومداها ويرمز لها بالرمز $f^{-1}(x)$

وفي الرسم البياني لتحديد الدالة عكسية أما لا نستعمل اختبار الخط الأفقي.

ملاحظات هامة على الدالة العكسية :

– ليس لكل دالة ، دالة عكسية. – الدالة العكسية رمزها $f^{-1}(x)$ وليست $\frac{1}{f(x)}$

س58/ الدالة $f(x) = \frac{x-3}{5}$ ، الدالة العكسية لها هي :

أ) $f^{-1}(x) = \frac{5}{x-3}$ ب) $f^{-1}(x) = \frac{15x-15}{5}$ ج) $5x + 3$ د) $3x + 5$

الحل : نُعيد صياغة الدالة كمعادلة بمتغيرين x, y وتكون :

$f(x) = \frac{x-3}{5}$ وضع مكان y ← $y = \frac{x-3}{5}$ تبديل مكان y بـ x ← $x = \frac{y-3}{5}$ الناتج ← $5x + 3$

الدالة الزوجية والدالة الفردية :

– الدالة الزوجية : هي الدالة التي تحتوي على أسس زوجية – الدالة الفردية : هي الدالة التي تحتوي على أسس فردية.

س59/ الدالة : $f(x) = x^3 - 2x$ هي دالة :

أ) زوجية ب) فردية ج) لا زوجية ولا فردية د) غير ذلك.

الحل : الدالة فردية حسب قيمة الأس .

س60/ الدالة $h(x) = x^3 - 0.5x^2 - 3x$ هي دالة :

أ) زوجية ب) فردية ج) لا زوجية ولا فردية د) غير ذلك.

الحل : الدالة لا زوجية ولا فردية لاحتوائها على أس فردي وزوجي وبناءًا على ذلك الإجابة (ج) .

س61/ الدالة $g(x) = 4\sqrt{x}$ هي دالة :

أ) زوجية ب) فردية ج) لا زوجية ولا فردية د) غير ذلك.

الحل : لا زوجية ولا فردية .

الفترات ورموزها :

مجموعة الأعداد :

المجموعة العددية	تعريفها
الأعداد الحقيقة R	هي جميع المجموعات والأعداد الرياضية.
الأعداد الصحيحة Z	هي الأعداد التي تحتوي على الأعداد الموجبة والسالبة والصفر.
الأعداد الكلية W	الأعداد الشاملة من الصفر إلى المالانهاية $0,1,2,\ldots$
الأعداد الطبيعية N	الأعداد الشاملة من الواحد إلى المالانهاية $1,2,3,\ldots$
الأعداد التخيلية ι	هي الأعداد السالبة بداخل الجذر مثل : $\sqrt{-3}$
الأعداد المركبة C	الأعداد المركبة من أعداد تخيلية وأي عدد حقيقي آخر مثل: $2i + 5$
الأعداد الأولية P	الأعداد الصحيحة الأكبر من 1 ولا تقبل القسمة إلى على نفسها أو على الواحد مثل : $3,5,7,11\ldots$

* الفترات 3 أنواع وهي :

– فترة مفتوحة، ويرمز لها بالرمز ( ) أو] [

– فترة مغلقة، ويرمز لها بالرمز [ ] أو ( )

– فترة نصف مفتوحة أو نصف مغلقة ، ويرمز لها بالرمز ( ] أو [ )

الفترة المغلقة تشتمل على رمز المتباينتين $<,>$ والفترة المفتوحة تشتمل على رمز المتباينتين $\leq,\geq$

– في الرسم البياني النقطة المظللة (المغلقة) ترمز للفترة المغلقة ، والنقطة (الغير مظللة) ترمز للفترة المفتوحة

س61/ رمز الفترة للمجموعة $-8 < x \leq 16$ هي :

أ) [16 ، 8] ب) (16 ، 8] ج) [16 ، 8) د) (16 ، 8)

الحل :

يُلاحظ أن رمز المتباينة $\leq$ ولذلك تكون مغلقة أي [، و 8– تكون عندها الفترة مفتوحة أي) ولذلك الفترة هي [16 , 8–)

س62/ رمز الفترة للمجموعة $x < 11$ هي :

أ) [11 ، $-\infty$] ب) [11 ، ∞] ج) (11 ، $-\infty$) د) (11 ، ∞)

الحل : (د) (11 ، ∞)

س63/ رمز الفترة للمجموعة $x \leq -16$ أو $x > 5$ هي :

أ) $(-\infty, 16\ ] \cup [\ 5, \infty)$ ب) $[-\infty, 16\ ] \cup (\ 5, \infty)$

ج) $[-\infty, 16\ ) \cup (\ 5, \infty)$ د) $(-\infty, 16\ ] \cup (\ 5, \infty)$

الحل : الإجابة (د) .

س64/ الصفة المميزة لمجموعة الأعداد التالية : { 8,9,10,11, … } هي :

أ) $\{\ x | x > 8, x \in R\ \}$ ب) $\{\ x | x \geq 8, x \in R\ \}$

ج) $\{\ x | x > 8, x \in W\ \}$ د) $\{\ x | x \geq 8, x \in W\ \}$

الحل : الإجابة (د) $\{\ x | x \geq 8, x \in W\ \}$.

س65/ مجال الدالة : $f(x)=\frac{2+x}{x^2-7x}$ هو :

أ) $\{x|x\neq 0, x\neq 7, x\in R\}$ ب) $\{x|x\geq 7, x\in R\}$

ج) $\{x|x\neq -2, x\in R\}$ د) $\{x|x\geq 7, x\in R\}$

الحل : الإجابة (أ) لأن كلا 7 ، 0 تجعل المقام = 0 وبالتالي المعادلة تكون غير معرفة.

س66/ مجال الدالة $f(x)=\sqrt{x-5}$ هو :

أ) $\{x|x\neq 5, x\in R\}$ ب) $\{x|x\geq 5, x\in R\}$

ج) $\{x|x\neq 5, x\neq 0, x\in R\}$ د) $\{x|x\geq -5, x\in R\}$

الحل : الإجابة (ب) لأن في الدوال المحتوية على جذور يكون الحل كالتالي :

$x-5\geq 0$ إذاً $x\geq 5$ ولذلك المجال هو (ب) .

س67/ مجال الدالة $f(x)=\frac{8x}{\sqrt{2x+6}}$ هو :

أ) $\{x|x\neq 3, x\in R\}$ ب) $\{x|x\geq -3, x\in R\}$

ج) $\{x|x\neq -3, x\in R\}$ د) $\{x|x>-3, x\in R\}$

الحل : الإجابة (د) بالتعويض بفرع الدالة في المقام $2x+6>0$ إذاً $x>-3$

(استبعدنا علاقة التساوي $\geq$ لأن لو أصبح المقام = الصفر ، لأصبحت المعادلة غير معرفة).

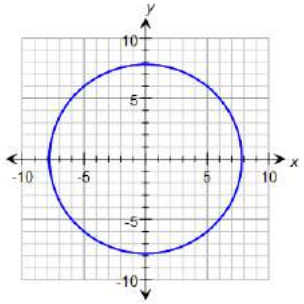
س68/ رمز المجموعة المميزة للمجموعة " المضاعفات الموجبة للعدد 5 " :

أ) $\{x|x=5n, x\in N\}$ ب) $\{x|x=5n, x\in W\}$

ج) $\{x|x\geq 5, x\in R\}$ د) $\{x|x\geq 5n, x\in W\}$

الحل : الإجابة (أ) وذلك لأنها تحقق المعادلة أعلاه ، استبعدنا مجموعة الأعداد W لأن الـ 0 ليس من مضاعفات الـ 5 ! .

س69/ يُعتبر الشكل التالي :



أ) دالة شاملة ب) دالة فوقية ج) دالة هندسية د) ليس دالة

الحل : (د) ليس دالة ، وذلك باستعمال خط الاختبار الرأسي.

س70/ مجال الدالة : $b(x)=\sqrt{x+6}+2$ هو :

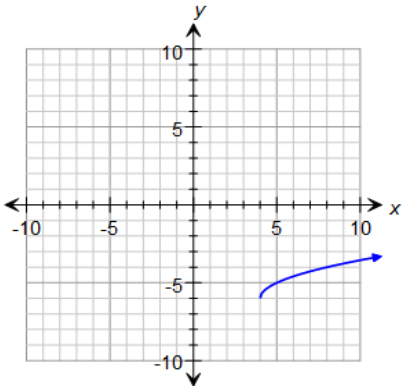
أ) $\{x|x\geq 8\}$ ب) $\{x|x\geq -6\}$

ج) $\{x|x>8\}$ د) $\{x|x>-6\}$

الحل : بما أن مجال دالة الجذر التربيعي يشمل فقط القيم التي تجعل ما تحت الجذر غير سالب فإن ..

$b(x)=\sqrt{x+6}+2 \Rightarrow x\geq -6$ لذا الإجابة (ب)

س71/ دالة الجذر التربيعي التي لها التمثيل البياني التالي هي :



أ) $f(x)=\sqrt{x-4-6}$ ب) $f(x)=\sqrt{x-4}-6$

ج) $f(x)=\sqrt{x-6-4}$ د) $f(x)=\sqrt{x+4}-6$

الحل : الإجابة (ب) نلاحظ أن نقطة (x,y) تكون عند (4,6) الجزء المقطوع يكون لـ y .

س72/ مجال الدالة $f(x)=\frac{1}{4}\sqrt{x-5}+3$ هو :

أ) $\{x|x\geq 5\}$ ب) $\{x|x>5\}$

ج) $\{x|x\neq 5, x\in R\}$ د) $\{x|x=5\}$

الحل : (أ) $\{x|x\geq 5\}$.

س73/ مدى الدالة $f(x)=\frac{1}{4}\sqrt{x-5}+3$ هو :

أ) $\{x|x\geq 5\}$ ب) $\{x|x\geq 3\}$

ج) $\{x|x\neq \frac{1}{4}, x\in R\}$ د) $\{x|x\neq 3\}$

الحل : (ب) $\{x|x\geq 3\}$ ، دائماً في دوال الجذر التربيعي ، المدى يكون نفسه دون تغيير.

س74/ مجال الدالة $f(x)<-\sqrt{x+2}-4$:

أ) $\{x|x\geq 2\}$ ب) $\{x|x\geq -2\}$

ج) $\{x|x\neq 2, x\in R\}$ د) $\{x|x<-4\}$

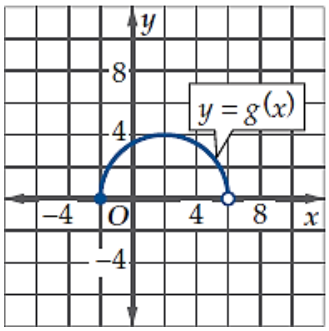
الحل : (ب) $\{x|x\geq -2\}$ ..

س75/ القيمة التقريبية للمقطع y للدالة $f(x)=\frac{-2x^3+4}{3}$:

أ) 3.2 ب) 1.33 ج) 0.75 د) 2.5

الحل : (ب) بالتعويض بقيمة x بـ 0 يكون الحل 1.33

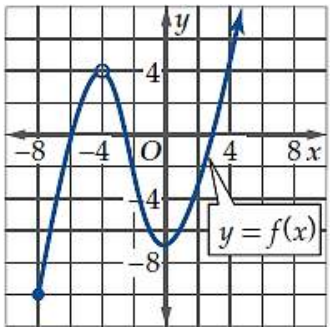
س76/ مجال التمثيل البياني التالي هو :



أ) $(6,4)$ ب) $[6,4)$ ج) $[6,-2)$ د) $[-2,6)$

الحل : (د) $[-2,6)$

س77/ مجال الدالة التالي هو :



أ) $\{x \mid x\geq -8, x\neq -4, x\in R\}$ ب) $\{x \mid x\geq -8, x\in R\}$

ج) $\{x \mid x\neq -4, x\neq -8 \; x\in R\}$ د) $\{x \mid x\geq -4, x\in R\}$

الحل : الإجابة (أ) .

س78/ متوسط التغير للدالة $f(x)=-x^3+3x$ عند الفترة $[-2,-1]$:

أ) 4 ب) −4 ج) 1 د) −1

الحل : بتطبيق قانون متوسط التغير (الميل) والذي ينص على :

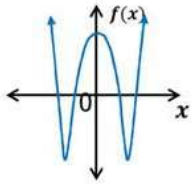
$$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$$

وبالتعويض بالقانون ، مع التعويض بصيغة الدالة يكون متوسط التغير للدالة : $=\frac{f(-1)-f(-2)}{-1-(-2)}$

$$\frac{[-(-1)^3+3(-1)]-[-(-2)^3+3(-2)]}{-1-(-2)}$$

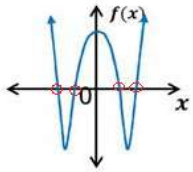
ولذا يكون الحل = −4

الأعداد النسبية والأصفار :



س79/ عدد الأصفار التي تنتمي لمجموعة الأعداد الحقيقة للدالة التالية :

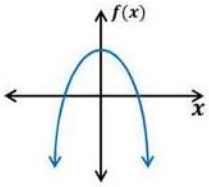
أ) 7 ب) 5 ج) 4 د) لا يوجد أصفار للدالة



الحل : الإجابة (ج) ، وذلك بتحديد عدد مرات قطع المحور x

س80/ الدالة التالية تُعتبر دالة :

أ) دالة زوجية ب) دالة فردية ج) لا زوجية ولا فردية د) غير ذلك



الحل : الدالة زوجية ، لأن عدد أصفارها = 2 .

قانُون دِيكارت :

– يُستخدم قانون ديكارت لتحديد العدد الممكن من الأصفار الحقيقة الموجبة والسالبة لأي دالة كثيرة حدود.

ويُعطى قانون ديكارت بالعلاقة : $p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

س81/ العدد الممكن للأصفار الحقيقة الموجبة للدالة $h(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9$ هو :

أ) 5 ب) 0 ، 2 ج) 3 ، 1 د) 2 ، 4

الحل : عدد الأصفار الكاملة (الحقيقة الموجبة والحقيقة السالبة) هي 5 .

ولكن الأعداد الحقيقة الموجبة ، نطبق عليها قانون ديكارت ويكون الحل هو :

نحسب عدد مرات التغير للإشارات:

$$h(-x) = \ominus 2x^5 \oplus x^4 \ominus 3x^3 \ominus 4x^2 \oplus x \oplus 9$$

يُلاحظ أن مقدار التغير 1+1+1 = 3، ولذلك = 3 ،ونجد أن الحل (ج) يتوافق مع ما هو مطلوب.

س82/ الدالة $P(x) = 5x^3 - 2x^2 + 7x + 1$ عدد الأصفار الحقيقة السالبة هي :

أ) 2 ، 0 ب) 1 ج) 3 د) 5

الحل : لحل الأعداد الحقيقة السالبة ، نعوض بقيمة سالبة في المجاهيل ! ونحدد مقدار التغير :

$P(-x) = 5(-x)^3 - 2(-x^2) + 7(-x) + 1$ فيكون الحل :

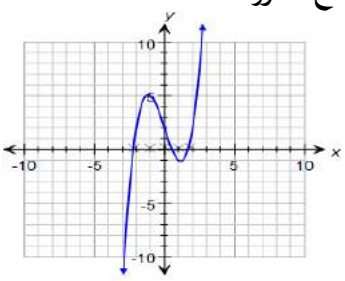
$P(-x) = -5(x)^3 - 2(x^2) - 7(x) + 1$ إذاً عدد الأصفار السالبة = 1 وبناءًا على ذلك فإن الإجابة (ب).

س83/ الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقة للدالة $f(x) = x^3 - 4x + 2$ في الفترة $[-4, 4]$

أ) [1,2] , [−3,2] , [−4,4] ب) [1,2] , [0,1] , [−3,2]

ج) [1,4] , [0,−3] , [−4,2] د) [4,2] , [−3,1] , [−4,0]

الحل : الإجابة (ب) [1,2] , [0,1] , [−3,2] بالتعويض بقيم في الدالة من (4 إلى −4) وملاحظة هل هي تقطع محور x أم لا،



العمليات على الدوال :

الجمع	$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
الطرح	$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
الضرب	$(f\cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
القسمة	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $g(x)\neq 0$

– يُقصد بالعمليات على الدوال : هو إجراء العمليات الحسابية المختلفة على الدوال.

س84/ إذا كانت $f(x) = x^2 + 5x - 2 , g(x) = 3x - 2$ فإن قيمة $(f + g)(x)$ =

أ) $(f + g)(x) = x^2 - 8x + 4$

ب) $(f + g)(x) = x^2 + 8x + 4$

ج) $(f + g)(x) = x^2 - 8x - 4$

د) $(f + g)(x) = x^2 + 8x - 4$

الحل :الإجابة (د) حسب قانون جمع الدوال : $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ ولذلك فإنها =

$(x^2 + 5x - 2) + (3x - 2) = x^2 + 8x - 4$

س85/ إذا كانت الدالتين $f(x), g(x)$ =$f(x) = x - 4 , g(x) = \sqrt{9 - x^2}$ فإن حاصل ضربهما =

أ) $x\sqrt{9 - x^2} + 4\sqrt{9 - x^2}$

ب) $x\sqrt{9 + x^2} - 4\sqrt{9 + x^2}$

ج) $x\sqrt{9 - x^2} - 4\sqrt{9 - x^2}$

د) $x\sqrt{9 + x^2} + 4\sqrt{9 + x^2}$

الحل : الإجابة (ج) حسب قانون ضرب الدوال .

س86/ مجال الدالة $(f - h)(x)$ إذا علمت أن قيمة كلا من $f(x), h(x)$:

$f(x) = x^2 + 4x , h(x) = 3x - 5$:

أ) $]-\infty, \infty[$

ب) $[-\infty, \infty)$

ج) $)-\infty, \infty($

د) $[-\infty, \infty]$

الحل : بطرح الدالتين ثم استخراج المجال ، الإجابة (أ) هي الأنسب لأن] هي نفسها ( ) .

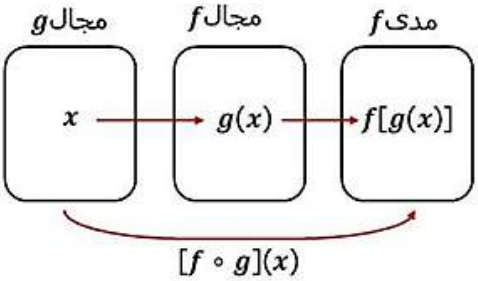
تركيب دالتين :

– تركيب دالتين : هي أحد الطرائق التي تستعمل لدمج دالتين . وعند تركيب دالتين فإن قيمة منها تستعمل لحساب قيم أخرى.

– يرمز لتركيب دالتين بالرمز $[f \circ g](x)$ أو $f[g(x)]$

وتقرأ (f بعد g) أو (f تحصيل g) .

– يُمكن أن يكون تركيب دالتين غير مُعرّف .



س87/ قيمة $[f \circ g](x)$ إذا علمت أن : $f(x) = x^2 + 1 , g(x) = x - 4$ هي:

أ) $x^2 - 8x - 17$

ب) $x^2 + 8x - 17$

ج) $x^2 + 8x + 17$

د) $x^2 - 8x + 17$

الحل : الإجابة " د " بالتعويض $[f \circ g](x) = f[g(x)]$ وبالتعويض بقيمة f $f(x - 4)$ =

يكون الحل : $(x - 4)^2 + 1$ وبفك مربعين يكون الحل $x^2 - 8x + 17$.

المتجهات

– يرمز للمتجه بالرمز $\langle x, y \rangle$

– المتجه الصفري : عند جمع متجهين متعاكسين لهما الطول نفسه ويرمز له بالرمز $\vec{0}$

– الصورة الإحداثية لمتجه تُعطى بالعلاقة : $\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$

– الصورة الإحداثية لمتجه بدلالة زاوية معينة ، تُعطى بالعلاقة $\langle |v| \cos\theta, |v| \sin\theta \rangle$

– متجه الوحدة يُعطى بالعلاقة : $u = \frac{1}{|v|} v$ ،

– i, j هي عبارة عن تبسيط لصيغة المتجهات ، ويسمى $xi + yj$ بالتوافق الخطي.

وتُعطى الصورة الإحداثي لمتجه توافق خطي بدلالة زاوية معينة بالعلاقة $\langle |v| (\cos\theta)i, |v| (\sin\theta)j \rangle$

– مسقط المتجه (القطعة المتوسطة للمتجهات) يُعطى بالعلاقة : $W_1 = \frac{u \times v}{|v|^2} \times v$ و $u = w_1 + w_2$

وأيضاً $W_2 = \frac{v \times u}{|u|^2} \times u$

س88/ الصورة الإحداثية لـ $\overrightarrow{AB}$ ، الذي نقطة بدايته $A(-4,2)$ ونقطة نهايته $B(3,-5)$ هي :

أ) $\langle -7, 7 \rangle$ ب) $\langle 7, -7 \rangle$ ج) $\langle -1, 7 \rangle$ د) $\langle 7, -1 \rangle$

الحل : $\langle 7, -7 \rangle$ بالتعويض بقانون الصورة الإحداثية للمتجه $\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$.

س89/ متجه الوحدة ، الذي له نفس اتجاه $v\langle -2, 3 \rangle$ هو :

أ) $\left\langle \frac{-2\sqrt{13}}{13}, \frac{3\sqrt{13}}{13} \right\rangle$ ب) $\left\langle \frac{2\sqrt{13}}{13}, \frac{3\sqrt{13}}{13} \right\rangle$ ج) $\left\langle \frac{3\sqrt{13}}{13}, \frac{2\sqrt{13}}{13} \right\rangle$ د) $\left\langle \frac{3\sqrt{13}}{13}, \frac{-2\sqrt{13}}{13} \right\rangle$

الحل : الإجابة (أ) بالتعويض في قانون متجه الوحدة.

س90/ إذا كانت نقطة بداية المتجه $\overrightarrow{DE}$ هي $D(-2,3)$ ، ونقطة نهايته $E(4,5)$ ، فإن $\overrightarrow{DE}$ بدلالة متجهي الوحدة i, j :

أ) $2i + 6j$ ب) $6i + 2j$ ج) $2i - 6j$ د) $6i - 2j$

الحل : الإجابة (ب) ، بالتعويض بقانون الصورة الإحداثية للمتجه ، ثم كتابتها على صيغة $xi + yj$.

س91/ مسقط u على v ، إذا علمت أن $u = \langle 3, 2 \rangle$, $v = \langle 5, -5 \rangle$ هو :

أ) $\left\langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle$ ب) $\left\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle$ ج) $\left\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle$ د) $\langle 7, -1 \rangle$

الحل : الإجابة (ج) $\left\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle$ وذلك بالتعويض في قانون مسقط المتجه .

الفصل الثالث:

المصفوفات

المصفوفات :

$$B=\begin{bmatrix}10 & -8\\ -2 & 19\\ 6 & -1\end{bmatrix}$$ m = صفوف

n = أعمدة

– المصفوفة : ترتيب على هيئة مستطيل لمتغيرات أو أعداد في صفوف أفقية وأعمدة رأسية محصورة بين قوسين.

– يرمز للمصفوفة – عادةً – باستعمال الأحرف الكبيرة مثل : $\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\ldots$.

– يرمز لعناصر المصفوفة (في الداخل) بالأحرف الصغيرة مثل : $\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c},\ldots$.

– تكون عناصر المصفوفة عبارة عن أعداد أو رموز أو أعداد ورموز معاً.

– للمصفوفات أنواع وهي : – مصفوفة الصف – مصفوفة العمود – المصفوفة المربعة – المصفوفة الصفرية

س92/ في المصفوفة المجاورة رتبة B =

$$B=\begin{bmatrix}10 & -8\\ -2 & 19\\ 6 & -1\end{bmatrix}$$

أ) 2×3 ب) 3×2 ج) 3×3 د) 2×2

الحل : 3×2 (m×n) وعدد العناصر = 6

س93/ في المصفوفة السابقة قيمة b_{32} :

أ) 8– ب) 10 ج) 1– د) 6

الحل : الإجابة (ج) 1– ، لأن m×n حيث m = 3 و n = 2 (أي في الصف الثالث من العمود الثاني).

$$E=\begin{bmatrix}2\\ x\\ -3\end{bmatrix}$$

س94/ رتبة المصفوفة المجاورة :

أ) 0×3 ب) 0×3 ج) 3×1 د) 1×3

الحل : الإجابة (ج) 1 × 3. أي عدد الأعمدة = 1 ، وعدد الصفوف = 3

س95/ قيمة y في المصفوفة المجاورة :

$$\begin{bmatrix}6 & 4\\ -1 & 2x-y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x & 4\\ -1 & 2\end{bmatrix}$$

أ) 6 ب) 10

ج) 4 د) 2

الحل : بالتناظر نلاحظ أن x = 6 ولذلك بما فإن 2–(6)2 = 10.

جمع المصفوفات وطرحها :

$$\mathbf{A}\ \pm\ \mathbf{B}\ =\ \mathbf{A\pm B}$$

$$\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\pm\begin{bmatrix}e & f\\ g & h\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\pm e & b\pm f\\ c\pm g & d\pm g\end{bmatrix}$$

– يجب عند جمع وطرح المصفوفات أن تكون من نفس الرتبة.

س96/ ناتج جمع المصفوفة المجاورة =

$$\begin{bmatrix}-9 & 8 & 3\\ -12 & 4 & -7\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-4 & -3 & 6\\ -9 & -5 & 18\end{bmatrix}$$

الحل :

$$\begin{bmatrix}-13 & 5 & 9\\ -21 & -1 & 11\end{bmatrix}\leftarrow\begin{bmatrix}(-9)+(-4) & 8+(-3) & 3+6\\ (-12)+(-9) & 4+(-5) & (-7)+(18)\end{bmatrix}$$

س97/ أوجد ناتج المصفوفة المجاورة :

$$-5\left(\begin{bmatrix}4 & -8\\ 8 & -9\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4 & -2\\ -3 & -6\end{bmatrix}\right)$$

الحل :

$$-5\begin{bmatrix}8 & -10\\ 5 & -15\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(-5)\cdot 8 & (-5)\cdot(-10)\\ (-5)\cdot 5 & (-5)\cdot(-15)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-40 & 50\\ -25 & 75\end{bmatrix}$$

ضرب المصفوفات :

– تضرب المصفوفات إذا وفقط إذا كان عدد أعمدة الأولى مساوياً لعدد صفوف الثانية .

– في الضرب لا يشترط تساوي العناصر في المصفوفتين ، عكس الجمع والطرح الذي يتطلب تساوي العناصر في المصفوفتين.

س98/ هل عملية الضرب التالية معرفة ؟

$$A_{4\cdot 6}\cdot B_{6\cdot 2}$$

الحل : عملية الضرب معرفة لأن أعمدة **A** = صفوف **B** ($A_{m\cdot n}\cdot B_{m\cdot n}$)

س99/ هل عملية الضرب التالية معرفّة ؟

$$A_{3\cdot 2}\cdot B_{3\cdot 2}$$

الحل : عملية الضرب غير معرفّة لأن عدد أعمدة **A** لا تساوي عدد صفوف **B** ($A_{m\cdot n}\cdot B_{m\cdot n}$) .

س100/ أوجد ناتج ضرب المصفوفة المجاورة :

$$U=\begin{bmatrix}5 & 9\\ -3 & -2\end{bmatrix}\cdot V=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 6 & -5\end{bmatrix}$$

الحل :

$$U\cdot V=\begin{bmatrix}5(2)+9(6) & 5(-1)+9(-5)\\ (-3)(2)+(-2)(6) & (-3)(-1)+(-2)(-5)\end{bmatrix}$$

$$UV=\begin{bmatrix}64 & -50\\ -18 & 13\end{bmatrix}$$

س101/ أوجد ناتج ضرب المصفوفة المجاورة :

$$\begin{bmatrix}-6 & 4 & -9\\ 2 & 8 & 7\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}7\\ 2\\ 4\end{bmatrix}$$

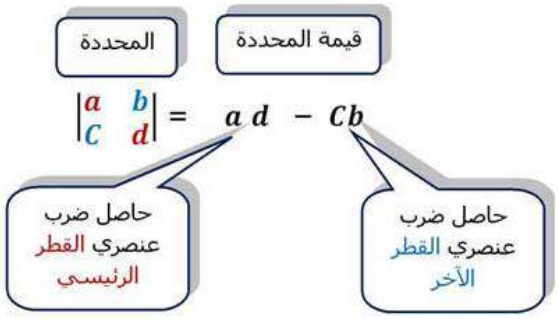
الحل :

$$\begin{bmatrix}(-6)(7)+ & 4(2)+ & (-9)(4)\\ 2(7)+ & 8(2) & 7(4)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-70\\ 85\end{bmatrix}$$

المحددات وقاعدة كرامر :

– المحددة : إذا كانت المصفوفة A مربعة فإن لها محددة ويرمز لها بالرمز |A|

– مثال : إذا كانت المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ فإن $|A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$



المُحددات نوعان :

* مُحددة من الدرجة الثانية (ثنائية) وتكون رتبة مصفوفتها : 2×2.

* مُحددة من الدرجة الثالث (ثلاثية) وتكون رتبة مصفوفتها : 3×3.

س102/ قيمة المحددة : $= \begin{vmatrix} -6 & -7 \\ 10 & 8 \end{vmatrix}$

أ) 22 ب) –22 ج) 11 د) –11

الحل :

$$\begin{bmatrix} -6 & -7 \\ 10 & 8 \end{bmatrix} = (-6)\cdot(8) - (-7)\cdot(10) = 22$$

قاعدة كرامر :

– تنقسم قاعدة كرامر لقسمين :

(1) قاعدة كرامر لحل نظام من معادلتين (ثنائية).

(2) قاعدة كرامر لحل نظام من ثلاثة معادلات (ثلاثية).

ملاحظات /

– يكون للنظام حل وحيد إذا كانت قيمة |C| لا تساوي صفراً .

– يكون للنظام حل وحيد إذا كانت قيمة |C| = صفر

– للتحقق من الحل نعوض بالقيم في المعادلات الأصلية .

س103/ حل النظام التالي :

$$3y + 7x = 37$$
$$-5x - 7y = -41$$

أ) (4,3) ب) (3,4) ج) (4 ، 0) د) (3 ، 2)

الحل :

$$C = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ -5 & -7 \end{vmatrix}$$

$$= 7(-7) - 3(-5) = -49 + 15 = -34$$

أو الحل الأفضل / بالتعويض بالخيارات..

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 37 & 3 \\ -41 & -7 \end{vmatrix}}{-34} = \frac{37(-7) - 37(-5)}{-34} = \frac{136}{34} = 4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 37 \\ -5 & -41 \end{vmatrix}}{-34} = \frac{7(-41) - 37(-5)}{34} = \frac{102}{34} = 3$$

النظير الضربي للمصفوفة :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

س104/ أوجد النظير الضربي للمصفوفة :

الحل :

أولاً / نوجد قيمة مُحددة المصفوفة A

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = [(2) \cdot (3) - (-4) \cdot (1)] = 10$$

ثانياً / نبدل بين موقعي عنصري القطر الرئيسي ونُغير إشارتي العُنصرين الآخرين

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

ثالثاً / نضرب المصفوفة الناتجة في $\frac{1}{|A|}$

$$A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{10} & \frac{-1}{10} \\ \frac{4}{10} & \frac{2}{10} \end{bmatrix}$$

الفصل الرابع:

اللوغاريتمات

اللوغاريتمات :

– التعبير اللفظي : لوغاريتم x للأساس b يُساوي y .

– التعبير الرياضي : $log_b x = y \longleftrightarrow x = b^y$

الخصائص اللوغاريتمية :

الخاصية	التبرير
$log_b 1 = 0$	$b^0 = 1$
$log_b b = 1$	$b^1 = b$
$log_b b^x = x$	$b^x = b^x$
$b^{log_b x} = x , x > 0$	$log_b x = log_b x$

تدريب1 / أكتب $log_4 16 = 2$ على الصورة الأسية :

الحل : حسب القانون يكون الحل $4^2 = 16$

تدريب2/ أكتب المعادلة التالية على الصورة اللوغاريتمية :

الحل : حسب القانون يكون: $15^3 = 3375$ $y = 3 , b = 15 , x = 3375$

ولذلك يكون الحل $log_{15} 3375 = 3$

س105/ قيمة $log_{16} 4$:

أ) $\frac{1}{2}$ ب) 2 ج) 4 د) 16

الحل : أولاً نضعها على الصورة الأُسية $4 = 16^y$ نبسطها : $2^2 = (2^2)^{2y}$ وبعد التبسيط $4y = 2$ إذاً $y = \frac{1}{2}$

س106/ قيمة $log_3 81$:

أ) 9 ب) 3 ج) 4 د) 27

الحل : $81 = 3^y$ ، بالتبسيط : $(3^2)^2 = 3^y$ ، بعد التبسيط : $3^4 = 3^y$ تساوت الأساسات إذاً الأسس متساوية

إذاً الحل (ج) = 4.

س107/ قيمة $log_7 \frac{1}{49} =$

أ) 7 ب) –7 ج) 2 د) –2

الحل : (د) –2 ، بالتبسيط : $\frac{1}{49} = 7^y$ ، $7^{-2} = 7^y$ ولذلك قيمة y = –2 .

س108/ $log\ (\ 1000\ )$:

أ) 1 ب) 2 ج) 3 د) 4

الحل : إذا كان العدد 1000 فإننا نعد الأصفار فقط = 3 ، مثلاً $log\ (\ 10\ ) = 1$ ، $log\ (\ 0.01\ ) = -2$ وهكذا..

خصائص اللوغاريتمات :

خاصية الضرب في اللوغاريتمات	$log_b\, xy = log_b x + log_b y$
خاصية القسمة في اللوغاريتمات	$log_b\, \frac{x}{y} = log_b x - log_b y$
خاصية لوغاريتم القوة	$log_b\, x^m = m\, log_b x$
خاصية الجذر في اللوغاريتمات	$log_b\, \sqrt[m]{x} = \frac{log_b\, x}{m}$

تدريب1/ اكتب العبارة اللوغاريتمية التالية بالصورة المطولة : $log_2\, 12x^5\, y^{-2}$

الحل : حسب خاصية الضرب في اللوغاريتمات $log_2 12 + log_2 x^5 + log_2 y^{-2}$

بعد ذلك نقدم مكان الأس في بداية اللوغاريتم (حسب خصائص اللوغاريتمات)

$log_2 12 + 5log_2 x - 2log_2 y$

تدريب2/ اكتب العبارة اللوغاريتمية التالية بالصورة المطولة : $log_{13}\, 6a^3bc^4$

الحل : نستخدم خاصية الضرب في اللوغاريتمات $log_{13}\, 6 + log_{13} a^3 + log_{13} b + log_{13} c^4$

نُقدم الأسس $log_{13}\, 6 + 3log_{13} a + log_{13} b + 4log_{13} c$

تدريب3/ اكتب العبارة اللوغاريتمية التالية بالصورة المطولة : $log_6\, 5x^3y^7z^{0.5}$

الحل : نستخدم خاصية الضرب في اللوغاريتمات $log_6 5 + log_6 x^3 + log_6 y^7 + log\, z^{0.5}$

نُقدم الأسس $log_6 5 + 3log_6 x + 7log_6 y + \frac{1}{2} log\, z$.

تدريب4/ اكتب العبارة اللوغاريتمية التالية بالصورة المختصرة : $4log_3 x - \frac{1}{3} log_3 (x+6)$

الحل : $log_3 x^4 - log_3 \sqrt[3]{(x+6)}$ وبما أن العلاقة طرح فإننا نُبدل العلاقة بالقسمة كما في خصائص اللوغاريتم

$log_3 \frac{x^4}{\sqrt[3]{x+6}}$ بإمكانك الإكمال وإنطاق المقام.

س109/ قيمة $log_4\, 32$ من $log_4\, 2 = 0.5$ هي :

أ) 32.5 ب) 2.5 ج) 2.75 د) 3.95

الحل : بتحليل قيمة 32 إلى عواملها الأولية (للتخلص من قيمة أساس اللوغريتم الرابع)

فتكون $4^2 \times 2^1$ هذا يعني أنها $= log_4\, 2^4 \times 2^1$ ، وبذلك تخلصنا من قيمة الأساس

وهذا $= log_4\, 4 + \log_4 2^1 = 2 + 0.5 = 2.5$

2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

س110/ حل المعادلة $log_2(x^2-4) = log_2 3x$ هو :

أ) -2 ب) -1 ج) 2 د) 4

الحل : بحذف الـ log_2 من كلا الطرفين ، إذاً $x^2 - 4 = 3x$ ومن ثم بالتعويض بالخيارات ..

أو باستعمال فك مربعين.

س111/ إذا علمت أن $log_2 xy = 5$ ، $log_2 \frac{x}{y} = 3$ فإن قيمة x =

أ) 4 ب) 8 ج) 12 د) 16

الحل : 16 ، وذلك برفع الأس $2^3, 2^5$ = $xy = 32$ ، $\frac{x}{y} = 8$ ... وبما أن $\frac{x}{y} = 8$ إذاً $x = 8y$

وبالتعويض بالقيم $8y \times y = 32$ ، = 2 وهذه قيمة y ، إذاً قيمة x = $2 \times 8 = 16$

س112/ حل المعادلة $2\ log_7 x = log_7 27 + log_7 3$

أ) 30 ب) 9 ج) 3 د) 1.23

الحل : $log_7 x^2 = log_7 (27 \times 3)$ ، فسيكون الحل : $log_7 x^2 = log_7 81$ ، بشطب log_7

يكون الحل $x^2 = 81$ إذاً : $x = \sqrt{81} = 9$

س113/ حل المعادلة $log_6 x + log_6 (x+5) = 2$:

أ) 30 ب) 9 ج) 4 د) 2.25

الحل : بما أن العلاقة جمع فإننا نستعمل خاصية الضرب اللوغاريتمي $log_6 x(x+5) = 2$ وبتوزيع الضرب وأخذ الأساس للوغاريتم وتحويله لأُس $log_6 x^2 + 5x = 2$ ..... $x^2 + 5x = 2^6$ إذاً $x^2 + 5x - 36$

وبفك مربعين سيكون الحل $(x-4)(x+9)$ إذاً أما $x = 4, x = -9$ والحل السالب مرفوض لذا الحل $x = 4$

ويُفضل التعويض بالمعادلة لأن بعض المسائل قد يكون الحل السالب مقبول – أحياناً –

المتتابعات والمتسلسلات :

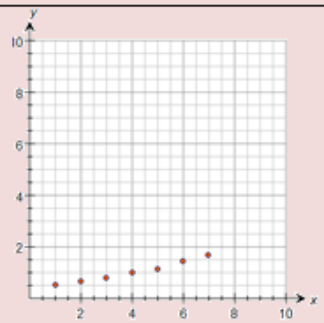
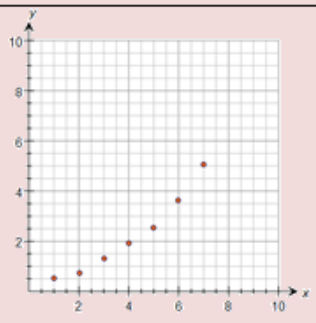
– المتتابعة : مجموعة من الأعداد مرتبة في نمط محدد أو ترتيب معين ويسمى كل عدد في المتتابعة حداً

وقد تكون المتتابعة منتهية مثل : $1,2,3,4$ ، وقد تكون غير منتهية مثل : $1,2,3,4,\ldots$.

– المتتابعات نوعان إما متتابعة حسابية أو متتابعة هندسية .

– قد يُطلق على المتتابعات لفظ : متسلسلات ، متتاليات ، متواليات ..

– المتتابعات دالة مجالها مجموعة الأعداد الطبيعية ($\mathbf{N}$) ، ومداها مجموعة الأعداد الحقيقة ($\mathbf{R}$)

نوع المتتابعة	المتتابعة الحسابية	المتتابعة الهندسية
المقصود بها	متتابعة يمكن الحصول عليها عن طريق إضافة قيمة ثابتة للحد السابق	متتابعة يمكن الحصول عليها عن طريق ضرب الحد السابق في عدد ثابت.
مثال	$5,-6,-17,-28,\ldots$ الحد ثابت ويساوي -11 ولذا المتتابعة حسابية.	$16,24,36,54,\ldots$ يُلاحظ أن قسمة كل عدد على سابقه يُعطي نفس العدد $54/36 = 36/24 = 16/24$
تمثيلها البياني	 على شكل دالة خطية	 على شكل دالة أسية
قانون الحد النوني	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 r^{n-1}$
قانون المجموع الجزئي	$S_n = n(\frac{a_1 + a_n}{2})$	$S_n = \left(\frac{a_1 - a_1 r^n}{a-1}\right), r \neq 1$
معاني الرموز	$a_1, a_2, a_3,$ نوع الحد (الحد الأول ، الحد الثاني ، الحد الثالث ، ... d : أساس المتتابعة ، n : عدد طبيعي ، a_n الحد النوني ،	

س116/ مجال المتتابعة التالية $3,6,9,12,15$ هو :

أ) $\{0,1,2,3,4,5\}$ ب) $\{1,2,3,4,5\}$ ج) $\{3,6,9,12,15\}$ د) $\mathbf{R}$

الحل : الإجابة (ب) دائماً المجال في المتتابعات هو مجموعة الأعداد الطبيعية (N) أما المدى فهو $\{3,6,9,12,15\}$

س117/ هل تمثل المتتابعة ، متتابعة حسابية أم لا ؟ $5,-6,-17,-28$ ؟

– تمثل دالة حسابية لان الفرق ثابت وهو -11 .

س118/ هل تمثل المتتابعة ، متتابعة حسابية أم لا ... $-4,12,28,42$ ؟

– لا تمثل دالة حسابية لأن الفرق ليس ثابتاً في الحدود.

س119/ الحد المئة في المتتابعة : $9,16,23,30,\ldots$:

أ) 756 ب) 702 ج) 1028 د) 6002

الحل : نلاحظ أن الأساس (d) ثابت وهو 7 أي أن المتتابعة حسابية ، ولذلك عوض بالقانون $a_n = a_1 + (n-1)d$

وبالتعويض بالقانون : $a_n = 9 + (100-1)(7)$ وهذا يساوي : 702

س120/ صيغة الحد النوني للمتتابعة الحسابية التالية $5,-13,-31,\ldots$ هي :

أ) $a_n = 18n + 23$ ب) $a_n = -18n + 23$

ج) $a_n = 18n - 23$ د) $a_n = -18n - 23$

الحل : الإجابة (ب) بالتعويض بالقانون $a_n = a_1 + (n-1)d$ ، يُلاحظ أن الحد الأول $a_1 = 5$ والأساس d

($-18 = -13 - 5$) لذلك بالتعويض بالقانون $a_n = 5 + (n-1)(-18)$ = $a_n = -18n + 23$

س121/ الوسطين الحسابيين $10,\ldots$ $-8,\ldots,\ldots$ هما :

أ) $-2,8$ ب) $-2,4$ ج) $-2,6$ د) $2,6$

الحل : الإجابة (ج) بما أن هُناك 4 حدود فإن $n = 4$ ، والحد الرابع (a_4) = 10 ،

وبالتعويض بالقانون $a_n = a_1 + (n-1)d$ يتضح أن : $10 = -8 + (4-1)d$ إذاً $d = 6$ وبذلك

$6 = -2 + 4$, $-2 = -8 + 6$.

س122/ مجموع حدود المتسلسلة الحسابية التالية : $12+19+26+\ldots+180$:

أ) 2400 ب) 2600 ج) 3600 د) 9600

الحل : $n = 5$, $d = (19-12) = 7$, $a_n = 180$, $a_1 = 12$

وبالتعويض بقانون المتتابعة الحسابية لإيجاد قيمة n

تكون قيمة n = 25 ، وبالتعويض بقانون المجموع الجزئي في متسلسلة حسابية $S_n = n\left(\frac{a_1+a_n}{2}\right)$

لذا تكون الإجابة (أ). $S_n = 25\left(\frac{12+180}{2}\right) = 25\left(\frac{192}{2}\right) = 25\left(\frac{192}{2}\right) = 2400$

س123/ إذا كان الحد الأول في متسلسلة هندسية 5 ، وأساسها 2 ، ومجموعها 1275 ، فإن عدد حدودها :

أ) 5 ب) 6 ج) 7 د) 8

الحل : بالتعويض بقانون مجموع المتسلسلة الحسابية $S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r}$

وبالتعويض : $a_1 = 5$, $r = 2$, $S_n = 1275$ $= \frac{5-5\times(2^n)}{1-2}$ = 1275 = $n = 8$

رمز المجموع :

$$\sum_{k=1}^{n} f(k)$$

n ← آخر قيمة لـ k

$f(k)$ ← صيغة حدود المتسلسلة

$k=1$ ← أول قيمة لـ k

س124/ قيمة مجموع المتسلسلة الحسابية $\sum_{k=4}^{18} f(6k-1)$

أ) 23 ب) 107 ج) 975 د) 1203

الحل :

– الخطوة الأولى / نعوض بقيم k (الكبرى والصغرى) في الدالة f(x) ..

أقل قيمة 23 = (1 – (4) 6) ، وأكبر قيمة 107 = (1 – (18) 6)

– الخطوة الثانية / إيجاد عدد الحدود (n) ، وذلك عن طريق طرح القيمة الكبرى من الصغرى وإضافة 1

15 = 1 + (4 – 18)

همسة / لماذا أضفنا 1 هُنا ; حسب مبدأ العد (من 4 إلى 18) يكون 15 حد.

– الخطوة الثالثة / نستعمل قانون صيغة المجموع :

$S_n = n\left(\frac{a_1+a_n}{2}\right)$ ، وبالتعويض : $S_{15} = 15\left(\frac{23+107}{2}\right)$ = 975 = 15 (65)

س125/ قيمة المتسلسلة : $\sum_{64}^{31} (4x+1)$:

أ) 6494 ب) 6112 ج) 1203 د) لايمكن الحل

الحل : الإجابة (ج) لايمكن الحل ، لأن لا يمكن أن تكون القيمة الصغرى لـ x > القيمة العليا لـ x .

س126/ قيمة المتسلسلة : $\sum_{k=3}^{10} 4(2)^{k-1}$

أ) 131072 ب) 2048 ج) 4080 د) –5010

الحل : الإجابة (ج) يُلاحظ أن المتسلسلة هندسية لاشتمالها على الدالة الأسية ..

لذا أقل قيمة لـ k هي : $4(2)^{3-1} = 4(4) = 16$ وهذا = $4(2)^2$ وأكبر قيمة بالتعويض 2048

وكذلك عدد الحدود (n) = 6 ، وبتطبيق قانون صيغة المجموع للمتتابعة الهندسية $S_n = \frac{a_1-a_1r^n}{1-r}$

يكون الحل : $S_n = \frac{16-16(2)^8}{1-2} = 4080$

المتسلسلات الهندسية غير المنتهية :

– المتسلسلات الهندسية الغير المنتهية : متسلسلات لها عدد لانهائي من الحدود ، وهي نوعان :

* متسلسلات متقاربة : يقترب المجموع من عدد حقيقي $|r| < 1$.

* متسلسلات متباعدة : يتباعد المجموع من العدد الحقيقي $|r| \geq 1$.

س127/ هل المتسلسلة متقاربة أو متباعدة : 54+36+24+...

الحل : المتتابعة هندسية لذلك نقسم الحد التالي على سابقه $\frac{2}{3} = \frac{36}{54}$ ويلاحظ أن $\frac{2}{3} < 1$ لذا المتسلسلة متقاربة .

مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية :

– مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية يرمز له بالرمز S حيث $|r| < 1$ ويُعطى بالصيغة $S = \frac{a_1}{1-r}$

س128/ قيمة المتسلسلة $\sum_{k=1}^{\infty} 18\left(\frac{4}{5}\right)^{k-1}$:

أ) ∞ ب) $-\infty$ ج) 95 د) 90

الحل : استخدام قانون المتسلسلة الهندسية اللانهائية $S = \frac{a_1}{1-r}$

يُلاحظ أن : $r = \frac{4}{5}$, $a_1 = 18$ وبالتعويض المباشر S = 90 .

قانون مجموع الأعداد:

يُعطى قانون مجموع الأعداد بالعلاقة $x\ \frac{x+1}{2}$

س129/ عدد الأعداد الصحيحة من 1 إلى 100 =

أ) 200 ب) 4950 ج) 5050 د) N

الحل : الإجابة (ج) $x\ \frac{x+1}{2} = 100\ \frac{101}{2} = 5050$

الفصل الخامس:

الاحتمالات

الاحتمالات :

– فضاء العينة لتجربة : مجموع جميع النواتج الممكنة ،ويمكن تمثيلة باستعمال القائمة المنظمة أو الجدول أو الرسم الشجري.

– احتمال أي حديث منتظم $=$ $\frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}}$.

– مبدأ العد الأساسي : $n_1.n_2.n_3 \dots n_k$

– المضروب : يكتب مضروب العدد الصحيح الموجب n على الصورة !n ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n . أي : 1 . 2 . ... . (n–2) . (n–1) . n = n! ويُعرّف 1 = 0! .

– التباديل : تنظيم لمجموعة من الأعداد ، يكون الترتيب فيه مهماً جداً . وقانونه يُعطى بالعلاقة : $nPr = \frac{n!}{(n-1)!}$

حيث n: العناصر المتمايزة ، r: عدد المرات .

– التباديل مع التكرار: $\frac{n!}{r_1.r_2. \dots .r_k!}$.

– التباديل الدائرية : $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

– التوافيق : تنظيم لمجموعة من الأعداد ، يكون الترتيب فيها غير مهم وقانونه يُعطى بالعلاقة : $nCr = \frac{n!}{(n-1)!\,r!}$

– الاحتمال الهندسي : $\frac{\text{طول القطعة المستقيمة}}{\text{طول القطعة المستقيمة كاملة}}$

– القيمة المتوقعة $E(x)$.

س130/ في تجربة القاء حجر نرد مرة واحدة ، احتمال ظهور عدد زوجي :

أ) $\frac{1}{6}$ ب) $\frac{2}{6}$ ج) $\frac{3}{6}$ د) 6

الحل : الإجابة (ج) $\frac{3}{6}$ ، حجر النرد يحتوي على { 6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1 } والأعداد الزوجية 3 وهي {2,4,6}

وبالتعويض بقانون الاحتمالات يتضح أن الحل هو (ج) .

البدائل	عدد الخيارات
القماش	5
اللون	6
الأكمام	3
القبة	3
الفتحة الأمامية	2
الأزرار	2

س131/ يريد أحمد شراء ثوب من بين البدائل التالية ، عدد الخيارات المتاحة له ليختار ثوباً مناسباً هو :

أ) 264 ب) 441 ج) 820 د) 1080

الحل : الإجابة (د) باستعمال مبدأ العد الأساسي.

س132/ اختارت سارة زوج من الأحذية من بين المقاسات : 39,40,41,42,43,44,45 ، بلون أسود أو بني أو رمادي أو أبيض ، ويمكن أن يكون من الجلد الطبيعي أو الصناعي ، وهناك 3 أشكال مختلفة للحذاء ، فما عدد النواتج الممكنة في هذه الحالة ؟

أ) 24 ب) 168 ج) 321 د) 514

الحل : الإجابة (ب) 168 ، 7 × 4 × 2 × 3 = 168

س133/ بكم طريقة يمكن لأربعة أشخاص الجلوس في صف به 8 مقاعد ؟

أ) 161280 ب) 1680 ج) 510 د) 32

الحل : باستعمال نظرية المضروب لـ أربعة أشخاص : 8 × 7 × 6 × 5 =× 1680 طريقة .

س134/ إذا كانت لدينا 7 قصص مختلفة وأردنا أن نوزع ثلاث منها على 3 أشخاص ، فكم عدد طرق توزيع القصص السبع على الأشخاص الثلاثة ؟

أ) 35 ب) 63 ج) 120 د) 210

الحل : (د) 2010 ، وذلك باستعمال نظرية المضروب : 7 لـ 3 أشخاص أي 7 × 6 × 5 = 210 أو مبدأ العد.

س135/ إذا كان لدينا 5 مقاعد ، فإن عدد الطرق التي يمكن بها إجلاس خمسة أشخاص على هذه المقاعد =

أ) 125 ب) 120 ج) 210 د) 240

الحل : الإجابة (ب) 120 ، باستعمال نظرية المضروب : (1×2×3×4×5) = 120 أو باستعمال قاعدة التباديل.

س136/ بكم طريقة يمكن أن يجلس 5 أشخاص في صف به 9 كراسي ؟

أ) 126 ب) 12096 ج) 15120 د) 60480

الحل : (ج) 15120 ، وذلك باستعمال قاعدة التباديل ، أو مبدأ العد لـ 5 أشخاص بالنسبة لعدد الكراسي .

9 × 8 × 7 × 6 × 5 = 15120 طريقة .

س137/ ما احتمال أن يكون 55652113 رقماً لهاتف مكون من 8 أرقام هي : 5,1,6,5,2,1,5,3 ؟

أ) 3360 ب) $\frac{1}{3360}$ ج) 302010 د) $\frac{1}{302010}$

الحل : الإجابة (ب) ، نُلاحظ أن هُناك تكرار في 5,1,6,5,2,1,5,3 لذلك نستعمل قانون إيجاد التباديل مع التكرار $\frac{n!}{r_1.r_2. \dots .r_k!}$ ، وبالتعويض بالقانون : $\frac{8!}{3!.2!} = \frac{8.7.6.5.3.2.1}{3.2.1.2.1}$ وبالاختصار $\frac{8.7.6.5.4}{2} = 3360$ ولكن المطلوب الاحتمال وليس عدد الطرق ويكون الحل $\frac{1}{3360}$.

س138/ إذا رُتبت 6 نماذج لعب صغيرة في سوار دائري عشوائياً ، فما احتمال ظهورها ؟

أ) 120 ب) $\frac{1}{120}$ ج) 360 د) $\frac{1}{360}$

الحل : الإجابة (ب) وبالتعويض بقانون التباديل الدائرية : $\frac{n!}{n} = (n-1)!$ يكون الحل 120 = 5! = (6−1)!

والمطلوب الاحتمال ، لذا يكون الحل : $\frac{1}{120}$.

س139/ أرادت النوادي الأربعة (برشلونة ، ريال مدريد ، فالنسيا ، مالقا) إقامة مباريات كرة القدم فيما بينها بحيث تلعب هذه النوادي مثنى مثنى . فبكم طريقة يمكن إتمام ذلك ؟

أ) 6 ب) 36 ج) 9 د) 81

الحل : (أ) 6 ، بالتعويض بقانون التوافيق.

س140/ اذا كان لدينا كيس غير شفاف يحتوي على 6 كرات حمراوات و5 صفراوات فإذا سحبنا 4 كرات عشوائياً فما احتمال ان تكون 3 حمراوات وكره صفراء ؟

أ) 330 ب) $\frac{10}{33}$ ج) $\frac{33}{10}$ د) 33

الحل : الإجابة (ج) ، عدد الكرات جميعها = 5+6 = 11 ، عدد عناصر فراغ العينة = عدد الكرات الكلية = 11

عدد الكرات المسحوبة باستعمال قانون التوفيق 330 = 4C11 ، والمطلوب في صدر السؤال 3 حمراء وكرة واحدة صفراء باستعمال التوافيق أيضاً 100 = 5C1 × 3C6 إذاً الاحتمال المطلوب $\frac{100}{330} = \frac{10}{33}$.

احتمالات الحوادث :

– الحادثة المستقلة : هي الحادثة التي تستقل بذاتها أي لا يؤثر احتمال A في احتمال حدوث B .

– الحادثة الغير مستقلة : هي الحادثة التي لا تستقل بذاتها أي يؤثر احتمال A في احتمال حدوث B بطريقة ما .

– الحادثة المتنافية : الحادثة التي تنفي إحداهما الأخرى أي لا يوجد نواتج مشتركة بينهما.

– الحادثة الغير متنافية : الحادثة التي لا تنفي إحداهما الأخرى أي يوجد نواتج مشتركة بينهما.

– الحادثة المتتمة : الحادثة التي تتم إحداهما الأخرى .

* احتمال الحادثتين المستلقتين تُعطى بالعلاقة : $P\left(A \text{ وَ } B\right) = P(A) \cdot P(B)$.

* احتمال الحادثتين الغير مستقلتين تُعطى بالعلاقة : $P\left(A \text{ وَ } B\right) = P(A) \cdot P(B|A)$.

يُسمى $P(B|A)$ بالاحتمال المشروط .

* الاحتمال المشروط يُعطى بالعلاقة : $P(B|A) = \frac{P(A \text{ و } B)}{P(A)}$.

* الحوادث المتنافية تُعطى بالعلاقة : $P\left(A \text{ أو } B\right) = P(A) + P(B)$.

* الحوادث الغير متنافية تُعطى بالعلاقة : $P\left(A \text{ أو } B\right) = P(A) - P(B)$.

* الحوادث المتتمة تُعطى بالعلاقة : $P(A') = 1 - P(A)$.

تدريب1/ حدد إذا كانت الحادثتان مستقلتين أم غير مستقلتين :

– إلقاء قطعة نقد مرة واحدة ، ثم إلقاء قطعة نقد أخرى مرة واحدة أيضاً .

الحل : نلاحظ أن لم تؤثر الحادثة الأولى في الحادثة الثانية لذلك الحادثتان مستقلتين.

– سُحبت بطاقة من مجموعة بطاقات ، ثم أُعيدت للمجموعة ، ثم سحبت بطاقة أخرى.

الحل : نُلاحظ أن البطاقة أثرت في ترتيب البطاقات ، لذلك الحادثتان غير مستقلتان.

– المسؤول طالب من الصف الثاني ثانوي أو من الصف الثالث ثانوي .

الحل : نُلاحظ أن الحادثتان مفصولة بـ أو ، ولا يوجد بينهما نواتج مشتركة ، لذا الحادثتان متنافيتان.

الدراسات الاحتمالية :

– الدراسة التجريبية : دراسة تتطلب تجربة ما لعينة من المجتمع ، لحل مشكلة ما .

– الدراسات بالملاحظة : دراسة لا تتطلب تجربة ، ولكن تتطلب ملاحظة لاستقصاء النتيجة.

– الدراسة المسحية : دراسة تتطلب جمع البيانات والحقائق لحل مشكلة ما .

– الدراسة المسحية المنحازة : دراسة جزء معين من المجتمع الكلي ، لهم رأي أو إجابة منحازة عن المجتمع .

– الدراسة المسحية الغير منحازة : دراسة جزء معين من المجتمع الكلي ، لهم رأي أو إجابة تمثل رأي المجتمع.

تدريب2/ حدد ما إذا كانت كل دراسة مسحية منحازة أو غير منحازة فيما يأتي :

– استطلاع آراء أفراد في سوق الماشية ; لمعرفة ما إذا كان سكان المدينة يحبون تربية الماشية أو لا ؟

الحل : دراسة مسحية منحازة ، لأنها تمثل جزء من المجتمع الكلي ، ورأيهم منحاز عن المجتمع.

– سؤال كل عاشر شخص يخرج من قاعة الندوات عن عدد مرات حضوره ندوات ثقافية ; لتحديد مدى دعم سكان المدينة للندوات الثقافية ؟

الحل : دراسة مسحية منحازة ; لأنها تمثل جزء من المجتمع الكلي ، ورأيهم منحاز لأنهم من الطبقة المثقفة في المجتمع.

مقاييس النزعة المركزية :

– أبرز مقياس النزعة المركزية هي : المتوسط ، الوسيط ، المنوال ، المدى .

* المتوسط الحسابي يُعطى بالعلاقة : $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}} =$ المتوسط الحسابي.

* الوسيط : ترتيب للقيم إما تصاعدياً أو تنازلياً ، وهو قيمة تتوسط مجموعة من القيم.

* المنوال: القيمة الأكثر شيوعاً أو تكراراً.

* المدى : أكبر قيمة – أصغر قيمة.

تدريب3/ المتوسط الحسابي للأعداد : 5,6,7,8,9 ؟

الحل : $\frac{5+6+7+8+9}{5} = \frac{35}{5} = 7$

تدريب4/ الوسط الحسابي للأعداد 7,9, 3,5,2 ؟

بترتيب الأعداد تنازلياً أو تصاعدياً : 9,7,5,3,2 ويُلاحظ أن عدد القيم = عدد فردي لذلك

القيمة التي تقطع في الوسط أو المنتصف = 5 .

تدريب5/ الوسط الحسابي للأعداد 9,8,6,4,3,2 ؟

– يُلاحظ أن الأعداد مرتبة ، ويُلاحظ أيضاً أن عدد القيم = عدد زوجي ، وبالتالي نقوم بجمع القيمتين 6+4/2

أي = 5 .

هامش الخطأ :

– عند سحب عينة n ، من مجتمع كلي ، فإن هناك خطورة وجود خطأ في المعاينة وكلما زاد حجم العينة قل هامش الخطأ

ويُعطى قانون هامش الخطأ بالعلاقة : $\pm = \frac{1}{\sqrt{n}}$.

مقاييس التشتت :

– مقاييس التشتت : هي مقدار تباعد البيانات أو تقاربها ، ويوجد مقياسان للتشتت هما :

* التباين * الانحراف المعياري

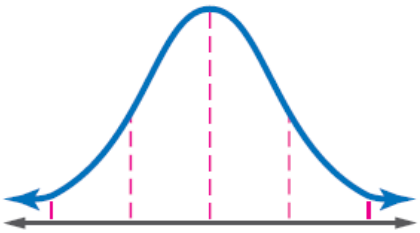
قانون الانحراف المعياري لعينة :

$$s = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{x})^2}}{n-1}$$

قانون الانحراف المعياري لمجتمع

$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \mu)^2}}{n}$$

التوزيعات الطبيعية والملتوية :



× خصائص التوزيع الطبيعي :

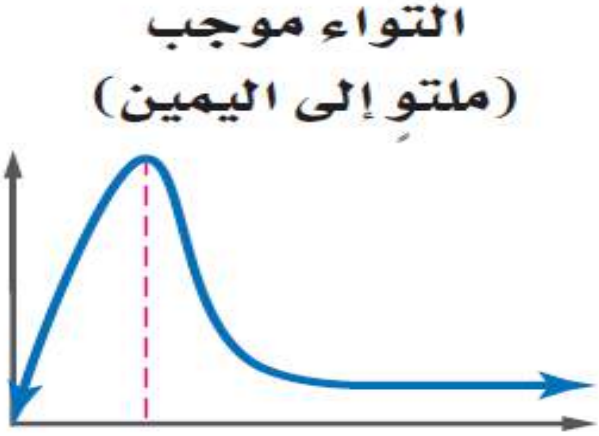
– التمثيل البياني له منحنى يشبه الجرس ، ومتماثل بالنسبة للمتوسط.

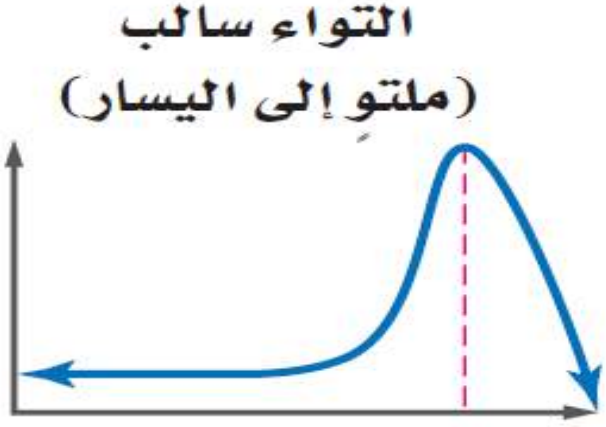
– يتساوى فيه المتوسط والوسيط والمنوال وتقع في المركز.

– المنحنى متصل.

– يقترب المنحنى من المحور x في جزأيه الموجب والسالب ، ولكنه لا يمسه.

× التوزيعات الملتوية :





الفصل السادس:

الدوال المثلثية

والزوايا

الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية :

– حساب المثلثات : دراسة العلاقات بين زوايا وأضلاع المثلث القائم الزاوية .

– الدوال المثلثية هي : $Sin\theta, Cos\theta, Tan\theta, Csc\theta, Sec\theta, Cot\theta$.

يُعرف الـ Sin : بـ الجيب أو (جا الزاوية) ، ويُعرّف الـ Cos : بـ جيب تمام الزاوية (أو جتا الزاوية) ،

ويُعرف Tan : بـ ظل الزاوية أو (ظا الزاوية) ، وأما Csc فيُعرّف على أنه قاطع تمام الزاوية (أو قتا)

وكذلك Sec : بـ قاطع أو (قا الزاوية) ، وأخيراً Cot : بـ ظل التمام (ظتا) .

– قوانين الدوال المثلثية (المتطابقات المثلثية) :

$$tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \qquad cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \qquad sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \qquad sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} \qquad csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

وكذلك :

$$tan\theta = \frac{cos\theta}{sin\theta} \qquad tan\theta = \frac{1}{cot\theta} \qquad cos\theta = \frac{1}{sec\theta} \qquad sin\theta = \frac{1}{csc\theta}$$

– ملاحظة / Csc هو معكوس Sin ، و Sec معكوس Cos و Cot معكوس Tan ..

– متطابقات فيثاغورس :

$$tan^2\theta + 1 = sec^2\theta \qquad cot^2\theta + 1 = csc^2\theta \qquad cos^2\theta + sin^2\theta = 1$$

– متطابقات الدوال الزوجية والفردية :

$$tan(-\theta) = -tan \qquad cos(-\theta) = -cos \qquad sin(-\theta) = -sin$$

– متطابقات الزاويتين المتتامتين :

$$tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = cot\theta \qquad cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = sin\theta \qquad sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = cos\theta$$

س141/ العبارة $\frac{sin\theta\ csc\theta}{tan\theta}$ تُكافئ :

أ) $\frac{1}{cot\theta}$ ب) $\frac{1}{sec\theta}$ ج) $\frac{1}{csc\theta\ sec\theta}$ د) 1

الحل : الإجابة (أ) $\frac{sin\theta \times \frac{1}{sin\theta}}{cot\theta}$ أي $\frac{1}{cot\theta}$

س142/ $sin - \theta =$

أ) θ ب) $-\theta$ ج) $-sin$ د) $-sec$

الحل : الإجابة (ج) ، بتطبيق متطابقة الدوال الزوجية والفردية.

– الزوايا الشهيرة لبعض قيم الدوال المثلثية :

	$\theta = 0$	$\theta = 30$	$\theta = 45$	$\theta = 60$	$\theta = 90$	$\theta = 180$	$\theta = 360$
$sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	0
$cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1–	1
$tan\theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرف	0	0

– المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما :

*** متطابقات المجموع :**

$$sin(A+B) = sinAcosB + cosA\ sinB$$
$$cos(A+B) = cosA \cdot cosB - sinA \cdot sinB$$
$$tan(A+B) = \frac{tanA + tanB}{1 - tanA \cdot tanB}$$

*** متطابقات الفرق :**

$$sin(A-B) = sinAcosB - cosAsinB$$
$$cos(A-B) = cosA \cdot cosB + sinA \cdot sinB$$
$$tan(A+B) = \frac{tanA + tanB}{1 + tanA \cdot tanB}$$

– المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية:

$$tan2\theta = \frac{2tan\theta}{1 - tan^2\theta}$$
$$Cos2\theta = 1 - sin^2\theta$$
$$sin2\theta = 2sin\theta \cdot cos\theta$$

– المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية :

$$tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-cos\theta}{1+cos\theta}}\ , cos\theta \neq 1$$
$$cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+cos\theta}{2}}$$
$$sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-cos\theta}{2}}$$

س143/ $sin45\ cos45 + sin15\ cos45 =$

أ) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ب) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ج) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ د) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

الحل : بتطبيق قانون متطابقات المجموع

$$sin(A+B) = sinAcosB + cosA\ sinB$$

يتضح أن الحل : $sin45 + 15 = sin60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

س144/ العبارة $\frac{cos\theta}{1-sin^2\theta}$ تُكافئ :

أ) $cos\theta$ ب) $sec\theta$ ج) $sec\theta$ د) $tan\theta$

الحل : الإجابة (ب) $sec\theta$ .. قم بالتفكير بحل هذه المسألة..

س145/ $sin15\ cos15 =$

أ) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{1}{4}$ ج) 1 د) 0

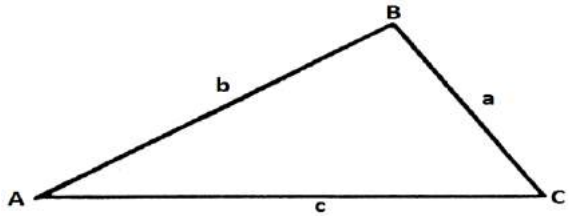
الحل :

$$sin(A+B) = sinAcosB + cosA\ sinB$$

$$\frac{1}{2}(sin\ (15+15) + sin(15-15) = \frac{1}{2}(sin\ 30\ + sin\ 0) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+0\right) = \frac{1}{4}$$

قوانين المثلثات :

– قانون الجيوب :



* **مساحة المثلث :**

المساحة $= \frac{1}{2}bc\ sin\ A$ المساحة $= \frac{1}{2}ac\ sin\ B$ المساحة $= \frac{1}{2}ab\ sin\ C$

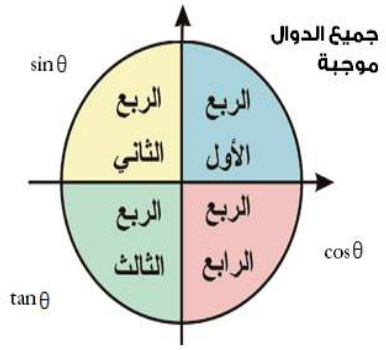
* **مساحة المثلث بمعلومية قياس زاويتين فيه وطول أحد أضلاعه :**

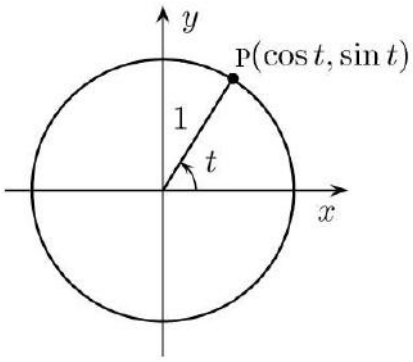
$$\frac{sin\ A}{a} = \frac{sin\ B}{b} = \frac{sin\ C}{c}$$

– قانون جيوب التمام :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cos\ A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\ cos\ B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ cos\ C$$

قيم الدوال المثلثية :





– دائرة الوحدة : هي دائرة نصف قطرها يساوي 1 .

س145/ إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $P(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ فإن قيمة $sin\theta$ =

أ) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ج) $-\frac{1}{2}$ د) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

الحل : الإجابة (د) $P(cos\theta, sin\theta)$ ولذلك قيمة $sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

س146/ زاوية 130^o تُكافئ :

أ) 490 ب) −490 ج) 560 د) −560

الحل : 490 ، وذلك لأن (490 = 360 + 130) أما الزاوية بالسالب فتكون (130−360 = −230)

س147/ القيمة الدقيقة لـ $cos240$:

أ) $\frac{1}{2}$ ب) $-\frac{1}{2}$ ج) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ د) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

الحل : الإجابة (ب) وذلك لأن (240−180 = 60) ، ولأن 240 تقع في الربع الثالث فإن cos تكون قيمتها سالبة و $cos\ 60 = \frac{1}{2}$ ولأن قيمتها سالبة فإن القيمة الدقيقة تكون $-\frac{1}{2}$.

التحويل من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان والعكس :

من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان	من القياس بالراديان إلى القياس بالدرجات
$\frac{\pi \text{ راديان}}{180}$	$\frac{180}{\pi \text{ راديان}}$

س148/ إذا علمت أن قياس الزاوية بالراديان = $\frac{5\pi}{2}$ ، فإن قياسها بالدرجات =

أ) 72 ب) 450 ج) −72 د) −450

الحل : الإجابة (ب) 450 بالتعويض بقانون التحويل من راديان للدرجات .

س149/ قيمة الزاوية 120 بالراديان :

أ) $\frac{\pi}{6}$ ب) $\frac{\pi}{216}$ ج) $-\frac{\pi}{6}$ د) $-\frac{\pi}{216}$

الحل : الإجابة (أ) بالتعويض بقانون الراديان.

عدد الدورات :

– يُعطى قانون عدد الدورات بالعلاقة : عدد الدورات = $\frac{\text{المسافة}}{\text{محيط العجلة}}$.

س150/ طول نصف قطر إطارات شاحنة 33in. المسافة التي تقطعها الشاحنة بعد أن تدور إطاراتها ثلاثة أرباع دورة هي :

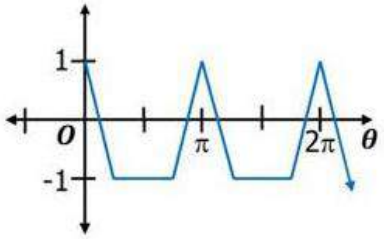
أ) 24.75π ب) 44π ج) 49π د) 55π

الحل : $\frac{3}{4} = \frac{x}{66\pi}$. 49π (66 من محيط العجلة وهي محيط الدائرة : $2r\pi$).

الدوال الدورية :

– يكون شكل الدالة وقيمها (y) عبارة عن تكرار لنمط على فترات منتظمة متتالية ، ويسمى النمط الواحد الكامل منها دورة والمسافة الأفقية في الدورة بطول الدورة.

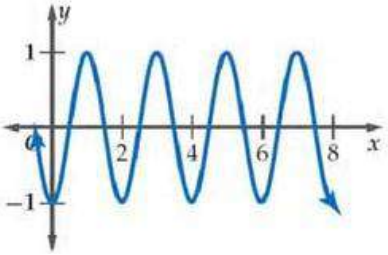
س151/ طول الدورة في الشكل التالي :



أ) -1 ب) π ج) 2π د) $\frac{\pi}{2}$

الحل : الإجابة (ب) π ، وذلك لأن $\pi - 0 = \pi$ وكذلك $2\pi - \pi = \pi$

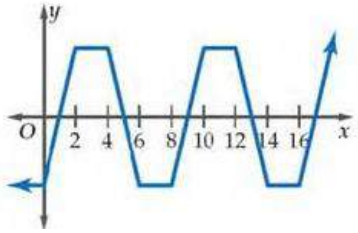
س152/ طول الدورة في الشكل التالي :



أ) 1 ب) 2 ج) 4 د) -1

الحل : طول الدورة = 2 ، وذلك لأن ... , 2 = 6–4 , 2 = 4–2

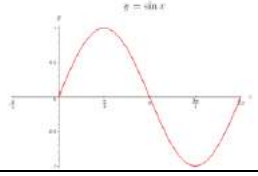
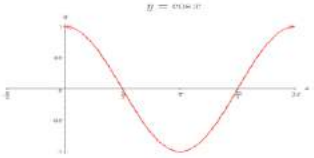
س153/ طول الدورة في الشكل التالي :



أ) 6 ب) 8 ج) 4 د) 10

الحل : الإجابة (ب) 8 ، وذلك لأن (6 = 4+2) ، (14 = 8+6) إذاً (14–6 = 8) ...

تمثيل الدوال المثلثية بيانياً :

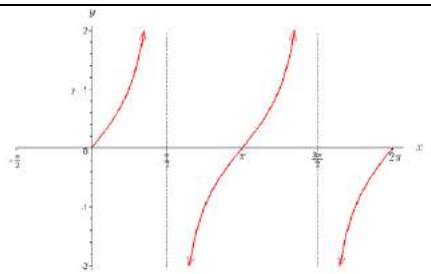
دالة الجيب وجيب التمام		
الدالة المولدة (الأم)	$y = sin\ \theta$	$y = cos\ \theta$
التمثيل البياني		
المجال	R	R
المدى	$\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$	$\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$
السعة (a)	1	1
طول الدورة	360^o	360^o

$y = a\ sin\ b\theta\ , y = a\ cos\ b\ \theta$ ، السعة تكون $|a|$ وطول الدورة $\frac{360^o}{|b|}$

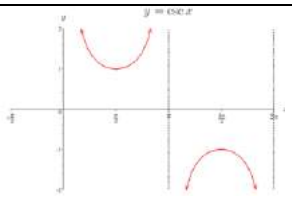
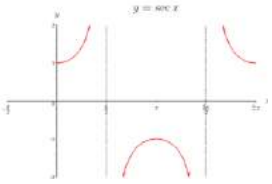
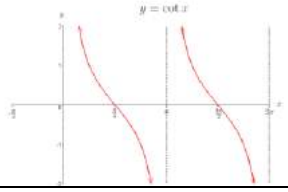
س154/ أحسب سعة الدورة وطول الدورة للدالة $y = 4\ cos\ 3\theta$ ،

الحل : سعة الدورة $|a| = |4| = 4$ ، طول الدورة $\frac{360^o}{|b|} = \frac{360^o}{|3|} = 120^o$.

دالة الظل :

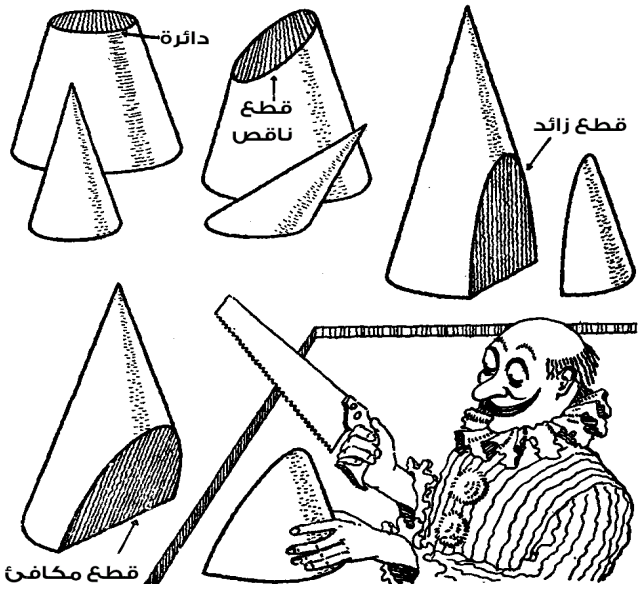
دالة الظل	
الدالة المولدة (الأم)	$y = tan\,\theta$
التمثيل البياني	
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 90 + 180n\,, n \in Z\}$
المدى	R
السعة (a)	غير معرفة (U)
طول الدورة	180^o

دالة قاطع التمام والقاطع وظل التمام :

دوال قاطع التمام والقاطع وظل التمام			
الدالة المولدة (الأم)	$y = csc\,\theta$	$y = sec\,\theta$	$y = cot\,\theta$
التمثيل البياني			
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 180n\,, n \in Z\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 90 + 180n$ $n \in Z\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 180n\,, n \in Z\}$
المدى	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	$\mathbf{R}$
السعة (a)	غير معرفة (U)	غير معرفة (U)	غير معرفة (U)
طول الدورة	360^o	360^o	180^o

الفصل السابع:

القطوع المخروطية والنهايات وحساب التكامل والتفاضل



* القطوع المخروطية :

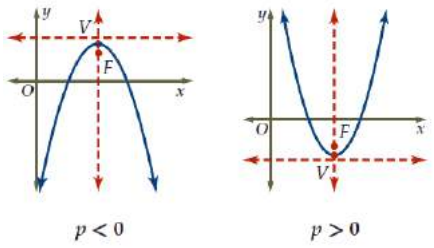
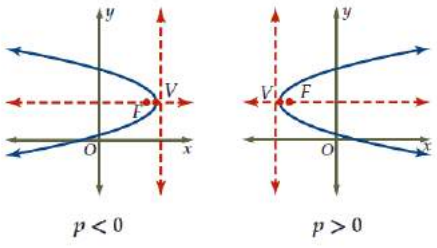
– القطوع المخروطية : هي الأشكال الناتجة عن تقاطع مستوى ما مع مخروطين دائريين قائمين متقابلين بالرأس كليهما أو إحداهما.

– القطع المكافئ : هو المحل الهندسي لجميع نقاط المستوى والتي تبعد عن نقطة ثابتة تسمى البؤرة وبعد ثابت ويسمى الدليل.

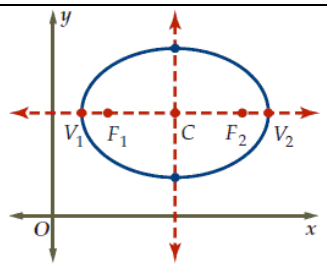
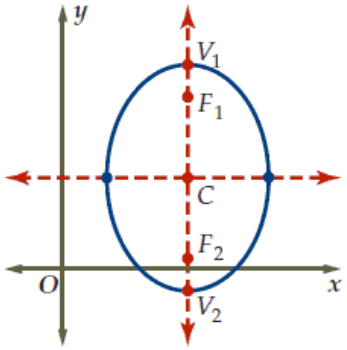
– القطع الناقص : المحل الهندسي لجميع نقاط المستوى يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتين يساوي مقداراً ثابتاً.

– القطع الزائد : المحل الهندسي لجميع نقاط المستوى التي يكون الفرق المطلق بين بعديها عن بؤرتين مقداراً ثابتاً .

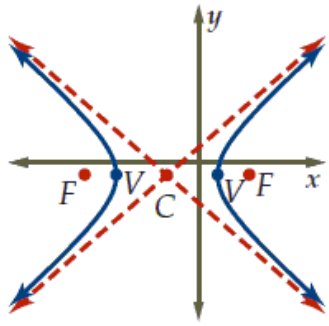
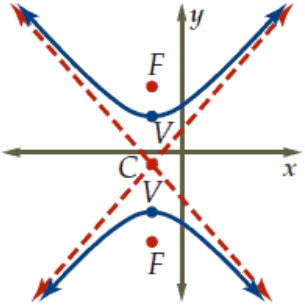
خصائص القطع المكافئ :

الصورة القياسية :	$(x-h)^2=4p(y-k)$	الصورة القياسية :	$(y-k)^2=4p(x-h)$
الشكل البياني :		الشكل البياني :	
الاتجاه :	المنحنى مفتوح رأسيًا	الاتجاه :	المنحنى مفتوح أفقيًا
الرأس :	(h,k)	الرأس :	(h,k)
البؤرة :	$(h,k+p)$	البؤرة :	$(h+p,k)$
معادلة محور التماثل :	$x=h$	معادلة محور التماثل :	$y=k$
معادلة الدليل :	$y=k-p$	معادلة الدليل :	$x=h-p$
طول الوتر البؤري :	$\|4p\|$	طول الوتر البؤري :	$\|4p\|$

خصائص القطع الناقص :

الصورة القياسية :	$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	الصورة القياسية :	$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$
الشكل البياني :		الشكل البياني :	
الاتجاه :	المحور الأكبر أفقي	الاتجاه :	المحور الأكبر رأسي
المركز :	(h, k)	المركز :	(h, k)
البؤرتان :	$(h \pm c, k)$	البؤرتان :	$(h, k \pm c)$
الرأسان	$(h \pm a, k)$	الرأسان :	$(h, k \pm a)$
الرأسان المرافقان :	$(h, k \pm b)$	الرأسان المرافقان	$(h \pm b, k)$
المحور الأكبر :	$y = k$	المحور الأكبر :	$x = h$
المحور الأصغر:	$x = h$	المحور الأصغر:	$y = k$
العلاقة بين a,b,c	$c^2 = a^2 - b^2$ أو $c = \sqrt{a^2 - b^2}$	العلاقة بين a,b,c	$c^2 = a^2 - b^2$ أو $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

خصائص القطع الزائد :

الصورة القياسية :	$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	الصورة القياسية :	$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$
الشكل البياني :		الشكل البياني :	
الاتجاه :	المحور القاطع أفقي	الاتجاه :	المحور القاطع رأسي
المركز :	(h, k)	المركز :	(h, k)
الرأسان :	$(h \pm a, k)$	الرأسان :	$(h, k \pm a)$
البؤرتان :	$(h \pm c, k)$	البؤرتان :	$(h, k \pm c)$
المحور القاطع:	$y = k$	المحور القاطع:	$x = h$
المحور المرافق:	$x = h$	المحور المرافق:	$y = k$
خط التقارب :	$y-k=\pm\frac{b}{a}(x-h)$	خط التقارب :	$y-k=\pm\frac{a}{b}(x-h)$
العلاقة بين a,b,c	$c^2=a^2-b^2$ أو $c=\sqrt{a^2-b^2}$	العلاقة بين a,b,c	$c^2=a^2-b^2$ أو $c=\sqrt{a^2-b^2}$

الدائرة وخصائصها :

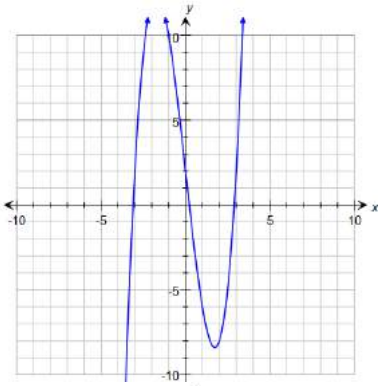
- الصورة القياسية لمعادلة الدائرة تُعطى بالعلاقة :

الصورة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركزها (h, k) ونصف قطرها r هي:

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

– النهايات (Limits) :

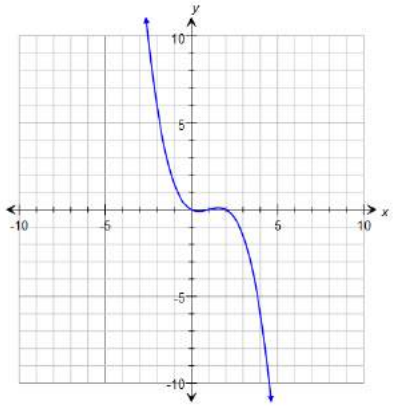
س155/ $\lim_{x \to \infty} f(x)$ في الشكل التالي :



أ) 0 ب) ∞ ج) $-\infty$ د) i

الحل : الإجابة (ب) ∞ ، يكون المحور ممتد إلى موجب المالانهاية في محور x ، ولذلك يكون محور الـ y أو f(x) ممتد إلى موجب المالانهاية أيضاً .

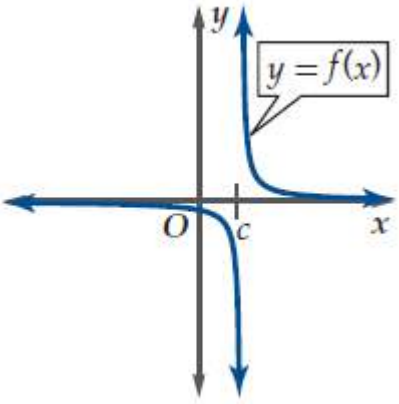
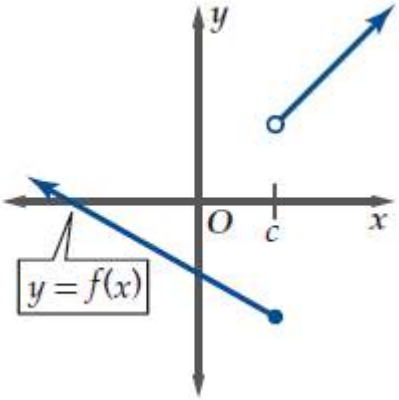
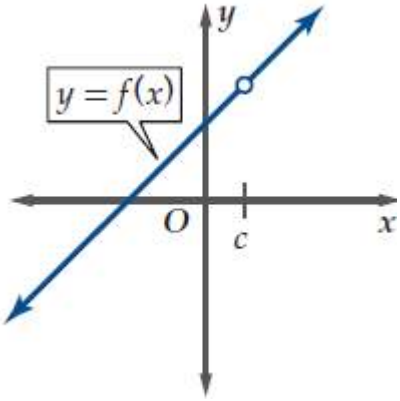
س156/ $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ في الشكل التالي :

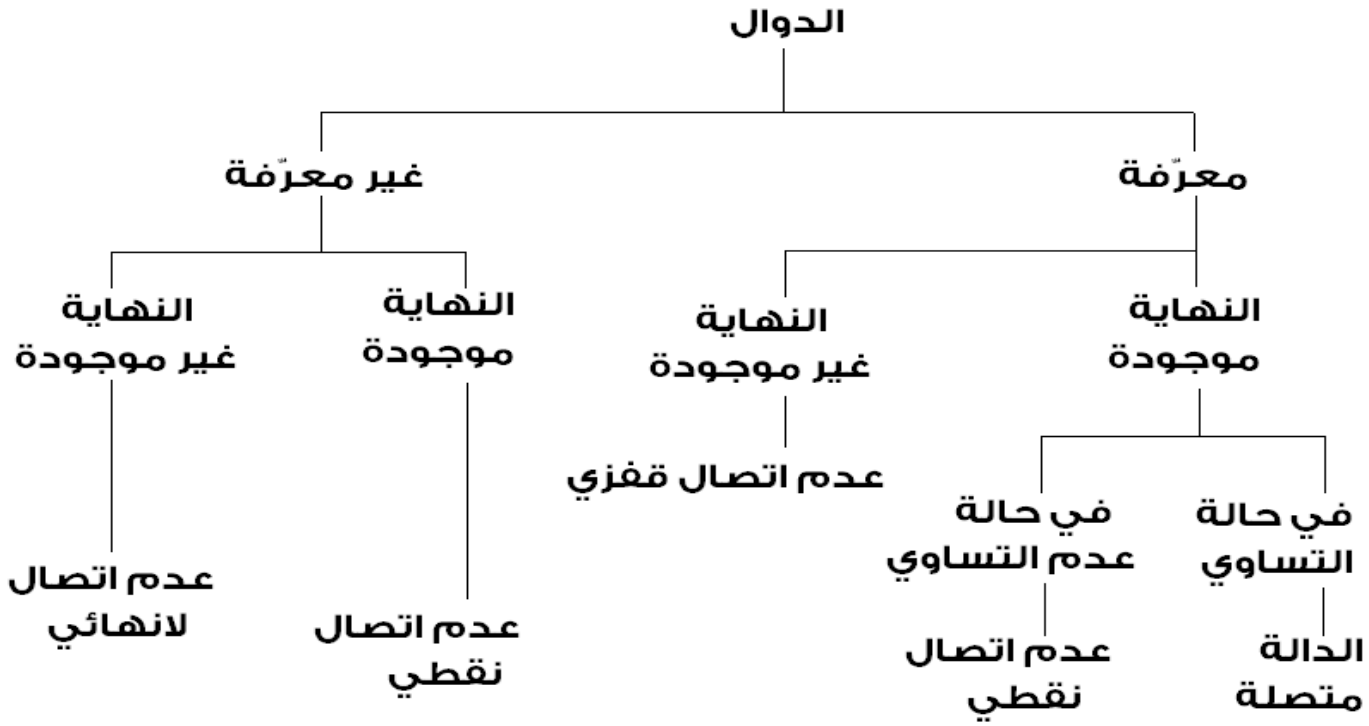


أ) 0 ب) ∞ ج) $-\infty$ د) i

الحل : الإجابة (ب) ∞ ، وذلك عندما تؤول أو تقترب x من $-\infty$ ، تكون الدالة f(x) تقترب من موجب المالانهاية $+\infty$

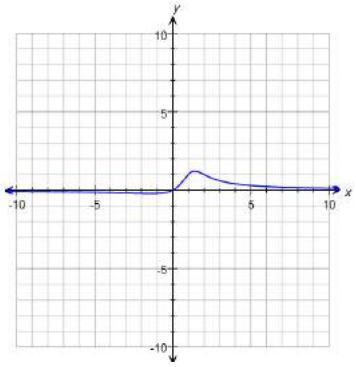
أنواع عدم الاتصال :

عدم اتصال لانهائي	عدم اتصال قفزي	عدم اتصال نقطي
		
سميت بعدم الاتصال اللانهائية ، لأن الدالتين غير متصلتين وتمتد للمالانهاية من الطرفين.	سميت بعدم الاتصال القفزي لأن الدالة تكون على شكل قفزة .	سميت بعدم الاتصال النقطي ، لأن هُناك نقطة غير متصلة بالدالة.



– يُسمى عدم الاتصال النقطي : عدم اتصال قابل للإزالة.

– يُسمى عدم الاتصال اللانهائي وعدم الاتصال القفزي : عدم اتصال غير قابل للإزالة.

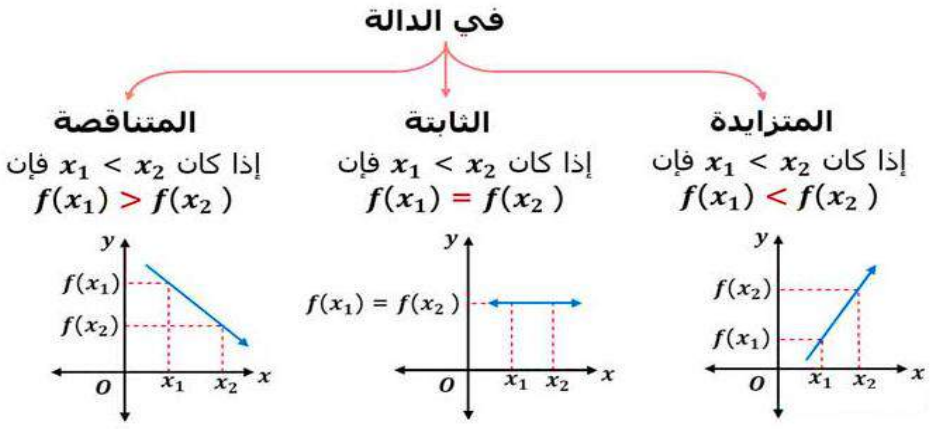


س157/ $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ في الشكل التالي :

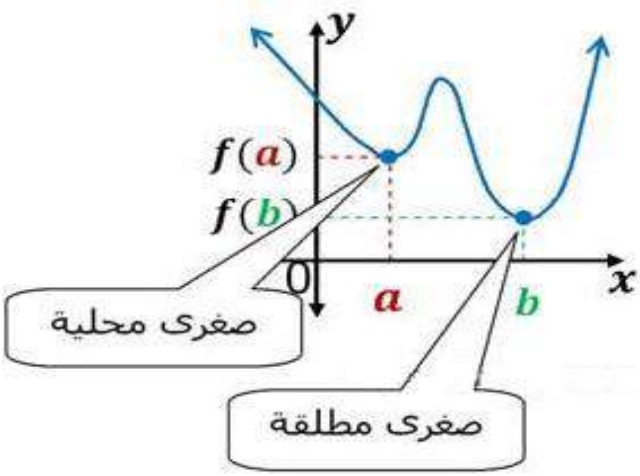
أ) 0 ب) ∞ ج) −∞ د) غير معرف

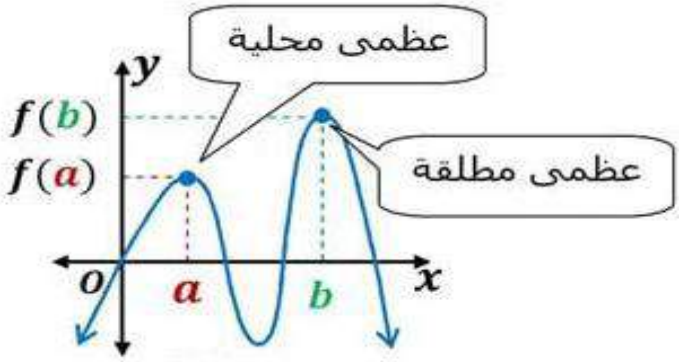
الحل : الإجابة (أ) 0 ، لأنه لا يوجد امتداد للمالانهاية وسالب المالانهاية على أو حول محور y.

دوال التزايد والتناقص والثابتة :



– القيم القصوى المحلية والمطلقة :





– القيمة الصغرى المطلقة : أقل قيمة ممكنة للدالة في مجالها .

– القيمة الصغرى المحلية : أقل قيمة ممكنة للدالة من جميع القيم أو الفترات الأخرى.

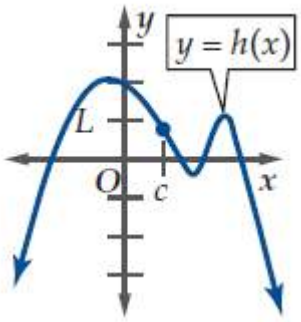
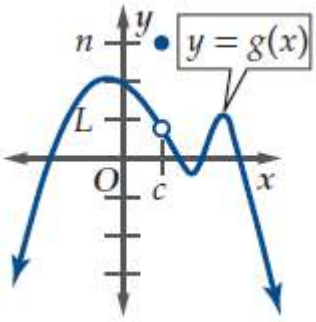
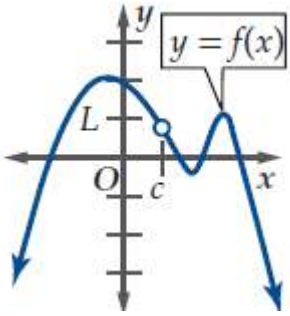
– القيمة العظمى المطلقة : أكبر قيمة ممكنة للدالة في مجالها.

– القيمة العظمى المحلية : أكبر قيمة ممكنة للدالة من جميع القيم أو الفترات الأخرى.

عدم اعتماد النهاية على قيمة الدالة عند نقطة :

– التعبير اللفظي : لا تعتمد نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من العدد c على قيمة الدالة عند c.

أمثلة :

		
$\lim_{x\to c} h(x) = L$ $h(c) = L$	$\lim_{x\to c} g(x) = L$ $g(c) = n$	$\lim_{x\to c} f(x) = L$ $f(c)$ غير معرفة

النهاية من جهة واحدة :

النهاية من اليمين	النهاية من اليسار
إذا اقتربت قيم $f(x)$ من قيمة وحيدة L_1 ، عند اقتراب قيم x من العدد c من اليمين ، فإن : $\lim_{x\to c^+} f(x) = L_1$ وتقرأ : نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من c من اليمين هي : L_1.	إذا اقتربت قيم $f(x)$ من قيمة وحيدة L_1 ، عند اقتراب قيم x من العدد c من اليسار فإن : $\lim_{x\to c^-} f(x) = L_2$ وتقرأ : نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من c من اليسار ، هي : L_1

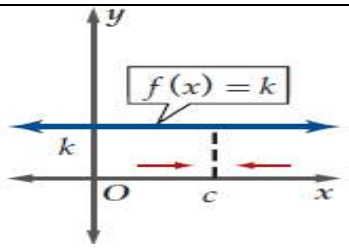
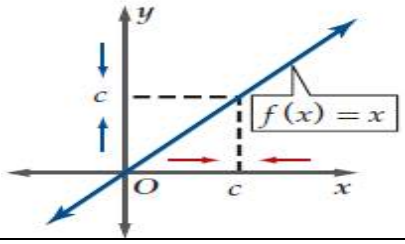
النهاية عند نقطة :

– تكون نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من c ، إذا وفقط إذا كانت النهايتان من اليمين واليسار موجودتين ومتساويتين ، أي أنه إذا كانت :

$$\lim_{x\to c^-} f(x) = \lim_{x\to c^+} f(x) = L \text{ ،}$$

$$\lim_{x\to c} f(x) = L \text{ فإن}$$

نهايات الدوال :

نهايات الدوال الثابتة	نهاية الدوال المحايدة
	
نهاية الدالة الثابتة عند أي نقطة c هي القيمة الثابتة للدالة ، ويرمز لها بالرمز : $\lim_{x\to c} k = k$	نهاية الدالة المحايدة عند النقطة c هي c ويرمز لها بالرمز : $\lim_{x\to c} x = c$

حساب النهايات جبرياً :

خاصية المجموع	$\lim_{x\to c}[f(x)+g(x)] = \lim_{x\to c} f(x) + \lim_{x\to c} g(x)$
خاصية الفرق	$\lim_{x\to c}[f(x)-g(x)] = \lim_{x\to c} f(x) - \lim_{x\to c} g(x)$
خاصية الضرب في ثابت	$\lim_{x\to c}[k\,f(x)] = k \lim_{x\to c} f(x)$
خاصية القسمة	$\lim_{x\to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to c} f(x)}{\lim_{x\to c} g(x)}$ ، حيث $\lim_{x\to c} g(x) \neq 0$
خاصية القوة	$\lim_{x\to c}[f(x)^n] = \left[\lim_{x\to c} f(x)\right]^n$
خاصية الجذر النوني	$\lim_{x\to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to c} f(x)}$ ، إذا كان $\lim_{x\to c} f(x) > 0$

الصيغة الغير المحددة :

– يُسمى ناتج التعويض في النهايات على الصورة $\frac{0}{0}$ بالصيغة الغير محددة ; لأنه لا يمكن تحديد نهاية الدالة مع وجود صفر ، ومثل هذه النهايات قد تكون موجودة ولها قيمة حقيقة ، أو غير موجودة أو متباعدة نحو $\infty, -\infty$.

س158/ $\lim_{x\to -4} \frac{x^2-x-20}{x+4}$:

أ) غير معرفة ب) **0** ج) **−9** د) ∞

الحل : الإجابة (ج) وذلك بأخذ العامل المشترك الأكبر ثم التعويض بتأول x

$$\lim_{x\to -4} \frac{(x-5)(x+4)}{x+4} = \lim_{x\to -4} \frac{(x-5)\cancel{(x+4)}}{\cancel{x+4}} = \lim_{x\to -4} (x-5) = (-4)-5 = -9$$

س159/ $\lim_{x\to 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$:

أ) غير معرفة ب) **0** ج) $\frac{1}{6}$ د) $-\frac{1}{6}$

الحل : الإجابة (ج) ، كما نُلاحظ أن بالتعويض بقيمة 9 الحل = 0/0 ، وبعد ذلك يتم إنطاق المقام ومن ثم اختصار العوامل المشتركة

$$\lim_{x\to 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} = \lim_{x\to 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} = \lim_{x\to 9} \frac{x-9}{(x-9)(\sqrt{x}+3)} = \frac{1}{\sqrt{9}+3} = \frac{1}{6}$$

س160/ $\lim_{x\to 2} (\sqrt{x-3})$:

أ) **0** ب) **1** ج) $\sqrt{6}$ د) غير موجودة

الحل : الإجابة (د) غير موجودة. وذلك لأن بالتعويض بقيمة 2 يتضح أنها تُعطي عدد بجذر سالب أي غير موجود.

نهايات دوال القوى عند المالانهاية :

– لأي عدد صحيح موجب n :

- $\lim_{x\to\infty} x^n = \infty$
- $\lim_{x\to-\infty} x^n = \infty$ ، إذا كان n عددًا زوجيًا.
- $\lim_{x\to-\infty} x^n = -\infty$ ، إذا كان n عددًا فرديًا.

نهاية دوال كثيرات الحدود عند المالانهاية :

إذا كانت $p(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة حدود ، فإن

$$\lim_{x\to\infty} p(x) = \lim_{x\to\infty} a_n x^n \quad , \quad \lim_{x\to-\infty} p(x) = \lim_{x\to-\infty} a_n x^n$$

س161/ $\lim_{x\to-\infty}(x^3-2x^2+5x-1)$:

أ) 0 ب) 1 ج) $-\infty$ د) غير موجودة

الحل :

$$\lim_{x\to-\infty}(x^3-2x^2+5x-1)=\lim_{x\to-\infty}x^3=-\infty$$

نهاية دالة المقلوب عند المالانهاية :

– إن نهاية دالة المقلوب عند موجب أو سالب المالانهاية هي : صفر.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0$$

مُعدل التغير اللحظي :

– مُعدل التغير اللحظي للدالة f عند النقطة : $(x,f(x))$ هو ميل المماس عند النقطة $(x,f(x))$.

ويُعطى بالصيغة $m=\lim_{h\to h}\frac{f(x-h)-f(x)}{h}$ ، بشرط أن تكون النهاية موجودة.

المشتقات وطريقة الاشتقاق :

– تُسمى عملية إيجاد المشتقات بالتفاضل.

* مشتقة دالة عند نقطة :

– لإيجاد مشتقة دالة عند نقطة يتم تطبيق القانون :

$$f'(x)=\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

– لإيجاد مشتقة القوة ، يتم تطبيق قاعدة مشتقة القوة :

إذا كان $f(x)=x^n$ ، حيث n عدد حقيقي، فإن $f'(x)=nx^{n-1}$.

– قواعد أخرى للاشتقاق :

نوع المشتقة	قانونها الرياضي
مشتقة الثابت	مشتقة الدالة الثابتة تساوي صفرًا. أي أنه إذا كانت $f(x)=c$، حيث c عدد ثابت، فإن $f'(x)=0$.
مشتقة مضاعفات القوى	إذا كانت $f(x)=cx^n$ ، حيث c ثابت، و n عدد حقيقي، فإن $f'(x)=cnx^{n-1}$.
مشتقة المجموع أو الفرق	إذا كانت $f(x)=g(x)\pm h(x)$ ، فإن $f'(x)=g'(x)\pm h'(x)$.

– قاعدة مشتقة الضرب والقسمة :

* قاعدة مشتقة الضرب :

إذا كانت مشتقة كلٌ من الدالتين f ، g موجودة عند x ، فإن $\frac{d}{dx}[f(x)\,g(x)] = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)$.

* قاعدة مشتقة القسمة :

إذا كانت مشتقة كل من الدالتين f, g موجودة عند x ، وكان $g(x) \neq 0$ ، فإن

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x)\,g(x) - f(x)\,g'(x)}{[g(x)]^2}$$

مُلاحظة هامة : يرمز لمشتقة $y = f(x)$ أيضاً بالرموز $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df}{dx}$, y ، وإذا سبق الدالة $\frac{d}{dx}$ (المؤثر التفاضلي) فإن ذلك يعني إيجاد مشتقة الدالة.

س162/ مشتقة الدالة $f(x) = x^9$:

أ) x^9 ب) $9x^9$ ج) $8x^9$ د) $9x^8$

الحل : الإجابة (د) $f'(x) = 9x^{9-1} = 9x^8$, $f(x) = x^9$

س163/ مشتقة الدالة $g(x) = \sqrt[5]{x^7}$:

أ) $\frac{7}{5}\sqrt[5]{x^2}$ ب) $\frac{5}{7}\sqrt[5]{x^2}$ ج) $\frac{x^7}{5}$ د) $\frac{x^5}{7}$

الحل : الإجابة (أ) $g'(x) = \frac{7}{5}x^{\frac{7}{5}-1} = \frac{7}{5}x^{\frac{2}{5}} = \frac{7}{5}\sqrt[5]{x^2}$, $g(x) = x^{\frac{7}{5}}$, $g(x) = \sqrt[5]{x^7}$

س164/ مشتقة الدالة $t(x) = \frac{1}{x^8}$:

أ) $\frac{8}{x^9}$ ب) $-\frac{8}{x^9}$ ج) $8x^8$ د) $9x^7$

الحل : الإجابة (ب) $t(x) = -8x^{-8-1} = -8x^{-9} = -\frac{8}{x^9}$, $t(x) = x^{-8}$, $t(x) = \frac{1}{x^8}$

س165/ مشتقة الدالة $f(x) = 5x^3 + 4$:

أ) $\sqrt[3]{15} + 4$ ب) $15x^2$ ج) $\sqrt[3]{19x}$ د) $2x^{15}$

الحل : الإجابة (ب) $f'(x) = 5 \cdot 3x^{3-1} + 0 = 15x^2$, $f(x) = 5x^3 + 4$.

س166/ مشتقة الدالة $h(x) = (-7x^2 + 4)(2 - x)$:

أ) $-14x$ ب) $14x$

ج) $-21x^2 - 28x + 4$ د) $21x^2 - 28x - 4$

الحل : فكر بالإجابة ..

التكامل :

– التكامل : هو عبارة عن عملية عكسية عن التفاضل ، وهو عملية إيجاد دول أصلية ، والتكامل نوعان وهما :

* تكامل محدد * تكامل غير محدد (التكامل بالتعويض) .

– التكامل المحدد : يُستخدم لحساب المساحة تحت المُنحنيات وكذلك الحجوم والسطوح، أي كلما اقترب عرض المستطيل من الصفر ، فإن عدد المستطيلات يقترب من المالانهاية ، لاحظ وجود (a,b) $\int_b^a f(x)dx$

– التكامل غير المحدد : يُستخدم لحساب الدوال الجبرية والمثلثية ، ولقد سمي التكامل الغير محدد بهذا الاسم نظرا لاحتوائه علي ثابت للتكامل غير محدد القيمة مما يدل علي عدد لانهائي من الدوال

يُعبر عن مساحة المنطقة المحصورة بين مُنحنى دالة والمحور x في الفترة [a,b] بالصيغة

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x\,,\ \Delta x = \frac{b-a}{n},\ x_i = a + i\Delta x$$

حيثُ a : الحد الأدنى ، b : الحد الأعلى ، وتسمى هذه الطريقة مجموع ريمان الأيمن .

التكامل غير المحدد :

– يُعطى التكامل غير المحدد للدالة f بالصيغة :

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

حيث $F(x)$: دالة أصلية لـ $f(x)$ و C : ثابت.

الدوال الأصلية :

– قواعد الدالة الأصلية :

قاعدة القوة	إذا كان $f(x) = x^n$ ، حيث n عدد نسبي لا يساوي -1 ، فإن: $F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$.
قاعدة ضرب دالة القوة في عدد ثابت	إذا كان $f(x) = k\,x^n$ ، حيث n عدد نسبي لا يساوي -1 ، k عددًا ثابتًا، فإن: $F(x) = \frac{k\,x^{n+1}}{n+1} + C$.
قاعدة المجموع والفرق	إذا كان لـ $f(x)$ ، $g(x)$ دالتان أصليتان هما $F(x)$ ، $G(x)$ على الترتيب ، فإن: $F(x) \pm G(x)$ دالة أصلية لـ $f(x) \pm g(x)$.

النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل :

– هي نظرية تربط التكامل بالتفاضل ، أي تربط التكاملات والمشتقات ببعضهما البعض ، وهي تنص على أن :

– إذا كانت $F(x)$ دالة أصلية للدالة المتصلة $f(x)$ ، فإن :

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

ويمكن التعبير عن الطرف الأيمن من هذه العبارة بالرمز $F(x)\Big|_a^b$.

س167/ احسب التكامل :

$$\int (9x - x^3)\,dx \; ؟$$

الحل : يُعتبر تكامل غير محدد لأنه لم يحدد أرقام بجانب رمز التكامل إذ أن الحل يكون

$$\int (9x - x^3)\,dx = \frac{9x^{1+1}}{1+1} - \frac{x^{3+1}}{3+1} + C$$

$$= \frac{9}{2}x^2 - \frac{x^4}{4} + C$$

س168/ احسب التكامل

$$\int_2^3 (9x - x^3)\,dx \; ؟$$

الحل : يُعتبر تكامل مُحدد لأنه حدد أرقام ما بجانب رمز التكامل ..

$$\int_2^3 (9x - x^3)\,dx = \left(\frac{9}{2}x^2 - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_2^3$$

$$= \left(\frac{9}{2}3^2 - \frac{3^4}{4}\right) - \left[\frac{9}{2}(2)^2 - \frac{2^4}{4}\right]$$

$$= 20.25 - 14 = 6.25$$

إيجاد المساحة تحت المُنحنى :

س169/ مساحة تحت المنحنى للدالة $f(x) = x^2$ في الفترة $[\ 0\ ,\ 3\ ]$:

أ) 4 ب) 9 ج) 12 د) 55

الحل : التكامل يُعتبر تكامل مُحدد ، النقاط هي : $x = 0\ , x = 3$

$$\int_a^b f(x)\ dx = \int_0^3 x^2\ dx$$

بالاشتقاق :

$$\frac{x^3}{3}\ , 0 \to 3 = \frac{3^3}{3} - \frac{0^3}{3} = 3^2 = 9 \text{ وحدات مربعة}$$

(2)

مبادئ الرياضيات

كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

ملخص مبادئ الرياضيات

المستوى الأول – إدارة أعمال

إعداد : Lotus
مراجعة : سارة الغنام
بإشراف : د. ثابت القحطاني

المحاضرة الأولى(الفصل الاول)

- **نظم الاعداد :**

1/ مجموعه الأعداد الطبيعية $\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ الموجبه

2/ مجموعة الأعداد الكلية $\mathbf{A} = \mathbf{N} \cup \{0\}\{0, 1, 2, 3, \dots\}$الموجبه والصفر

3/ مجموعة الأعداد الصحيحة$\mathbf{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$الموجبة+السالبة+الصفر

4/مجموعة الأعداد النسبية $R_n = \{\frac{a}{b}, \mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbf{Z}, \mathbf{b} \neq \mathbf{0}\}$

5/ مجموعة الأعداد الغير نسبية $Q^* = \{x : x \in R_n$

$\pi \in Q^*$ $\pi \in \mathbf{R_n}$ /

$\sqrt{A} \in Q^*$ $\pi \in \mathbf{z}$ /

6/ مجموعة الأعداد الحقيقية : $R = Rn \cup Q$

الأسس :-

نجمع $\mathbf{x^3 \times x^2 = x^5}$

نطرح$\mathbf{x^3 \div x^2 = x^1}$

قواعد الإشارات:-

في الضرب والقسمة

إذا تساوت الإشارات = (+)

وإذا اختلفت = (–)

وفي الجمع والطرح :

(+)+(+) = +

(-) + (-) = -

واذا اختلفت نأخذ اشاره الاكبر ونطرح

ينتمي ∈

اتحاد ∪

تقاطع ∩

فاي∅

$\pi \approx 3.14$

- **أولويات العمليات الحسابية : (الضرب والقسمة أولى من الجمع والطرح)**

***مثال :**

$$9 \div 3 + 4 \times 2 = 3 + 4 \times 2 = 3 + 8 = 11$$

$$8 - 7 \times 2 + 3 = 8 - 14 + 3 = -6 + 3 = -3$$

$$\frac{-8 - 4 \times -6 \div 12}{4 - 3 \times 2} = \frac{-8 + 24 \div 12}{4 - 6} = \frac{-8 + 2}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$\frac{15 \div 5 \times 4 \div 6 - 8}{-6 + 5 - 8 \div 8} = 3$$

- **خصائص بعض العمليات الحسابية : (توحيد المقامات عند جمع وطرح عددين نسبيين)**

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd}$$

***مثال :**

$$5 + \frac{2}{5} = \frac{25}{5} + \frac{2}{5} = \frac{27}{5}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{2} = \frac{4}{6} + \frac{15}{6} = \frac{19}{6}$$

$$\frac{3}{2} - 7 = \frac{3}{2} - \frac{14}{2} = \frac{-11}{2}$$

$$\frac{5}{3} - \frac{3}{4} = \frac{20}{12} - \frac{9}{12} = \frac{11}{12}$$

*عملية الضرب :

$$\frac{a}{b}.\frac{c}{d}=\frac{a.c}{b.d}$$

مثال :

$$\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{4}\times\frac{-2}{5}=\frac{-6}{20}=\frac{-3}{10}$$

$$\frac{4}{7}\times\frac{5}{2}=\frac{20}{14}$$

*عملية القسمة :

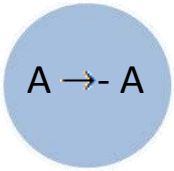
$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$$

*مثال :

$$\frac{3}{5}\div\frac{2}{7}=\frac{3}{5}\times\frac{7}{2}=\frac{21}{10}$$

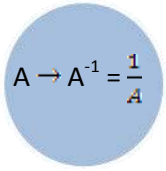
$$\frac{4}{3}\div\frac{1}{2}=\frac{4}{3}\times\frac{2}{1}=\frac{8}{3}$$

$$\frac{-2}{3}\div\frac{6}{4}=\frac{-2}{3}\times\frac{4}{6}=\frac{-8}{18}=\frac{-4}{9}$$



المعكوس الجمعي : هو عكس الاشارة لنفس العدد

(العنصر المحايد للجمع = 0)



المعكوس الضربي : هو قلب الكسر

(العنصر المحايد للضرب = 1)

$$= \frac{-10\frac{2}{3}+4}{3\ \frac{3}{5}-2} = \frac{70}{-21}$$

$$\frac{\frac{-3}{5}+\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}} = \frac{1}{15}$$

$$3 \times [4 + 2(3-5) - 2] = -6$$

- القيمة المطلقة:

$$|x| = \begin{cases} x, x \geq 0 \\ -x, x < 0 \end{cases}$$

- مثال :

$$|-4| = -(-4) = 4$$

$$|5| = 5$$

$$|5 - \sqrt{3}| = 5 - \sqrt{3}$$

$$|3| = 3$$

$$|\sqrt{5} - 2| = \sqrt{5} - 2$$

$$|-6| = 6$$

$$\left|\frac{3}{5} - \frac{4}{3}\right| = \frac{9-20}{15} = \left|\frac{-11}{15}\right| = \frac{11}{15}$$

المحاضرة الثانية

- العمليات الجبرية :
- عملية الجمع و الطرح :

$3x + 5x - 4 = 8x - 4$

$+ 5a2a + 3a + 5a^2 = 5a^2$

$(3x^2 + 5x - 2) + (6x^2 + 2x + 8) = 9x^2 + 7x + 6$

$5x + 2y - 2x + 4y = 3x + 6y$

$(2a + 5b) - (4a - 3b) = -2a + 8b$

$(5x^2 + 3x - 2) - (x^2 + 2x + 6) = 4x^2 + x - 8$

$(5a^2 - 3a + 4) - (a^2 - 8) = 4a^2 - 3a + 12$

$3x + 5x = 8x$

$4a + 2a - 3 = 6a - 3$

$2x + 5a + 3x + 5 = 5x + 5a + 5$

$5x + 2y - 2x + 6y - 3y = 3x + 5y$

$$(3x^4 - 2x^3 - 4x^2) + (x^3 - 2x^2 - 5x) - (x^2 + 7x - 2)$$
$$= 3x^4 - x^3 - 7x^2 - 12x - 2$$

$$(5a^2 - 3a + 4) - (a^2 - 8) = 4a^2 - 3a + 12$$

- **إيجاد قيمة المقادير الجبرية:**

- **اوجد قيمة المقدار التالي:**

$$\frac{3x^3 - 2x^2 + 5y^2 - 2y}{3x^2 + y}$$

عندما $x = 2, y = -2$

$$\frac{3(2)^3 - 2(2)^2 + 5(-2)^2 - 2(-2)}{3(2)^2 + (-2)} = \frac{40}{10} = 4$$

$$2a + 3b - c$$

عندما $a = 3, b = 1, c = 2$

$$2(3) + 3(1) - 2$$

$$= 6 + 3 - 2 = 7$$

$$3x^2 + 2y - 4z$$

عندما $x = 2, y = 3, z = 1$

$$3(2)^2 + 2(3) - 4(1)$$

$$= 3 \times 4 + 6 - 4 = 14$$

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{a}\right)(b^2 - c^2)$$

عندما $a = 3, b = 1, c = 2$

$$\left(\frac{3}{1} + \frac{2}{3}\right)(1^2 - 2^2)$$

$$\left(\frac{9 + 2}{3}\right)(1 - 4)$$

$$= \frac{11}{3} \times \left(\frac{-3}{1}\right) = \frac{-33}{3} = -11$$

$$\frac{2a^2 + 5b - 3c}{a + 3b + 4c^3}$$

عندما $a=2 \quad b=1 \quad c=2$

$$= \frac{2(2)^2 + 5(1) - 3(2)}{(2) + 3(1) + 4(2)^3} = \frac{7}{37}$$

- ضرب المقادير الجبرية :

$(3a+2)(2a+4) = 6a^2 + 16a + 8$

$5(3x^2 + 2y) = 15x^2 + 10y$

$3(5x + 2y) = 15x + 6y$

$(3x-1)(x+2) = 3x^2 + 5x - 2$

$3x - [5 - 3(x-2)] = 3x - \{5 - 3x + 6\} = 3x - (11 - 3x)$

$= 6x - 11$

$2[3 - (x-4)] = 2[3 - x + 4] = 2[7 - x] = 14 - 2x$

- ضرب بعض المقادير الخاصة :
- قاعده الفرق بين مربعين :

$(a+b)(a-b) = (a^2 - b^2)$

- مثال :

$(3x - 4y^2)(3x + 4y^2) = (9x^2 - 16y^4)$

$(25y^4 - 16x^8) = (5y^2 - 4x^4)(5y^2 + 4x^4)$

$(3-x)(3+x) = 9 - x^2$

$(2a-5)(2a+5) = 4a^2 - 25$

*قاعدة:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$$

*مثال :

$$(2x+3b)^2 = 4x^2 + 12xb + 9b^2$$

$$(a^2+5b^3)^2 = a^4 + 10a^2b^3 + 25b^6$$

$$(x^4-5)^2 = x^8 - 10x^4 + 25$$

$$(4+3b)^2 = 16 + 24b + 9b^2$$

$$(6-2x)^2 = 36 - 24x + 4x^2$$

- قسمة المقادير الجبرية :

$$\frac{8x^4y^3}{2xy^2} = 4x^3y$$

$$\frac{x^5}{x^2} + \frac{y^4}{y^3} = x^3 + y$$

$$\frac{12x^5y^6}{3x^3y^2} \div \frac{25x^4yz^3}{2y^4z^2} = 4x^2y^4 \div \frac{25x^4z}{2y^3} = \frac{4x^2y^4}{1} \times \frac{2y^3}{25x^4z}$$
$$= \frac{8x^2y^7}{25x^4z} = \frac{8y^7}{25x^2z}$$

$$\frac{25m^4n^3}{15m^2n^5} = \frac{5}{3}m^2n^{-2} = \frac{5m^2}{3n^2}$$

المحاضرة الثالثة

- **تحليل بعض المقادير الجبرية:**

1- التحليل بإيجاد العامل المشترك:

- **مثال**

$$25x^2 + 5x = 5x[5x + 1]$$

$$2x^3 + yx = x[2x^2 + y]$$

$$4x^2y + 2xy^2 = 2xy[2x + y]$$

$$4x^3y^2 + 12x^2y^3 + 6x^5y^2 = 2x^2y^2[2x + 6y + 3x^3]$$

$$2x(3x - 2) - 7(3x - 2) = (3x - 2)(2x - 7)$$

$$3a(2a + 5) + 5(2a + 5) = (2a + 5)(3a + 5)$$

$$3x^3y - 6x^2y^2 - 3xy^3 = 3xy(x^2 - 2xy - y^2)$$

2- التحليل بالتجميع المناسب:

- **مثال:**

$$3x^2 - 6x + 4x - 8 = (3x^2 - 6x) + (4x - 8)$$
$$= 3x(x - 2) + 4(x - 2)$$
$$= (x - 2) \times (3x + 4)$$

$$wy + wz - 2xy - 2xz = w\,(y + z) - 2x(y + z)$$
$$= (y + z)(w - 2x)$$

$$2x^2 + 6x + 5x + 15 = 2x(x + 3) + 5(x + 3)$$
$$= (x + 3)(2x + 5)$$

$$2pr + ps - 6qr - 3qs = p(2r + s) - 3q(2r + s)$$
$$= (2r + S)(p - 3q)$$

$$6wy - xz - 2xy + 3wz = 2y(3w - x) + z(3w - x)$$
$$= (3w - x)(2y + z)$$

- **تحليل المقدار الثلاثي**

- **مثال:**

$$x^2 + 3x + 2 = (x + 2)(x + 1)$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$$

$$x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$$

$$y^2 + 3y - 10 = (y-2)(y+5)$$

- **تحليل بعض المقادير الجبرية الخاصة :**

$$(u+v)^2 = u^2 + 2uv + v^2$$

الحالة الاولى :

مثال :

$$(2x+3y)^2 = 4x^2 + 2(2x)(3y) + 9y^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

الحالة الثانية: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مثال :

$$(3x-5)^2 = 9x^2 - 2(3x)(5) + 25 = 9x^2 - 30x + 25$$

- **الفرق بين مربعين :**

$$u^2 - v^2 = (u-v)(u+v)$$

- **مثال :**

عددان مرافقان

$$(25 - a^2) = (5-a)(5+a)$$

$$(3+2a)(3-2a) = 9 - 4a^2$$

$$9x^2 - 4y^2 = (3x-2y)(3x+2y)$$

- **الفرق بين مكعبين (مهمه جداً) :**

مثال :

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$(27 - 8y^3) = (3 - 2y)(9 + 6y + 4y^2)$$

- **جمع مكعبين :**

$$u^3 + v^3 = (u + v)(u^2 - uv + v^2)$$

مثال :

$$(27 + 8a^3) = (3 + 2a)(9 - 6a + 4a^2)$$

$$m^3 + n^3 = (m + n)(m^2 - mn + n^2)$$

المحاضرة الرابعة (الفصل الثاني)

*المضاعف المشترك البسيط:

*أمثلة : اوجد العامل المشترك ؟

$$2x^2y\,,6xy^2 = 2xy$$

$$(x+1)\,,2x = x$$

$$a^2b\,,3a = a$$

*اوجد جمع ناتج ما يلي :

$$\frac{5}{x}+\frac{2}{3}=\frac{15}{3x}+\frac{2x}{3x}=\frac{15+2x}{3x}$$

$$\frac{2}{xy}+\frac{y}{x^2}=\frac{2x}{x^2y}+\frac{y^2}{x^2y}=\frac{2x+y^2}{x^2y}$$

*اوجد ناتج طرح ما يلي :

$$\frac{3x}{2y}-\frac{5}{y}=\frac{3x}{2y}-\frac{10}{2y}=\frac{3x-10}{2y}$$

$$\frac{2+x}{x}-\frac{y}{x+1}=\frac{(2+x)(x+1)}{x(x+1)}-\frac{xy}{x(x+1)}=\frac{(2+x)(x+1)-xy}{x(x+1)}$$

*ضع المقادير التالية في ابسط صورة ؟

$$\frac{\frac{2}{x}-1}{\frac{4}{x^2}-1}=\frac{\frac{(2-x)}{x}}{\frac{(4-x)}{x^2}}=\frac{(2-x)}{x}\div\frac{(4-x^2)}{x^2}$$

$$=\frac{(2-x)}{x}\times\frac{x^2}{(4-x^2)}=\frac{(2-x)x^2}{x(4-x^2)}$$

$$=\frac{(2-x)x}{(2\quad)(2\quad)}=\frac{x}{(2\quad)}$$

$$\frac{1}{n}-\frac{1}{m}=\frac{m}{nm}-\frac{n}{nm}=\frac{m-n}{nm}$$

$$\frac{m}{n}+\frac{n}{m}=\frac{m^2}{nm}+\frac{n^2}{nm}=\frac{m^2+n^2}{nm}$$

$$\frac{x^2-9}{x^2-1}\div\frac{x-3}{x-1}=\frac{(x^2-9)}{(x^2-1)}\times\frac{x-1}{x-3}=\frac{(x-3)(x+3)}{(x-1)(x+1)}\times\frac{(x-1)}{(x-3)}$$

$$=\frac{(x+3)}{(x+1)}$$

$$\frac{1+\frac{1}{x}}{x-\frac{1}{x}}=\frac{\frac{(x+1)}{x}}{\frac{(x-1)}{x}}=\frac{x+1}{x}\div\frac{x^2-1}{x}=\frac{x+1}{x}\times\frac{x}{x^2-1}$$

$$=\frac{(x+1)}{(x+1)(x-1)}\quad=\frac{1}{(x-1)}$$

$$\frac{\frac{x^2}{y^2}-1}{\frac{x}{y}+1}=\frac{\frac{(x^2-y^2)}{y^2}}{\frac{(x+y)}{y}}=\frac{(x^2-y^2)}{y^2}\div\frac{(x+y)}{y}=$$

$$\frac{(x^2-y)}{y^2}\times\frac{y}{(x+y)}=\frac{(x-y)(x+y)}{y(x+y)}=\frac{(x-y)}{y}$$

المحاضرة الخامسة (الفصل الثالث)

الاسس :

قاعدة : $b^{\frac{m}{n}} = (b^{\frac{1}{n}})^m$

* قاعدة : $b^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{b^{\frac{m}{n}}}$

أمثلة :

$$8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{3}{3}} = 2$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\left(5y^{\frac{3}{4}}\right)\left(2y^{\frac{1}{3}}\right) = 10y^{\frac{13}{12}}$$

$$8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$$

$$\frac{1}{x^{-5}} = x^5$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$$

$$\frac{x^{-3}}{y^{-5}} = \frac{y^5}{x^3}$$

$$\frac{u^{-7}}{v^{-2}} = \frac{v^2}{u^7}$$

$$(x^3y^2)^0 = 1$$

$$4^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{2}} = 2$$

$$\left(3x^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(2x^{\frac{1}{2}}\right) = 6\,x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{2}} = 6x^{\frac{5}{6}}$$

$$\left(\frac{4x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(4x^{\frac{-1}{6}}\right)^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{-1}{12}} = 2x^{\frac{-1}{12}} = \frac{2}{x^{\frac{1}{12}}}$$

$$\frac{3^{-2}.x^5.y^{-3}}{3^{-4}.x^{-2}.y^{-4}} = \frac{3^4.x^5.x^2.y^4}{3^2y^3} = \frac{3^2x^7y^1}{1} = 9x^7y$$

$$3^4.3^{-5} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$5^{-2}.5^{-3} = 5^{-5} = \frac{1}{5^5}$$

قاعدة :

$$(a^n)^m = a^{n\times m}$$

*مثال :

$$(3^2)^3 = 3^6$$

$$(2^{-5})^{-1} = 2^5$$

- قاعدة:

$$(ab)^m = a^m . b^m$$

- مثال :

$$(2x)^3 = 2^3 . x^3$$

$$(3.5)^{-2} = 3^{-2}.5^{-2} = \frac{1}{3^2}.\frac{1}{5^2} = \frac{1}{9}.\frac{1}{25} = \frac{1}{225}$$

قاعدة :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

*مثال

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

قاعدة:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

مثال :

$$\frac{2^5}{2^3} = 2^2 = 4$$

$$\frac{2^4 x^{-2}}{2^{-3}x^{-5}} = \frac{2^4.2^3.x^5}{x^2} = 2^7.x^3$$

*تمارين :

$$3x^5(2x^2) = 6x^7$$

$$\frac{6x^{-3}}{8x^{-4}} = \frac{6x^4}{8x^3} = \frac{3}{4}x$$

$$(2a^{-3}b^2)^{-2} = 2^{-2}a^6b^{-4} = \frac{a^6}{2^2b^4} = \frac{a^6}{4b^4}$$

$$\left(\frac{a^3}{b^5}\right)^{-2} = \frac{a^{-6}}{b^{-10}} = \frac{b^{10}}{a^6}$$

$$\frac{4x^{-3}y^{-5}}{6x^{-4}y^3} = \frac{4x^4}{6x^3y^5 \cdot y^3} = \frac{2x^4}{6x^3y^8} = \frac{2x}{3y^8}$$

$$\left(\frac{x^{-3}}{y^4z^{-2}}\right)^{-3} = \frac{x^9}{y^{-12}z^6} = \frac{x^9y^{12}}{z^6}$$

$$\left(\frac{m^{-3}n^3}{n^{-2}}\right)^{-2} = \frac{m^6n^{-6}}{n^4} = \frac{m^6}{n^4 \cdot n^6} = \frac{m^6}{n^{10}}$$

*كيف نتخلص من الجذر؟! ⟸ بقسمة الاس على معامل الجذر

*أمثلة :

$$\sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt[3]{x^5} = x^{\frac{5}{3}}$$

$$\sqrt[5]{x^2y^3} = x^{\frac{2}{5}}y^{\frac{3}{5}}$$

$$\sqrt[3]{x^2y^3z^5} = x^{\frac{2}{3}}y\,z^{\frac{5}{3}}$$

$$\sqrt{12x^3y^5z^2} = 12^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{5}{2}}z$$

*استخدام الجذور لتبسيط الاسس :

*قاعدة : $b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{b^m}$

*مثال :

$$x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}} = x^{\frac{7}{6}} = \sqrt[6]{x^7}$$

$$x^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{x^3}$$

$$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

$$y^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{y^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{y^2}}$$

*قاعدة : $\sqrt{a}.\sqrt{a} = a$

*مثال : $(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3) = x-9$

$$(5+\sqrt{2})(5-\sqrt{2}) = 25-2$$

$$4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

$$5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

المحاضرة السادسة

*انطاق المقام : (التخلص من الجذور في المقام)

*مثال :

$$\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{3}{2-\sqrt{3}}=\frac{3}{2-\sqrt{3}}\times\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{6+3\sqrt{3}}{4-3}=6+3\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{5+\sqrt{3}}=\frac{10-2\sqrt{3}}{22}$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{10}+\sqrt{3}+\sqrt{15}}{-4}$$

اللوغاريتمات

*قاعدة : $\log_a b = c \leftrightarrow b = a^c$

*قاعدة : $\log_a a = 1$ دائماً

$\log_a 1 = 0$ دائماً

*مثال : اكتب الصيغة اللوغاريتمية المقابلة للصيغة الاسية :

$3^2 = 9 \leftrightarrow \log_3 9 = 2$

$4^2 = 16 \leftrightarrow \log_4 16 = 2$

$3^4 = 81 \leftrightarrow \log_3 81 = 4$

$2^{-3} = \frac{1}{8} \leftrightarrow \log_2 \frac{1}{8} = -3$

$0.001 = 10^{-3} \leftrightarrow \log_{10} 0.001 = -3$

$2^{-5} = \frac{1}{32} \leftrightarrow \log_2 \frac{1}{32} = -5$

$\log_2 8 = 3 \leftrightarrow 2^3 = 8$

$\log_2 64 = 6 \leftrightarrow 2^6 = 64$

$\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3 \leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$

$\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3 \leftrightarrow (\frac{1}{2})^{-3} = 8$

$\log_{10} 1000 = 3 \leftrightarrow 10^3 = 1000$

*أوجد قيمة المجهول ؟!

$$\log_3 x = 2 \leftrightarrow 3^2 = x \rightarrow x = 9$$

$$\log_4 x = 3 \leftrightarrow 4^3 = x \rightarrow x = 64$$

$$\log_x 81 = 4 \leftrightarrow x^4 = 81 \rightarrow x = 3$$

$$\log_5 125 = x \leftrightarrow 5^x = 125 \rightarrow x = 3$$

$$\log_x 27 = 3 \leftrightarrow x^3 = 27 \rightarrow x = 3$$

$$\log_{10}(x^2 + 1) = 1 \leftrightarrow 10^1 = (x^2 + 1) = x^2 = 10 - 1 = x^2 = 9 = x = \pm 3$$

*قاعدة : $\log_a(x \times y) = \log_a x + \log_a y$

*مثال : $\log_2(5 \times 3) = \log_2 5 + \log_2 3$

*قاعدة : $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

*مثال : $\log_3 \frac{5}{2} = \log_3 5 - \log_3 2$

*قاعدة : $\log_a x^n = n \log_a x$

*مثال : $\log_2 4^3 = 3 \log_2 4$

*مثال : أوجد ما يلي :- $\log_3 2 = 0,63$, $\log_3 5 = 1,46$

$$\log_3 10 = \log_3(5 \times 2) = \log_3 5 + \log_3 2 = 1,46 + 0,63 = 2,09$$

$$\log_3 15 = \log_3(5 \times 3) = \log_3 5 + \log_3 3 = 1,46 + 1 = 2,46$$

$$\log_3 16 = \log_3 2^4 = 4\log_3 2 = 4 \times 0,63 \approx 2,52$$

$$\log_3 2.5 = \log_3 \frac{5}{2} = \log_3 5 - \log_3 2 = 1,46 - 0,63 \approx 0,83$$

$$\log_3 0.4 = \log_3 \frac{4}{10} = \log_3 \frac{2}{5} = \log_3 2 - \log_3 5 = -0,83$$

$$\log_3 \sqrt[3]{4} = \log_3 4^{\frac{1}{3}} = \log_3 (2^2)^{\frac{1}{3}} = \log_3 2^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}\log_3 2 = \left(\frac{2}{3}\right) \times 0,63 \approx 0,42$$

المحاضرة السابعة(الفصل الرابع)

*التباديل :

مضروب العدد 4=$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

مضروب العدد5 =$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

مضروب العدد 6=$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

*بالحاسبة : Shift + (x!)

*قاعدة : $\mathrm{nPr} = \frac{n!}{(n-r)!}$

*مثال : عدد تباديل 6 مأخوذة 4 في كل مرة ؟؟

الطريقة الأولى : $6P4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2 \cdot 1}}{\cancel{2 \cdot 1}} = 360$

*الطريقة الثانية : $6P4 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$

*بالحاسبة : 6 + shift + (npr) + 4

*مثال : احسب عدد تباديل 5 مأخوذة 3 في كل مرة ؟؟

*الطريقة الأولى : $_5p_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5.4.3.\cancel{2.1}}{\cancel{2.1}} = 60$

*الطريقة الثانية: $5P3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

*بالحاسبة : 5 + shift +(npr) + 3

*قاعدة : $\mathrm{n}p_n = n!$

*مثال : $5p_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120$

*مثال : بكم طريقه يمكن اختيار 3 كتب من مجموعة مكونه من 10 كتب ؟

*الطريقة الاولى : $10P3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \cancel{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = 720$

*الطريقة الثانية : $10P3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

*بالحاسبة : 10 + shift +(npr) +3

*مثال : احسب ؟

$_7p_6 = 7.6.5.4.3.2 = 5040$

$_4p_2 = 4.3 = 12$

$_{12}p_3 = 12.11.10 = 1320$

$8p_8 = 8! = 8.7.6.5.4.3.2.1 = 40320$

*التوافيق :

*قاعدة : $\mathbf{nc_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}}$

*قاعدة : $\mathbf{nc_r = \frac{np_r}{r!}}$

*مثال : احسب $5c_2$ بثلاث طرق :

*الطريقة الاولى : $5c_2 = \frac{5!}{(5-2)!.\,2!} = \frac{5.4.3.2.1}{3!.\,2!} = \frac{5.4^{2}\ \cancel{.3.2.1}}{\cancel{3.2.1}.2.1} = 10$

*الطريقة الثانية : ${}_5c_2 = \frac{5p_2}{2!} = \frac{5.4}{2!} = \frac{5.4^{2}}{\cancel{2.1}} = 10$

*بالحاسبة : $5 + shift + (nCr) + 2$

*قاعدة : $nc_1 = n$ *مثال : $7c_1 = 7$

*قاعدة : $nc_n = 1$ *مثال : $3c_3 = 1$

*قاعدة : $nc_0 = 1$ *مثال : $5c_0 = 1$

*مثال :

*احسب بطريقتين مختلفتين ثم استخدم الحاسبة للتأكد :

*الطريقة الاولى :

$$5c_4 = \frac{5!}{(5-4)!\,4!} = \frac{5!}{1!.4!} = \frac{5.\cancel{4.3.2.1}}{\cancel{4.3.2.1}} = 5$$

*الطريقة الثانية :

$$5c_4 = \frac{5p_4}{4!} = \frac{5.\cancel{4.3.2.1}}{\cancel{4.3.2.1}} = 5$$

*الطريقة الاولى :

$$12c_8 = \frac{12!}{(12-8)!\,8!} = \frac{12!}{4!.8!} = \frac{12.11.10.9.\cancel{8.7.6.5.4.3.2.1}}{4.3.2.1.\cancel{8.7.6.5.4.3.2.1}} = 495$$

*الطريقة الثانية :

$$12c_8 = \frac{12p_8}{8!} = \frac{12.11.10.9.\cancel{8.7.6.5}}{\cancel{8.7.6.5.4.3.2.1}} = 495$$

*الطريقة الاولى :

$$7c_5 = \frac{7!}{(7-5)!\,5!} = \frac{7!}{2!.5!} = \frac{7.\cancel{6}^{3}.\cancel{5.4.3.2.1}}{\cancel{2.1.5.4.3.2.1}} = 21$$

*الطريقة الثانية :

$$7c_5 = \frac{7c_5}{5!} = \frac{7.\cancel{6}^{3}\,\cancel{5.4.3}}{\cancel{5.4.3.2.1}} = 21$$

$9c_1 = 9$

$8c_0 = 1$

$4c_4 = 1$

المحاضرة الثامنة (الفصل الخامس)

*المعادلة الخطية :

*قاعدة : $ax + b = 0$

*مثال : حل المعادلات الخطية التالية :

$$2x - 6 = 4x + 1$$

$$2x - 4x = 6 + 1$$

$$-2x = 7$$

$$x = -\frac{7}{2}$$

$$2x + 1 = 6x - 7$$

$$2x - 6x = -7 - 1$$

$$-4x = -8$$

$$x = 2$$

$$\frac{x}{2} - \frac{4x}{3} = \frac{5}{2}$$

$$(\times 2)\ \frac{2(x)}{2} - \frac{8x}{3} = \frac{10}{2}$$

$$(\times 3)\quad 3x - \frac{3(8x)}{3} = 15$$

$$3x - 8x = 15$$

$$-5x = 15$$

$$x = -3$$

$$-5x + 3 = 8x - 7$$

$$-5x - 8x = -3 - 7$$

$$-13x = -10$$

$$x = \frac{10}{13}$$

$$2+\frac{3x}{2}-5=\frac{x}{4}+\frac{2}{3}$$

$$4+\frac{\cancel{2}(3x)}{\cancel{2}}-10=\frac{2x}{4}+\frac{4}{3}$$

$$16+12x-40=\frac{\cancel{4}(2x)}{\cancel{4}}+\frac{16}{3}$$

$$16+12x-40=2x+\frac{16}{3}$$

$$16-\frac{16}{3}-40=2x-12x$$

$$-\frac{88}{3}=-10x$$

$$x=\frac{44}{15}$$

$$\frac{x}{5}+\frac{3}{2}=x+\frac{1}{2}$$

$$(\times 5)\ \frac{\cancel{5}(x)}{\cancel{5}}+\frac{15}{2}=5x+\frac{5}{2}$$

$$(\times 2)\quad 2x+15=10x+5$$

$$2x-10x=5-15$$

$$-8x=-10$$

$$x=\frac{5}{4}$$

$$7x-10=4x+5$$

$$7x-4x=10+5$$

$$3x=15$$

$$x=5$$

$$\frac{x+1}{3}-\frac{x}{4}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{\cancel{3}(x+1)}{\cancel{3}}-\frac{3x}{4}=\frac{3}{2}$$

$$4(x+1)-\frac{\cancel{4}(3x)}{\cancel{4}}=\frac{12}{2}$$

$$4x+4-3x=6$$

$$4x-3x=6-4$$

$$x=2$$

$$5x-4=2x+8$$

$$5x-2x=4+8$$

$$3x=12$$

$$x=4$$

$$5-\frac{3a-4}{5}=\frac{7-2a}{2}$$

$$25-\frac{\cancel{5}(3a-4)}{\cancel{5}}=\frac{35-10a}{2}$$

$$50-6a+8=\frac{\cancel{2}(35-10a)}{\cancel{2}}$$

$$50-6a+8=35-10a$$

$$50+8-35=6a-10a$$

$$23=-4a$$

$$a=-\frac{23}{4}$$

$$4(x+3)=6(x-2)$$

$$4x+12=6x-12$$

$$4x-6x=-12-12$$

$$-2x=-24$$

$$x=12$$

$$-4-3(x+2)+x=5(x-1)-7x$$

$$4-3x-6+x=5x-5-7x$$

$$-3x+x-5x+7x=-4+6-5$$

$$0 \neq -3$$

ليس لها حل لأن المستقيمان اللذان يمثلان المعادلتين المتساويتين هما مستقيمان متوازيان لهما نفس الميل

المحاضرة التاسعة

***حل المعادلات الخطية ذات المجهولين :**

أولا : طريقه الحل بالتعويض:

***مثال:**

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ -2x + y = 1 \end{cases}$$

من المعادلة الاولى : $x = y + 3$

نعوض بقيمة x في المعادلة الثانية :

$$-2(y + 3) + y = 1$$

$$-y = 5$$

$$y = -5$$

نعوض قيمة y في المعادلة الاولى :

$$x = y + 3$$

$$x = -5 + 3$$

$$x = -2$$

مجموعة الحل = $\{(-2, -5)\}$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

من المعادلة الاولى : $x = -y + 2$

نعوض بقيمة x في المعادلة الثانية :

$$2(-y + 2) - y = 1$$

$$-3y = -3$$

$$y = 1$$

نعوض بقيمة y في المعادلة الاولى :

$$x = -y + 2$$

$$x = -1 + 2$$

$$x = 1$$

مجموعة الحل = $\{(1, 1)\}$

$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

من المعادلة الثانية : $x = 2y + 1$

نعوض قيمة x في المعادلة الاولى :

$$3(2y + 1) + y = 10$$

$$6y + 3 + y = 10$$

$$7y = 7$$

$$y = 1$$

بتعويض قيمة y في المعادلة الثانية :

$$x = 2(1) + 1$$

$$x = 3$$

مجموعة الحل = $\{(3, 1)\}$

$$\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

من المعادلة الثانية : $y = -2x + 4$

نعوض قيمة y في المعادلة الاولى :

$$x + 3(-2x + 4) = 2$$

$$x - 6x + 12 = 2$$

$$-5x = -10$$

$$x = 2$$

بتعويض قيمة x في المعادلة الثانية :

$$y = -2(2) + 4$$

$$y = 0$$

مجموعة الحل = $\{(2, 0)\}$

*ثانيا : طريقه الحذف :

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$5x = 5$$

$$x = 1$$

بالتعويض بقيمة x في إحدى المعادلتين

$$2(1) + y = 2$$

$$2 + y = 2$$

$$y = 0$$

مجموعة الحل = $\{(1, 0)\}$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 3x - 3y = 4 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

بالتعويض بقيمة x في إحدى المعادلتين

$$3(2) - 3y = 4$$

$$6 - 3y = 4$$

$$y = \frac{2}{3}$$

مجموعة الحل = $\left\{\left(2, \frac{2}{3}\right)\right\}$

$$\begin{cases} x + 5y = -1 \\ -x + 2y = 8 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$7y = 7$$

$$y = 1$$

بالتعويض بقيمة y في إحدى المعادلتين

$$x + 5(1) = -1$$

$$x = -6$$

مجموعة الحل = $\{(-6, 1)\}$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

نضرب المعادلة الثانية في 2 :

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$7x = 9$$

$$x = \frac{9}{7}$$

بالتعويض بقيمة xفي إحدى المعادلتين

$$3\left(\frac{9}{7}\right) + 2y = 1$$

$$y = \frac{10}{7}$$

مجموعة الحل = $\left\{\left(\frac{9}{7}, \frac{10}{7}\right)\right\}$

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 4y = -3 \end{cases}$$

بضرب المعادلة الاولى في -2 :

$$\begin{cases} -2x + 2y = -10 \\ 2x + 4y = -3 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$6y = -13$$

$$y = -\frac{13}{6}$$

بالتعويض بقيمة y في المعادلة الأولى :

$$x - \left(-\frac{13}{6}\right) = 5$$

$$x = \frac{17}{6}$$

مجموعة الحل = $\left\{\left(\frac{17}{6}, -\frac{13}{6}\right)\right\}$

*حل معادلات الدرجة الثانية بمجهول واحد :

*الصورة القياسية : $ax^2 + bx + c = 0$

*أولا : بطريقة التحليل :

*مثال :

$x^2 + x - 2 = 0$

$(x-1)(x+2) = 0$

$x - 1 = 0$

$x = 1$

$x + 2 = 0$

$x = -2$

مجموعة الحل = $\{-2, 1\}$

$x^2 + 5x + 6 = 0$

$(x+3)(x+2) = 0$

$x + 3 = 0$

$x = -3$

$x + 2 = 0$

$x = -2$

مجموعة الحل = $\{-2, -3\}$

$2x^2 = 5x$

$2x^2 - 5x = 0$

$x(2x-5) = 0$

$x = 0$

$2x - 5 = 0$

$x = \frac{5}{2}$

مجموعة الحل = $\left\{0, \frac{5}{2}\right\}$

$4x^2 + 12x + 9 = 0$

$(2x+3)(2x+3) = 0$

$2x + 3 = 0$

$x = -\frac{3}{2}$

مجموعة الحل = $\left\{-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$

$$4x^2 = 3x$$

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$x(4x - 3) = 0$$

$$x = 0$$

$$4x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{4}$$

مجموعة الحل = $\left\{0, \frac{3}{4}\right\}$

$$x^2 - 6x + 5 = -4$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

مجموعة الحل = $\{3, 3\}$

الحل مكرر

المحاضرة العاشرة

*بطريقة إكمال المربع :

*قاعدة : $x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$

*مثال :

$$x^2 + 4x = 2$$

$$x^2 + 4x + 4 = 2 + 4$$

$$(x+2)^2 = 6$$

$$(x+2) = \pm\sqrt{6}$$

$$x = \pm\sqrt{6} - 2$$

*أكمل العبارة التالية لتصبح مربعا كاملا :

$$x^2 - 3x$$

$$x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$x^2 + 5x$$

$$x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

*حل المعادلات بطريقة إكمال المربع :

$$x^2+6x-2=0$$

$$x^2+6x=2$$

$$x^2+6x+9=10$$

$$(x+3)^2=11$$

$$x+3=\pm\sqrt{11}$$

$$x=\pm\sqrt{11}-3$$

$$x^2+3x-2=0$$

$$x^2+3x=2$$

$$x^2+3x+\frac{9}{4}=2+\frac{9}{4}$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{17}{4}$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)=\pm\sqrt{\frac{17}{4}}-\frac{3}{2}$$

$$2x^2-4x+3=0$$

$$x^2-2x+\frac{3}{2}=0$$

$$x^2-2x=-\frac{3}{2}$$

$$x^2-2x+(1)^2=-\frac{3}{2}+(-1)^2$$

$$x^2-2x+1=-\frac{1}{2}$$

$$(x-1)=\pm\sqrt{-\frac{1}{2}}$$

لايوجد حل لانها ليست من الاعداد الحقيقية R

$$3x^2-12x+3=0$$

$$x^2-4x+1=0$$

$$x^2-4x=-1$$

$$x^2-4x+4=-1+4$$

$$(x-2)^2=3$$

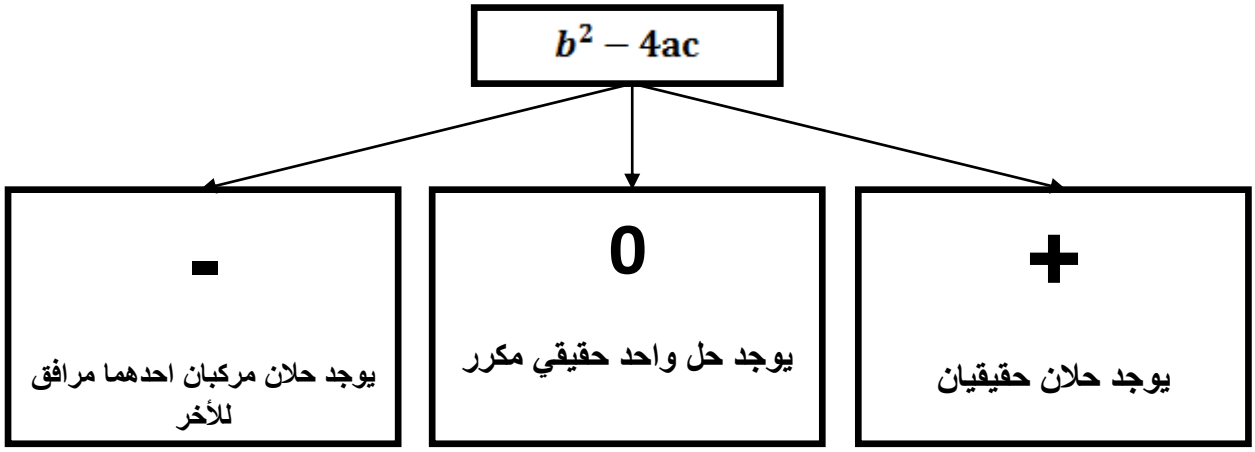
$$x-2=\pm\sqrt{3}$$

$$x=\pm\sqrt{3}+2$$

*ثالثا: باستخدام القانون العام :

*قاعدة :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



*مثال :

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

طريقه القانون العام :

نحسب المميز :

$$(5)^2 - 4(1)(6) = 1$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x = \frac{-5 \pm 1}{2}$$

$$x = \frac{-5+1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x = \frac{-5-1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

مجموعة الحل = $\{-2, -3\}$

طريقة التحليل :

$$(x+2)(x+3) = 0$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

مجموعة الحل = $\{-2, -3\}$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

نحسب المميز :

$$(-3)^2 - 4(1)(-4) = 25$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$$x = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

مجموعة الحل = $\{-1, 4\}$

$$4x^2 + 12x + 9 = 0$$

نحسب المميز :

$$(12)^2 - 4(4)(9) = 0$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{8}$$

$$x = -\frac{12}{8}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

مجموعة الحل= $\left\{-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$

$$2x^2 = 5x$$

طريقة القانون العام:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$x = \frac{5 \pm 5}{4}$$

$$x = \frac{5+5}{4} = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{5-5}{4} = 0$$

مجموعة الحل = $\left\{0, \frac{5}{2}\right\}$

طريقة إكمال المربع :

$$2x - 5x = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{2}x = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} = \frac{25}{16}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$x - \frac{5}{2} = \pm\frac{5}{4}$$

$$x = \frac{5}{2}$$

X=0

طريقة التحليل :

$$2x^2 - 5x = 0$$

$$x(2x - 5) = 0$$

$$x = 0$$

$$2x - 5 = 0$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

مجموعة الحل = $\left\{0, \frac{5}{2}\right\}$

$$4x^2 = 3x$$

طريقة القانون العام :

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9}}{8}$$

$$x = \frac{3 \pm 3}{8}$$

$$x = \frac{3+3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{3-3}{8} = 0$$

مجموعة الحل = $\left\{0, \frac{3}{4}\right\}$

طريقة إكمال المربع :

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{9}{64} = \frac{9}{64}$$

$$\left(x - \frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$$

$$x - \frac{3}{8} = \pm\frac{3}{8}$$

$$x = \pm\frac{3}{8} + \frac{3}{8}$$

$$x = \frac{3}{4} \qquad x = 0$$

طريقة التحليل :

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$x(4x - 3) = 0$$

$$x = 0$$

$$4x - 3 = 0$$

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}$$

مجموعة الحل = $\left\{0, \frac{3}{4}\right\}$

$$x^2 - 6x + 5 = -4$$

طريقة القانون العام :

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

مجموعة الحل = $\{3, 3\}$

طريقة اكمال المربع :

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

مجموعة الحل = $\{3, 3\}$

طريقة التحليل :

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x = 3$$

مجموعة الحل = $\{3, 3\}$

المحاضرة الحادية عشر (الفصل السادس)

* أساس المتتابعة الحسابية هو الفرق بين حدين متتاليين

* لكي تكون المتتابعة حسابية يجب أن يكون الفرق بين الحدين المتتاليين دائما <u>عدد ثابت</u>

*مثال :

بين اذا كانت المتتابعة التالية حسابية ام لا ؟

$$-2, -6, -10, -15, -20, -25$$

غير حسابية

اوجد أساس المتتابعة التالية :

$$0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}$$

أساس المتتابعة $= \frac{1}{4}$

اوجد الحدود الخمسة التالية لهذه المتتابعة

$$-8, -6, -4, __, __, __, __, __$$

أساس المتتابعة = 2

-2 , 0 , 2 , 4 , 6

*** الحد النوني في المتتابعة الحسابية :**

*** قاعدة :**

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

a_n = الحد النوني

a_1 = الحد الاول

n = عدد الحدود

d = اساس المتتابعة

- **مثال :**

اوجد الحد العاشر في المتتابعة الحسابية التالية :

$(-5, -2, 1, \ldots\ldots\ldots)$

$$a_{10} = -5 + (9)(3) = 22$$

اوجد الحد السابع في المتتابعة التي فيها $a_1 = 5$ $d = 3$

$$a_7 = 5 + (6)(3) = 23$$

اوجد a_n علما أن : $n = 9$ $d = 6$ $a_1 = -4$

$$a_9 = -4 + (9-1)6 = 44$$

اوجد a_{15} علما أن : d= -3 a_1= 5

$$a_{15} = 5 + (14)(-3) = -37$$

* إيجاد الأوساط الحسابية :

* مثال :

اوجد خمسة اوساط حسابية بين الحدين 22 , 8-

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$22 = -8 + (6)d$$

$$22 = -8 + 6d$$

$$6d = 30$$

$$d = 5$$

-8 ,-3 , 2 , 7 , 12 , 17 , 22

اوجد الاوساط الحسابية الخمسة 10 , 2-

$$10 = -2 + 6d$$

$$6d = 12$$

$$d = 2$$

-2 , 0 , 2 , 4 , 6 , 8 , 10

* المجموع الجزئي للمتسلسلات الحسابية :

* قاعدة :

الصيغة العامة : $S_n = n\left(\frac{a_1+a_n}{2}\right)$

الصيغة البديلة : $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

*مثال :

اوجد مجموع حدود المتسلسلة الحسابية التالية :

2 , 7 , 12 , ...+67

$d = 5 \quad a_n = 67 \quad a_1 = 2$

أولا نوجد قيمة n :

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$67 = 2 + (n-1)5$

$67 = 2 + 5n - 5$

$5n = 70$

$n = 14$

ثانيا نعوض بالصيغة العامة للمتسلسلات:

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$S_{14} = 14\left(\frac{2+67}{2}\right)$

$S_{14} = 483$

اوجد مجموع حدود المتسلسلة التالية :

3 + 5 + 7 + ...+43

$a_1 = 3 \quad a_n = 43 \quad d = 2$

أولا نوجد قيمة n :

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$43 = 3 + 2n - 2$

$2n = 42$

$n = 21$

ثانيا نعوض بالصيغة العامة للمتسلسلات :

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$S_{21} = 21\left(\frac{3+43}{2}\right)$

$S_{21} = 483$

المحاضرة الثانية عشر

اوجد الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية فيها :

$a_n = 79 \quad a_1 = 7 \quad S_n = 430$

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

$$430 = n\left(\frac{7 + 79}{2}\right)$$

$$n = \frac{430}{43} = 10$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$79 = 7 + 9d$$

$$9d = 72$$

$$d = 8$$

7 , 15 , 23 , 31 , ... , 79

اوجد الحدود الثلاثة للمتتابعة التى فيها :

$n = 8 \quad a_n = 36 \quad S_n = 120$

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

$$120 = 8\left(\frac{a_1 + 36}{2}\right)$$

$$a_1 = -6$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$36 = -6 + 7d$$

$$7d = 42$$

$$d = 6$$

-6 , 0 , 6 , 12 , 18 , ... , 36

اوجد مجموع $\sum_1^4 (k-1)$

$$\sum_1^4 (k-1) = (1-1) + (2-1) + (3-1) + (4-1) = 0 + 1 + 2 + 3 = 6$$

اوجد مجموع $\sum_1^5 (k^2 - 2)$

$$\sum_1^5 (k^2 - 2) = (1^2 - 2) + (2^2 - 2) + (3^2 - 2) + (4^2 - 2) + (5^2 - 2) = -1 + 2 + 7 + 14 + 23 = 45$$

* المتتابعة الهندسية :

* قاعدة : الحد النوني $a_n = a_1 r^{n-1}$

- مثال :

اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الهندسية التالية :

$\frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, \ldots\ldots$

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_n = \frac{1}{2}(2)^{n-1}$

اوجد a_1 اذا كان $a_3 = 5$, $r = 6$:

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_3 = a_1 r^{3-1}$

$5 = a_1 (6)^2$

$5 = 36 a_1$

$a_1 = \frac{5}{36}$

*إيجاد الأوساط الهندسية :

اوجد ثلاثة أوساط هندسية بين العددين 3,.....,768

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_5 = a_1 r^{5-1}$

$768 = 3r^4$

$r^4 = \frac{768}{3} = 256$

$r = \pm 4$

r=4 لأن الحدود موجبة جميعها

$a_2 = a_1 \times 4 = 3 \times 4 = 12$

$a_3 = 12 \times 4 = 48$

$a_4 = 48 \times 4 = 192$

اوجد أربعة أوساط هندسية بين العددين

$512, \ldots\ldots, \frac{1}{2}$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_6 = a_1 r^{6-1}$$

$$512 = \frac{1}{2} r^5$$

$$r^5 = \frac{512}{\frac{1}{2}} = 1024$$

$$r = 4$$

$$a_2 = a_1 \times 4 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$a_3 = 2 \times 4 = 8$$

$$a_4 = 8 \times 4 = 32$$

$$a_5 = 32 \times 4 = 128$$

$$\frac{1}{2}, 2, 8, 32, 128, 512$$

اوجد ثلاثة أوساط هندسية بين العددين

$1024, \ldots\ldots, \frac{1}{4}$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_5 = a_1 r^{5-1}$$

$$1024 = \frac{1}{4} r^4$$

$$r^4 = 4096 r = \pm 8$$

لأن الحدود موجبة ***r=8***

$$a_2 = a_1 \times 4 = \frac{1}{4} \times 8 = 2$$

$$a_3 = 2 \times 8 = 16$$

$$a_4 = 16 \times 8 = 128$$

$$\frac{1}{4}, 2, 16, 128, 1024$$

*المجموع الجزئي لمتسلسلة هندسية :

*قاعدة :

الصيغة العامة : $S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r}$

الصيغة البديلة: $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$

$R \neq 1$

هنا المعادلة اكتب.

أوجد مجموع المتسلسلة التى فيها

$r = 3 \quad n = 10 \quad a_1 = 2$

باستخدام الصيغة العامة

$$S_{10} = \frac{a_1 - a_1 r^{10}}{1 - 3}$$

$$S_{10} = \frac{2 - 2(3)^{10}}{-2}$$

$$S_{10} = \frac{2 - 2(59049)}{-2}$$

$$= 59048$$

أوجد مجموع المتسلسلة التى فيها

$r = \frac{1}{2} \; a_n = 125 \quad a_1 = 2000$

باستخدام الصيغة البديلة

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$$

$$S_n = \frac{2000 - 125\left(\frac{1}{2}\right)}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_n = 3875$$

يمكن كتابة مجموع المتسلسلة كالتالي :

$$\sum_{k=1}^{n} ar^{k-1}$$

*مجموع المتسلسلات الهندسية :

اوجد مجموع حدود المتسلسلة التالية

$$\sum_{k=1}^{6} 3(4)^{k-1} = 3(4)^{1-1} + 3(4)^{2-1} + 3(4)^{3-1} + 3(4)^{4-1} + 3(4)^{5-1} + 3(4)^{6-1}$$

$$= 3 + 12 + 48 + 192 + 768 + 3072 = \quad 4095$$

اوجد مجموع حدود المتسلسلة التالية

$$\sum_{k=1}^{67} 4(-3)^{k-1} = 4(-3)^{1-1} + 4(-3)^{2-1} + 4(-3)^{3-1} + 4(-3)^{4-1} + 4(-3)^{5-1} + 4(-3)^{6-1} + 4(-3)^{7-1}$$

$$= 4 + (-12) + 36 + (-108) + 324 + (-972) + 2916 = \quad 2188$$

* مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية :

*قاعدة :

$$s = \frac{a_1}{1-r}$$

*مثال :

اوجد مجموع المتسلسلة التالية

$$\frac{2}{3}, \frac{6}{15}, \frac{18}{75}, \dots\dots$$

أولا نوجد r

$$r = \frac{6}{15} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{5}$$

$$s = \frac{a_1}{1-r}$$

$$s = \frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{3}{5}} = \frac{5}{3}$$

اوجد مجموع المتسلسلة التالية

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\dots$$

أولا نوجد r

$$r = \frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$s = \frac{a_1}{1-r}$$

$$s = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 1$$

المحاضرة الثالثة عشر (الفصل السابع)

***المصفوفات :**

(تتساوى مصفوفتان إذا كان لهما نفس العناصر بالترتيب نفسه)

***مثال :**

اوجد قيمه x , y اذا كانت $\begin{bmatrix} -1+2y & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & x-2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

إيجاد قيمه y : $-1+2y=5$

$$2y=6$$

$$y=3$$

إيجاد قيمة x : $x-2=3$

$$x=5$$

اوجد قيمه x , y اذا كانت $\begin{bmatrix} 3-x & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & y+5 \end{bmatrix}$

إيجاد قيمه x : $3-x=4$

$$-x=1$$

$$x=-1$$

إيجاد قيمة y : $y+5=2$

$$y=-3$$

*جمع وطرح المصفوفات :

(في الجمع والطرح يجب أن تكون المصفوفتان من نفس النوع)

*مثال :

إذا كان $\underline{A}=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}$ و $\underline{B}=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 3 & -4\end{bmatrix}$ فأوجد :

$$\underline{A}+\underline{B}=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 5\\ 3 & -4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 7\\ 2 & 0\end{bmatrix}$$

$$\underline{B}+\underline{A}=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 3 & -4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 7\\ 2 & 0\end{bmatrix}$$

($\underline{A}+\underline{B}=\underline{B}+\underline{A}$ لان الجمع عملية ابدالية)

$$\underline{A}-\underline{B}=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 5\\ 3 & -4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -3\\ -4 & 8\end{bmatrix}$$

$$\underline{B}-\underline{A}=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 3 & -4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 4 & -8\end{bmatrix}$$

($\underline{A}-\underline{B}\neq\underline{B}-\underline{A}$ لان الطرح عملية غير ابدالية)

$$3\underline{A}+2\underline{B}=\begin{bmatrix}9 & 6\\ -3 & 12\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & 10\\ 6 & -8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}11 & 16\\ 3 & 4\end{bmatrix}$$

$$5\underline{A}-3\underline{B}=\begin{bmatrix}15 & 10\\ -5 & 20\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3 & 15\\ 9 & -12\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & -5\\ -14 & 32\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}-2 & 3 & 4\\ 2 & 5 & 3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & 4\end{bmatrix}=$ لا يمكن جمعها لأنها ليست من نفس النوع

$$\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & 5\\ 6 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 8\\ 10 & 7\end{bmatrix}$$

إذا كان $\underline{A}=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}$ و $\underline{B}=\begin{bmatrix}-5 & 1\\ 2 & -3\end{bmatrix}$ فأوجد :

$$\underline{A}+\underline{B}=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-5 & 1\\ 2 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$\underline{B}-\underline{A}=\begin{bmatrix}-5 & 1\\ 2 & -3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-8 & -1\\ 3 & -7\end{bmatrix}$$

$$3\underline{A}-2\underline{B}=\begin{bmatrix}9 & 6\\ -3 & 12\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-10 & 2\\ 4 & -6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}19 & 4\\ -7 & 18\end{bmatrix}$$

- **ضرب المصفوفات :**

لكي تتم عملية ضرب المصفوفتين التاليتين $A_{mxn} \times b_{nxc}$ لابد وأن يتحقق الشرط التالي :

عدد الأعمدة في المصفوفة الأولى nيساوي عدد الصفوف في المصفوفة الثانية n

***مثال :**

اوجد حاصل ضرب المصفوفتين التاليتين $\underline{A}_{2\times2}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}\underline{B}_{2\times2}=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 2 & 4\end{bmatrix}$

$$\underline{A}\times\underline{B}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}3 & 1\\ 2 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\times3+3\times2 & 2\times1+3\times4\\ 4\times3+5\times2 & 4\times1+5\times4\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}12 & 14\\ 22 & 24\end{bmatrix}$$

$$\underline{B}\times\underline{A}=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 2 & 4\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\times2+1\times4 & 3\times3+1\times5\\ 2\times2+4\times4 & 2\times3+4\times5\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}10 & 14\\ 20 & 26\end{bmatrix}$$

($\underline{A}\times\underline{B}\neq\underline{B}\times\underline{A}$ لان الضرب عملية غير ابدالية)

اوجد حاصل ضرب المصفوفتين التاليتين

$$\underline{A}_{2\times2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \underline{B}_{2\times3} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}_{2\times2} \times \underline{B}_{2\times3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1\times2+0\times2 & 1\times3+0\times-1 & 1\times-2+0\times0 \\ 2\times2+3\times2 & 2\times3+3\times-1 & 2\times-2+3\times0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 10 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

في المثال السابق هل يمكن إيجاد $\underline{B}_{2\times3} \times \underline{A}_{2\times2}$ ولماذا ؟

لا يمكن لان عدد الأعمدة في $\underline{B}$ $\neq$ عدد الصفوف في $\underline{A}$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix} \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$ اوجد حاصل ضرب المصفوفتين التاليتين

$$\underline{A} \times \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2\times2+3\times3+1\times2 & 2\times1+3\times4+1\times3 \\ 1\times2+2\times3+5\times2 & 1\times1+2\times4+5\times3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 15 & 17 \\ 18 & 24 \end{bmatrix}$$

اوجد حاصل ضرب المصفوفتين التاليتين

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 2\times1+3\times2 & 2\times3+3\times4 \\ -2\times1+1\times2 & -2\times3+1\times4 \\ 0\times1+2\times2 & 0\times3+2\times4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 & 18 \\ 0 & -2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

حل المعادلة المصفوفية التالية : $2\underline{X} - 3\underline{A} = 3\underline{B} - \underline{X}$

حيث : $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

$$2\underline{X} + \underline{X} = 3\underline{A} + 3\underline{B}$$

$$3\underline{X} = 3\underline{A} + 3\underline{B}$$

$$\underline{X} = \underline{A} + \underline{B}$$

$$\underline{A} + \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

المحاظرة الرابعة عشر

*المحددات : 2×2

*قاعدة :

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = (a_1 b_2) - (a_2 b_1)$$

*مثال :

اوجد محدده المصفوفة التالية : $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = (2 \times 4) - (-5 \times 3) = 8 - (-15) = 23$$

اوجد محدده المصفوفة التالية : $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = (-1 \times -2) - (3 \times 2) = 2 - 6 = -4$$

اوجد محدده المصفوفة التالية : $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = (3 \times -5) - (-2 \times 4) = (-15) - (-8) = -7$$

*المحددات : 3×3

*قاعدة :

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_2 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$$

*مثال :

اوجد محددة المصفوفة التالية $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 2[(4 \times 2) - 2 \times 0) - 3[(-1 \times 2) - 2 \times 3) + 1[(-1 \times 0) - (4 \times 3)]$$

$$= 16 - 12 + (-12)$$

$$= -8$$

طريقة كرامر :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & -2 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= [(2 \times 4 \times 2) + (3 \times -2 \times 3) + (1 \times -1 \times 0)]$$

$$-[(3 \times -1 \times 2) + (2 \times -2 \times 0) + (1 \times 4 \times 3)]$$

$$= -8$$

اوجد محددة المصفوفة التالية $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$0 - 2[(3 \times 2) - (0 \times 2)] + 1[(3 \times -1) - (4 \times 2)]$$

$$0 - 12 - 11 = -23$$

طريقة كرامر :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 10 & 2 \\ 3 & 4 & 03 & 4 \\ 2 & -1 & 22 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$[(0 \times 4 \times 2) + (2 \times 0 \times 2) + (1 \times 3 \times -1)]$$

$$-[(2 \times 3 \times 2) + (0 \times 0 \times -1) + (1 \times 4 \times 2)]$$

$$= [0 + 0 - 3] - [12 + 0 + 8] = -23$$

احسب المحدد للمصفوفة التالية $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 0\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 0 - 2[(-1 \times 3) - (2 \times 1)] + 3[(-1 \times 0) - (0 \times 1)]$$

$$= 10 + 0 = 10$$

*معكوس المصفوفة :

*خطوات إيجاد معكوس المصفوفة :

أولا : نوجد المحددة Δ

ثانيا : نوجد معكوس المصفوفة بالطريقة التالية :

$$\underline{A^{-1}} = \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} b_2 & -a_2 \\ -b_1 & a_1 \end{bmatrix}$$

*مثال :

إذا كانت المصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ فأوجد $\underline{A^{-1}}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = (2 \times 0) - (1 \times 3) = -3$$

$$\underline{A^{-1}} = -\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

إذا كانت المصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ فأوجد $\underline{A^{-1}}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = (-2 \times 1) - (3 \times 4) = -14$$

$$\underline{A^{-1}} = -\frac{1}{14}\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{14} & \frac{3}{14} \\ \frac{4}{14} & \frac{2}{14} \end{bmatrix}$$

إذا كانت المصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ فأوجد $\underline{A^{-1}}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = (-2 \times 4) - (1 \times -3) = -5$$

$$\underline{A^{-1}} = -\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

اوجد قيمة x التي تجعل المصفوفة التالية $\underline{A} = \begin{bmatrix} x-2 & x \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ليس لها معكوس ؟

حتى تكون للمصفوفة معكوس يجب ان تكون $\Delta \neq 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} x+2 & x \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (x+2) \times 2 - x \cdot 3$$

$$2x + 4 - 3x \neq 0$$

$$2x - 3x \neq 4$$

$$-x \neq 4$$

$$x = -4$$

*حل نظام المعادلات الخطية باستخدام المحددات :

*الطريقة :

أولا : نوجد المحددة Δ ونوجد الثوابت $\underline{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$

ثم نوجد $\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$ $\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$

ثانيا : نوجد قيمة المجهولين x , y كالتالي : $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$ $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$

*مثال :

حل النظام التالي $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \underline{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = (2 \times -1) - (1 \times 1) = -3$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -3 \qquad \therefore x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-3}{-3} = 1$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \qquad \therefore y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{0}{-3} = 0$$

حل النظام التالي $\begin{cases} x+3y=3 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$

$$\underline{A}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{bmatrix}\ \underline{c}=\begin{bmatrix}3\\ -1\end{bmatrix}$$

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{vmatrix}=(1\times-1)-(3\times 2)=-7$$

$$\Delta_x=\begin{vmatrix}3 & 3\\ -1 & -1\end{vmatrix}=0 \qquad \therefore x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{0}{-7}=0$$

$$\Delta_y=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{vmatrix}=-7 \qquad \therefore y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{-7}{-7}=1$$

حل النظام التالي $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$

$$\underline{A}=\begin{bmatrix}3 & -2\\ 1 & 1\end{bmatrix}\ \underline{c}=\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}$$

$$\Delta=\begin{vmatrix}3 & -2\\ 1 & 1\end{vmatrix}=(3\times 1)-(-2\times 1)=5$$

$$\Delta_x=\begin{vmatrix}1 & -2\\ 2 & 1\end{vmatrix}=5 \qquad \therefore x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{5}{5}=1$$

$$\Delta_y=\begin{vmatrix}3 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=5 \qquad \therefore y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{5}{5}=1$$

الواجب الأول

*السؤال الأول :

$27^{\frac{1}{3}} =$ ■ $\frac{1}{3}$ ■9 ■ $\frac{1}{9}$ (3)

الحل :

$$27^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{3}{3}} = 3$$

*السؤال الثاني :

ناتج جمع المقدارين التاليين $\frac{3}{xy} + \frac{x}{y^2}$ هو

■ $\frac{3y + x^2}{xy^2}$ ■ $\frac{3 + x}{y}$ ■ $\frac{3 + x}{y^2}$ ■ $\frac{3y + x^2}{xy}$

الحل:

$$\frac{3}{xy} + \frac{x}{y^2} = \frac{3y}{xy^2} + \frac{x^2}{xy^2} = \frac{3y + x^2}{xy^2}$$

*السؤال الثالث :

حاصل طرح كثيرتي الحدود التاليتين $(3x^3 + 5x^2 - 3x + 4)(4x^3 - 2x^2 + 5x - 2)$-

■$x^3 - 3x^2 - 8x + 6$

■$x^3 + 3x^2 + 2ء + 2$

■$x^3 - 7x^2 - 8x + 2$

■$x^3 - 7x^2 + 8x - 6$

*السؤال الرابع :

تحليل المقدار $8z^3 - 27$ هو

■ $(2z + 3)(4z^2 + 6z - 9)$

■ $(2z + 3)(4z^2 - 6z + 9)$

■ $(2z - 3)(4z^2 - 6z - 9)$

■ $(2z - 3)(4z^2 + 6z + 9)$

الحل :

باستخدام القاعدة التالية :

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

*السؤال الخامس :

حاصل تبسيط العبارة التالية $\frac{x^2-4}{x^2-1} \div \frac{(x+2)}{(x+1)}$ هو

■ $\frac{(x+2)}{(x+1)}$

■ $\frac{(x+1)}{(x+2)}$

■ $\frac{(x-2)}{(x-1)}$

■ $\frac{(x-1)}{(x-2)}$

الحل :

$$\frac{x^2-4}{x^2-1} \div \frac{(x+2)}{(x+1)} = \frac{\cancel{(x+2)}(x-2)}{\cancel{(x+1)}(x-1)} \times \frac{\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+2)}} = \frac{(x-2)}{(x-1)}$$

*السؤال السادس :

تحليل المقدار التالي $2x^2 + 6x + 5x + 15$

■ $(x+2)(2x+5)$

■ $(2x+3)(2x+5)$

■ $(x+3)(2x+5)$

■ $(2x+5)(x+2)$

الحل :

2x(x+3)+5(x+3)

(x+3)(2x+5)

*السؤال السابع :

بسط المقدار التالي $\frac{\frac{4}{x}-x}{\frac{2}{x}-1}$ هو

■ $(x+2)$ ■ $(-x+2)$ ■ $(x-2)$ ■ $(-x-2)$

الحل :

$$\frac{\frac{4}{x}-x}{\frac{2}{x}-1} = \frac{\frac{4}{x}-\frac{x^2}{x}}{\frac{2}{x}-\frac{x}{x}} = \frac{\frac{x^2-4}{x}}{\frac{x-2}{x}} = \frac{x^2-4}{x} \times \frac{x}{x-2} = \frac{(x+2)(x-2)}{x} \times \frac{x}{x-2} = (x+2)$$

*السؤال الثامن :

بسط العبارة التالية $\left(\frac{m^{-2}n^3}{m^3n^{-1}}\right)^{-2}$

■ $\frac{n^2}{m^{10}}$ ■ $\frac{m^2}{n^4}$ ■ $\frac{1}{m^{10}n^4}$ ■ $\frac{m^{10}}{n^8}$

الحل :

$$\left(\frac{m^{-2}n^3}{m^3n^{-1}}\right)^{-2} = \frac{m^4n^{-6}}{m^{-6}n^2} = \frac{m^4 \cdot m^6}{n^6 \cdot n^2} = \frac{m^{10}}{n^8}$$

*السؤال التاسع :

ابسط صورة الكسر التالي $\frac{3}{2-\sqrt{5}}$

■ $-6-3\sqrt{5}$

■ $\frac{6+3\sqrt{5}}{9}$

■ $\frac{-6-3\sqrt{5}}{9}$

■ $-6+3\sqrt{5}$

الحل :

$$\frac{3}{2-\sqrt{5}} = \frac{3}{2-\sqrt{5}} \times \frac{2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \frac{6+3\sqrt{5}}{4-5} = \frac{6+3\sqrt{5}}{-1} = -6-3\sqrt{5}$$

*السؤال العاشر :

حاصل ضرب كثيرة الحدود التاليين $(x^2 + 2x - 3)(x - 1)$

■$x^3 + x^2 - 5x - 3$

■$x^3 + x^2 + 5x + 3$

■$x^3 + x^2 - 5x - 3$

■$x^3 + x^2 - 5x + 3$

*السؤال الحادي عشر :

تحليل المقدار $(25x^{16} - 9y^{36})$ هو

■$(5x^8 - 3y^{18})(5x^8 - 3y^{18})$

■$(5x^4 - 3y^{18})(5x^4 - 3y^6)$

■$(25x^8 - 9y^{18})(25x^8 - 9y^{18})$

■$(25x^4 - 9y^6)(25x^4 - 9y^6)$

الحل :

الاساس $3 \times 3 = 9$ $5 \times 5 = 25$

الاسس $18 + 18 = 36$ $8 + 8 = 16$

*السؤال الثاني عشر :

حاصل تبسيط المقدار التالي $\frac{10 \div 4 - 2 \times 3 - 4}{6 \div 3 + 8 \times 2 + 6}$

■$\frac{1}{2}$ ■$\frac{4}{3}$ ■$\frac{16}{13}$ ■$\frac{17}{18}$

*السؤال الثالث عشر :

ابسط صورة المقدار التالي $\frac{8m^4n^3}{4m^3n^5} \div \frac{25mn^4}{15m^4n^2}$

■ $\frac{6m^5}{5n^3}$ ■ $\frac{6m^4}{5n^4}$ ■ $\frac{6m^3}{5n^5}$ ■ $\frac{6m^3}{5n^4}$

الحل :

$$\frac{8m^4n^3}{4m^3n^5} \div \frac{25mn^4}{15m^4n^2} = \frac{2m}{n^2} \div \frac{5n^2}{3m^3} = \frac{2m}{n^2} \times \frac{3m^3}{5n^2} = \frac{6m^4}{5n^4}$$

*السؤال الرابع عشر :

تبسيط $\sqrt{4x^4y^6z^8}$ هو

■ $2x^2y^3z^4$

■ $2x^2y^4z^6$

■ $4x^2y^3z^4$

■ $4x^2y^4z^6$

الحل : $\sqrt{4x^4y^6z^8} = 2x^{\frac{4}{2}}y^{\frac{6}{2}}z^{\frac{8}{2}} = 2x^2y^3z^4$

*السؤال الخامس عشر :

قيمة المقدار $\frac{2a^3-3b^2+2ab}{3a^2-b^2}$ عندما a=2 b=-1 هي

■ $\frac{9}{11}$ ■ $\frac{9}{11}$ ■ $\frac{17}{13}$ ■ $\frac{15}{13}$ ■ $\frac{23}{11}$

الحل :

$$\frac{2a^3-3b^2+2ab}{3a^2-b^2} = \frac{2(2)^3-3(-1)^2+2(2)(-1)}{3(2)^2-(-1)^2} = \frac{9}{11}$$

*السؤال السادس عشر :

تحليل المقدار $6x^4y^3 - 3x^2y^2 + 12x^3y^5$

- $(3x^2y^2)(3x^2y - 1 + 9xy^3)$
- $(3x^2y^2)(3x^2y + 9xy^3)$
- $(3x^2y^2)(2x^2y + 4xy^3)$
- $(3x^2y^2)(2x^2y - 1 + 4xy^3)$

الواجب الثاني

*السؤال الأول :

حل النظام التالي المكون من المعادلتين الخطيتين $x-y=1$ $x+y=1$

■ $(1,1)$ ■ $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ ■ $(1,0)$ ■ $(0,1)$

الحل :

من المعادلة الأولى: $x=1+y$ $\leftrightarrow$ $x-y=1$

نعوض بالمعادلة الثانية :

$x+y=1 \leftrightarrow (1+y)+y=1 \leftrightarrow 2y=1-1 \leftrightarrow y=0$

نعوض قيمة y في المعادلة الأولى: $x=1$ $\leftrightarrow$ $x=1+0$

*السؤال الثاني :

$6C3=$

■ $\frac{6P3}{3}$ ■ $\frac{6!}{(6-3)!-3}$ ■ $\frac{6!}{3!}$ ■ $\frac{6P3}{3!}$

الحل :

باستخدام القاعدة $6C3=\frac{6P3}{3!}$ $nCr=\frac{nPr}{r!}$

*السؤال الثالث :

حل المعادلة التالية $3x^2 = 5x$

■ $\{0, \frac{3}{5}\}$ ■ $\{0, -\frac{5}{3}\}$ ■ $\{0, \frac{5}{3}\}$ ■ $\{0, -\frac{3}{5}\}$

الحل :

$$3x^2 - 5x = 0$$

$$x(3x - 5) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 3x - 5 = 0 \quad \leftrightarrow \quad x_2 = \frac{5}{3}$$

السؤال الرابع :

$$\frac{nPr}{nCr} =$$

■ $n!$ ■ $r!$ ■ $(n - r)$ ■ $(n - r)!$

الحل :

$$\frac{nPr}{nCr} = \frac{\frac{n!}{(n-r)!}}{\frac{n!}{(n-r)!r!}} = \frac{n!}{(n-r)!} \times \frac{(n-r)!\,r!}{n!} = r!$$

*السؤال الخامس :

حل المعادلة الخطية التالية $3x + 2 = 5x + 6$

■$x = 2$ ■$x = -4$ ■$x = -2$ ■$x = 1$

الحل :

$$3x + 2 = 5x + 6$$

$$3x - 5x = 6 - 2$$

$$-2x = 4$$

$$x = -2$$

*السؤال السادس :

حل النظام الخطي التالي $2x + 3y = 5$ $x - y = 0$

■$(2,1)$ ■$(2,2)$ ■$(1,2)$ ■$(1,1)$

الحل :

من المعادلة الأولى : $x = y \leftrightarrow x - y = 0$

نعوض بالمعادلة الثانية :

$2x + 3y = 5 \leftrightarrow 2y + 3y = 5 \leftrightarrow 5y = 5 \leftrightarrow y = 1$

*السؤال السابع :

$5P4 =$

■5 ■20 ■60 ■120

الحل :

بالحاسبة : 4 + shift (nPr) + 5 أو 5.4.3.2.1=120

*السؤال الثامن :

حل المعادلة التربيعية $x^2 - 3x + 2 = 0$

■$\{-1,-2\}$ ■$\{2,-1\}$ ■$\{1,-2\}$ ■$\{1,2\}$

الحل :

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$$x_1 = 1 \quad x_1 = 2$$

*السؤال التاسع :

القانون العام لحل المعادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد صيغة كالتالي :

■ $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

■ $b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

■ $-b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

■ $\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

*السؤال العاشر :

$4C2 =$

■6 ■1 ■12 ■3

الحل :

بالحاسبة 4 + SHIFT (nCr) + 2

*السؤال الحادي عشر :

$2P2 =$

■1 ■0 ■4 ■2

الحل :

باستخدام القاعدة $nPn = n!$ أو باستخدام الحاسبة

*السؤال الثاني عشر :

حل المعادلة الكسرية التالية $x = \frac{(x+2)}{2} + \frac{x}{3}$

■2 ■6 ■3 ■5

الحل :

$$x = \frac{(x+2)}{2} + \frac{x}{3}$$

$$2x = (x+2) + \frac{2x}{3}$$

$$6x = 3x + 6 = 2x$$

$$6x - 3x - 2x = 6$$

$$x = 6$$

الواجب الثالث

*السؤال الاول :

مجموع حدود المتسلسلة الهندسية $a_1=-3$ $n=4$ $r=3$

■120 ■123 ■ -120 ■ -123

الحل :

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r} = \frac{-3-(-3)3^4}{1-3} = \frac{240}{-2} = -120$$

*السؤال الثاني :

الثلاثة أوساط هندسية في المتتابعة الهندسية التالية $\frac{1}{2}, \dots, \dots, \dots, \frac{128}{81}$

■ $\frac{-2}{3}, \frac{8}{9}, \frac{-32}{27}$

■ $\frac{2}{3}, \frac{-8}{9}, \frac{32}{27}$

■ $\frac{2}{3}, \frac{-8}{9}, \frac{32}{27}$

■ $\frac{-2}{3}, \frac{-8}{9}, \frac{-32}{27}$

*السؤال الثالث :

مجموع المتسلسلة الهندسية الغير منتهية التالية $\frac{-5}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{-1}{10}, \frac{-1}{50}, \ldots\ldots$

■ $\frac{-25}{4}$ ■ $\frac{-8}{25}$ ■ $\frac{-4}{25}$ ■ $\frac{-25}{8}$

الحل :

$$r = \frac{-1}{2} \div \frac{-5}{2} = \frac{1}{5}$$

$$S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{\frac{-5}{2}}{1-\frac{1}{5}} = \frac{-25}{8}$$

السؤال الرابع :

مجموع حدود المتسلسلة الحسابية التي فيها $a_1 = 2 \quad a_n = 32 \quad d = 2$

■268 ■272 ■274 ■270

الحل :

$$a_n = a_1(n-1)d$$

$$32 = 2 + 2n - 2$$

$$n = 16$$

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

$$= 16\frac{2+32}{2} = 272$$

*السؤال الخامس :

الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعة الحسابية التي فيها $S_n = 1134 \quad a_1 = 3 \quad a_n = 81$

■3,6,9 ■3,9,15 ■3,8,13 ■3,7,11

الحل :

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

$$1134 = n\left(\frac{3 + 81}{2}\right)$$

$$n = 27$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$81 = 3 + 26d$$

$$d = 3$$

3 , 6 , 9

*السؤال السادس :

الوسطان الحسابيان في المتتابعة التالية $-5, \ldots, \ldots, 16$

■3,10 ■4,12 ■0,6 ■ 2,9

الحل :

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$16 = -5 + (3)d$$

$$3d = 21$$

$$d = 7$$

-5 , 2 , 9

*السؤال السابع :

اذا كانت $\underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ فأن $\underline{A} - \underline{B} =$

- $\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} -7 & -4 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$

*السؤال الثامن :

$$\sum_{n=1}^{3} (3n - 1) =$$

■10 ■6 ■12 ■15

الحل :

$$\sum_{n=1}^{3} (3n - 1) = (3 \times 1 - 1) + (3 \times 2 - 1) + (3 \times 3 - 1)$$

$$2 + 5 + 8 = 15$$

*السؤال التاسع :

اذا كانت $\underline{A}=\begin{bmatrix}-2 & 2\\ 3 & 1\end{bmatrix}$ فأن $\underline{A}^{-1}=$

- $\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{4}\\ -\frac{3}{8} & \frac{1}{8}\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & -\frac{1}{2}\\ -\frac{3}{4} & -\frac{1}{2}\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}-\frac{1}{8} & \frac{1}{4}\\ \frac{3}{8} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}$

الحل :

$$\Delta=\begin{vmatrix}-2 & 2\\ 3 & 1\end{vmatrix}=-2\times 1-2\times 3=-8$$

$$\underline{A}^{-1}=\frac{1}{-8}\begin{bmatrix}1 & -2\\ -3 & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{8} & \frac{1}{4}\\ \frac{3}{8} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}$$

*السؤال العاشر :

إذا كانت $\underline{A}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & 3\end{bmatrix}\ \underline{B}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 0 & 2\end{bmatrix}$ فأن $\underline{A}\times\underline{B}=$

- $\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 2 & 7\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}-2 & 5\\ 2 & 5\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}2 & 5\\ -2 & 7\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}2 & 0\\ -2 & 5\end{bmatrix}$

الحل :

$$\underline{A}\times\underline{B}=\begin{bmatrix}1\times -2+2\times 0 & 1\times 1+2\times 2\\ -1\times -2+3\times 0 & -1\times 1+3\times 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 5\\ 2 & 5\end{bmatrix}$$

*السؤال الحادي عشر :

الحد الاول في متسلسلة هندسية فيها $r=\frac{1}{2}$ $a_5=\frac{-1}{8}$

■ $\frac{1}{2}$ ■ $\frac{-1}{2}$ ■ -1 ■ -2

الحل :

$$a_5=\frac{-1}{8}$$

$$a_4=\frac{-1}{8}\div\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$$

$$a_3=-\frac{1}{4}\div\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$a_2=-\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}=-1$$

$$a_2=-1\div\frac{1}{2}=-2$$

*السؤال الثاني عشر :

الحد التاسع في المتتابعة الحسابية التي فيها $n=9$ $d=5$ $a_1=-4$

■37 ■38 ■36 ■35

الحل :

$$a_n=a_1+(n-1)d$$

$$a_9=-4+(8)(5)=36$$

الاختبار الفصلي

السؤال الأول

$\log_{10} 100 =$ هي قيمه المقدار التالي

$$10^x = 100 \leftrightarrow 10^2 = 100$$

$$\therefore x = 2$$

السؤال الثاني :

$$8^{\frac{1}{3}} =$$

$$(2^3)\frac{1}{3} = (2)3 \times \frac{1}{3} = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1$$

السؤال الثالث :

$\frac{2}{\sqrt{5}}$ هوابسط صورة لكسر التالي

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

السؤال الرابع :

$\frac{5}{x} + \frac{2}{y} =$ ناتج جمع المقدارين التاليين

$$y \times \left(\frac{5}{x}\right) + \left(\frac{2}{y}\right) \times x = \frac{5y + 2x}{xy}$$

السؤال الخامس :

تحليل المقدار التالي $5x^2y + 15xy^3$

نسحب العامل المشترك

$$5 \times 3 = 15$$

$$(5xy)[x + 3y^2]$$

السؤال السادس :

قيمة X في المعادلة $\log_2 x = 4$

$$2^4 = 16$$

$$\therefore x = 16$$

السؤال السابع :

7) المضاعف المشترك البسيط للحدين XY, X^2

X^2 هو X مضاعف المشترك البسط لي

Y هو Y مضاعف المشترك البسط لي

$$\therefore x^2y$$

السؤال الثامن :

ابسط المقدار $\frac{8m^5n^2}{2m^3n} =$

$$\frac{8}{2} = 4 \quad \leftrightarrow \quad \frac{m^5}{m^3} = m^2 \quad \leftrightarrow \quad \frac{n^2}{n} = n$$

$$\therefore 4m^2n$$

السؤال التاسع :

$$9)\ \log_3 1 + \log_3 3^2 =$$

$$\log_3 3^2 = 1 \times 2 = 2 \quad \leftrightarrow \quad \log_3 1 = 0$$

$$\therefore 2$$

السؤال العاشر :

$$10)(x+2)(x-2)$$

$$\therefore (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(x^2) - (2^2) = x^2 - 4$$

السؤال الحادي عشر :

$4 + 5 \times 4 \div 2 =$ حاصل تبسيط المقدار التالي

$$4 + 20 \div 2 = 4 + 10 = 14$$

السؤال الثاني عشر :

$12)\ \frac{x^2-9}{(x+3)} =$ حاصل تبسيط العباره التالية

$$\frac{(x-3)\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}} = x - 3$$

السؤال الثالث عشر :

$13(x^3 - y^3) =$ تحليل مقدار الفرق بين مكعبين

$$\therefore (x^3 - y^3) = (x-y)(x^2 - xy + y^2)$$

السؤال الرابع عشر :

$$\log_c(ab) =$$

$$\log_c a + \log_c b$$

السؤال الخامس عشر :

تحليل المقدار التالي $(x^2 - 6x + 9) =$

$$\therefore (u^2 - 2uv + v^2) = (u - v)^2$$

نعوض في القانون

$$x^2 - 2 \times 3x + 3^2 = (x - 3)^2$$

السؤال السادس عشر :

قيمة المقدار $\frac{3x^2 - 5x + 7}{2x + 3}$ عـندما $x = 1$

$$\frac{3(1^2) - 5 \times 1 + 7}{2 \times 1 + 3} = \frac{3 - 5 + 7}{2 + 3} = \frac{5}{5} = 1$$

السؤال السابع عشر :

ومرافق العدد $(3 - \sqrt{2}) =$

نفس القيمة ولكن عكس إشارة (-)*

$$(3 + \sqrt{2})$$

السؤال الثامن عشر :

جمع كثيرتي الحدود $(3x^2 + 5x + 1) + (x^2 - 2x - 4) =$

$$4x^2 + 3x - 3$$

السؤال التاسع عشر :

$\sqrt{16x^2y^8} =$ هو تبسيط المقدار

$$16^{\frac{1}{2}} \times x^{\frac{2}{2}} \times y^{\frac{8}{2}} = 4xy^4$$

السؤال العشرين :

$$\left(\frac{x^{-2}y^{-1}}{x^3y^{-4}}\right)^{-1} =$$

$$= \frac{x^2y^1}{x^{-3}y^4} = \frac{x^2y^1x^3}{y^4} = \frac{x^5}{y^3}$$

اللهم لا تدعني أصاب بالغرور إذا نجحت .. ولا أصاب باليأس إذا فشلت .. بل ذكرني دائما بأن الفشل هو التجارب التي تسبق النجاح

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير

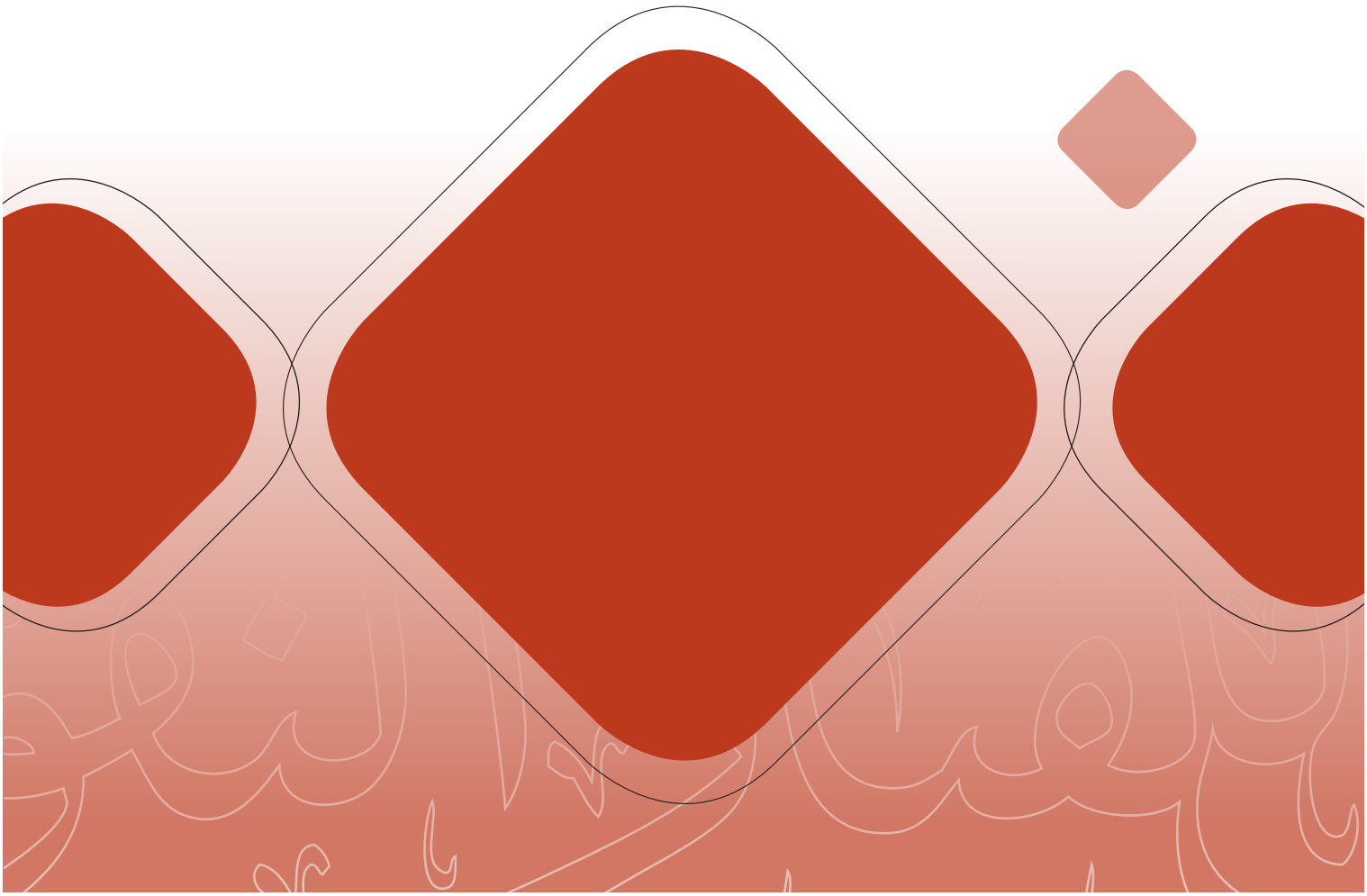
زميلتكم / lotus.

الملخص بمجهود أختنا lotus

وبمراجعة زميلتكُم ساره الغنام .

وتصحيح : د. ثابت القحطاني "حفظه الله"

لا نطلب منكم إلا الدعاء .



ملخص المعيار الأول

المعيار (1) :
الاعداد والعمليات عليها
في الإختبار : 6 أسئله

1. يتعرف مجموعات الأعداد (الطبيعية، والكلية، والصحيحة، والنسبية، والحقيقية، والمركبة) وتصنيفاتها المختلفة
2. يلم بالخصائص الأساسية لنظرية الأعداد (القاسم المشترك الأكبر، المضاعف المشترك الأصغر، قابلية القسمة، الأعداد الأولية والمؤلفة، والتطابقات)
3. يتعرف مفهوم النسبة والتناسب وتطبيقاتها، ويحل مسائل عليها
4. يستخدم استراتيجيات التقدير والحساب الذهني، ويستطيع الحكم على معقولية النتائج
5. يجري العمليات على مجموعات الأعداد المختلفة (العمليات الأربع، والمقارنة، والجذور والأسس)
6. يميز التمثيلات المختلفة للعدد المركب ويوجد مقياسه ومرافقه
7. يحل مسائل لفظية على الأعداد المختلفة

المعيار ١:

الأعداد والعمليات عليها

١- يتعرف مجموعة الأعداد (الطبيعية، والكلية والصحيحة والنسبية والحقيقية والمركبة) وتصنيفاتها المختلفة.

- الأعداد الطبيعية N ← 3.19.30....
- الأعداد الكلية "W" ← 0,1,2, $\sqrt{4}$ ...
- الأعداد الصحيحة ← -5, 0, 2, 4, ...
- الأعداد النسبية Q ← $0,125, -\frac{7}{8}$ ..... , $0,\overline{33}$

ويكون العدد النسبي اما عدد عشري منتمي أو دوري..

- الأعداد غير النسبية I . ← $\pi = 3,14159$ ... , $\sqrt{3} = 1.73205$ ....

يكون الصورة العشرية فيها ليست منتهية ولليست دورية.

الأعداد المركبة C ← $3 + 4i$.

ويكون فيها جزء حقيقي وجزء تخيلي.

٢-يلم بالخصائص الأساسية لنظرية الأعداد (القاسم المشترك الأكبر، المضاعف المشترك الأصغر، قابلية القسمة، الأعداد الأولية، المؤلفة والمتطابقات)

• **القاسم المشترك الأكبر**: تحلل الأعداد إلى عواملها الأولية ثم نأخذ الأعداد المشتركة فقط بأصغر أس. - في مسائل القاسم المشترك الأكبر يكون في السؤال أكبر منم أكبر ضلع... - مثال ذلك: يرتب ماجد ٨ صور كبيرة و ١٢ صورة متوسطة و١٦ صورة صغيرة .. ما أكبر عدد من الصور سيضعها ماجد في الصفحة الواحدة؟ الحل:	• **المضاعف المشترك الأصغر**: نحلل الأعداد إلى عواملها الأولية ثم نأخذ الأعداد المشتركة بأكبر أس والغير مشتركة. - في مسائل المضاعف المشترك الأصغر يكون في السؤال أصغر من. مثال ذلك: ما أصغر عدد يقبل القسمة على ٤، ٦، ٩ معاً؟

16 | 8 | 4 | 2 | 1 2 | 2 | 2 | 2 12 | 6 | 3 | 1 2 | 2 | 3 8 | 4 | 2 | 1 2 | 2 | 2	الحل: 4 | 2 | 1 2 | 2 6 | 3 | 1 2 | 3 9 | 3 | 1 3 | 3
$8 = 2^3$, $12 = 2^2$ X 3^1 , $16 = 2^4$ **القاسم المشترك الأكبر =** **2^2=4**	**$9 = 3^2$, $6 = 2^1$ X 3^1 , $4 = 2^2$** **المضاعف المشترك الأصغر=** **$3^2.2^2$= 9 X 4 = 36**

ملاحظة:

إذا كان هناك عدد يقبل القسمة على X ويقبل القسمة على y فإنه يقبل القسمة على مضاعفاتهما.

قابلية القسمة : يقبل العدد القسمة على:

٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
إذا كان العدد أحاده عدد زوجي	إذا جان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٣	إذا كان العدد المكون من آحاده وعشراته يقبل القسمة على ٤	إذا كان آحاده صفراً أو ٥	إذا كان يقبل القسمة على ٢ ، ٣		إذا كان العدد المكون من آحاده وعشراته ومئاته يقبل القسمة على ٨	إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٩	إذا كان آحاده صفراً

الأعداد الأولية والمؤلفة:

العدد الأولي: هو الذي له عاملان فقط ١ و العدد نفسه ← $3 = 3 \times 1$

العدد المؤلف: هو عدد مكون من أعداد أولية له أكثر من عاملين ← $6 = 3 \times 2$, 6×1

- جميع الأعداد الزوجية ما عدا ٢ هي أعداد مؤلفة.
- **الواحد عدد غير أولي وغير مؤلف.**

Sarhan alsarhan

٣-يتعرف مفهوم النسبة والتناسب وتطبيقاتها ويحل مسائل عليها:

النسبة: هي مقارنة بين كميتين لهما الوحدة نفسها.

$x : y$ ، $\frac{x}{y}$

النسبة المئوية: $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 100$

مثال : ١

النسبة المئوية للعدد $\frac{1}{4}$ ؟

الحل : $\frac{1}{4}\ X\ 100 = 25\%$

ما النسبة المئوية للعدد ١٥ من ٦٠ ؟

$\frac{15}{60}\ X\ 100 = \frac{5}{2} X\ 10 = 25\%$

التناسب :

طردي

زاد $\begin{pmatrix} B & A \\ D & C \end{pmatrix}$ زاد

$A.D = B.C$

إذا زادت A أو نقصت

زادت B أو نقصت

عكسي

يزداد $\begin{pmatrix} B \leftarrow A \\ D \leftarrow C \end{pmatrix}$ ينقص

$A.B = C.D$

إذا زادت A أو نقصت

نقصت الكمية B أو

زادت

مثال: ٢٠ عامل في مطبعة يطبعون 1000كتاب في اليوم، زاد عد العمال فأصبح ٣٠ عامل فكم كتاب يطبعون؟

عدد العمال	عدد الكتب
٢٠	١٠٠٠
٣٠	x

مثال: ٣٠ عامل يصنعون سجادة ٦٠ يوم إذا نقص عدد العمال إلى ٢٠ ففي كم يوم يصنعوا السجادة؟

العمال	الأيام
٣٠	٦٠
٢٠	X

Sarhan alsarhan

٤-يستخدم استراتيجيات التقدير والحساب الذهني، ويستطيع الحكم على معقولية النتائج..

مثال ٢:

وفر محمد مبلغ ١٥٥٠ أو يريد أن يتبرع بـ ٤٠% منه، هل من المعقول أن يتبرع محمد ب٨٠٠ ريال؟

الحل :

٩٥% قريبة من ٥٠%. نصف الـ ١٥٥٠ = ٧٧٥ .. ٤٠%

أقل . ٨٠٠ ريال ليست من المعقول ....

٥-يجري العمليات على الأعداد المختلفة (العمليات الأربع ، المقارنة ، الجذور، الأسس)

خطوات العملية الحسابية:

١. احسب القيمة داخل الأقواس.

٢. احسب جميع القوى.

٣. اضرب أو اقسم من اليسار إلى اليمين.

٤. اجمع أو اطرح من اليسار إلى اليمين.

مثال: $3^2 + 9 \div 3 + 3$

$9 + 3 + 3 = 15$

الجذور:

انطاق المقام

إذا كان المقام $\sqrt{b}$

$$= \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{8\sqrt{3}}{8} = \sqrt{3}$$

إذا كان المقام

$$= \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

إذا كان المقام $\sqrt[n]{bx}$

نطرح الأس الخارجي من الداخلي:

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2^{3-1}}}{\sqrt[3]{2^{3-1}}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\frac{5\sqrt[3]{4}}{2} =$$

$\sqrt[4]{2^8}$ ـ نقسم الأس الداخلي على الأس الخارجي $2^{8\div4} = 2^2 = 4$

إذا كان المقام	فاضرب البسط والمقام في	مثال
$\sqrt{b}$	$\sqrt{b}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
$\sqrt[n]{b^x}$	$\sqrt[n]{b^{n-x}}$	$\frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$

Sarhan alsarhan

- **الأسس:**

- في حالة جمع أو طرح القوى التي لها الأساس نفسه لابد أولاً نأخذ عامل مشترك ثم نكمل الحل.
- في حالة ضرب القوى التي لها الأساس نفسه نجمع الأسس.

ملخص المفهوم — أضف إلى مطويتك

خصائص الأسس

لأي عددين حقيقيين x, y وعددين صحيحين a, b:

الخاصية	التعريف	مثال
ضرب القوى	$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$	$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$ $p^2 \cdot p^9 = p^{2+9} = p^{11}$
قسمة القوى	$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$، حيث $x \neq 0$	$\frac{9^5}{9^2} = 9^{5-2} = 9^3$ $\frac{b^6}{b^4} = b^{6-4} = b^2$
الأس السالب	$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$، $\frac{1}{x^{-a}} = x^a$ حيث $x \neq 0$	$3^{-5} = \frac{1}{3^5}$ $\frac{1}{b^{-7}} = b^7$
قوة القوة	$(x^a)^b = x^{ab}$	$(3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6$ $(d^2)^4 = d^{2 \cdot 4} = d^8$
قوة ناتج الضرب	$(xy)^a = x^a y^a$	$(2k)^4 = 2^4 k^4 = 16k^4$ $(ab)^3 = a^3 b^3$
قوة ناتج القسمة	$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}, y \neq 0,$ $\left(\frac{x}{y}\right)^{-a} = \left(\frac{y}{x}\right)^a = \frac{y^a}{x^a}, x \neq 0, y \neq 0$	$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^2}{y^2}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5} = \frac{b^5}{a^5}$
القوة الصفرية	$x^0 = 1, x \neq 0$	$7^0 = 1$

Sarhan alsarhan

٦-يميز التمثيلات المختلفة للعدد المركب ويوجد مقياسه ومرافقه..

العدد المركب C هو أي عدد يمكن كتابته على الصورة (a + (جزء حقيقي) + ib (جزء تخيلي)) أو على الصورة (a, (جزء حقيقي) b (جزء تخيلي))

مثال :

(2 + 4i) عدد مركب

(0 + 4i) = 4i عدد تخيلي بحت.

(2 + 0i) عدد حقيقي بحت

مقياسه:

$|C| = |a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$

مثال: أوجد مقياس العدد المركب ... C = 4 + 3i

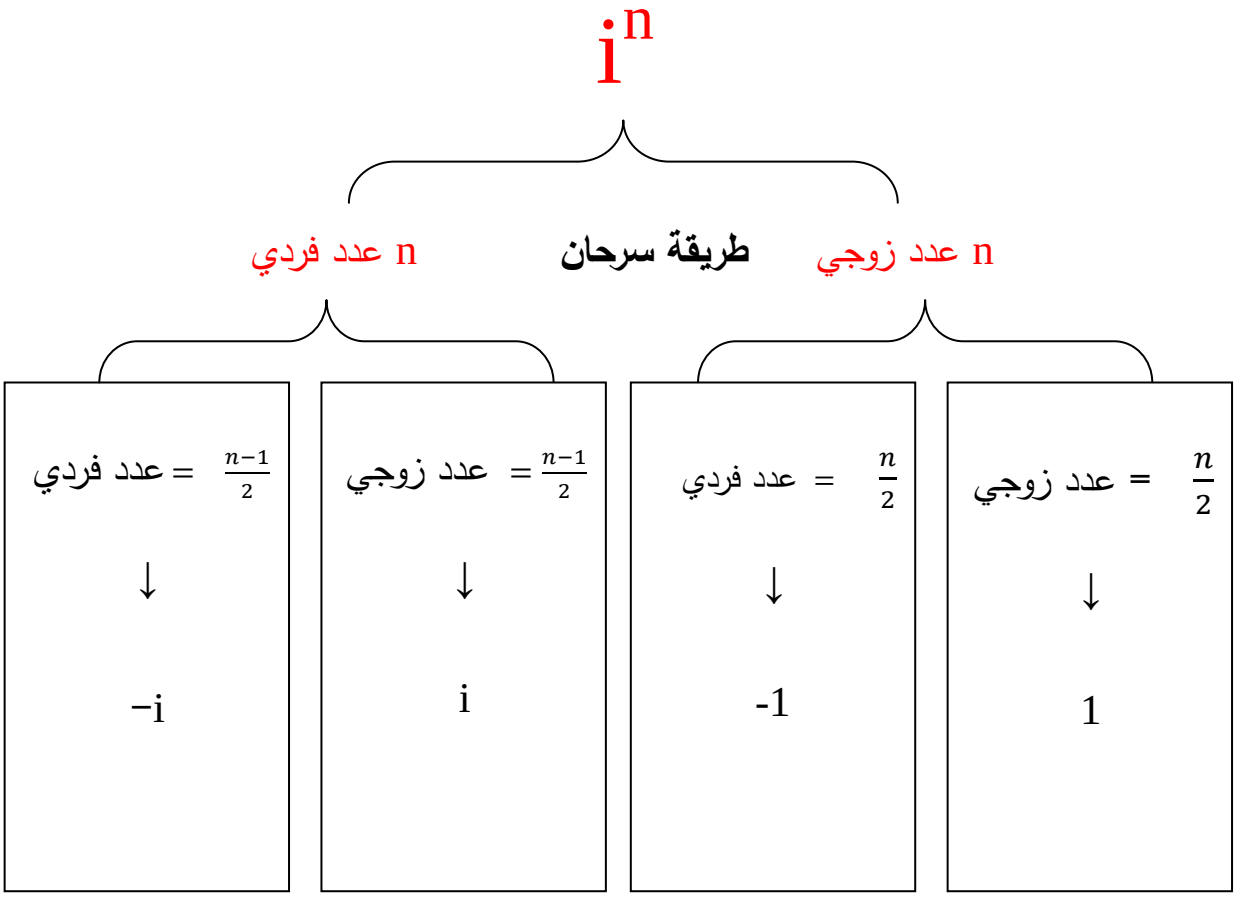
$$|C| = \sqrt{(4^2) + (3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

مرافق العدد المركب:

(a-bi)=(a+bi)

مثال:

(4 – 3i) = (4 + 3i)



Sarhan alsarhan

أسئلة المعيار الأول

أسئلة المعيار الاول

١٨- إذا كان $x \neq 2, x \neq -5$ فإن المقدار $\frac{3x^2-6x}{x^2+3x-10}$ يساوي:

أ) $\frac{1}{2}$

ب) $\frac{3}{5}$

ج) $\frac{3x}{x+5}$

د) $\frac{3}{x-2}$

٣٠- $(\frac{8}{27})^{\frac{2}{3}} =$

أ) $\frac{2}{3}$

ب) $\frac{3}{2}$

ج) $\frac{4}{9}$

د) $\frac{9}{4}$

٢٨- في إحدى الإمارات يعمل 5 موظفين إذا كان موظفان يتقاضيان 50 ريالاً في الساعة، وموظف 80 ريالاً في الساعة، وموظف 100 ريال في الساعة، وموظف 120 ريالاً في الساعة، فكم ريالاً في الساعة وسيط ما يتقاضاه موظفو الإمارة؟

أ) 80

ب) 85

ج) 90

د) 95

٢٩- الشكل أدناه يمثل نتائج استبانة عن المادة الدراسية المفضلة أجريت على 220 طالبا في مدرسة ابتدائية. كم طالبا يفضلون مادة العلوم؟

أ) 11

ب) 22

ج) 44

د) 88

٩- مرافق العدد المركب $z = 3+5i$ هو:

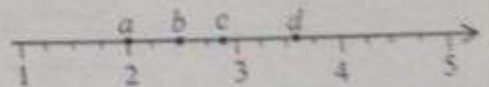
أ) $3-5i$

ب) $-3-5i$

ج) $-3+5i$

د) $3+5i$

١٠- أي نقطة على خط الأعداد أدناه هي الأفضل تمثيلاً للعدد $\sqrt{8}$ ؟



أ) a

ب) b

ج) c

د) d

٣٩- إذا كان $x+y=4$ و $xy=2$ فما قيمة x^2+y^2؟

أ) 10

ب) 12

ج) 14

د) 16

٤١- قيمة x التي تحقق المعادلة $e^{-5x}e^{x} = e^{2}$ تساوي:

أ) -2

ب) $\frac{1}{2}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) 2

ما الترتيب العدد π ضمن الترتيب التصاعدي للأعداد الأربعة π

$2\sqrt{5}$ ، 3.13131 ، $\frac{16}{5}$ ؟

أ) الأول

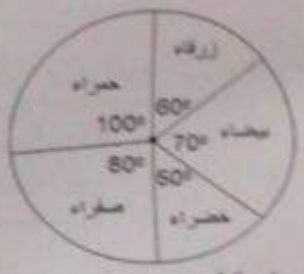
ب) الثاني

ج) الثالث

د) الرابع

أسئلة المعيار الاول

١٨- القطاع الدائري الآتي يمثل توزيع ألوان 48 قميصًا. ما عدد القمصان الزرقاء؟



أ) 16
ب) 12
ج) 8
د) 6

٢٠- إذا كان $\frac{3x-4}{y+15}$ عددًا ثابتًا، وقيمة $x=2$ إذا كانت $y=3$

فما قيمة x عندما تكون $y=12$؟

أ) $\frac{5}{3}$
ب) $\frac{7}{3}$
ج) $\frac{8}{3}$
د) $\frac{10}{3}$

٢٢- $3^5+3^5+3^5=$

أ) 3^6
ب) 9^5
ج) 3^{15}
د) 3^{125}

٢٤- قيمة العدد المركب i^{43} هي:

أ) $-i$
ب) i
ج) 1
د) -1

إذا كان $2^x=6$ فما قيمة 2^{2x}؟

أ) 8
ب) 12
ج) 24
د) 36

المقدار $2\times3^3+3^3$ يساوي 9×3^3:

أ) 3^6
ب) 3^3
ج) 11×3^3
د) 2×3^3

$\frac{6^{10}+6^{10}+6^{10}}{6^{10}}=$

أ) 3×6^{10}
ب) 6^{30}
ج) 6^3
د) 3

قيمة المقدار $1.\overline{33}$ تساوي:

أ) $\frac{1}{3}$
ب) $\frac{4}{3}$

$\left(\frac{-2a^3}{a^3b^2}\right)^3=$

أ) $\frac{-2a^{12}}{b^6}$
ب) $\frac{-8a^{12}}{b^6}$
ج) $\frac{-8a^9}{b^6}$
د) $\frac{8a^9}{b^6}$

أسئله المعيار الاول

٤٦- في أي قيم n الآتية يكون العدد n^2+2n+5 مؤلفاً (غير أولي)؟

أ) 6
ب) 5
ج) 4
د) 2

٤٧- $4+8\div 2\times 4=$

أ) 3
ب) 6
ج) 20
د) 24

٤٨- جهاز كهربائي سعره 250 ريالاً. إن تم تخفيض سعره 24%، فكم ريالاً قيمته بعد التخفيض؟

أ) 225
ب) 190
ج) 84
د) 60

٤٩- $(7+i)(7-i)=$

أ) 48
ب) $49-i$
ج) $49-14i$
د) 50

٥٠- الترتيب التصاعدي للمجموعة $\{2,\sqrt{2},\pi,e,3\}$ هو

أ) $\{\sqrt{2},2,e,3,\pi\}$
ب) $\{e,\sqrt{2},2,3,\pi\}$
ج) $\{e,\sqrt{2},2,\pi,3\}$
د) $\{\sqrt{2},e,2,\pi,3\}$

٥١- قرأ خالد 70% من صفحات كتاب "السيرة النبوية"، فإن تبقى له 42 صفحة، فكم عدد صفحات الكتاب كاملاً؟

أ) 60
ب) 70
ج) 100
د) 140

٥٢- إن كان $x>0$، فإن العددين التاليين في المجموعة $\{\sqrt{x^2+1},\sqrt{x^2+1},\sqrt{(x-1)^2},\sqrt{(x+1)^2}\}$ هما

أ) $\sqrt{x^2+1}\ ;\ \sqrt{x^2+1}$
ب) $\sqrt{(x-1)^2}\ ;\ \sqrt{x^2+1}$
ج) $\sqrt{(x+1)^2}\ ;\ \sqrt{x^2+1}$
د) $\sqrt{(x-1)^2}\ ;\ \sqrt{(x+1)^2}$

٣٦- إن كان $x=-4$، $y=2$، فأي مما يأتي ينتمي إلى مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة (Z^-)؟

أ) $3y+x^2$
ب) $3x-y^2$
ج) $2y^2-x$
د) $2x^2-y$

٣٧- إن كان القاسم المشترك الأكبر للعددين x و 14 يساوي 7، والمضاعف المشترك الأصغر لهما 42، فإن x تساوي:

أ) 7
ب) 14
ج) 21
د) 42

٣٨- $\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{3x+2}{x+1}=$

أ) 2
ب) -2
ج) $\dfrac{-2x+2}{x+1}$
د) $\dfrac{-2x+2}{(x+1)^2}$

٩- إن كان $(7k+1)$ عدداً زوجياً حيث $k\in N$، فإن $(7k+1)^2$ هو عدد:

أ) زوجي مؤلف
ب) فردي مؤلف
ج) فردي أولي
د) زوجي أولي

٤٦- مصنع للطاولات لديه 6 خطوط إنتاج، كل منها ينتج 30 طاولة في الساعة. خلال كم ساعة يتم إنتاج y طاولة؟

أ) $\frac{180}{y}$

ب) $\frac{y}{180}$

ج) $\frac{6y}{30}$

د) $\frac{30}{6y}$

٤٧- $\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} =$

أ) 1

ب) $\frac{5}{8}$

ج) $\frac{15}{4}$

د) $\frac{15}{8}$

٤٨- إذا تم تخفيض أسعار الكتب في مكتبة بنفس النسبة، فخُفضت قيمة الكتاب الذي سعره 20 ريالاً إلى 15 ريالاً، فكم ريالاً السعر الأصلي لكتاب قيمته بعد التخفيض 60 ريالاً؟

أ) 100

ب) 90

ج) 80

د) 75

٤٩- $\frac{2^{60}\times 64^2 - 4^8\times 8^2}{2^{60}\times 2^6 - 4^8} =$

أ) 8

ب) 8^2

ج) 8^3

د) 8^4

٥٠- إذا كان $2a=3$ و $4b=9$، فأي الآتي عدد صحيح؟

أ) $a+2b$

ب) $3a+b$

ج) $a+3b$

د) $2a+b$

٥١- $\sqrt{84}+\sqrt{4}\times\sqrt{21} =$

أ) $8\sqrt{21}$

ب) $4\sqrt{21}$

ج) $2\sqrt{21}$

د) $\sqrt{21}$

٥٢- عند الساعة الثامنة انطلقت سيارة من المدينة A بسرعة 80 km/h. بعدها بساعة تبعتها على نفس الطريق سيارة سرعتها 120 km/h. متى تلحق السيارة الثانية بالسيارة الأولى؟

أ) 10:00

ب) 10:30

ج) 11:00

د) 11:30

٥٣- إذا كانت نسبة a إلى b تساوي نسبة 2 إلى 3، وكانت نسبة $2b$ إلى $3c$ تساوي نسبة 6 إلى 5، فما قيمة $\frac{5a}{4c}$؟

أ) $\frac{3}{2}$

ب) $\frac{2}{3}$

ج) $\frac{5}{6}$

د) $\frac{6}{5}$

٥٤- $3123^2 - 3124^2 =$

أ) 6247

ب) 4672

ج) -4672

د) -6247

الانستقرام
@Z22Z_
alrajhi

السؤال	الحل	هامش
٢٩) $(7+i)(7-i) =$	$(7+i)(7-i) = 49 - 7i + 7i - i^2$ $= 49 + 1 = 50$ ملاحظه $i^2 = -1$	
٢٧) $4 + 8 \div 2 \times 4 =$	ترتيب اسبقية العمليات الحسابية بالطريقة التاليه : من اليسار الى اليمين ١. العمليات داخل الاقواس ٢. الضرب والقسمه ٣. الجمع والطرح $\therefore 4 + 8 \div 2 \times 4$ $= 4 + 4 \times 4$ $= 4 + 16 = 20$	
٢٨) إذا كان $x>0$ فإن العددين المتساويين في المجموعة : $\sqrt{(x+1)^2}$ $\left(\sqrt{x^2}+1 \text{ ، } \sqrt{x^2+1} \text{ ، } \sqrt{(x-1)^2}\right.$ • $\sqrt{x^2+1}$, $\sqrt{x^2}+1$ • $\sqrt{(x-1)^2}$, $\sqrt{x^2}+1$ • $\sqrt{(x+1)^2}$, $\sqrt{x^2}+1$ • $\sqrt{(x-1)^2}$, $\sqrt{(x+1)^2}$	التربيع يلغي الجذر : $\sqrt{(x+1)^2} = x+1$ $\sqrt{(x-1)^2} = x-1$ $\sqrt{x^2}+1 = x+1$	
٣٥) $= \dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}}$	$= \dfrac{\frac{2}{4}+\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} = \dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{3}{4} \div \frac{1}{8}$ $= \frac{3}{4} \times \frac{8}{1} = 6$	
٣٤) $\dfrac{(\sqrt{-1})(\sqrt{-1})^2(\sqrt{(-1)^2})(\sqrt{-6})(\sqrt{2})}{\sqrt{3}}$ • 2 • -2 • $2i$ • $-2i$	$\dfrac{i \times -1 \times 1 \times \sqrt{-1 \times 3 \times 2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ $= \dfrac{-i \times \sqrt{-1} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ $= -i \times i \times 2$ $= -i^2 \times 2 = -(-1) \times 2 = 2$	
١٤٢) $(-\sqrt{4})^2$ يساوي : • -4 • -2 • 2 • 4	$(-\sqrt{4})^2 = (-1)^2(\sqrt{4})^2 = 2^2 = 4$	
٣) إذاكان باقي قسمة العدد n على 7 يساوي 3 ، فإن باقي قسمة العدد $8n$ على 7 يساوي : • 2 • 3 • 4 • 5	معطى $\frac{n}{7} = c + \frac{3}{7}$ ∵ $\frac{8n}{7} = 8(\frac{n}{7})$ $\therefore 8\left(\frac{n}{7}\right) = 8\left(c+\frac{3}{7}\right)$ $= 8c + \frac{24}{7} = 8c + 3 + \frac{3}{7}$ $\therefore$ الباقي 3	

٥١) عددين أوليين مختلفين بحيث ناتج قسمة عدد أولي على عدد أولي يساوي

- عدد فردي
- عدد أولي
- عدد كسري
- عدد زوجي

$\frac{7}{5}, \frac{3}{2}, \frac{2}{11}$

عدد كسري دائما

---

٢) في كلية ألتحق عدد من الطلاب في اليوم الأول وفي اليوم الثاني انضم اليهم 8 طلاب ويمثلون 10% ممن التحق في اليوم الأول ، فكم عدد الطلاب في اليومين

- 88
- 98
- 77
- 66

عدد الطلاب باليوم الاول = a

اليوم الثاني انضم عدد طلاب = $\frac{10}{100}$ a = 8

$\therefore a = \frac{800}{10}$

$a = 80$

عدد الطلاب في اليومين = 88=8+80

---

٨٩) إذا كانت $2^x.2^y = 32$ ، فإن $x + y$:

- 4
- 5
- 6
- 7

$2^x \times 2^y = 32$

$\Rightarrow 2^{x+y} = 2^5$

الأن الأساس = الأساس

إذاً الأسس متساوية: $x + y = 5$

---

١٩) دائرة مقسمة لثلاث اقسام وفيها قسم الحاسب قياس زاويته 120 فما نسبته المئوية

- 33%
- 44%
- 55%
- 66%

$\frac{120}{360} = \frac{x}{100}$

$\Longrightarrow 120 \times 100 = 360x$

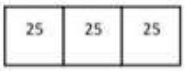
$\Longrightarrow \frac{12000}{360} = x$

$\Longrightarrow 33\% = x$

---

٢٤) اذا كان لدينا مستطيل وقسم إلى ثلاث مربعات والمربع الواحد قسم إلى ٢٥ جزء وظلل جزء واحد فقط من المربعات الصغيرة أوجد نسبة المظلل

- 25 : 1
- 75 : 1
- 25 : 3
- 75 : 3



عدد الاجزاء في المستطيل = 75=3×25

نسبة المظلل = $\frac{1}{75}$ = 1 : 75

---

٣١) $100^{x+3} = 10^{y+6}$ اوجد y بدلالة x

- X = y
- X = 2y
- Y = x+2
- Y = 2x

$100^{x+3} = 10^{y+6}$

$10^{2(x+3)} = 10^{y+6}$

y+6=2x+6

y=2x

٤٥) حافلة اذا كان المسافرين عبارة عن أطفال وبالغين ونسبة الأطفال إلى البالغين 5 : 4 وكان مجموع الركاب 36 فإن عدد الأطفال

- 14
- 16
- 18
- 20

عدد الأجزاء = 4+5 = 9

الاطفال = $\frac{5}{9} \times 36 = 20$

٤٧) $2^{x+1} = 256$ فأوجد قيمة x

- 5
- 3
- 7
- 9

$2^{x+1} = 256$

$2^x . 2^1 = 256$

$2^x = \frac{256}{2}$

$2^x = 128$

$2^x = 2^7$

إذا: x=7

128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

٥٩) قط يستطيع ان يصعد درج ستة ستة بدون باق. وثمانية ثمانية بدون باق . وعشرة عشرة بدون باق . فما اقل عدد من السلالم يحتوي الدرج

- 30
- 60
- 120
- 240

من الخيارات نوجد اقل عدد يقبل القسمه على كلا من 6,8,10

أقل عدد من السلالم 120

٦٧) يستطيع 3 عمال إنجاز عمل ما في 12 يوم ، كم يستغرق 9 عمال لإنجاز هذا العمل

- 3 أيام
- 4 أيام
- 5 أيام
- 6 ايام

اذا زاد عدد العمال قلت الايام

يوم12 ← عمال 3

$3 \times 3 = 9$ عمال ← $\frac{12}{3} = 4$

٨٢) إذا كان عددين مركبين مختلفين هما $(30^o , 2)$ ، $(20^o , 3)$ فما قيمة العدد المركب z_1z_2

- $(5 , 50^o)$
- $(5 , 60^o)$
- $(6 , 50^o)$
- $(6 , 60^o)$

فكرة الحل السريعة: (الزاوية,نصف القطر)

الزاوية= تجمع الزاويتين للمركبتين

نصف القطر= نضرب نصفي القطر في بعضهما

$$Z_1Z_2 = r_1r_2[\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$$

$$= 6[\cos 50^\circ + i \sin 50^\circ]$$

$$(r = 6, \varphi = 50^\circ) \Rightarrow (6,50^\circ)$$

٨٦) ما أصغر عدد يقبل القسمة على 4 و 6 و 9 معاً :

- 18
- 36
- 24
- 72

إذا الأعداد كبيرة نستخدم طريقة التحليل .

هذا الأعداد صغيرة نتعامل معها بأسلوب بسيط.

18 لا تقبل القسمة على 4 .

36 يقبل القسمة على 4 و 6 و 9 معاً .

24 لا تقبل القسمة على 9 .

72 يقبل القسمة على 4 و 6 و 9 معاً .

36 اجابة صحيحة للسؤال لإنها أصغر من 72

٨٧) اذا كان $2^x = 6$ ، فإن 2^{2x} تساوي :

- 2
- 6
- 12
- 36

فكرة الحل: تربيع المعادلة الأولى لنستنتج قيمة 2^{2x} :

$$2^x = 6 \Rightarrow (2^x)^2 = 36$$

$$\Rightarrow 2^{2x} = (2^x)^2 = 36$$

٦) تقسم الدرجة الكلية في مادة الرياضيات الى قسمين : 60 درجة للأعمال الفصلية و 40 درجة للإختبار النهائي . اذا حصل احمد على 95% في الاعمال الفصلية ، فما الدرجة التي يجب أن يحصل عليها في الاختبار النهائي لكي يحصل على معدل 90% في المقرر ؟

- 31
- 32
- 33
- 34

العدد الممثل للنسبة 95% من $a = 60$

العدد الممثل للنسبة 90% من 100 (المجموع الكلي)=$(x+a)$

و نحل المعادلة لنوجد قيمة x و نكون قد حسبنا القيمة المطلوبة

$$a = 60 \times \frac{95}{100} = 57$$

$$57 + x = 100 \times \frac{90}{100}$$

$$\Longleftrightarrow x = 90 - 57 = 33$$

٧) زرع مزارع 540 نخلة وأثمر منها 420 نخله، فما نسبة الشجر المثمر ؟

- 25%
- 50%
- 75%
- 100%

النسبة المئوية= $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 100 = \frac{420}{540} \times 100 = 77\%$

نأخذ أقرب قيمة لـ 77% و نعتبرها الاجابة

١٤٠) قيمة المقدار $1.\overline{33}$ هي :

- 1/3
- 4/3
- 5/3
- 7/3

$$x = 1.\overline{33}$$
$$10\,x = 13.\overline{33}$$
$$10\,x - x = 13.\overline{33} - 1.\overline{33}$$
$$9\,x = 12$$
$$x = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

١٣٨) قيمة العدد المركب i^{43} :

- -1
- 1
- $-i$
- i

$$i^{43} = i^{40} i^3 = 1x\, i^3 = -i$$

ملاحظة:

$$i^1 = i$$
$$i^2 = -1$$
$$i^3 = i^2 x\, i = -i$$

١٣٥) المقدار $9\times3^3 + 2\times3^3$ يساوي :

- 3^4
- 10×3^3
- 11×3^3
- 2×3^3

$3^3(9+2) = 11\times3^3$

عامل مشترك

١١٧) المقدار $\dfrac{\frac{1}{x} - y}{\frac{1}{y} - x}$ يساوي :

- x/y
- y/x
- $-x/y$
- -1

$$\frac{\frac{1}{x} - y}{\frac{1}{y} - x} = \frac{\frac{1 - yx}{x}}{\frac{1 - xy}{y}}$$
$$\Longrightarrow \frac{1 - yx}{x} \times \frac{y}{1 - xy} = \frac{y}{x}$$

١٠٩) $n^2 + 2n + 5$ اي من مجموعة الأعداد يكون الناتج عدد أولي :

- الأعداد الحقيقية
- الأعداد الفردية
- الأعداد الزوجية
- الأعداد الفردية

نعلم الاجابة بالتجريب ، اي نفرض أعداد:

$$n = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right) + 5 = 6.25$$
$$n = 1 \Rightarrow 4^2 + 2(4) + 5 = 29$$
$$n = 2 \Rightarrow 2^2 + 2(2) + 5 = 13$$
$$n = 7 \Rightarrow 7^2 + 2(7) + 5 = 60$$

13 عدد اولي .

١١٠) $3^{3y} = 27^3$ فما قيمة y :

- 3
- 2
- 1/3
- 1/2

$$3^3 = 27$$
$$(27)^y = (27)^3 \Rightarrow y = 3$$

١٧) اذا كانت مساحة الأرض 510km مربع ويغطي حوالي 70% منها الماء ، فكم تبلغ مساحة اليابسة • 110 • 118 • 120 • 153	$510 \times \frac{70}{100} = 357\ km$ ← مساحة الماء $510 - 357 = 153\ km$ ← مساحة اليابسة
٢١) اذا كانت زاوية الصف الرابع 90° ، ما عدد طلاب هذا الصف اذا كان عدد الطلاب جميعا 120 طالب • 20 • 25 • 30 • 35	$360^\circ \longleftarrow 120$ $90^\circ \longleftarrow x$ $\Longrightarrow 90^\circ \times 120 = 360^\circ x$ $\Longrightarrow \frac{90 \times 120}{360} = x$ $\Longrightarrow \frac{90 \times 120}{90 \times 4} = x$ ← تبسيط $\Longrightarrow 30 = x$
٢٥)اذا اشترى محمد أجهزة بـ 2220 ريال وكانت الشركة تقدم عروض ، بحيث اذا اشترى جهازين يحصل على خصم 20% واذا اشترى 3 أجهزة يحصل على خصم 30% ، فاذا اشترى جهازين ثم ثلاثة أجهزة ، فكم سعر الجهاز الواحد • 500 • 600 • 700 • 800	سعر الجهاز = m سعر جهازين بعد تخفيض 20% = $2m \times \frac{80}{100} = \frac{160x}{100}$ سعر 3 اجهزة بعد تخفيض 30% = $3m \times \frac{70}{100} = \frac{210x}{100}$ $\Longrightarrow 2220 = \frac{160m+210m}{100}$ $\Longrightarrow 222000 = 370m$ $\Longrightarrow \frac{222000}{370} = m$ تبسيط / اختصار $\longrightarrow \frac{370 \times 600}{370} = m \Longrightarrow 600 = m$
٣٠) اذا زرع مزارع 300 فصيلة في 60 يوم، فكم يوم يحتاج 10 عمال لزراعة نفس الفصيلة • 6 أيام • 8 أيام • 10 أيام • 13 يوم	عدد الفصائل التي يزرعها المزارع الواحد في اليوم الواحد = $\frac{300}{60} = 5$ عدد الفصائل التي يزرعها 10 عمال في اليوم الواحد = $10 \times 5 = 50$ 1 يوم $\longleftarrow$ 50 x ايام $\longleftarrow$ 300 $\Longrightarrow 300 = 50x$ $\Longrightarrow \frac{300}{50} = x \Longrightarrow x = 6$ أيام
٣٤) اذا كان في المعهد 15% تخصص كيمياء و 5% تخصص رياضيات وعدد المنتسبين بالمعهد 220 طالب فكم عدد غير المتخصصين في الرياضيات ولا في الكيمياء • 11 • 33 • 122 • 176	عدد المنتسبين = 220 طالب عدد المتخصصين في المادتين = $220 \times (\%15 + \%5)$ $= 220 \times \%20$ $= 220 \times \frac{20}{100} = 44$ منتسب عدد غير المتخصصين في المادتين = $220 - 44 = 176$ طالب
٣٦) اذا كان خالد يعمل في اليوم 5 ساعات فانه ينجز عمله في 3 أيام ، كم يحتاج ساعة في اليوم لكي ينجز عمله في يومين • 1.5 • 3.5 • 5.5 • 7.5	5 ساعات عمل $\longleftarrow$ 3 أيام x $\longleftarrow$ 2 أيام تناسب عكسي $\Longrightarrow x = \frac{3 \times 5}{2}$ $\Longrightarrow x = 7.5$
٣٩) ضعف العدد $(2)^8$ هو • 2^{10} • 2^{12} • 2^9 • 2^7	(من قاعدة جمع الأسس اذا كان الاساس واحد) $a^{x+y} = a^x \times a^y$ ضعف العدد $2^8 = 2 \times 2^8 = 2^{8+1} = 2^9$

ملخص المعيار الثاني

المعيار (2) :
الجبر والدوال الحقيقية
في الإختبار : 9 أسئله

1. يتعرف خصائص المجموعات والعمليات عليها (التقاطع، الاتحاد، ...)
2. يحلل العبارات الجبرية ويبسطها
3. يحل المعادلات والمتباينات الخطية والتربيعية والمحتوية على قيمة مطلقة
4. يجري العمليات على المصفوفات
5. يحل أنظمة المعادلات الخطية، ويستخدم المصفوفات والمحددات في ذلك، ويمثل الحل جبريا وهندسيا
6. يستخدم خواص الدوال الأسية واللوغاريتمية في حل المعادلات
7. يقارن بين العلاقات والدوال،وخصائص الدوال الحقيقية وأنواعها، ويوجد مجالها ومداها
8. يجري العمليات على الدوال (العمليات الأربع، التحصيل، ومعكوس الدالة)
9. يرسم الدوال الخطية وكثيرات الحدود من الدرجة الثانية

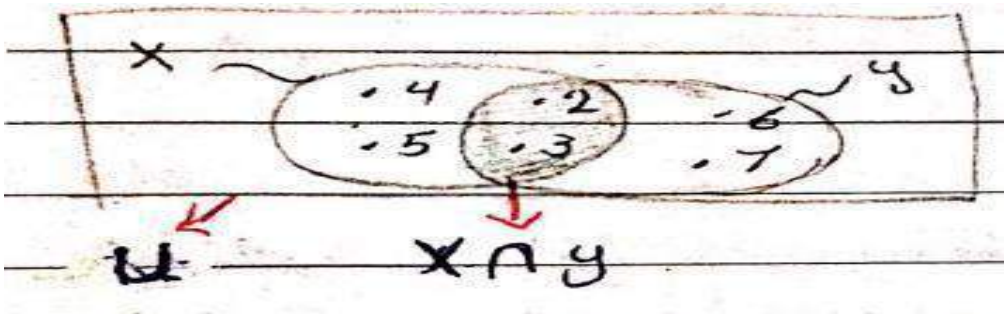
المعيار الثاني (الجبر والدوال الحقيقية)

١- يتعرف خصائص المجموعات والعمليات عليها "التقاطع، الاتحاد، ...)

التقاطع: تقاطع مجموعتين هي مجموعة كل العناصر التي تنتمي للمجموعة الأولى والمجموعة الثانية في نفس الوقت ويُرمز له بالرمز "n" مثال:

x = {2, 3, 4, 5} ، y = {2, 3, 6, 9}

$$n \cap y = \{2,3\}$$



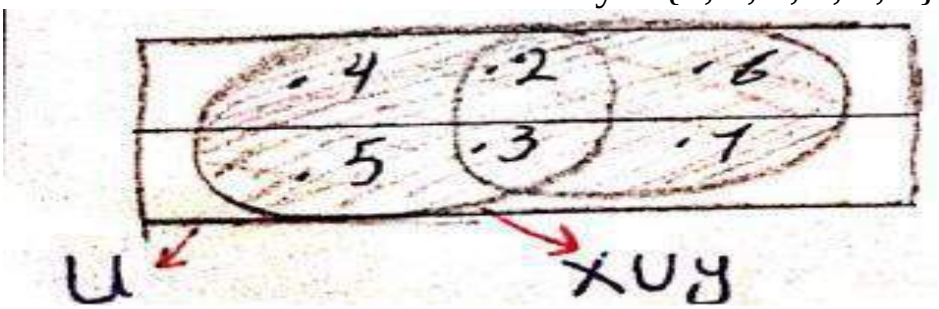
الاتحاد:

اتحاد المجموعتين هي مجموعة كل العناصر التي تنتمي للمجموعة الأولى أو المجموعة الثانية أو إلى كليهما ونرمز لها بالرمز "U"

مثال ذلك:

x = {2, 3, 4, 5} , y = {2, 3, 6, 7}

x U y = {2, 3, 4, 5, 6, 7}



المجموعة الشاملة:

هي المجموعة التي تضم كل المجموعات ونرمز لها بـ U:

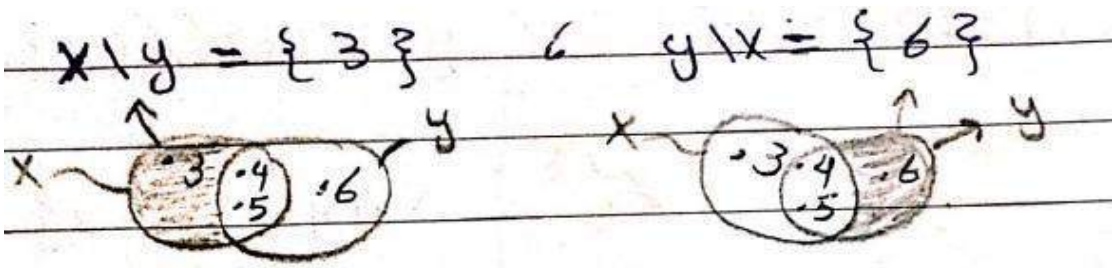
الفرق بين مجموعتين:

هي مجموعة عناصر تنتمي للمجموعة الأولى ولا تنتمي للمجموعة الثانية ونرمز لها بالرمز x \ y ← $x \setminus y = \{x : x \in x, x \notin y\}$

مـثـال :

X = [{3, 4, 5} , y={6, 5, 4}

x\y= {3} , y\x= {6}



الـمـجمـوعـة الـمـتـمـمـة :

هي المجموعة التي عناصرها تنتمي إلى المجموعة الشاملة ولا تنتمي عناصرها إلى المجموعة x ويرمز لها بالرمز $\bar{x}$

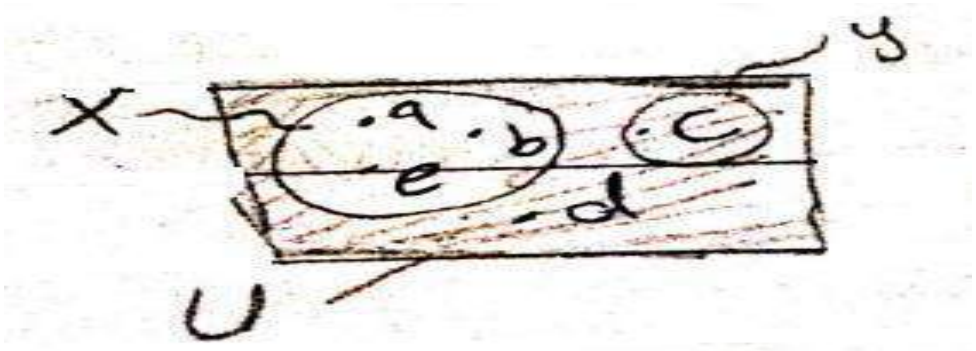
$$\bar{x} = \{x : x \in u, x \notin x\}$$

مـثـال :

u = {a,b,c,d,e} , x = {a,b,e}

y={c}

$$\bar{x} = \{c, d\}$$



- تحليل العبارات الجبرية وتبسيطها :

العبارة الجبرية: هي جملة تحتوي على أعداد ومتغيرات ويكون تبسيطها بتجميع الحدود المتشابهة والأخلص من الأقواس بالخواص ووضعها في أبسط صورة.

مثال :

قيمة المقدار :

$\frac{7x^3y^2+63x^2y^2}{21x^2y^2}$ تساوي

$$=\frac{7x^2y^2(x+9)}{21x^2y^2}$$

$$\frac{1}{3}(x+9)=\frac{1}{3}x+3$$

مثال (٢) : ما التحليل الصحيح للمقدار

$X^2-8x-40a-25a^2$

$(x^2-25a^2)-(8x+40a)$

$=(x-5a)(x+5a)-8(x+5a)$

$=(x+5a)(x-5a-8)$

تمرين: إذا كان $x+\frac{1}{x}=\sqrt{5}$ فما قيمة $x^6+\frac{1}{x^6}$؟

أ- ١٨ ب- ٢٥ جـ- ٩٦ د- ١٢٥

٣- يحل المعادلات والمتباينات الخطية والتربيعية والمحتوية على قيمة مطلقة؟

يحل معادلات الدرجة الثانية تحل بثلاث طرق إما بالتحليل أو بالقانون العام أو بإكمال المربع.

مثال: مجموعة حل المعادلة $2x^2-22x+60=0$

أ- {-5, 6} ب- {5,6} جـ- $\{3,\frac{2}{5}\}$ د - $\{3,\frac{1}{2}\}$

الحل:

$2x^2-22x+60=0$ (لتبسيط ٢)

$x^2-11x+30=0$

إعداد أن حاصل ضربهما 30 $=(x-5)(x-6)$

وجمعهما يساوي 11

$x-5=0 \Longrightarrow x=5$

الحل : (ب) &={5,6} $x-6=0 \Longrightarrow x=6$

مـثـال (٢)

لنفرض أن x+y=xy=1 مجموع قيم x التيي تحقق المعادلتين هو :

أ- ١ ب- $2\sqrt{3}i$ جـ- $2-\sqrt{3}i$ د- $2+\sqrt{3}i$

الـحل : $x+y=1 \Rightarrow y=1-x$

نعوض بقيمة y في yx=1 ← yx = (1-x)x=1

$X - x^2 = 1 \rightarrow x^2 + x - 1 = 0$

تـحل بـالـقـانـون الـعـام a = -1 , b =+1 , c = -1

$\frac{-b \pm \sqrt{}}{}$

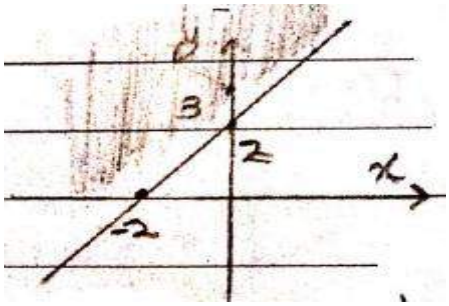
مـجـمـوع قـيـم X الـتـي تـحـقـق الـمـعـادلـتـيـن

الحل (أ)

مـثـال (٣)

أي من المتباينات المعطاه يمثلها الجزء المظلل من المستوى الموضح بالشكل أدناه؟

أ- $y \leq x-2$ ب- $y \leq x+2$ جـ- $y \geq x-2$ د- $y \geq x+2$



الحل من الرسم نلاحظ أن الجزء المظلل (الجزء الموجب من y والجزء المقطوع من محور الصادات يساوي ٢

∴ $y = ax + b \rightarrow y \geq x + 2$ (الجزء المقطوع من محور y) **b**

الـحل (د)

تـمـريـن: إذا قطع مستقيم $y = mx + 1$ القطع الناقص $x^2+4y^2=1$ في نقطة واحدة فقط فما قيمة m^2؟

أ- $\frac{1}{4}$ ب- $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ج- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ د- $\frac{3}{4}$

مـثـال: $|2x - 5| < -3$

الحالة الأولى	الحالة الثانية
$2x - 5 < -3$	$-(2x - 5) < +3$
$+5 \quad +5$	$-2x + 5 > +3$
$2x < +2$	$-5 \quad -5$
$X<1$	$-2x > -2$
	$x>1$

٤- يـجري الـعـمـلـيـات عـلـى الـمـصـفـوفـات؟

مـا هـي الـمـصـفـوفـة؟

هي ترتيب على هيئة مستطيل لمتغيرات أو أعداد في صفوف أفقية وأعمدة رأسية محصورة بين قوسين وهي أنواع...

الـعـمـلـيـات عـلـى مـصـفـوفـات:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad ، \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

أوجد ناتج الآتي $3A + 5B$

نضرب العدد في المصفوفة $3.\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + 5.\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

ثم نجمع $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 9 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ -5 & -10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

ضرب المصفوفات

في ضرب المصفوفات لابد أن تكون أعمدة

المصفوفة الأولى تساوي **3X2** = **2X2** عدد صفوف المصفوفة الثانية

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\times1+0\times-1 & 1\times2+0\times2 \\ 3\times1+4\times-1 & 3\times2+4\times-2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$ الناتج يكون منن نفس نوع المصفوفة 2×2

ملاحظة :

١-لاحظ أن شرط جمع المصفوفات أن تكون من نفس النوع.

٢-لاحظ شرط ضرب المصفوفات أن تكون أعمدة

A . B = AB

m×r = r×t =m×t

رتبة المصفوفة متساويان

منوال المصفوفة أو (حدود المصفوفة) $\mathbf{A^t}$ في أن تصبح المصفوفة أعمدة والأعمدة صفوف ومثال على ذلك:

$A \quad (2\times3)$

رتبة المصفوفة $\mathbf{A^t}$ رتبة المصفوفة **A** و**1**

خواص حدود أو منقول المصفوفة :

1- $(A^t)^t = A$

2- $(A+B)^t = A^t + B^t$

3- $(CA)^t = C(A^t)$ **C** عدد ثابت

4- $(AB)^t = B^t \cdot B^t$

المحدد للمصفوفات:

محدد المصفوفة من الدرجة الثانية

المصفوفة من الرتبة 3×3 نستخدم قاعدة الأقطار كطريقة ثانية:

أوجد قيمة المحددة:

١-نعيد كتابة العمود الأول والثاني

٢-نوجد حاصل ضرب الأقطار ونجمعها

$$=|(0)(5) + (-2)(4)2)+3(-1)(-1)$$
$$- [(-2)(-1)(5) + (1)(4)(-1)+3(o)(z)]$$
$$=(0 - 16- 3) – (10 – 4 + 0)$$
$$-13 – 6 = - 19$$

ونرمز لمحدد المصفوفة A بالرمز $|A|$

النظير الضريبي للمصفوفة:

لإيجاد النظير الضريبي للمصفوفة:

١-نوجد أولاً معكوس المتحدد.

٢-نعكس أعداد القطر الأول وَ نغير إشارة القطر الثاني

مثال: أوجد A^{-1} للمصفوفة A

$$= (-1)\ (3) – (1)\ (2) = \quad -5$$

٥- تحل أنظمة المعادلات الخطية ويستخدم المصفوفات والمحددات في ذلك ويمثل الحل جبرياً وهندسياً.

لقد شوفا إلى المحددات في المعيار الرابع.

فأخذ مثال لحل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام المصفوفات والمحددات (نشرحه في المثال قاعدة كرامر لحل نظام المعادلتين وثلاث من الدرجة الأولى).

مثال: حل النظام التالي: باستخدام قاعدة كرامر:

$$3x - 4y = 1$$
$$X + 2y = 7$$

١-نوجد أولاً Δ (تسمى دلتا) وهي محدد يضم معاملات x و y

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - (-4) = 10$$

٢-نوجد Δx (تسمى دلتا اكس) وتضم عمود النواتج وعمود عوامل y:

Δx

٣-$$\Delta y = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 7 \end{vmatrix} = (3)(7) - (1)(1)$$

$$21 - 1 = 20$$

تـمـريـن: ما مجموعة قيم الثابت x التي تجعل للنظام

$\begin{bmatrix} 5-x & -12 \\ 2 & -5-x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ عدداً غير منته من الحلول؟

(١) {أ} (ب) {-1} (ج) {-1, 1} (د) R-{-1, 1}

٢ إذا كانت **A** مصفوفة نم الدرجة **3x3** وكان **|A| = -2** (يعني المحدد **A**) فما قيمة $|2A^t (A^{-1})^2|$ ؟

(أ) **-8** (ب) **-4** (ج) **-2** (د) **4**

٣ ما جمع قيم k التي تجعل النظام

(k+1)x + k+3)y = 0

2x + ky = 0 حلولاً غير تافهة؟

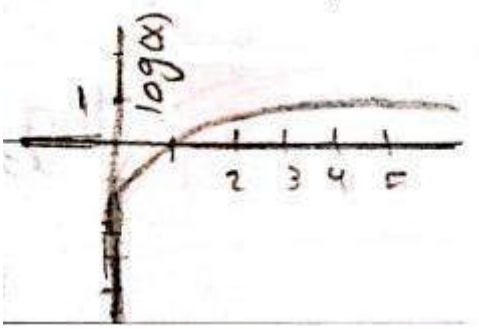
(أ) **-1** (ب) **1** (ج) **2** (د) **3**

٦) يستخدم خواص الدوال الأسية واللوغاريتمية في حل المعادلات:

تعريف اللوغاريتم: هي العملية العكسية للدوال الأسية وهو عدد ما بالنسبة للأساس ما بأنه الأس المرفوع على الأساس والذي سينتج عن ذلك العدد مثال:

نقرأ لوغاريتم ١٦ للأساس ٢ يساوي ٤.

خواص اللوغاريتمات:



1- $log_b^x y = log_b x + log_b y$

2- $log_b \frac{x}{y} = log_b x - log_b y$

3- $log_b x^m = m log_b x$

4- $log_b b^z = x$

5- $log_b b = 1 \quad , 10\ log_b 1 = 0 \neq 6$

إذا كان $log\ x \geq 10\ log_b y$ فإن $x \geq y$

اللوغاريتم العشري هو لوغاريتم للأساس ١٠ وتكتب دون كتابة الأساس.

مثال: $log10000 = 4$ $log\ 1000 = 3,$

مثال: إذا كان $log_7^{(3x-2)} = log_7^3$

$3x - 2 = 3 \rightarrow 3x = 5\ x = \frac{5}{3}$

مـثـال: ٢ : اكتب العبارة اللوغاريتمية بالصورة المختصرة:

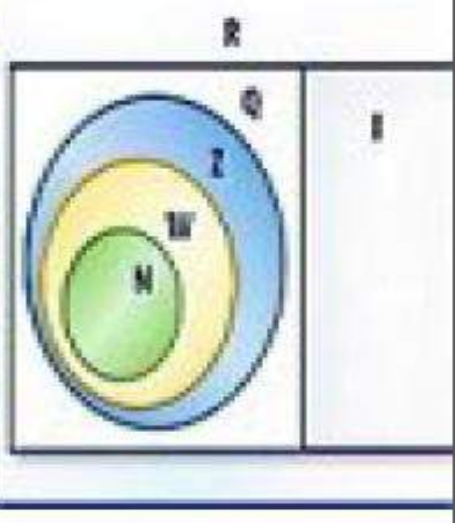
مـثـال ٣ : حل المعادلة:

الـحل :

تـمـريـن : حل المعادلة: $\mathbf{3^{x-1} = 8}$

٧) يقارن بين العلاقات والدوال وخصائص الدوال الحقيقية وأنواعها ويوجد مجالها ومداها؟

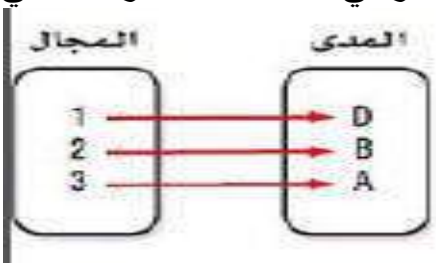
الرمز	المجموعة	أمثلة
Q	الأعداد النسبية	$0.125, -\frac{7}{8}, \frac{2}{3} = 0.66\ldots$
I	الأعداد غير النسبية	$\pi = 3.14159\ldots$ $\sqrt{3} = 1.73205\ldots$
Z	الأعداد الصحيحة	$-5, 17, -23, 8$
W	الأعداد الكلية	$2, 96, 0, \sqrt{36}$
N	الأعداد الطبيعية	$3, 17, 6, 86$



الخاصية	الجمع	الضرب
❶ التبديلية	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
❷ التجميعية	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
❸ العنصر المحايد	$a + 0 = a = 0 + a$	$a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$
❹ النظير	$a + (-a) = 0 = (-a) + a$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1 = \frac{1}{a} \cdot a$
❺ الانغلاق	$a + b$ عدد حقيقي	$a \cdot b$ عدد حقيقي
❻ التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$, $(b + c)\, a = ba + ca$	

الدالة المتباينة :

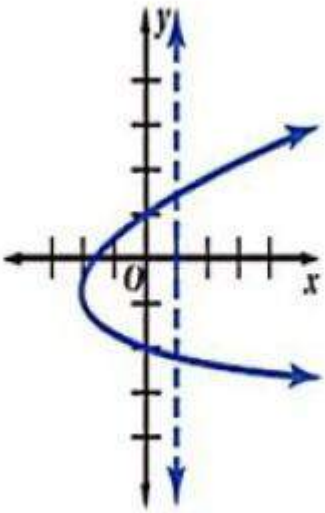
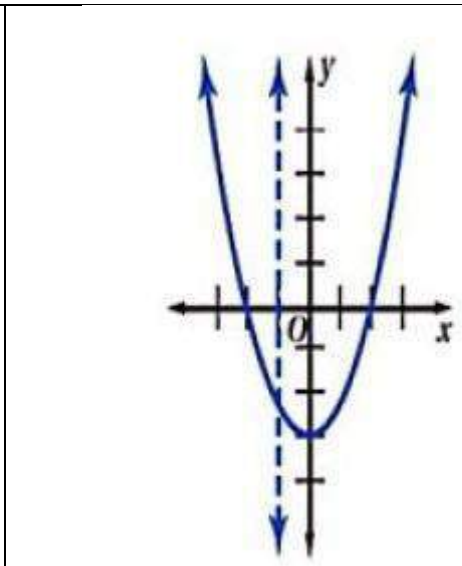
كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط في المدى، أي أنه لا يرتبط من عنصر في المجال بالعنصر نفسه في المدى.



خاصية المقارنة	$a<b$ أو $a=b$ أو $a>b$
خاصية التعدي	١- إذا كان $a<b$ و $b<c$ فإن $a<c$ ٢- إذا كان $a>b$ و $b>c$ فإن $a>c$
خصائص الجمع والطرح	١- إذا كان $a>b$ فإن $a+c > b+c$ و $a-c > b-c$ ٢- إذا كان $a<b$ فإن $a+c < b+c$ و $a-c < b-c$
خصائص الضرب والقسمة	١- إذا كان $c>0$ و $a<b$ فإن $ac < bc$ و $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ٢- إذا كان $c>0$ و $a>b$ فإن $ac > bc$ و $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ٣- إذا كان $c<0$ و $a<b$ فإن $ac> bc$ و $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ٤- إذا كان $c<0$ و $a>b$ فإن $ac < bc$ و $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

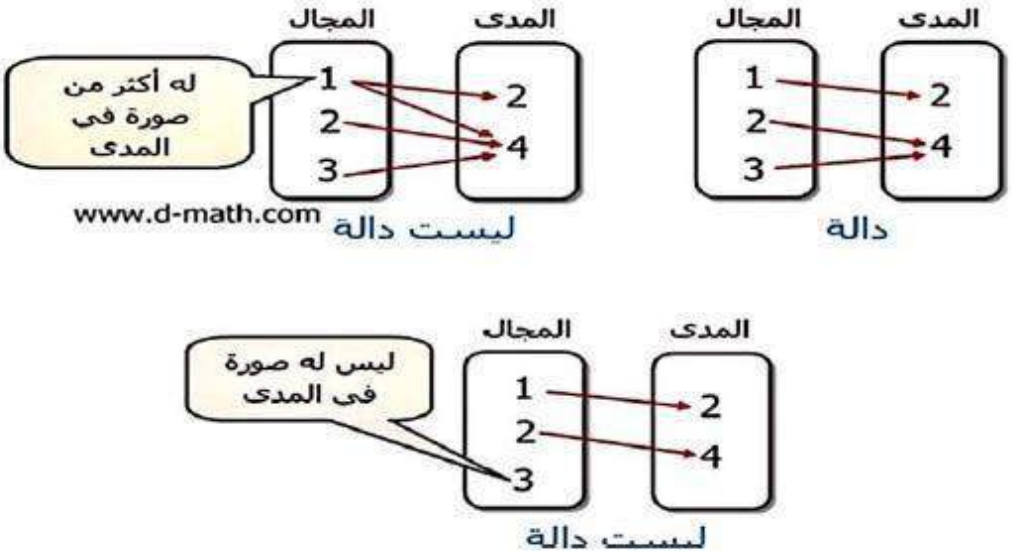
التعبير اللفظي :

إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة، فالعلاقة دالة.	إذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في نقطتين أو اكر فالعلاقة ليست دالة.
النموذج:	النموذج:

الـد الـة

الدالة هي علاقة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المدى.



أحمد	خالد
$f(3d)=-4(3d)^2-2(3d)+1$ $= -4\ (9d^2) - 6d + 1$ $= -36\ d^2 - 6d + 1$	$f(3d) = -4(3d)^2 - 2(3d)+1$ $= 12d^2 - 6d + 1$

دالة القيمة المطلقة :

$F(x) = |x|$

المجال R

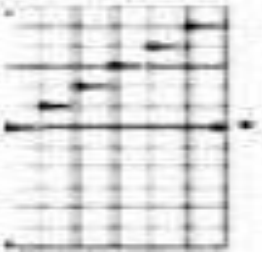
المدى = $[0,\infty)$

الدالة الدرجية:

$f(x) = [x]$

المجال R

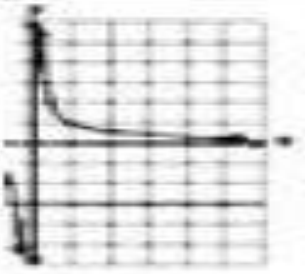
المدى = Z



دالة المقلوب:

المجال = $R-\{0\}$

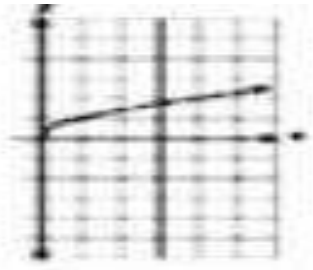
المدى = $R-\{0\}$



دالة الجذر التربيعي :

المجال = **[0,∞)**

المدى **[0, ∞)**



٨- تجري العمليات على الدوال (العمليات الأربع – التحليل – ومعكوس الدالة)

العمليات على الدوال:

إذا كانت **f, g** *دالتين يتقاطع مجالهما فإننا نعرف العمليات كالآتي*

الجمع **f + g (x) = f (x) + g (x)**

مثال :

F(x) = x^2 -4 , g(x) = 2x + 1
F (+g) (x) = (x^2-4) + (2x+1)
= x2 + 2x – 3

الطرح: **(f-g) (x) = f(x) – g(x)**

مثال: أوجد من المثال السابق **f-g (x)**

(x^2-4) – (2x +1)
x^2 -4 -2 x -1
x^2 – 2x -5 = (f-g) (x)

الضرب: **f.g (x) = f(x).g(x)**

مثال:

F (x) = x^2+4x + 12 , g(x) = 3x -4
f.g (x) = f(x) . g(x)
(x^2 + 4x + 12) . (3x -4)
3x. (x^2 + 4x + 12) – 4 (x^2 + 4x + 12)
$3x^3$ + $12x^2$ + 36 x – $4x^2$ -28x – 48

nony **Sarhan alsarhan**

$3x^3 + 8x^2 + 8x - 48$

القسمة:

f/g (x) = f(x) / g(x)

مثال السابق:

$$\frac{x^2 + 4x + 12}{3x - 4} \; f/g(x)$$

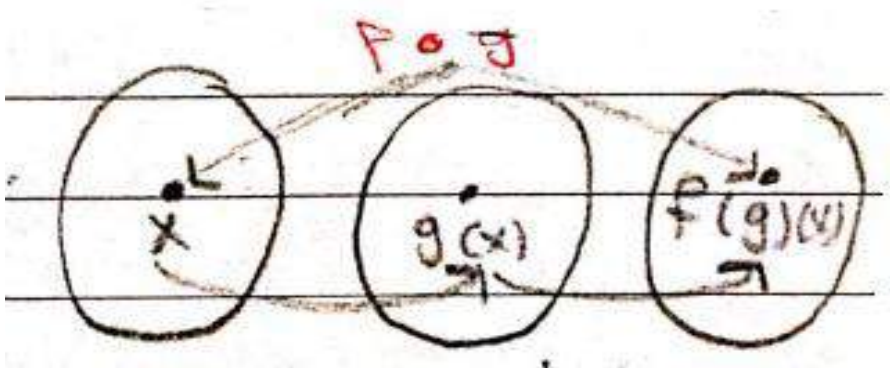
مجال كل من **f** *و* **g** *هو* **(-∞/∞)** *ولكن* **x=0** *وتجعلان مقام الدالة صفراً لذا فإن الدالة الكسرية* $R - \frac{4}{3}$

ملاحظات:

إذا كانت **f(x)** *كثيرة حدود فيكون مجالها هو مجموعة الأعداد الحقيقية* **R**

- *إذا كان* **f(x)** *دالة جذرية فيكون المجال هو جميع الأعداد الحقيقية التي تجعل ما بداخل الجذر أكبر من أو يساوي الصفر.*
- *يتكون مجال جميع الدوال الناتجة عن عمليات الجمع أو الطرح أو الضرب للدالتين* **f(x), g(x)** *من تقاطع مجاليهما .*
- *مجال الدالة* $\frac{f(x)}{g(x)}$ *هو تقاطع مجالي الدالتين* **f(x), g(x)** *باستثناء القيم التي تجعل المقام يساوي صفراً*
- *تركيب دالتين (أو تحصيل دالتين)*

يتكون مجال الدالة **fog**



من جميع قيم **x** *في مجال الدالة* **g** *مع أن تكون* **g(x)** *في مجال* **f(x)**

Fog(x) → f (g(x))

مـثـال:

$F(x) = 3x-1$, $G(x) = 2x + 5$

$fog(x) = f(g(x)) = F(2x+5)$

$=3(2x + 5) -1 = 6x + 14$

أوجد **(GoF) (3)**

$Gof(x) = g(f(x)) = g(3x-1)$

$2(3x-1)+5 = 6x + 3$

$6(3) + 3 = 21$

مـعـكـوس الـدالـة :

معكوس الدالة **f(x)** يرمز له بالرمز $\rightarrow f^{-1}(x)$

إذا كانت الدالة **g(x)** دالة عكسية لدالة **f(x)** فإن $fog(x) = gof(x) = x$

مـثـال: أوجدي الدالة العكسية

$F(x) = 3x -1$ $f(x)-y$

$y=3x-1$

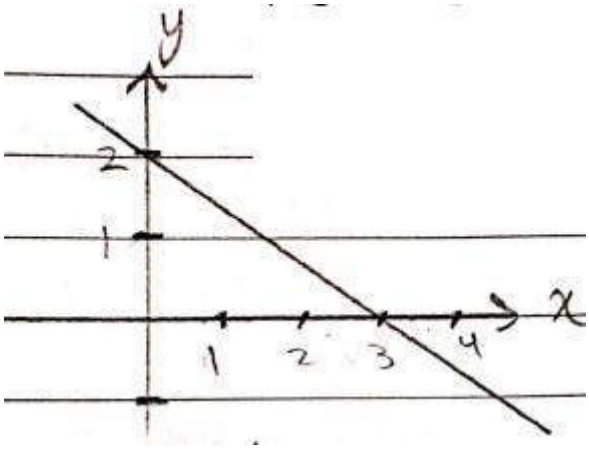
$x-3y-1$ نقوم بالتبديل بين **x , y**

نجعل **y** في طرف $\frac{x+1}{3} = y$

دالة عكسية $f\text{-}1(x)=\frac{x+1}{3}$

٩- يرسم الدوال الخطية وكثيرات الحدود من الدرجة الثانية:

مثال: أي مما يلي يمثل معادلة التقييم المبين في الشكل أدناه؟



أ- $y = \frac{-2}{3}x + 2$ الحل

ب- $y = \frac{2}{3}x$-2

ت- y=6x + 2

ث- y=6x-2

الحل: *نلاحظ أن* **2** *على محور* **y** *هو الجزء المقطوع من محور الصادات حتى أعين الميل أنزل خطوتين وثلاث خطوات على اليمين لأصل النقطة الثانية للمستقيم*

الحل إذن (أ)

نلاحظ أن المعادلات الخطية لابد أن يكون فيه ميل وجزء مقطوع من محور الصادات

y = mx + b

b *الجزء الموجود على محور الصادات.*

أسئلة المعيار الثاني

٥١- مجموعة حل المعادلة $12x^2 - 7x + 1 = 0$ هي:

أ) $(\frac{4}{3}, \frac{3}{4})$

ب) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{4})$

ج) $(\frac{-1}{3}, \frac{1}{4})$

د) $(\frac{4}{3}, \frac{-3}{4})$

٥٢- مجموعة حل المتباينة $|x| + 6 < 0$ هي:

أ) $\emptyset$

ب) $\mathbb{R}$

ج) $(-6, 6)$

د) $\mathbb{R} \setminus [-6, 6]$

٥٣- مجموعة حل المتباينة $\frac{1-x^2}{2} \leq 0$ هي

أ) $[-1, 1]$

ب) $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

ج) $[1, \infty)$

د) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

٥٤- النقطة $(-\frac{1}{3}, -1)$ لا تقع على بيان الدالة

أ) $f(x) = \lfloor x \rfloor$

ب) $f(x) = \lfloor 3x \rfloor$

ج) $f(x) = 3x$

د) $f(x) = |-3x|$

٥٥- إذا كانت $A = \{1,2,3,4\}$ ، $B = \{5,6,7\}$

فإن التطبيق f من A إلى B المعرف كما يلي:

$f = \{(1,5),(2,5),(3,6),(4,7)\}$:

أ) ليس متباينًا وليس شاملاً

ب) متباينًا وليس شاملاً

ج) شاملاً وليس متباينًا

د) متباينًا وشاملاً

٥٦- إذا كان x عددًا حقيقيًا، فما العبارة المكافئة للعبارة $1 \leq |x-2| \leq 7$ ؟

أ) $-5 \leq x \leq 1$ أو $3 \leq x \leq 9$

ب) $x \leq 1$ أو $x \geq 3$

ج) $1 \leq x \leq 3$

د) $-5 \leq x \leq 9$

٥٧- إذا كانت $f(x) = x^3 + 3x + k$ و $k \neq 0$ و $f(k) = 0$

فإن $f(1)$ تساوي:

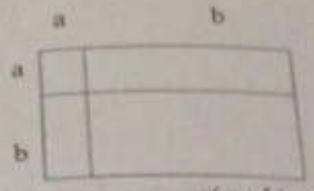
أ) $k - 4$

ب) 4

ج) k

د) 0

٥٨- يبين توزيع الطلاب إلى مجموعات و إعطاء كل مجموعة قطعة ورق مقوى كما في الشكل أدناه، وذلك لاكتشاف المتطابقة التالية:



أ) $a(a+b) = a^2 + ab$

ب) $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

ج) $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

د) $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

٥٩- قيمة c التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} x+3, x \leq 2 \\ cx+6, x > 2 \end{cases}$ متصلة على $\mathbb{R}$ هي:

أ) $\frac{-1}{2}$

ب) 0

ج) $\frac{1}{2}$

د) 1

حل أسئلة المعيار الثاني

51- $12x^2 - 7x + 1 = 0$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 1$

$= 49 - 48 = 1$

$$\frac{-(-7) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 12} = \frac{7 \pm 1}{24}$$

$\frac{7+1}{24}$ or $\frac{7-1}{24}$

$\frac{8}{24}$ or $\frac{6}{24}$

$\frac{1}{3}$ or $\frac{1}{4}$

الحل ب : $(\frac{1}{3}, \frac{1}{4})$

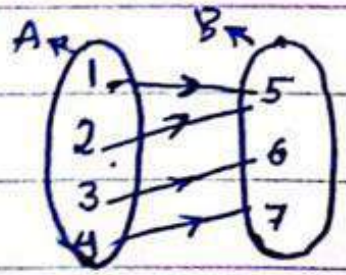
52- $|x| + 6 < 0$

$|x| < -6$

وهذا مستحيل .

الحل ب .

53-



الحل: جـ . شامل وليس متباين .

54- $x \times \frac{1 - x^2}{x} \leq 0$

$1 - x^2 \leq$

$x^2 \geq 1 \rightarrow x \geq \pm 1$

$x \geq 1$ or $x \leq -1$

$[1, \infty) \cup (-\infty, -1)$

الجواب ب .

55- لا تقع على بيان الدالة يعني

$f(-\frac{1}{3}) \neq -1$

$f(-\frac{1}{3}) = |-3(-\frac{1}{3})| = |1| = 1$

$\neq 1$

الجواب د .

ما أصغر كثيرة حدود $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$

$(x^2 - 1)(x^2 - 1)$

$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1$

$x = \pm 1$ ، الجواب (P)

http://telegram.me/ques_math

Generated by CamScanner

٨٤- $(a+b)(a+b)$

$a^2+ab+ba+b^2$

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

الحل حـ

٨٥-

$P(k)\ k^2+3k+k=0$

$k^2+4k=0$

$k+4=0$

$k=-4$

$P(1)=1+3-4=0$

الحل حـ

٨٦- اذا كان x عددا حقيقيا فما العبارة الكافئة ..

$1\le|x-2|\le 7$

٨٧- $x+2y=13$

$2x+y=11$ ← نضرب -2

$x+2y=13$

$-4x-2y=-22$

$-3x=-9$

$x=3$

اذا كان x عدداً حقيقياً، فما العبارة الكافئة ..

$1\le|x-2|\le 7$

الحل:

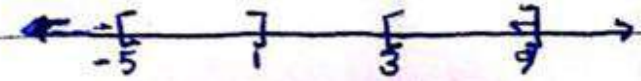
$|x-2|\le 7$ ، $|x-2|\ge 1$

$-7\le x-2\le 7$ أو $x-2\ge 1$ أو $-(x-2)\ge 1$

$-5\le x\le 9$ $x\ge 3$ $-x+2\ge 1$

$-x\ge -1$

$x\le 1$



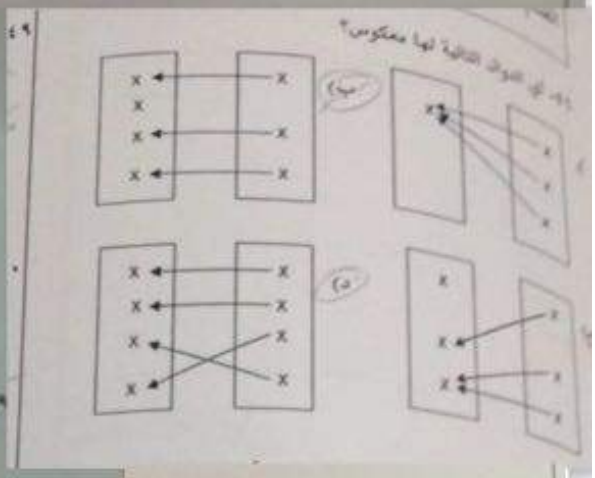
$-5\le x\le 1$ or $3\le x\le 9$

الجواب ب-

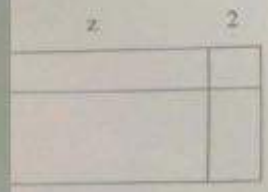
http://telegram.me/ques_math

Generated by CamScanner

٤٩- أي المخططات التالية لها معكوس؟



٤٤- في الشكل أدناه، يمكن استخدام قطعة الورق المقوى المقدار:



أ) $2z+5$

ب) z^2+6

ج) z^2+5z+6

د) z^2+2z+5

٤٩- أي من العلاقات التالية تمثل y بوصفها دالة حقيقية في x؟

أ) $x^2=5y^2$

ب) $\frac{x}{y}=y-6$

ج) $y^2-3x=6$

د) $2y^3+3x^2=8$

٥٠- الفترة $(-\infty,0]$ هي مدى الدالة:

أ) $f(x)=-|x-1|, x\in\mathbb{R}$

ب) $f(x)=|x|-1, x\in\mathbb{R}$

ج) $f(x)=|-x|, x\in\mathbb{R}$

د) $x\in\mathbb{R}$

٥٠- اعتبر الدالة $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$، حيث $a>0$. أي العبارات التالية قد لا تكون صحيحة:

أ) يوجد x_0 بحيث $f(x_0)<0$

ب) يوجد x_0 بحيث $f(x_0)>0$

ج) يوجد x_0 بحيث $f'(x_0)<0$

د) يوجد x_0 بحيث $f'(x_0)>0$

٥١- اعتبر الدالة $f(x)=ax^2+bx+c$ إذا علمت أنه يوجد x_0 وحيدة تحقق $f(x_0)=0$، فيمكن استنتاج أن:

أ) الدالة f تمس محور x

ب) الدالة f تقع كاملة فوق محور x

ج) الدالة f تقع كاملة تحت محور x

د) الدالة f تقطع محور x في نقطتين

٣١-

$g \circ f(x) = g(f(x))$

$= g(\sqrt{2x})$

$= 2(\sqrt{2x})^2$

$= 2(2x)$

$= 4x$ الجواب P -

٩٩- أي الدوال الآتية لها معكوس ؟

الحل د :

لأن الدالة متباينة وشاملة .

٣٣-

$(x+2)(x+3)$

$z^2 + 3z + 2z + 6$

$z^2 + 5z + 6$

الحل جـ .

٤-

$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$

$3 = \frac{\Delta x}{6} \Rightarrow \Delta x = 3 \cdot 6$

$= 18$

بمجموعة حل المعادلة :

$|2x - 1| = 3$

الحل: $2x - 1 = 3$ أو $-(2x-1) = 3$

$2x = 4$ $\quad -2x + 1 = 3$

$x = 2$ $\quad x = -1$

الحل ⓐ $\{-1, 2\}$

إذا كان $x + y = A$

فإن $|y - A| + |A - y| =$

$\therefore y = A - x$

$|(A + x) - A| + |A - (A - x)|$

$|-x| + |-x| = 2x$

الحل جـ ..

$$\frac{3x^2 - 6x}{x^2 + 3x - 10}$$

$$\frac{3x(x-2)}{(x-2)(x+5)}$$

$$\frac{3x}{x+5}$$

الحل جـ :

http://telegram.me/ques_math

Generated by CamScanner

تكون ص دالة ضمنية في x
إذا كان أسهل فرضي .

الحل : د

$2y^3 + 3x^2 = 8$

---

٢٠ -

الحل «أ»

$P(x) = -|x-1|, x \in R$

∴ المقدار سالب .

http://telegram.me/ques_math

---

٥٠ -

ا) تزايدية ← $P'(x_0)$

∴ أكبر من ٥ -

الحل جـ : $P'(x_0) > 0$

---

٥١ -

∴ $P(x_0) = 0$ أي أن $y = 0$

∴ الدالة تمس محور x في نقطة واحدة

∴ الجواب (أ)

Generated by CamScanner

٤٣- مجموعة حل المتباينة $\frac{2}{x^2+2x-3}<0$ هي:

أ) $(-\infty,-1)\cup(3,\infty)$

ب) $(-\infty,-3)\cup(1,\infty)$

ج) $(-3,1)$

٤٢- المقدار $(2x+3)^2-(x-1)^2$ يساوي:

أ) $x^2+14x+8$

ب) $3x^2+14x+8$

ج) $x^2+10x+10$

د) $3x^2+10x+10$

٤١- مجموعة حل المعادلة: $\sqrt{4x+1}=\sqrt{2x+2}$ ، في مجموعة الأعداد الحقيقية تساوي:

أ) $\{\frac{-1}{2}\}$

ب) $\{\frac{-1}{4}\}$

ج) $\{\frac{1}{4}\}$

د) $\{\frac{1}{2}\}$

٤٥- مجال الدالة $f(x)=\sqrt{x-4}$ هو:

أ) $[4,\infty)$

ب) $[-4,4]$

ج) $(-\infty,4]$

د) $[-4,\infty)$

٤٤- في الشكل أدناه، يمكن استخدام قطعة الورق المقوى لتمثيل المقدار:

z	2
	3
z	

أ) $2z+5$

ب) z^2+6

ج) z^2+5z+6

د) z^2+2z+5

٣٩- قيم x التي تجعل محدد المصفوفة $\begin{bmatrix} x & 5 & 7 \\ 0 & 1+x & 6 \\ 0 & 0 & \frac{2x-1}{3} \end{bmatrix}$ يساوي صفرًا هي:

أ) $0,1,\frac{1}{2}$

ب) $0,-1,-\frac{1}{2}$

ج) $0,-1,\frac{1}{2}$

د) $0,-\frac{1}{2},1$

٣٦- مجموعة حل المعادلة $\log_2(x+2)=3$ هي:

أ) {1}

ب) {4}

ج) {6}

د) {8}

٣٧- $\ln\left(\frac{e^a}{e^b}\right)=$

أ) $\ln a-\ln b$

ب) $\frac{a}{b}$

ج) $a-b$

د) $\ln(a-b)$

٣٨- إذا كانت $f(x)=\sqrt{x+1}$ ؛ $g(x)=\frac{1}{x+1}$ ، فإن $(\frac{f}{g})(3)$ تساوي:

أ) $\frac{1}{2}$

ب) 1

ج) 2

د) 8

٣٤

$x-4\geq 0$

$x\geq 4$

الحل: أ $[4,\infty)$

$(2x+3)^2-(x-1)^2$

$4x^2+12x+9-x^2+2x-1$

$3x^2+14x+8$

الحل ب

$(z+2)(z+3)$ -٤٤

$z^2+3z+2z+6$

z^2+5z+6

$\log_2(x+2)=3$ -٥٦

من خصائص اللوغاريتمات:

$\log_a x=b \rightarrow x=a^b$

الحل:

$\log_2(x+2)=3 \rightarrow (x+2)=2^3$

$x+2=8$

$x=6$

$\frac{2}{x^2+2x-3}<0$ -٤٣

$(x^2+2x-3)^2 \times \frac{2}{x^2+2x-3}<0\times(x^2+2x-3)^2$

$2(x^2+2x-3)<0$

$2(x-1)(x+3)<0$

$x=1$ or $x=-3$

	x^2	$3x^2$	$2x$
	+	-	+
	$x<1$	$-3<x<1$	$x<-3$

نضتار المنطقة السالبة لأنه أقل من 0

الحل: $(-3,1)$

$(\sqrt{9x+1})^2=(\sqrt{2x+2})^2$ -٤١

$9x+1=2x+2$

الحل: $2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

٣٩.

هي القيم التي تجعل المقام صفر

$x=0$.

$1+x=0 \Rightarrow x=-1$.

$\frac{2x-1}{3}=0 \Rightarrow 2x-1=0$.

$2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

الحل: $(0,-1,\frac{1}{2})$

http://telegram.me/ques_math

Generated by CamScanner

٣٧- $\ln \frac{e^a}{e^b} = \ln e^{a-b}$

$\because \ln e^x = x$

$\Rightarrow \ln \frac{e^a}{e^b} = \ln^{a-b}$

$= a-b$

الحل جـ .

٣٤- أي العبارات التالية صحيحة :

الحل : د

كل مصفوفة مربعة هي مصفوفة متماثلة

٣٨-

$\left[\frac{f}{g}\right](x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\frac{1}{x+1}}$

$= (x+1)\sqrt{x+1}$

$\left(\frac{f}{g}\right)(3) = (3+1)\sqrt{3+1}$

$4\sqrt{4} = 8$

الحل : د .

http://telegram.me/ques_math

Generated by CamScanner

٣٦- إذا كانت $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 8\end{bmatrix}$، فإن A^2 تساوي:

أ) $\begin{bmatrix}1 & 4\\ 16 & 64\end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix}9 & 18\\ 36 & 72\end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix}5 & 20\\ 20 & 80\end{bmatrix}$

د) $\begin{bmatrix}1 & \sqrt{2}\\ 2 & 2\sqrt{2}\end{bmatrix}$

٣٧- خط التقارب الأفقي للدالة $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$، هو؟

أ) $y=-1$

ب) $x=-1$

ج) $y=1$

د) $x=1$

٣٨- كم عدد الحلول الحقيقية لـ
$(3x+1)^2+5(3x+1)+6=0$ ؟

أ) 0

ب) 1

ج) 2

د) 3

٣٩- مجموعة حل المعادلة $2x^2-22x+60=0$ هي:

أ) $\{-5,6\}$

ب) $\{5,6\}$

ج) $\{3,\frac{5}{2}\}$

د) $\{3,-\frac{5}{2}\}$

٤٠- إذا كان $f(x)=3x+7$، فما قيمة a التي تحقق $2(f(a)+1)=f(5a-1)$؟

أ) $\frac{4}{3}$

ب) $\frac{10}{9}$

ج) $\frac{5}{7}$

د) $\frac{2}{5}$

٤١- إذا كانت المجموعات X, Y, Z تحقق $X\cap Y=\phi$ ؛ $Z=X\cup Y$، فإن $(Z\cap X)\cup(Z\cap Y)$ يساوي:

أ) X

ب) Y

ج) Z

د) ϕ

٤٢- إذا كان $f(x)=\sqrt{x^2-1}+1$ ما مدى الدالة؟

أ) $[0,\infty)$

ب) $[1,\infty)$

ج) $[2,\infty)$

د) $(-\infty,\infty)$

٤٣- إذا كان $x+y=4$ و $xy=2$ فما قيمة x^2+y^2؟

أ) 10

ب) 12

ج) 14

د) 16

٤٤- إذا كانت A و B مصفوفتين من الدرجة 3×3. فأي العبارات الآتية صحيحة:

أ) $|A-B|=|B-A|$

ب) إذا كان $AB=0$ فإن $A=0$ أو $B=0$

ج) إذا كان $AB=A^2$ فإن $A=B$

د) إذا كان $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$ فإن $AB=BA$

٤٥- قيمة (قيم) a التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix}1 & 0 & a\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$ غير قابلة للانعكاس هي:

أ) -1

ب) 0

ج) 1

د) -2

4

$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1\cdot1+2\cdot4 & 1\cdot2+2\cdot8 \\ 4\cdot1+8\cdot4 & 4\cdot2+8\cdot8 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 9 & 18 \\ 36 & 72 \end{bmatrix}$

الحل ب ..

٣٧- خط التقارب الأفقي للدالة

$R(x) = \frac{x+1}{x-1}$

الحل :

∵ درجة البسط تساوي درجة المقام

∴ خط التقارب الأفقي = المعامل الرئيس لـ x / المعامل الرئيس لـ x

$\frac{1}{1} = 1$

الحل د : 1

٤٤- مدى الدالة

$R(x) = \sqrt{x^2-1} + 1$

$y \geq 1$

$[1, \infty)$

٩. مجموعة حل المعادلة

$x^4 - 1 = 0$

$(x^2)^2 - 1^2 = 0$

$(x^2-1)(x^2+1) = 0$

$x^2 = 1$ أو $x^2 = -1$

$x = \pm 1$ ← حقيقي ، $x = \pm i$ ← تخيلي

الحل جـ $\{1, -1\}$

٨- $(3x+1)^2 + 5(3x+1) + 6$

$9x^2 + 6x + 1 + 15x + 5 + 6 = 0$

$9x^2 + 21x + 12 = 0$

$3x^2 + 7x + 4 = 0$

المميز : $b^2 - 4AC$

$(7^2) - 4 \cdot 3 \cdot 4$

$49 - 48 = 1 > 0$

↓

مربع كامل

∴ جذران حقيقيان .

الحل جـ -2-

http://telegram.me/ques_math

Generated by CamScanner

٩. $2x^2 - 22x + 60 = 0$

$x^2 - 11x + 30 = 0$

$(x-5)(x-6) = 0$

$x = 5$ or $x = 6$

الحل ب $(5, 6)$

---

٢. $P(5a-1) = 3(5a-1) + 7$

$= 15a - 3 + 7$

$= 15a + 4$

$2(P(a)+1) = 2(3a+7+1)$

$= 2(3a+8)$

$= 6a + 16$

$\Rightarrow 15a + 4 = 6a + 16$

$15a - 6a = 16 - 4$

$9a = 12 \Rightarrow a = \frac{12}{9}$

$a = \frac{4}{3}$

٣- $(Z \cap X) \cup (Z \cap Y)$

$= Z$

الحل : ج

$xy = 2$ $x + y = 4$ اذا كان

فما قيمة $x^2 + y^2$ ؟

الحل :

$(x+y)^2 = 4^2$

$x^2 + 2xy + y^2 = 16$

$x^2 + y^2 + 2(2) = 16$

$x^2 + y^2 = 16 - 4$

الجواب ب $x^2 + y^2 = 12$

٤٠

$AB = A^2$ فإن $A = B$ - الحل ج

٤٢-

تكون المصفوفة قابلة للانعكاس

عندما تكون قيمة المحدد $\neq 0$

$1[1 \times 0 - 1 \times (-1)] - 0[0 - (-1)] + a[-1]$

$-1 \quad 0 \quad -a$

$\Rightarrow -a = 1$

$\Rightarrow a = -1$

الحل ج : $a = -1$

Generated by CamScanner

$A = \{1,\{1,2\}\}$ ، فأي العبارات الآتية خاطئة؟

أ) عدد عناصر A هو 2

ب) $\{1,2\} \in A$

ج) $2 \in A$

د) $1 \notin A$

$A = \{a,d,e,f\}, B = \{b,c,e\}$ ،

$C = \{a,f,j\}$ فإن $(B \cup C) \cap A$ تساوي

أ) $\{a,e,f\}$

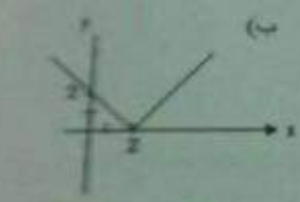
ب) $\{a,e,f,j\}$

ج) $\{a,d,e,f\}$

د) $\{a,b,c,d,e,f,j\}$

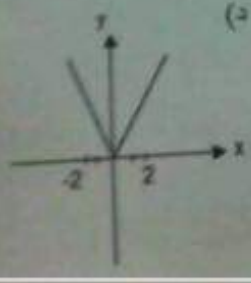
١٢- أي مما يأتي يمثل بيانياً الدالة $f(x) = |x| + 2$ ؟

أ)

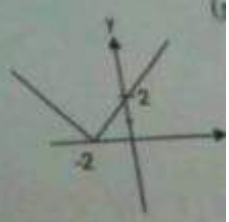


ب)

ج)



د)



٤- أي العبارات التالية صحيحة؟

أ) كل مضغوفة قطرية لها معكوس

ب) كل مصفوفة متماثلة لها معكوس

ج) كل مصفوفة متماثلة مصفوفة قطرية

د) كل مصفوفة قطرية هي مصفوفة متماثلة

٩- ما قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة

$f(x) = x^2 + 1$ على الفترة $[0,1]$؟

أ) -1

ب) $\frac{-1}{2}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) 1

١١- إذا كان $a = \log 2$ ، $b = \log 3$ فإن $\frac{1}{2}\log\left(\frac{9}{4}\right)$ تساوي

أ) $b - a$

ب) $\frac{b}{a}$

ج) $\frac{5}{6}\frac{b}{a}$

د) $\frac{5}{6}(b-a)$

١٠- إذا كانت $g(x) = -3x - 4$ و $f(x) = 5x - 6$ ، فإن $(f \circ g)(-2)$ تساوي:

أ) -4

ب) -2

ج) 2

د) 4

٢٤- إذا كانت $f(x)$ كثيرة حدود من الدرجة الخامسة ومعاملاتها أعداداً حقيقية، فأي العبارات التالية صائبة دائماً؟

أ) لها ثلاثة جذور مركبة وجذران حقيقيان

ب) لها على الأقل جذر واحد حقيقي

ج) جميع جذور $f(x)$ حقيقية

د) جميع جذور $f(x)$ مركبة

١٨- أي مما يلي يمثل مجال الدالة $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x^2+9}}$؟

أ) $(0,\infty)$

ب) $(3,\infty)$

ج) $(9,\infty)$

د) $(-\infty,\infty)$

١٩- مدى الدالة العكسية f^{-1} للدالة $f(x) = \sqrt{x-16}$ هو

أ) $x \geq 16$

ب) $x - 16$

ج) $x + 16$

د) $x^2 + 16$

هـ) $x^2 - 16$

إذا كان $A=(1,(1,2))$
فأي العبارات خاطئة ؟

الحل:

جـ - $2 \in A$

أي مما يلي يمثل مبيانا للدالة
$f(x)=|x|+2$

الحل «أ»

حاقيمة C التي تحقق نظرية
القيمة المتوسطة :

بالمعيار الثامن -

http://telegram.me/ques_math

$\frac{1}{n+1} = \frac{n}{n^2-n}$ -5

$n^2-n = n(n+1)$

$n^2-n = n^2+n$

وهذا غير مقبول

∴ الحل $\emptyset$.

الحل: د .

$A=\{a,d,e,f\}$

$B=\{b,c,e\}$

$C=\{a,f,J\}$

$(B \cup C) \cap A =$

$\{a,b,c,e,f,J\} \cap$

$\{a,d,e,f\} =$

$\{a,e,f\}$ الجواب «أ»

$\frac{1}{2}\log\frac{9}{4} - \log\left(\frac{9}{4}\right)^{3/2}$.٢٦

$\log\sqrt{\frac{9}{4}} = \log\frac{3}{2}$

$\log 3 - \log 2$

$= b - a$

الحل أ

Generated by CamScanner

١٠-

$(f \circ g)(x) = 5(-3x-9)-6$.١٠

$= -15x - 20 - 6$

$= -15x - 26$

$(f \circ g)(-2) = -15(-2) - 26$

$= 30 - 26$

$= 4$

الحل د .

الدالة العكسية f^{-1} لـ

$f(x) = \sqrt{x-16}$

$y = \sqrt{x-16}$

نبدل بين x و y :

$x = \sqrt{y-16}$

$x^2 = y - 16$

$y = x^2 + 16$

الحل جـ ..

٢٤-

العدد المركب على صورة

$a + bi$

فإذا كان $b = 0$

فإن العدد يكون حقيقي

الحل ⑤ جميع جذورها

مركبة .

مجال الدالة $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x^2+9}}$

$x^2 + 9 \neq 0$

$x^2 \neq -9$

$x \neq \pm 3i$

المجال R ، $(-\infty, \infty)$

∴ الحل د

Mona
آخر ظهور كان قريب
http://telegram.me/ques_math
Generated by CamScanner

السؤال	الحل	هامش
٤١) اذا كان 40 طالب يدرسون اللغة العربية والرياضيات وكان هناك 8 متفوقين في اللغة العربية و6 متفوقين في الرياضيات و3 متفوقين فيهم جميعا ، فكم عدد الغير متفوقين فيهم جميعا • 24 • 27 • 29 • 32	Aطلاب اللغه العربيه Bطلاب الرياضيات $P(A\cup B) = P(A)+P(B) - P(A\cap B)$ فان $= 8 + 6 - 3$ $= 11$ عدد الغير متفوقين $40 - 11 = 29$	
٧٢) قيمة $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$ • 55 • 60 • 66 • 76	$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{matrix}$ المحددة بطريقة كرامر : $(3\times1\times3)+(4\times7\times2)+(5\times0\times-1)$ $-(5\times1\times2)-(3\times7\times-1)-(4\times0\times3)$ $= 9+56+0-10+21-0 = 76$	
٨١) إذا كانت $f(x)=\sqrt{2x}$ ، و $g(x)=2x^2$ ، فإن $f\circ g(x)$ تساوي : • $4x$ • $2x$ • x • $8x$	$f\circ g(x)) = f(g(x))$ $= f(2x^2)$ $= \sqrt{2(2x^2)}$ $= \sqrt{4x^2}$ $= 2x$	
٨٣) ما قيمة x التي تحقق $\log_2(x+2)=3$ • 2 • 4 • 6 • 8	$y=\log_a x \Rightarrow a^y = x$ $2^3 = x+2$ $8 = x+2$ $\Rightarrow x = 6$	
٨٤) أي المتباينات التالية تصف مجموعة الأعداد التي تبتعد أقل من 5 وحدات عن العدد 3 • $\lvert x+3\rvert<5$ • $\lvert x-3\rvert<5$ • $\lvert x+5\rvert<3$ • $\lvert x-5\rvert<3$	أقل من 5 وحدات يعني: <5 تبعد عن العدد x بمقدار معين(قيمة ما وهنا هي 3 وحدات) يعني: $x-3$ إذاً تصبح المتباينة المطلوبة: $\lvert x-3\rvert<5$	
٨٨) بسط العبارة النسبية $\frac{x^2y^2-1}{(xy-1)^2}$ • $\frac{xy-1}{(xy-1)^2}$ • $\frac{x^2y+1}{(xy+1)^2}$ • $\frac{xy+1}{(xy-1)}$ • $\frac{xy-1}{(xy+1)}$	$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ اساسيات: $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ $(a^2-b^2) = (a+b)(a-b)$ نلاحظ البسط عبارة عن مفكوك فرق مربع قيمتين ، و المقام عبارة عن تربيع فرق قيمتين $\frac{(xy+1)(xy-1)}{(xy-1)(xy-1)} \Rightarrow \frac{(xy+1)}{(xy-1)}$ حل اخر: $\frac{(x^2y^2-1)}{(xy-1)^2} \Rightarrow \frac{(xy+1)(xy-1)}{x^2y^2-2xy+1} \Rightarrow \frac{(xy+1)(xy-1)}{(xy-1)(xy-1)} \Rightarrow \frac{(xy+1)}{(xy-1)}$	
٩٠) المعادلة التي جذراها $(\sqrt{3}+2)$ ، $(\sqrt{3}-2)$ هي : • $x^2+\sqrt{3}x-1=0$ • $x^2+\sqrt{3}x+1=0$ • $7x^2+2\sqrt{3}x+1=0$ • $x^2+2\sqrt{3}x-1=0$	بما أن جذور المعادلة المجهولة عددها ٢ ، فإذاً هي معادلة من الدرجة الثانية ، و الصورة العامة لمعادلة من الدرجة الثانية هي : $Ax^2+Bx+C=0$ وليكن الجذر الأول نسميه a ، و الجذر الثاني نسميه b . وبما أن فكرة السؤال هي الرجوع للمعادلة الأصلية باستخدام حلولها . إذا نستخدم الصيغة $x^2+(a+b)x+(a\times b)=0; \forall\{a=(\sqrt{3}+2), b=(\sqrt{3}-2)\}$ $\Rightarrow x^2+((\sqrt{3}+2)+(\sqrt{3}-2))x+((\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2))=0$ $\Rightarrow x^2+(2\sqrt{3})x-1=0$	

٩٩) حل المعادلة $\sqrt{2x+1}=\sqrt{2x+2}$ هو :

- 1/2
- 1/4
- 1/8
- 1/16

بالتربيع نحصل على: $(\sqrt{2x+1})^2=(\sqrt{2x+2})^2$

$\Rightarrow (\sqrt{2x})^2+2\sqrt{2x}+1=2x+2$

$\Rightarrow (2x)+(2\sqrt{2x})-(2x)=2-1$

$\Rightarrow 2\sqrt{2x}=-1$

$4\times 2x=1$

وبتربيع المعادلة الأخيرة نحصل على: $\Rightarrow x=\frac{1}{8}$

---

١٠٠) إذا كانت $x=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ ، وكانت $y=\{1,3,5,7\}$ فإن متممة y بالنسبة إلى x هي :

- $\{1,3,5\}$
- $\{2,4,6\}$
- $\{6,7\}$
- $\{1,2,3,4,5,6,7\}$

$\bar{y}=\{2,4,6\}$

---

١٠٢) إذا كانت $5^x=10$ ، فإن x تساوي :

- $\frac{\log 10}{\log 5}$
- $\frac{-\log 10}{\log 5}$
- $\frac{\log 5}{\log 10}$
- $\log\frac{1}{2}$

$5^x=10$

$\log 5^x=\log 10$

$\Rightarrow x\log 5=\log 10$

$\Rightarrow x=\frac{\log 10}{\log 5}$

---

١٠٨) $\begin{pmatrix}1&0&a\\0&1&1\\1&0&0\end{pmatrix}$ تكون غير قابلة للانعكاس عندما تكون قيمة a :

- 0
- 1
- 2
- 3

تكون غير قابلة للانعكاس عندما تكون قيمة المحدد تساوي

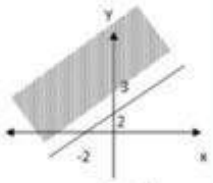
$\Delta=0\Rightarrow[1\times 0-1\times 0]-0[0-1]+a[-1]=0$

$\Rightarrow -a=0$

$\Rightarrow a=0$

---

١١٥) أي من المتباينات المعطاة يمثلها الجزء المظلل من المستوى الموضح بالشكل



- $y\le x-2$
- $y\le x+2$
- $y\ge x-2$
- $y\ge x+2$

نختار نقطة تنتمي لمنطقة الحل ← (-2،-2)

نختار نقطة لا تنتمي لمنطقة الحل ← (0،0)

نعوض في المتباينات الاربع

$y\ge x+2$	$y\ge x-2$	$y\le x+2$	$y\le x-2$	
$2\ge 0$ ✓	$2\ge -4$ ✓	$2\le 0$ ×	$2\le -4$ ×	(-2،2)
$0\ge 2$ ×	$0\ge -2$ ✓	$0\le 2$ ✓	$0\le -2$ ×	(0،0)
✓	×	×	×	

المتباينة المختارة هي التي تمثل الرسم بحيث (-2،2) تنتمي لمجموعة حلها و (0،0) لا تنتمي لمجموعة حلها

---

١١٦) لنفرض أن $x+y=xy=1$ مجموع قيم x التي تحقق المعادلتين :

- 1
- $2\sqrt{3}$
- $2-\sqrt{3}i$
- $2+\sqrt{3}i$

$x_1+y=1$

$x_2y=1\Rightarrow x_2=\frac{1}{y}\Rightarrow y=\frac{1}{x_2}$

$\xrightarrow{\text{بالتعويض عن قيمة } y} x+\frac{1}{x}=1 \xrightarrow{\text{بالضرب في } x} x^2-x+1=0$

$\xrightarrow{\text{باستخدام القانون العام}} x_{1,2}=\frac{1\mp\sqrt{1-4}}{2}=\frac{1\mp i\sqrt{3}}{2}$

$\xrightarrow{\text{بتجميع قيم}} \frac{1}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}=1$

---

١١٧) المقدار $\frac{\frac{1}{x}-y}{\frac{1}{y}-x}$ يساوي :

- x/y
- y/x
- $-x/y$
- -1

$\frac{\frac{1}{x}-y}{\frac{1}{y}-x}=\frac{\frac{1-yx}{x}}{\frac{1-xy}{y}}$

$\Longrightarrow \frac{1-yx}{x}\times\frac{y}{1-xy}=\frac{y}{x}$

---

١١٩) أوجد جميع قيم k التي تجعل للنظام الآتي حلول غير تافهة :

$(k+1)x+(k+3)y=0$

$2x+ky=0$

- -2
- 3
- 1
- 2

تكون الحلول غير تافهة إذا كان المحدد=٠

$\Rightarrow\begin{vmatrix}k+1&k-3\\2&k\end{vmatrix}=0$

$\Rightarrow k(k+1)-2(k-3)=0$

$\Rightarrow k^2-k-6=0$

$\Rightarrow (k-3)(k+2)=0$

$\Rightarrow k=3\ or\ k=-2$

$k_1+k_2=3-2=1 \Rightarrow k=1$

---

١٢٠) اشترى أحمد x من الدفاتر قيمة كل منها 5 ريالات ، و y من الأقلام قيمة كل منها ريالان ، فكان مجموع ما دفعه للبائع 36 ريال ، فإنه :

- هناك عدد غير منتهٍ من الحلول .
- $x=4$ ، $y=8$ هو الحل الوحيد .
- يوجد حلان غير الذي ورد في الأعلى .
- لا شيء مما ذكر

36	$5x+2y=36$
↓	↓
20+16=36	5*4+2*8=36
10+26=36	5*2+2*13=36
25+1=36	5*5+2*1=36

∴ يوجد حلان غير الذي ورد في الأعلى

٩١) عدد موجب إذا أضيف مربعه إلى أربعة أمثاله كان الناتج 12 ، فما هو العدد :

- 12
- 8
- 6
- 2

نعيد صياغة السؤال إلى معادلة: $x^2+4x=12$
ثم نجرب عليها الاختيارات أيها صحيح

$12:12^2+4\times12\neq12$

$8:8^2+4\times8\neq12$

$6:6^2+4\times6\neq12$

$2:2^2+4\times2=12$

٩٢) مجال $f(x)=\frac{x^2-4x-5}{x^2-x-2}$ هو :

- $(-\infty,-1)\cup(2,\infty)$
- $(-\infty,-2)\cup(1,\infty)$
- $(-\infty,-1)(-1,2)\cup\cup(2,\infty)$
- $(-\infty,-2)\cup(-2,1)\cup(1,\infty)$

مجال الدالة الكسرية هو $\forall b=0:R-\left\{\frac{a}{b}\right\}$ أي يعني جميع الأعداد الصحيحة ما عدا التي تحقق أصفار المقام
(المقام يساوي الصفر).
نبدأ في ايجاد أصفار المقام:

$x^2-x-2=0\Rightarrow(x+1)(x-2)=0$

إذا $x=2$ و $x=-1$

$R-\{-1,2\}$

٩٥) إذا كان $x=3$ هو حل للمعادلة $x^3-6x^2+ax-6=0$ ، فإن :

- الحلول الأخرى غير معروفة لان a مجهولة .
- يوجد ما لا نهاية من الحلول لهذه المعادلة في R .
- في كل الأحوال $x=3$ هو الحل الوحيد .
- مجموعة حل هذه المعادلة هي $\{1,2,3\}$

المعادلة من الدرجة الثالثة يعني يوجد لها ثلاثة حلول .

$x=1\Rightarrow1-6+a-6=0\Rightarrow a=11$

$x=2\Rightarrow8-24+2a-6=0\Rightarrow a=11$

$x=3\Rightarrow a=11$

٩٦) مجموعة حل المعادلة $x^2-49=0$ في R هي :

- $\{-49,49\}$
- $\{-7,7\}$
- $(-7,7)$
- $[-7,7]$

$x^2-49=0\Rightarrow0$

$\Rightarrow x^2=49$

$\Rightarrow x=\pm7$

$\{-7,7\}$

٩٧) مجموعة حل المعادلة $\tan2x-3=0$ في الفترة $[0,\frac{\pi}{2}]$:

- $\{\frac{\pi}{3}\}$
- $\{\frac{\pi}{6}\}$
- $\{\frac{-\pi}{3}\}$
- $\{\frac{-\pi}{3}\}$

$\tan^2x=3\Rightarrow\tan x=\pm\sqrt{3}$

$\sqrt{3}$ - مرفوض

$\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{\sqrt{3}}{1}$

$\Rightarrow\frac{\sin60^\circ}{\cos60^\circ}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{1}$

$\therefore\theta=60\times\frac{\pi}{180^\circ}=\frac{\pi}{3}$

٩٩) حل المعادلة $\sqrt{2x}+1=\sqrt{2x+2}$ هو :

- 1/2
- 1/4
- 1/8
- 1/16

بالتربيع نحصل على: $(\sqrt{2x}+1)^2=(\sqrt{2x+2})^2$

$\Rightarrow(\sqrt{2x})^2+2\sqrt{2x}+1=2x+2$

$\Rightarrow(2x)+(2\sqrt{2x})-(2x)=2-1$

$\Rightarrow2\sqrt{2x}=-1$

$4\times2x=1$

وبتربيع المعادلة الأخيرة نحصل على: $\Rightarrow x=\frac{1}{8}$

١٠٠) إذا كانت $x=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ ، وكانت $y=\{1,3,5,7\}$ فإن متممة y بالنسبة إلى x هي :

- $\{1,3,5\}$
- $\{2,4,6\}$
- $\{6,7\}$
- $\{1,2,3,4,5,6,7\}$

$\overline{y}=\{2,4,6\}$

١٠٢) إذا كانت $5^x=10$ ، فإن x تساوي :

- $\frac{\log10}{\log5}$
- $\frac{-\log10}{\log5}$
- $\frac{\log5}{\log10}$
- $\log\frac{1}{2}$

$5^x=10$

$\log5^x=\log10$

$\Rightarrow x\log5=\log10$

$\Rightarrow x=\frac{\log10}{\log5}$

١٢٤) إذا كان $a=\log 2$ ، $b=\log 3$ فإن $\frac{1}{2}\log\left(\frac{9}{4}\right)$ تساوي :

- $b-a$
- b/a
- $\frac{5}{6}\frac{b}{a}$
- $\frac{5}{6}(b-a)$

$$\frac{1}{2}\log\frac{9}{4}=\log(\frac{9}{4})^{\frac{1}{2}}$$
$$\Rightarrow \log\sqrt{\frac{9}{4}}=\log\frac{3}{2}=\log 3-\log 2$$
$$= b-a$$

١٢٩) للنظام التالي :

$$x-y+z=4$$
$$2x+y+z=7$$
$$-x-2x+z=-1$$

إذا علمت أن

$$\begin{vmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & 1 & 1\\ -1 & -2 & 2\end{vmatrix}=6$$

و أن $x=3$ فإن $\begin{vmatrix}4 & -1 & 1\\ 7 & 1 & 1\\ -1 & -2 & 2\end{vmatrix}$ تساوي

- $3/6$
- $6/3$
- 6×3
- 6

$$\because x=\frac{\Delta x}{x}\Rightarrow \Delta x=3\times 6$$

١٣٦) مجموعة حل المعادلة $x^4-1=0$ في R هي :

- {1}
- {-1}
- {-1 , 1}
- Ø

$$(x^2-1)(x^2+1)=0$$
$$X^2-1=0 \quad or \quad x^2+1=0$$
$$X^2=1 \quad or \quad x^2=-1$$
$$X=\pm 1$$

١٣٧) إذا كانت $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 8\end{bmatrix}$ ، فإن A^2

- $\begin{bmatrix}1 & 4\\ 19 & 64\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}9 & 18\\ 36 & 72\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}5 & 20\\ 20 & 80\end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix}1 & 5\\ 4 & 9\end{bmatrix}$

$$A^2=A\times A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 8\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 8\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}(1\times 1)+(2\times 4) & (1\times 2)+(2\times 8)\\ (4\times 1)+(8\times 4) & (4\times 2)+(8\times 8)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}9 & 18\\ 36 & 64\end{bmatrix}$$

١٤١) إذا كان $\frac{3x-4}{y+15}$ عدداً ثابتاً ، و قيمة $x=2$ ، فإذا كانت $y=3$ فما قيمة x عندما تكون $y=12$

- $5/3$
- $7/3$
- $8/3$
- $10/3$

اولا : نوجد قيمة الحد الثابت بالتعويض بقيم x=2, y=3

$$\frac{3(2)-4}{(3)+15}=\frac{6-4}{18}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$$

ثانيا: لإيجاد قيمةx عندما y=12 نعوض في المعادلة التالية:

$$\frac{3x-4}{12+15}=\frac{1}{9}\Rightarrow \frac{3x-4}{27}=\frac{1}{9}\Rightarrow 3x=\frac{27}{9}+4$$
$$\Rightarrow 3x=3+4\Rightarrow x=\frac{7}{3}$$

١٤٤) قيمة x في حل النظام التالي هي :

$$x+2y=13$$
$$2x+y=11$$

- $x=1$
- $x=3$
- $x=-1$
- $x=-3$

بضرب 2- في المعادلة الثانية

$$X+2y=13$$
$$-4x-2y=-22$$
$$-3x=-9$$
$$x=\frac{-9}{-3}=3$$

١٤٥) إذا كانت $f(x)=x^2+3x+k$ ، و $k\neq 0$ ، و $f(k)=0$ ، فإن $f(1)$ تساوي :

- $k-4$
- 4
- k
- 0

$$F(k)=0\Rightarrow k^2+3k+k=0$$
$$k^2+4k=0$$
$$k(k+4)=0$$

K=0 مرفوض or k+4=0 ⇒ K=-4

$$f(1)=x^2+3x-4=1+3-4=0=k$$

٣٨) مجموعة حل المعادلة :

$\sqrt{4x+1} = \sqrt{2x+2}$

في مجموعة الأعداد الحقيقية تساوي :

- $\{\frac{-1}{2}\}$
- $\{\frac{-1}{4}\}$
- $\{\frac{1}{4}\}$
- $\{\frac{1}{2}\}$

$$4x+1 = 2x+2$$
$$4x-2x = 2-1$$
$$2x = 1$$
$$x = \frac{1}{2}$$

٤٠)مجال الداله $f(x) = \sqrt{x-4}$ هو

- $[4, \infty)$
- $[-4, 4]$
- $(-\infty, 4]$
- $[-4, \infty)$

لابد ماتحت الجذر يكون ≥ 0

$$x - 4 \geq 0$$
$$x \geq 4$$
$$\therefore x \in [4, \infty)$$

٤١)اذا كانت

٤٢) اذا كانت $f(x) =$

$$\begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & , x \neq -1 \\ a & , x = -1 \end{cases}$$

ماهي قيمة a التي تجعل الداله f متصله :

- -1
- 2
- 1
- -2

تكون الدالة f متصلة

$$\lim_{x \to -1} f(x) = f(-1)$$
$$\lim_{x \to -1} \frac{x^2-1}{x+1} = \frac{2x}{1}$$
$$\lim_{x \to -1} 2x = 2(-1) = -2$$
$$\therefore f(-1) = -2$$

٤٥)قيم x التي تجعل محدد المصفوفه يساوي صفراً :

$$\begin{bmatrix} x & 5 & 7 \\ 0 & 1+x & 6 \\ 0 & 0 & \frac{2x-1}{3} \end{bmatrix}$$

- $0, 1, \frac{1}{2}$
- $0, -1, \frac{-1}{2}$
- $0, -1, \frac{1}{2}$
- $0, 1, \frac{-1}{2}$

هي القيم التي تعطيني القطر (صفر)

- $x = 0$
- $1 + x = 0 \rightarrow x = -1$
- $\frac{2x-1}{3} = 0 \rightarrow 2x - 1 = 0$
  $\rightarrow 2x = 1$
  $\rightarrow x = \frac{1}{2}$

٤٦)أوجد مجموعة حل المتباينه

$$\frac{2}{x^2+2x-3} < 0$$

نضرب الطرفين في مربع المقام :

$$(x^2+2x-3)^2 \times \frac{2}{x^2+2x-3} < 0 \times (x^2+2x-3)^2$$

$$2(x^2+2x-3) < 0$$
$$2(x-1)(x+3) < 0$$
$$x = 1 \text{ or } x = -3$$

نختار الفتره السالبه لانه أقل من صفر

مجموعة الحل $(1, -3)$

١٤٦) إذا كان x عدداً حقيقياً ، فما العبارة المكافئة للعبارة $1 \le |x-2| \le 7$:

- $-5 \le x \le 1$ أو $3 \le x \le 9$
- $x = 3$ أو $x = 3$
- $1 \le x \le 3$
- $-5 \le x \le 9$

$$1 \le |x-2| \le 7 = \begin{cases} |x-2| \le 7 \\ |x-2| \ge 1 \end{cases}$$

عندما $|x-2| \le 7$ فإن مجموعة الحل هي:

$$\Rightarrow -7 \le x-2 \le 7 \Rightarrow -5 \le x \le 9$$

عندما $|x-2| \ge 1$ فإن مجموعة الحل هي:

$$\Rightarrow x-2 \ge 1 \quad or \quad x-2 \le -1$$
$$\Rightarrow x \ge 3 \quad or \quad x \le 1$$

يمكن كتابة مجموعة الحل على الصيغة: $[3,9] \cup [-5,1]$

و التي يمكن كتابتها على الشكل $-5 \le x \le 1$ أو $3 \le x \le 9$

---

١٢)إذا كان $f(x) = \sqrt{x+1}$ ، $g(x) = \frac{1}{x+1}$ ، فإن $\left[\frac{f}{g}\right](3)$ تساوي :

- $\frac{1}{2}$
- 1
- 2
- 8

$$\left[\frac{f}{g}\right](x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\frac{1}{1+x}} = (1+x)\sqrt{x+1}$$

$$\left[\frac{f}{g}\right](3) = (1+3)\sqrt{3+1} = 4\sqrt{4} = 4 \times 2 = 8$$

---

١٣)إذا كان $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ، فإن A^2 :

$$A^2 = A.A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} (1 \times 1) + (2 \times 2) & (1 \times 2) + (2 \times 4) \\ (2 \times 1) + (4 \times 2) & (2 \times 2) + (4 \times 4) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{bmatrix}$$

---

١٥) $\ln \frac{e^a}{e^b}$ تساوي :

- $\ln(a-b)$
- $a-b$

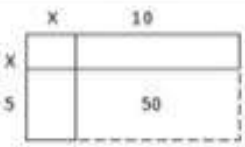
$\because \ln \frac{e^a}{e^b} = \ln e^{a-b}$

$\because \ln e^x = x$

$$\Rightarrow \ln \frac{e^a}{e^b} = \ln e^{a-b} = a-b$$

---

١٨)



الشكل السابق يمثل :

- العلاقه بين المربع والمستطيل
- معادلة من الدرجة الثانية
- معادلة من الدرجة الأولى
- مساحة المربع

مساحة الشكل المعطى : $(x+10).(x+5)$

$$= x^2 + 15x + 50$$

وهي معادلة من الدرجة الثانية

---

٣١)إذا كان $f(x) = \tan x$ ، $g(x) = \sqrt{x}$ فإن $fog(x)$ يساوي :

- $\sqrt{\tan x}$
- $x \tan x$
- $\tan \sqrt{x}$

$$= f(g(x)) fog(x)$$
$$= f(\sqrt{x}) = \tan \sqrt{x}$$

ملخص المعيار 3 و 4

المعيار (3 & 4) : الهندسة والقياس في الإختبار : 9 أسئله

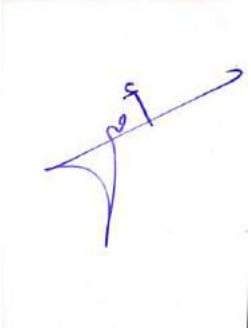
1. يستخدم خصائص الخطوط المتوازية والمتعامدة والزوايا لمعرفة الأشكال
2. يستخدم العلاقات الهندسية (نظرية فيثاغورس، تشابه المثلثات، تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين،.....) لحل المسائل
3. يتعرف أنواع المثلثات وحالات تطابق مثلثين
4. يصف خصائص الأشكال الرباعية
5. يشرح صفات الأشكال ثلاثية الأبعاد وخصائصها
6. يوجد ميل ومعادلة مستقيم في المستوي وعلاقته بمستقيم آخر
7. يوجد المسافة بين نقطتين أو نقطة و مستقيم في المستوي
8. يمثل التحويلات الهندسية (التناظر، والانسحاب والدوران ومغير البعد)
9. يحدد العلاقة بين الزوايا الناتجة من تقاطع مستقيمين
10. يستخدم العلاقات المترية في المثلث
11. يتعرف القطوع المخروطية ويميز معادلاتها وخصائصها ويمثلها بيانيا
12. يتعرف الدوال المثلثية والعلاقة بينها
13. يتعرف المتجهات ويجري العمليات عليها
14. يحل مسائل تطبيقية على الهندسة المستوية والفراغية

1. يتعرف وحدات القياس (وحدة قياس الزوايا، الطول، المحيط، المساحة، الحجم، درجة الحرارة، الزمن)
2. يحول بين وحدات القياس المختلفة ضمن النظام نفسه
3. يوجد محيط ومساحة المثلث والدائرة والأشكال الرباعية
4. يحسب حجوم بعض المجسمات، ويوجد مساحتها الجانبية والكلية
5. يحل مسائل تتضمن مقياس رسم باستخدام النسبة والتناسب
6. يوظف التقريب في القياس
7. يحل مسائل رياضية تطبيقية على القياس

تلخيص المعيار (3 & 4) الهندسة والقياس

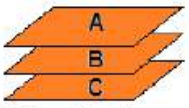
المعيار 3. 4. 3، يتعرف مفاهيم الهندسة ونظرياتها	1. يستخدم خصائص الخطوط المتوازية والمتعامدة والزوايا لمعرفة الأشكال 2. يستخدم العلاقات الهندسية (نظرية فيثاغورس، تشابه المثلثات، تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين،.....) لحل المسائل 3. يتعرف أنواع المثلثات وحالات تطابق مثلثين 4. يصف خصائص الأشكال الرباعية 5. يشرح صفات الأشكال ثلاثية الأبعاد وخصائصها 6. يوجد ميل ومعادلة مستقيم في المستوي وعلاقته بمستقيم آخر 7. يوجد المسافة بين نقطتين أو نقطة و مستقيم في المستوي 8. يمثل التحويلات الهندسية (التناظر، والانسحاب والدوران ومغير البعد) 9. يحدد العلاقة بين الزوايا الناتجة من تقاطع مستقيمين 10. يستخدم العلاقات المترية في المثلث 11. يتعرف القطوع المخروطية ويميز معادلاتها وخصائصها ويمثلها بيانيا 12. يتعرف الدوال المثلثية والعلاقة بينها 13. يتعرف المتجهات ويجري العمليات عليها 14. يحل مسائل تطبيقية على الهندسة المستوية والفراغية
المعيار 3. 4. 4، يتعرف القياس ووحداته وتطبيقاته	1. يتعرف وحدات القياس (وحدة قياس الزوايا، الطول، المحيط، المساحة، الحجم، درجة الحرارة، الزمن) 2. يحول بين وحدات القياس المختلفة ضمن النظام نفسه 3. يوجد محيط ومساحة المثلث والدائرة والأشكال الرباعية 4. يحسب حجوم بعض المجسمات، ويوجد مساحتها الجانبية والكلية 5. يحل مسائل تتضمن مقياس رسم باستخدام النسبة والتناسب 6. يوظف التقريب في القياس 7. يحل مسائل رياضية تطبيقية على القياس

الحقوق محفوظة لقناة
http://telegram.me/ques_math

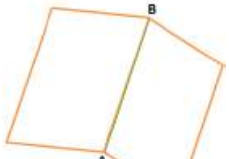


((معيار 3))

١) يستخدم خصائص الخطوط المتوازية والمتعامدة والزوايا لمعرفة الأشكال



مستويات متوازية

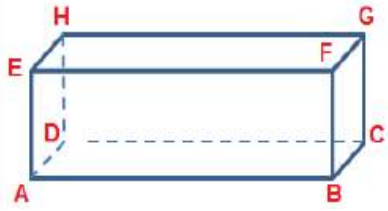


مستويان متقاطعان

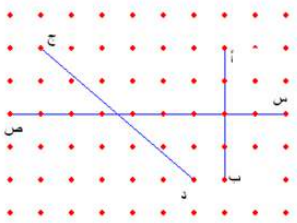
المستقيمات والمستويات :-

- المستقيمان المتوازيان : يقال للمستقيمين أنهما متوازيان إذا كانا في مستوى واحد دون تقاطع .
- المستقيمان المتخالفان : يقال للمستقيمين أنهما متخالف إذا كانا لا يقعان في مستوى واحد بلا تواز .

فمثلاً : نقول أن $\overline{AB}$ و $\overline{CG}$ متخالفان وكذلك $\overline{AB}$ و $\overline{HD}$ أنهما متخالفان وذلك لأنهما لا يتقاطعان ولا يجمعهما مستوى واحد .



- المستقيم المستعرض : مستقيم يقطع مستقيمين أو أكثر في مستوى في نقاط مختلفة.
- المستويان المتوازيان : يقال للمستويين أنهما متوازيان إذا كانا لا يتقاطعان.
- المستويان المقاطعان : يتقاطع المستويان في خط مستقيم.



المستقيم أ ب عمودي على المستقيم س ص.

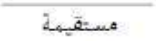
المستقيم جـ د ليس عمودي على المستقيم س ص.

اذا تعامد مستقيم على آخر فإن زاوية التعامد = 90

حادة

قائمة

منفرجة


مستقيمة

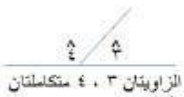
(١) أنواع الزوايا :-

- الزاوية الحادة : هي زاوية قياسها أقل من ٩٠ درجة .
- الزاوية القائمة : هي زاوية قياسها ٩٠ درجة .
- الزاوية المنفرجة : هي زاوية قياسها أكبر من ٩٠ درجة وأقل من ١٨٠ درجة .
- الزاوية المستقيمة : هي زاوية قياسها ١٨٠ درجة

الزاويتان ١ ، ٢ متتامتان لأن : $\hat{١} + \hat{٢} = ٩٠$

(٢) الزوايا المتتامة :-

تكون الزاويتان متتامتين إذا كان مجموعهما ٩٠ درجة .


الزاويتان ٣ ، ٤ متكاملتان لأن : $\hat{٣} + \hat{٤} = ١٨٠$

(٣) الزوايا المتكاملة :-

تكون الزاويتان متكاملتين إذا كان مجموعهما ١٨٠ درجة .

(٤) المستقيمات المتقاطعة :-

- الزوايا المتجاورة متكاملة أي (أ + ل = ١٨٠ درجة)
- الزوايا الرأسية متساوية (تقابل بالرأس) أي (ك = ل)

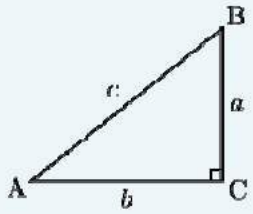
٢) يستخدم العلاقات الهندسية (نظرية فيثاغورث ، تشابه المثلثات ، تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين)
٣) يحدد العلاقه بين الزوايا الناتجه من تقاطع مستقيمين

نظرية فيثاغورث :

نظرية : في أي مثلث قائم الزاوية يكون مجموع مربعي طولي الضلعين المحاذيين للزاوية القائمة يساوي مربع طول الوتر.

في مثلث ABC قائم الزاوية في C ، أي أن $[AB]$ هو الوتر

نضع $AB = c$ و $AC = b$ و $AB = a$ لدينا:



$$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$$

أو

$$c^2 = b^2 + a^2$$

عكس نظرية فيثاغورث "

إذا كان مربع طول ضلع مثلث يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فان المثلث يكون قائم الزاوية"

في مثلث ABC قائم الزاوية في B اذا كان $|BC|=4\,cm$ ، $|BA|=3\,cm$

أوجد $|AC|$

تشابه المثلثات:

- المثلثات المتشابهة هي حالة خاصة من المضلعات المتشابهة، لذا في المثلثات المتشابهة، جميع الزوايا متساوية بالتناظر وتوجد نفس النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

مثال: في المهمة 1، المثلثان VDF , ABC متشابهان لأن:

زوايا المثلثان متساوية: $\measuredangle C = \measuredangle F$, $\measuredangle B = \measuredangle D$, $\measuredangle A = \measuredangle V$

والنسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة متساوية: $\frac{AB}{VD} = \frac{BC}{DF} = \frac{AC}{VF}$ ، نسبة التشابه هي $\frac{3}{2}$.

نرمز للتشابه كالتالي : $\Delta VDF \sim \Delta ABC$

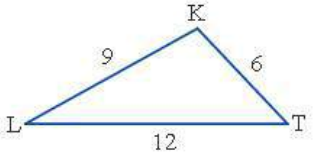
- من الأسهل أن نسجّل أسماء المثلثات، بحيث تظهر الرؤوس المتناظرة في المثلثين بنفس الترتيب. فيما بعد نسجّل كل تشابه حسب **تناظر الرؤوس**. .

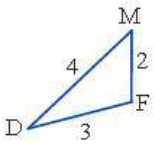
2. معطى المثلثان ΔLKT, ΔDMF.

معطى: $\measuredangle K = \measuredangle F$, $\measuredangle T = \measuredangle M$.

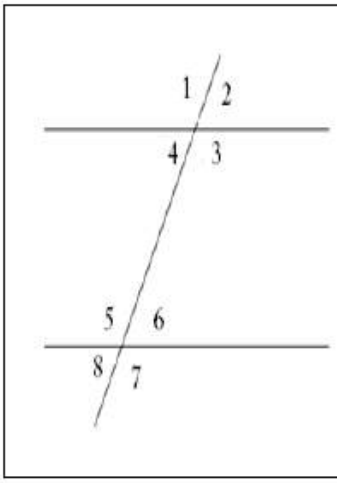
أ. اشرحوا لماذا $\measuredangle L = \measuredangle D$؟

ب. هل المثلثان متشابهان؟





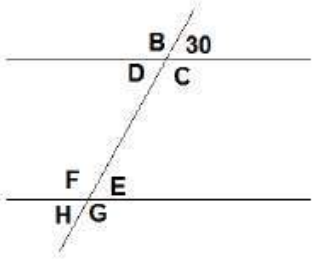
تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين :



الزوايا الخارجية	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
الزوايا الداخلية	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
الزاويتان الداخليتان المتخالفتان	$\angle 6, \angle 3$ $\angle 4, \angle 5$
الزاويتان الخارجيتان المتبادلتان	$\angle 1, \angle 7$ $\angle 2, \angle 8$
الزاويتان الداخليتان المتبادلتان	$\angle 4, \angle 6$ $\angle 3, \angle 5$
الزاويتان المتناظرتان	$\angle 1, \angle 5$ $\angle 3, \angle 7$ $\angle 2, \angle 6$ $\angle 4, \angle 8$

المتخالفتان : مجموع قياسهما 180

المتبادلتان / المتناظرتان / المتقابلتان بالراس : متساويتان بالقياس



س8/ في الشكل التالي حدد قيم الزوايا المجهولة :

الزاوية B = (180 – 30) = 150 درجة.

الزاوية D = (مقابلة للزاوية 30) إذاً = 30 درجة.

الزاوية C = (مقابلة للزاوية B) = 150 درجة.

الزاوية E = (كل زاويتين داخليتين متبادلتين متطابقتان) (C = F , D = E) = 30 درجة.

الزاوية F = زاوية C = 150

الزاوية G = (كل زاويتين خارجيتين متبادلتين متطابقتان) (B = G , A = H) = 150 درجة.

الزاوية H = زاوية A = 30 درجة.

---

٤) يتعرف أنواع المثلثات وحالات تطابق مثلثين

أنواع المثلثات :

المثلث :-

– يصنف المثلث طبقاً لـ 3 أشياء وهي : 1) زواياه. 2) أضلاعه. 3) رؤوسه.

*** تصنيف المثلث حسب الأضلاع :**

– مثلث قائم الزاوية : به زاوية واحدة قائمة وقياسها = 90 درجة .

– مثلث حاد الزاوية : مثلث جميع زواياه حادة وقياس كل زاوية أقل من 90 درجة .

– مثلث منفرج الزاوية : به زاوية واحدة منفرجة ، وبه زاوية قياسها أكبر من 90 درجة .

*** تصنيف المثلث حسب الأضلاع :**

– مثلث متطابق الأضلاع : جميع أضلاع متطابقة وبالتالي زواياه متطابقة ، وكل زاوية = 60 درجة فيه .

– مثلث متطابق الضلعين : يوجد به ضلعان متطابقان على الأقل . وقياس زاويتيه المتطابقان = 45 درجة ، والأخرى = 90.

– مثلث مختلف الأضلاع : أضلاع غير متطابقة وبالتالي زواياه غير متطابقة .

C

حالات تطابق المثلثات :

مسلمة SSS ، SAS ، AAS ، ASA :-

يقصد بمسلمة SSS : هي وجود 3 أضلاع متطابقة . حيث (S : يرمز لضلع .) (side).

يقصد بمسلمة SAS : هي وجود ضلعان مع زاوية محصورة بينهما . حيث A : (Angle).

يقصد بمسلمة AAS : هي وجود زاويتان وضلع .

يقصد بمسلمة ASA : هي وجود زاويتان مع ضلع محصور بينهما.

٥) يصف خصائص الأشكال الرباعية

- متوازي الأضلاع :

* خصائصه :

1) الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة.
2) الزوايا المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة.
3) الزوايا المتحالفة في متوازي الأضلاع متكاملة.
4) قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الأخر.
5) كلا قطري متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

تحسب مساحة متوازي الأضلاع بالقانون : مساحة متوازي الأضلاع = القاعدة (b) × الارتفاع (a) .

- المستطيل :

* خصائصه :

1) الأضلاع المتقابلة متطابقة ومتوازية .
2) الزوايا المتقابلة متطابقة.
3) الزوايا المتحالفة متكاملة .
4) القطران متطابقان وينصف كل منهما الآخر.
5) جميع الزوايا الأربع قوائم.

ملاحظة / كل مستطيل يعتبر متوازي أضلاع ، ولكن بعض متوازيات الأضلاع تكون مستطيل .

تحسب مساحة المستطيل بالقانون : مساحة المستطيل = الطول × العرض .

- المربع :

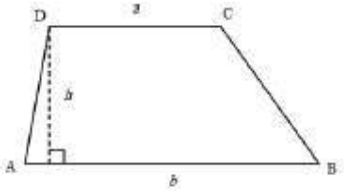
* خصائصه :

1) جميع أضلاعه متطابقة.
2) القطران متعامدان ومتطابقان
3) جميع زواياه قوائم .

ملاحظة / كل مربع معين وليس كل معين مربع .

- تُعطى مساحة المربع بالقانون : (طول الضلع) × (طول الضلع)

- شبه المنحرف :



* خصائصه :

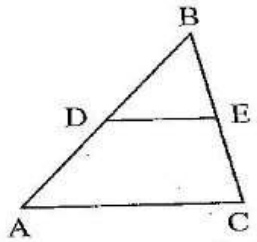
1) زاويتا كل قاعدة لشبه المنحرف متطابق الساقين متطابقتان .
2) قطرا شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقان .

- تُعطى مساحة شبه المنحرف بالقانون : 1/2 (مجموع طولي قاعدتيه) × الارتفاع .
- لحساب القطعة المتوسطة لشبه المنحرف تُعطى بالقانون التالي : 1/2 (مجموع طولي القاعدة).

القطعة الوسطى(קטע אמצעי)

تعريف : القطعة الوسطى هي القطعة التي توصل بين منتصفي أضلاع المثلث

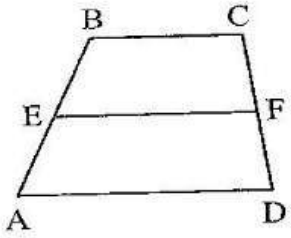
45) قطعة المتوسط (קטע אמצעי) توازي الضلع الثالث وتساوي نصفه.



46) المستقيم الواصل بين منتصف ضلع المثلث والموازي للضلع الثاني ينصف الضلع الثالث.

47) المستقيم الواصل بين ضلعي المثلث والموازي للضلع الثالث ومساو لنصفه هو قطعة المتوسط (קטע אמצעי).

48) القاعدة الوسطى في شبه المنحرف توازي القاعدتين وتساوي نصف حاصل جمعهما.

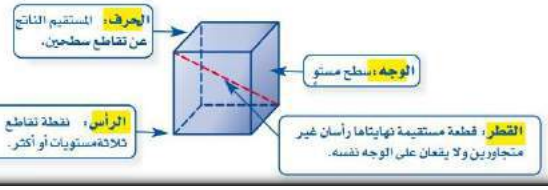


49) في شبه المنحرف مستقيم ينصف إحدى الساقين ويوازي القاعدتين إذا هو ينصف الساق الثاني.

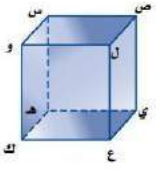
الحقوق محفوظة لقناة
http://telegram.me/ques_math

٦) يشرح صفات الأشكال ثلاثية الابعاد وخصائصها

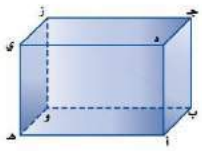
ومتعدد الأسطح مجسّم له أسطح مستوية عبارة عن مضلعات. ومن المفردات المتعلقة بالمجسّمات: الحرف، والوجه، والرأس، والقطر.



لاحظ أن القطعتين المستقيمتين $\overline{\text{س ص}}$ و $\overline{\text{ل ع}}$ في الشكل المجاور غير متقاطعتين، وغير متوازيتين؛ لأنهما لا تقعان في المستوى نفسه. ويُسمى المستقيمان اللذان لا يتقاطعان ولا يقعان في المستوى نفسه **مستقيمين متخالفين**.



أمثلة — تحديد العلاقات



١ سمِّ مستوًى يوازي المستوى أ ب جـ.

المستوى هـ و ز يوازي المستوى أ ب جـ.

٢ حدّد قطعة مستقيمة مخالفة للقطعة $\overline{\text{جـ ز}}$.

$\overline{\text{جـ ز}}$ وَ $\overline{\text{هـ ي}}$ متخالفتان.

٣ حدّد نقطتين يمكن رسم قطر بينهما.

القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين ب، ي تشكّل قطرًا.

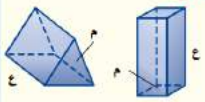
تحقّق من فهمك:

أ) حدّد تقاطع المستويين أ ب جـ، جـ د ي.

حجم المنشور

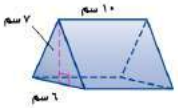
التعبير اللفظي: حجم المنشور (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) بالارتفاع (ع).

نموذج:



بالرموز: ح = م ع

٢ أوجد حجم المنشور الثلاثي المجاور.



ح = م × ع — حجم المنشور.

ح = $(\frac{١}{٢} \times ٦ \times ٧) \times ع$ — القاعدة مثلثة، لذلك م = $\frac{١}{٢} \times ٦ \times ٧$.

ح = $(\frac{١}{٢} \times ٦ \times ٧) \times ١٠$ — ارتفاع المنشور = ١٠.

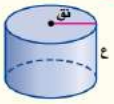
ح = ٢١٠ — بسّط.

الحجم هو ٢١٠ سم^٣.

حجم الأسطوانة

التعبير اللفظي: حجم الأسطوانة (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) بالارتفاع (ع).

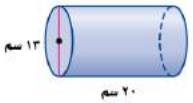
نموذج:



بالرموز: ح = م ع.

مثال — إيجاد حجم الأسطوانة

٣ أوجد حجم الأسطوانة المجاورة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



بما أن القطر يساوي ١٣ سم، فإن نصف القطر يساوي ٦,٥ سم.

ح = ط نق^٢ ع — حجم الأسطوانة.

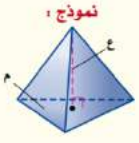
ح = ط $(٦,٥)^٢ \times ٢٠$ — عوض عن نق بـ ٦,٥ وعن ع بـ ٢٠.

ح ≈ ٢٦٥٤,٦ — بسّط.

حجم الهرم

التعبير اللفظي: حجم الهرم (ح) يساوي ثلث ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) بالارتفاع (ع).

نموذج:



بالرموز: ح = $\frac{١}{٣}$ م ع.

ارتفاع الهرم أو المخروط هو البعد العمودي بين الرأس والقاعدة.

المساحة الجانبية لسطح المنشور

التعبير اللفظي: المساحة الجانبية (جـ) لسطح منشور تساوي حاصل ضرب محيط القاعدة (مح) في الارتفاع (ع).

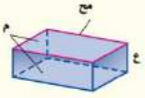
نموذج:

بالرموز: جـ = مح ع

المساحة الكلية لسطح المنشور

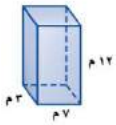
التعبير اللفظي: المساحة الكلية (ك) لسطح منشور هي مجموع المساحة الجانبية ومساحة القاعدتين.

نموذج:



بالرموز: ك = جـ + ٢م = مح ع + ٢م

أمثلة — مساحة سطح المنشور



١ جد المساحة الجانبية والكلية لسطح المنشور الرباعي المجاور. قاعدتاه مستطيلان بعدا كل منهما ٣م، ٧م.

نبدأ بإيجاد المحيط والمساحة للقاعدتين.

محيط القاعدة	مساحة القاعدة
مح = ٢ الطول + ٢ العرض	ق = الطول × العرض
مح = ٢(٧) + ٢(٣) = ٢٠	ق = ٧×٣ = ٢١

استعمل هذه المعلومات لإيجاد المساحة الجانبية والكلية للمنشور.

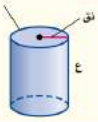
المساحة الجانبية	المساحة الكلية
جـ = مح ع	ك = جـ + ٢م
جـ = ٢٠×١٢ = ٢٤٠	ك = ٢٤٠ + ٢×٢١ = ٢٨٢

فتكون المساحة الجانبية ٢٤٠م^٢، والمساحة الكلية ٢٨٢م^٢.

المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة

التعبير اللفظي: المساحة الجانبية (جـ) لسطح أسطوانة ارتفاعها (ع) ونصف قطر قاعدتها (نق) هي حاصل ضرب محيط القاعدة (مح) في الارتفاع (ع).

نموذج: محيط الدائرة = ٢ط نق

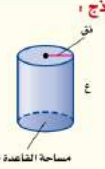


بالرموز: جـ = مح ع = ٢ط نق ع

المساحة الكلية لسطح الأسطوانة

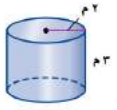
التعبير اللفظي: المساحة الكلية (ك) لسطح أسطوانة ارتفاعها ع ونصف قطر قاعدتها نق هي مجموع المساحة الجانبية ومساحة القاعدتين.

نموذج:



بالرموز: ك = جـ + ٢ ط نق^٢ = ٢ط نق ع + ٢ط نق^٢

أمثلة — مساحة سطح الأسطوانة

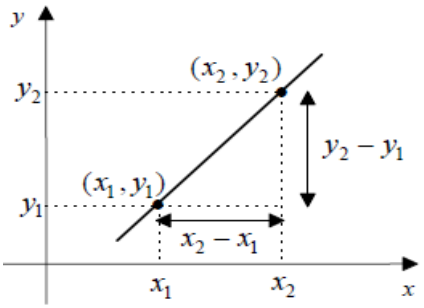


٣ جد المساحة الجانبية والكلية لسطح الأسطوانة المجاورة.

المساحة الجانبية	المساحة الكلية
جـ = ٢ط نق ع	ك = جـ + ٢ط نق^٢
جـ = ٢ط × ٢ × ٣	ك = ٣٧,٧ + ٢ط (٢)^٢
جـ ≈ ٣٧,٧	ك ≈ ٦٢,٨

المساحة الجانبية للأسطوانة ٣٧,٧م^٢ تقريبًا، والمساحة الكلية ٦٢,٨م^٢ تقريبًا.

٧) يوجد ميل ومعادلة مستقيم في المستوى وعلاقته بمستقيم اخر



قانون الميل:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

عند استخدام القانون نلاحظ أن: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-(y_2 - y_1)}{-(x_2 - x_1)} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

معادلة المستقيم :

١) طريقة الميل والنقطة :

يمكن كتابة معادلة الخط المستقيم إذا كان الميل وإحداثيات نقطة معينة على الخط معروفين. لنفرض أن m هو ميل الخط والنقطة هي (x_1, y_1). إذا كانت (x, y) نقطة أخرى على الخط إذن من قانون الميل:

$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ ومن هذا القانون نصل إلى معادلة الخط المستقيم كالتالي:

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

مثال ٣: أوجد معادلة الخط المستقيم الذي ميله 3 ويمر بالنقطة $(1, -2)$

الحل:

مثال ٤: أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(4,3)$ و $(2,5)$

الحل:

٢) طريقة الميل والجزء المقطوع :

عادة ما نحتاج إلى كتابة معادلة الخط المستقيم بطريقة أخرى تسمى طريقة الميل والجزء المقطوع. وفي هذه الحالة يكون شكل المعادلة كالتالي:

$$y = mx + b$$

حيث m هو ميل الخط و b يمثل الجزء (أو المسافة) المقطوع (ة) على المحور y عند النقطة $(0, b)$.

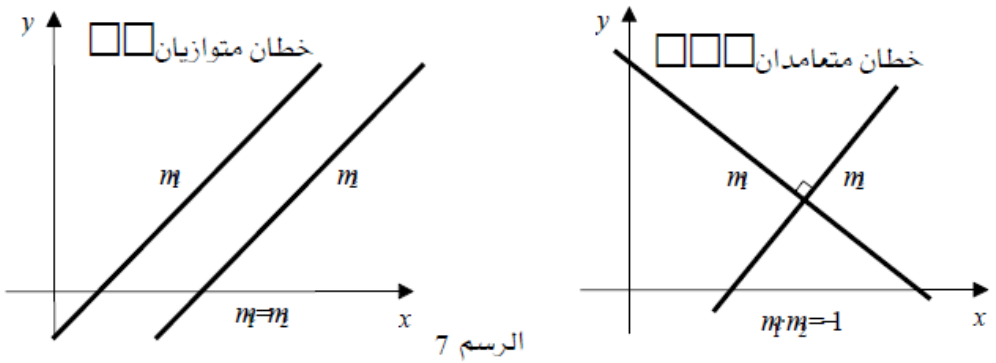
وكذلك يمكن استخدام هذا الشكل من المعادلة لإيجاد معادلة الخط المستقيم كما هو موضح في المثال التالي

مثال ٥: أوجد معادلة الخط المستقيم الذي ميله يساوي 2 ويمر بالنقطة $(1,3)$

الحل:

علاقة مستقيم بمستقيم اخر :

يمكن استخدام ميل الخط المستقيم لمعرفة هل خطان هما متوازيين أو متعامدين كما هو موضح في الرسم 8. وبالتحديد فيكون الخطان غير عموديين ومتوازيين إذا وفقط إذا كان ميلاهما متساويين $(m_1 = m_2)$ ويكونان متعامدين إذا وفقط إذا كان ميل أحد الخطوط يساوي معكوس الثاني مع تغيير الإشارة $(m_1 = -\frac{1}{m_2})$.



الرسم 7

مثال ٦ : أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يمر من خلال النقطة $(2,-1)$ في كل من الحالات التالية:

a) الخط موازي للخط المستقيم $2x - 3y = 5$

b) الخط متعامد على الخط المستقيم $2x - 3y = 5$

الحل:

نقاط تقاطع الخط المستقيم مع المحور x والمحور y :

عادة ما نحتاج إلى معرفة نقاط تقاطع الخط المستقيم مع المحاور. تكون إحداثية y تساوي الصفر لنقطة تقاطع الخط مع المحور x وتكون إحداثية x تساوي الصفر لنقطة تقاطع الخط مع المحور y. أي نعوض في المعادلة بـ $x = 0$ لإيجاد إحداثيات نقطة التقاطع مع المحور y ثم بـ $y = 0$ لإيجاد إحداثيات نقطة التقاطع مع المحور x.

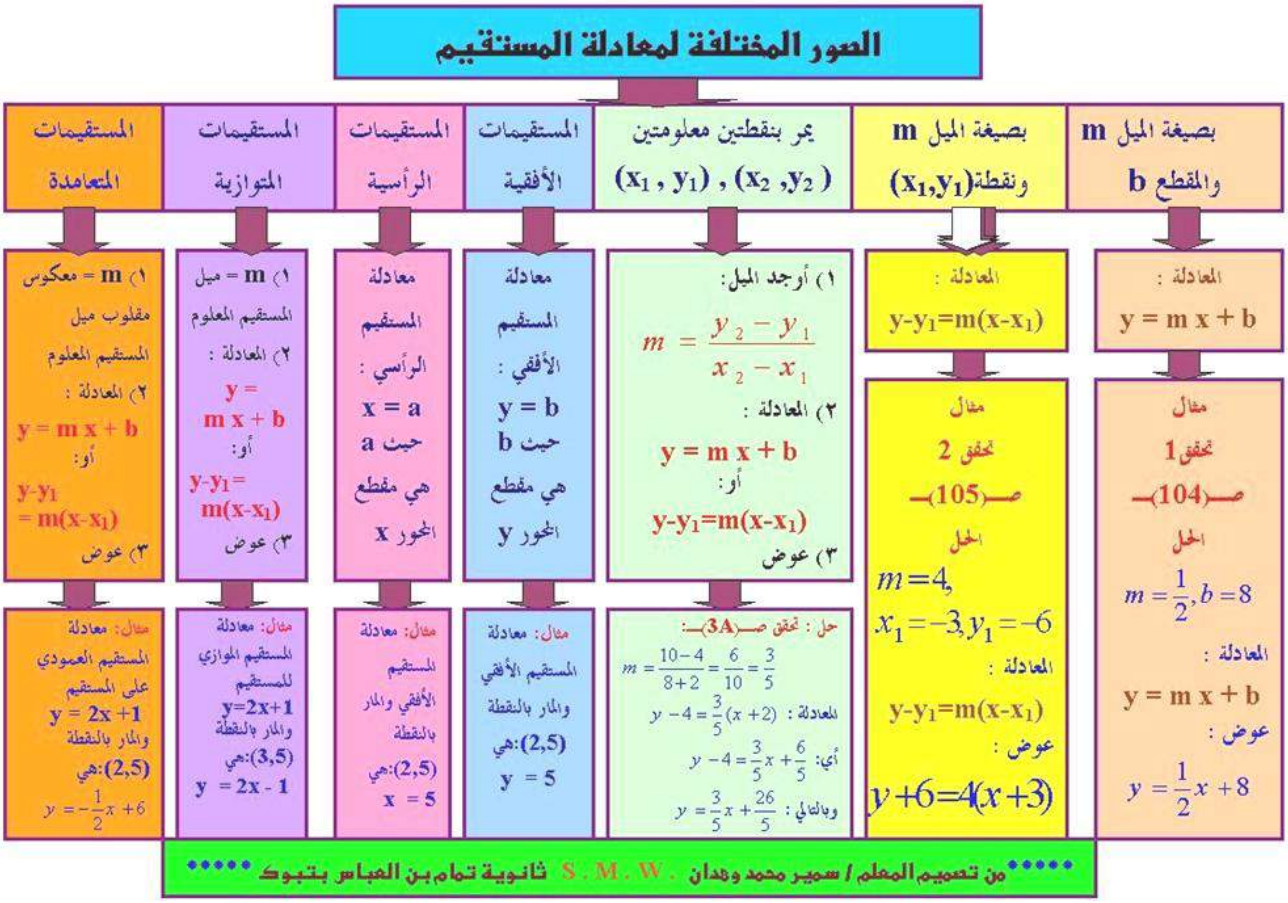
مثال ٧ : أوجد إحداثيات نقاط تقاطع الخط المستقيم التالي: $y = 2x + 3$ مع المحاور.

الحل:

الحقوق محفوظة لقناة
http://telegram.me/ques_math

خلاصة معادلات الخطوط المستقيمة

- شكل المعادلة (الميل ونقطة): $y = m(x - x_1) + y_1$
- شكل المعادلة (الميل والجزء المقطوع): $y = mx + b$
- شكل المعادلة (الخط يمر بنقطة الأصل): $y = mx$
- الخط الأفقي(الميل يساوي صفر): $y = b$
- الخط العمودي (الميل غير معرف): $x = a$



الحقوق محفوظة لقناة
http://telegram.me/ques_math

٨) يوجد المسافه بين نقطتين او نقطه ومستقيم في المستوى

المسافة بين نقطتين :

المسافة بين $P_1(x_1, y_1)$ و $P_2(x_2, y_2)$ هي:

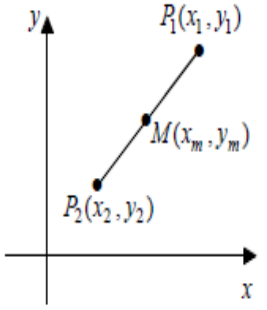
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

مثال ١: أوجد المسافة بين النقطتين $P_1(-3,4)$ و $P_2(7,2)$

الحل:

نقطة منتصف القطعة المستقيمة :

$$(x_m, y_m) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$



مثال ٢: أوجد إحداثيات نقطة الوسط للخط المربوط بالنقطتين $P_1(-3,4)$ و $P_2(7,2)$

الحل:

المسافة بين نقطة ومستقيم :

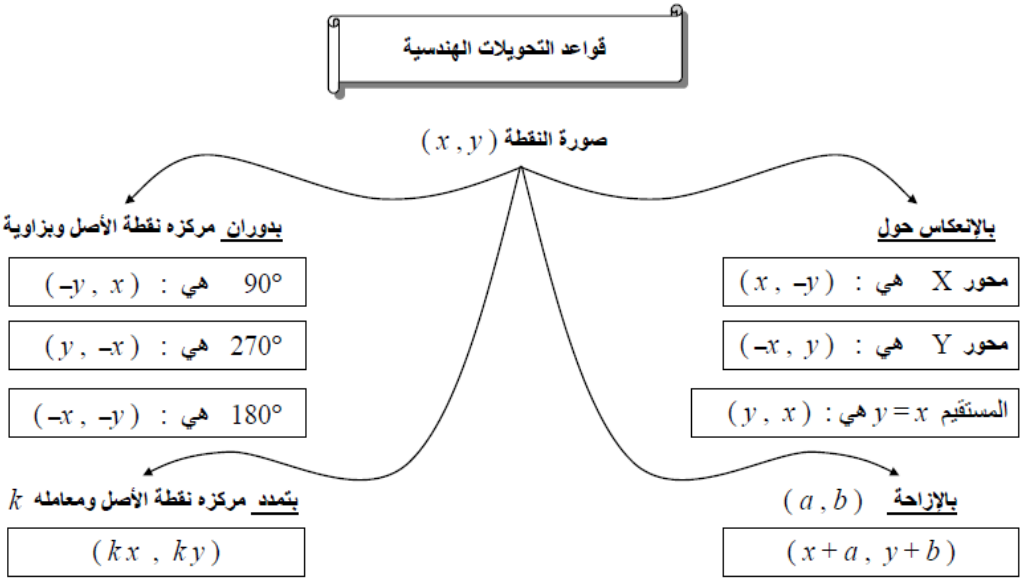
بعد النقطه (x_1, y_1) عن المستقيم $a\,x + b\,y + c = 0$

مثال : أوجد بعد النقطه $(-5, 1)$ عن المستقيم $3x - 4y + 4 = 0$

الحل:

الحقوق محفوظة لقناة
http://telegram.me/ques_math

٩) يمثل التحويلات الهندسية (التناظر ، الانسحاب ، الدوران ، مغير البعد)



ملاحظات

1) الدوران المذكور أعلاه عكس اتجاه عقارب الساعة
2) الدوران بزاوية قياسها $180°$ يكافئ تحويل مركب (انعكاس في محور X ثم انعكاس في محور Y)
3) الإزاحة تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين . (مقدارها يساوي مثلي المسافة بين المستقيمين المتوازيين) .
4) الدوران تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين . (بزاوية قياسها مثلي قياس الزاوية الحادة أو القائمة بين المستقيمين)

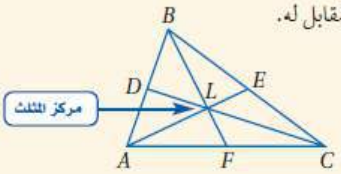
١٠) يستخدم العلاقات المترية في المثلث

القطع المتوسطة وارتفاعات المثلث: القطعة المتوسطة في مثلث هي قطعة مستقيمة طرفاها أحد رؤوس المثلث ونقطة منتصف الضلع المقابل لذلك الرأس.

ولكل مثلث ثلاث قطع متوسطة تتقاطع في نقطة واحدة. تسمّى نقطة تلاقي القطع المتوسطة للمثلث **مركز المثلث**. ومركز المثلث هو نقطة توازن ذلك المثلث.

نظرية 4.7 نظرية مركز المثلث

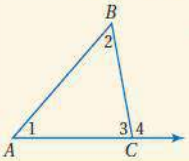
يبعد مركز المثلث عن كل رأس من رؤوس المثلث ثُلثي طول القطعة المتوسطة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له.



مثال: إذا كانت L مركز $\triangle ABC$، فإنّ
$AL = \frac{2}{3}AE,\ BL = \frac{2}{3}BF,\ CL = \frac{2}{3}CD$

نظرية 4.8 متباينة الزاوية الخارجيّة

قياس الزاوية الخارجيّة للمثلث أكبر من قياس كلٍّ من الزاويتين الداخليتين البعيدتين المناظرتين لها.



مثال: $m\angle 4 > m\angle 1$
$m\angle 4 > m\angle 2$

١١) يتعرف القطوع المخروطية ويميز معادلاتها وخصائصها ويمثلها بيانيا

١) القطع المكافئ

مفهوم أساسي — **خصائص القطع المكافئ**

المعادلة في الصورة القياسية: $(x-h)^2 = 4c(y-k)$		المعادلة في الصورة القياسية: $(y-k)^2 = 4c(x-h)$	
$c > 0$	$c < 0$	$c > 0$	$c < 0$
المنحنى مفتوح رأسيًا		المنحنى مفتوح أفقيًا	
الاتجاه:		الاتجاه:	
الرأس: (h, k)		الرأس: (h, k)	
البؤرة: $(h, k+c)$		البؤرة: $(h+c, k)$	
معادلة محور التماثل: $x = h$		معادلة محور التماثل: $y = k$	
معادلة الدليل: $y = k - c$		معادلة الدليل: $x = h - c$	
طول الوتر البؤري: $\|4c\|$		طول الوتر البؤري: $\|4c\|$	

كيف نحدد خصائص القطع :

إذا كان x^2 والـ y من الدرجه الأولى

↓

قطع مكافئ والمنحنى مفتوح رأسياً

↓ ↓

للأسفل — للأعلى

معامل الـy سالب — معامل الـy موجب

إذا كان y^2 والـ x من الدرجه الأولى

↓

قطع مكافئ والمنحنى مفتوح أفقياً

↓ ↓

لليسار — لليمين

معامل الـx سالب — معامل الـx موجب

مثال 7.4: أثبت أن المعادلة $y^2 - 8x + 2y + 9 = 0$ تمثل قطعًا مكافئًا وأوجد البؤرة والدليل والرأس والمحور وارسم المنحنى.

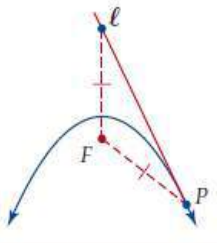
الحل : بإكمال المربع لـ y نحصل على:

$$y^2 + 2y = 8x - 9$$

وبالتالى فإن $p = 2$، $h = 1$، $k = -1$ وبذلك يكون القطع المكافئ فى الاتجاه القياسى ورأسه $(1, -1)$ ومفتوح لليمين ومن ثم فالبؤرة عند $(h+p, k) = (2+1, -1) = (3, -1)$. ويكون دليل القطع المكافئ هو الخط $x = h - p = 1 - 2 = -1$ ويكون المحور هو الخط $y = -1$، والمنحنى

معادلة مماس منحنى القطع المكافئ

مفهوم أساسي — **مماس منحنى القطع المكافئ**



مماس القطع المكافئ عند النقطة P المغايرة لرأسه هو مستقيم يحوي أحد أضلاع مثلث متطابق الضلعين بحيث تكون:

- القطعة المستقيمة الواصلة بين P والبؤرة هي أحد الضلعين المتطابقين.
- القطعة المستقيمة الواصلة بين البؤرة ونقطة تقاطع المماس مع محور التماثل هي الضلع الثاني.

مثال : أكتب معادلة مماس منحنى القطع المكافئ عند النقطة المعطاة

$$-4x = (y+5)^2 ; (0,-5)$$

أولا: نضع معادلة المنحنى في الصورة القياسية ونحدد الرأس والبؤرة :

المنحنى مفتوح افقيا $(y-k)^2 = 4c(x-h)$

$$(y-(-5))^2 = -4(x-0)$$

بما أن $4c = -4$ ∴ $c = -1$

الرأس $(h,k) = (0,-5)$ ،

البؤرة $(h+c,k) = (-1,-5)$

ثانيا: نوجد المسافة بين البؤرة F ونقطة التماس P :

$$d = \sqrt{(-1-0)^2 + (-5-(-5))^2} = \sqrt{1} = 1$$

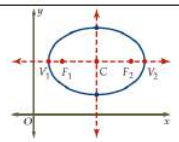
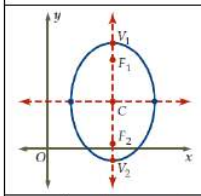
ثالثا : النقطة الاخرى للمماس $(h+c-d,k) = (-1-1,-5) = (-2,-5)$

رابعا: ميل المماس $m = \frac{-5-(-5)}{-2-0} = 0$

$y = -5$

٢) القطع الناقص :

خصائص القطع الناقص :

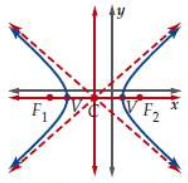
الصورة القياسية :	$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	الصورة القياسية :	$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$
الشكل البياني :		الشكل البياني :	
الاتجاه :	المحور الأكبر أفقي	الاتجاه :	المحور الأكبر رأسي
المركز :	(h,k)	المركز :	(h,k)
البؤرتان :	$(h\pm c,k)$	البؤرتان :	$(h,k+c)$
الرأسان	$(h\pm a,k)$	الرأسان :	$(h,k+a)$
الرأسان المرافقان :	$(h,k\pm b)$	الرأسان المرافقان	$(h\pm b,k)$
المحور الأكبر :	$y=k$	المحور الأكبر :	$x=h$
المحور الأصغر:	$x=h$	المحور الأصغر:	$y=k$
العلاقة بين a,b,c	$c^2=a^2-b^2$ أو $c=\sqrt{a^2-b^2}$	العلاقة بين a,b,c	$c^2=a^2-b^2$ أو $c=\sqrt{a^2-b^2}$

٣)القطع الزائد :

مفهوم أساسي خصائص القطع الزائد

المعادلة في الصورة القياسية :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$



الاتجاه: المحور القاطع أفقي

المركز: (h,k)

الرأسان: $(h\pm a,k)$

البؤرتان: $(h\pm c,k)$

المحور القاطع: $y=k$، وطوله $2a$

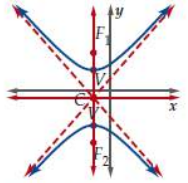
المحور المرافق: $x=h$، وطوله $2b$

خطا التقارب: $y-k=\pm\frac{b}{a}(x-h)$

العلاقة بين a, b, c: $c^2=a^2+b^2$ أو $c=\sqrt{a^2+b^2}$

المعادلة في الصورة القياسية :

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$



الاتجاه: المحور القاطع رأسي

المركز: (h,k)

الرأسان: $(h,k\pm a)$

البؤرتان: $(h,k\pm c)$

المحور القاطع: $x=h$، وطوله $2a$

المحور المرافق: $y=k$، وطوله $2b$

خطا التقارب: $y-k=\pm\frac{a}{b}(x-h)$

العلاقة بين a, b, c: $c^2=a^2+b^2$ أو $c=\sqrt{a^2+b^2}$

كيف نحدد نوع القطع من المعادله المعطاه :

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

يكون قطع مخروطي وتكون الأشكال الممكنة كما يلي:

(A) إذا كان معامل $(xy = 0)$ أي أن $(B = 0)$

- **إذا كانت $A = C$ سيكون المنحنى دائرة. فإذا كان $A \neq C$ فإن**
- **إذا كان $AC = 0$ فهو منحنى قطع مكافئ.**
- **إذا كان $AC > 0$ فهو منحنى قطع ناقص.**
- **إذا كان $AC < 0$ فهو منحنى قطع زائد.**

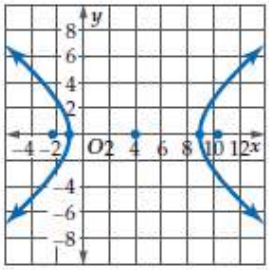
(B) وبصفة عامة:

- **إذا كانت $B^2 - 4AC = 0$ فهو منحنى قطع مكافئ.**
- **إذا كانت $B^2 - 4AC < 0$ فهو منحنى قطع ناقص.**
- **إذا كانت $B^2 - 4AC > 0$ فهو منحنى قطع زائد.**

مثال 1 كتابة المعادلة العامة لقطع مخروطي على الصورة القياسية

اكتب كلًّا من المعادلتين الآتيتين على الصورة القياسية، ثم حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله، ومثِّل منحناه بيانيًّا:

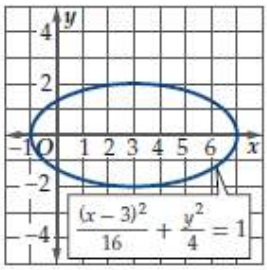
a) $16x^2 - 25y^2 - 128x - 144 = 0$



المعادلة الأصلية	$16x^2 - 25y^2 - 128x - 144 = 0$
جمّع الحدود المتشابهة، وأخرج العامل المشترك	$16(x^2 - 8x + \blacksquare) - 25y^2 = 144 + 16(\blacksquare)$
حلّل وبسّط	$16(x^2 - 8x + 16) - 25y^2 = 144 + 16(16)$
مربع كامل	$16(x - 4)^2 - 25y^2 = 400$
اقسم كل حدّ على 400	$\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

بما أن المعادلة على الصورة $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ فإنها معادلة قطع زائد مركزه $(4, 0)$.

b) $x^2 + 4y^2 - 6x - 7 = 0$



المعادلة الأصلية	$x^2 + 4y^2 - 6x - 7 = 0$
جمّع الحدود المتشابهة	$(x^2 - 6x) + 4y^2 = 7$
أكمل المربع	$(x^2 - 6x + 9) + 4y^2 = 7 + 9$
حلّل وبسّط	$(x - 3)^2 + 4y^2 = 16$
اقسم كلا الطرفين على 16	$\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

بما أنّ المعادلة على الصورة $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ فإنها معادلة قطع ناقص مركزه $(3, 0)$.

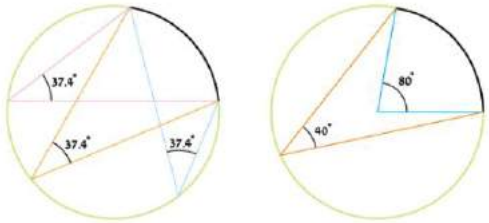
الدائرة

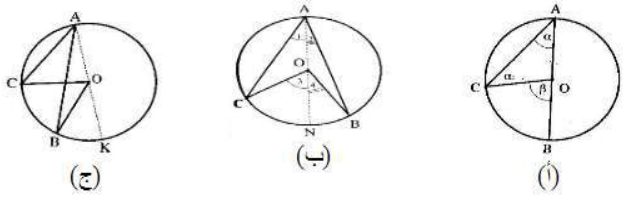
تعريف : الدائرة هي المحل الهندسي لمجموعة النقاط التي تبعد بعد ثابت عن نقطة معينة .
تسمى هذه النقطة مركز الدائرة
52) طريق ثلاث نقاط ليست على مستقيم واحد يمر محيط دائرة واحد

تعريف: الزاوية المركزية هي الزاوية التي رأسها في مركز الدائرة وضلعاها نصفا قطرين. **تعريف:** الزاوية المحيطية هي الزاوية التي رأسها على محيط الدائرة وضلعاها وتران في الدائرة	

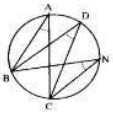
64) الزاوية المحيطية تساوي نصف الزاوية المركزية المرتكزة على نفس القوس

$$\prec BAC = \frac{1}{2} \prec BOC$$



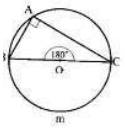


65) الزوايا المحيطية المرتكزة على أقواس متساوية في نفس الدائرة هي أيضا زوايا متساوية فيما بينها والعكس صحيح



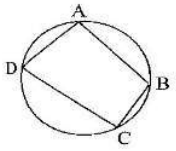
66) الزاوية المحيطية المرتكزة على القطر تساوي 90° (أي قائمة)والعكس صحيح

BC قطر $\longleftrightarrow$ $\prec BAC=90^\circ$



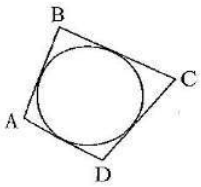
79) مجموع كل زاويتين متقابلتين في شكل رباعي محصور داخل دائرة يساوي 180°

80) كل شكل رباعي فيه مجموع كل زاويتين متقابلتين 180° يمكن حصره داخل دائرة

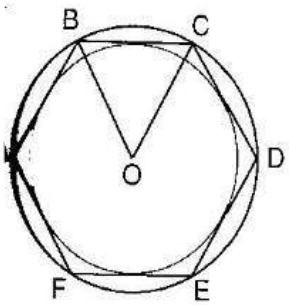


81) مجموع أي ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي الذي يحصر دائرة يساوي مجموع الضلعين المتقابلين الآخرين

82)إذا ا كان مجموع ضلعين متقابلين في شكل رباعي يساوي مجموع الضلعين المتقابلين الآخرين فيمكن حصر دائرة داخله



تعريف: المضلع المنتظم هو المضلع الذي فيه الأضلاع متساوية والزوايا متساوية أيضا



83) كل مضلع منتظم يمكن حصره في دائرة, ويمكن حصر دائرة داخله. وللدائرتين مركز مشترك.

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع :-

تُعطى بالعلاقة : $S = 180(n-2)$ ولحساب عدد الأضلاع يُعطى بالعلاقة $Sn = 180(n-2)$

- لحساب زاوية من زواياه المنتظمة نطبق القانون : $\frac{180(n-2)}{n}$

مفهوم أساسي — الصورة القياسية لمعادلة الدائرة

الصورة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركزها (h, k) ونصف قطرها r هي:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

يمكنك استعمال الصورة القياسية لمعادلة الدائرة لكتابة معادلة دائرة إذا علمت المركز ونصف القطر.

مثال 5 — كتابة معادلة دائرة مركزها وقطرها معلومان

اكتب معادلة الدائرة التي مركزها $(2, -1)$ وقطرها 8.

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ — الصورة القياسية لمعادلة الدائرة

$(x - (-1))^2 + (y - 2)^2 = 4^2$ — $(h, k) = (-1, 2), r = \frac{8}{2} = 4$

$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$ — بسّط

تحقق من فهمك

5A) المركز $(0, 0)$، ونصف القطر 3

5B) المركز $(5, 0)$، والقطر 10

مثال 6 — كتابة معادلة دائرة طرفا قطر فيها معلومان

اكتب معادلة الدائرة إذا كان طرفا قطر فيها $(-8, -1), (7, 6)$.

الخطوة 1: أوجد المركز.

$(h, k) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ — صيغة نقطة المنتصف

$= \left(\frac{7 + (-1)}{2}, \frac{6 + (-8)}{2}\right)$ — $(x_1, y_1) = (7, 6), (x_2, y_2) = (-1, -8)$

$= \left(\frac{6}{2}, \frac{-2}{2}\right)$ — اجمع

$= (3, -1)$ — بسّط

الخطوة 2: أوجد طول نصف القطر.

$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ — صيغة المسافة بين نقطتين

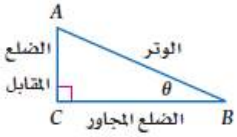
$= \sqrt{(3 - 7)^2 + (-1 - 6)^2}$ — $(x_1, y_1) = (7, 6), (x_2, y_2) = (3, -1)$

$= \sqrt{(-4)^2 + (-7)^2}$ — اطرح

$= \sqrt{65}$ — بسّط

١٢) يتعرف الدوال المثلثية والعلاقة بينها

مثلثية.



يُستعمل الرمز الإغريقي θ (ويقرأ ثيتا) عادة للدلالة على قياس زاوية حادة في المثلث القائم الزاوية. حيث يُستعمل الوتر والضلع المقابل للزاوية التي قياسها θ والضلع المجاور لها في تعريف الدوال المثلثية الست.

مفهوم أساسي — **جميع الدوال المثلثية في مثلث قائم الزاوية**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كانت θ تمثل قياس زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية، فإن الدوال المثلثية الست تعرف بدلالة الوتر والضلع المقابل والضلع المجاور.

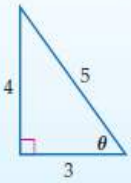
الرموز:

$$\sin\theta\ (\theta \text{ جيب}) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \qquad \csc\theta\ (\theta \text{ قاطع تمام}) = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

$$\cos\theta\ (\theta \text{ جيب تمام}) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \qquad \sec\theta\ (\theta \text{ قاطع}) = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan\theta\ (\theta \text{ ظل}) = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \qquad \cot\theta\ (\theta \text{ ظل تمام}) = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$

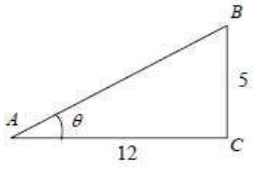
أمثلة:



$$\sin\theta = \frac{4}{5} \quad \cos\theta = \frac{3}{5} \quad \tan\theta = \frac{4}{3}$$

$$\csc\theta = \frac{5}{4} \quad \sec\theta = \frac{5}{3} \quad \cot\theta = \frac{3}{4}$$

مثال ٥: احسب قيم مثلثيات الزاوية θ



الحل:

أولا نحتاج إلى إيجاد طول الوتر وهذا ممكن باستخدام قانون فيثاغورث للمثلث القائم الزاوية ABC :

تتكرر الزوايا التي قياساتها $30°, 45°, 60°$ كثيرًا في حساب المثلثات.

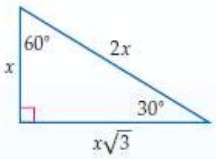
مفهوم أساسي — **بعض قيم الدوال المثلثية للزوايا الخاصة**

أضف إلى مطويتك

نستنتج من المثلث الذي قياسات زواياه $30°-60°-90°$ أن:

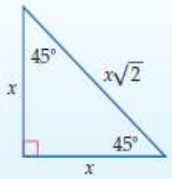
$$\sin 30° = \frac{1}{2} \quad \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos 60° = \frac{1}{2} \quad \tan 60° = \sqrt{3}$$



نستنتج من المثلث الذي قياسات زواياه $45°-45°-90°$ أن:

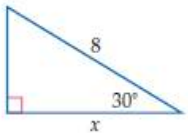
$$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \tan 45° = 1$$



طريقة سهلة لحفظ الدوال المثلثية لبعض الزوايا الخاصه

	0°	30°	45°	60°	90°
Sin	$\sqrt{0}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{4}$
Cos	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
			2		

مثال 3 إيجاد طول ضلع مجهول



استعمل دالة مثلثية لإيجاد قيمة x . قرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم.

طول الوتر يساوي 8. والطول المجهول هو الضلع المجاور للزاوية $30°$.

استعمل دالة جيب التمام لإيجاد قيمة x .

$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ دالة جيب التمام

$\cos 30° = \frac{x}{8}$ بالتعويض عن θ بـ $30°$ ، المجاور بـ x، الوتر بـ 8

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8}$ $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{8\sqrt{3}}{2} = x$ بضرب كلا الطرفين في 8

$6.9 \approx x$ باستعمال الآلة الحاسبة

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

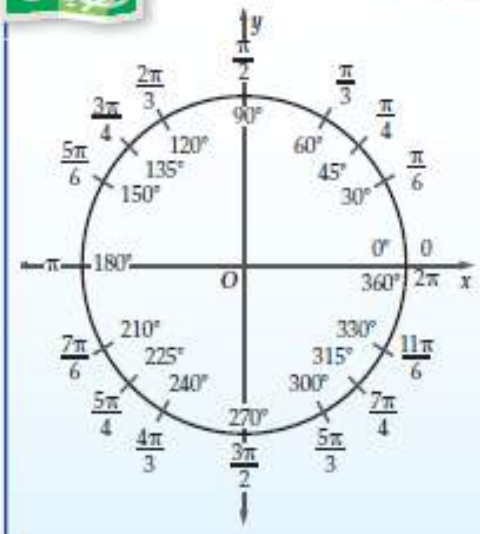
القياس بالدرجات وبالراديان

يُظهر الشكل المجاور قياسات الزوايا الخاصة بالدرجات وبالراديان.

من المفيد أن تحفظ قياسات الزوايا الخاصة الآتية بالدرجات وبالراديان؛ فقياسات الزوايا الخاصة الأخرى ما هي إلا مضاعفات لقياسات هذه الزاويا.

$30° = \frac{\pi}{6}$ $45° = \frac{\pi}{4}$

$60° = \frac{\pi}{3}$ $90° = \frac{\pi}{2}$



وهناك العديد من العلاقات المثلثية الهامة:

1. متطابقات فيثاغورث. لجميع قيم t المعرفة لكل من الطرفين فإن:

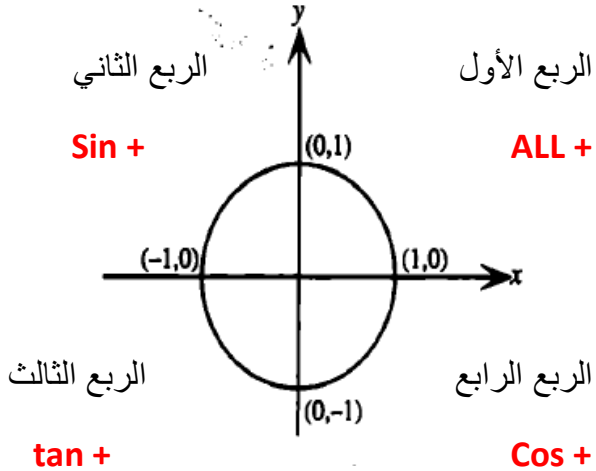
$\cos^2 t + \sin^2 t = 1 \quad 1 + \tan^2 t = \sec^2 t \quad \cot^2 t + 1 = \csc^2 t$

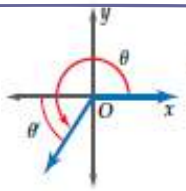
2. متطابقات المقلوب. لجميع قيم t المعرفة لكل من الطرفين فإن:

$\csc t = \frac{1}{\sin t} \quad \sec t = \frac{1}{\cos t} \quad \cot t = \frac{1}{\tan t}$

3. متطابقات خارج القسمة. لجميع قيم t المعرفة لكل من الطرفين فإن:

$\tan t = \frac{\sin t}{\cos t} \quad \cot t = \frac{\cos t}{\sin t}$

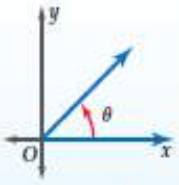
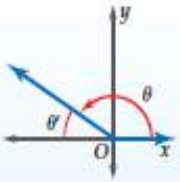
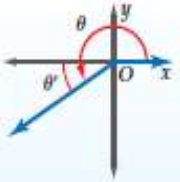
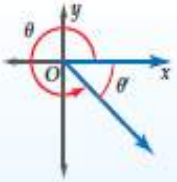




الدوال المثلثية باستعمال الزوايا المرجعية: إذا كانت θ زاوية غير ربعية مرسومة في الوضع القياسي، فإن **زاويتها المرجعية** θ' هي الزاوية الحادة المحصورة بين ضلع انتهاء الزاوية θ والمحور x. والجدول الآتي يُبيّن قواعد إيجاد قياس الزاوية المرجعية للزاوية θ حسب الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء لها، حيث $0° < \theta < 360°$ أو $0 < \theta < 2\pi$.

مفهوم أساسي الزوايا المرجعية

أضف إلى مطويتك

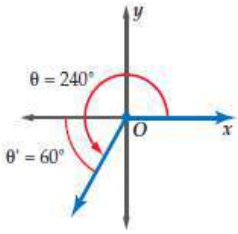
الربع الأول	الربع الثاني	الربع الثالث	الربع الرابع
			
$\theta' = \theta$	$\theta' = 180° - \theta$ $\theta' = \pi - \theta$	$\theta' = \theta - 180°$ $\theta' = \theta - \pi$	$\theta' = 360° - \theta$ $\theta' = 2\pi - \theta$

مثال 4 استعمال الزاوية المرجعية لإيجاد قيمة دالة مثلثية

أوجد قيمة الدالة المثلثية في كلٍّ ممَّا يأتي:

a) $\cos 240°$

يقع ضلع الانتهاء للزاوية $240°$ في الربع الثالث.



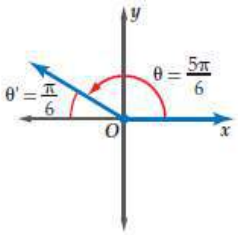
بإيجاد قياس الزاوية المرجعية $\theta' = \theta - 180°$

$\theta = 240°$ $= 240° - 180° = 60°$

دالة جيب التمام سالبة في الربع الثالث $\cos 240° = -\cos 60° = -\frac{1}{2}$

b) $\csc \frac{5\pi}{6}$

يقع ضلع الانتهاء للزاوية $\frac{5\pi}{6}$ في الربع الثاني.



بإيجاد قياس الزاوية المرجعية $\theta' = \pi - \theta$

$\theta = \frac{5\pi}{6}$ $= \pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$

دالة قاطع التمام موجبة في الربع الثاني $\csc \frac{5\pi}{6} = \csc \frac{\pi}{6}$

$\frac{\pi}{6}\text{ rad} = 30°$ $= \csc 30°$

$\csc 30° = \frac{1}{\sin 30°}$ $= 2$

تحقق من فهمك

أوجد قيمة الدالة المثلثية في كلٍّ ممَّا يأتي:

4A) $\cos 135°$ **4B)** $\tan \frac{5\pi}{6}$

بما أن طول الدورة لكلٍّ من الدالتين هو $360°$، فإن قيم كلٍّ من الدالتين تتكرر كل $360°$.
لذلك فإن $\sin(x + 360°) = \sin x$, $\cos(x + 360°) = \cos x$

مثال 4 حساب قيم الدوال المثلثية

أوجد قيم كل دالة ممّا يأتي:

a) $\cos 480°$

$\cos 480° = \cos(120° + 360°)$

$= \cos 120°$

$= -\frac{1}{2}$

b) $\sin \frac{11\pi}{4}$

$\sin \frac{11\pi}{4} = \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{8\pi}{4}\right)$

$= \sin \frac{3\pi}{4}$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}$

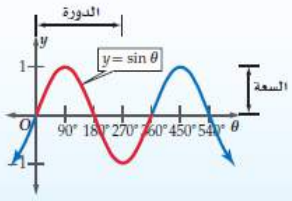
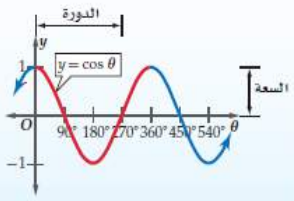
تحقق من فهمك

4A) $\sin 420°$ **4B)** $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

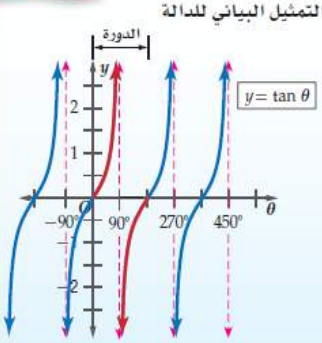
دالتا الجيب وجيب التمام

الدالة المولدة (الأم)	$y = \sin\theta$	$y = \cos\theta$
التمثيل البياني		
المجال	مجموعة الأعداد الحقيقية	مجموعة الأعداد الحقيقية
المدى	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$
السعة	1	1
طول الدورة	360°	360°

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

دالة الظل

الدالة المولدة (الأم)	$y = \tan\theta$	التمثيل البياني للدالة
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 90° + 180°n, n \in Z\}$	
المدى	مجموعة الأعداد الحقيقية	
السعة	غير معرَّفة	
طول الدورة	180°	

المتطابقات المثلثية

المتطابقات النسبية	$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$	$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$	
متطابقات المقلوب	$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$	$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$	$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$
	$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$
متطابقات فيثاغورس	$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$	$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$
متطابقات الزاويتين المتتامتين	$\sin\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\tan\theta = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\sec\theta = \csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
	$\cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\cot\theta = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\csc\theta = \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
متطابقات الدوال الزوجية أو الفردية	$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
	$\csc(-\theta) = -\csc\theta$	$\sec(-\theta) = \sec\theta$	$\cot(-\theta) = -\cot\theta$
متطابقات المجموع والفرق	$\cos(A+B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B$		$\cos(A-B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$
	$\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$		$\sin(A-B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$
	$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A\tan B}$		$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A\tan B}$
متطابقات ضعف الزاوية	$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$	$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$	$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$
	$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$	$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$	
متطابقات نصف الزاوية	$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$	$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$	$\tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$

١٣) يتعرف المتجهات ويجري العمليات عليها

مفهوم أساسي — العمليات على المتجهات

إذا كان $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle b_1, b_2 \rangle$ متجهين، و k عددًا حقيقيًّا، فإن:

جمع متجهين $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2 \rangle$

طرح متجهين $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2 \rangle$

ضرب متجهٍ في عددٍ حقيقيٍّ $k\,\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2 \rangle$

مثال 3 — العمليات على المتجهات

أوجد كلًّا مما يأتي للمتجهات $\mathbf{a} = \langle 2, 5 \rangle, \mathbf{b} = \langle -3, 0 \rangle, \mathbf{c} = \langle -4, 1 \rangle$:

(a $\mathbf{c} + \mathbf{a}$

مفهوم أساسي — طول المتجه في المستوى الإحداثي

إذا كان $\mathbf{v}$ متجهًا، نقطة بدايته (x_1, y_1) ، ونقطة نهايته (x_2, y_2) ، فإن طول $\mathbf{v}$ يُعطى بالصيغة:

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

وإذا كانت $\langle a, b \rangle$ هي الصورة الإحداثية للمتجه $\mathbf{v}$ فإن :

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

مثال 2 — إيجاد طول متجه

أوجد طول $\overrightarrow{AB}$ الذي نقطة بدايته $A(-4, 2)$ ، ونقطة نهايته $B(3, -5)$.

الصورة الإحداثية لـ $\overrightarrow{AB}$ الذي نقطة بدايته $A(x_1, y_1)$ ، ونقطة نهايته $B(x_2, y_2)$ هي :

$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

مفهوم أساسي — الضرب الداخلي لمتجهين في المستوى الإحداثي

يُعرَّف الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2 \rangle, \mathbf{b} = \langle b_1, b_2 \rangle$ كالآتي :

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

العلاقة بين الضرب الداخلي وطول المتجه

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = |\mathbf{u}|^2$$

البرهان

إثبات أن: $\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = |\mathbf{u}|^2$

افترض أن: $\mathbf{u} = \langle u_1, u_2 \rangle$

$\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = u_1^2 + u_2^2$	الضرب الداخلي
$= \left(\sqrt{u_1^2 + u_2^2}\right)^2$	اكتب على صورة مربع جذر $(u_1^2 + u_2^2)$
$= |\mathbf{u}|^2$	$\sqrt{u_1^2 + u_2^2} = |\mathbf{u}|$

ستبرهن الخصائص الثلاث الأولى في الأسئلة 37–35

مثال 2 — استعمال الضرب الداخلي لإيجاد طول متجه

استعمل الضرب الداخلي؛ لإيجاد طول $\mathbf{a} = \langle -5, 12 \rangle$.

بما أن: $|\mathbf{a}|^2 = \mathbf{a} \cdot \mathbf{a}$ ، فإن: $|\mathbf{a}| = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}}$.

$\|\langle -5, 12 \rangle\| = \sqrt{\langle -5, 12 \rangle \cdot \langle -5, 12 \rangle}$	$\mathbf{a} = \langle -5, 12 \rangle$
$= \sqrt{(-5)^2 + 12^2} = 13$	بسّط

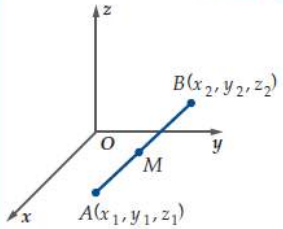
مثال 3 — إيجاد قياس الزاوية بين متجهين

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلٍّ مما يأتي:

$$\mathbf{u} = \langle -5, -2 \rangle, \mathbf{v} = \langle 4, 4 \rangle$$

الزاوية بين متجهين $\cos\theta = \dfrac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}|\,|\mathbf{v}|}$

مفهوم أساسي — **صيغتا المسافة ونقطة المنتصف في الفضاء**



تُعطى المسافة بين النقطتين $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$ بالصيغة:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

وتعطى نقطة المنتصف M لـ $\overline{AB}$ بالصيغة:

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$$

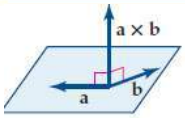
مفهوم أساسي — **العمليات على المتجهات في الفضاء**

إذا كان $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$، $\mathbf{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ متجهين في الفضاء، وكان k عددًا حقيقيًّا، فإن:

جمع متجهين $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3 \rangle$

طرح متجهين $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b}) = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3 \rangle$

ضرب متجهٍ في عددٍ حقيقيٍّ $k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2, ka_3 \rangle$



الضرب الاتجاهي هو نوع آخر من الضرب بين المتجهات في الفضاء، وبخلاف الضرب الداخلي، فإن **الضرب الاتجاهي** لمتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ هو متجه وليس عددًا، ويُرمز له بالرمز $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$، ويُقرأ a cross b، ويكون المتجه $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ عموديًّا على المستوى الذي يحوي المتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$.

مفهوم أساسي — **الضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء**

إذا كان: $\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$، فإن الضرب الاتجاهي للمتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$

هو المتجه: $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_2b_3 - a_3b_2)\mathbf{i} - (a_1b_3 - a_3b_1)\mathbf{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\mathbf{k}$

الحقوق محفوظة لقناة
http://telegram.me/ques_math

((معيار 4))

١) يتعرف وحدات القياس (وحدة قياس الزوايا ، الطول ، المحيط ، المساحة ، الحجم ، درجة الحرارة ، الزمن)
٢) يحول بين وحدات القياس المختلفة ضمن النظام نفسه

(١) وحدات قياس الزمن :-
السنة = ١٢ شهر
الشهر = ٤ أسابيع
الشهر = ٣٠ يوم
الأسبوع = ٧ أيام
اليوم = ٢٤ ساعة
الساعة = ٦٠ دقيقة
الدقيقة = ٦٠ ثانية

(٢) وحدات قياس الطول :-
١ كيلو متر = ١٠٠٠ متر
١ متر = ١٠ دسم
١ متر = ١٠٠ سم
١ دسم = ١٠ سم
١ سم = ١٠ ملم

(٣) وحدات قياس المساحة :-
١ كيلو متر مربع = ١٠٠٠٠٠٠ متر مربع
١ متر مربع = ١٠٠ دسم مربع
١ متر مربع = ١٠٠٠٠ سم مربع
١ دسم مربع = ١٠٠ سم مربع
١ سم مربع = ١٠٠ ملم مربع

(٤) وحدات قياس الحجم :-
١ كيلو متر مكعب = ١٠٠٠ × ١٠٠٠ × ١٠٠٠ متر مكعب
١ متر مكعب = ١٠٠٠ دسم مكعب
١ متر مكعب = ١٠٠٠ × ١٠٠٠ سم مكعب
١ دسم مكعب = ١٠٠٠ سم مكعب
١ سم مكعب = ١٠٠٠ ملم مكعب

(٥) وحدات قياس الوزن :-
١ طن = ١٠٠٠ كيلو غرام
١ كيلو غرام = ١٠٠٠ غرام
١ ملغم = ٠.٠٠١ غرام

(٦) وحدة قياس حجم السائل :-
١ متر مكعب = ١٠٠٠ لتر
١ لتر = ١ دسم مكعب

(٧) السنة الكبيسة :-
هي السنة التي تقبل القسمة على ٤ وعدد أيامها ٣٦٦ يوم ويكون فيها فبراير ٢٩ يوم .

(٨) السنة البسيطة :-
هي السنة التي لا تقبل القسمة على ٤ وعدد أيامها ٣٦٥ يوم ويكون فيها فبراير ٢٨ يوم .

ملاحظة: التحويل من وحدة الى أخري:

عند التحويل الكيلومترات الى سنتيمترات

- اذا كان كل ١ كيلو متر = (١٠٠٠) متر
- اذا كان كل ١ متـــــر = (١٠٠) سم
- اذن اذا أردنا ان نعرف عدد **السنتيمترات في ١ كيلو متر** يمكننا معرفة ذلك كالتالي:
- نقوم بضرب ١٠٠٠ متر × ١٠٠ سم
- اذن:

(١) كيلومتر = ١٠٠٠ × ١٠٠ = ١٠٠٠٠٠ سم

عند التحويل من سنتيميترات الى متر

- كل ١ متـــــر = (١٠٠) سم
- اذن اذا كان لدينا ١٠٠٠٠٠ سم واردنا ان نحولهم الى **أمتار** فلابد من القسمة على ١٠٠ سم كالتالي:
- ١٠٠٠٠٠ سم ÷ ١٠٠ متر = ١٠٠٠ متر
- **اذن ١٠٠٠٠٠سم = ١٠٠٠ متر**

التحويل من سنتيمتر الى كيلو متر

- فاذا كان كل ١ كيلومتر = ١٠٠٠٠٠ سنتيمتر
- اذن فاذا كان لدينا ١٠٠٠٠٠ سم و اردنا تحوليهم **الى كيلومتر** فلابد من القسمة على **١٠٠٠٠٠سم**
- **١٠٠٠٠٠سم ÷ ١٠٠٠٠٠سم = ١ كلومتر**

٣) يوجد محيط ومساحة المثلث والدائرة والأشكال الرباعية

٤) يحسب حجوم بعض المجسمات ويوجد مساحتها الجانبية والكلية

b القاعده
h ارتفاع
l طول
w عرض
d قطر
r نصف قطر
s ضلع

الصيغ

الهندسة الإحداثية

على خط الأعداد:

$$M = \frac{a+b}{2}$$

في المستوى الإحداثي:

$$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

في الفراغ:

$$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$$

نقطة المنتصف

على خط الأعداد:

$$d = |a-b|$$

في المستوى الإحداثي:

$$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

في الفراغ:

$$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

المسافة بين نقطتين

$$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}, x_2 \neq x_1$$

الميل

المحيط

المربع $P = 4s$

المستطيل $P = 2\ell + 2w$

الدائرة $C = 2\pi r$ أو $C = \pi d$

المساحة

المربع $A = s^2$

المستطيل $A = \ell w$ أو $A = bh$

متوازي الأضلاع $A = bh$

شبه المنحرف $A = \frac{1}{2}h(b_1+b_2)$

المُعيَّن $A = \frac{1}{2}d_1 d_2$ أو $A = bh$

المثلث $A = \frac{1}{2}bh$

الدائرة $A = \pi r^2$

القطاع الدائري $A = \frac{N}{360} \cdot \pi r^2$

المساحة الجانبية

المنشور $L = Ph$

الأسطوانة $L = 2\pi rh$

الهرم $L = \frac{1}{2}P\ell$

المخروط $L = \pi r\ell$

المساحة السطحية

المنشور $T = Ph + 2B$

الأسطوانة $T = 2\pi rh + 2\pi r^2$

الهرم $T = \frac{1}{2}P\ell + B$

المخروط $T = \pi r\ell + \pi r^2$

الكرة $T = 4\pi r^2$

الحجم

المكعب $V = s^3$

متوازي المستطيلات $V = \ell wh$

المنشور $V = Bh$

الأسطوانة $V = \pi r^2 h$

الهرم $V = \frac{1}{3}Bh$

المخروط $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

الكرة $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

٥) يحل مسائل تتضمن مقياس رسم بإستخدام النسبه والتناسب

٦) يوظف التقريب في القياس

٧) يحل مسائل رياضية تطبيقية على القياس

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

مع مراعاة تحويل الطولين إلى وحدة واحدة

مثال (١) : المسافة بين بلدين ٣٥ كيلو متراً ، فإذا كانت المسافة بين البلدين على الخريطة ٥ سنتيمترات . أوجد مقياس الرسم الذي رُسمت به هذه الخريطة ؟

الحل :-

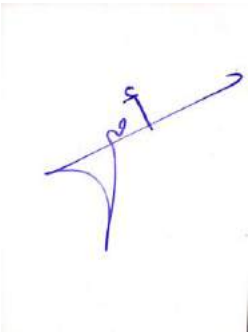
$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{٥}{٣٥ \times ١٠٠٠ \times ١٠٠} = \frac{١}{٧٠٠٠٠٠}$$

مقياس الرسم = ١ : ٧٠٠٠٠٠

test-q.com

الحقوق محفوظة لقناة
http://telegram.me/ques_math

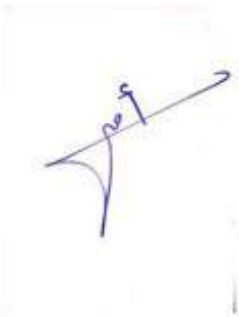


أسئلة المعيار 3 و 4

أسئلة
المعيار الثالث و الرابع

((الهندسة والقياس))

الحقوق محفوظة لقناة
http://telegram.me/ques_math

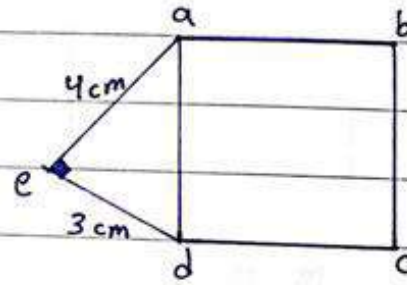


أسئلة المعيار ((3 و 4))

① * اجري إنسحاب إلى اليمين للنقطة $(-3, 2)$ بمقدار وحدة واحدة، ثم انسحاب إلى أسفل بمقدار وحدتين، ثم تناظر حول نقطة الأصل ما مجموع إحداثيات النقطة الناتجة؟

أ) 8 ب) 2 ج) -2 د) -8

② * في الشكل أدناه، ما مساحة المربع abcd بالسنتيمتر المربع؟

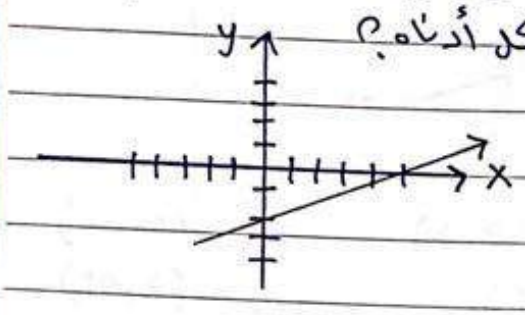


أ) 5 ب) 7 ج) 25 د) 49

③ * إذا كانت النقطة $(3, 4)$ تقع في منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين $(X, 0)$، $(5, Z)$، فإن $X+Z$ تساوي:

أ) 9 ب) 7 ج) 6 د) 2

④ * أي مما يلي يمثل معادلة المستقيم المبين في الشكل أدناه؟

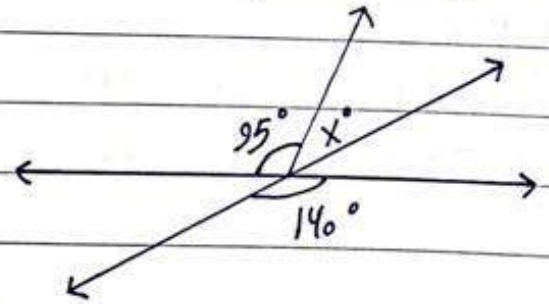


أ) $y = \frac{2}{5}x + 2$ ب) $y = 10x + 2$ ج) $y = 10x - 2$ د) $y = \frac{2}{5}x - 2$

⑤ * تحرك هادي كيلومترين باتجاه الشرق، ثم سار جنوباً ثلاثة كيلومترات، ثم انعطف غرباً وقطع كيلومتراً واحداً، ما المسافة بين نقطة البداية وموضعه الحالي بالكيلومترات؟

أ) 4 ب) $\sqrt{4}$ ج) 10 د) $\sqrt{10}$

⑥ * في الشكل أدناه، ما قيمة X؟



أ) 40 ب) 45 ج) 50 د) 55

1

أسئلة معيار (3 و 4)

(٧) * ما التمثيل البياني لمعادلتي المستقيمين $y-3x=-5$ و $3y+x=8$ ؟

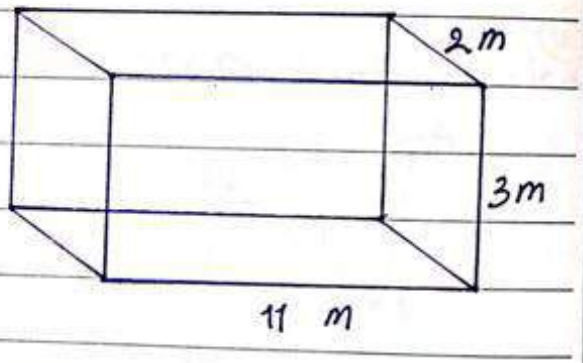
أ) مستقيمان متعامدان

ب) مستقيمان متوازيان

ج) يقطعان المحور x في نفس النقطة

د) يقطعان المحور y في نفس النقطة

(٨) * في الشكل أدناه، ما مساحة الأوجه بالمتر المربع



أ) 61 ج) 122

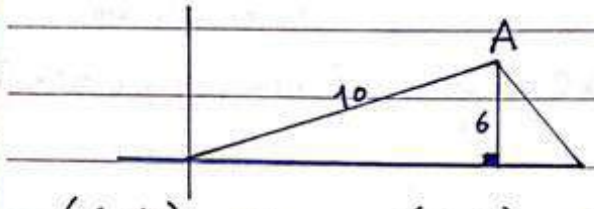
ب) 66

(٩) * إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (a,b) و (c,d) يساوي 0.5، فما ميل المستقيم المار بالنقطتين $(2-4a, 3-4b)$ و $(2-4c, 3-4d)$ ؟

أ) 0.5 ج) -0.5

ب) 2 د) -2

(١٠) * في الشكل أدناه، ما إحداثيات النقطة A ؟



أ) (6,8) ج) (6,10)

ب) (8,6) د) (10,6)

(١١) * ما مساحة سطح الهرم الرباعي المنتظم الذي طول قاعدته 5 cm، وارتفاعه الجانبي 10 cm بالسنتيمتر المربع ؟

أ) 115 ج) 125

ب) 120 د) 130

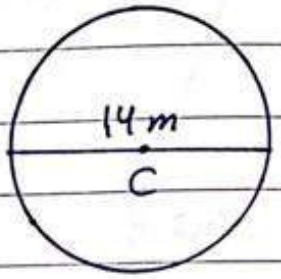
(١٢) * تعمل نوافه في مصنع يبعد عن منزله مسافة 30 Km في اتجاه الشمال، إذا نقل المصنع مسافة 30km غرب موقعه الحالي، فكم ستكون المسافة بالكيلو متر من المصنع في الموقع الجديد ومنزل نوافه ؟

أ) $42\sqrt{2}$ ج) 42

ب) $30\sqrt{2}$ د) 30

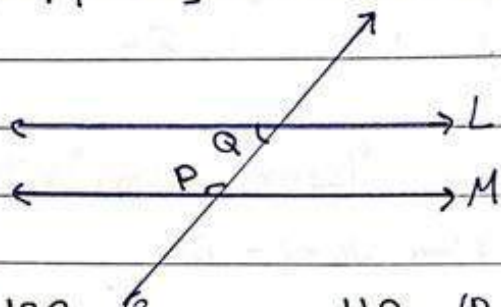
أسئلة معيار ((3 و 4))

(١٣) * في الشكل أدناه C دائرة قطرها 14 m
ما المساحة التقريبية للدائرة بالمتر المربع ؟



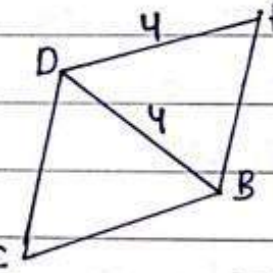
أ) 44 ب) 88
ج) 154 د) 308

(١٢) * في الشكل أدناه المستقيمان L , M
متوازيان ، إذا كان $m\angle P = 4X + 5$
$m\angle Q = 2X - 11$ ، فما قياس P بالدرجات ؟



أ) 119 ب) 129
ج) 139 د) 149

(١٤) * ما مساحة المعين ABCD في الشكل أدناه ؟

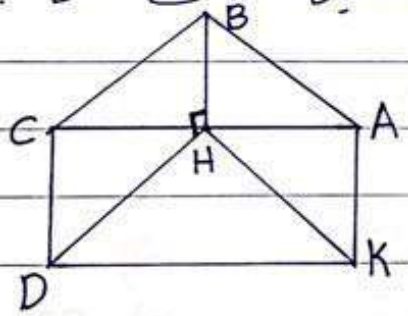


أ) $8\sqrt{5}$ ب) $4\sqrt{5}$
ج) $4\sqrt{12}$ د) $2\sqrt{12}$

(١٧) * ما قيمة C التي تجعل المعادلة
$(2X-1)^2 + cy^2 - 6y = 14$ تمثل دائرة ؟

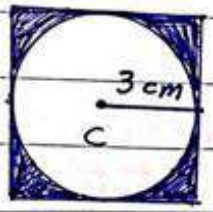
أ) -4 ب) -2
ج) 2 د) 4

(١٨) * الشكل أدناه مرسوم في الفضاء الثلاثي
أي قطعة مستقيمة تخالف $\overline{BC}$ ؟



أ) $\overline{AC}$ ب) $\overline{DH}$
ج) $\overline{AK}$ د) $\overline{BH}$

(١٥) * في الشكل أدناه ، نسبة مساحة المنطقة المظللة إلى مساحة الدائرة التي مركزها C تساوي :

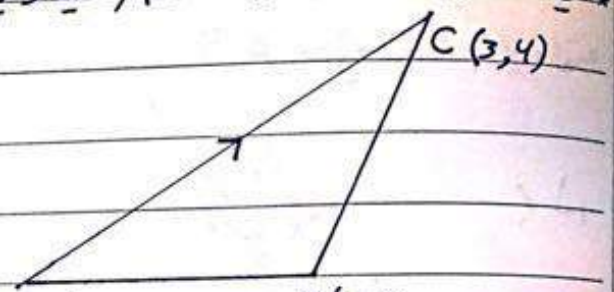


أ) $\frac{4}{\pi} - 1$ ب) $1 - \frac{4}{\pi}$
ج) $4 - \frac{1}{\pi}$ د) $\frac{1}{\pi} - 4$

3

أسئلة معيار ((3 و 4))

(١٩) * في الشكل أدناه، طول $\overline{AC}$ يساوي :



أ) 5 ب) 7 ج) 16 د) 25

(٢٠) * إذا طوله وارتفاعها 10cm ، ومساحته الجانبية $100\pi\ cm^2$ ، فما حجمه بالسنتيمتر المكعب؟

أ) 300π ب) 250π ج) 200π د) 150π

(٢١) * $x^2 = -9y$ تمثل المعادلة :

أ) قطع ناقص طولها محوره الأصغر $(0,3)(0,-3)$

ب) قطع ناقص بؤرتاه $(0,3)(0,-3)$

ج) قطع مكافئ مفتوح إلى أسفل

د) قطع مكافئ مفتوح إلى اليسار

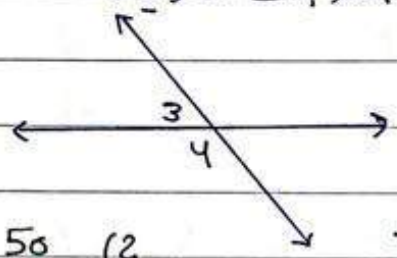
(٢٢) * إذا كان $\vec{u} = \langle 1,-1,2 \rangle$ و $\vec{v} = \langle 3,1,1 \rangle$ فإن حاصل ضرب $\vec{u}\vec{v}$ يساوي :

أ) 4 ب) 6 ج) $(3,-1,2)$ د) $(4,0,3)$

(٢٣) * إذا كانت المسافة بين النقطتين $(-2,1)$ و $(1,y)$ تساوي 3 ، فإن إحدى قيم y هي :

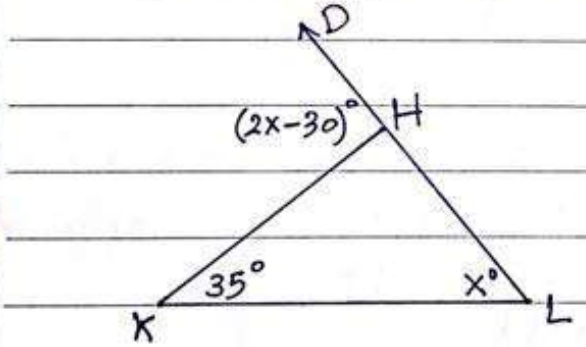
أ) 3 ب) 1 ج) -1 د) -3

(٢٤) * إذا كان $m\angle 3 = (2x)^\circ$ ، $m\angle 4 = (2x+60)^\circ$ فإن $m\angle 3$ بالدرجات تساوي :



أ) 70 ب) 60 ج) 50 د) 40

(٢٥) * قيمة x في الشكل أدناه تساوي :

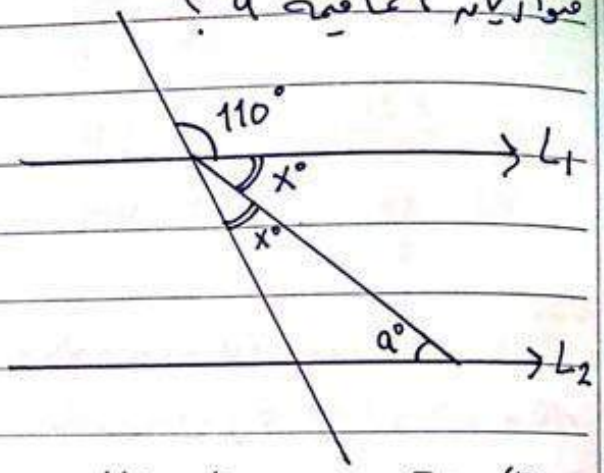


أ) 75 ب) 70 ج) 65 د) 60

(4)

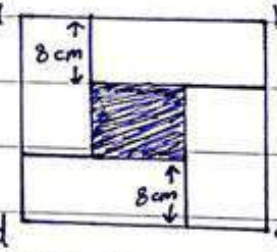
أسئلة معيار « 3 و 4 »

(٢٦) * في الشكل أدناه، إذا كان المستقيمان L_1, L_2 متوازيان، فما قيمة a ؟



أ) 30 ب) 35 ج) 40 د) 45

(٢٧) * في الشكل أدناه مربع abcd، طول ضلعه 28 cm، فما مساحة المربع المظلل بالسنتيمتر المربع؟

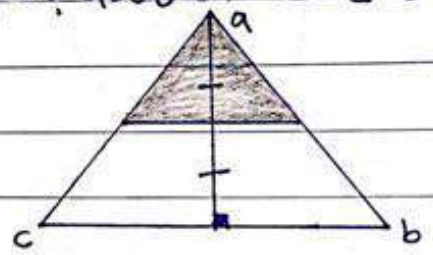


أ) 100 ب) 121 ج) 144 د) 400

(٢٨) * إذا أجرينا انسحاباً لمستقيم معادلته $y = X - 1$ بمقدار 5 وحدات إلى اليمين فما معادلة المستقيم الجديد؟

أ) $y = X - 5$ ب) $y = X + 5$ ج) $y = X - 6$ د) $y = 5X - 1$

(٢٩) * في الشكل أدناه abc مثلث متطابق الضلعين $ab = ac$، إذا كانت مساحة المثلث المظلل $8\,cm^2$ فما مساحة المثلث abc بالسنتيمتر المربع؟

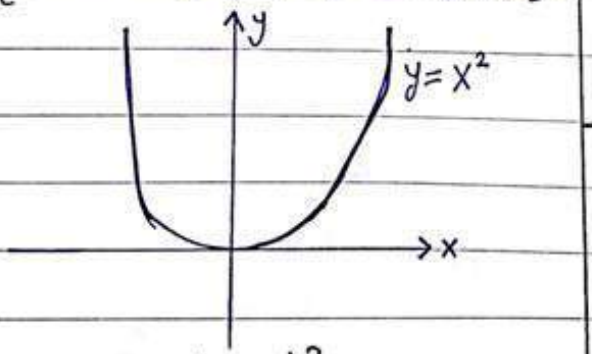


أ) 40 ب) 32 ج) 24 د) 16

(٣٠) * إذا كانت القيمة العددية لمساحة دائرة 5 أضعاف القيمة العددية لمحيطها، فإن نصف قطر الدائرة يساوي:

أ) 5 ب) 10 ج) 15 د) 20

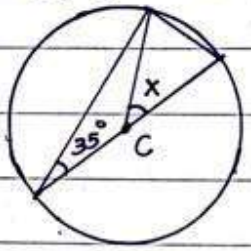
(٣١) * إذا تم عمل إنسحاب لقطع مكافئ في الشكل أدناه ليكون رأسه $(-1, 2)$ فما معادلة القطع الجديد؟



أ) $y - 1 = (x + 2)^2$
ب) $y + 1 = (x - 2)^2$
ج) $y + 2 = (x - 1)^2$
د) $y - 2 = (x + 1)^2$

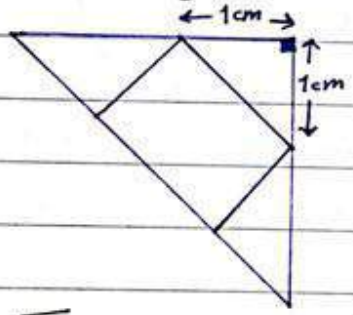
أسئلة معيار ((3 و 4))

(٣٦) * في الشكل أدناه، دائرة مركزها C، فما قيمة X؟



أ) 75 ب) 70 ج) 65 د) 60

(٣٧) * إذا تم رسم مربع داخل مثلث متطابق الضلعين فما مساحة المربع بالسنتيمتر؟



أ) 1 ب) 2 ج) $\sqrt{2}$ د) $\sqrt{3}$

(٣٨) * معادلة المستقيم العمودي على المستقيم $y=2X+1$ ويمر بالنقطة $(2,-4)$ هي:

أ) $y=-2X$
ب) $y=2X-8$
ج) $y=-\frac{1}{2}X-3$
د) $y=-\frac{1}{2}X-5$

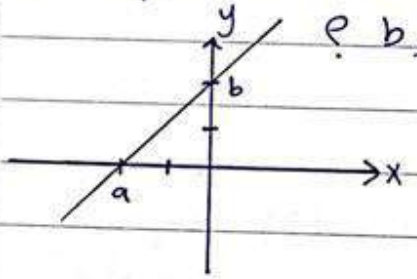
(٣٣) * محيط دائرة 44 cm، فما مساحتها التقريبية بالسنتيمتر المربع؟ $\left(\pi=\frac{22}{7}\right)$

أ) $\frac{154}{7}$ ب) $\frac{98}{7}$ ج) 49 د) 154

(٣٢) * إذا كانت النقطة (4,0) تقع على محيط دائرة مركزها (3,0) فما طول نصف قطر الدائرة؟

أ) $\sqrt{12}$ ب) $\sqrt{7}$ ج) 5 د) 7

(٣٤) * في الشكل أدناه، ما معادلة المستقيم المار بالنقطتين a و b؟



أ) $y=X+2$ ب) $y=X-2$ ج) $y=-X+2$ د) $y=-X-2$

(٣٥) * إذا كانت أبعاد متوازي مستطيلات أعداداً صحيحة وكانت المساحات السطحية للسطوح هي 12، 12، 8، 8، 6، 6، فما حجمه؟

أ) 24^2 ب) 12^2 ج) 24 د) 12

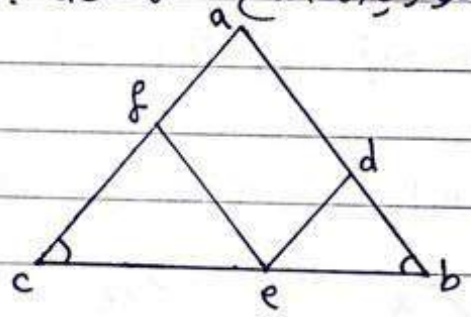
6

أسئله معيار ((4 و 3))

(٣٩) * طول نصف قطر الدائره $x^2+y^2+8y=9$ يساوي :

أ) 3 ب) 4 ج) 5 د) 6

(٤٠) * في الشكل أدناه abc مثلث متطابق الضلعين ، إذا كان $ab=ac=18$ سم ، فما محيط متوازي الاضلاع adef ؟



أ) 32 ب) 34 ج) 36 د) 38

(٤١) * كره نصف قطرها 13 سم ، قطع مستوٍ يبعد عن المركز بمقدار 5 سم ، فما محيط الدائره المقطع الناتج ؟

أ) 12π سم ب) 24π سم ج) 26π سم د) 144π سم

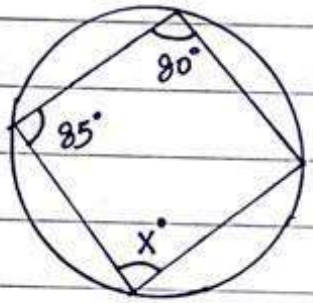
(٤٢) * المسافه بين النقطتين (0,3) (4,0) تساوي

أ) 3 ب) 4 ج) 5 د) 7

(٤٣) * مركز الدائره التي معادلتها $x^2+y^2+4x-6y-23=0$ هو :

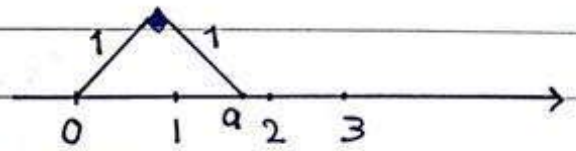
أ) (-2,3) ب) (2,-3) ج) (3,-2) د) (-3,2)

(٤٤) * في الشكل أدناه ، ما قيمة x ؟



أ) 90 ب) 95 ج) 100 د) 105

(٤٥) * في الشكل أدناه ، ما قيمة a ؟

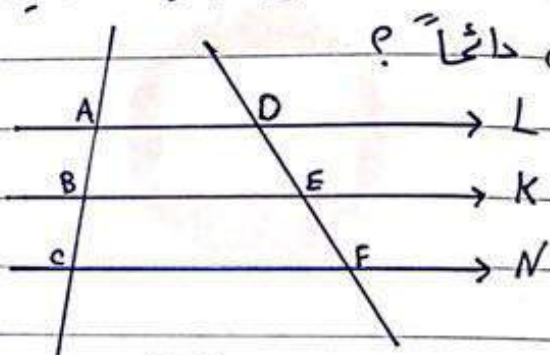


أ) 1.5 ب) $\sqrt{2}$ ج) $\sqrt{3}$ د) 2.5

7

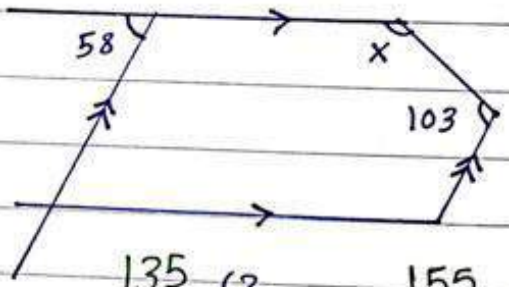
أسئلة معيار ((3, 4))

(٤٦) * إذا كان L, K, N مستقيمات متوازية وكان $\overline{AB} = \overline{BC}$ ، فأي العبارات التالية صحيحة دائماً ؟



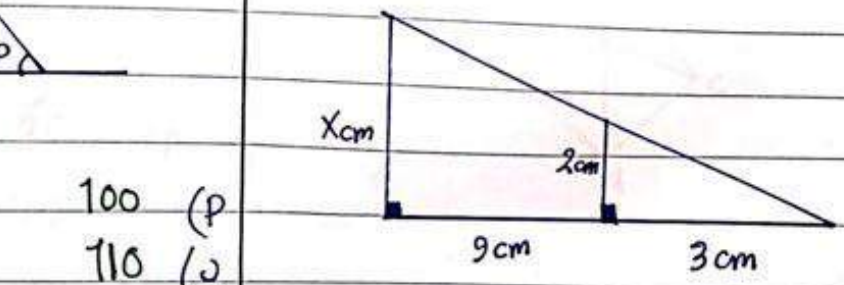
أ) $\overline{AB} = \overline{DE}$ ب) $\overline{BC} = \overline{EF}$ ج) $\overline{DE} = \overline{EF}$ د) $\overline{AC} = \overline{DF}$

(٤٧) * ما قياس الزاوية X في الشكل المرافق؟



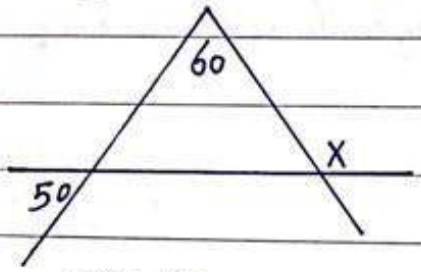
أ) 155 ب) 145 ج) 135 د) 125

(٤٨) * في الشكل أدناه ، ما قيمة X ؟



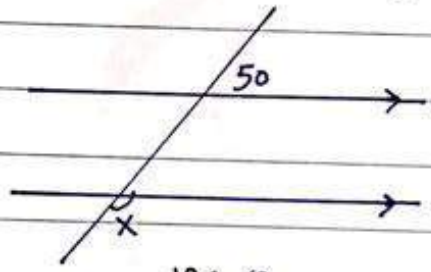
(الرسم ليس على القياس)

(٤٩) * في الشكل المرافق، قيمة X هي :



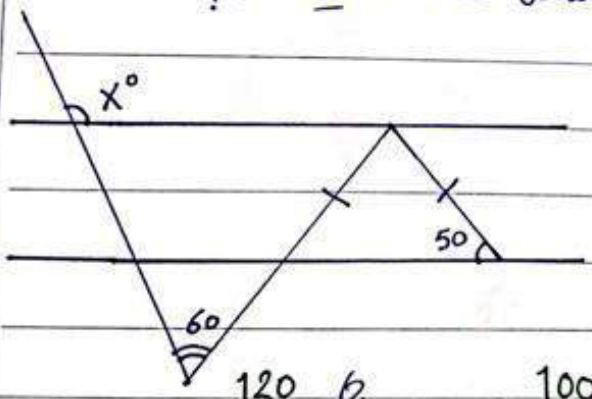
أ) 95 ب) 100 ج) 110 د) 120

(٥٠) * في الشكل المرافق قيمة X هي :



أ) 100 ب) 110 ج) 120 د) 130

(٥١) * في الشكل أدناه ، ما قيمة X ؟



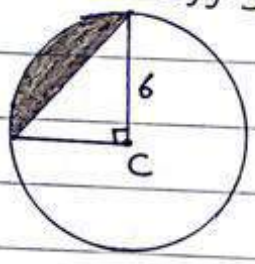
أ) 100 ب) 110 ج) 120 د) 130

أسئلة معيار « 3 و 4 »

٥٦) * إذا كان المستقيم L عمودي على المستوى P في الفراغ، فيمكنه أن ستنتج ما يلي:

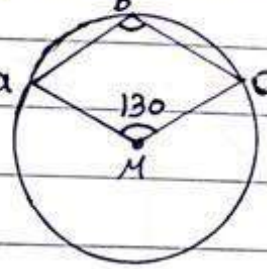
أ) أي مستقيم يوازي L عمودي على P
ب) أي مستوٍ يقطع P يجب أن يقطع L
ج) أي مستقيم يخالف L يقطع المستوى P
د) أي مستقيم عمودي على L يقع في المستوى P

٥٧) * في الشكل أدناه، دائرة مركزها C، فما مساحة الجزء المظلل؟



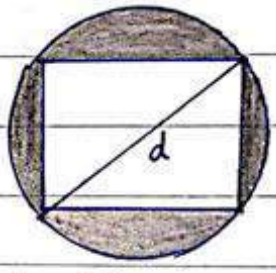
أ) $9\pi - 18$
ب) $9\pi - 36$
ج) $36\pi - 18$
د) $36\pi - 36$

٥٨) * في الشكل أدناه، ما قياس الزاوية $a\hat{b}c$؟



أ) 65
ب) 115
ج) 120
د) 130

٥٩) * في الشكل أدناه، وضع مربع داخل دائرة طول قطرها d، ما مساحة المنطقة المظللة بدلالة d؟

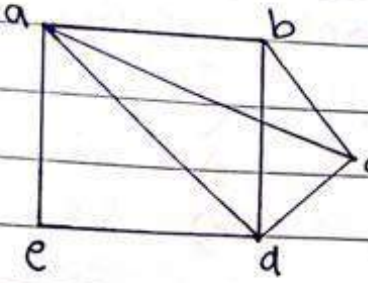


أ) $d^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)$
ب) $d^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}\right)$
ج) $d^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\right)$
د) $d^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}\right)$

٦٠) * فما معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(x,y) = (-2,1)$ ويعامد المستقيم $x + 4y - 8 = 0$

أ) $y + 4x = 9$
ب) $y - 4x = 9$
ج) $2y - 4x = 9$
د) $2y + 4x = 9$

٦١) * درجة الزاوية θ في الشكل المرفق هي:



أ) 4
ب) 3
ج) 2
د) 1

أسئلة معيار « 3 و 4 »

٥٩) * ما معادلة المستوى الذي يمر بالنقطة $\langle x,y,z\rangle = \langle 5,-2,4\rangle$ ويوازي المستوى $3x+y-6z+8=0$ ؟

أ) $3x-y+6z-8=0$

ب) $3x-y-6z+8=0$

ج) $x-3y-6z+11=0$

د) $3x+y-6z+11=0$

٦٠) * عند سحب المنحنى $y=(x-2)^2-3$ خمس وحدات للأعلى ووحدتان لليسار فإن المنحنى الناتج يمكن كتابته

أ) $y=x^2+2$

ب) $y=x^2-8$

ج) $y=(x-4)^2-8$

د) $y=(x-4)^2+2$

٦١) * نسبة طول مستطيل إلى عرضه هي 5 : 12، وإذا كانت مساحته المستطيل $240\,cm^2$، فكم طول قطر المستطيل بالسنتيمتر؟

أ) 26 ب) 28

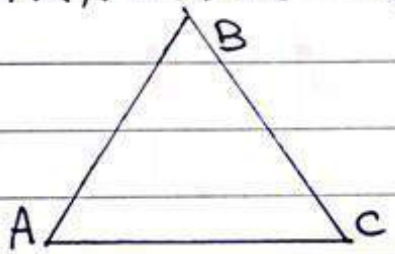
ج) 30 د) 32

٦٢) * ما أكبر مساحة بالسنتيمتر المربع لمستطيل محيطه 24 سم؟

أ) 24 ب) 30

ج) 36 د) 42

٦٣) * في المثلث أدناه، أي العبارات الآتية تكافئ $m\angle A = m\angle C$ ؟



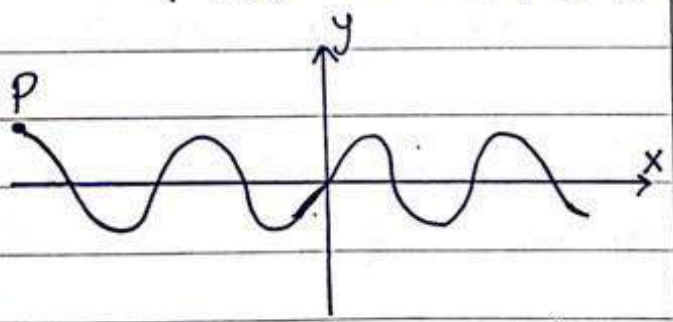
أ) $AB=AC$

ب) $AB=BC$

ج) $m\angle A=m\angle B$

د) $m\angle B=m\angle C$

٦٤) * في الشكل أدناه، ما إحداثيات النقطة P في بيان الدالة $f(x)=\sin x$ ؟



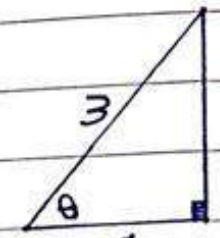
أ) $\left(\frac{-7\pi}{2},1\right)$ ب) $\left(\frac{-5\pi}{2},1\right)$

ج) $(-7\pi,1)$ د) $\left(\frac{-\pi}{2},1\right)$

10

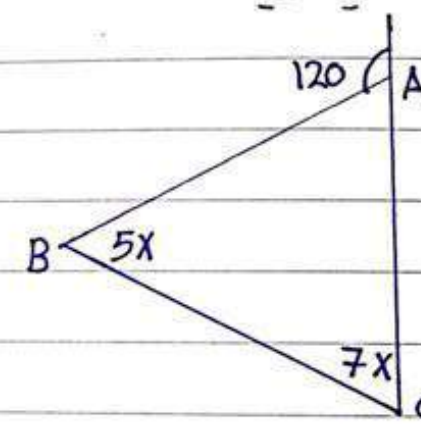
أسئلة معيار « 3 و 4 »

(٦٥) * في الشكل أدناه، ما قيمة $\cos(90-\theta)$



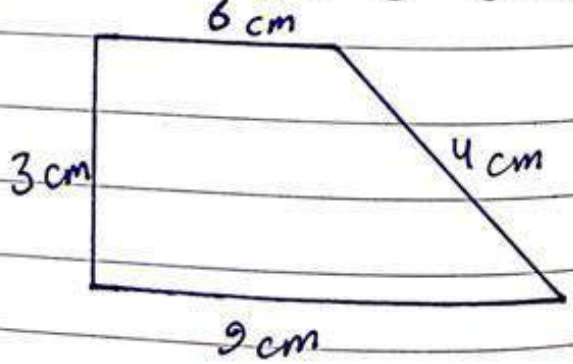
أ) $\frac{1}{3}$ ب) $\frac{1}{2}$ ج) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ د) $\frac{\sqrt{8}}{3}$

(٦٦) * في الشكل أدناه، قياس الزاوية C بالدرجات يساوي:

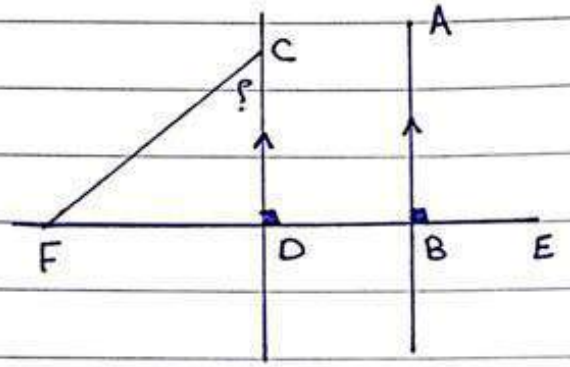


أ) 70 ب) 20 ج) 60 د) 70

(٦٧) إذا كان الشكل أدناه يمثل مساحة غرفة فكم متر مربع نحتاج لرسكها بالسجاد:



(٦٨) * في الشكل أدناه، إذا علمت أن $\overline{AB} \perp \overline{BF}$ ، $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ، $m\angle CFD = 70$ فإن قياس الزاوية $\angle DCF$ بالدرجات تساوي:

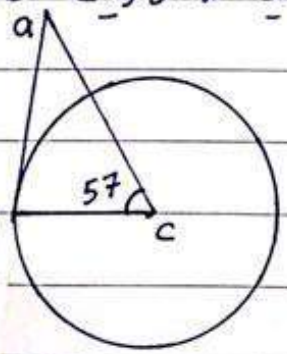


أ) 20 ب) 30 ج) 40 د) 50

(٦٩) * ما معادلة القطع المكافئ الذي معادلة دليله $X=-2$ والبؤرة $(2,0)$ ؟

أ) $y^2 = 8X$ ب) $x^2 = 8y$ ج) $x^2 = 4y$ د) $y^2 = 4X$

(٧٠) * إذا كان المستقيم b مماس للدائرة C عند النقطة b، فما قياس الزاوية $\angle cab$ ؟



أ) 23 ب) 33 ج) 11 د) 57

ملخص المعيار 5 و 6

المعيار	المؤشرات
المعيار ٣. ٤. ٥: يتعرف مفاهيم الإحصاء والاحتمالات وتطبيقاتها	١. يجمع البيانات ويمثلها بشكل مناسب (الجداول، القطاعات الدائرية، المدرج الإحصائي) ويحللها ويفسرها ٢. يتعرف الدراسات المسحية, وأنواع العينات ويستعملها في التنبؤ ٣. يحسب مقاييس النزعة المركزية والتشتت لمجموعة من البيانات ٤. يتعرف مسلمات الاحتمال ومفاهيمه الأساسية (الاستقلال, التنافي, التوزيع المنفصل والمتصل,...) ويحل مسائل عليها ٥. يحسب معاملات الارتباط ويفسرها ٦. يحل مسائل تطبيقية على الإحصاء والاحتمالات
المعيار ٣. ٤. ٦: يتعرف الرياضيات المتقطعة وتطبيقاتها	١. يتعرف الأنماط ويمثلها و يحللها و يعممها ٢. يتعرف مبادئ العد, والتباديل والتوافيق, ونظرية ذات الحدين ٣. يتعرف أساسيات نظرية الأشكال ٤. يحل مسائل تطبيقية على التلوين والأشكال وطرق العد

- عدد التباديل الدائرية لـ n من العناصر مرتبة على دائرة **بدون نقطة مرجع** ثابته تساوي $(n-1)!$
- عدد التباديل الدائرية لـ n من العناصر مرتبة على دائرة **بنقطة مرجع** ثابتة تساوي $n!$ "تباديل خطية ".

هامش خطأ المعاينة

- عند سحب عينة حجمها n من مجتمع كلي فإنه يمكن تقريب هامش الخطأ في المعاينة بالقيمة $\pm\frac{1}{\sqrt{n}}$

- **يتعرف على معامل الارتباط:**

معامل الارتباط يبين وجود علاقة خطية بين متغيرين وهو رقم يترواح بين 1,1-

تفسير قيم معامل الارتباط:

قيمة معامل الارتباط	المعنى
+1	ارتباط طردي تام
(من 0.90 إلى 0.99)	ارتباط طردي قوي جدا
(من 0.70 إلى 0.89)	ارتباط طردي قوي
(من 0.50إلى 0.69)	ارتباط طردي متوسط
(من0.30 إلى0.49)	ارتباط طردي ضعيف
(من0.01 إلى0.29)	ارتباط طردي ضعيف جداً
0	لا يوجد ارتابط
(من0.01- إلى -0.29)	ارتباط عكسي ضعيف جداً
(من0.30- إلى -0.49)	ارتباط عكسي ضعيف
(من0.50- إلى -0.69)	ارتباط عكسي متوسط
(من0.70- إلى0.89-)	ارتباط عكسي قوي
(من0.90-إلى -0.99)	ارتباط عكسي قوي جداً
-1	ارتباط عكسي تام

- **يتعرف على مبدأ العد الاساسي :**

إذا كان عدد النواتج الممكنة للحادثة A هي n ، وللحادثة B هي m ، فإن عدد النواتج الممكنة للحادثة A متبوعة بالحادثة B هي: $n \times m$

- **يتعرف على المضروب و التباديل والتوافيق :**

الاحتمال والتباديل : عدد طرق اختيار r عنصر من n عنصر مع مراعاة الترتيب يساوي nPr.

الاحتمال والتوافيق :عدد طرق اختيار r عنصر من n عنصر مع إهمال الترتيب يساوي nCr.

المضروب : $n! = n(n-1)(n-2) \dots \dots \times 3 \times 2 \times 1$

التباديل $nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$

التوافيق $nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

مثال : أوجد قيمة ما يلي :

1) $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

2) $5P3 = \frac{5!}{2!} = \frac{5\times4\times3\times2!}{2!} = 60$ أو $5P3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$

3) $5C3 = \frac{5!}{3!\times2!} = \frac{5\times4\times3\times2!}{3\times2\times1\times2!} = 10$ أو $5C3 = \frac{5!}{3!\times2!} = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10$

مثال : كم عدد يمكن تكوينه من الأرقام *2,4.1.3* بحيث يكون أقل من *400*

العدد مكون من *3* خانات وهي الآحاد والعشرات والمئات يمكن وضع الأرقام *2.4.1.3* في خانة المئات

عدد الأعداد المكونة هي $3 \times 4 \times 4 = 48$

مثال : بكم طريقة يمكن اختيار طالبين من *15*طالب

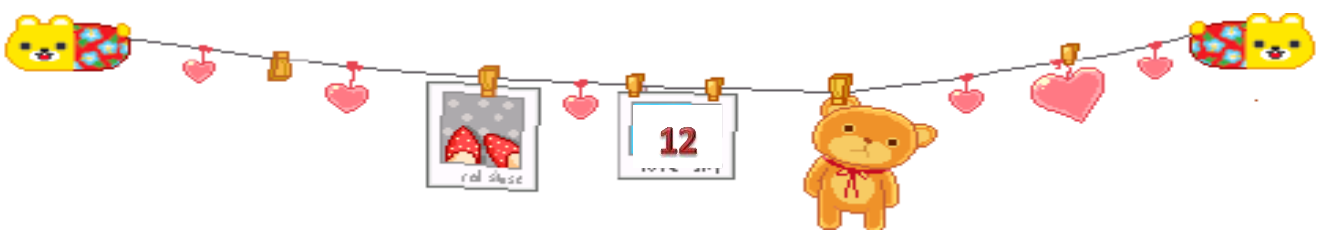
نلاحظ أن الترتيب غير مهم في هذا السؤال ولذلك نستخدم التوافيق

$$^{15}_{2}C = \frac{15 \times 14}{2} = 105$$

مثال : بكم طريقة يمكن أختيار عريف ونائب عريف لفصل يتكون من *15*طالب

نلاحظ أن ترتيب مهم في هذا السؤال ولذلك نستخدم التباديل

$$^{12}_{2}P = 15 \times 14 = 210$$



مثال : رمي مكعبان متمايزان ومرقمان مرة واحدة فقط فما احتمال أن يظهر العدد نفسة على كل من وجهي المكعبين أو أن يكون مجموع العددين الظاهرين يساوي 9

$$p(A) = \frac{6}{36}\ , p(B) = \frac{4}{36}$$

$$p(A \cup B) = \frac{6}{36} + \frac{4}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

مثال : في تجربة رمي مكعب الأرقام مرة واحدة فقط , إذا كان A حدث ظهور عدد أقل من 5 ، B حدث ظهور عدد زوجي أوجد كل من الاحتمالات التالية :

1) احتمال ظهور عدد أقل من 5

2) احتمال ظهور عدد زوجي

3) احتمال ظهور عدد زوجي أقل من 5

الحل :

1) احتمال ظهور عدد أقل من 5 عدد العناصر الأقل من 5 يساوي 4

$$p(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2) احتمال ظهور عدد زوجي عدد الأعداد الزوجية في مكعب الارقام 3

$$p(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

3) احتمال ظهور عدد زوجي أقل من 5 عدد الاعداد الزوجية الأقل من 5 في مكعب الارقام يساوي 2

$$p(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- **يتعرف على احتمال المشروط**

الاحتمال المشروط : إذا كانت A,B حادثتين غير مستقلتين فإن احتمال المشروط لوقوع الحادثة B إذا عُلم أن الحادثة A قد وقعت يعرف بالقانون:

$$p(B|A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

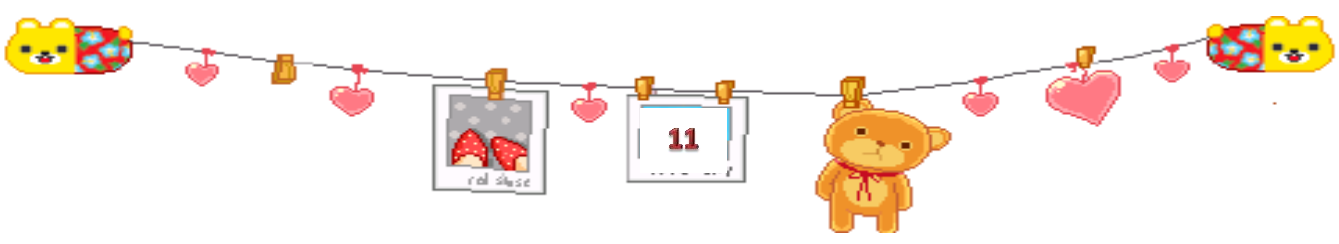
مثال : عقد معلم حصة مراجعة اختيارية لطلابه لتحسين درجتهم في الاختبار وكانت النتيجة كما بالجدول المقابل ، فإذا اختير طالب عشوائي ، فما احتمال أن يكون قد تحسن علماً بأنه حضر المراجعة؟

	تحسن	لم يتحسن
حضر المراجعة	12	3
لم يحضر المراجعة	4	6

نفرض أن A هي حادثة من حضروا المراجعة عدد عناصر يساوي15 ونفرض أن B حادثة من تحسنت درجتهم

$A \cap B$ حادثة من حضر المراجعة وتحسنت درجتهم ، عدد عناصر $(A \cap B)$يساوي 12

$$\therefore p(B|A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\text{عدد عناصر}(B \cap A)}{\text{عدد عناصر}(A)} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$



التمثيل الإحصائي	
نوع التمثيل	يفضل استعماله ....
الأعمدة	عند توضيح عدد القيم لكل صنف من أصناف البيانات.
الصندوق وطرفاه	عند توضيح مقاييس التشتت لمجموعة من البيانات.
القطاعات الدائرية	عند مقارنة جزء من البيانات بالنسبة إلى المجموع.
المدرج التكراري	عند توضيح تكرار البيانات الموزعة في فئات متساوية.
لوحة الخطوط	عند توضيح تغير البيانات في فترة زمنية معينة.
التمثيل بالنقاط	عند توضيح تكرار كل قيمة من قيم البيانات .
الساق والورقة	عند عرض قيم البيانات بصورة فردية مكثفة.
أشكال ڤن	عند توضيح ارتباط المفردات بعضها ببعض من خلال مجموعات مترابطة في البيانات.

- **يتعرف على مبدأ العد والحوادث المستقلة و المتنافية وغير المتنافية**
- **يتعرف على مفهوم الاحتمال**

❖ إذا كانت p(A) ترمز لاحتمال وقوع الحدث A فإن $0 \leq p(A) \leq 1$

❖ احتمال وقوع الحادثة المستحيلة يساوي 0 اما احتمال وقوع الحادثة المؤكدة يساوي 1 .

❖ الحادثة البسيطة هي الحادثة التي تحتوي على عنصر واحد فقط .

❖ إذا كان عدد عناصر الحدثA تساوي n وعدد عناصر فضاء التجربة يساوي N فإن $p(A) = \frac{n}{N} = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الممكنة}}$

- **احتمال الحوداث المستقلة :**

التعبير اللفظي : نجد احتمال حادثتين مستقلتين يضرب احتمال الحادثة الأولى في احتمال الحادثة الثانية .

الرموز : $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

- **احتمال الحوادث الغير مستقلة :**

التعبير اللفظي: إذا كانت الحادثتان AوB غير مستقلتين فإن احتمال حدوثهما معاً هو حاصل ضرب احتمال الحادثة A في احتمال الحادثة B بعد حصول الحادثة A

الرموز: $p(A \cap B) = p(A) \times p(\frac{B}{A})$

- **الحوادث المتنافية :**

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

- **الحوادث الغير متنافية :**

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

- **الحوادث المكملة:**

احتمال الحدث المكمل :إذا كان p(A) احتمال وقوع الحدث A فإن .

احتمال الحدث المكمل $\bar{A} = p(\bar{A}) = 1 - p(A)$.

مثال : إذا كان احتمال سقوط 70% فأوجد احتمال عدم سقوطه ؟

A هو حدث سقوط المطر

$\bar{A}$هو حدث عدم سقوط المطر

$P(\bar{A})$=1-p(A)=1-70%=30%

- **يتعرف على القطاعات الدائرية**

تستعمل **القطاعات الدائرية** لمقارنة أجزاء من البيانات بمجموعة البيانات كلها؛ حيث تمثل الدائرة جميع البيانات، وبذلك فإن مجموع النسب في القطاعات الدائرية يساوي ١٠٠٪.

مثال — تمثيل النسب المئوية بالقطاعات الدائرية

١ سكان: مثّل المعلومات السابقة بالقطاعات الدائرية.

الخطوة ١: تتكون الدائرة من ٣٦٠°، وعند ضرب النسب المكتوبة بعد تحويلها إلى كسور عشرية في ٣٦٠ تحصل على قياس زاوية كلٍّ قطاع من قطاعات الدائرة، على النحو التالي:

قطاع سكان منطقة مكة المكرمة: ٢٢٪ من ٣٦٠° = ٠,٢٢ × ٣٦٠° ≈ ٧٩°

قطاع سكان منطقة الرياض: ٢٣٪ من ٣٦٠° = ٠,٢٣ × ٣٦٠° = ٨٣°

قطاع سكان منطقة المنطقة الشرقية: ١٥٪ من ٣٦٠° = ٠,١٥ × ٣٦٠° ≈ ٥٤°

قطاع سكان منطقة عسير: ٩٪ من ٣٦٠° = ٠,٠٩ × ٣٦٠° ≈ ٣٢°

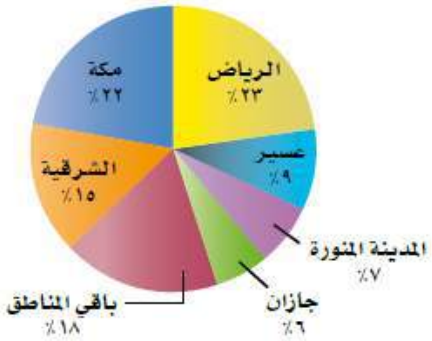
قطاع سكان منطقة المدينة المنورة: ٧٪ من ٣٦٠° = ٠,٠٧ × ٣٦٠° ≈ ٢٥°

قطاع سكان منطقة جازان: ٦٪ من ٣٦٠° = ٠,٠٦ × ٣٦٠° ≈ ٢٢°

قطاع سكان باقي مناطق المملكة: ١٨٪ من ٣٦٠° = ٠,١٨ × ٣٦٠° ≈ ٦٥°

الخطوة ٢: استعمل الفرجار لرسم الدائرة؛ ثم استعمل المنقلة لرسم زاوية قياسها ٧٩° حيث يمثل هذا القطاع سكان منطقة مكة المكرمة، استعمل نصف القطر الجديد لرسم زاوية القطاع الذي يمثل الرياض، وكرر هذه العملية لرسم جميع الزوايا، ثم سمّ كل قطاع، وأعطِ الرسم عنوانًا مناسبًا.

توزيع السكان في المناطق الإدارية في المملكة



مثال :

البيانات التالية توضح درجات عينة مكونة من 5 طلاب في مادة الأحصاء احسب الانحراف المعياري لدرجات هذه العينة 75,100,65,90,70

الوسط الحسابي : $\bar{x} = \frac{75+100+65+90+70}{5} = 80$

الانحراف المعياري:

$$s = \sqrt{\frac{(75-80)+(100-80)+(65-80)+(90-80)+(70-80)}{4}} = 0$$

- ***يتعرف على التمثيل بالصندوق وطرفيه:***

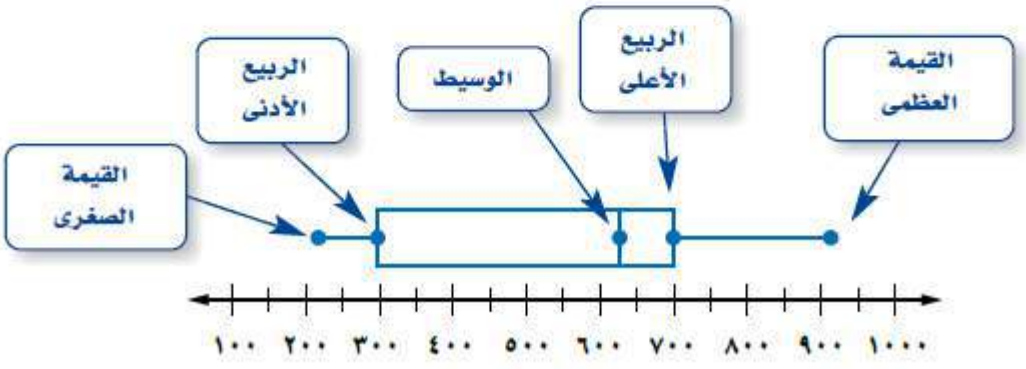
مثال رسم الصندوق وطرفيه

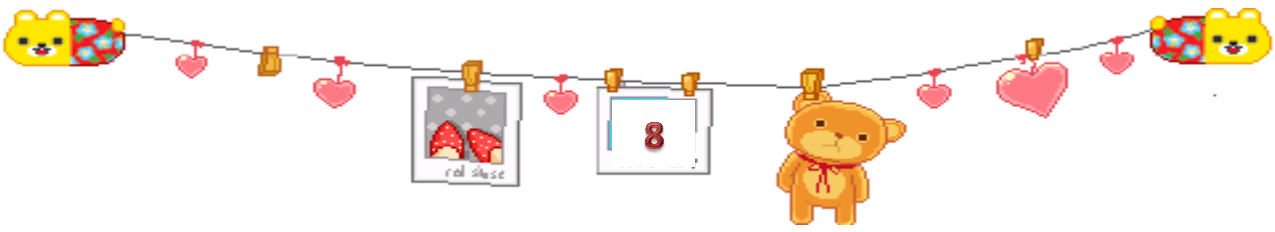
١ ارتفاعات: مثّل البيانات في الجدول أعلاه بالصندوق وطرفيه.

الخطوة ١ : ارسم خط الأعداد بحيث يتضمن القيمتين العظمى والصغرى للبيانات.

الخطوة ٢ : حدد القيم القصوى، والوسيط، والربيع الأدنى، والربيع الأعلى، على خط الأعداد.

الخطوة ٣ : ارسم الصندوق وطرفيه.





- ***يعرف مفهوم مقاييس التشتت***

تصف مقدار تقارب أو تباعد البيانات عن وسطها الحسابي

- ***يحسب مقاييس التشتت (المدى ، المدى الربيعى ، الانحراف المعيارى ، التباين ،معامل الاختلاف)***

المدى الربيعي

المدى الربيعي هو مدى النصف الوسطي من البيانات؛ وهو الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى.

مثـــال إيجاد مقاييس التشتت

برامج قناة رياضية في عام	
المباراة	العدد
سباق سيارات	٢٠
سباق الخيل	٤١
كرة القدم	٢٠٤
كرة السلة	١٢٣
كرة اليد	٨٥
كرة الطائرة	١٣٩
تنس الطاولة	٨٥
السباحة	٢٤

١ برامج رياضية : أوجد مقاييس التشتت للبيانات في الجدول المجاور.

المدى = ٢٠٤ − ٢٠ = ١٨٤ مباراة.

لإيجاد الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى، رتب البيانات ترتيبًا تصاعديًّا.

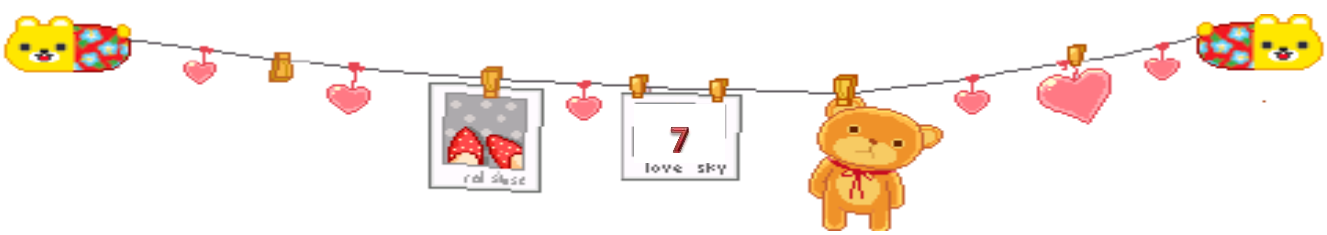
الربيع الأدنى ↓ | الوسيط ↓ | الربيع الأعلى ↓

٢٠ ٢٤ ٤١ | ٨٥ ٨٥ | ١٢٣ ١٣٩ ٢٠٤

الربيع الأدنى $= \frac{٤١+٤٢}{٢} = ٣٢,٥$ | الوسيط $= \frac{٨٥+٨٥}{٢} = ٨٥$ | الربيع الأعلى $= \frac{١٣٩+١٢٣}{٢} = ١٣١$

الوسيط = ٨٥، الربيع الأدنى = ٣٢,٥، الربيع الأعلى = ١٣١.

المدى الربيعي = الربيع الأعلى − الربيع الأدنى = ١٣١ − ٣٢,٥ = ٩٨,٥.



مثال : أوجد متوسط مجموعة البيانات 3,2,5,4,6,7,8

المتوسط الحسابي : $\frac{3+2+5+4+6+7+8}{7} = 5$

مثال : أوجد الوسيط لكل من القيم التالية

1) 2,6,3,7,4

ترتيب القيم : 2,3,4,6,7

الوسيط : 4 الوسيط يقسم إلى نصفين

مثال : أوجد المنوال لكل من القيم التالية

1) 2,4,3,3,4,4

المنوال : 4

مثال : أحسب المدى للبيانات التالية 3,5,9,6,14,1

الحل :

المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة

المدى : 13=1-14

استعمال المتوسط والوسيط والمنوال	
المقياس	أكثر فائدة عندما ...
المتوسط الحسابي	لا تحتوي مجموعة البيانات قيمًا متطرفة.
الوسيط	تحتوي مجموعة البيانات قيمًا متطرفة. لا توجد فجوات كبيرة في منتصف البيانات.
المنوال	تحتوي مجموعة البيانات قيمًا متساوية.

المعيار الاول:

- **يرسم المدرج التكراري والاعمدة البيانية**

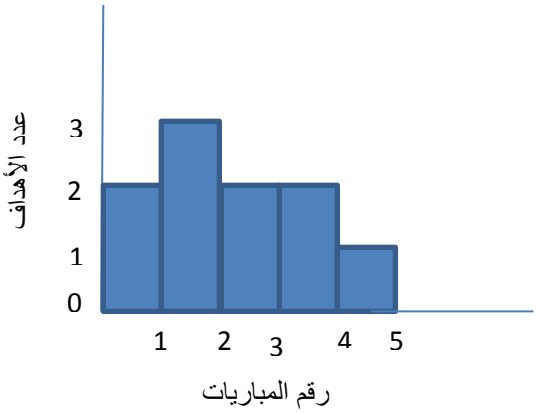
مثال : الجدول التالي يبين عدد الأهداف التي أحرزها أحد الفرق في مسابقة لكرة القدم

ارسم :

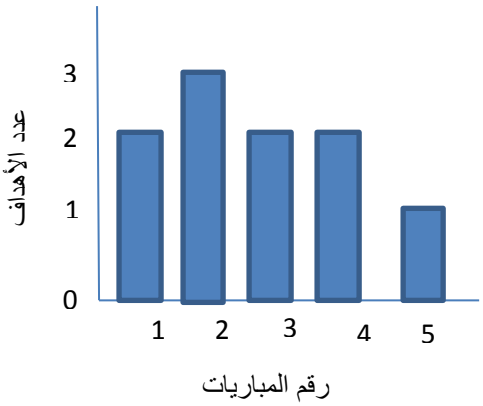
1) المدرج التكراري 2) الأعمدة البيانية

المباريات	عدد الأهداف
1	2
2	3
3	2
4	2
5	1

المدرج التكراري:



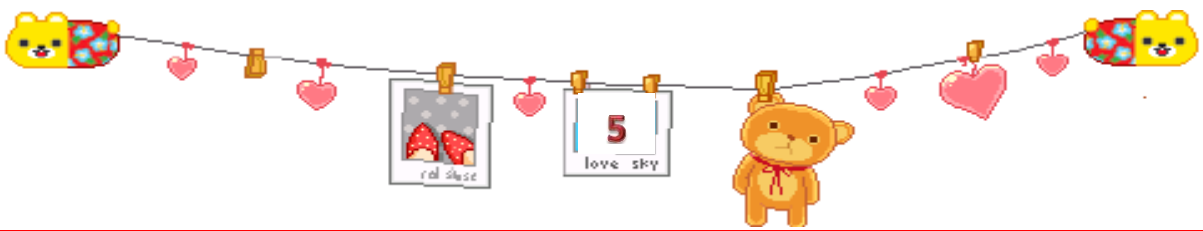
الأعمدة البيانية:



المعيار الثاني:

- **يحسب مقاييس النزعة المركزية (الوسط الوسيط والمنوال)**

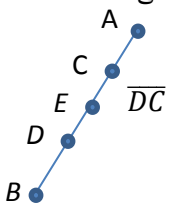
مقاييس النزعة المركزية والمدى	
المقياس	التعريف
المتوسط الحسابي	مجموع القيم مقسومًا على عددها.
الوسيط	القيمة التي تتوسط مجموعة بيانات مرتبة ترتيبًا تصاعديًّا، أو هو متوسط العددين المتوسطين في مجموعة البيانات.
المنوال	القيمة الأكثر تكرارًا أو شيوعًا بين القيم.
المدى	الفرق بين القيمتين العظمى والصغرى للبيانات.



احتمال الأطوال

إذا كان :

$DC \subset AB$ وأختيرت نقطة E عشوائياً تقع على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$



فإن احتمال أن تقع E على القطعة المستقيمة $\overline{DC}$

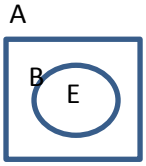
$P(E \in \overline{DC}) = \frac{DC}{AB}$ (بمعنى الجزء على الكل)

احتمال المساحات

إذا كان :

$B \subset A$ و أختيرت نقطة E عشوائياً تقع في المنطقة A

فإن : احتمال أن تقع النقطة E في المنطقة B



$$P(E \in B) = \frac{\text{مساحة المنطقة } B}{\text{مساحة المنطقة } A}$$

توزيع ذات الحدين

تجربة ذات الحدين تحقق الشروط التالية:

يُعاد إجراء التجربة لعدد من المحاولات المستقلة n من المرات لكل محاولة نتيجتان متوقعتان نجاح S وفشل F

احتمال النجاح : $P(S) = p$

واحتمال الفشل : $P(F) = q = 1 - p$

يمثل المتغير العشوائي X عدد مرات النجاح في n من المحاولات

$$P(x) = nCx\ p^x q^{n-x}$$

متوسط توزيع ذات الحدين: $\mu = np$

التباين لتوزيع ذات الحدين: $\sigma^2 = npq$

الأنحراف المعياري لتوزيع ذات الحدين: $\sigma = \sqrt{npq}$

مقاييس النزعة المركزية

تُشير إلى متوسط البيانات أو منتصفها

الوسط الحسابي

μ أو $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

مجموع القيم على عددها

يستخدم في حالة عدم وجود قيم متطرفة

الوسيط

هو القيمة التي تتوسط البيانات بعد ترتيبها

يستخدم في حالة وجود قيم متطرفة وعدم وجود فراغات كبيرة في منتصف البيانات

المنوال

هو القيمة الأكثر تكراراً

يستخدم في حالة وجود قيمة متكررة أكثر من غيرها

مقاييس التشتت

تُشير إلى مقدار تباعد البيانات أو تقاربها عن الوسط الحسابي

المدى

أكبر قيمة – أصغر قيمة

التباين

للمجتمع $\sigma^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2}{n}$

للعينة $s^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2}{n-1}$

الانحراف المعياري

للمجتمع $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2}{n}}$

للعينة $S = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2}{n-1}}$

إذا كان A,B حدثان متنافيان فإن :

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

إذا كان A,B حدثان غير متنافيان فإن :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

إذا كان A,B حدثان مستقلان فإن :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

إذا كان *A,B* حدثان غير مستقلان فإن :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$

احتمال الحدث المتمم :

$$P(A) = 1 - P(A)$$

احتمال وقوع الحدث *B* بشرط وقوع الحدث *A* :

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \qquad ,P(A) \neq 0$$

مبـدأ العــد

اذا تم إجراء تجربة ما على مراحل وكان عدد النواتج الممكنة للمرحلة الأولى n_1 و للمرحلة الثانية n_2 و ...

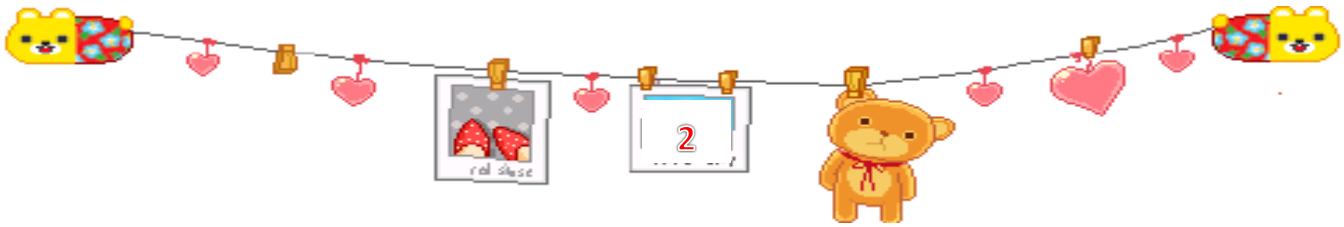
فإن عدد النواتج الممكنة للتجربة التي عدد مراحلها K يساوي $n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_k$

عدد التباديل الممكنة لـ n من العناصر المتمايزة مأخوذة r في كل مرة = nPr

عدد التوافيق الممكنة لـ n من العناصر المتمايزة مأخوذة r في كل مرة = nCr

عدد التباديل الممكنة لـ n من العناصر المتمايزة المرتبة على دائرة دون نقطة مرجع ثابتة =$(n-1)!$

عدد التباديل الممكنة لـ n من العناصر يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات و ... = $\frac{n!}{r_1! \times r_2! \times \ldots \times r_k!}$



الاحصـــــاء
والأحتمـــــالات

إذا كان A حدث لتجربة عشوائية ما ، فضاء العينة لها هو S فإن :

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر A}}{\text{عدد عناصر S}}$$

$$P(A) = \frac{\text{عدد الطرق الممكنة لـ A}}{\text{عدد الطرق الممكنة لـ S}}$$

التجربة العشوائية (الاختبار) : هي التجربة المعروف جميع نتائجها دون إجرائها دون التأكد أي منها سوف يقع .

فضاء العينة : هو مجموعة النواتج الممكنة لتجربة عشوائية .

الحادثة : هي أي مجموعة جزئية من فضاء العينة .

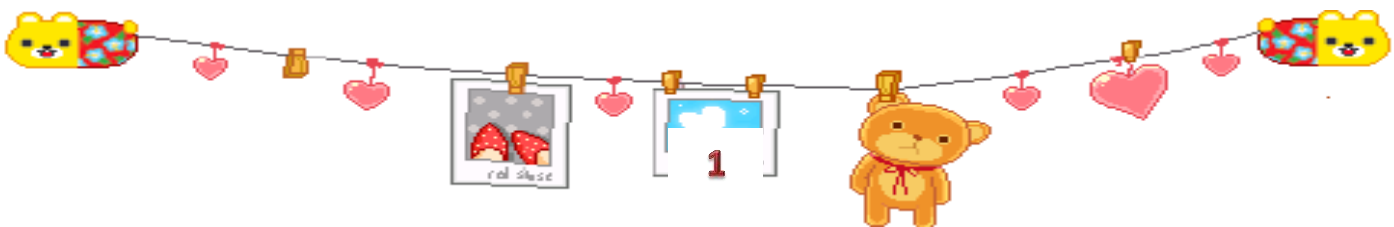
الحادثة البسيطة (الأولية) : هي حادثة تحتوي على عنصر واحد فقط .

الحادثة المؤكدة : هي حادثة تحتوي علي جميع عناصر فضاء العينة .

الحادثة المستحيلة (ϕ) : هي حادثة لا تحتوي على أي عناصر ويستحيل وقوعها .

الحادثان المتنافيان : يقال أن الحدثان A,B بأنهما متنافيان أو متمانعان إذا كان وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر أي ان $A \cap B = \emptyset$

الحدثان المستقلان : يقال أن الحدثان A,B بأنهما إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر على وقوع الآخر .



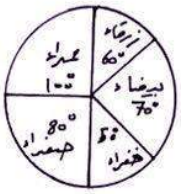
أسئلة المعيار 5 و 6

أسئلة المعيار الخامس والسادس

1 إذا كان المتوسط الحسابي للعددين $(2x+7)$ و $(3-2x)$ يساوي x فإن x تساوي ؟

أ) 30 ب) 25 ج) 20 د) 15

2 القطاع الدائري الآتي يمثل توزيع ألوان 48 قميصًا صاحبه التحمان لسترجاء !



أ) 16 ب) 12 ج) 8 د) 6

3 حصل نواف على متوسط درجات 76٪ في ثلاث اختبارات سابقة درجة يجب ان يحصل عليها في الاختبار الرابع ليكون تقديره B ؟

[علمًا ان التقدير B يعني الحصول على 80٪ حد أدنى]

أ) 96٪ ب) 94٪ ج) 92٪ د) 84٪

4 متوسط درجات ليزيد في 5 اختبارات لمقرر دراسي 7 درجات ، اذا كانت درجاته في 4 اختبارات 9.5 ، 8 ، 8 ، 8.5 فكم درجاته في الاختبار الخامس

أ) 5 ب) 4 ج) 2 د) 1

5 الوسط الحسابي لخمسة أعداد يساوي 12 إذا حذفنا ثلاثة أعداد وسطها الحسابي 15 . فما الوسط الحسابي للعددين الباقيين ؟

أ) 12 ب) 13 ج) 14 د) 15

6 إذا كانت درجات مجموعة طلاب في اختبار هي كالتالي (1 ، 2 ، 3 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 6 ، 3 ، 3 ، 2 ، 1)

فإن ؟

أ) الوسط الحسابي أقل من الوسيط وأكبر من المنوال

ب) الوسط الحسابي أكبر من الوسيط وأقل من المنوال

ج) الوسط الحسابي أكبر من الوسيط والمنوال

د) الوسط الحسابي أقل من الوسيط والمنوال

7 إذا كان المتوسط الحسابي للأعداد الطبيعية $x_1, x_2, x_3, 1$ هو 10 فما قيمة x ؟

أ) 11 ب) 2 ج) 5 د) 4

8 أوجد الوسيط للأعداد إذا كان $x = 2$:

$2x+3$ ، $5x$ ، x ، $2x+2$

ج1

$$\frac{(2x+7)+(3-2x)}{2} = y \quad \times 2$$

$$\Rightarrow 2y = 10$$

$$\Rightarrow y = 5$$

$$\therefore 5y = 25.$$

ب ←

ج2

$$\frac{60}{360} \times 48$$

$$= \frac{1}{6} \times 48$$

$$= 8$$

ج ←

ج3

نظام مجموع من المتوسط.

مجموع درجات 3 اختبارات ← $76 \times 3 = 228$

أقل درجة يجب أن يحصل عليها في الاختبار الرابع ليكسب تقدير B ← B = 80% ← يريد أن يصل لـ 80%

مجموع درجات 4 اختبارات ← $80 \times 4 = 320$

$\Rightarrow 320 - 228 = 92$

ج ←

ج4

مجموع الدرجات = المتوسط × العدد $= 7 \times 5 = 35$

مجموع درجات في الاختبارات هي 8,5 ، 8 ، 8 ، 9,5

نظام الاختبار خماسي.

أحد الأوجه ونظام في مجموع 4 اختبارات $\Rightarrow 35 - (8,5 + 8 + 8 + 9,5)$

$= 35 - 34 = 1$

د ←

ج5

[الوسط الحسابي = مجموع العناصر − الوسط الحسابي للعناصر المحذوفة × عددها]

الوسط الحسابي لخمسة أعداد = 12.

مجموعهم $5 \times 12 = 60$

الوسط الحسابي لثلاثة أعداد = 10.

مجموعهم $3 \times 10 = 30$

$\therefore 60 - 30 = 30$

$\Rightarrow \frac{30}{2} = 15$

د 15 ←

ج6

الوسط الحسابي أعلى من الوسيط المنوال.

ج ←

9 في أحد الأدارات يعمل 5 موظفين إذا كان موظفان يتقاضيان 50 ريالاً في الساعة وموظف 80 ريالاً في الساعة وموظف 100 ريالاً في الساعة وموظف 120 ريالاً في الساعة فكم ريالاً في الساعة وسبط ما يتقاضاه موظفو الادارة ؟

أ) 5 ب) 4

ج) 2 د) 1

10 لدينا مجموعة من البيانات متوسطها حسابي 1 والانحراف المعياري حسابي 1 أي البيانات الآتية صحيحة ؟

أ) توجد على الأقل قيمة واحدة متكررة مرتين في هذه البيانات.

ب) معظم البيانات في الفترة $[-1, 3]$

ج) مدى البيانات في الفترة $[-2, 2]$

د) الوسيط لهذه البيانات هو $\frac{3}{2}$.

11 إذا كان عدد الساعات التدريبية لخالد خلال (5) أيام متتالية هي الأعداد الآتية 4، 3، 2، 1، 0 على التوالي تدرب في اليوم الأول ساعتين بدلاً من ساعة فأي القيم الآتية ستقل؟

أ) المدى ب) الانحراف

ج) الوسيط د) المتوسط الحسابي

12 بكم طريقة يمكن لمدير مدرسة أختيار لجنة مكونة من 4 أعضاء من بين 14 معلمين ؟

أ) 40 ب) 210

ج) 1260 د) 5040

13 يستخدم الوسيط لوصف البيانات عندما !

أ) تريد وصف انتشار البيانات.

ب) تكون مجموعة البيانات قيماً متطرفة.

ج) تكون مجموعة البيانات قيماً متساوية.

د) لا تكون مجموعة البيانات قيماً متطرفة.

14 لدى عبد الرحمن 10 كتب مختلفة يريد اختيار سبعة كتب أحدها يريد قراءته في اليوم الأول، ثم كتاباً ليقرأه في اليوم الثاني ثم كتاباً يقرأه في اليوم الثالث ،

بكم طريقة يمكنه اختيار هذه الكتب !

أ) 6 ب) 30

ج) 100 د) 720

2

ج٧ نظام العدد هو المتوسط.

المجموع ← $10 \times 4 = 40$ ← المتوسط
عدد القيم

المجهول ← x

نفرض أن x هو كل

$1, 3, 9, 27 = 40$
مجموع

$\therefore x = 3$

ج ←

ج٨ نفرض أن أكبر عدد هو x والعدد 3

$9, 9, 3, 8$

مرتب تصاعدي.

$3, 8, 9, 9 \quad = n = 4$

الوسيط = $\frac{8+9}{2} = \frac{17}{2} = 8,5$
(زوجي)

الوسيط $= 8,5$

ج٩ أسلوب الوسيط.

← ترتيب القيم مع أخذ اللي بالوسط

50 50 80 100 100

م ←

ج١٠ معظم البيانات في الفئة
$[6 ، 4[$

١* التوضيح والرسم في الفناة).

ب ←

ج١١ $4, 3, 2, 2, 1$

١ الواحد ← يمثل 2 ← لأنه تدرب ساعتين في اليوم الأول

٢ $4, 3, 2, 2, 2$

المدى ← الكبرى − الصغرى

في القيم الأولى $4 - 1 = 3$

في القيم الجديدة ← $4 - 2 = 2$

∴ الجواب هو طبعاً

م ←

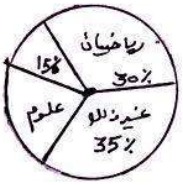
ج١٢ ١٠ علمية نختار منهم 4 [بالتوافق]

لأن ترتيب الأعضاء مو مهم

$$10C_4 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

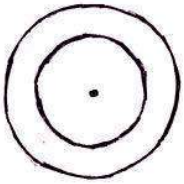
ب ←

15 التمثيل الدائري يمثل نتائج استبيان عن المادة المفضلة لدراسيه أجريت على 220 طالبًا في مدرسة ابتدائية. كم طالبًا يفضلون مادة العلوم؟



أ) 11 ب) 22 ج) 44 د) 88

16 في التمثيل الدائري قطر الدائرة الكبرى يساوي ضعف قطر الدائرة الصغرى. إذا أصاب رجل سهمه الهدف فإن احتمال أن يستقر في الجزء الصغرى يساوي؟



أ) $\frac{1}{4}$ ب) $\frac{1}{3}$ ج) $\frac{1}{2}$ د) 1

17 تُقسم الدرجة الكلية لمادة الرياضيات إلى قسمين: 60 درجة للأعمال الفصلية و40 درجة للاختبار النهائي. إذا حصل أحمد على نسبة 95% في الأعمال الفصلية، فما الدرجة التي يجب أن يحصل عليها في الاختبار النهائي لكي يحصل على معدل 90% في المقرر؟

أ) 34 ب) 33 ج) 32 د) 31

18 سئل طلاب أحد الفصول عن عدد الأخوة لديهم، ثم عُبّرت البيانات في جدول التكرار. إذا اختير طالب عشوائيًا، فما احتمال أن عدد أخوته أقل من 4؟

عدد الأخوة	التكرار
0	2
1	3
2	5
3	10
4	6
5	4

أ) $\frac{2}{3}$ ب) $\frac{11}{15}$ ج) $\frac{9}{10}$ د) $\frac{5}{6}$

19 حصلت فاطمة على الدرجات الثلاث 87، 86، 90 في أول ثلاثة اختبارات. ما الدرجة التي يجب أن تحصل عليها في الاختبار الرابع حتى يكون المتوسط درجاتها 90؟

أ) 91 ب) 97 ج) 93 د) 98

20 إذا كانت A, B حادثتين متنافيتين وكان $P(A)=\frac{1}{2}$ و $P(B)=\frac{1}{4}$ فإن $P(A\cup B)$ يساوي؟

أ) 1 ب) $\frac{3}{4}$ ج) $\frac{1}{8}$ د) 0

21

ج13

لا تكتب تحويل البيانات كما هو معروض

ب

ج16

احتمال (استعمار اليوم في الدائرة الصغرى) = مساحة الدائرة الصغرى / مساحة الدائرة الكبرى

نفرض أن قطر الدائرة الصغرى = m ، نصف القطر = $\frac{m}{2}$

// قطر الدائرة الكبرى = $2m$ ، نصف القطر = m

$\frac{1}{4}m^2\pi = \pi(\frac{m}{2})^2$

$m^2\pi = \pi(m)^2$

مساحة الصغرى =

مساحة الكبرى =

$\frac{1}{4} = \frac{1}{1}$ ∴ بالتبسيط =

أ

ج14

نلاحظ الترتيب مهم .

لأننا لو أخذنا خضره مثلاً في اليوم الأول فلن تكون عند الثاني

∴ لا نكتب نختار منها 3 :

$10P_3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$

د

ج17

95% = 57

المطلوب: الرجل الذي يجب أن أحصل عليه لكي يحصل على 90 في النهائي

$57 + x = 90$

$x = 33$.

16 → 100

6 → 10

3 → 5

95% = 57

الترتيب مهم

60 → 100

x → 95

$\frac{100x}{100} = \frac{5700}{100}$

ب

ج15

أولاً نوجد نسبة المسلمين :- من 100%

100% − (30% + 15% + 35%)

= 100 − 80 = 20% .

عددهم ⇐ $\frac{20}{100} \times 220 = 44$

ج

ج18

بالجمع :- $5+10+6+4 = \frac{25}{30}$

المجموع = عدد الطلاب

عدد الطلاب: $2+3+5+10+6+4 = 30$

$\Rightarrow \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$

د

3

21 صندوق يحتوي على كرتين خضراوتين و 3 كرات بيضاء إذا سحبت عشوائياً كرتان على التوالي مع الإرجاع، ما احتمال ان تكون كلا الكرتين بيضاوين ؟

أ) $\frac{9}{25}$ ب) $\frac{6}{25}$

ج) $\frac{2}{5}$ د) $\frac{3}{5}$

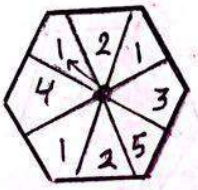
22 رميت قطعة نقود متحيزة 6 مرات، ما احتمال ظهور صورة مرة واحدة على الأقل ؟

أ) $\frac{1}{64}$ ب) $\frac{1}{32}$

ج) $\frac{5}{64}$ د) $\frac{63}{64}$

جاهز للتصوير

23 في الشكل أدناه مؤشر يتوقف ليستقر عشوائياً على أحد الأجزاء الثمانية، ما احتمال ان يستقر المؤشر على جزء يحمل رقم أقل من 3 ؟



أ) $\frac{2}{8}$ ب) $\frac{3}{8}$

ج) $\frac{5}{8}$ د) $\frac{6}{8}$

24 اشترى أحمد 3 كتب ضيعة كل واحد منها 15 ريالاً. ثم اشترى كتابين أحدهما ب 10 ريالات و الآخر ب 20 ريالاً. ما متوسط أسعار الكتب التي اشتراها أحمد ؟

أ) 14 ب) 15

ج) 16 د) 17

25 في أي الفترات التالية يقع الانحراف المعياري للدرجات {8، 11، 12، 10، 9} ؟

أ) [0، 1] ب) [1، 2)

ج) [2، 3) د) [3، 4)

26 يقف 5 طلاب في دائرة ويلعبون لعبة تمرير الكرة فإذا مرر كل طالب الكرة لكل زميل من زملائه مرة واحدة فما مجموع التمريرات ؟

أ) 5 ب) 5×4

ج) $5!$ د) 2^3

ج19

المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد المتباريات}}$

$\frac{87+86+90+x}{4} = 90$.

$= 263+x = 360$.

$x = 360-263 = 97$

ج ←

ج20

$P(A \cup B) = P(A)+P(B)$

لأن الحادثين متنافيين

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$= \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

ب ←

ج21

فراغ العينة = 5

بما أن السحب مع الإرجاع

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$= \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

P ←

ج22

المتوسط الحسابي = $\frac{15+15+15+10+20}{5}$

$= \frac{75}{5} = 15$

ب ←

ج23

فضاء العينة = 8

الأحداث التي تحمل رقم أقل من 3 = 5 أجزاء .

∴ احتمال الحدث = $\frac{5}{8}$

ج ←

ج24

$\Sigma x = 8+9+10+11+12 = 50$.

$\Sigma x^2 = 64+81+100+121+144 = 510$.

$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}}{n-1}}$

$= \sqrt{\frac{510 - \frac{(50)^2}{5}}{5-1}}$

$= \sqrt{\frac{510-500}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4}}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{10} \approx \frac{1}{2}(3) = 1,5$

ب ←

4

27 إذا القي حجران معا فما احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين 9 ؟

أ) $\frac{1}{4}$ ب) $\frac{1}{6}$

ج) $\frac{1}{9}$ د) $\frac{1}{18}$

28 بكم طريقة يمكن أن يكون عدد من ثلاث خانات مشتمل الى المجموعة {0، 2، 3، 5، 7، 9} بحيث يقبل للقسمة على 5 ؟

أ) 72 ب) 60

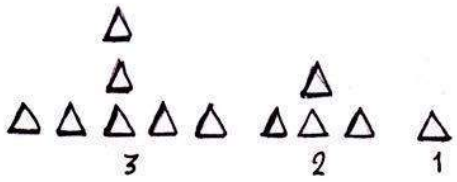
ج) 36 د) 30

29 صفر له شعبتان يختار منها (أحمد - سامي) شعبة عشوائياً ، ما احتمال ان يكونا في نفس الشعبة ؟

أ) $\frac{3}{4}$ ب) $\frac{1}{8}$

ج) $\frac{1}{4}$ د) $\frac{1}{2}$

30



عدد المثلثات في النمط السادس سيكون ؟

أ) 7 ب) 10

ج) 16 د) 13

31 بكم طريقة يمكن توزيع ست جوائز مختلفة على خمسة طلاب بحيث يأخذ كل طالب جائزة واحدة ؟

أ) 5 ب) 120

ج) 725 د) 625

32 كم عدد الاعداد الصحيحة المكونة من 4 خانات مختلفة ؟

أ) $10\times9\times8\times7$ ب) $9\times9\times8\times7$

ج) 9^4 د) 10^4

ج26

كل طالب يمرر 4 تمريرات
لستة لاعبين

$\therefore 5 \times 4$.

← ب

ج27

مجموع فضاء العينة $= 6 \times 6 = 36$

عدد مرات ظهور عددين مجموعهم 9 $= 4$

الاحتمال $= \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

← ج

ج28

0, — — —
ثلاثة أماكن متبقية
↓
حتى يقبل المتسعة على 5 يجب أن يكون
آحاده 0 أو 5

الـ 0 متبعة لأنه بين الناملة فيصبح معه
خانتين متبقيتين لأي اختيار .

$\therefore 1 \times 6 \times 6 = 36$

← ج

ج29

ل (الحدث) $= \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الكلية}}$

$= \frac{1}{2}$ ← مواجهة بكتابة في نفس الشعبة
عدد الشعب ←

← ج

ج30

$4 = 1 + 3$
$4 + 3 = 10$
$10 + 3 = 13$
$13 + 3 = 16$
وهذا البند السادس

ضيافة وتذوق 4 أشخاص .

∴ في البند السادس = 16 .

← د

ج31

عدد حروف كلمة : السرعة 7 ..

شبابيل $= {}_5P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
$= 120$

← ب

ج 32

تكون متطيل حسب الأعداد الممكنة استخدامها

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

عدد عناصرها = ١٥

في خانة الألوف نشجد لصفر = ٩

آحاد	عشرات	مئات	ألوف
9	9	8	7

ف بالمثل ← ف بالمثل ←

9x9x8x7

ب ←

ج 22

فراغ العينة

$S = 2x2x2x2x2x2 = 2^6 = 64$

عدم ظهور صاد ١

ظهور صاد المرة واحدة

$64 - 1 = 63$

$\therefore$ الاحتمال $= \frac{63}{64}$

د ←

١١٢) متوسط درجات سلطان في أول خمسة اختبارات قصيرة هو 92 ، فإذا أراد تحسين متوسط درجاته ليصبح 93 ، فما الدرجة التي يجب أن يحصل عليها في الاختبار القصير التالي :

- 95
- 98
- 97
- 100

نرمز للاختبار بالرمز m.

$$a_1 = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5}{5}$$

مجموع الاختبارات الخمسة $= 92 \times 5 = 460$

الآن نوجد مجموع درجات الاختبارات الستة ثم نطرح منها مجموع درجات الاختبارات الخمسة التي أوجدناها .

$$93 = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6}{6}$$

مجموع الاختبارات الستة $93 \times 6 = 558$

درجة الاختبار الأخير هي: $558 - 460 = 98$

---

٨٥) إذا كان احتمال أن يرمي محمد الكرة و يصيب الهدف هو 1/3 ، و احتمال أن يرمي أحمد الكرة و يصيب الهدف هو 1/4 ، فما احتمال أن يصيبا الهدف كليهما معاً :

- 1/12
- 7/12
- 5/12
- 9/12

احتمال الحدث الأول $P(A)$ (رمي محمد الكرة و اصابته الهدف) = $\frac{1}{3}$.

احتمال الحدث الثاني $P(B)$ (رمي أحمد الكرة و اصابته الهدف) = $\frac{1}{4}$.

احتمال أن يصيبا الهدف كليهما معاً (تقاطع الحدث الأول مع الحدث الثاني)

$$P(A) \cap P(B) = P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

---

٨) رميت قطعة نقدية 4 مرات، ما احتمال ان تظهر الصوره في 4 مرات معاً ؟

احتمال الحدث = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{1}{2}$

(ظهور صورة عند رمي النقود مرة واحدة)

احتمال الحدث = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

(ظهور صورة في كل مرة عند رمي النقود ٤ مرات)

---

١٠)صندوق فيه 9 كرات ، إذا كان 4زرقاء و 5 حمراء ، سحبنا منها 2 معاً ، ما احتمال ان تكون كلها زرقاء ؟

- $\frac{1}{9}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{4}{9}$
- $\frac{6}{9}$

احتمال حدثين A و B معا يساوي حاصل ضرب احتمال الحدث الاول P(A) في احتمال الحدث الثاني P(B)

∴ السحب سيكون بدون احلال

∴ فراغ العينة للحدث B سيقل بواحد عن فراغ العينة الحدث A و كذلك عدد الكرات الزرقاء في الحدث B سيقل بواحد عدد الكرات الزرقاء في الحدث A

$$\Longrightarrow P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

$$= \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{6}$$

---

٨) رميت قطعة نقدية 4 مرات، ما احتمال ان تظهر الصوره في 4 مرات معاً ؟

احتمال الحدث = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{1}{2}$

(ظهور صورة عند رمي النقود مرة واحدة)

احتمال الحدث = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

(ظهور صورة في كل مرة عند رمي النقود ٤ مرات)

١٤)تضم قائمة مطعم 3 أنواع من الشوربة و5 أنواع سلطة و6 أنواع لحم ، بكم طريقة يمكن اختيار وجبة مكونة من 3أصناف

- 30
- 60
- 90
- 120

عدد الطرق = 3x5x6= 90

---

١١٨) لعب نادي 12 مباراة ودية ، فاز في 6 و خسر في 4 و تعادل في 2 ، بقي أمامه مباراة واحدة ، فما احتمال أن يتعادل فيها استناداً إلى نتائجه السابقة :

- 1/12
- 1/10
- 1/5
- 1/6

احتمال التعادل هو: $P=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

---

٢٨) سلة فيها 10 كرات صفراء و 25 كرة زرقاء ، وأردنا إضافة كرات صفراء بحيث انها تكون 2 على 3 عدد الكرات الموجودة في السلة ، فكم عدد الكرات الصفراء التي سوف نضيفها

- 30
- 35
- 40
- 45

عدد الكرات الموجودة = 35

بفرض ان x عدد الكرات الصفراء الجديدة

$$\Longrightarrow \frac{2}{3}=\frac{10+x}{35+x}$$
$$\Longrightarrow 70+2x=30+3x$$
$$\Longrightarrow 70-30=3x-2x$$
$$\Longrightarrow 40=x$$

---

٤١) اذا كان 40 طالب يدرسون اللغة العربية والرياضيات وكان هناك 8 متفوقين في اللغة العربية و6 متفوقين في الرياضيات و3 متفوقين فيهم جميعا ، فكم عدد الغير متفوقين فيهم جميعا

- 24
- 27
- 29
- 32

Aطلاب اللغه العربيه

Bطلاب الرياضيات

عدد المتفوقين P(AUB) = P(A)+P(B) - P(A∩B)

= 8 + 6 - 3

= 11

عدد الغير متفوقين 40 - 11 = 29

٧٧) بكم طريقة يمكن ان يجلس 5 اشخاص في صف به 9 كراسي • 15100 • 15000 • 15120 • 15150	تباديل مجموعة من العناصر n ، مأخوذ منها r من العناصر $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$ $P_5^9 = \frac{9!}{4!} = \frac{9\times8\times7\times6\times5\times4!}{4!}$ $= 72\times7\times30$ $= 72\times210$ $= 15120$
٧٨) اذا كان هناك 7 اشخاص يريدون الجلوس ولم يجدوا سوى 3 كراسي، بكم طريقة يمكن ملء هذه الكراسي الثلاثة معاً • 200 • 205 • 210 • 215	تباديل مجموعة من العناصر n ، مأخوذ منها r من العناصر $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$ $P_3^7 = \frac{7!}{4!} = \frac{7\times6\times5\times4!}{4!}$ $= 7\times6\times5$ $= 210$
٧٩) مسجد له 7 أبواب ، بكم طريقة يستطيع شخص دخول المسجد من باب والخروج من الأخر • 40 • 42 • 44 • 46	تباديل مجموعة من العناصر n ، مأخوذ منها r من العناصر $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$ $P_2^7 = \frac{7!}{5!} = \frac{7\times6\times5!}{5!}$ $= 7\times6$ $= 42$

٧) اذا كان المتوسط الحسابي لست اعداد هو 20 ، وكان متوسط مجموع عددين منهما 50 ، فما المتوسط الحسابي لبقية الأعداد الأربعة • 5 • 6 • 7 • 10	$\frac{\sum_{n=1}^{6} x}{6}=20 \Longrightarrow \sum_{n=1}^{6} x = 20\times6 = 120$ $\frac{\sum_{n=1}^{2} x}{2}=50 \Longrightarrow \sum_{n=1}^{2} x = 50\times2 = 100$ $\sum_{n=1}^{4} x = 120 - 100 = 20$ $\frac{\sum_{n=1}^{4} x}{4} = \frac{20}{4} = 5$
٨) اذا كان في كيس فيه عدد من الكرات (حمراء – بيضاء - سوداء) ثلاث ارباع الكرات بيضاء وخمسا الباقي حمراء فما نسبة الكرات السوداء • 10% • 15% • 20% • 25%	الكرات البيضاء← $\frac{3}{4} = 75\%$ المتبقي ← 25% الكرات الحمراء = $\frac{25}{100} \times \frac{2}{5} = \frac{10}{100} = 10\%$ نسبة السوداء= $100\% - (75\% + 10\%) = 15\%$
٩) ذهبت عائلة مكونة من زوجين و5 أطفال لمطعم اذا كان سعر الوجبة للطفل نصف البالغ ، كم قيمة وجبة البالغ إذا دفع الزوج ثمن الوجبات 405 ريال • 30 • 45 • 60 • 90	سعر وجبة الاطفال = m سعر وجبة البالغ= 2m مجموع الوجبات = 5m+2(2m) = 9m $m = \frac{405}{9} = 45 \quad \therefore$ $2m = 2\times45 = 90 \quad \therefore$

٤٠)بكم طريقة يستطيع 7 اشخاص الجلوس على طاولة دائرية : • 7! • 6! • 7x6	(n-1)! = (7-1)!=6!
٤١)عدد أرجل الخراف والطيور معاً هي	

ملخص المعيار 7

المعيار ٣. ٤. ٧: يتعرف المنطق والاستدلال الرياضي	١. يتعرف التقرير الرياضي وقيم الصواب وأدوات الربط وينشئ جداولها ٢. يتعرف الاقتضاء والتكافؤ والقياس المنطقي ٣. يتعرف طرائق البرهان المختلفة واستخداماتها

❖ ا المنطق الرياضي: Mathematical Logic

هو إقامة الدليل لصحة أو عدم صحة لمقولة رياضية (عبارة رياضية) وذلك باستخدام الرموز كمتغيرات يمكن استبدالها بأسماء أشياء أو صفات كما نستخدم ثوابت تدعى الروابط المنطقية .

❖ التقارير: Statements

الجمل الخبرية يجب أن تكون إما صواباً أو خطأ ولا يمكن ألا تكون أي منهما ولا أن تكون الاثنين معا .

أما الجمل غير الخبرية فهي الجمل التي لا يمكن الحكم عليها بالصواب أو الخطأ ، سنسمى الجملة الخبرية تقريرا (statement) .

يرمز للتقرير الصحيح p ، يرمز للتقرير النفي $\sim p$

عبارة الوصل :هي عبارة مركبة مكونة من ربط عبارتين أو أكثر بأداة الربط .(و)

يرمز لعبارة الوصل بالرمز $p \wedge q$

*وتكون عبارة الوصل صحيحة فقط عندما تكون جميع مركباتها عبارات صحيحة

جدول صواب لعباره الوصل

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

مثال:كون جدول صواب للعبارة التاليه:

p	q	~q	p⋀~q
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F

عبارة الفصل: هي عبارة مركبة مكونة من ربط عبارتين أو أكثر بأداة الربط (او)
يرمز لعبارة الفصل بالرمز $p \vee q$

وتكون عبارة الفصل صحيحة إذا كانت إحدى مركباتها على الأقل صحيحة. وتكون خطأ عندما تكون جميع مركباتها خطأ.

جدول الصواب لعبارة الفصل: $p \vee q$

p	q	p⋁q
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

مثال:كون جدول صواب للعبارة التالية:

$(p \wedge q) \vee r$ ملاحظه(**استعمل طريقه العدد الاساسيه لتحديد عدد الصفوف اللازمه r,p,q** وعليه يوجد ٢×٢×٢)

p	q	$p \wedge q$	r	$(p \wedge q) \vee r$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	T
T	T	T	F	T
T	F	F	F	F
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T
F	T	F	F	F
F	F	F	F	F

عبارة إذا كان ... فإن:....

تكتب عبارة(إذا كان .... فإن).... على الصورة(اذا كانت p فإن q) الجملة التي تتبع كلمة إذا تسمى الفرض، والجملة التي تتبع كلمة فإن تسمى النتيجة.

يرمز لعبارة الشرط بالرمز $p \rightarrow q$

العبارة الشرطية تكون صحيحة في جميع الحالت الا أن يكون الفرض صحيحًا والنتيجة خطأ

جدول الصواب للعباره الشرطية

p	q	p⟶q
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

العكس،والمعكوس والمعاكس الايجابي: يرتبط بالعبارة الشرطية المعطاة عبارات شرطية أخرى تسمى العبارات الشرطية المرتبطة.:

العبارة	مكونه من	الرموز	مثال
الشرطية	فرض معطى ونتيجة	p⟶q	إذا تساوى قياس زاويتين فإنهما متطابقتان
العكس	تبديل الفرض والنتيجة	q⟶p	إذا تطابقت زاويتان فإن لهما القياس نفسه.
المعكوس	نفي كل من الفروض والنتيجة في العبارة الشرطيه .	p⟶~q~	إذا كان قياسا زاويتين غير متساويين فإنهما غير متطابقتين.
المعاكس الايجابي	نفي كل من الفروض والنتيجة في عكس العبارة الشرطيه	q⟶~p~	إذا كانت الزاويتان غير متطابقتين فإن قياسيهما غير متساويين.

ملاحظات:

- إذا كانت العبارة الشرطية صحيحة فليس بالضرورة أن يكون عكسها ومعكوسها صحيحين
- المعاكس الإيجابي صحيحًا دائمًا إذا كانت العبارة الشرطية صحيحة المعاكس الإيجابي خطأ دائمًا إذا كانت العبارة الشرطية خطأ
- . عكس العبارة الشرطية ومعكوسها إما أن يكونا صحيحين معا أو خطأً معا
- والعبارات التي لها قيم الصواب نفسها يقال لها عبارات متكافئة منطقياً
- فالمعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية يكافئ منطقيًا العبارة الشرطية
- وعكس العبارة الشرطية يكافئ منطقياً معكوسها

هذه العلاقات تلخص في الجدول التالي:

p	q	~p	q~	p⟶q	q⟶p	p⟶~q~	q⟶~p~
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T

العبارة الشرطية الثنائية: هي ربط عبارة شرطية وعكسها بأداة الربط(و) يرمز لها

$(p \to q) \wedge (q \to p)$ ، ويرمز لها اختصاراً $p \leftrightarrow q$

قانون الفصل المنطقي: إذا كانت العبارة الشرطية $p \rightarrow q$ صحيحة والفرض p صحيحاً فإن q صحيحة

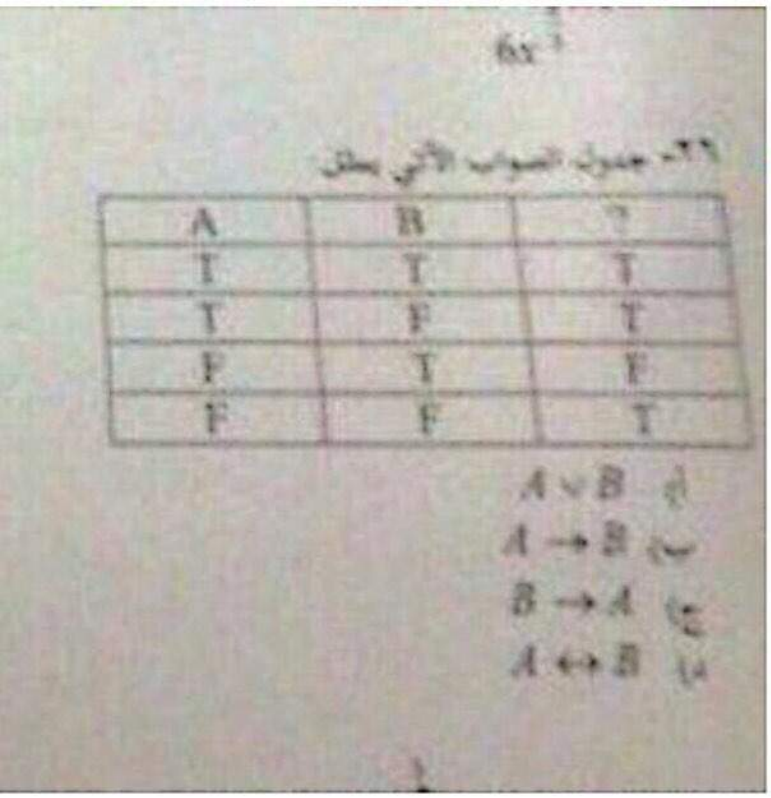
الرمز: $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

قانون القياس المنطقي:

إذا كانت العبارتان الشرطيتان $p \rightarrow q, q \rightarrow r$ صحيحتين فإن العبارة الشرطية $p \rightarrow r$ تكون صحيحة.

الرمز: $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

أسئلة المعيار 7



٣٧- جدول الصواب الآتي يمثل

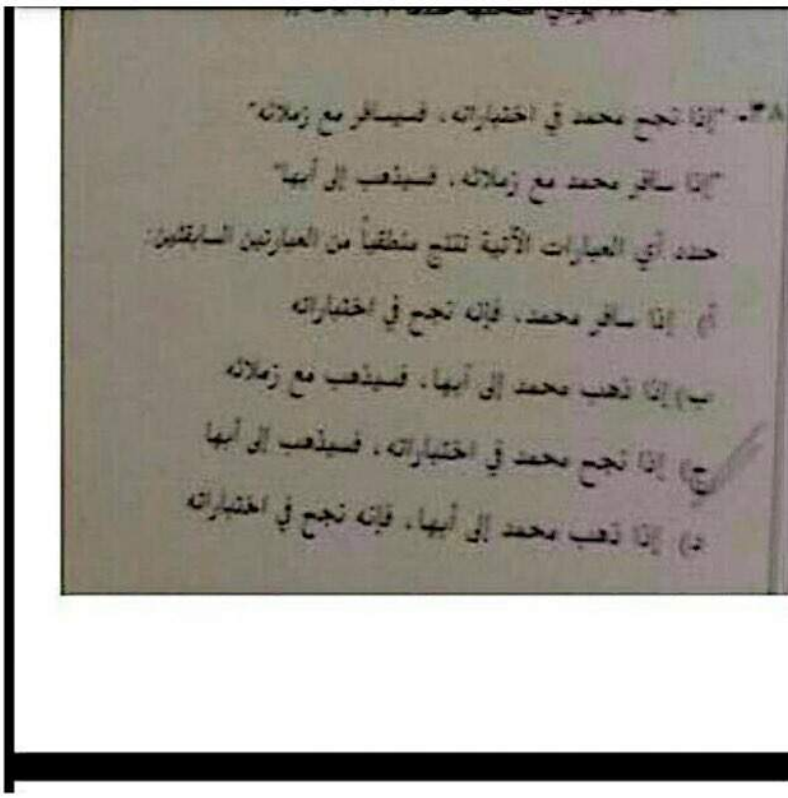
A	B	؟
T	T	T
T	F	T
F	T	F
F	F	T

أ) $A \vee B$

ب) $A \rightarrow B$

ج) $B \rightarrow A$

د) $A \leftrightarrow B$



٣٨- "إذا نجح محمد في اختباراته، فسيسافر مع زملائه"

"إذا سافر محمد مع زملائه، فسيذهب إلى أبيها"

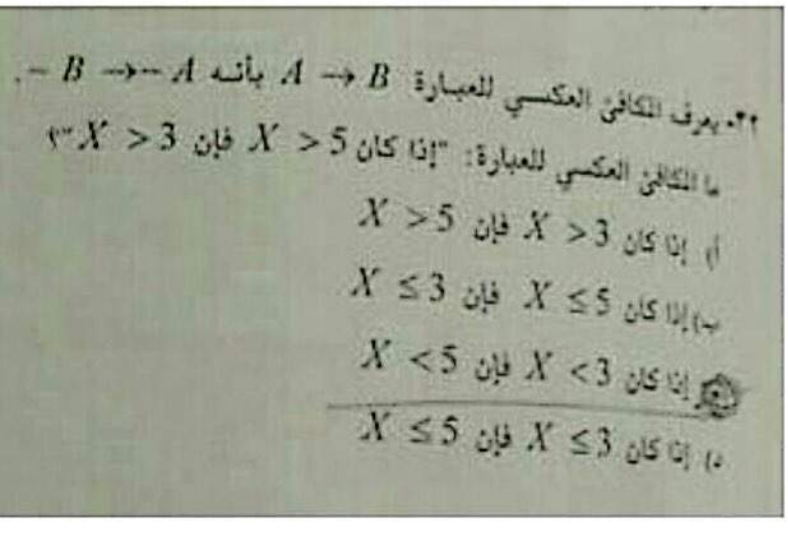
حدد أي العبارات الآتية تنتج منطقياً من العبارتين السابقتين:

أ) إذا سافر محمد، فإنه نجح في اختباراته

ب) إذا ذهب محمد إلى أبيها، فسيذهب مع زملائه

ج) إذا نجح محمد في اختباراته، فسيذهب إلى أبيها

د) إذا ذهب محمد إلى أبيها، فإنه نجح في اختباراته



٣٩- يعرف المكافئ العكسي للعبارة $A \rightarrow B$ بأنه $\sim B \rightarrow \sim A$.

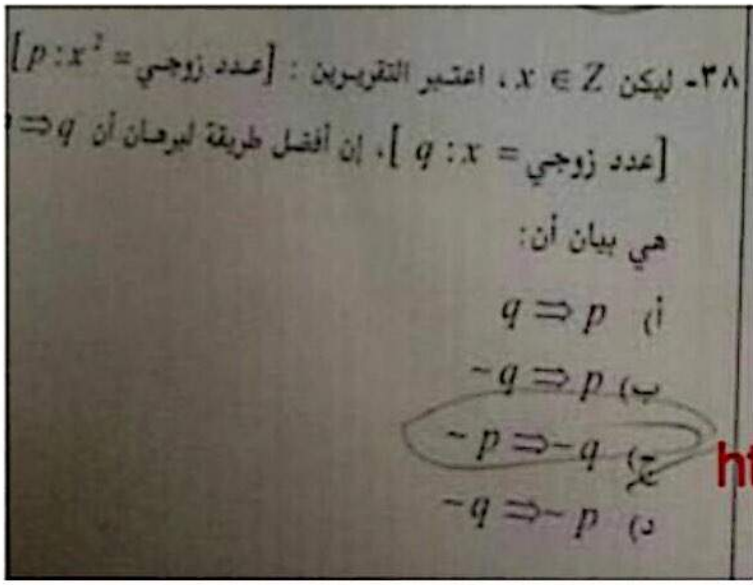
ما المكافئ العكسي للعبارة: "إذا كان $X > 5$ فإن $X > 3$"؟

أ) إذا كان $X > 3$ فإن $X > 5$

ب) إذا كان $X \leq 5$ فإن $X \leq 3$

ج) إذا كان $X < 3$ فإن $X < 5$

د) إذا كان $X \leq 3$ فإن $X \leq 5$



٣٨- ليكن $x \in Z$، اعتبر التقريرين : [عدد زوجي $= x^2 : p$]

[عدد زوجي $= x : q$]، إن أفضل طريقة لبرهان أن $q \Rightarrow p$

هي ببيان أن:

أ) $q \Rightarrow p$

ب) $\sim q \Rightarrow p$

ج) $\sim p \Rightarrow \sim q$

د) $\sim q \Rightarrow \sim p$

Scanned by CamScanner

٣٦ :

A	B	AvB	A→B	B→A	A↔B
T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	T	F
F	T	T	T	F	F
F	F	F	F	T	T

الحل جـ ..

$B \to A$

٣٧- يعرف المكافئ العكسي للعبارة

$A \to B$ بأنه $B \to A$

ما المكافئ العكسي للعبارة

"اذا كان $x > 5$ فإن $x > 3$ "؟

$(A \to B) \equiv (\sim B \to \sim A)$

$x > 5 \to x > 3 \equiv x \leq 3 \to x < 5$

اذا كان $x \leq 3$ فإن $x < 5$

الحل د.

٣٨- اذا نجح

٣٨- اذا نجح محمد في اختباراته

فسيسافر مع زملائه..

" اذا سافر محمد مع زملائه، فسيذهب الى أبها.

الحل:

اذا نجح محمد في اختباراته، فسيذهب

الى الى أبها.

الجواب ج

نجح ← سافر

سافر ← يذهب لأبها

اذا نجح ← يذهب لأبها

٣٨- ليكن $x \in \mathbb{Z}$ ، اعتبر التعبيرين:

[$p: x^2$ عدد زوجي]

[$q: x$ عدد زوجي]

اذا افضل طريقة لبرهان ان

$p \to q$

هي بان أن:

$p \to q \equiv (\sim q \to \sim p)$

الجواب د.

Scanned by CamScanner

لو عملنا جداول نجد $A \rightarrow \sim B \equiv \sim A \rightarrow B$

وعلى وجه لعلم $A \rightarrow \sim B \equiv \sim A \rightarrow B$

(19) إذا كانت العبارة الشرطية $A \longrightarrow \sim B$ فإن

* $\sim A \longrightarrow B$

* $\sim A \longleftrightarrow B$

اختبار كفايات رياضيات

السؤال	الإجابة
(20) أي التقارير التالية صائبة * $A \longrightarrow \sim B$ * $B \wedge A$ * $B \longrightarrow \sim A$ * $\sim B \longleftrightarrow B$	هذا السؤال يعتمد على قيم A, B وهنا لم تعطاه فإذا كانت A و B كلاهما صائبة فأي خيار الثاني يكون صحيح .
(22) جدول الصواب الآتي يمثل : * $B \wedge A$ * $A \longrightarrow B$ * $B \longrightarrow A$ * $A \longleftrightarrow B$	* الرابط ($\wedge$) صائب في حالة واحدة إذا كانت الأولى والثانية كلاهما صائبة T,T * الرابط ($\vee$) خاطئ في حالة واحدة إذا كانت الأولى والثانية كلاهما خاطئة F,F * الرابط ($\longrightarrow$) إذا كان $\sim$ فإنه خاطئ في حالة واحدة فقط إذا كانت الأولى T والثانية F * الرابط ($\longleftrightarrow$) إذا وقعت إذا يكون صائب إذا كانت العبارات متشابهة (إما خاطئة معاً أو صائبة معاً) كلاهما تعطيني صواب .

A	B	?
T	T	T
(T)	(F)	(F)
F	T	T
F	F	T

Scanned by CamScanner

٤٧) $p \vee (\sim p \wedge \sim q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	$p \vee (\sim p \wedge \sim q)$	$\sim p \rightarrow \sim q$
T	T	F	F	F	T	T
T	F	F	T	F	T	T
F	T	T	F	F	F	F
F	F	T	T	T	T	T

- صائبة دائما
- $\sim p \rightarrow \sim q$
- مكافئ

Scanned by CamScanner

ملخص المعيار 8

المعيار	المؤشرات
المعيار ٣. ٤. ٨: يتعرف حساب التفاضل والتكامل وتطبيقاتهما	١. يحسب مجموع المتتابعات والمتسلسلات الحسابية والهندسية ٢. يحكم على تقارب المتتابعات والمتسلسلات غير المنتهية ٣. يتعرف النهايات ويستخدمها في تعريف مشتقة الدالة والحكم على اتصالها ٤. يحسب مشتقة الدالة ويرسم منحناها ٥. يحسب تكامل دالة ويستخدمها في حساب المساحات والحجوم ٦. يحل مسائل تطبيقية على التفاضل والتكامل

معيار (8)

التفاضل والتكامل والمتسلسلات والمتتابعات (9 أسئلة)

١- يحسب مجموع المتتابعات والمتسلسلات الحسابية والهندسية
٢- يحكم على تقارب المتتابعات والمتسلسلات غير منتهية
٣- يتعرف النهايات ويستخدمها في تعريف مشتقة الدالة والحكم على اتصالها
٤- يحسب مشتقة لدالة ويرسم منحناها
٥- يحسب تكامل دالة ويستخدمها في حساب الحجوم والمساحات
٦- يحل مسائل تطبيقية على التفاضل والتكامل

المتتابعة

- حسابية: $a_n = a_1 + (n-1)d$
  - مثال:- 1, 6, 11, 16, ...
- هندسية: $a_n = ar^{n-1}$
  - مثال:- 2, 8, 16, 32, ...

المتسلسلة

- حسابية
  - $S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n]$
  - $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$
  - مثال:- $\sum_{n=0}^{10}(n-4)$
  - $-4-3-2-1+0+1+2+\cdots$
- هندسية
  - منتهية: $S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r}$
    - مثال:- $\sum_{n=0}^{10} 4\left(\frac{1}{2^n}\right)$
    - $= 4(1) + 4\left(\frac{1}{2}\right) + 4\left(\frac{1}{4}\right)$
    - $2 + 4 + 8 + 16 + \cdots$
  - غير منتهية
    - متقاربة لها مجموع: $|r| < 1$, $S_n = \frac{a}{1-r}$
      - $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2^n}\right)$
      - $r = \frac{1}{2} < 1$
    - متباعدة ليس لها مجموع: $|r| \geq 1$
      - $\sum_{n=0}^{\infty}(3^n)$
      - $r = 3 > 1$

س/ الحد الثاني للمتتابعة $3, 6, 9, 12, \cdots, 30$

$a_1 = 3$ ، $a_2 - a_1 = 6 - 3 = 3$ ، $a_3 - a_2 = 9 - 6 = 3$ $\Rightarrow d = 3$ $\Rightarrow$ المتتابعة حسابية

$a_n = a_1 + (n-1)$

$a_7 = a_1 + (7-1)d \rightarrow a_7 = 3 + 6 \times 3 = 3 + 18 = 21$

Scanned by CamScanner

قوانين النهايات

النهاية تؤول إلى النقطة :-

اذا اقتربت قيم $f(x)$ من قيمة وحيدة L
كلما اقتربت قيم x من c من كلا جهتين
فإن نهاية $f(x)$ عندما x تقترب من c هي L

$$\lim_{x\to c} f(x) = L$$

النهاية من اليمين: $\lim_{x\to c^+} f(x) = l_1$

النهاية من اليسار: $\lim_{x\to c^-} f(x) = l_2$

* اذا كانت نهاية اليمين = نهاية اليسار
$\Leftarrow$ النهاية موجودة

* اذا كانت نهاية اليمين $\neq$ نهاية اليسار
$\Leftarrow$ النهاية غير موجودة.

مثال :-

1] $\lim_{x\to -3} x = -3$

2] $\lim_{x\to -1} \sqrt{x+3} = \sqrt{-1+3} = \sqrt{2}$

3] $\lim_{x\to 1} |x-1| = \begin{cases} x-1 & ; x \geq 1 \\ 1-x & ; x < 1 \end{cases}$

تتغير الدالة عند $x = 1$

- $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} (x-1) = 0$
- $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} (1-x) = 0$

النهاية موجودة وتساوي الصفر

حالات عدم تعيين :-

عند تعويض المباشر في الدوال النسبية تنتج صيغة $\left(\frac{0}{0}\right)$ أو $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ أو $(\infty - \infty)$ وهي كمية غير محددة

طرق معالجتها :-

① التحليل ② ضرب مرافق المقام
③ قاعدة لوبيتال (اشتقاق البسط والمقام)

مثال :-

1] $\lim_{x\to 5} \frac{x+1}{x^2+3} = \frac{5+1}{25+3} = \frac{6}{28}$

2] $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0}$

$\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} (x+1) = 2$

طريقة تحليل ومثال لوبيتال

النهاية تؤول إلى (∞) أو $(+\infty)$:-

أولاً :- نهاية دوال القوى عند (∞) :-

- $\lim_{x\to\infty} x^n = (\infty)^n = \infty$
- $\lim_{x\to -\infty} x^n = \begin{cases} (-\infty)^n = \infty & \text{و } n \text{ زوجي} \\ (-\infty)^n = -\infty & \text{و } n \text{ فردي} \end{cases}$

مثال :-

1] $\lim_{x\to\infty} x^7 = \infty$ 2] $\lim_{x\to -\infty} x^4 = \infty$ n زوجي

3] $\lim_{x\to -\infty} x^5 = -\infty$ n فردي.

ثانياً :- نهاية دوال كثيرة الحدود عند (∞) :-

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

- $\lim_{x\to\infty} P(x) = \lim_{x\to\infty} a_n x^n = \infty$
- $\lim_{x\to -\infty} P(x) = \lim_{x\to -\infty} a_n x^n = \begin{cases} \infty & n \text{ زوجي و} \\ -\infty & n \text{ فردي و} \end{cases}$

مثال :-

1] $\lim_{x\to -\infty} 4x^6 + 3x^5 + 8 = \infty$ n زوجي

ثالثاً :- نهاية الدوال النسبية $P(x)$ عند ∞ :-

درجة البسط > درجة المقام

- $\lim_{x\to\infty} P(x) = \infty$
- $\lim_{x\to -\infty} P(x) = (-1)^{n-m} \infty$

n درجة البسط
m درجة المقام
$n-m$

مثال :-

- $\lim_{x\to\infty} \frac{5x^2}{x-1} = \infty$
- $\lim_{x\to -\infty} \frac{7x^3+1}{x^2+1} = (-1)^{3-2} \infty = -\infty$

نطرح الأسس.

درجة البسط < درجة المقام

- $\lim_{x\to\pm\infty} P(x) = 0$

مثال :-

- $\lim_{x\to\infty} \frac{5x^2}{2x^4+1} = 0$
- $\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0$
$= 0$

درجة البسط = درجة المقام

- $\lim_{x\to\pm\infty} P(x)$

معامل أكبر أس في البسط / معامل أكبر أس في المقام

مثال :-

1] $\lim \frac{7x^3 - 2x^2}{2x^3 + 4x}$

درجة البسط = 3
درجة المقام = 3

$\lim P(x) = \frac{7}{2}$

Scanned by CamScanner

تابع النهاية

ثالثاً: نهاية المتتابعات:-

a] $a_n = \frac{3n+1}{n+5} = \frac{3}{1}$ درجة البسط = درجة المقام

$\lim_{x\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{3n+1}{n+5} = 3$

b] $b_n = \frac{5}{n^4}\left[\frac{n^2(n+1)^2}{4}\right] = \frac{5n^2(n^2+2n+1)}{4n^4} = \frac{5n^4+10n^3+1}{4n^4}$

$\lim_{n\to\infty} p(n) = \frac{5n^4}{4n^4} = \frac{5}{4}$

c] $c_n = \frac{4}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{4}{n^2+1} = 0$ درجة البسط < درجة المقام

رابعاً: بعض النهايات الخاصة:-

1) $\lim_{x\to0} e^x = e^0 = 1$

2) $\lim_{x\to\infty} e^x = e^\infty = \infty$

3) $\lim_{x\to+\infty} e^{-x} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^\infty} = \frac{1}{\infty} = 0$

4) $\lim_{x\to0} \frac{e^x-1}{x} = \frac{e^0-1}{0} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0}$ لوبيتال $\Longrightarrow \lim_{x\to0} \frac{e^x}{1} = \frac{e^0}{1} = 1$

5) $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$

6) $\lim_{x\to0} \frac{1-\cos x}{x} = \frac{1-\cos0}{0} = \frac{0}{0}$ لوبيتال $\Longrightarrow \lim_{x\to0} \frac{\sin x}{1} = 0$

7) $\lim_{x\to0} \frac{\sin x}{x} = \frac{\sin0}{0} = \frac{0}{0}$ لوبيتال $\Longrightarrow \lim_{x\to0} \cos x = \cos0 = 1$

8) $\lim_{x\to1} \frac{x-1}{\ln x} = \frac{1-1}{\ln1} = \frac{0}{0}$ لوبيتال $\Longrightarrow \lim_{x\to1} \frac{1}{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to1} x = 1$

الاتصال

تكون الدالة متصلة عند النقطة c اذا كانت :-

① $f(c)$ موجودة

② النهاية اليمنى = النهاية اليسرى

③ أي ان $\lim_{x\to c} f(x)$ موجودة

④ $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$

أنواع عدم الاتصال:-

① اتصال قفزي ← نهاية اليمنى ≠ نهاية اليسار

② اتصال قابل للازالة ← النهاية موجودة ولكن لا تساوي $f(c)$

③ اتصال نهائي اذا كانت $f(c)$ غير موجودة والنهاية غير موجودة

مثال:-

$F(x) = \begin{cases} 5x+5 ; x>2 \\ 2-x ; x\le2 \end{cases}$ عند $x=2$

① نوجد $f(c)$ عند $x=2$

$f(2) = f(c) = (2-2) = 0$

التعويض في الدالة التي تنتمي $x=2$

② $\lim_{x\to2^+} f(x) = \lim_{x\to2^+} 5x+5 = 15$

$\lim_{x\to2^-} f(x) = \lim_{x\to2^-} 2-x = 0$

اليمنى ≠ اليسرى

النهاية غير موجودة

$x=2$ الدالة غير متصلة عند

Scanned by CamScanner

قوانين التفاضل

١ تعريف المشتقة :-

الميل $m = f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

مثال :- أوجدي $f'(x)$ اذا كان $F(x) = \sin x$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$$

$$f'(x) = \cos x$$

مثال :- أوجد $f'(x)$ اذا كان $F(x) = e^{3x}$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{e^{3(x+h)} - e^{3x}}{h}$$

$$f'(x) = 3e^{3x}$$

٢ قوانين الاستقامة :-

١ $y = f(x) = x^n \Leftarrow y' = \frac{dy}{dx} = n x^{n-1}$

مثال :-

① $y = x^3 \Leftarrow y' = 3x^2$

② $y = x^5 + 3x + 5 \Leftarrow y' = 5x^4 + 3$

③ $y = 5\sqrt[3]{x} \Leftarrow y = 5(x)^{\frac{1}{3}} \Leftarrow y' = 5 \cdot \frac{1}{3} x^{\frac{1}{3}-1} \Leftarrow y' = \frac{5}{3} x^{-\frac{2}{3}} \Leftarrow y' = \frac{5}{3\sqrt[3]{x^2}}$

٣ مشتقة حاصل ضرب دالتين

$\therefore F(x) = F_1 F_2$

$$F'(x) = F_1(x) F_2'(x) + F_2(x) F_1'(x)$$

الأولى — مشتقة الثانية — الثانية — مشتقة الأولى

مثال :-

$f(x) = (3x-2)(4x+1)$

$f'(x) = (3x-1)(4) + (4x+1)(3) = 24x - 1$

٤ مشتقة قسمة دالتين :-

$$F(x) = \frac{F_1}{F_2} \Leftarrow F'(x) = \frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{البسط} \times \text{مشتقة المقام}}{(\text{المقام})^2}$$

مثال :-

$$y = \frac{x^7}{2x-1} \Rightarrow y' = \frac{(2x-1)(7x^6) - x^7(2)}{(2x-1)^2} = \frac{14x^7 - 7x^6 - 2x^7}{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{12x^7 - 7x^6}{(2x-1)^2}$$

٤ مشتقة دالة مرفوع لأس :- $F(x) = [f(x)]^n \Leftarrow F'(x) = n[f(x)]^{n-1} f'(x)$

مثال :-

$$F(x) = (x^5 + 2x^3 + 1)^7$$

$$F'(x) = 7(x^5 + 2x^3 + 1)^6 \cdot (5x^4 + 6x^2 + 0)$$

مشتقة ما بداخل القوس = مشتقة الدالة

Scanned by CamScanner

٥ مشتقة الدوال المثلثية :-

$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$

$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$

$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$

$\frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$

$\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$

$\frac{d}{dx}(\csc) = -\csc x \cot x$

1) $f(x) = \sin(3x+1)$

$f'(x) = \cos(3x+1) \cdot (3)$

مشتقة الدالة — مشتقة الزاوية

2) $f(x) = \tan x^{-2}$

$f'(x) = (\sec x^{-2}) \cdot (-2x^{-3}) = \frac{-2\sec x^{-2}}{x^2}$

مشتقة الدالة — مشتقة الزاوية

3) $f(x) = \sec(3x^2+1)$

$f'(x) = \sec(3x^2+1)\tan(3x^2+1) \cdot (6x)$

مشتقة الدالة — مشتقة الزاوية

٦ الدوال الأسية واللوغاريتمية :-

$y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x}$

$y = \log_a x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \cdot \log_a a}$

$y = e^x \Rightarrow y = e^x$

$y = a^x \Rightarrow y' = a^x \log a$

أمثلة :-

1] $y = 2(3)^{3x+1} \Rightarrow y' = 2(3)^{3x+1} \cdot (3) \cdot \log 3$

الدالة الأسية — مشتقة الأس — لو الأساس

2] $y = e^{5x^2+x} \Rightarrow y' = e^{5x^2+x} \cdot (10x+1)$

الدالة الأسية — مشتقة الأس

3] $y = \ln(5x+1) \Rightarrow y' = \frac{1}{5x+1} \cdot (5)$

4] $y = \ln \frac{3}{3x^2} \Rightarrow y' = \ln 3 - \ln 3x^2 = 0 - \frac{1}{3x^2}(6x) = \frac{-6x}{3x^2} = \frac{-3}{x}$

٧ نظرية القيمة القصوى :-

اذا كانت $f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة $[a,b]$ فإن لها قيمة عظمى وصغرى على الفترة $[a,b]$ وذلك إما عند إحدى طرفي الفترة أو عند إحدى النقاط الحرجة

مثال :-

$f(x) = 2x^2 + 8x \quad ; [-5, 0]$

لإيجاد النقاط الحرجة

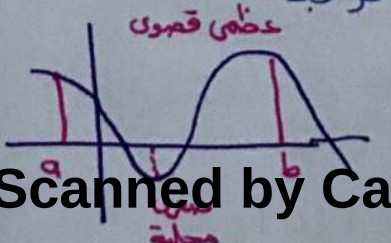
$f'(x) = 4x + 8 \qquad f'(x) = 0$

$4x + 8 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -2}$

$f(-5) = 2(-5)^2 + 8(-5) = \boxed{10}$ عظمى

$f(0) = 0$

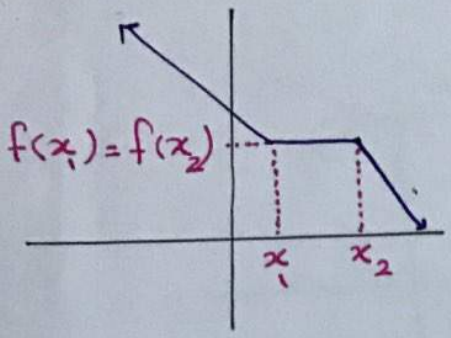
$f(-2) = 8 - 16 = \boxed{-8}$ صغرى



Scanned by CamScanner

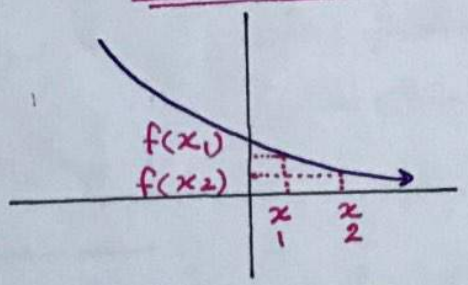
القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

① الدوال المتزايدة - المتناقصة - الثابتة :-



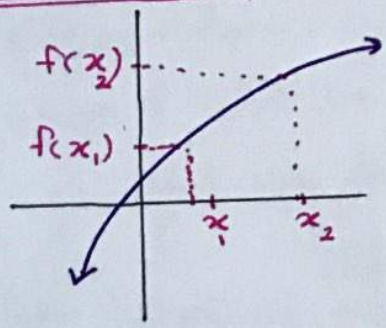
$x_1 < x_2$

$f(x_1) = f(x_2)$



$x_1 < x_2$

$\Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

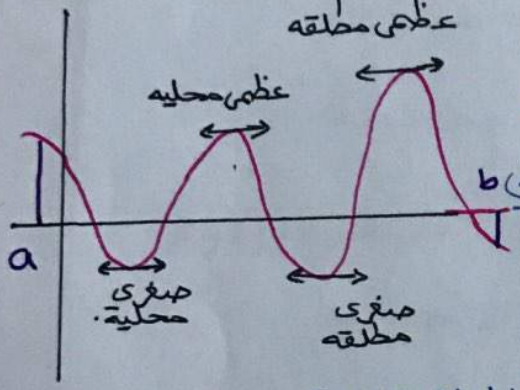


$x_1 < x_2$

$\Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

① لتحديد هل الدالة متزايدة أو متناقصة :-

② نظرية القيمة القصوى :-

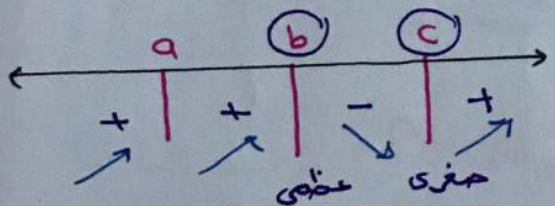


اذا كانت $f(x)$ متصلة على الفترة $[a,b]$ فإن لها قيمة عظمى أو صغرى على الفترة $[a,b]$ وذلك عندها إحدى طرفي الفترة أو عند إحدى النقاط الحرجة.

③ لتحديد النقاط الحرجة :-

① نوجد المشتقه الأولى ② $f'(x)=0$ ونوجد أصفار المشتقة

③ دراسة اشارة المشتقة على خط الأعداد



* من صغرى إلى عظمى ⟸ الدالة متزايدة
* من عظمى إلى صغرى ⟸ الدالة متناقصة

④ لتحديد نقط الانقلاب :-

① نوجد المشتقه الثانية ② $f''(x)=0$ ③ دراسة اشارة المشتقة على خط الأعداد

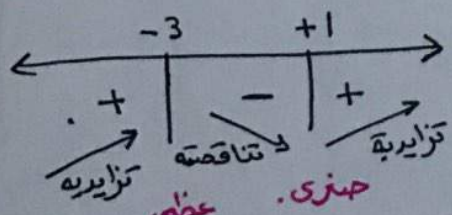
* (+) الدالة منقعرة لأعلى
* (−) الدالة منقعرة لأسفل.

مثال :- الدالة :- $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 6$

④ ايجاد نقاط الحرجة وهل هي نقاط عظمى أو صغرى.

$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$

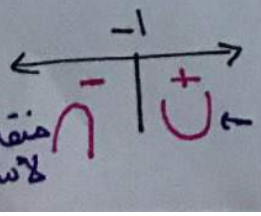
$\div 3 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+3) = 0$



ب) ايجاد نقط الانقلاب :-

$f''(x) = 2x + 2 \Rightarrow 2x + 2 = 0$

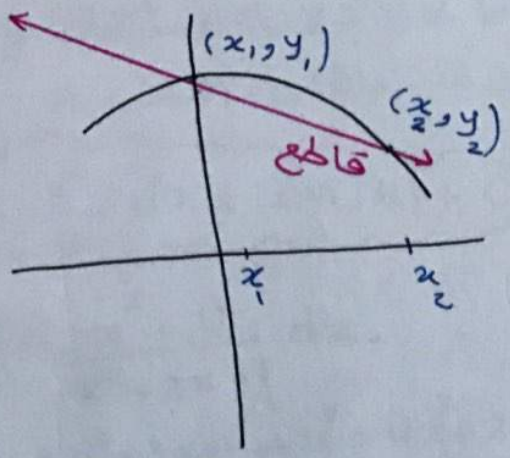
$\boxed{x = -1}$



نقاط الانقلاب $f(x)$ (-1 و 16)

Scanned by CamScanner

متوسط معدل التغير



متوسط معدل التغير بين أي نقطتين على منحنى الدالة f هو ميل المستقيم المار بين هذى النقطتين

هندسياً:-

سيمى المستقيم المار بنقطتين قاطعاً ويرمز لميل القاطع بالرمز m_{sec}

القانون:-

متوسط معدل تغير الدالة $f(x)$ في الفترة $[x_1, x_2]$ هو

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

+ متزايدة
- متناقصة.

مثال:- أوجد متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = +x^3 + 3x$ على الفترة $[-2, 1]$

$$m = \frac{f(1) - f(-2)}{1 - (-2)} = \frac{[+1+3] - [+(-2)^3 + 3(-2)]}{3}$$

$$= \frac{[+4] - [-8-6]}{3} = \frac{4+14}{3} = \frac{18}{3}$$ متزايدة

مثال:- أوجد ميل المنحنى عند أي نقطه عليه:-

$f(x) = \frac{4}{x}$

$f'(x) = \frac{-4}{x^2}$

مسألة صعبة (القاهرة) (القاهرة)

Scanned by CamScanner

قوانين التكامل

① الدوال الأصلية والتكامل

$$\int f(x)\,dx = F(x)$$

① $\int 5x^4\,dx = 5\frac{x^5}{5} + C$

② $\int x^{\frac{2}{5}}dx = \frac{x^{\frac{2}{5}+1}}{\frac{2}{5}+1} + C$

$= \frac{x^{\frac{7}{5}}}{\frac{7}{5}} + C = \frac{5}{7}x^{\frac{7}{5}}$

③ $\int \frac{1}{x^6}dx = \int x^{-6}dx = \frac{x^{-6+1}}{-6+1} + C$

$= \frac{x^{-5}}{-5} + C = -\frac{1}{5x^5} + C$

② قاعدة (٢) :-

لتكن u قابلة للإشتقاق في x و n عدد مخالف لـ -1 فيكون لدينا القاعدة التالية

$$\int \underbrace{u'}_{\text{مشتقتها}}\ \underbrace{u^n}_{\text{الدالة}}\,dx = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$$

① $\int \underbrace{6x^2}_{\text{مشتقتها}}\underbrace{(2x^3-6)^4}_{\text{الدالة}}\,dx$

$= \frac{(2x^3-6)^5}{5} + C$

② $\int (x^2+1)\sqrt{x^3+3x+1}\,dx$

$u = x^3+3x+1 \Rightarrow u' = 3x^2+3$

$3(x^2+1)$

$\therefore \frac{1}{3}\int 3(x^2+1)\sqrt{x^3+3x+1}\,dx$

$= \frac{1}{3}\frac{(x^3+3x+1)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C \quad \left(\frac{1}{2}+1 = \frac{3}{2}\right)$

$= \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\sqrt{(x^3+3x+1)^3} + C$

③ قاعدة (٣) :-

اذا كانت u دالة قابلة للاشتقاق في x فيكون لدينا بالقانون التالي :-

$$\int \frac{u'}{u}\,dx = \ln|u| + C$$

① $\frac{1}{2}\int \frac{2(2x^3+1)}{x^4+2x+1}\,dx$

$u = x^4+2x+1 \Rightarrow u' = 4x^3+2 = 2(2x^3+1)$

$\therefore \frac{1}{2}\int \frac{4x^3+1}{x^4+2x+1}\,dx$

$= \frac{1}{2}\ln|x^4+2x+1| + C$

② $\frac{1}{4}\int \frac{4x\,e^{2x^2}}{e^{2x^2}+5}\,dx$

$u = e^{2x^2}+5 \Rightarrow u' = 4x(e^{2x^2})$

مشتقة الأس. الدالة الأسية

$\therefore \frac{1}{4}\int \frac{4x e^{2x^2}}{e^{2x^2}+5}\,dx = \frac{1}{4}\ln(e^{2x^2}+5) + C$

④ قواعد تكامل الدوال المثلثية :-

$\int \cos ax\,dx = \frac{1}{a}\sin ax + C$

$\int \sin ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax + C$

$\int \sec^2 x\,dx = \tan x + C$

$\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + C$

$\int \sec x\tan x = \sec x + C$

$\int \csc x\cot x = -\csc x + C$

$\int \tan x\,dx = \int \frac{\sin x}{\cos x}\,dx = -\ln\cos x$

Scanned by CamScanner

⑤ خواص التكامل :-

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f dx + \int_c^b f dx \quad ②$$

$$\int_a^a f(x)dx = 0 \quad ①$$

$$\int_a^b f\,dx = -\int_b^a f\,dx \quad ③$$

مثال:- احسبي التكامل التالي

$$\int_{-1}^{2} |x|\,dx$$

$$|x| = \begin{cases} +x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$\therefore \int_{-1}^{2} |x|dx = \int_{-1}^{0} -x\,dx + \int_{0}^{2} x\,dx$$

$$= -\frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{0} + \frac{+x^2}{2}\Big|_{0}^{2}$$

$$= +\frac{1}{2} + \frac{2^2}{2} = \frac{1}{2} + 2 = \boxed{\frac{5}{2}}$$

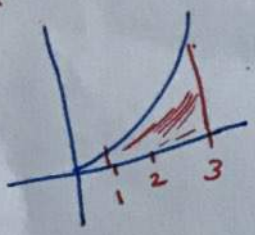
ملاحظة:

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx \xrightarrow{f \text{ زوجية}} = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$$

$$\xrightarrow{f \text{ فردية}} = 0$$

⑥ المساحة تحت المنحنى :-

مثال: ① أوجدي مساحة تحت المنحنى $Y = 4x^3$ والمحور X بين $X=3$ و $X=1$



$$\int_1^3 4x^3 dx = 4\frac{x^4}{4}\Big|_1^3 = (3)^4 - (1)^4 = 81 - 1 = \boxed{80}$$

②

$$\int_{-1}^{2} (-x^2 + 10)\,dx$$

$$= -\frac{x^3}{3} + 10x\Big|_{-1}^{2} = \frac{(-2)^3}{3} + 10(2) + \frac{(-1)^3}{3} - 10(-1)$$

$$= -\frac{8}{3} + 20 - \frac{1}{3} + 10 = -3 + 30 = \boxed{27}$$

⑦ تكامل الدالة الأسية :-

① $\int e^x dx = e^x + C$

② $\int x e^{x^2} dx = \frac{1}{2}e^{x^2} + C$ $\Rightarrow u = e^{x^2}$ $u' = 2xe^{x^2}$

(x : u', e^{x^2} : u)

⑧ التكامل بالتجزيء :-

$\int x^2 e^x dx$ تستخدم في حالة ليس الدالة في مشتقتها

$u = x^2$ $\quad dv = e^x dx$

$du = 2x$ $\quad v = e^x$

$I_1 = uv - \int v\,du = x^2 e^x - 2\int x e^x dx$

$I_2 = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x$

$du = dx$ $\quad v = e^x$

$\boxed{I_1 = x^2e^x - 2xe^x + 2e^x}$

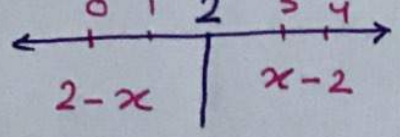
Scanned by CamScanner

خصائص دالة المقياس :-

$$f(x)=|x|=\begin{cases} x & ; \ x\geq 0 \\ -x & ; \ x<0 \end{cases}$$

النهاية — الاتصال — الاشتقاق — التكامل

أولاً :- النهاية



$$f(x)=|x-2|=\begin{cases} x-2 & ; \ x\geq 2 \\ -(x-2) & ; \ x<2 \end{cases}$$

* $\lim_{x\to 0}|x-2| = \lim_{x\to 0}(2-x) = 2-0 = 2$

* $\lim_{x\to 4}|x-2| = \lim_{x\to 4}(x-2) = 4-2 = 2$

* $\lim_{x\to 2}|x-2|$ = lim ← اليمنى: $\lim_{x\to 2^+}(x-2)=0$ ، اليسرى: $\lim_{x\to 2^-}(2-x)=0$ ← النهاية موجودة

ثانياً :- الاتصال

الدالة متصلة عند جميع الأعداد الحقيقية لتحقق الشروط الثلاثة $x=2$

$f(x)=x-2$

1. $f(2)=(2-2)=0$
2. $\lim_{x\to 2} f(x)$ ← اليمنى، اليسرى $=0$ ، النهاية موجودة
3. $f(2)=\lim_{x\to 2} f(x)$

ثالثاً :- الاشتقاق :-

* $f'(x)=\begin{cases} 1 & ; \ x\geq 2 \\ -1 & ; \ x<2 \end{cases}$ ، $f'(2^+)=1$ ، $f'(2^-)=-1$ ⟹ الدالة غير قابلة للاشتقاق عند $x=2$

رابعاً :- التكامل :-

* $\int_{-2}^{4}|x-2|dx = \int_{-2}^{2}(2-x)dx + \int_{2}^{4}(x-2)dx$

* $\int_{3}^{4}|x-2|dx = \int_{3}^{4}(x-2)dx$

* $\int_{0}^{1}|x-2|dx = \int(2-x)dx$

Scanned by CamScanner

أسئلة المعيار 8

تمارين على المتتابعات والمتسلسلات

١- الحد السابع في المتتابعة ... ، 16 ، 8- ، 4 ، 2- ، 1

المتسلسلة هندسية فيها $a_1 = 1$ و $r = -2$

نقسم $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\text{الحد الثاني}}{\text{الحد الأول}} = \frac{-2}{1} = -2$

$r = \frac{a_3}{a_2} = \frac{\text{الحد الثالث}}{\text{الحد الثاني}} = \frac{4}{-2} = -2$

$\therefore a_n = a_1 r^{n-1} \longrightarrow a_7 = 1 \cdot (-2)^{7-1} = 2^6 = 64$

a) 128
b) -128
c) 64
d) -64

٢- اذا كان الحد الثاني من متتابعة هندسية يساوي 6- وحدها الخامس 162 فإن الحد العام

نطرح: الحد الخامس - الحد الثاني

$r^{5-2} = \frac{162}{-6}$ ← نقسم (هندسية)

$r^3 = -27 \Rightarrow r = -3$

a_1 موجب لأن الحد الثاني سالب

+2 ، -6 ، 18 ، ---

هذه المتتابعة يساوي :-

a) $2(-3)^{n-1}$ ← a_1 موجب

X b) $-2(3)^{n-1}$

c) $2(3)^{n-1}$ ← a_1 موجب

X d) $-2(-3)^{n-1}$

٣- الحد النوني للمتتابعة الهندسية :-

2 ، 16 ، 128 ، -----

$a_1 = 2$ الحد الأول

فقط نوجد r :-

$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{16}{2} = 8$

a) $a_n = 2(6)^{n-1}$

b) $a_n = 2(-6)^{n-1}$

c) $a_n = 2(8)^{n-1}$

d) $a_n = 2(-8)^{n-1}$ (a_1 ، r)

٤- الحد العاشر في المتتابعة :-

$\frac{1}{2}$ ، 1 ، 2 ، 4 ، 8 ، ----

نحدد نوع المتتابعة هل حسابية أم هندسية .

- $a_2 - a_1 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
- $a_3 - a_2 = 2 - 1 = 1$

ليست حسابية

X

- $\frac{a_3}{a_2} = \frac{2}{1} = 2$
- $\frac{a_4}{a_3} = \frac{4}{2} = 2$

هندسية

$a_1 = \frac{1}{2}$ ، $r = 2 \Rightarrow a_{10} = \frac{1}{2}(2)^{10-1} = \frac{2^9}{2^1} = 2^{9-1} = 2^8 = 256$

a) 128
b) 256
c) 512
d) 244

Scanned by CamScanner

٥- متتابعة حسابية حدها الأول (27) وحدها السادس (12) ماهو الحد الرابع ؟

a) 15
b) 9
c) 18
d) 27

فرق الرتب = الحد السادس - الحد الأول.

$(6-1)\,d = 12-27$ → نظرح حسابية

$5d = -15 \Rightarrow \boxed{d=-3}$

$\therefore a_4 = a_1 + (4-1)d = 27 + 3(-3) = 27-9 = \boxed{18}$

٦- متتابعة هندسية حدها الأول (2) وحدها السادس (64) ماهو الحد الثالث ؟

a) 8
b) 4
c) 32
d) 20

نظرح ← $r^{6-1} = \frac{64}{2}$ ← نقسم

$r^5 = 32 \Rightarrow \boxed{r=2}$

$\therefore a_3 = a_1 r^{3-1} = 2(2)^2 = 2(4) = \boxed{8}$

٧- ماالحد التالي في المتتابعة الهندسية :-

$8, 6, \frac{9}{2}, \frac{27}{8}, \ldots$ (×$\frac{3}{4}$ ، ×$\frac{3}{4}$)

a) $\frac{11}{8}$ b) $\frac{9}{4}$ c) $\frac{27}{16}$ d) $\frac{81}{32}$

نوجد فقط الأساس r بالقسمة :-

$r = \frac{6\div2}{8\div2} = \frac{3}{4}$ أو $\frac{a_3}{a_2} = \frac{9}{2} \div 6 = \frac{9}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{4}$

الحد التالي = الحد الرابع × r $= \frac{27}{8} \times \frac{3}{4} = \boxed{\frac{81}{32}}$

٨- ماترتيب حد سالب في المتتابعة :-

$124, 119, 114, 109, \ldots$

a) 24
b) 25
c) 26
d) 27

$a_n = a_1 + (n-1)$

$d = 124-119 = \boxed{-5}$

بتجريب الخيارات

$a_{24} = 124 + (24-1)(-5) = 124-115$ ✗ موجب

$a_{25} = 124 + (25-1)(-5) = 124-120$ ✗ موجب

$a_{26} = 124 + (26-1)(-5) = 124-125 = \boxed{-1}$ ←

٩- قيمة الحد الثامن في المتتابعة الحسابية :-

$x+2^{(1)}, x+5^{(2)}, 2x+5^{(3)}, \ldots$

a) 26
b) 25
c) 27
d) 30

نوجد أولاً الأساس (d) :-

الحد الثاني - الحد الأول $= (x+5)-(x+2) = 3 \Rightarrow \boxed{d=3}$ → (1)

الحد الثالث - الحد الثاني $= (2x+5)-(x+5) = 2x-x \Rightarrow \boxed{d=x}$ → (2)

بالمقارنة ⇐ $\boxed{x=3}$

$a_1 = 3+2 = \boxed{5}$ ⇐

$a_8 = a_1 + 7d = 5+7(3) = 5+21 = \boxed{26}$

5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26

Scanned by CamScanner

١٠- تشكل قياسات زوايا المثلث أدناه متتابعة حسابية اذا كان قياس الزاوية الصغرى (36°) . فما قياس الزاوية الكبرى ؟

a) 75°
b) 90°
c) 97°
d) 84°

مجموع قياسات زوايا المثلث $= 180^\circ$

$a_1 + a_2 + a_3 = 180$

$36 + (36+d) + (36+2d) = 180^\circ$

$3(36) + 3d = 180 = 3(60^\circ)$

$\div 3 \Rightarrow 36 + d = 60 \Rightarrow d = 60^\circ - 36^\circ = 24$

الزاوية الكبرى $= 36 + 2(24^\circ) = 36 + 48 = 84$

طريقة أخرى:

$\because \ a_n = ? \ , \ n = 3 \ , \ S_n = 180^\circ$

$S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n]$

$180 = \frac{3}{2}[36 + a_3]$

$180 \times \frac{2}{3} = 36 + a_3$

$a_3 = 120 - 36 \Rightarrow a_3 = 84$

١١- اذا كان الحد الأول في متسلسلة هندسية تساوي (5) وأساسها (2) ومجموعها (1275) فإن عدد حدودها :-

a) 7
b) 8
c) 9
d) 10

$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}$

$1275 = \frac{5 - 5(2)^n}{1 - 2} = \frac{5(2)^n - 5}{1}$ (ننقل للطرف الآخر)

$+5$

$1275 + 5 = 5(2)^n \Rightarrow 1280 = 5(2)^n$

$2^n = \frac{1280}{5} = 256 \Longrightarrow 2^n = 2^8 \Rightarrow n = 8$

١٢- $(1-2) + (3-4) + 5 - 6 + 7 - 8 + \cdots - 1000 + 1001 = \cdots$

a) 501
b) -501
c) 1000

الأعداد الموجبة $\rightarrow 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 999 + 1001$

الأعداد السالبة $\rightarrow -2 \ \ -4 \ \ -6 \ \ -8 \ - \ \cdots \ -1000$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$

$(-1) \ \ (-1) \ \ (-1) \ \ (-1) \ \ \cdots \ \ (-1)$ مكرر 500 مرة .

$(-1) \times 500 + 1001 = -500 + 1001 = 501$

١٣- قيمة $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{2^n}$ تساوي :-

a) 5
b) $\frac{5}{2}$
c) 10
d) 20

متسلسلة غير منتهية $\leftarrow$

$S_r = \frac{a_1}{1 - r}$

$\sum_{n=0}^{\infty} 5\left(\frac{1}{2}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} a_1 (r)^n$

$a_1 = 5$ و $|r| = \frac{1}{2} < 1 \rightarrow$ تقاربية

$\therefore S_n = \frac{5}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 5 \times 2 = 10$

Scanned by CamScanner

١٤- أي من المتسلسلات الآتية متقاربة أو متباعدة وأوجد المجموع :-

١- $16+8+4+\cdots\cdots$ أوجد r بالقسمة $\frac{a_2}{a_1}$

$|r| = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} < 1$ ⟸ متقاربة

$S_n = \frac{16}{1-\frac{1}{2}} = \frac{16(2)}{2-1} = \boxed{32}$ *

٢- $\sum_{k=1}^{\infty} 18\left(\frac{4}{5}\right)^{k-1}$

$|r| = \frac{4}{5} < 1$ ⟸ متقاربة

$S_n = \frac{18}{1-\frac{4}{5}} = \frac{18(5)}{5-4} = \boxed{90}$ *

٣- $8+12+18+\cdots\cdots$

$|r| = \frac{12}{8} > 1$ ⟸ متباعدة ⟸ ليس لها مجموع

البسط > المقام ⟸ متقاربة

البسط < المقام ⟸ متباعدة

١٥- ماهو مجموع الأربعة حدود الأولى للمتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty} 12\left(-\frac{1}{3}\right)^n$ ⟸ غير منتهية.

$= 12\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{1}{3}\right)^n$ ⟸ $n=0, n=1, n=2, n=3$

$= 12\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^0 + \left(-\frac{1}{3}\right)^1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3\right]$

$= 12\left[1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27}\right] = 12\left[\frac{27-9+3-1}{27}\right]$ (×27, ×9, ×3)

$= 12\left[\frac{30-10}{27}\right] = \frac{12\times 20}{27} = \frac{240}{27} = \boxed{\frac{80}{9}}$

طريقة ثانية :-

$S_4 = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r}$

$= \frac{12 - 12\left(-\frac{1}{3}\right)^4}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}$

$= \frac{12\left(1+\frac{1}{81}\right)}{\left(1+\frac{1}{3}\right)}$

a) $\frac{1280}{81}$

b) $\frac{320}{27}$

c) $\frac{80}{9}$

d) $\frac{80}{81}$

١٦- الوسط الهندسي بين العددين 16 ,4 :-

4, ---, 16

$r^{3-1} = \frac{16}{4} \Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow \boxed{r=2}$ (نطرح ← قسم)

الحد الثاني $= 4 \cdot 2 = \boxed{8}$

4, ---, 16

a ↓ ↓ b

$\pm\sqrt{ab} = \sqrt{4\times 16} = 2\times 4 = 8$

a) 12

b) 8

c) 10

١٧- الوسطين الهندسيين بين العددين 9 , $\frac{1}{3}$ هما :-

$\frac{1}{3}$, ---, ---, 9

$r^{4-1} = \frac{9}{\frac{1}{3}} \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow \boxed{r=3}$

∴ الأساس = (3)

الوسطين الهندسيين

$a_2 = \frac{1}{3}\times 3 = 1$

$a_3 = 1\times 3 = 3$

a) 6, 3

b) 1, 6

c) $\frac{1}{3}$, 3

d) 1, 3

١٨- ثلاثة أوساط هندسية بين 2, 162 :-

2, ---, ---, ---, 162 (×3, ×3, ×3)

$r^{5-1} = \frac{162}{2}$

$r^4 = 81 \Rightarrow \boxed{r=3}$

الوسط الأول $= 2\times 3 = 6$

الوسط الثاني $= 6\times 3 = 18$

الوسط الثالث $= 18\times 3 = 54$

$\sqrt{18\times 2} = \sqrt{2\times 2\times 9} = 2\times 3 = \boxed{6}$ ثانياً

$\sqrt{162\times 2} = \sqrt{4\times 81} = 2\times 9 = \boxed{18}$ أولاً

ثالثاً: الأساس 3, $18\times 3 = \boxed{54}$

Scanned by CamScanner

تمارين على النهايات والاتصال

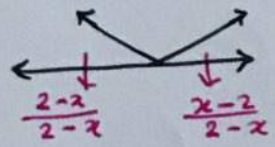
1) $\lim_{x\to 0} \frac{7x^3+1}{x^2+4x} = \frac{7(0)+1}{0^2+4(0)} = \frac{1}{0} = \infty$

2) $\lim_{x\to 0} \frac{2x^3-x^2+5x}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{x(x^2-x+5)}{x} = 5$

3) $\lim_{x\to -4} \frac{x^2-x-20}{x+4} = \frac{0}{0}$ لوبيتال $\Longrightarrow \lim_{x\to -4} \frac{2x-1}{1} = 2(-4)-1 = -9$

4) $\lim_{x\to -2} \frac{x^2-3x-10}{x^2+5x+6} = \frac{0}{0}$ لوبيتال $\Longrightarrow \lim_{x\to -2} \frac{2x-3}{2x+5} = \frac{-4-3}{-4+5} = -7$

5) $\lim_{x\to 2} \frac{|x-2|}{2-x} = \begin{cases} \frac{x-2}{2-x} = -1 & ; x \geq 2 \\ \frac{2-x}{2-x} = 1 & ; x < 2 \end{cases}$



النهاية اليمنى ≠ النهاية اليسرى

$\lim_{x\to 2^+} \frac{x-2}{2-x} = -1 \neq +1 = \lim_{x\to 2^-} \frac{2-x}{2-x}$

النهاية غير موجودة.

$\lim_{x\to 0} \frac{|x|}{x}$

$\lim_{x\to 1} \frac{|x-1|}{x-1}$

$\lim_{x\to 2} \frac{|3x-6|}{6-3x}$

غير موجودة.

6) $\lim_{x\to 1} \frac{|x-2|}{2-x} = \frac{2-x}{2-x} = -1$

(1) تقع بسيار 2 نختار الدالة الثانية.

7) $\lim_{x\to 2^-} \frac{|x-2|}{2-x} = \lim \frac{2-x}{2-x} = 1$

النهاية اليسرى فقط

8) $\lim_{x\to 4} \frac{|x-2|}{2-x} = \lim_{x\to 4} \frac{x-2}{2-x} = -1$

نختار الدالة الأولى

8) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{x-1} = \frac{1+1-2}{1-1} = \frac{0}{0}$

لوبيتال $\Longrightarrow \lim_{x\to 1} \frac{2x+1}{1} = 3$

Scanned by CamScanner

9) $\lim_{x\to 2} \frac{x^5-32}{x-2} = \frac{32-32}{2-2} = \frac{0}{0}$ كمية غير معينة $\xrightarrow{\text{لوبيتال}} \lim_{x\to 2} \frac{5x^4}{1} = 5(2)^4 = 80$

10) $\lim_{x\to -5} \frac{x^2-25}{x+5} = \frac{25-25}{-5+5} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{لوبيتال}} \lim_{x\to -5} \frac{2x}{1} = 2(-5) = -10$

$2(-5) = -10$ ضرب العدد في 2

11) $\lim_{x\to 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3} = \frac{9-9}{\sqrt{9}-3} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{لوبيتال}} \lim_{x\to 9} \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x\to 9} 2\sqrt{x} = 2\sqrt{9} = 6$

صابرة. $2\sqrt{9} = 2(3) = 6$

12) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2-2x}}{\sqrt{x}} = \sqrt{\lim_{x\to 0} \frac{x^2-2x}{x}} = \sqrt{\lim_{x\to 0} \frac{x(x-2)}{x}} = (0-\sqrt{2}) = \sqrt{-2} \notin \mathbb{R}$

عامل مشترك

النهاية غير موجودة.

13) $\lim_{x\to \infty} \frac{-3x^2+7}{5x+7} = -\infty$ لوجود السالب

درجة البسط > درجة المقام $\quad \frac{-3}{5} =$ سالب

14) $\lim_{x\to \infty} \frac{5}{x-10} = 0$ درجة البسط < درجة المقام

15) $\lim_{x\to \infty} \frac{2x^3-6}{x^2-x} = \infty$ درجة البسط > درجة المقام

16) $\lim_{x\to -\infty} \frac{2x^3-6}{x^2-x} = (-1)^{3-2}\infty = -\infty$

17) $\lim_{x\to \infty} \frac{4x^3+8x+2}{8x^3+2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ درجة البسط = درجة المقام

18) $\lim_{n\to \infty} \{\ln(n+1) - \ln n\} = \lim_{n\to \infty} \{\ln \frac{n+1}{n}\}$ نبرك بين اللوغاريتم والنهاية.

$= \ln\{\lim_{n\to \infty} \frac{n+1}{n}\} = \ln(1) = 0$

1

19) $\lim_{x\to \infty} (\sqrt{x^2+1} - x) = \sqrt{\infty^2+1} - \infty = \infty - \infty$ كمية غير معينة

$\xrightarrow[\text{نشتق}]{\text{لوبيتال}} \lim_{x\to 0} \left(\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} - 1\right) = \lim_{x\to \infty} \sqrt{\frac{x^2}{x^2+1}} - 1 = \sqrt{1} - 1 = 0$

درجة البسط = درجة المقام

Scanned by CamScanner

20 $\lim_{x\to\infty} \frac{e^x+x}{x^2+3} = \frac{e^\infty+\infty}{\infty+3} = \frac{\infty}{\infty}$ لوبيتال $\Rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{e^x+1}{2x}$ لوبيتال $\Rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{2} = \infty$

نشتق مرتين لان x^2

21 $\lim_{x\to0} \frac{\sin 3x}{2x} = \frac{3}{2} \lim_{x\to0} \frac{\sin 3x}{3} = \frac{3}{2}$

$1=$

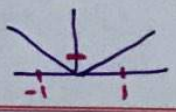
22 $\lim_{x\to0} \frac{\sin 5x + 4x}{2x} = \lim_{x\to0} \frac{\sin 5x}{2x} + \lim_{x\to0} \frac{4x}{2x}$

$= \frac{5}{2} \lim_{x\to0} \frac{\sin 5x}{5} + \frac{4}{2} = \frac{5}{2} + \frac{4}{2} = \frac{9}{2}$

$1=$

23 اذا كان $\lim_{x\to\infty} F(x) = \lim_{x\to-\infty} F(x)$ فان المنحنى الدالة متماثل حول :-

a) محور x **b) محور y** c) نقطة الاصل d) المستقيم $y=x$



$\lim_{x\to-1} |x| = \lim_{x\to1} |x|$

24 $\lim_{x\to\infty} (5 + \frac{2}{x})^2 = 5^2 = 25$

$0=$

25 $\lim_{x\to a} (4+\frac{7}{x})(2+\frac{5}{x}) = 2 \cdot 4 = 8$

تمارين على الاتصال

26 $\lim f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & ; x \neq 1 \\ a & ; x = 1 \end{cases}$

ما قيمة (a) التي تجعل $f(x)$ دالة متصلة على $\mathbb{R}$ ؟

نكتفي فقط بحل الشرط الثاني للاتصال وجود النهاية

$\lim_{x\to1} \frac{x^2-1}{x-1} = 1 \cdot 2 = 2$ $a=2$

27 $f(x) = \begin{cases} k^2 x & ; x < 1 \\ 3kx & ; x \geq 1 \end{cases}$ ما قيمة k التي تجعل الدالة متصلة

اكبر او اصغر

$k^2 = 3k$

$k^2 - 3k = 0$

$k(k-3) = 0$

$k=0$ $k=3$

النهاية اليمنى = النهاية اليسرى

$\lim_{x\to1^+} 3kx = \lim_{x\to1^-} k^2 x \Rightarrow 3k - k^2 = 0$

$k(3-k) = 0 \Rightarrow k=0$ او $k=3$

28 $f(x) = \begin{cases} x+3 & ; x \leq 2 \\ cx+6 & ; x > 2 \end{cases}$ قيمة الثابت c التي تجعل الدالة متصلة

اليمنى = اليسرى $\Rightarrow 2+3 = 2c+6 \Rightarrow 2c = 5-6 \Rightarrow c = -\frac{1}{2}$

Scanned by CamScanner

$\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sec x$ مقلوب $\cos x$

تمارين على الاشتقاقه

1 معادلة ميل منحنى $y=2x^2$ عند أي نقطة عليه

$y'=4x$

2 اذا كانت $f(x)=\tan^2 x$ فإن $f'(\frac{\pi}{4})$

$f(x)=(\tan x)^2 \Rightarrow f'(x)=2\tan x\sec^2 x$

$f'(\frac{\pi}{4})=2\tan(\frac{\pi}{4})\sec^2(\frac{\pi}{4})=2(1)(\frac{2}{\sqrt{2}})^2=$ **4**

3 ميل مماس منحنى $y=x^3+7$ عند النقطة $(3,34)$

$y'=3x^2 \longrightarrow y'(3)=3(3)^2=$ **27**

4 مشتقة الدالة :-

$f(x)=(-7x^2+4)(x-2)$

$y'=(-7x^2+4)(1)+(x-2)(-14x)$

$=-7x^2+4-14x^2+28x$

$=-21x^2+28x+4$

5 اذا كان $y=x^x$ فإن y' يساوي :-

بأخذ (ln) للطرفين $\log y=\log x^x$

$\log y=x\log x$

بالاشتقاق $\longrightarrow \frac{1}{y}y'=\log x+x.\frac{1}{x}$

$y'=x^x[\log x+1]$

6 ما مشتقة الدالة $f(x)=5\sqrt[3]{x^8}$

$y=5(x)^{\frac{8}{3}}$

$y'=5\cdot\frac{8}{3}x^{\frac{8}{3}-1}=\frac{40}{3}x^{\frac{5}{3}}$

7 اذا كانت $y=(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{x})$ فإن y' ؟

$y=-(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)$

$y=-(x-1) \Rightarrow y'=-1$

8 اذا كانت $f(x)=\tan^2 x$ فإن $f'(\frac{\pi}{4})$

$f(x)=(\tan x)^2 \Rightarrow f'(x)=2\tan x\sec^2 x$

$f'(\frac{\pi}{4})=2\tan(\frac{\pi}{4})\sec^2(\frac{\pi}{4})=2(1)(\frac{2}{\sqrt{2}})^2=$ **4**

9 قيمة النهاية $\lim_{h\to 0}\frac{\cos(x+h)-\cos x}{h}$ تساوي

$f(x)=\cos x \Rightarrow f'(x)=$ **$-\sin x$**

10 اذا كانت $f(-3)=2$, $g(-3)=3$

$f'(-3)=1$, $g'(-3)=5$

فإن $(fg)'(-3)$ تساوي :-

$(fg)'=fg'+gf'$

$=2\cdot 5+3\cdot 1=10+3=$ **13**

11 أوجد مشتقة الدالة ؟

1) $y=\ln(x^2-e) \Rightarrow y'=\frac{1}{x^2-e}\cdot(2x)$

2) $y=\ln(\ln x) \Rightarrow y'=\frac{1}{\ln x}\cdot\frac{1}{x}=\frac{1}{x\ln x}$

3) $y=e^{\sqrt{x}} \longrightarrow y'=e^{\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

(الدالة الاسية = الدالة الاسية، مشتقة الأس = $\frac{1}{2\sqrt{x}}$)

4) $y=e^{x^2} \longrightarrow y'=e^{x^2}\cdot(2x)=2xe^{x^2}$

5) $y=\sqrt{2-x} \Rightarrow y'=\frac{-1}{2\sqrt{2-x}}$ ← مشتقة ما تحت الجذر / 2 × الجذر

6) $y=\frac{5x^{-2}}{(x+1)} \Rightarrow y=\frac{5}{x^2(x+1)}=\frac{5}{x^3+x^2}$

$y'=\frac{-5(3x^2+2x)}{(x^3+x^2)}$ (× عامل مشترك × مشتقة البسط / البسط × مشتقة المقام / المقام)

$=\frac{-15x-10}{x^2+x}$

12 اذا كان $2x+4y=2$ فإن المشتقة تساوي :-

$x+2y=1 \Rightarrow 2y=1-x$

$\Rightarrow y=\frac{1-x}{2} \Rightarrow y'=-\frac{1}{2}$

Scanned by CamScanner

تمارين على التكامل

1. $\int 4x^7 dx = 4\int x^7 dx = 4\frac{x^8}{8} + C = \boxed{\frac{1}{2}x^8 + C}$

2. $\int_{-1}^{1} x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{1} = \left(\frac{1}{3}\right) - \left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \boxed{\frac{2}{3}}$

3. $\int (9x - x^3) dx = 9\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} + C$

4. $\int (16x^3 - 6x^2) dx = 16\frac{x^4}{4} - 6\frac{x^3}{3} + C = 4x^4 - 2x^3 + C$

5. $\frac{1}{2}\int 2(2x+5)^4 dx = \frac{1}{2}\frac{(2x+5)^5}{5} = \frac{1}{10}(2x+5)^2 + C$

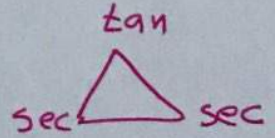
6. $\int (x-2)^2 dx = \frac{(x-2)^3}{3} + C$

7. $\int \frac{\sin x}{\cos x} dx = -\int \frac{(-\sin x)}{\cos x} dx = -\ln|\cos x|$ (لن القسم)

$u = \cos x$

$u' = -\sin x$

8. $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{1}{\cos x} dx$



$= \int \tan x \sec x \, dx = \boxed{\sec x + C}$

9i. $\int \frac{\sin x}{(\cos x)^2} dx = -\int \frac{(-\sin x)}{1} \cdot (\cos x)^{-2} dx = -\frac{(\cos x)^{-1}}{-1} + C$

$= \frac{1}{\cos x} + C = \boxed{\sec x + C}$

9. $\frac{1}{4}\int 4e^{4x} dx = \frac{1}{4} e^{4x} + C$

Scanned by CamScanner

10 $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx$

$u = -x^2 \longrightarrow$ نشتق الأس فقط
$u' = -2x$

$= -\frac{1}{2}\int (-2x) e^{-x^2} dx = -\frac{1}{2} e^{-x^2}\Big|_{-\infty}^{\infty}$ الأس السالب تنزل في المقام

$= -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{e^{x^2}}\right]\Big|_{-\infty}^{\infty} = -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{e^{\infty}} - \frac{1}{e^{\infty}}\right] = -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{\infty}\right] = -\frac{1}{2}[0] = 0$

---

11 $\frac{1}{4}\int 4x^3 \cos(x^4+2)\, dx$

$u = x^4 + 2 \longrightarrow$ نشتق الزاوية فقط
$u' = 4x^3$

$= \frac{1}{4}[\sin(x^4+2)] + C$

sin ↔ cos تكامل

---

12 $\frac{1}{2}\int (2x) \sin x^2 dx = \frac{1}{2}[-\cos x^2] + C$ $\int x \sin x^2 dx$

---

13 $\int_0^1 \int_0^1 xy\, dx\, dy = \int_0^1 \left[\int_0^1 xy\, dx\right] dy$

نكامل بالنسبة لـ x ، y ثابت

$= \int_0^1 \left[\frac{x^2 y}{2}\right]\Big|_0^1 dy = \int_0^1 \left[\frac{y}{2}\right] dy = \frac{1}{2}\int_0^1 y\, dy = \frac{1}{2}\left[\frac{y^2}{2}\right] = \frac{1}{4}$

---

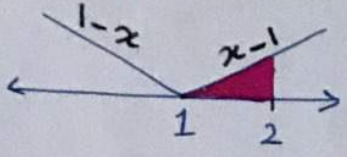
14 $\int e^{2x-5} dx$

$= \frac{1}{2}\int 2e^{2x-5} dx = \frac{1}{2}[e^{2x-5}] + C = \frac{e^{2x-5}}{2} + C$

Scanned by CamScanner

15 $\int_1^2 |x-1|\,dx$

$$f(x)=\begin{cases} x-1 & ; \ x \geq 1 \\ -(x-1) \ (1-x) & ; \ x<1 \end{cases}$$



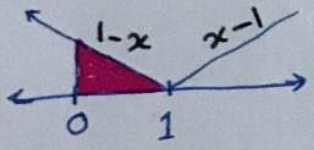
نختار الدالة الأولى $\therefore \int_1^2 |x-1|\,dx = \int_1^2 (x-1)\,dx = \frac{x^2}{2} - x \Big|_1^2$

$$= \left[\left(\frac{2^2}{2}-2\right)-\left(\frac{1}{2}-1\right)\right] = \left[(2-2)-\left(-\frac{1}{2}\right)\right] = \boxed{\frac{1}{2}}$$

التكامل تطلع موجب لأن دالة المقياس تقع أعلى المحور السيني

---

16 $\int_0^1 |x-1|\,dx$ نختار الدالة الثانية $\int_0^1 |x-1|\,dx = \int_0^1 (1-x)\,dx$



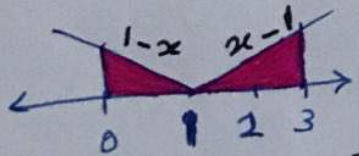
$$= x - \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 = \left[\left(1-\frac{1}{2}\right)-(0)\right] = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$\int_0^1 |x-1|\,dx = \int_0^1 (x-1)\,dx = \frac{x^2}{2} - x \Big|_0^1 = \left[\frac{1}{2}-1\right] = \boxed{-\frac{1}{2}} = \boxed{+\frac{1}{2}}$

نكامل عادي.. ← نختار الموجب فقط

---

17 $\int_0^3 |x-1|\,dx$ ⟶ مجموع تكاملين لأن يتغير تعريف الدالة عند $x=1$



$$\int_0^3 |x-1|\,dx = \int_0^1 (1-x)\,dx + \int_1^3 (x-1)\,dx$$

$$= x - \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 + \frac{x^2}{2} - x \Big|_1^3$$

$$= \left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\right] + \left[\left(\frac{9}{2}-3\right)-\left(\frac{1}{2}-1\right)\right] = \frac{1}{2} + \left[\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\right]$$

$$= \boxed{\frac{5}{2}}$$

Scanned by CamScanner

١٨ اذا كان $\int_0^2 kx\,dx = 6$ فما قيمة k ؟

$$k\int_0^2 x\,dx = 6 \Rightarrow k\left[\frac{x^2}{2}\right]\Big|_0^2 = 6 \Rightarrow k\left[\frac{4}{2} - 0\right] = 6 \Rightarrow \frac{2k}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow \boxed{k = 3}$$

---

١٩ اذا كان $\int_0^3 mx\,dx = 9$ فما قيمة m ؟

$$m\int_0^3 x\,dx = 9 \Rightarrow m\left[\frac{x^2}{2}\right]\Big|_0^3 = 9 \Rightarrow \frac{m}{2}[9 - 0] = 9 \Rightarrow 9m = 2 \cdot 9 \Rightarrow \boxed{m = 2}$$

---

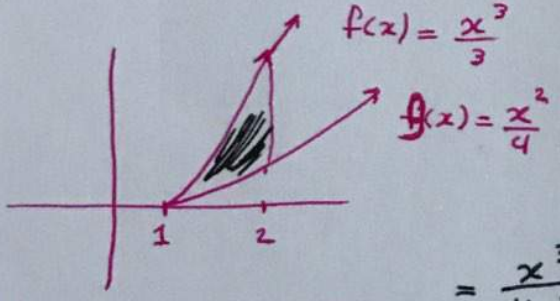
٢٠ اذا كان $\int_0^1 (kx^2 + \sqrt{x})\,dx = 1$ فما قيمة k ؟

$$k\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\Big|_0^1 = \left(\frac{k}{3} + \frac{1}{2}\right) - 0 = 1 \Rightarrow \frac{2k+3}{6} = 1 \Rightarrow 2k + 3 = 6$$

$$\Rightarrow 2k = 6 - 3 \Rightarrow \boxed{k = \frac{3}{2}}$$

---

٢١ ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $f(x)$ ، $g(x)$ في الفترة $1 \leq x \leq 2$



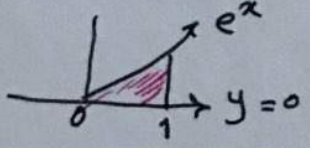
$$I = \int_1^2 |g(x) - f(x)|\,dx$$

$$= \int_1^2 \left(\frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{3}\right)dx$$

$$= \frac{x^3}{4\cdot 3} - \frac{x^4}{3\cdot 4}\Big|_1^2 = \left[\left(\frac{8}{12} - \frac{16}{12}\right) - \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{12}\right)\right] = \boxed{\frac{8}{12} = \frac{2}{3}}$$

---

٢٢ ما مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y = e^x$ ، $y = 0$ في الفترة $0 \leq x \leq 1$



$$\int_0^1 e^x\,dx = e^x\Big|_0^1 = e^1 - e^0 = \boxed{e - 1}$$

---

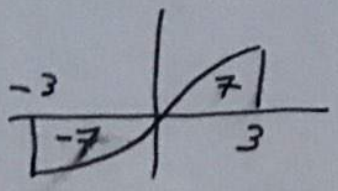
٢٣ اذا كان $\int_1^3 f(x)\,dx = 5$ فإن $\int_3^1 f(x)\,dx =$ تساوي -5 .

٢٤ $\int_2^2 x^4\,dx = 0$

---

٢٥ اذا كانت f دالة زوجية على الفترة $[-3, 3]$ وكانت $\int_{-3}^{0} f(x)\,dx = -7$ فإن

$\int_{-3}^{3} f(x)\,dx$ تساوي = صفر



Scanned by CamScanner

المعيار 3. 4. 8: يتعرف حساب التفاضل والتكامل وتطبيقاتهما	1. يحسب مجموع المتتابعات والمتسلسلات الحسابية والهندسية 2. يحكم على تقارب المتتابعات والمتسلسلات غير المنتهية 3. يتعرف النهايات ويستخدمها في تعريف مشتقة الدالة والحكم على اتصالها 4. يحسب مشتقة الدالة ويرسم منحناها 5. يحسب تكامل دالة ويستخدمها في حساب المساحات والحجوم 6. يحل مسائل تطبيقية على التفاضل والتكامل

النموذج العاشر :

10

المجال: الجبر و الدوال الحقيقية و التحليل الرياضي

المعيار: يتعرف حساب التفاضل والتكامل وتطبيقاتهما

المؤشر: يحسب مجموع المتتابعات والمتسلسلات الحسابية والهندسية

السؤال: مجموع المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2^n \cdot 5^n}{7^n}\right)$ يساوي:

أ $\frac{12}{10}$

ب $\frac{7}{5}$

ج $\frac{5}{2}$

د $\frac{49}{10}$

الحل: الإجابة (ج)

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2^n \cdot 5^n}{7^n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty}\left[\left(\frac{2}{7}\right)^n \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^n\right]$$

$$= \frac{1}{1-\frac{2}{7}} + \frac{1}{1-\frac{5}{7}}$$

$$= \frac{7}{5} + \frac{7}{2}$$

$$= \frac{49}{10}$$

المجال المعرفي: تطبيق	الصعوبة: 40 %	زمن الإجابة (ثانية): 60

١٨٥. مجموع المتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2^n+5^n}{7^n}\right)$

- 14/10
- 7/6
- 49/10
- 49/11

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2}{7}\right)^n + \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{5}{7}\right)^n$$

$$= \frac{1}{1-\frac{2}{7}} + \frac{1}{1-\frac{5}{7}}$$

$$= \frac{1}{5/7} + \frac{1}{2/7} = \frac{7}{5} + \frac{7}{2} = \frac{94}{10}$$

٤٣- $\int_0^1 x^2 \, dx$ يساوي :

أ) $\frac{1}{4}$

ب) $\frac{1}{2}$

ج) ١

د) ٢

$\int_0^1 x^2 \, dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1$

$= \left[\frac{1}{4} \right]$

$$\int_1^2 \int_0^3 x^2 y \, dx \, dy = \int_1^2 \left[\int_0^3 x^2 y \, dx \right] dy = \int_1^2 \left[\frac{x^3}{3} y \right]_{x=0}^{x=3} dy$$

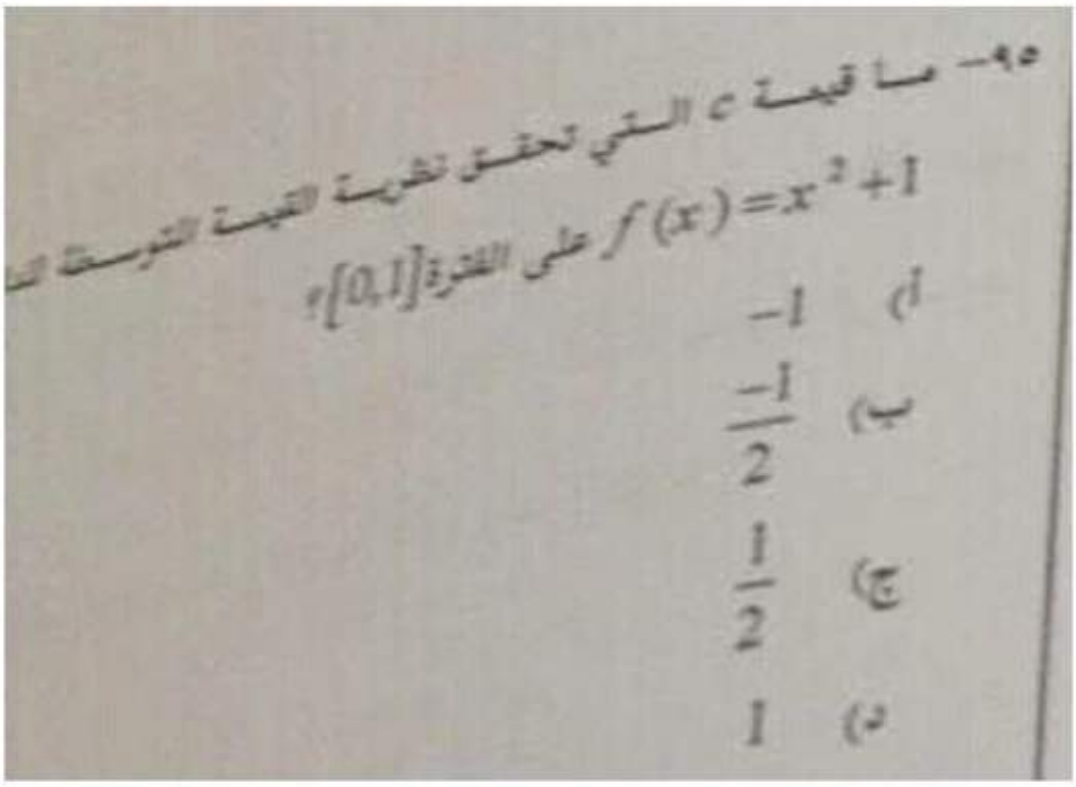
$$= \int_1^2 9y \, dy = 9 \frac{y^2}{2} \Big]_1^2 = \frac{27}{2}$$

نظرية القيمة المتوسطة

إذا كانت الدالة د : ① متصلة في الفترة المغلقة [ا ، ب]

② قابلة للاشتقاق في الفترة المفتوحة] ا ، ب [

فإنه يوجد على الأقل عدد حقيقي واحد جـ ∈] ا ، ب [بحيث أن $د'(جـ) = \frac{د(ب) - د(ا)}{ب - ا}$



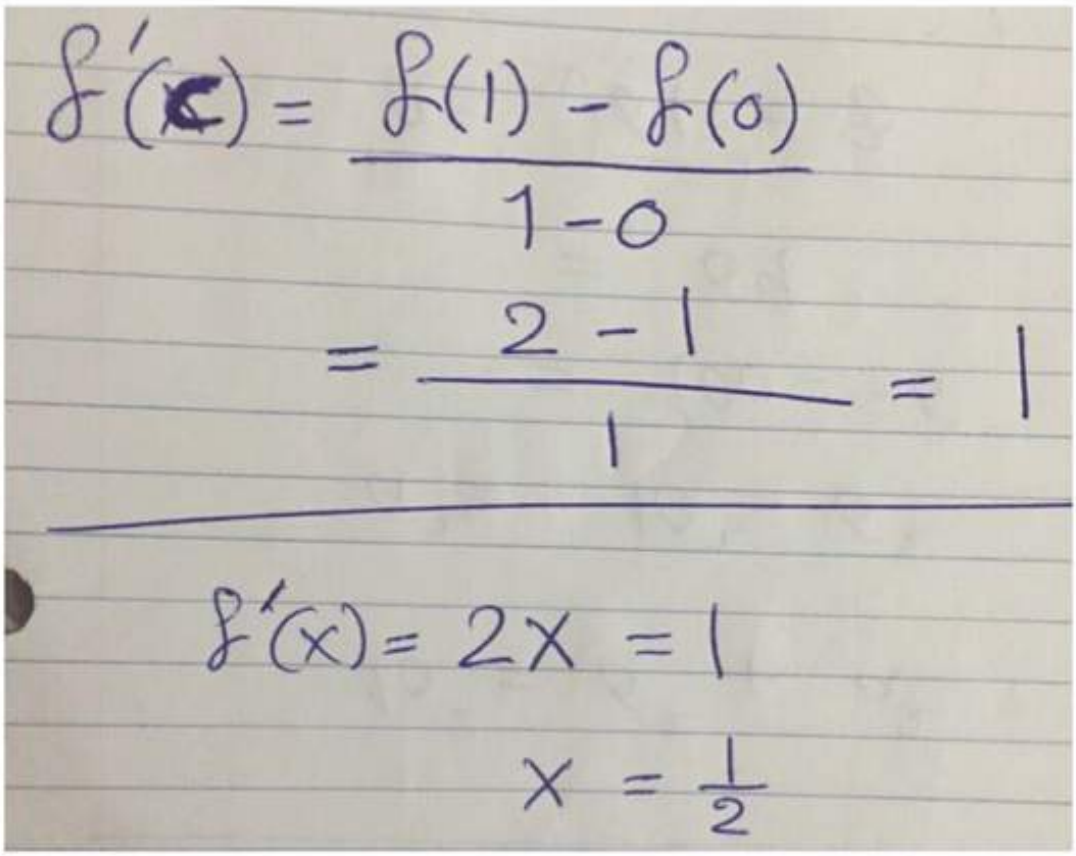
٩٥- ما قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة لـ
$f(x) = x^2 + 1$ على الفترة $[0,1]$؟

أ) -1

ب) $\frac{-1}{2}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) 1



$$f'(c) = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0}$$

$$= \frac{2 - 1}{1} = 1$$

$$f'(x) = 2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

مثال : اوجد مجموع المتسلسلة التالية : $\sum_{k=2}^{9} \frac{2}{5} \times 3^{k-1}$

$$= \frac{2}{5}(3) + \frac{2}{5}(3)^2 + \frac{2}{5}(3)^3 \ldots\ldots + \frac{2}{5}(3)^9$$

متسلسلة هندسية فيها $a_1 = \frac{6}{5}$ ، $r = 3$

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}$$

$$S_8 = \frac{\frac{6}{5} - \frac{6}{5}(3)^8}{1-3} = 3936$$

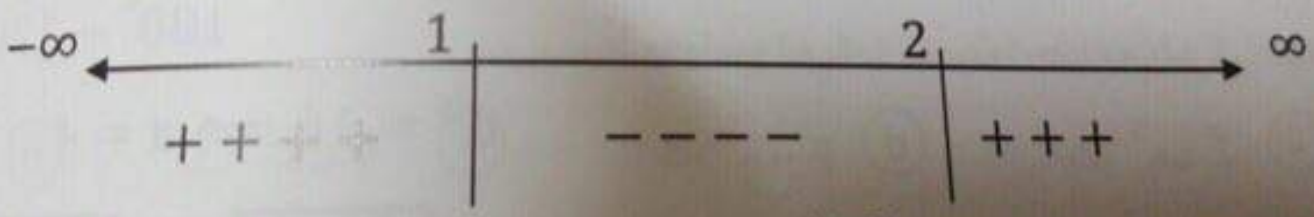
16 إذا كانت $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$ فإن الدالة متناقصة في الفترة

ⓐ $[1,2]$ ⓑ $[-2,-1]$ ⓒ $(1,2)$ ⓓ $(-2,-1)$

16) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 6x^2 - 18x + 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x-2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 2, x = 1$



الدالة متناقصة في الفترة $(1,2)$

مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية يُرمز له بالرمز S حيث $|r| < 1$ ويعطى بالصيغة

$$S = \frac{a_1}{1-r}$$

واذا كان $|r| \geq 1$ فلا يوجد للمتسلسلة مجموع.

١٦٧. قيمة $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{2^n}$

- 2
- 5
- 10
- 20

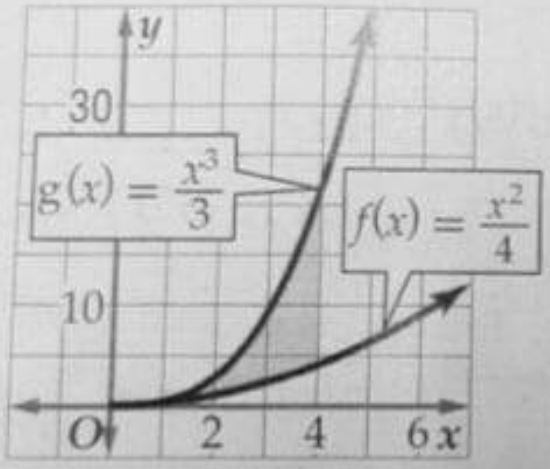
$$\sum_{n=0}^{\infty} 5\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$a_1 = 5 \qquad r = \left(\frac{1}{2}\right)$

قانون المتسلسلة اللانهائية

$$\frac{a_1}{1-r} = \frac{5}{1-\frac{1}{2}} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 5(2) = 10$$

33) **مساحات:** ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي $f(x)$، $g(x)$ في الفترة $2 \le x \le 4$ في الشكل أدناه؟



A $17\frac{5}{12}$ وحدة مساحة

B $17\frac{1}{3}$ وحدة مساحة

C $15\frac{1}{3}$ وحدة مساحة

D 16 وحدة مساحة

$$\int_2^4 \frac{x^3}{3}\,dx = \frac{1}{12}x^4\Big|_2^4 = \frac{1}{12}(4^4-2^4) = \frac{240}{12} = \boxed{20}$$

$$\int_2^4 \frac{x^2}{4}\,dx = \frac{1}{12}x^3\Big|_2^4 = \frac{1}{12}(4^3-2^3) = \frac{56}{12} = \boxed{4\frac{8}{12}}$$

$$\therefore\ 20 - 4\frac{8}{12} = 19\frac{12}{12} - 4\frac{8}{12} = 15\frac{4}{12}$$

$$= \boxed{15\frac{1}{3}}$$

السؤال (11) :

اكمل المتتابعة : 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , ...

(أ) 13	(ب) 15
(جـ) 40	(د) xxxx

٥ + ٨ = ١٣

سلسلة 100%

السؤال (٦٣) : أوجد القيمة الصغرى للدالة $f(x) = 20x^2 - 160x +$ 330 في الفترة (0,3) ؟

(أ) 30	(ب) xxxx
(جـ) xxxx	(د)xxxx

طريقة الحل: (أ) 30 .

#قاعدة :

مفهوم أساسي — **قاعدة مشتقة القوة**

التعبير اللفظي: قوة x في المشتقة أقل بواحد من قوة x في الدالة الأصلية، ومعامل x في المشتقة يساوي قوة x الأصلية.

الرموز: إذا كان $f(x) = x^n$ ، حيث n عدد حقيقي، فإن $f'(x) = nx^{n-1}$.

نوجد مشتقة الدالة :

الدالة الأصلية : $f(x) = 20x^2 - 160x + 330$

$$f'(x) = 2(20)x^{2-1} - 160x^{1-1}$$

$$\rightarrow f'(x) = 40x - 160$$

نوجد النقاط الحرجة بمساواة الدالة بالصفر :

$$40x - 160 = 0$$

$$40(x - 4) = 0$$

$$x - 2 = 0 => x = 2$$

نعوض بالدالة الأصلية :

$$f(0) = 20(0)^2 - 160(0) + 330 = 330$$

$$f(2) = 20\ (2)^2 - 160(2) + 330 = 90$$

$$f(3) = 20(3)^2 - 160(3) + 330 = 30$$

إذاً القيمة الصغرى هي : 30 .

** المتسلسلات الحسابية ...
هي مجموعة متتابعة حسابية

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right]$$

المجموع الجزئي ← (ناتج جمع الحدود)

** الفرق بين المتتابعة والمتسلسلة ...

2, 4, 6, 8, ... (متتابعة)

2 + 4 + 6 + 8 = 20 (متسلسلة)

---

* المتتابعة الحسابية «الحد النوني»

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

a_1 ← حدها الأول

n ← أساسها

n: عدد طبيعي

مثال / اوجد الحد الثاني عشر في المتتابعة ...

a_1 a_2 a_3 a_4

9, 16, 23, 30

a_4 a_3: $30 - 23 = 7$

a_3 a_2: $23 - 16 = 7$

a_2 a_1: $16 - 9 = 7$

d ←

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{12} = 9 + 11(7)$

$= 9 + 77 = 86$

CALCULUS

DERIVATIVES AND LIMITS

DERIVATIVE DEFINITION

$$\frac{d}{dx}(f(x)) = f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

BASIC PROPERTIES

$$(cf(x))' = c(f'(x))$$

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}(c) = 0$$

MEAN VALUE THEOREM

If f is differentiable on the interval (a, b) and continuous at the end points there exists a c in (a, b) such that

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

PRODUCT RULE

$$(f(x)g(x))' = f(x)'g(x) + f(x)g(x)'$$

QUOTIENT RULE

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

POWER RULE

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

CHAIN RULE

$$\frac{d}{dx}\left(f(g(x))\right) = f'(g(x))g'(x)$$

COMMON DERIVATIVES

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$

$$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$$

$$\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$$

$$\frac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x \cot x$$

$$\frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$$

$$\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln(a)$$

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$\frac{d}{dx}(\ln(x)) = \frac{1}{x}, x > 0$$

$$\frac{d}{dx}(\ln|x|) = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx}(\log_a(x)) = \frac{1}{x\ln(a)}$$

CHAIN RULE AND OTHER EXAMPLES

$$\frac{d}{dx}([f(x)]^n) = n[f(x)]^{n-1}f'(x)$$

$$\frac{d}{dx}(e^{f(x)}) = f'(x)e^{f(x)}$$

$$\frac{d}{dx}(\ln[f(x)]) = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$\frac{d}{dx}(\sin[f(x)]) = f'(x)\cos[f(x)]$$

$$\frac{d}{dx}(\cos[f(x)]) = -f'(x)\sin[f(x)]$$

$$\frac{d}{dx}(\tan[f(x)]) = f'(x)\sec^2[f(x)]$$

$$\frac{d}{dx}(\sec[f(x)]) = f'(x)\sec[f(x)]\tan[f(x)]$$

$$\frac{d}{dx}(\tan^{-1}[f(x)]) = \frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2}$$

$$\frac{d}{dx}(f(x)^{g(x)}) = f(x)^{g(x)}\left(\frac{g(x)f'(x)}{f(x)} + \ln(f(x))\,g'(x)\right)$$

PROPERTIES OF LIMITS

These properties require that the limit of $f(x)$ and $g(x)$ exist

$$\lim_{x\to a}[cf(x)] = c\lim_{x\to a}f(x)$$

$$\lim_{x\to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to a}f(x) \pm \lim_{x\to a}g(x)$$

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \lim_{x\to a}f(x)\lim_{x\to a}g(x)$$

$$\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x\to a}f(x)}{\lim_{x\to a}g(x)} \text{ if } \lim_{x\to a}g(x) \neq 0$$

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^n = \left[\lim_{x\to a}f(x)\right]^n$$

LIMIT EVALUATION METHOD – FACTOR AND CANCEL

$$\lim_{x\to -3}\frac{x^2-x-12}{x^2+3x} = \lim_{x\to -3}\frac{(x+3)(x-4)}{x(x+3)} = \lim_{x\to -3}\frac{(x-4)}{x} = \frac{7}{3}$$

L'HOPITAL'S RULE

$$\text{If } \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \text{ or } \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \text{ then } \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

LIMIT EVALUATIONS AT +-∞

$$\lim_{x\to\infty}e^x = \infty \text{ and } \lim_{x\to -\infty}e^x = 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\ln(x) = \infty \text{ and } \lim_{x\to 0^+}\ln(x) = -\infty$$

$$\text{If } r > 0 \text{ then } \lim_{x\to\infty}\frac{c}{x^r} = 0$$

$$\text{If } r > 0 \text{ \& } x^r \text{ is real for } x < 0 \text{ then } \lim_{x\to -\infty}\frac{c}{x^r} = 0$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}x^r = \infty \text{ for even } r$$

$$\lim_{x\to\infty}x^r = \infty \text{ \& } \lim_{x\to -\infty}x^r = -\infty \text{ for odd } r$$

EEWeb.com

Electrical Engineering Community

- Latest News
- Engineering Community
- Online Toolbox
- Technical Discussions
- Professional Networking
- Personal Profiles and Resumes
- Community Blogs and Projects
- Find Jobs and Events

طرق حساب النهايات جبرياً

النهاية عند نقطة

لإيجاد $\lim_{x\to c} f(x)$ نقوم بالتعويض المباشر

- $\lim_{x\to c} f(x) =$ عدد حقيقي
  - $\lim_{x\to -5} \frac{x+1}{x^2+3}$ (3B
- $\lim_{x\to c} f(x) = \frac{0}{0}$ وهذه صيغة غير محددة
  - نقوم بتحليل البسط والمقام واختصار العوامل المشتركة
    $\lim_{x\to -3} \frac{x^2-2x-15}{x+3}$
  - نقوم بإنطاق البسط أو المقام واختصار العوامل المشتركة
    $\lim_{x\to 25} \frac{x-25}{\sqrt{x}-5}$

النهايةَ عند اللانهاية

- نهاية كثير الحدود $=\pm\infty$ وهو وصف لسلوك منحناها فإما أن يكون متزايدا أو متناقصا(5A
- نهاية الدوال النسبية عند اللانهاية (تقارن درجة البسط والمقام
  - درجة البسط > درجة المقام النهاية غير محددة $=\pm\infty$ حسب اشارة الحد الرئيس في كل من البسط والمقام
    $\lim_{x\to\infty} \frac{-3x^2+7}{5x+1}$ (6B
  - درجة البسط = درجة المقام فإن النهاية =
    المعامل الرئيس في البسط / المعامل الرئيس في المقام
    $\lim_{x\to\infty} \frac{7x^3-3x^2+1}{2x^3+4x}$ (6C
  - درجة البسط < درجة المقام النهاية = صفر
    $\lim_{x\to-\infty} \frac{5}{x-10}$
- نهاية المتتابعات = نهاية الحد النوني للمتتابعة تحقق (7A

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0$$

نهاية دالة المقلوب

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$$

وبالتالي

ويمكن استعمال هذه الخاصية لحساب نهاية الدوال النسبية بقسمة كل حد في البسط والمقام على أعلى قوة لمتغير الدالة

L'Hôpital's Rule for $\frac{0}{0}$

Suppose $\lim f(x) = \lim g(x) = 0$. Then

1. If $\lim \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$, then $\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \lim \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$.
2. If $\lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$ tends to $+\infty$ or $-\infty$ in the limit, then so does $\frac{f(x)}{g(x)}$.

L'Hopital's rule:

c is either a finite number or ∞.

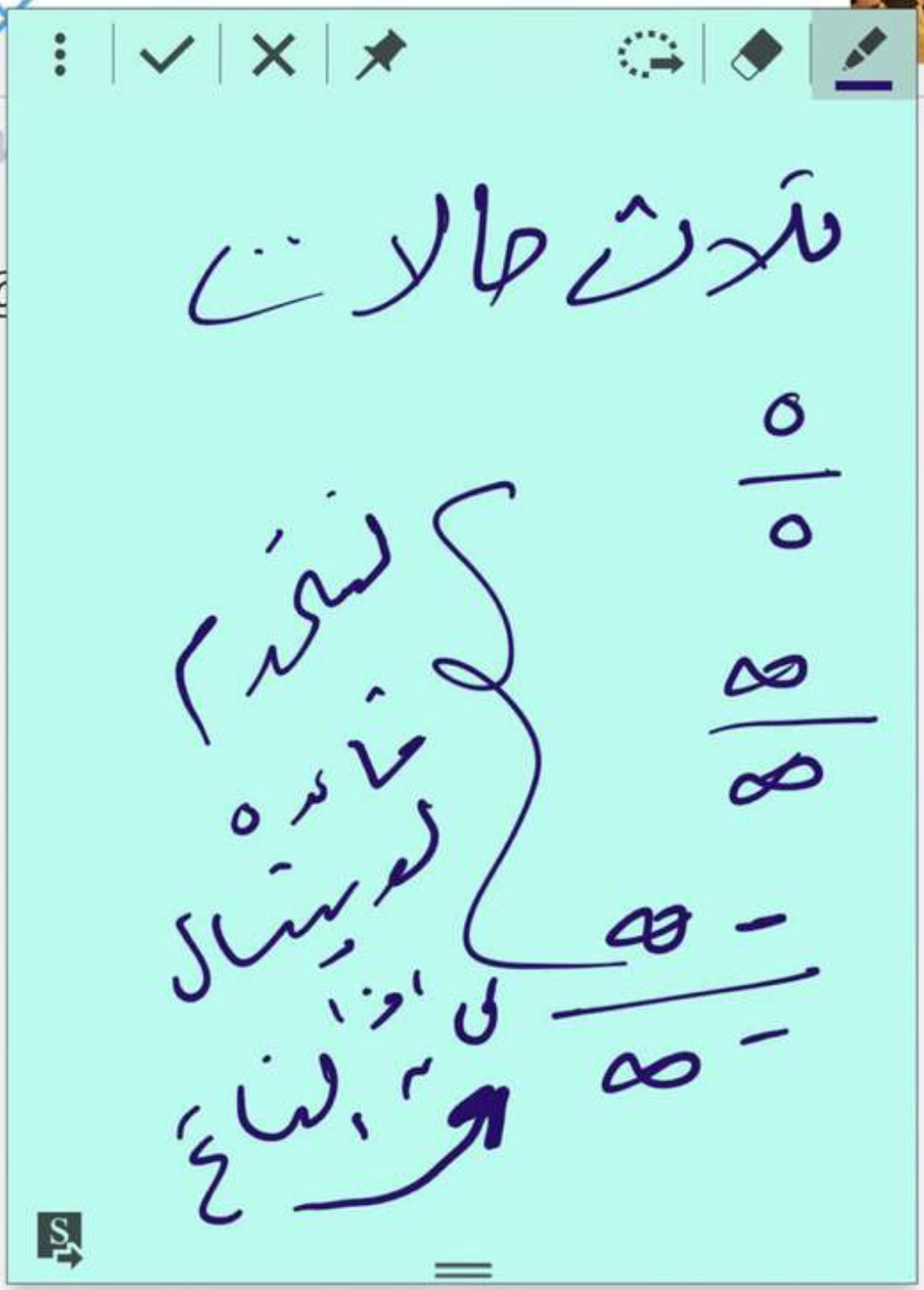
If $\lim_{x \to c} f(x) = 0$ and $\lim_{x \to c} g(x) = 0$, then

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

If $\lim_{x \to c} f(x) = \infty$ and $\lim_{x \to c} g(x) = \infty$, then

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

١٢:٣٦ م
77
تغريد
130



من أسئلة أعوام سابقة

232) قيمة النهاية $\lim_{n\to\infty}\{\ln(n+1)-\ln(n)\}$

ⓐ $\ln 2$ ⓑ 0 ⓒ 1 ⓓ 2

$$\lim_{n\to\infty}\{\ln(n+1)-\ln(n)\}=\lim_{n\to\infty}\ln\frac{n+1}{n}$$

$$=\ln\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n}=\ln 1$$

$$=0$$

نهاية الدالة

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

بالتعويض $= \frac{(3)^2 - 9}{3 - 3} = \frac{9 - 9}{3 - 3} = \frac{0}{0}$

(كمية غير معينة) ← كلا للتخلص منه

العامل المرافق

$$\lim_{x \to 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3}$$

$$= \lim_{x \to 3} x + 3 = 3 + 3 = 6$$

Example 2 : Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = (x^4 + 2)^5 + 5^{x^4+2}$

مشتقة دالة داخل قوس مرفوع لأس :
مشتقة الاس . مشتقة ما بداخل القوس

(3) $D_x a^x = a^x In\ a\ .\ D_x X$

$$\acute{y} = [5(x^4 + 2)^4 . 4x^3] + [5^{x^4+2} . \ln 5 . 4x^3]$$

$$= 4x^3[5(x^4 + 2)^4 + 5^{x^4+2} \ln 5]$$

$$= 20x^3[(x^4 + 2)^4 + 5^{x^4+1} \ln 5]$$

معدل التغير اللحظي للداله عند نقطة ما

43) ما معادلة ميل منحنى $y = 2x^2$ عند أي نقطة عليه؟

A $m = 4x$ **B** $m = 2x$

C $m = x$ **D** $m = -4x$

61) ما ميل مماس منحنى $y = 2x^2$ عند النقطة $(1, 2)$؟

A 1 **B** 2

C 4 **D** 8

$y = 2x^2$

$y' = 4x$

معادلة الميل

$m = 4x$

ميل المماس عند $(1, 2)$

$= 4(1)$

$= 4$

Example 1: Find $D_x(3^{\sqrt{x}})$

By chain rule :

U = $\sqrt{x}$, $du = \frac{1}{2}x^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$

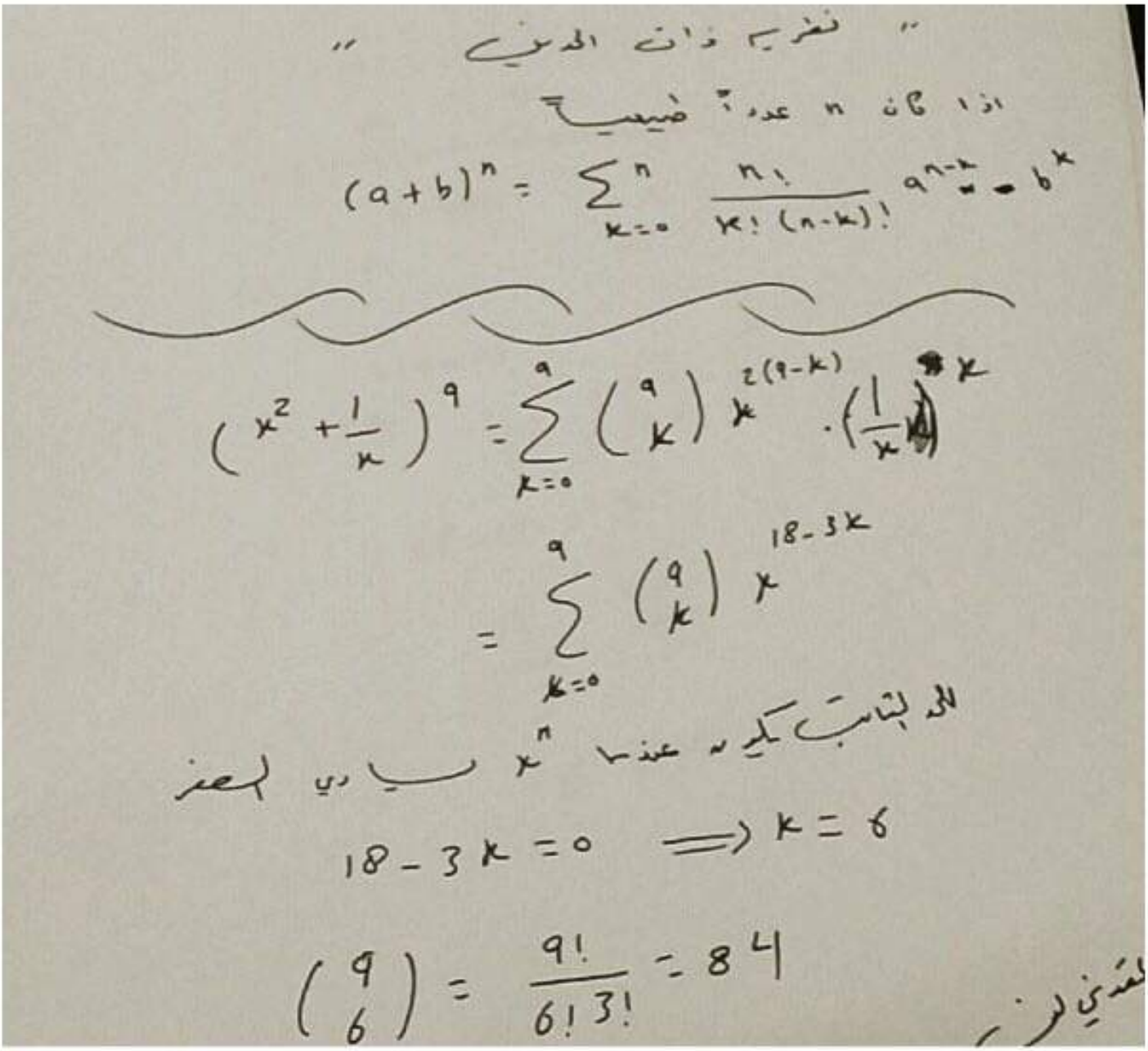
(3) $D_x a^x = a^x In\, a \;.\; D_x X$

$D_x\left(3^{\sqrt{x}}\right) = 3^{\sqrt{X}} .In\, 3 . D_x\sqrt{x}$

$= 3^{\sqrt{X}} .In\, 3 \;.\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3^{\sqrt{x}} In\, 3}{2\sqrt{x}}$

ما الحد الثابت في مفكوك $(x^2 + \frac{1}{x})^9$ ؟

أ	20	ب	36
ج	84	د	168



٧٥- قيمة النهاية:

$\lim_{n\to\infty}\{\ln(n+1)-\ln(n)\}$ تساوي:

أ) $\ln 2$

ب) 2

ج) 1

د) 0

$$\lim_{n\to\infty}\{\ln(n+1)-\ln(n)\}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\ln\frac{n+1}{n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$$

$$=\ln\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)$$

$$=\ln(1+0)$$

$$=\ln 1=0$$

$$\sin^2 x = \tfrac{1}{2}(1 - \cos 2x) \qquad \text{and} \qquad \cos^2 x = \tfrac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

EXAMPLE 3 Evaluate $\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$.

SOLUTION If we write $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$, the integral is no simpler to evaluate half-angle formula for $\sin^2 x$, however, we have

$$\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx = \tfrac{1}{2} \int_0^{\pi} (1 - \cos 2x) \, dx = \left[\tfrac{1}{2}(x - \tfrac{1}{2} \sin 2x)\right]_0^{\pi}$$

$$= \tfrac{1}{2}(\pi - \tfrac{1}{2} \sin 2\pi) - \tfrac{1}{2}(0 - \tfrac{1}{2} \sin 0) = \tfrac{1}{2}\pi$$

٢٨- مساحة المنطقة المحدودة بين المنحنيات $y=0$ ، $y=e^x$ ، $x=0$ ، $x=1$ تساوي:

د) e

ب) 1

ج) $1-\frac{1}{e}$

د) $e-1$

$$\int_0^1 e^x\,dx = e^x\Big|_0^1$$

$$= e^1 - e^0$$

$$= e-1$$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

EXAMPLE 2 Evaluate $\int \ln x\,dx$.

SOLUTION Here we don't have much choice for u and dv. Let

$$u = \ln x \qquad dv = dx$$

Then $$du = \frac{1}{x}dx \qquad v = x$$

Integrating by parts, we get

$$\begin{aligned}\int \ln x\,dx &= x \ln x - \int x \frac{dx}{x} \\ &= x \ln x - \int dx \\ &= x \ln x - x + C\end{aligned}$$

2

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

EXAMPLE 1 Find $\int x \sin x\,dx$.

$$u = x \qquad dv = \sin x\,dx$$

$$du = dx \qquad v = -\cos x$$

$$\int x \sin x\,dx = \int \overbrace{x}^{u}\,\overbrace{\sin x\,dx}^{dv} = \overbrace{x}^{u}\,\overbrace{(-\cos x)}^{v} - \int \overbrace{(-\cos x)}^{v}\,\overbrace{dx}^{du}$$

$$= -x \cos x + \int \cos x\,dx$$

$$= -x \cos x + \sin x + C$$

١. الحد الاسط في مفكوك $\left(2x+\frac{y}{2}\right)^4$

- $12\,x^2y^2$
- $6\,x^2y^2$
- $12\,xy^3$
- $12\,x^3y$

١٩

(١٣٢) الحد العام هو

$$A_{r+1} = {}^nC_r\, b^r\, a^{n-r}$$

هنا $a=2x$ ، $b=\frac{y}{2}$ ، $n=4$

$n=4 \Leftarrow$ عدد الحدود يساوي $n+1=5$

∴ الحد الأوسط هو الحد الثالث

$\Rightarrow r=2$

الحد الأوسط $\Rightarrow A_3 = {}^4C_2 \left(\frac{y}{2}\right)^2 (2x)^2$

$$= \frac{4\times3}{2\times1} \cdot \frac{y^2}{4} \cdot 4x^2$$

$$= \boxed{6x^2y^2}$$

62

4 مجتمع من البكتيريا فيه 200 عنصر ، إذا علمت ان عدد البكتيريا يتضاعف كل ساعتين مرة فما عدد البكتيريا في المجتمع بعد 12 ساعه ؟

(توضيح الحل)

الساعات	2	4	6	8	10	12	بعد12ساعه
الحدود	1	2	3	4	5	6	7
عدد البكتيريا	200	400	800	1600	3200	6400	الحل 12800

(حل المثال بإستخدام المتتابعات الهندسية)

استاذ/ مسفر الصقري
ثانوية الزهراوي

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_7 = 200(2)^{7-1}$$

$$a_7 = (200) \cdot (64) = 12800$$

٣٠- إذا كان x متغيراً عشوائياً متصلاً دالة كثافته الاحتمالية هي $f(x)=c(1-x)$، حيث $0 \le x \le 1$. والدالة تساوي صفراً خارج هذه الفترة. فما مقدار الثابت c ؟

أ) 8

ب) 6

ج) 4

د) 2

من خواص دالة الكثافة الاحتمالية أن المساحة = 1

و تحل دائماً عن طريق التكامل والفترة المعطاة تكون حدود التكامل

$$\int_0^1 c(1-x)\,dx = 1$$

$$\Rightarrow c\int_0^1 (1-x)\,dx = 1$$

$$\Rightarrow c\left[x - \frac{x^2}{2}\right]_0^1 = 1 \Rightarrow c\left[(1-\tfrac{1}{2})-(0)\right] = 1$$

$$\Rightarrow c\,(\tfrac{1}{2}) = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{\frac{1}{2}} \div \boxed{c=2}$$

Sultan

41 يمكن ايجاد المجموع الجزئي لمتسلسلة حسابية بإستخدام احد القوانين التالية

القانون (المعادلة)	المعطيات	مجموع أول n حدا (S_n) هو :
بالصيغة العامة	a_1 , a_n	1 $S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$
بالصيغة البديلة	a_1 , d	2 $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

تمرين / اوجد مجموع المتسلسلة الحسابية التالية

$$2 + 4 + 6 + \ldots\ldots + 100$$

الحل

نستخدم القانون الأول ... نقوم بإيجاد قيم a_1 , a_n , n

$a_1 = 2$

$a_n = 100$

$n = ??$

بما ان قيمة n مجهوله ... نوجدها من القانون

$a_n = a_1 + d\,(n - 1)$

$100 = 2 + 2(n - 1)$

$100 = 2 + 2n - 2$

$100 = 2n$

$50 = n$ بما اننا اوجدنا قيمة n نعوض في قانون 1

مسفر الصقري
ثانوية الزهراوي

ماذا تعني n ؟
تعني عدد الحدود
وفي المثال عدد الحدود
يكون 50

$$S_n = 50\left(\frac{2 + 100}{2}\right) \Leftarrow S_n = 50\left(\frac{102}{2}\right) \Leftarrow S_n = 2550$$

الفرق بين المتتابعة الحسابية والمتسلسلة الحسابية ، يكون بين حدود المتتابعة فاصلة بينما في المتسلسلة يكون بين الحدود علامة جمع .

مفاهيم	المتتابعة الحسابية	المتتابعة الهندسية
الأساس	d ونوجده بطرح أي حد من حدود المتتابعة من الحد الذي يليه	r ونوجده بقسمة أي حد من حدود المتتابعة على الحد الذي يسبقه
a_n	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
معادلة الحد النوني أو صيغة الحد النوني	لإيجادها نعوض عن a_1 و d فقط في قانون الحد النوني ونكمل العمليات الحسابية ونحصل على معادلة بالمجهول n مثال: $a_n = 7 + 6n$	لإيجادها نعوض عن a_1 و r فقط في قانون الحد النوني مثال: $a_n = \frac{4}{3} \cdot 3^{n-1}$
الأوساط الحسابية	لإيجادها لابد من إيجاد d ونوجد d من قانون الحد النوني	لإيجادها لابد من إيجاد r ونوجد r من قانون الحد النوني
S_n المتسلسلة وهي حاصل جمع حدود المتتابعة سواء حسابية أو هندسية	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$	$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r}$
رمز المجموع ويستخدم لإيجاد المتسلسلة الحسابية أو الهندسية	إيجاد a_1 نعوض عن $k = 4$ $\sum_{k=4}^{18}(6k-1)$ إيجاد a_n نعوض عن $k = 18$ إيجاد n $n = 18 - 4 + 1 = 15$ بعد إيجاد المجاهيل الثلاثة نعوض في قانون جاوس $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$	إيجاد a_1 نعوض عن $k = 3$ $\sum_{k=3}^{10} 4(2)^{k-1}$ إيجاد $r = 2$ إيجاد n $n = 10 - 3 + 1 = 8$ بعد إيجاد المجاهيل الثلاثة نعوض في القانون العام $S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r}$

16 ◀ $\lim_{x \to 25} \frac{x-25}{\sqrt{x}-5}$ تساوي ..

Ⓐ -5 .

Ⓒ 10 .

$$\lim_{x \to 25} \frac{x-25}{\sqrt{x}-5} \cdot \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+5}$$

$$\lim_{x \to 25} \frac{x-25(\sqrt{x}+5)}{x-25}$$

$$\lim_{x \to 25} \sqrt{x}+5 = 10$$

البديل ج .

مهم جداً

اذا الداله فرديه التماثل حول نقطة الاصل (0,0)

اذا زوجيه التماثل حول y

كيف نعرف فرديه او زوجيه ؟!

فرديه $F(-x)=-f(x)$

زوجيه $F(-x)= f(x)$

٠_٠) بالتوفيق

٢٩- إذا كانت $f(-3)=2$ و $g(-3)=3$ و $f'(-3)=1$ و $g'(-3)=5$، فإن $(fg)'(-3)$ تساوي:

أ) 13

ب) 14

ج) 15

د) 16

قاعدة الضرب

$$(fg)' = f'g + fg'$$

اشتقاق دالة هي عبارة عن حاصل ضرب دالتين يساوي الأولى ضرب مشتقة الثانية + الثانية ضرب مشتقة الأولى.

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$(fg)'(-3) = 1 \times 3 + 2 \times 5$$

$$= 3 + 10 = 13$$

٤)

3) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x) = 3x^2 + 1$

ومحور السينات والمستقيمين $x = 1 \ , \ x = 3$

$$\int_1^3 (3x^2 + 1)dx = (x^3 + x)|_1^3 = (27 + 3) - (1 + 1) = 28$$

- إيجاد مفكوك ذات الحدين.

نظرية ذات الحدين

إذا كان n عدداً طبيعياً، فإن :

$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} + \dots + {}_nC_n\, a^0 a^n$$

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!}\, a^{n-k}\, b^k$$

احسب $\int_0^2 \sqrt{x^2+4x+4}\ dx$

A) 3

C) 5

B) 4

D) 6

$$\int_0^2 \sqrt{x^2+4x+4}\ dx$$

$x^2+4x+4 = (x+2)^2$

مربع كامل

$$\int_0^2 \sqrt{(x+2)^2}\ dx$$

$$= \int_0^2 (x+2)\ dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}x^2 + 2x\right]_0^2$$

$$= \left[\frac{1}{2}(2)^2 + 2\times 2\right] - 0$$

$$= 2+4 = 6$$

21 احسب $\lim_{x\to 0} \frac{(x+1)^2 - 1}{x}$

A) 2

B) 1

C) 3

D) 0

$$\lim_{x\to 0} \frac{(x+1)^2 - 1}{x}$$

$$= \frac{x^2 + 2x + 1 - 1}{x}$$

$$= \frac{x^2 + 2x}{x}$$

$$= \frac{x(x+2)}{x}$$

$$\lim_{x\to 0} = x + 2$$

$$= 0 + 2$$

$$= 2$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

إذا كان $f(x) = x^2 + 3$ فإن $\lim_{h \to 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h}$

7 (A

4 (B

-4 (C

3 (D

$f'(x) = 2x$

$f'(-2) = 2(-2) = -4$

١٧٦. الدالة العكسية f^{-1} للدالة

$$f(x) = 3x - 4$$

- $\frac{x}{3} + 4$ ○
- $\frac{x+4}{3}$ ○
- $\frac{x-4}{3}$ ○
- $\frac{x}{3} - 4$ ○

1976 - هـ 1396

$$y = 3x - 4$$

$$y + 4 = 3x$$

$$\frac{y+4}{3} = x$$

$$\text{ดังนั้น } f^{-1}(x) = \frac{x+4}{3}$$

معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = x^2$ عند $x = 1$ هي

(a) $y = 2x$

(b) $y = -2x$

(c) $y = 2x + 1$

(d) $y = 2x - 1$

* نقطة المماس $(1, 1)$ / $x = 1 \rightarrow y = (1)^2 = 1$

* ميل المماس $y' = 2x = 2$

* معادلة مماس المنحنى

$$y - 1 = 2(x - 1)$$
$$y - 1 = 2x - 2$$
$$y = 2x - 2 + 1$$
$$\boxed{y = 2x - 1}$$

إذا كانت $y = x^2 + 3x + 1$ فإن $\frac{dy}{d\sqrt{x}}$ تساوي

(a) $2\sqrt{x} + 3$

(b) $\frac{1}{x}\sqrt{x}$

(c) $4x\sqrt{x} + 6\sqrt{x}$

(d) $\frac{2x+3}{2\sqrt{x}}$

نفرض أن $z = \sqrt{x}$ ← $z^2 = x$

بالتعويض في المعادلة

$$y = z^4 + 3z^2 + 1$$

$$\frac{dy}{dz} = 4z^3 + 6z$$

الآن نستبدل كل z ← $\sqrt{x}$

$$\frac{dy}{d\sqrt{x}} = 4\sqrt{x}^3 + 6\sqrt{x}$$

$$\frac{d}{dx}\underbrace{f}_{\text{outer function}}\underbrace{(g(x))}_{\text{evaluated at inner function}} = \underbrace{f'}_{\text{derivative of outer function}}\underbrace{(g(x))}_{\text{evaluated at inner function}} \cdot \underbrace{g'(x)}_{\text{derivative of inner function}}$$

1) $y = \sin^5 3x^2$

$f' = 5(\sin 3x^2)^4$

$g' = \cos(3x^2) \cdot 6x$

$\therefore y' = 30x \sin^4(3x^2) \cdot \cos(3x^2)$

14) ما الحد التالي في المتتابعة $6, \frac{9}{2}, \frac{27}{8}, \ldots\ldots$

A) $\frac{11}{8}$ B) $\frac{27}{16}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{81}{32}$

× إجابة سؤال (14) $6, \frac{9}{2}, \frac{27}{8}, \ldots$

الحد الأول $6 = \frac{12}{2}$ نلاحظ كل حد يضرب في $\frac{3}{4}$

$6 = \frac{12}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$

$\frac{9}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{8}$

$\frac{27}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{81}{32}$

15) متتابعة حسابية فيها $a_1 = -4$ ، $d = 6$ ، $n = 9$ أوجد an

A) 48 B) 44 C) 52 D) 54

* إجابة سؤال (15) طالبة ثانوية في متتابعة حسابية

$an = ?$ $a_1 = -4$ ، $d = 6$ ، $n = 9$

$$an = a_1 + (n-1)d$$

$$= -4 + (9-1)(6)$$

$$an = -4 + (8)(6) = -4 + 48 = 44$$

أسئلة **1436**هـ

١- مجموعة حل المعادلة $2x^2 - 22x + 60 = 0$ هي:

أ) $\{-5,6\}$

ب) $\{5,6\}$

ج) $\{3,\frac{5}{2}\}$

د) $\{3,-\frac{5}{2}\}$

٢- إذا كان $f(x) = 3x + 7$، فما قيمة a التي تحقق $2(f(a)+1) = f(5a-1)$؟

أ) $\frac{4}{3}$

ب) $\frac{10}{9}$

ج) $\frac{5}{7}$

د) $\frac{2}{5}$

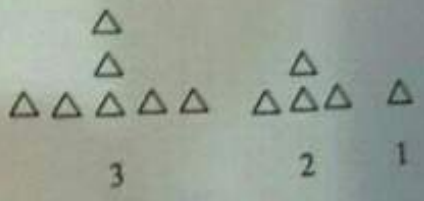
٣- إذا كانت المجموعات X, Y, Z تحقق $X \cap Y = \phi$ ؛ $X \cup Y = Z$، فإن $(Z \cap X) \cup (Z \cap Y)$ يساوي:

أ) X

ب) Y

ج) Z

د) ϕ



٤- عدد المثلثات في النمط السادس يساوي:

أ) 7

ب) 10

ج) 13

د) 16

٥- أجري السحاب إلى اليمين النقطة $(2,-3)$ بمقدار وحدة واحدة، ثم السحاب إلى أسفل بمقدار وحدتين، ثم الناظر حول نقطة الأصل. ما مجموع إحداثيات النقطة الناتجة؟

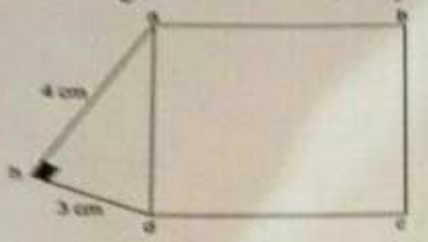
أ) 8

ب) 2

ج) -2

د) -8

٦- في الشكل أدناه، ما مساحة المربع abcd بالسنتيمتر المربع؟



أ) 5

ب) 7

ج) 25

د) 49

٧- إذا كانت النقطة $(4,3)$ تقع في منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين $(x,0)$ و $(5,z)$، فإن $x+z$ تساوي:

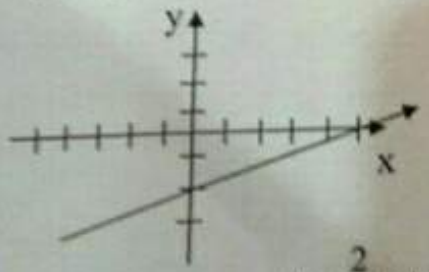
أ) 9

ب) 7

ج) 6

د) 2

٨- أي مما يلي يمثل معادلة المستقيم المبين في الشكل أدناه؟



أ) $y = \frac{2}{5}x + 2$

ب) $y = 10x + 2$

ج) $y = 10x - 2$

د) $y = \frac{2}{5}x - 2$

① $2(x^2-11x+30)=0$

قانون المميز $\Delta = b^2-4ac$

$=(-11)^2-4\times1\times30 = 121-120$

$= 1 > 0$

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\frac{-(-11)-1}{2}$ ، $x_2=\frac{-(-11)+1}{2}$

$=5$ $=6$

الحل ⓑ $\{5,6\}$

② $f(5a-1)=3(5a-1)+7$

$=15a-3+7=\boxed{15a+4}$

$2(f(a)+1)=2(3a+7+1)$

$=2(3a+8)=\boxed{6a+16}$

$\Rightarrow 15a+4=6a+16$

$15a-6a=16-4$

$9a=12$

$a=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$

الحل ⓟ

③ $(A\cap B)\cup(A\cap C)=A\cap(B\cup C)$

$\Rightarrow (Z\cap X)\cup(Z\cap Y)=Z\cap(X\cup Y)$

$=Z\cap Z$

$=Z$

الجواب ⓒ

④

6	5	4	3	2	1
13+3	7+3	7+3	4+3	1+3	1
=16	=13	=10	=7	=4	

الحل ⓓ

⑤ $(2,-3)\to(3,-3)$

$\downarrow$

$\downarrow$

$(3,-5)$

ثم تناظر حول نقطة الأصل $=(-3,5)$

مجموع الاحداثيات $=-3+5=2$ الحل ⓑ

⑥ طول الوتر $=\sqrt{9+12}=\sqrt{3^2+4^2}$

$=\sqrt{25}=5$

مساحة المربع $=5\times5=25$ الجواب ⓒ

⑦

نقطة المنتصف $\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)=(4,3)$

$\left(\frac{5+x}{2},\frac{z+0}{2}\right)=(4,3)$

$\frac{5+x}{2}=4\to 5+x=8$

$\boxed{x=3}$

$\frac{z+0}{2}=3\to\boxed{z=6}$

$x+z=3+6=\boxed{9}$

الحل ⓟ

⑧ الميل $=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$(x_1,y_1)=(5,0)$

$(x_2,y_2)=(0,-2)$ $\Big|\ \frac{-2-0}{0-5}=$

$\left(\frac{2}{5}\right)=$

المعادلة

$y-y_1=m(x-x_1)$

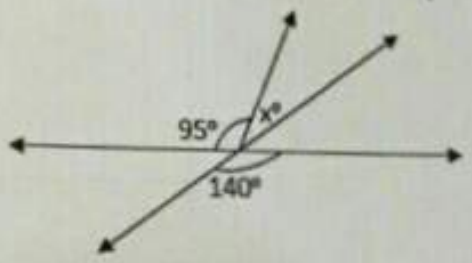
$y-0=\frac{2}{5}(x-5)$

$y=\frac{2}{5}x-2$ الجواب ⓓ

٩- تحرك هادي كيلومترين باتجاه الشرق، ثم سار شمالاً ثلاثة كيلومترات، ثم انعطف غربًا ومشى كيلومترًا واحدًا. ما المسافة بين نقطة البداية وموقعه الحالي بالكيلومتر؟

أ) 4
ب) $\sqrt{4}$
ج) 10
د) $\sqrt{10}$

١٠- في الشكل أدناه، ما قيمة x؟



أ) 40
ب) 45
ج) 50
د) 55

١١- ما التمثيل البياني لمعادلتي المستقيمين $y - 3x = -5$ و $3y + x = 8$؟

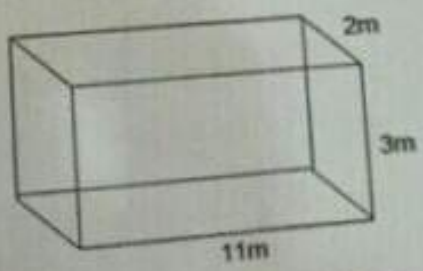
أ) مستقيمان متعامدان

ب) مستقيمان متوازيان

ج) يقطعان المحور X في نفس النقطة

د) يقطعان المحور Y في نفس النقطة

١٢- في الشكل أدناه، ما مساحة الأوجه بالمتر المربع؟

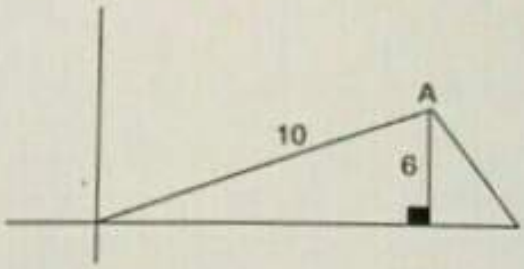


أ) 61

١٣- إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (a,b)، و (c,d) يساوي 0.5، فما ميل المستقيم المار بالنقطتين $(2-4a,3-4b)$ و $(2-4c,3-4d)$؟

أ) 0.5
ب) 2
ج) -0.5
د) -2

١٤- في الشكل أدناه، ما إحداثيات النقطة A؟



أ) (6,8)
ب) (8,6)
ج) (6,10)
د) (10,6)

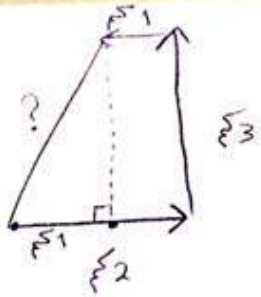
١٥- ما مساحة سطح الهرم الرباعي المنتظم الذي طول قاعدته 5cm، وارتفاعه الجانبي 10cm بالسنتيمتر المربع؟

أ) 115
ب) 120
ج) 125
د) 130

انتهى القسم!

ويمكنك فيما تبقّى من وقته مراجعة إجاباتك فيه فقط

(٩)

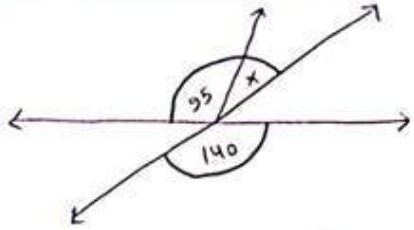


الجواب (د)

باستخدام نظرية فيثاغورث

$3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$

(١٠)



بالتقابل بالرأس

$X + 95 = 140$

$x = 140 - 95 = 45°$

الجواب (ب)

(١١)

$y - 3x = 8 \rightarrow y = 3x + 8$

$3y + x = 8 \rightarrow 3y = -x + 8$

$y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$

$3x - \frac{1}{3} = -1$ حاصل ضرب ميلهما يساوي

المستقيمان متعامدان الجواب (أ)

(١٢)

$2(2\times3) + 2(3\times11) + 2(11\times2)$

$= 12 + 66 + 88 = 166$

(١٣)

الميل الأول $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{d-b}{c-a} = 0.5$

الميل الثاني $= \frac{(3-4d)-(3-4b)}{(2-4c)-(2-4a)}$

$= \frac{3-4d-3+4b}{2-4c-2+4a} = \frac{-4d+4b}{-4c+4a}$

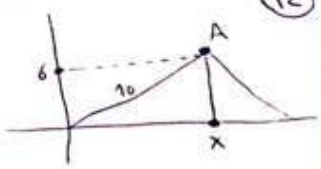
$= \frac{-4(d-b)}{-4(c-a)}$

$= \frac{d-b}{c-a} = 0.5$

الجواب (أ)

(١٤)

$A = (x, 6)$



باستخدام فيثاغورث

$10^2 = 6^2 + x^2$

$x = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$

$\therefore A = (8, 6)$ الجواب (ب)

(١٥) مساحة القاعدة المربعة $= 5 \times 5 = 25$

مساحة 4 أوجه جانبية (مثلث) $= 4(\frac{1}{2} \times 5 \times 10)$

$= 25 \times 4 = 100$

مساحة سطح الهرم $= 100 + 25 = 125$

الجواب (ج)

١٦- يعمل توأم في مصنع يبعد عن منزله مسافة 30km في الجهة الشمال. إذا نقل المصنع مسافة 30km غرب موقعه الحالي، فكم ستكون المسافة (بالكيلو متر) بين المصنع في موقعه الجديد ومنزل توأم؟

أ) $42\sqrt{2}$
ب) $30\sqrt{2}$
ج) 42
د) 30

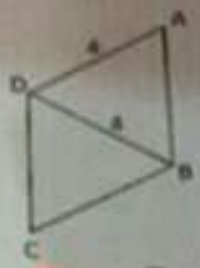
١٧- في الشكل أدناه، C دائرة قطرها 14m. ما المساحة التقريبية للدائرة بأقرب الربع؟

أ) 44
ب) 88
ج) 154
د) 308

١٨- إذا كانت سرعة جسم 600 متر في الدقيقة، فكم سرعته بالسنتيمتر لكل ثانية؟

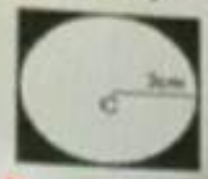
أ) 3600
ب) 1000
ج) 360
د) 100

١٩- ما مساحة المعين $ABCD$ في الشكل أدناه؟



أ) $8\sqrt{5}$
ب) $4\sqrt{5}$
ج) $4\sqrt{12}$
د) $2\sqrt{12}$

٢٠- في الشكل أدناه، نسبة مساحة المنطقة المظللة إلى مساحة الدائرة التي مركزها C تساوي:



أ) $\frac{4}{\pi}-1$
ب) $1-\frac{4}{\pi}$
ج) $4-\frac{1}{\pi}$
د) $\frac{1}{\pi}-4$

٢١- بكم طريقة يمكن توزيع خمس جوائز مختلفة على خمسة طلاب بحيث يأخذ كل طالب جائزة واحدة؟

أ) 5
ب) 120
ج) 625
د) 725

٢٢- مقرر له شعبتان. يختار منهما (أحمد، وسامي) شعبة عشوائيًا. ما احتمال أن يكونا في نفس الشعبة؟

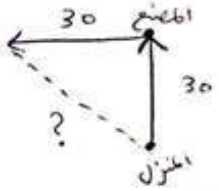
أ) $\frac{1}{8}$
ب) $\frac{1}{4}$
ج) $\frac{1}{2}$
د) $\frac{3}{4}$

٢٣- بكم طريقة يمكن تكوين عدد من ثلاث خانات عشرية تنتمي إلى المجموعة $\{0,2,3,5,7,9\}$ بحيث يقبل القسمة على 5؟

أ) 72
ب) 60
ج) 36
د) 30

(١٦) يتحرك نواف في مصنع يبعد عن منزله مسافة 30 Km في اتجاه الشمال، إذا نقل المصنع لمسافة 30km غرب موقعه الحالي، فكم ستكون المسافة بالكيلومتر من المصنع في موقعه الجديد ومنزل نواف؟

(أ) $42\sqrt{2}$
(ب) $30\sqrt{2}$
(ج) 42
(د) 30



باستخدام فيثاغورث

$x = \sqrt{30^2 + 30^2}$
$= \sqrt{900 + 900}$
$= \sqrt{2(900)}$
$= 30\sqrt{2}$

(ب) الجواب

(١٧) مساحة الدائرة $= \pi r^2$
$\pi (7)^2 =$
$= \frac{22}{7} \times 7^2 =$ (154)

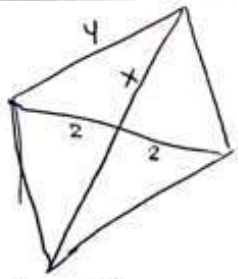
(ج) الجواب

(١٨) ١ متر = ١٠٠ سم
١ دقيقة = ٦٠ ثانية

$\frac{\text{٦٠٠ متر}}{\text{١ دقيقة}} = \frac{\text{١٠٠} \times \text{٦٠٠}}{\text{٦٠} \times \text{١}} = \frac{\text{٦٠٠٠٠}}{\text{٦٠}} =$ (١٠٠٠)

(ب) الجواب

(١٩)



باستخدام فيثاغورث

$x^2 + 2^2 = 4^2$
$x = \sqrt{16-4} = \sqrt{12}$

طول القطر $= 2x = 2\sqrt{12}$
القطر الآخر $= 4$
مساحة المعين $= 2\sqrt{12} \times 4 \times \frac{1}{2}$
$= 4\sqrt{12}$

(ج) الجواب

(٢٠) مساحة الدائرة $= \pi r^2 = 9\pi$ ($r = 3cm$)
مساحة المربع $= 6 \times 6 = 36$
مساحة المنطقة المظللة $= 9\pi - 36$

النسبة $= \frac{9\pi - 36}{9\pi} = 1 - \frac{4}{\pi}$

(٢١) تباديل n من العناصر

$n! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

(ج) الجواب

(٢٢) ل (الحدث) $= \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج كلها}}$

$= \frac{1}{2}$ ← عدد الشعب
← عدد واحد يكون به في نفس الشعبة

(ج) الجواب

(٢٣) $0,\overline{\quad\quad\quad}$
ثلاث خانات عشرية

حتى يقبل القسمة على 4 يجب أن يكون آحاده 0 أو 5
الـ 0 مستبعد لأنه بين الفاصلة فيصبح خانتين عشريه
إذا اخترناه

$36 = 6 \times 6 \times 10$ طريقة

(ب) الجواب

٢٤- الشكل أدناه يمثل نتائج استبانة عن المادة الدراسية المفضلة أجريت على 220 طالبًا في مدرسة ابتدائية. كم طالبًا يفضلون مادة العلوم؟

أ) 11
ب) 22
ج) 44
د) 88

٢٥- سُئل طلاب أحد الفصول عن عدد الإخوة لديهم، ثم جمعت الإجابات ووضعت في جدول التكرار أدناه. إذا اختير طالب عشوائيًا، فما احتمال أن عدد إخوته 2 على الأقل؟

عدد الأخوة	التكرار
0	2
1	3
2	5
3	10
4	6
5	4

أ) $\frac{2}{3}$
ب) $\frac{11}{15}$
ج) $\frac{9}{10}$
د) $\frac{5}{6}$

٢٦- أي شكل مما يأتي يمكن أن يكون مثالاً مضادًا للاستنتاج الآتي: "إذا تطابقت أضلاع الشكل الرباعي فإنه مربع"؟

أ) المعين
ب) المستطيل
ج) شبه منحرف
د) متوازي الأضلاع

٢٧- متوسط درجات يزيد في 5 اختبارات لمقرر دراسي 7 درجات. إن كانت درجاته في 4 اختبارات 8.5,8,8,9.5، فكم درجته في الاختبار الخامس؟

أ) 5
ب) 4
ج) 2
د) 1

٢٨- في إحدى الإدارات يعمل 5 موظفين إذا كان موظفان يتقاضان 50 ريالاً في الساعة، وموظف 80 ريالاً في الساعة، وموظف 100 ريال في الساعة، وموظف 120 ريالاً في الساعة، فكم ريالاً في الساعة وسيط ما يتقاضاه موظفو الإدارة؟

أ) 80
ب) 85
ج) 90
د) 95

٢٩- يحرص المعلم خالد على تقديم أمثلة عديدة على القاعدة الرياضية قبل صياغتها وذلك بالتعاون مع تلاميذه؛ لأن ذلك ينمي لديهم مهارة:

أ) التمثيل
ب) البرهان
ج) الاستقراء
د) الاستنتاج

٣٠- عندما يحل الطالب مسألة رياضية، يأخذ بعين الاعتبار المعلومات المهمة والمعلومات غير ذات العلاقة بالمسألة. ما المرحلة المناسبة لهذا الإجراء؟

أ) فهم المسألة
ب) وضع الخطة
ج) تنفيذ الخطة
د) التحقق من الحل

انتهى القسم؟

ويمكنك فيما تبقّى من وقته مراجعة إجاباتك في هذا القسم

(٢٤)

نسبة المواد الأخرى = 15 + 30 + 35 = 80

نسبة مادة العلوم = 100 − 80 = 20٪

$$\frac{\text{عدد الطلاب لمادة العلوم}}{220} = \frac{20}{100}$$

$$س = \frac{20 \times 220}{100} = 44$$

(ج) الجواب

(٢٥)

احتمال (الحدث) = $\frac{\text{عدد الطلاب الذين لهم 2 إخوة على الأقل}}{\text{عدد الطلاب جميعاً}}$

$$= \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

(د) الجواب

(٢٦)

الجواب المعين

لأنه شكل رباعي أضلاعه متطابقة

(٢٧)

المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الاختبارات}}$

$$\frac{8.5 + 8 + 8 + 9.5 + X}{5} = 7$$

$$\frac{34 + X}{5} = 7 \Rightarrow 34 + X = 35$$

$X = 1$

(د) الجواب

(٢٨)

50, 50, 80, 100, 120

الوسيط : الرقم الذي يفصل النصف الأعلى عن النصف الأقل بعد ترتيب البيانات تصاعدياً

(ب) الجواب (80)

(٢٩)

الجواب الاستقراء (ج)

وهو تتبع الأمثلة للتوصل إلى القاعدة العامة

(٣٠)

الجواب مفهم المعادلة (ب)

يتم في هذا الإجراء تقدير المعطيات والمطلوب والشروط

٢٦- يتكون فصل دراسي من 18 ولداً، إذا كان عدد مقاعد الصف الأخير 64 مقعداً، وعدد مقاعد كل صف يقل عن الذي خلفه بمقعد واحد، فكم عدد المقاعد في الصف الأول؟

أ) 19
ب) 16
ج) 13
د) 10

٢٧- إذا كانت $f(x) = \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}$، فإن $f'(x)$ تساوي:

أ) $\frac{35x^{\frac{1}{3}}}{6}$
ب) $\frac{21}{10x^{\frac{1}{3}}}$
ج) $\frac{35x^{-\frac{1}{3}}}{10}$
د) $\frac{35}{6x^{\frac{1}{3}}}$

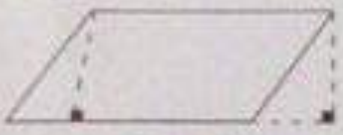
٢٨- مساحة المنطقة المحدودة بين المنحنيات $y = 0$، $y = e^x$، $x = 0$، $x = 1$، تساوي:

أ) e
ب) 1
ج) $1 - \frac{1}{e}$
د) $e - 1$

٢٩- إذا كانت $f(-3) = 2$ و $g(-3) = 3$ و $g'(-3) = 1$ و $f'(-3) = 5$، فإن $(fg)'(-3)$ تساوي

أ) 13
ب) 14
ج) 15
د) 16

٣٠- رسم الأستاذ (خالد) الشكل الآتي، ما المفهوم الذي يريد توضيحه



أ) مساحة متوازي أضلاع
ب) نظرية فيثاغورس
ج) مساحة المستطيل
د) مساحة مثلث قائم الزاوية

٢٢- جدول الصواب الآتي يمثل

A	B	?
T	T	T
T	F	T
F	T	F
F	F	T

أ) $A \vee B$
ب) $A \rightarrow B$
ج) $B \rightarrow A$
د) $A \leftrightarrow B$

٢٣- إذا كان $\int_0^3 ax\,dx = 9$، فما قيمة a؟

أ) 1
ب) 2
ج) 3
د) 4

انتهى القسم!

ويمكنك فيما تبقى من وقته مراجعة إجاباتك فيه فقط

(٢٤)

$18 \to 64$

$17 \to 64-3$

$16 \to 64-2(3)$

$15 \to 64-3(3)$

$\vdots$

$1 \to 64-17(3) = 64-51 = 13$

(ج) الجواب

(٢٥)

$f(x) = \frac{7}{2}\sqrt[3]{x^5} = \frac{7}{2}x^{\frac{5}{3}}$

$f'(x) = \frac{7}{2}\cdot\frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}-1}$

$= \frac{35}{6}x^{\frac{2}{3}}$

(أ) الجواب

(٢٦)

(ج) $B \to A$ الجواب

(٢٧)

a عدد ثابت يخرج خارج إشارة التكامل

$a\int_0^3 x\,dx = 9 \Rightarrow a\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^3 = 9$

$\frac{a}{2}(3^2-0^2) = 9$

$9a = 18$

$a = \frac{18}{9} = 2$

(ب) الجواب

(٢٨)

$\int_0^1 e^x\,dx = e^x\Big|_0^1$

$= e^1 - e^0 = \boxed{e-1}$

(د) الجواب

(٢٩) قاعدة:

$(fg)' = f'g + fg'$

$(fg)'(-3) = 1\times(3) + 2\times(5)$

$= 3 + 10 = (13)$

(أ) الجواب

(٣٠)

مساحة متوازي أضلاع:

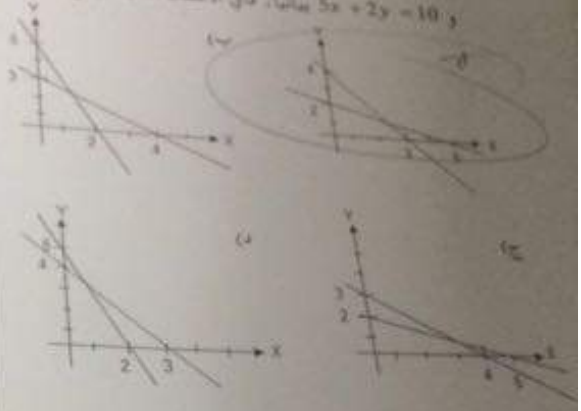
حيث بيّنت أنه المتوازي أضلاع يمكنه تحويله إلى مستطيل لحساب مساحته

(أ) الجواب

نموذج: ٣٠٧٠٤

القسم الأول: ١١١١١١١١١١

١٠- إذا أردنا حل نظام المعادلات $3x + 4y = 12$ و $5x + 2y = 10$ بيانياً، فأي الأشكال التالية يوضح ذلك؟



أ) ب) ج) د)

١١- إذا كان $a = \log 2$ ، $b = \log 3$ ، فإن $\frac{1}{2}\log\left(\frac{9}{4}\right)$ تساوي:

أ) $b - a$

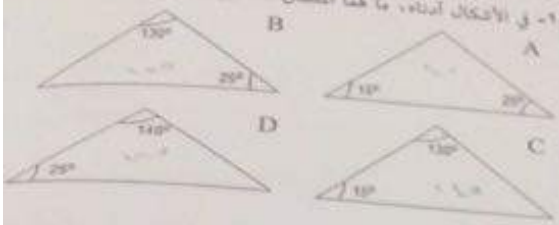
ب) $\frac{b}{a}$

ج) $\frac{5}{6}\frac{b}{a}$

د) $\frac{5}{6}(b -$

١٢- عدد السكان في مدينة (1) عام 1430 هـ 92,000 نسمة ويزداد سنويًا 1,000 ساكن، بينما عدد سكان مدينة (2) عام 59,0 ويتزايد سنويًا 2,000 ساكن، ففي أي سنة يتساوى عدد السكان في المدينتين متساويا؟

١٣- في الأشكال أدناه، ما هما المثلثان المتشابهان؟



أ) B و A

ب) D و A

ج) C و B

د) D و C

١٤- ما معادلة القطع المكافئ الذي معادلة دليله $x = -2$ ، $(2,0)$؟

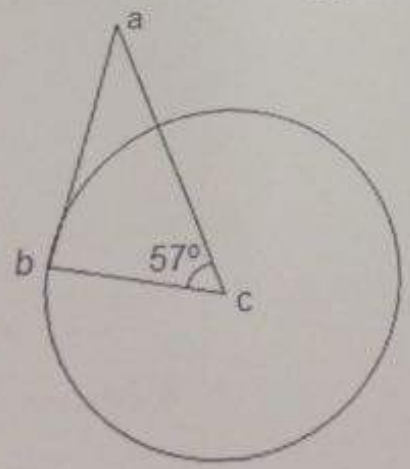
أ) $y^2 = 8x$

ب) $x^2 = 8y$

ج) $x^2 = 4y$

د) $y^2 = 4x$

١٥- إذا كان المستقيم ab مماسٌ للدائرة C عند النقطة b، فما قياس الزاوية cab ؟



أ) 23°

ب) 33°

(١٠) إذا أردنا حل نظام المعادلات
$5x+2y=10$ ، $3x+4y=12$
بيانياً، فأي الأشكال التالية يوضح ذلك؟

$\begin{cases} x=0 \to 4y=12 \to y=3 \\ y=0 \to 3x=12 \to x=4 \end{cases}$

$\begin{cases} x=0 \to 2y=10 \to y=5 \\ y=0 \to 5x=10 \to x=2 \end{cases}$

الجواب (ب)

(١١) ضع قوانين اللوغاريتمات:

$$\log\left(\frac{a}{b}\right)=\log a-\log b$$
$$m\log a=\log a^m$$

$$\frac{1}{2}\log\left(\frac{9}{4}\right)=\log\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$=\log\left(\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}\right)$$
$$=\log\left(\frac{3}{2}\right)$$
$$=\log 3-\log 2$$
$$=b-a$$

الجواب (ج)

(١٢) ناقص السؤال

(١٣) يتشابه المثلثان إذا تناسبت ضلعين أو زاويتين مع المثلث الآخر

A	15	25	140
B	25	25	130
C	15	35	130
D	15	25	140

الجواب (ب)

(١٤) ما معادلة القطع المكافئ الذي معادلة دليله $x=-2$ و البؤرة $(2,0)$.

الدليل $x=h-p$ ←
البؤرة $(h+p,k)=(2,0)$

$k=0$
$h+p=2$, $h-p=-2$ ← $p=2$, $h=0$

$\therefore (y-k)^2=4p(x-h)$
$(y-0)^2=8(x-0)$
$y^2=8x$

الجواب (د)

(١٥) نظرية: نصف قطر الدائرة عمودي على المماس

$m\angle b=90$ ∴
$m\angle cab=180-(90+57)$ ∴
$=180-147$
$=33^\circ$

الجواب (ب)

١٦- إذا كان $x = 2$ حلاً للمعادلة $x^2 + 3x + d = 0$، فإن الحل الآخر هو:

أ) 10

ب) -5

ج) 5

د) 10

١٧- متجه نقطة بدايته (0,0) ونقطة نهايته (1,1). المتجه الذي يساويه هو الذي نقطة بدايته:

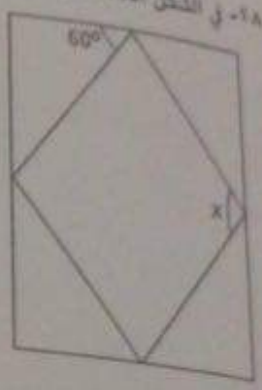
أ) (1,1) ونقطة نهايته (0,0)

ب) (1,1) ونقطة نهايته (3,3)

ج) (1,1) ونقطة نهايته (1,0)

د) (1,0) ونقطة نهايته (2,1)

١٨- في الشكل أدناه، معين مرسوم داخل مستطيل. ما قياس الزاوية X؟



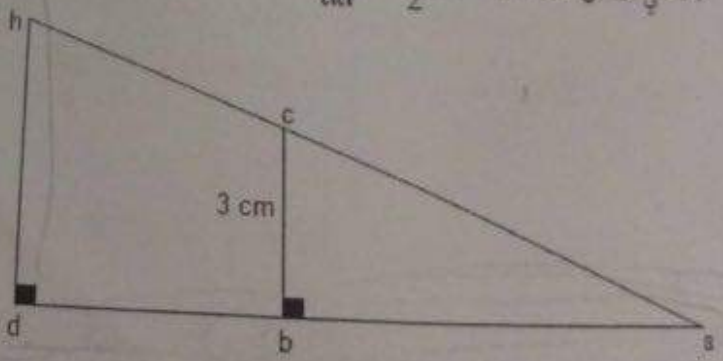
أ) 100°

ب) 120°

ج) 140°

د) 150°

١٩- في الشكل أدناه، إذا كان $\frac{dh}{ad} = \frac{1}{2}$، فما طول $\overline{ab}$ بالسنتيمتر؟



أ) 3

ب) 4

ج) 6

د) 8

٢٠- لتكن $\vec{a} = (x, y)$ و $\vec{b} = (y, x)$ متجهين إذا كان $\overrightarrow{ba} - \vec{b} = (0, -8)$، فإن قيمة المتجه $\vec{a}$ تساوي:

أ) (-1,-3)

ب) (-1,3)

ج) (1,-3)

د) (1,3)

٢١- لتكن $f(x) = \sqrt{2x}$ و $g(x) = 2x^2$، فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي:

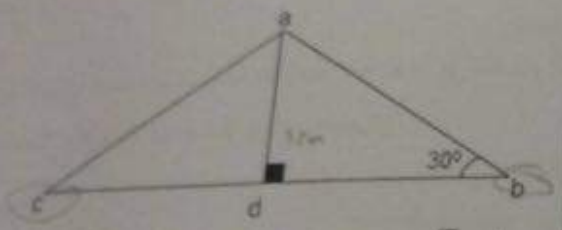
أ) $4x$

ب) $4x^2$

ج) $2|x|$

د) $2|x|\sqrt{x}$

٢٢- إذا كان abc مثلث متطابق الضلعين، وكان $ad = 1\,cm$، فما طول $\overline{bc}$ بالسنتيمتر؟



أ) $\sqrt{3}$

ب) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

ج) $2\sqrt{3}$

د) $3\sqrt{2}$

٢٣- إذا كان مقياس الرسم في خريطة 1 cm: 250 km، و
المسافة بين مدينتين في الخريطة 3.5 cm، فكم المسافة
بين المدينتين بالكيلومتر؟

أ) 625

ب) 725

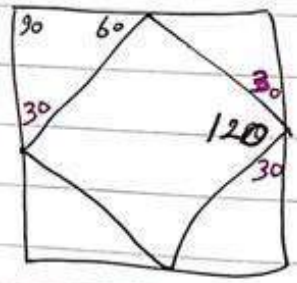
ج) 875

د) 975

(١٦) إذا كان $x=2$ جذراً للمعادلة
$x^3+3x+d=0$
نعوض في 2
$4+6+d=0$
$d=-10$
$\rightarrow x^3+3x-10=0$
$(x-2)(x+5)=0$
$x=2$ or $x=-5$
فإن الجذر الآخر
أ) -10
ب) -5
ج) 5
د) 10
الجواب (ب)

(١٧) متجه نقطة بدايته $(0,0)$ ونقطة نهايته $(1,1)$
المتجه الذي يساويه هو الذي نقطة بدايته:
أ) $(1,1)$ ونهايته $(0,0)$ ضدكن الاتجاه
ب) $(1,1)$ ونهايته $(3,3)$ غير مساوي بالطول
ج) $(1,1)$ ونهايته $(0,1)$ غير مساوي بالطول
د) $(0,1)$ ونهايته $(1,2)$
يساوي المتجه $\overline{ab}$ إذا كان:
① يساوي بالطول
② في نفس الاتجاه
③ متوازيان
الجواب (د)

(١٨) زاوية المستطيل 90
الزاوية المعلومة 60
الزاوية الأخرى 30



$x=120$

$\triangle abc$ يشابه $\triangle adh$
(لأنهما زاويتان متطابقتان)
$\Rightarrow \frac{dh}{ad}=\frac{bc}{ab}$
$\frac{1}{2}=\frac{3}{ab} \rightarrow ab=2\times3=6$
الجواب (ج)

(٢٠) ليكن $\bar{a}=(x,y)$، $\bar{b}=(y,x)$ متجهين
إذا كان $3\bar{a}-\bar{b}=(0,-8)$ فإن متجه الاتجاه $\bar{a}$ يساوي:
$\bar{a}-\bar{b}=(a_1-b_1, a_2-b_2)$
$3\bar{a}-\bar{b}=(3x-y, 3y-x)=(0,-8)$

$3x-y=0$	$3y-x=-8$
$y=3x$	$3y=x-8$
	$y=\frac{1}{3}x-\frac{8}{3}$

$3x=\frac{1}{3}x-\frac{8}{3}$
$3x-\frac{1}{3}x=\frac{-8}{3} \rightarrow \frac{8}{3}x=\frac{-8}{3}$
$x=-1$
$y=3(-1)=-3$
الجواب (أ)

(٢١) $(g\circ f)(x)=g(f(x))$
$=g(\sqrt{2x})$
$=2(\sqrt{2x})^2$
$=2(2x)=4x$
الجواب (أ)

(٢٢) $\sin 30=\frac{ad}{ab}$
$\frac{1}{2}=\frac{1}{ab}$ ∴ $ab=2$
$\cos 30=\frac{db}{ab}$
$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{db}{2}$ ∴ $db=\sqrt{3}$
$\Rightarrow cb=2\sqrt{3}$
الجواب (ج)

(٢٣)
1 cm : 250 km
3.5 cm : X
$X=3.5\times250$
$=(3\times250)+(\frac{250}{2})$
$=750+125$
$=875$
الجواب (ج)

٢٤- رميت قطعة نقود معدنية 6 مرات. ما احتمال ظهور صورة مرة واحدة على الأقل؟

أ) $\frac{1}{64}$

ب) $\frac{1}{32}$

ج) $\frac{5}{64}$

د) $\frac{63}{64}$

٢٥- تقع المدن C,B,A على استقامة واحدة. إذا كانت المسافة بين A و B تلك المسافة بين B و C، وكانت المسافة بين B و C تساوي 114 km، فإن المسافة بين A و C بالكيلومتر تساوي:

أ) 38

ب) 48

ج) 142

د) 152

٢٦- إذا أجريْنا انسحابًا لمستقيم معادلته $y = x - 1$ بمقدار 5 وحدات إلى اليمين، فما معادلة المستقيم الجديد؟

أ) $y = x - 5$

ب) $y = x + 5$

ج) $y = x - 6$

د) $y = 5x - 1$

٢٧- عرض كتاب الرياضيات إحدى العلاقات الرياضية

أزواج مرتبة

(1,2)

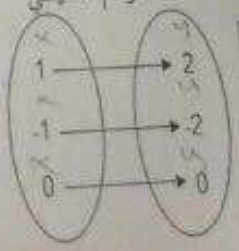
(-1,-2)

(0,0)

الجدول

x	y
1	2
-1	-2
0	0

الرسم السهمي



إن العرض السابق ينمي لدى الطالب مهارات:

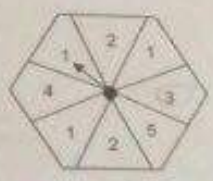
أ) التمثيل والترابط الرياضي

ب) التمثيل والتواصل الرياضي

ج) الترابط والاستدلال الرياضي

د) التواصل والاستدلال الرياضي

٢٨- في الشكل أدناه مؤشر يتحرك ليستقر عشوائياً على أحد الأجزاء الثمانية. ما احتمال أن يستقر المؤشر على جزء يحمل رقم أقل من 3؟



أ) $\frac{2}{8}$

ب) $\frac{3}{8}$

ج) $\frac{5}{8}$

د) $\frac{6}{8}$

٢٩- اشترى أحمد 3 كتب قيمة كل واحد منها 15 ريالاً، ثم اشترى كتابين أحدهما بـ 10 ريالات و الآخر بـ 20 ريالاً. ما متوسط أسعار الكتب التي اشتراها أحمد؟

أ) 14

ب) 15

ج) 16

د) 17

٣٠- في أي الفترات التالية يقع الانحراف المعياري للدرجات {9,10,12,11,8}؟

أ) [0,1)

ب) [1,2)

ج) [2,3)

د) [3,4)

انتهى القسم!

ويمكنك فيما تبقّى من وقته مراجعة إجاباتك فيه فقط.

https://telegram.me/ques_math

(٢٨) فضاء العينة = 8

الأجزاء التي تحمل رقم أقل من 3 = 5 أجزاء

احتمال الحدث = $\frac{5}{8}$ ٪

(ج) الجواب

---

(٢٩) فراغ العينة

$S = 2\times2\times2\times2\times2\times2 = 2^6 = 64$

عدم ظهورها = 1

ظهورها على الأقل مرة واحدة =

$64 - 1 = 63$

الاحتمال = $\frac{63}{64}$ ٪

(د) الجواب

---

(٣٠) المتوسط الحسابي = $\frac{15+15+15+10+20}{5}$

$= \frac{75}{5} = 15$

(ب) الجواب

---

(٣١)

$\Sigma X = 8+9+10+11+12 = 50$

$\Sigma x^2 = 64+81+100+121+144 = 510$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{510 - \frac{(50)^2}{5}}{5-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{510-500}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4}}$$

$= \frac{1}{2}\sqrt{10} \approx \frac{1}{2}(3) = 1.5$

(ب) الجواب

---

(٣٢) $\overline{AB} = \frac{1}{3}\overline{BC}$

$\overline{AC} = \frac{1}{3}\overline{BC} + \overline{BC}$

$= \frac{4}{3}\overline{BC} = \frac{4}{3}(114)$

$\frac{20+24}{3} = 30+8 = 38$

$= 4(38)$

$= 152$

(د) الجواب

---

(٣٣) انسحاب للمين $x-a$

انسحاب لليسار $x+a$

" للأعلى $y+a$

للأسفل $y-a$

$y = (x-5)-1$

(ب) الجواب $y = x-6$

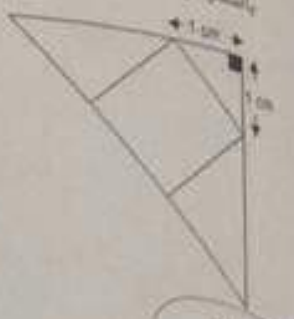
---

(٣٤) (م) التمثيل والرابط

الربط حتى

https://telegram.me/ques_math

٣١- إذا تم رسم مربع داخل مثلث متطابق الضلعين، فما مساحة المربع بالسنتيمتر؟



أ) 1
ب) 2
ج) $\sqrt{2}$
د) $\sqrt{3}$

٣٢- يعرف التكافئ العكسي للعبارة $A \rightarrow B$ بأنه $\sim B \rightarrow \sim A$.
ما التكافئ العكسي للعبارة: "إذا كان $X > 5$ فإن $X > 3$"؟

أ) إذا كان $X > 3$ فإن $X > 5$
ب) إذا كان $X \leq 5$ فإن $X \leq 3$
ج) إذا كان $X < 3$ فإن $X < 5$
د) إذا كان $X \leq 3$ فإن $X \leq 5$

٣٣- كم عدد الأعداد الطبيعية المكونة من 4 خانات مختلفة؟

أ) $10 \times 9 \times 8 \times 7$
ب) $9 \times 9 \times 8 \times 7$
ج) 10^4
د) 9^4

٣٤- معامل الحد الثابت في مفكوك ذات الحدين $(x^2 + \frac{1}{x})^6$ ، هو:

أ) 20
ب) 15
ج) 12
د) 6

٣٥- باستخدام نظرية ذات الحدين $(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$، ما قيمة المقدار $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$؟

أ) n^2
ب) n^3
ج) 2^n
د) 3^n

٣٦- إذا ألقي حجرا نرد، فما احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين 9 ؟

أ) $\frac{1}{4}$
ب) $\frac{1}{6}$
ج) $\frac{1}{9}$
د) $\frac{1}{18}$

٣٧- ما أول خطوة نتجت من خطأ رياضي في المغالطة التالية:

$x^2 - x^2 = x^2 - x^2$
١. $x(x-x) = (x+x)(x-x)$
٢. $x = (x+x)$
٣. $x = 2x$
٤. $1 = 2$

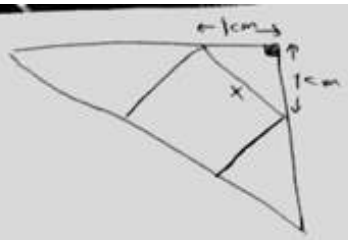
أ) 1
ب) 2
ج) 3
د) 4

٣٨- ليكن $x \in Z$ ، اعتبر التقريرين : [عدد زوجي $= x^2 : p$]
[عدد زوجي $= x : q$]، إن أفضل طريقة لبرهان أن $q \Rightarrow p$
هي بيان أن:

أ) $q \Rightarrow p$
ب) $\sim q \Rightarrow p$
ج) $\sim p \Rightarrow \sim q$
د) $p \Rightarrow \sim q$

https://telegram.me/ques__math

(٣١)



طول ضلع المربع x

$x = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

مساحة المربع $= x^2 = \sqrt{2}\times\sqrt{2} = 2$

(ب) الجواب

(٣٢)

$$(A \to B) \equiv (-B \to -A)$$

$$x>5 \to x>3 \equiv x\leq 3 \to x\leq 5$$

(د) الجواب

(٣٣) الاعداد الطبيعية هو كل عدد صحيح موجب

لدينا من ١ ← ٩ بالاضافة إلى الصفر

$$\overline{10} \quad \overline{\times 9} \quad \overline{\times 8} \quad \overline{\times 7}$$

(أ) الجواب

(٣٤) نظرية ذات الحدين

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^6 = \sum_{k=0}^{6} \binom{6}{k} (x^2)^{6-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k$$

$$= \sum_{k=0}^{6} \binom{6}{k} x^{12-2k} \cdot x^{-k}$$

$$= \sum_{k=0}^{6} \binom{6}{k} x^{12-3k}$$

الحد الثابت يكون عندما أس x يساوي صفر

$$12-3k = 0$$
$$3k = 12$$
$$k = 4$$

∴ معامل الحد الثابت $\binom{6}{4} = \frac{6!}{4!\,2!}$

$$= \frac{30}{2} = 15$$

(ب) الجواب

(٣٥)

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \cdots + \binom{n}{n-k} + \binom{n}{n}$$

$$= 1 + n + \cdots + n + 1$$

$$= 2(1) + 2(n) + \cdots$$

$$= 2^n$$

(ج) الجواب

احفظوه: مجموع معاملات الحدود في نظرية ذات الحدين $= 2^n$

(٣٦) حجرا نرد $= 6\times 6 = 36$

مجموع العددين الظاهرين هو: $(3,6)(6,3)(4,5)(5,4)$

$4 =$

∴ احتمال الحدث $= \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

(ج) الجواب

(٣٧)

$$x^2 - x^2 = (x^2 - x^2)$$

↓ طرح عادي وليس فرق بين مربعين

الخطوة خاطئة

(ب) الجواب

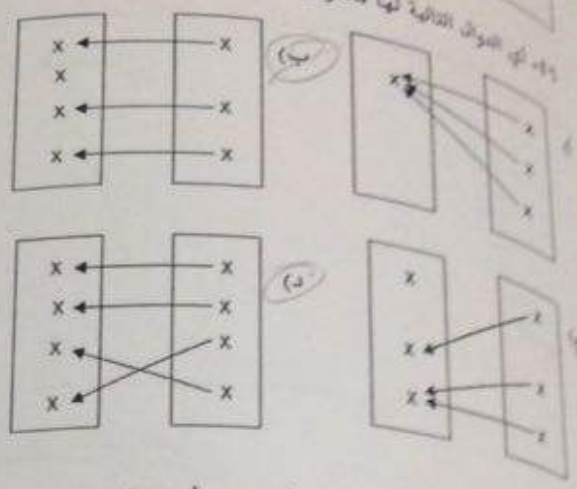
(٣٨)

$$(P \to q) \equiv (-q \to -P)$$

(د) الجواب

https://telegram.me/ques__math

٤٦- أي الدوال التالية لها معكوس؟



٤٧- يسمى التمثيل الرياضي لشكل أو مجسم أو علاقة:

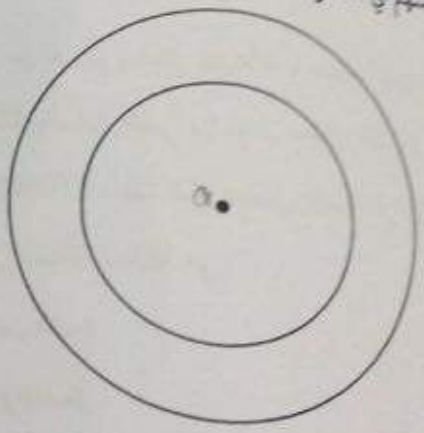
أ) النمذجة

ب) التمثيل البياني

ج) الرسم الهندسي

د) الرسوم التصويرية

٤٨- في الشكل أدناه قطر الدائرة الكبرى يساوي ضعف قطر الدائرة الصغرى. إذا صوب رجل سهمه إلى الهدف فإن احتمال أن يستقر السهم في الدائرة الصغرى يساوي:



أ) $\frac{1}{4}$

ب) $\frac{1}{3}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) 1

٤٩- أي مما يلي ليس من خطوات حل المسألة:

أ) الفهم

ب) التحقيق

ج) التخطيط للحل

د) العصف الذهني

٥٠- اعتبر الدالة $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$، حيث $a > 0$. أي العبارات التالية قد لا تكون صحيحة:

أ) يوجد x_0 بحيث $f(x_0) < 0$

ب) يوجد x_0 بحيث $f(x_0) > 0$

ج) يوجد x_0 بحيث $f'(x_0) < 0$

د) يوجد x_0 بحيث $f'(x_0) > 0$

٥١- اعتبر الدالة $f(x) = ax^2 + bx + c$. إذا علمت أنه يوجد x_0 وحيدة تحقق $f(x_0) = 0$، فيمكن استنتاج أن:

أ) الدالة f تمس محور x

ب) الدالة f تقع كاملة فوق محور x

ج) الدالة f تقع كاملة تحت محور x

د) الدالة f تقطع محور x في نقطتين

٥٢- راتب موظف علاوته السنوية 300 ريال يمثل:

أ) متتابعة متقاربة

ب) متتابعة هندسية

ج) متتابعة حسابية

د) متتابعة متذبذبة

٥٣- أي الأسئلة التالية أقل تنمية لمهارة التواصل الرياضي لدى الطالب؟

أ) صف طريقتين لإيجاد محيط المستطيل

ب) استعمل المسطرة لرسم مستطيلين مختلفين لهما المحيط نفسه

ج) اكتب مسألة من واقع الحياة يمكن حلها بإيجاد المحيط، ثم حلها

د) اذكر أمثلة من واقع الحياة نحتاج منها إلى تقدير محيط الأشكال

(٤٦)

الدالة العكسية : هي الدالة التي يكون فيها عناصر المجال هي المعكوس لعناصر المجال المقابل

(د) الجواب

(٤٧)

التمثيل الرياضي لشكل أو مجسم أو علاقة :

(أ) الجواب (النموذج)

(٤٨)

إحتمال (استقرار السهم في الدائرة الصغرى) = مساحة الدائرة الصغرى / مساحة الدائرة الكبرى

نفرض أنه قطر الدائرة الصغرى $= m$ ، نصف $= \frac{m}{2}$

∴ قطر الدائرة الكبرى $= 2m$ ، نصف $= m$

مساحة الصغرى $= \pi\left(\frac{m}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}m^2\pi$

مساحة الكبرى $= \pi(m)^2 = m^2\pi$

∴ الاحتمال $= \frac{\frac{1}{4}}{1} = \frac{1}{4}$

(أ) الجواب

(٤٩)

ليست خطوات حل المسألة ؟

(أ) الفهم

(ب) التحقيق

(ج) التخطيط للحل

(د) الوصف الذهني

(د) الجواب

(٥٠)

تعتبر الدالة $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ حيث $a>0$ ، أي العبارات التالية قد لا تكون صحيحة :

(أ) يوجد x_0 بحيث $f(x_0)<0$

(ب) // بحيث $f(x_0)>0$

(ج) // بحيث $f'(x_0)<0$

(د) // بحيث $f'(x_0)>0$

[redacted]

$f'(x)$ دالة تربيعية

∴ (ج) الجواب

(٥١)

اعتبر الدالة $f(x)=ax^2+bx+c$ إذا علمت أنه يوجد x_0 وحيدة تحقق $f(x_0)=0$ فيمكنه استنتاج أن :

(أ) الدالة f تمس محور x

(ب) الدالة f تقع كاملة فوق محور x

(ج) الدالة f تقع كاملة تحت محور x

(د) الدالة f تقطع محور x في نقطتين

بما أن $f(x_0)=0$ أي أن $y=0$

∴ الدالة تمس محور x في نقطة واحدة

(أ) الجواب

(٥٢)

متتابعة حسابية : متتالية من الأعداد حيث يكون الفرق بين أي حدين متتاليين ثابت

(ج) الجواب

(٥٣)

أقل تنصيص لمهارة التواصل الرياضي ؟

(د) الجواب

https://telegram.me/ques_math

القسم الرابع : ٤٤٤٤٤٤٤٤٤

٥٤- أي العبارات التالية صحيحة؟

أ) كل مضلعة قطرية لها معكوس

ب) كل مضلعة متماثلة لها معكوس

ج) كل مضلعة متماثلة مضلعة قطرية

د) كل مضلعة قطرية هي مضلعة متماثلة

٥٥- $\int (x^2+2x)^3(2x+2)dx =$

أ) $6(x^2+2x)+c$

ب) $\frac{(x^2+2x)^4}{4}+c$

ج) $\frac{(x^2+2x)^4}{4}\frac{(2x+2)^2}{2}+c$

د) $\frac{(x^2+2x)^4}{4}(x^2+2x)+c$

٥٦- مجموعة حل المعادلة $\log_2(x+2)=3$ هي:

أ) {1}

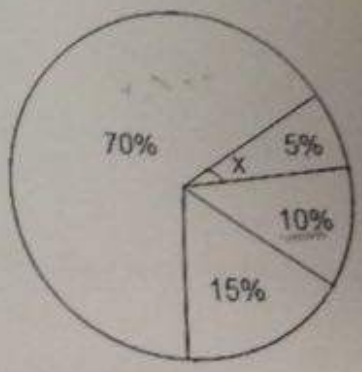
ب) {4}

ج) {6}

د) {8}

٥٧- يمثل الشكل أدناه تقسيم عدد من الجنسيات في إحدى الطائرات،

ما قياس الزاوية X بالدرجات؟



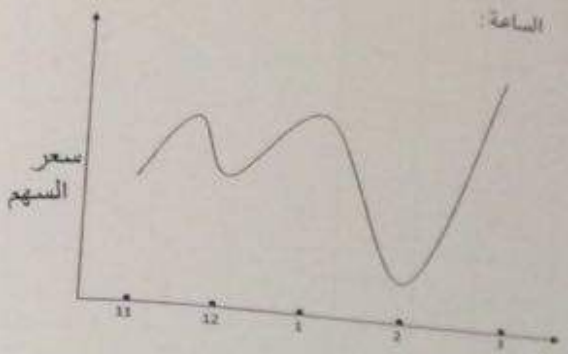
أ) 18

ب) 16

ج) 10

د) 5

٥٨- الشكل أدناه يمثل سعر سهم في يوم ما من الساعة الحادية عشرة إلى الساعة الثالثة. أكثر الذين اشتروا السهم فائدة هو من اشترى الساعة:



أ) الثانية ظهراً

ب) الواحدة ظهراً

ج) الثانية عشرة ظهراً

د) الحادية عشرة صباحاً

٥٩- تصنف كل من: "الزاوية، المثلث، التوازي" على أنها:

أ) تعميمات

ب) مهارات

ج) نظريات

د) مفاهيم

٦٠- فيصل أقصر من حاتم بمقدار 15cm و حاتم أطول من أسامة بمقدار 10cm وأسامة أقصر من نواف بمقدار 20cm. فإذا كان طول نواف 170cm، فما طول فيصل بالسنتمتر؟ الإستراتيجية الأنسب لحل المسألة السابقة هي:

أ) البحث عن النمط

ب) التخمين والتحقق

ج) الحل العكسي

د) إنشاء قائمة

نقدّر لك التزامك بالتعليمات،

ونتمنّى لك مستقبلاً مشرقاً.

(٥٤) المصفوفة المتماثلة: $n \times n$

عدد المفوف = عدد الاعمده

المصفوفة القطرية: $n \times n$

عدد المفوف = عدد الأعمده

جميع العناصر = صفر ماعدا عناصر القطر

معكوس المصفوفة:

(حاصل ضرب المصفوفة في معكوسها = صفر)

العباره الصحيحه (د)

(٥٥) $\int \underbrace{(x^2+2x)^3}_{u} \underbrace{(2x+2)dx}_{du}$

let $u = x^2+2x$

$du = 2x+2\ dx$

$\Rightarrow \int u^3\ du = \frac{u^4}{4} + c$

الجواب (د) $= \frac{(x^2+2x)^4}{4} + c$

(٥٦) $\log_a X = n \leftrightarrow X = a^n$

$\log_2 (x+2) = 3 \rightarrow x+2 = 2^3$

$x+2 = 8$

$x = 8-2 = 6$

الجواب (ج)

(٥٧) $\frac{5}{100} = \frac{x}{360}$

$x = \frac{360 \times 5^1}{\cancel{100}_{2}} = \frac{36}{2} = \boxed{18}$

(٥٨) أكثر الذين اشتروا السهم فائده

إذا عندما ينخفض سعره

عند الساعه 2 ظهراً

الجواب (ب)

(٥٩) مفاهيم

(٦٠) الحل العكسي

http://telegram.me/ques_math

أسئلة 35 - 36 - 37 هـ

لا تحل بيعها أو الاستفاده منها مادياً

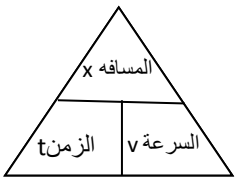
ملزمة

أسئلة كفايات رياضيات

أسئلة سابقه تناسب معايير اختبار كفايات المعلمين
تشمل أسئلة المستوى الأول والثاني
نرتجي منكم الدعاء فقط في ظهر الغيب
ونشكر كل من ساهم معنا في إنتاج هذا العمل وابتغى وجه الله فيه والأجر

تاريخ التعديل :

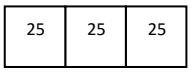
1437 / 12 / 21

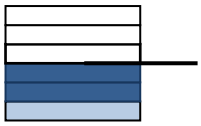
السؤال	الحل	هامش
١) انطلقت سيارة من المدينة A الى المدينة B بسرعة 60km/h وانطلقت بعدها بنصف ساعة سيارة بسرعة 80km/h ، فبعد كم دقيقة سيلتقيان • 15 min • 30 min • 60 min • 90 min	 $x_1 = x_2$ $60(t+30)=80t$ $60t+1800=80t$ $1800= 80t-60t$ $1800 = 20t$ $t = \frac{1800}{20}$ $t=90$ min	
٢) في كلية ألتحق عدد من الطلاب في اليوم الأول وفي اليوم الثاني انضم اليهم 8 طلاب ويمثلون 10% ممن التحق في اليوم الأول ، فكم عدد الطلاب في اليومين • 88 • 98 • 77 • 66	عدد الطلاب باليوم الاول = a اليوم الثاني انضم عدد طلاب = $\frac{10}{100}$ a = 8 $\therefore a = \frac{800}{10}$ $a = 80$ عدد الطلاب في اليومين = 88=8+80	
٣) اسطوانة محيط قاعدتها 31.4m وارتفاعها 4m مملوءه بالماء وكان بها فتحة تفرغ $1m^3$ في دقيقة ، ففي كم دقيقة يتم تفريغها كاملة • 318 min • 314 min • 3140 min • 3.14 min	زمن التفريغ= حجم الاسطوانة / سرعة التفريغ حجم الاسطوانة $v = \pi r^2 \times h$ (نوجد نصف القطر r بدلالة محيط القاعدة) $2\pi r = 31.4$ $r = \frac{31.4}{2\times3.14} = \frac{10}{2} = 5$ $v = \pi \times 25 \times 4 = 100\pi = 314$ زمن التفريغ = $\frac{314}{1}$ = 314 min	
٤) ارض مستطيلة ابعادها 40 , 30 تم زراعة 25% منها ارز و 10% منها قمح ، احسب مساحة المتبقي منها • 620 • 720 • 780 • 870	مساحة الارض= 30x40=1200 وحدة مربعة المساحة المزروعة= (25%+10%) × 1200 = 1200 × %35 = $\frac{35}{100}$ ×1200 =420 وحدة مربعة المساحة غيرالمزروعة = *1200 - 420 = 780* وحدة مربعة	
٥) دائرة نصف قطرها 100cm رسم 20 دائرة صغيرة على قطرها، اوجد نسبة المساحة بين احدى هذه الدوائر الصغيرة ومساحة الدائرة الكبيرة • 200/1 • 400/1 • 50/1 • 100/1	قطر الدائرة الكبيرة = 200 قطر الدائرة الصغيرة الواحدة= $\frac{200}{20}$ = 10 مساحة الدائرة الكبيرة=(100^2) π مساحة الدائرة الصغيرة =(5^2) π النسبة المطلوبة = $\frac{\pi 5^2}{\pi 100^2}$ = $\left(\frac{5}{100}\right)^2$ = $\left(\frac{1}{20}\right)^2$ = 400/1	

السؤال	الحل	هامش
٦) سيارتان تتجهان من مدينة A إلى مدينة B الأولى بسرعة 100km/h والثانية بسرعة 120km/h فما الفرق في زمن الوصول بينهما بالدقائق ، علما بان المسافة بين المدينتين 480km • 40 min • 48 min • 50 min • 60 min	$t_1 = \frac{x1}{v1} = \frac{480}{100} = 4.8\ h$ $t_2 = \frac{x2}{v2} = \frac{480}{120} = 4\ h$ $t = 4.8 - 4 = 0.8\ h$ $\overset{\text{تحويل}}{\Longrightarrow} 0.8 \times 60 = 48\ min$	
٧) اذا كان المتوسط الحسابي لست اعداد هو 20 ، وكان متوسط مجموع عددين منهما 50 ، فما المتوسط الحسابي لبقية الأعداد الأربعة • 5 • 6 • 7 • 10	$\frac{\sum_{n=1}^{6} x}{6}=20 \Longrightarrow \sum_{n=1}^{6} x = 20 \times 6 = 120$ $\frac{\sum_{n=1}^{2} x}{2}=50 \Longrightarrow \sum_{n=1}^{2} x = 50 \times 2 = 100$ $\sum_{n=1}^{4} x = 120 - 100 = 20$ $\frac{\sum_{n=1}^{4} x}{4} = \frac{20}{4} = 5$	
٨) اذا كان في كيس فيه عدد من الكرات (حمراء – بيضاء - سوداء) ثلاث ارباع الكرات بيضاء وخمسا الباقي حمراء فما نسبة الكرات السوداء • 10% • 15% • 20% • 25%	الكرات البيضاء← $\frac{3}{4} = \%75$ المتبقي ← %25 الكرات الحمراء = $\frac{25}{100} \times \frac{2}{5} = \frac{10}{100}$ = %10 نسبة السوداء= $100\% - (75\% + 10\%)$ =%15	
٩) ذهبت عائلة مكونة من زوجين و5 أطفال لمطعم اذا كان سعر الوجبة للطفل نصف البالغ ، كم قيمة وجبة البالغ إذا دفع الزوج ثمن الوجبات 405 ريال • 30 • 45 • 60 • 90	سعر وجبة الاطفال = m سعر وجبة البالغ= 2m مجموع الوجبات = 5m+2(2m) =9m $m = \frac{405}{9} = 45 \quad \therefore$ $2\,m = 2 \times 45 = 90 \quad \therefore$	
١٠) مثلث مختلف الأضلاع محيطه 35 و أحد اضلاعه 16 والفرق بين طولي الضلعين الاخرين 3cm فما هو طول الضلع الأصغر • 5 • 7 • 8 • 9	محيط المثلث = مجموع اضلاعه a +b+c = 35 a+b= 35-16=19 → 1 a-b=3 → 2 بحل النظام المكون من معادلتين 1 و 2 نجد 2a =22 ⟹ a=11 $b = 19 - 11 = 8$	

السؤال	الحل	هامش
١١) هناك جريدة تصدر 1820 جريدة أسبوعيا اذا علمت ان متوسط ما يبيع العامل في اليوم الواحد 20 جريدة فأوجد عدد العمال • 10 • 11 • 12 • 13	عدد ما يباع من الجريدة في اليوم= $\frac{1820}{7}$ = 260 جريدة متوسط ما يبيع العامل في اليوم = $\frac{\text{مجموع ما يباع في اليوم}}{\text{عدد العمال}}$ $13 = \frac{260}{20}$ =عدد العمال $\Longleftarrow$ $\frac{260}{\text{عدد العمال}}$ =20	
١٢)هناك سيارتان الأولى تسير بسرعة 100km/h والثانية تسير بسرعة 110km/h بعد كم دقيقة يصبح الفرق بينهم 20km • 30 min • 60 min • 90 min • 120 min	الفرق بينهما بعد 1 h ← 10 km/h t ← 20 km/h 10 t = 1 ×20 $\Longleftarrow$ t = $\frac{20}{10}$ = 2h $\Longleftarrow$ t = 60min × 2 = 120 min	
١٣)أوجد مساحة الدائرة التي معادلتها $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} - 6 = 0$ • 6 π • 12 π • 18 π • 3 π	بوضع المعادلة على الصورة القياسية : $x^2 + y^2 = r^2$ نجد أن معادلة الدائرة المعطاة هي : $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 6$ $\frac{1}{2}(x^2 + y^2) = 6$ $\xrightarrow{\text{عامل مشترك}}$ $\xrightarrow{\text{بضرب الطرفين في 2}}$ $x^2 + y^2 = 12$ ∴ مساحة الدائرة = πr^2 = 12π	
١٤)تضم قائمة مطعم 3 أنواع من الشوربة و5 أنواع سلطة و6 أنواع لحم ، بكم طريقة يمكن اختيار وجبة مكونة من 3أصناف • 30 • 60 • 90 • 120	عدد الطرق = 3x5x6 =90	
١٥) اشترت شركة بمبلغ 585000ريال شاحنتين و 5 سيارات صغيرة وكانت قيمة السياره الصغيرة نصف قيمة الشاحنة ، كم سعر الشاحنة الواحدة • 65000 • 85000 • 12000 • 130000	سعر الشاحنة الصغيرة = m سعر لشاحنة الكبيرة = 2m مبلغ الشراء = 5m+2(2m) =9m $\therefore\ m = \frac{585000}{9} = 65000$ $2\,m = 2 \times 65000 = 130000$	

السؤال	الحل	هامش
١٦) غرفة مستطيلة محيطها 48m لو زاد عرضها 2m ونقص طولها 2m ،لأصبحت مربعة وتصبح مساحتها • 122 • 144 • 166 • 188	2a+2b=48 ⟵ قانون محيط المستطيل $\Longrightarrow a+b=24 \rightarrow (1)$ $a+2=b-2$ ⟵ معطى(اضلاع المربع متساوية) $\Longrightarrow a+4=b \rightarrow (2)$ $a+a+4=24$ ⟵ بالتعويض من (2) في (1) $2a=24-4=20$ $\Longrightarrow a=10$ $\Longrightarrow a+2=10+2=12$ → ضلع المربع $\Longrightarrow 12\times 12=144$ → مساحة المربع	
١٧) اذا كانت مساحة الأرض 510km مربع ويغطي حوالي 70% منها الماء ، فكم تبلغ مساحة اليابسة • 110 • 118 • 120 • 153	$510\times\frac{70}{100}=357\ km$ ← مساحة الماء $510-357=153\ km$ ← مساحة اليابسة	
١٨) تستهلك سيارة 20 لتر من البنزين عندما تقطع مسافة 240km ، كم تستهلك عندما تقطع مسافة 72km • 5L • 6L • 7L • 8L	240 km ← 20 L 72 km ← x 240 x = 72 ×20 ⟸ x = $\frac{1440}{240}$ = 6 L ⟸	
١٩) دائرة مقسمة لثلاث اقسام وفيها قسم الحاسب قياس زاويته 120 فما نسبته المئوية • 33% • 44% • 55% • 66%	$\frac{120}{360}=\frac{x}{100}$ $\Longrightarrow 120\times 100=360x$ $\Longrightarrow \frac{12000}{360}=x$ $\Longrightarrow 33\%=x$	
٢٠) مربع اذا جعلنا طول ضلعه 3 امثاله ، كم نسبة الزيادة في المساحة • 300% • 400% • 650% • 800%	مساحة مربع طول ضلعه a = a^2 مساحة مربع طول ضلعه 3a = $9\ a^2$ $100\%=a^2$ $x=9\ a^2$ $\Longrightarrow 9a^2\times 100\%=a^2x$ $\Longrightarrow \frac{900\%\ a^2}{a^2}=x$ $\Longrightarrow 900\%=x$ نسبة الزيادة في المساحة = 900%- 100% =800%	

السؤال	الحل	هامش
٢١) اذا كانت زاوية الصف الرابع 90° ، ما عدد طلاب هذا الصف اذا كان عدد الطلاب جميعا 120 طالب • 20 • 25 • 30 • 35	$360^\circ \longleftarrow 120$ $90^\circ \longleftarrow x$ $\Longrightarrow 90^\circ \times 120 = 360^\circ x$ $\Longrightarrow \frac{90\times120}{360} = x$ $\Longrightarrow \frac{90\times120}{90\times4} = x$ ← تبسيط $\Longrightarrow 30 = x$	
٢٢) اذا كان قطر العجلة 60m ، كم المسافة التي تقطعها إذا دارت 15 دورة • 600 π • 800 π • 900 π • 1000 π	محيط العجلة $= 2\pi r \Longleftarrow 2\pi 30$ $1 \longleftarrow 2\pi 30$ $15 \longleftarrow x$ $\Longrightarrow 15 \times 2\pi 30 = x$ $\Longrightarrow 900\pi = x$	
٢٣) أي الزوايا التالية لا تصلح لأن تكون زاوية في شكل رباعي • 60 • 91 • 361 • 271	٣٦١ لأن مجموع زوايا الشكل الرباعي $^\circ$٣٦٠	
٢٤) اذا كان لدينا مستطيل وقسم إلى ثلاث مربعات والمربع الواحد قسم إلى ٢٥ جزء وظلل جزء واحد فقط من المربعات الصغيرة أوجد نسبة المظلل • 25 : 1 • 75 : 1 • 25 : 3 • 75 : 3	 عدد الاجزاء في المستطيل = 25×3=75 نسبة المظلل = $\frac{1}{75}$ = 1 : 75	
٢٥)اذا اشترى محمد أجهزة بـ 2220 ريال وكانت الشركة تقدم عروض ، بحيث اذا اشترى جهازين يحصل على خصم 20% واذا اشترى 3 أجهزة يحصل على خصم 30% ، فاذا اشترى جهازين ثم ثلاثة أجهزة ، فكم سعر الجهاز الواحد • 500 • 600 • 700 • 800	سعر الجهاز = m سعر جهازين بعد تخفيض 20% = $2m\times \frac{80}{100} = \frac{160x}{100}$ سعر 3 اجهزة بعد تخفيض 30% = $3m\times \frac{70}{100} = \frac{210x}{100}$ $\Longrightarrow 2220 = \frac{160m+210m}{100}$ $\Longrightarrow 222000 = 370m$ $\Longrightarrow \frac{222000}{370} = m$ $\xrightarrow{\text{تبسيط / اختصار}} \frac{370\times600}{370} = m \Longrightarrow 600 = m$	

السؤال	الحل	هامش
٢٦) أسطوانة مملوءة حتى سدسها فإذا أضفنا 6 لترات أصبحت مملوءة حتى النصف ، فكم حجم الأسطوانة • 8 • 10 • 12 • 18	 $x \longleftarrow 1$ $6l \longleftarrow \frac{2}{6}$ $\Longrightarrow 6l = \frac{2}{6}x$ $\Longrightarrow \frac{36}{2} = x \Longrightarrow 18 = x$ ✍ يمكن حلها بالرسم حيث لكل جزء 3L حيث الاسطوانة مقسمة ستة اجزاء $\Longleftarrow$ 18 =3 × 6	
٢٧) اوجد 10000 – (99 x 99) • 199 • 189 • 200 • 140	$10000 - (99x99) = 100^2 - 99^2$ باستخدام مفكوك الفرق بين مربعين $= (100 + 99) \times (100 - 99)$ $= 199 \times 1 = 199$	
٢٨) سلة فيها 10 كرات صفراء و 25 كرة زرقاء ، وأردنا إضافة كرات صفراء بحيث انها تكون 2 على 3 عدد الكرات الموجودة في السلة ، فكم عدد الكرات الصفراء التي سوف نضيفها • 30 • 35 • 40 • 45	عدد الكرات الموجودة = 35 بفرض ان x عدد الكرات الصفراء الجديدة $\Longrightarrow \frac{2}{3} = \frac{10 + x}{35 + x}$ $\Longrightarrow 70 + 2x = 30 + 3x$ $\Longrightarrow 70 - 30 = 3x - 2x$ $\Longrightarrow 40 = x$	
٢٩) تستهلك سيارة 30L في الساعة ،وسيارة أخرى تستهلك 20L في الساعة . احسب الفرق في عدد اللترات بينهما بعد 10 ساعات • 100L • 120L • 210L • 500L	300 =10×3L 200 =10×2L الفرق بعد 10 ساعات= 300 - 200 =100L	
٣٠) اذا زرع مزارع 300 فسيلة في 60 يوم، فكم يوم يحتاج 10 عمال لزراعة نفس الفسيلة • 6 أيام • 8 أيام • 10 أيام • 13 يوم	عدد الفسائل التي يزرعها المزارع الواحد في اليوم الواحد= $\frac{300}{60}$ =5 عدد الفسائل التي يزرعها 10 عمال في اليوم الواحد= 10×5= 50 1 يوم $\longleftarrow$ 50 x ايام $\longleftarrow$ 300 $\Longrightarrow 300 = 50x$ $\Longrightarrow \frac{300}{50} = x \Longrightarrow x = 6$ أيام	

السؤال	الحل	هامش
٣١) $100^{x+3} = 10^{y+6}$ اوجد y بدلالة x • X = y • X = 2y • Y = x+2 • Y = 2x	$100^{x+3} = 10^{y+6}$ $10^{2(x+3)} = 10^{y+6}$ y+6=2x+6 y=2x	
٣٢) يستطيع سامي قراءة 40 صفحة في 20 دقيقة ، ففي كم دقيقة يستطيع قراءة 20 صفحة • 8 min • 10 min • 12 min • 14 min	40صفحة ⟵ 20 20 صفحة ⟵ x $\Longrightarrow x = \frac{20 \times 20}{40}$ $\Longrightarrow \boldsymbol{x = 10\ min}$	
٣٣) اجتمع 6 اشخاص اذا صافح كل شخص الآخر مرة واحدة فقط ، فكم عدد المصافحات التي تمت • 15 • 20 • 30 • 45	قانون المصافحات = $\frac{(\text{عدد الاشخاص}) \times (\text{عدد الاشخاص} - 1)}{2}$ $15 = \frac{5\ x\ 6}{2} =$	
٣٤) اذا كان في المعهد 15% تخصص كيمياء و 5% تخصص رياضيات وعدد المنتسبين بالمعهد 220 طالب فكم عدد غير المتخصصين في الرياضيات ولا في الكيمياء • 11 • 33 • 122 • 176	عدد المنتسبين= 220 طالب عدد المتخصصين في المادتين= (15%+5%) × 220 = 220 × %20 = $\frac{20}{100}$ ×220= 44 منتسب عدد غيرالمتخصصين في المادتين= *220- 44* = *176* طالب	
٣٥) سيارة تسير بسرعة 53m/min وأخرى تسير بسرعة 75m/min انطلقتا معا وفي نفس الاتجاه ، فكم تكون المسافة بينهما بعد 15 دقيقة • 220 • 330 • 230 • 320	المسافة بينهم بعد دقيقة 1 min ⟵ $22m$ (بطرح السرعتين) المسافة بينهما بعد *15 min* ⟵ x $\Longrightarrow x = 22 \times 15$ $\Longrightarrow \boldsymbol{x = 330\ m}$	

السؤال	الحل	هامش
٣٦) اذا كان خالد يعمل في اليوم 5 ساعات فانه ينجز عمله في 3 أيام ، كم يحتاج ساعة في اليوم لكي ينجز عمله في يومين • 1.5 • 3.5 • 5.5 • 7.5	5 ساعات عمل ⟵ 3 أيام x ⟵ 2 أيام تناسب عكسي $\Longrightarrow x = \frac{3\times5}{2}$ $\Longrightarrow x = 7.5$	
٣٧) طول ضلعين الأول يساوي 6cm والثاني يساوي 6cm والزاوية 60 احسب طول الضلع الثالث • 6 • 3 • $6\sqrt{2}$ • $3\sqrt{2}$	المثلث متطابق الضلعين ∴ زوايا القاعدة متطابقة $\xrightarrow{\text{خاصية مجموع زوايا المثلث}} 2x + 60 = 180$ $\xrightarrow{\text{قياس زاوية القاعدة}} x\frac{120}{2} = 60$ المثلث متطابق الزوايا ∴ متطابق الأضلاع ∴ طول الضلع الثالث = 6	
٣٨) ثلاثة اعداد فردية متتالية مجموعهم 399 ، فما هو المتوسط الحسابي للعدد الأول والثاني • 130 • 131 • 132 • 133	$a + (a + 2) + (a + 4) = 399$ $\Longrightarrow 3a = 399 - 6$ $\Longrightarrow a = \frac{393}{3} = 131$ $\xrightarrow{\text{متوسط العددين}} \frac{131 + 133}{2} = \frac{264}{2} = 132$	
٣٩) ضعف العدد $(2)^8$ هو • 2^{10} • 2^{12} • 2^9 • 2^7	(من قاعدة جمع الاسس اذا كان الاساس واحد) $a^{x+y} = a^x \times a^y$ ضعف العدد 2^8 = 2^{8+1} =2^8×2 = 2^9	
٤٠) مجموع 6 اعداد فردية متتالية 396 اوجد متوسط اول عددين • 61 • 62 • 63 • 64	$a + (a + 2) + (a + 4) + (a + 6) + (a + 8) + (a + 10) = 396$ $\Longrightarrow 6a = 396 - 30$ $\Longrightarrow a = \frac{366}{6} = 61$ $\xrightarrow{\text{متوسط العددين}} \frac{61 + 63}{2} = \frac{124}{2} = 62$	

السؤال	الحل	هامش
٤١) اذا كان 40 طالب يدرسون اللغة العربية والرياضيات وكان هناك 8 متفوقين في اللغة العربية و6 متفوقين في الرياضيات و3 متفوقين فيهم جميعا ، فكم عدد الغير متفوقين فيهم جميعا • 24 • 27 • 29 • 32	Aطلاب اللغه العربيه Bطلاب الرياضيات عدد المتفوقين P(A∪B) = P(A)+P(B) - P(A∩B) = 8 + 6 - 3 = 11 عدد الغير متفوقين 40 - 11 = 29	
٤٢) مستطيل ابعاده 35 ,21 قسم إلى مربعات اذا علمت ان طول ضلع المربع اكبر من الواحد وهو عدد صحيح فاوجد طول ضلع المربع • 3 • 5 • 6 • 7	القاسم المشترك الاكبر لعددين 35,21 هو 7 5x7=35 3x7=21	
٤٣) مثلث قائم الزاوية أطوال اضلاعه 6,8,10 مساحة المستطيل تساوي ضعف مساحة المثلث حيث طول ضلع المستطيل 6cm ، احسب محيط المستطيل • 25 • 27 • 28 • 30	محيط المستطيل =2(6+8) 14x2= 28= 6 8	
٤٤) مربع محصور داخل دائرة مساحة المربع 100cm فأوجد مساحة الدائرة • π • 25π • 14π • 50π	نصف قطر الدائره R= $\frac{\sqrt{10^2+10^2}}{2}$ = $\frac{\sqrt{200}}{2}$ مساحة الدائره =πR^2 $\pi\left(\frac{\sqrt{200}}{2}\right)^2$ = 50 π = $\pi\frac{200}{4}$ =	
٤٥) حافلة اذا كان المسافرين عبارة عن أطفال وبالغين ونسبة الأطفال إلى البالغين 5 : 4 وكان مجموع الركاب 36 فإن عدد الأطفال • 14 • 16 • 18 • 20	الاطفال البالغين 4 : 5 عدد الأجزاء = 4+5 = 9 الاطفال = $\frac{5}{9}$ × 36 = 20	

السؤال	الحل	هامش
٤٦) صنبور يدفع 500 لتر في الدقيقة وكان المطلوب الزمن الذي يستغرقه في ملء خزان على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 1m , 2m , 3m • 11 • 12 • 14 • 24	حجم الخزان بالمتر= $6m^2$ =1×2×3 حجم الخزان باللتر= 6000L 500×t = 6000 t =$\frac{6000}{500}$=12	
٤٧) 2^{x+1} = 256 فأوجد قيمة x • 5 • 3 • 7 • 9	128 2 64 2 32 2 16 2 8 2 4 2 2 2 1 $2^{x+1} = 256$ $2^x.2^1 = 256$ $2^x = \frac{256}{2}$ $2^x = 128$ $2^x = 2^7$ إذا: x=7	
٤٨) مثلث قاعدته تساوي 7cm ومساحة المثلث يساوي مساحة دائرة نصف قطرها 7cm ، احسب ارتفاع المثلث • 7π • 12π • 14π • 18π	مساحه المثلث=مساحه الدائرة $\pi(7)^2 = \frac{1}{2} \times 7 \times h$ $h = \frac{\pi(7)^2\ 2}{7}$ 14π=h	
٤٩) ما مساحة أكبر دائرة يمكن رسمها داخل مربع طول ضلعه 8cm • 12π • 14π • 16π • 21π	طول ضلع المربع=طول قطر الدائره= 8 نصف القطر= 4 مساحه الدائره= $\pi(4)^2$ 16π =	
٥٠) 15 عدد متتالي متوسطهم 15 ، فما متوسط أول خمسة أعداد • 5 • 8 • 10 • 15	$\frac{a+(a+1)+(a+2)+\cdots+(a+14)}{15} = 15$ $\frac{15a+(1+2+\cdots+14)}{15} = 15$ $\frac{15a+15(7)}{15} = 15$ $\frac{15(a+7)}{15} = 15 \gg a + 7 = 15$ a =15-7=8 10 =$\frac{50}{5}$=$\frac{8+9+10+11+12}{5}$=متوسط اول خمس اعداد	

السؤال	الحل	هامش
٥١) عددين أوليين مختلفين بحيث ناتج قسمة عدد أولي على عدد أولي يساوي • عدد فردي • عدد أولي • عدد كسري • عدد زوجي	$\frac{7}{5}, \frac{3}{2}, \frac{2}{11}$ عدد كسري دائما	
٥٢) قطارين انطلقوا من نقطة A القطار الأول انطلق بجهة الغرب بسرعة 90km/h وانطلق الثاني بجهة الشرق بسرعة 75km/h كم تكون المسافة بينهم بعد ساعتين • 290 km • 310 km • 330 km • 350 km	90km/h A 75km/h $x_1 = 90 \times 2 = 180$ km $x_2 = 75 \times 2 = 150km$ المسافه= 180+150 =330km المسافه / السرعة / الزمن	
٥٣) اذا كان ضلع المربع يساوي قطر للدائرة وكانت مساحة الدائرة تساوي 16π فكم مساحة المربع • 42 • 62 • 64 • 76	مساحه الدائرة= πr^2 =16π نصف القطر= 4 القطر= 8= ضلع المربع مساحه المربع = 8×8= 64	
٥٤)حوض ماء تملئه الحنفية الاولى في ساعتين والثانية في 3 ساعات والثالثة في 6 ساعات ، اذا كان الحوض فارغ وفتحنا الحنفيات في وقت واحد بكم ساعة يمتلئ الحوض • ساعة • ساعة ونصف • ساعتين • ساعتين ونصف	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3+2+1}{6}=\frac{6}{6}=1$ ساعه واحده	
٥٥) مجموع مساحة أوجه مكعب يساوي 96cm² ما طول ضلع المكعب • 3 • 4 • 7 • 8	مساحة أوجه المكعب = $6\ x^2$ $6x^2 = 96$ $x^2 = 16$ $x = 4$	

السؤال	الحل	هامش
٥٦) خمسة اعداد متتالية متوسطهم 8 فأوجد أكبر عدد فيها • 8 • 10 • 11 • 12	$\frac{a+(a+1)+(a+2)+(a+3)+(a+4)}{5}=8$ $\frac{5a+10}{5}=8$ $a+2=8 \quad , \quad a=6$ الاعداد 6,7,8,9,10 اكبر عدد 10	
٥٧) متوازي مستطيلات ابعاده 4,5,8 نريد ان نضع به مكعبات طول حرف المكعب الواحد 2cm فكم مكعب يمكن ان نضع • 12 • 14 • 16 • 15	يجب ان تكون ابعاد متوازي المستطيلات تقبل القسمه على طول حرف المكعب حجم متوازي المستطيلات $8\times4\times4=128$ حجم المكعب $2\times2\times2=8$ $\frac{128}{8}=16$	
٥٨) مزرعة مستطيلة الشكل ابعادها 360m و 240m ، اذا اردنا تقسيمها لمربعات متساويه، اوجد أطول ضلع للمربع • 60 • 80 • 100 • 120	قواسم العدد 36 2,18,3,12,4,9,6 قواسم العدد 24 2,12,3,8,4,6 اذا طول الضلع المربع 120	
٥٩) قط يستطيع ان يصعد درج ستة ستة بدون باق. وثمانية ثمانية بدون باق . وعشرة عشرة بدون باق . فما اقل عدد من السلالم يحتوي الدرج • 30 • 60 • 120 • 240	من الخيارات نوجد اقل عدد يقبل القسمه على كلا من 6 , 8 , 10 أقل عدد من السلالم 120	
٦٠) تحمل ألواح السيارات في المملكة 3 حروف و3 ارقام . فكم عدد اللوحات التي تحمل 3 حروف متطابقة و 3 ارقام ليست جميعها متطابقة • 25200 • 27720 • 28000 • 28950	٢٨ ١ ١ عدد الحروف المتطابقة ← ٢٨=١×١×٢٨ ١٠ ١٠ ١٠ عدد الارقام ← ١٠٠٠=١٠×١٠×١٠ ١٠ ١ ١ عدد الارقام المتطابقة ← ١٠=١×١×١٠ ⟸ عدد اللوحات المتطابقة = ٢٨ × ١٠ = ٢٨٠ عدد اللوحات المطلوبة = (٢٨×١٠٠٠)-٢٨٠ = ٢٧٧٢٠	

السؤال	الحل	هامش
٦١) حنفية تملئ الحوض في 4 ساعات وأخرى في 3 ساعات وهناك مخرج يفرغ الحوض في ساعتين ، لو شغلنا الحنفيتان والمخرج معاً كم ساعة نحتاج لملء الحوض • 2 • 4 • 6 • 12	$\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$ 12 ساعه	
٦٢) اذا علمت ان متوسط 3 اعداد مختلفة هو 4 ،ومتوسط 4 اعداد أخرى هو 6 ، فإن متوسط جميع الاعداد • 5.14 • 5 • 6.24 • 3.75	$\frac{a+b+c}{3}=4 \rightarrow a+b+c=12$ $\frac{d+e+f+g}{4}=6 \rightarrow d+e+f+g=24$ $\frac{12+24}{7}=5.14$	
٦٣) عداءان يجريان باتجاهين متعاكسين حول مضمار دائري محيطه 140m يجري الأول بسرعة 4m/min والثاني بسرعة 6m/min فكم المسافة التي قطعها الأول عند الالتقاء • 56 • 65 • 48 • 84	مسافة الاول $x_1 = 4\ t$ مسافة الثاني $x_2 = 6\ t$ يلتقيان عند الدقيقه $4t+6t=140$ $10t = 140$ $t = 14$ المسافه التي قطعها الاول عند الالتقاء $x = 4 \times 14 = 56$	
٦٤) المتوسط الحسابي لاربع اعداد يساوي 20 ، فإذا كان المتوسط الحسابي عند استبعاد إحدى هذه الأعداد يساوي 15 ، فإن العدد الذي تم استبعاده هو • 5 • 20 • 32 • 35	$\frac{a+b+c+d}{4}=20 \rightarrow a+b+c+d=80$ $\frac{a+b+c}{3}=15 \rightarrow a+b+c=45$ $\therefore d=80-45=35$	
٦٥) إذا زاد طول قاعدة المثلث 30% ونقص ارتفاعه 10% ، فما نسبة الزيادة في المساحة • 8.5% • 17% • 117% • 108.5%	نفرض ان القاعده 20 والارتفاع10 مساحة المثلث = 100 زيادة القاعده $=20 \times \frac{30}{100} = 6$ القاعده بعد الزياده $20+6=26$ نقصان الارتفاع $=10 \times \frac{10}{100} = 1$ الارتفاع بعد النقصان $10-1=9$ ∴مساحة المثلث الجديد $\frac{1}{2} \times 26 \times 9 = 117$ نسبة الزياده في المساحه $117-100=17$	

السؤال	الحل	هامش
٦٦) معادلة المستقيم المار بالنقطة (1 , 2) ويوازي المستقيم Y + 4X = 8 • Y + 4X =12 • Y – 4X =12 • Y – 4X = 9 • Y + 4X = 9	ميل المستقيم $= \frac{-4}{1} = \frac{(\text{معامل } x)-}{\text{معامل } y} = -4$ معادلة المستقيم $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 1 = -4(x - 2)$ $y - 1 = -4x + 8$ $y + 4x = 9$	
٦٧) يستطيع 3 عمال إنجاز عمل ما في 12 يوم ، كم يستغرق 9 عمال لإنجاز هذا العمل • 3 أيام • 4 أيام • 5 أيام • 6 ايام	اذا زاد عدد العمال قلت الايام 3 عمال $\rightarrow$ 12يوم $3 \times 3 = 9$ عمال $\rightarrow \frac{12}{3} = 4$	
٦٨) متوسط ست اعداد فردية متتالية 8 ، احسب متوسط آخر عددين • 11 • 12 • 13 • 14	$\frac{a+(a+2)+(a+4)+(a+6)+(a+8)+(a+10)}{6} = 8$ $\Longrightarrow 6a = 48 - 30$ $\Longrightarrow a = \frac{18}{6} = 3$ $\xrightarrow{\text{متوسط العددين}} \frac{11 + 13}{2} = \frac{24}{2} = 12$	
٦٩) عددان متوسطهما الحسابي 48 والفرق بينهم 196 فما العدد الأكبر • 50 • 146 • 52 • 147	الفرق بنهما x-y = 196 ∴ متوسطهما الحسابي = ٤٨ $\frac{x+y}{2} = 48 \Longrightarrow x + y = 48 \times 2 = 96 \Longrightarrow$ بحل النظام نجد ان $\Longrightarrow 2x = 196 + 96 \Longrightarrow x = \frac{292}{2} = 146$	
٧٠) اوجد معادلة المستقيم العمودي على Y = 2X + 1 عند القطة (2,-4) • Y= -2X + 1 • $Y = \frac{1}{2}X + 1$ • $Y = \frac{-1}{2}X - 3$ • Y = 3X + 1	ميل المستقيم المعطى 2 ميل المستقيم العمودي عليه $-\frac{1}{2}$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y + 4 = -\frac{1}{2}(x - 2)$ $y + 4 = -\frac{1}{2}x + 1$ $y = -\frac{1}{2}x - 3$	

السؤال	الحل	هامش
٧١) مركز الدائرة $X^2+Y^2+4X - 6Y=23$ • (2,3) • (-2,3) • (-2,-3) • (2,-3)	مركز الدائره $(\frac{-y\text{معامل}}{2}, \frac{-x\text{معامل}}{2})$ $(\frac{-4}{2}, \frac{6}{2})$ $(-2,3)$	
٧٢)قيمة $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$ • 55 • 60 • 66 • 76	$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{matrix}$ المحددة بطريقة كرامر : $(3\times1\times3)+(4\times7\times2)+(5\times0\times-1)$ $-(5\times1\times2)-(3\times7\times-1)-(4\times0\times3)$ $=9+56+0-10+21-0=76$	
٧٣) في احدى المدارس الابتدائية يوجد في الملعب 7 طلاب من الصف الثالث و 3 من الصف الرابع و 4 من الصف الخامس و6 من الصف السادس تم اختيار طالبين لمساعدة المدرس في تنظيم الطلاب، فما احتمال ان يكون الطالب الأول من الصف السادس والطالب الثاني من الصف الثالث • 1/10 • 13/20 • 42/380 • 42/400	عدد الطلاب $6+4+3+7=20$ احتمال الطالب الاول من الصف السادس $\frac{6}{20}$ احتمال الطالب الثاني من الصف الثالث $\frac{7}{19}$ $\therefore \frac{6}{20}\times\frac{7}{19}=\frac{42}{380}$	
٧٤) ميل المستقيم المار بالنقطتين (1,4),(-2,3) • 3 • 1/3 • 1/2 • 2	الميل $=\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ $m=\frac{4-3}{1-(-2)}=\frac{1}{3}$	
٧٥) اوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (-6,3) وميله -2 • Y = 2X – 9 • Y = -2X -9 • Y = X + 9 • Y = -X +9	$y-y_1=m(x-x_1)$ $y-3=-2(x+6)$ y - 3 = -2x-12 y = -2x - 9	

السؤال	الحل	هامش
٧٦) ميل المستقيم الذي معادلته 3X+4Y=5 • 4/5 • 5/4 • 3/4 • -3/4	معادلة المستقيم $y = ax + b$ ويكون الميل a نجعل المعادله في الشكل العام $3x + 4y = 5 \rightarrow 4y = -3x + 5$ $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ الميل هو $-\frac{3}{4}$	
٧٧) بكم طريقة يمكن ان يجلس 5 اشخاص في صف به 9 كراسي • 15100 • 15000 • 15120 • 15150	تباديل مجموعة من العناصر n ، مأخوذ منها r من العناصر $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$ $P_5^9 = \frac{9!}{4!} = \frac{9\times8\times7\times6\times5\times4!}{4!}$ $= 72\times7\times30$ $= 72\times210$ $= 15120$	
٧٨)اذا كان هناك 7 اشخاص يريدون الجلوس ولم يجدوا سوى 3 كراسي، بكم طريقة يمكن ملء هذه الكراسي الثلاثة معاً • 200 • 205 • 210 • 215	تباديل مجموعة من العناصر n ، مأخوذ منها r من العناصر $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$ $P_3^7 = \frac{7!}{4!} = \frac{7\times6\times5\times4!}{4!}$ $= 7\times6\times5$ $= 210$	
٧٩) مسجد له 7 أبواب ، بكم طريقة يستطيع شخص دخول المسجد من باب والخروج من الآخر • 40 • 42 • 44 • 46	تباديل مجموعة من العناصر n ، مأخوذ منها r من العناصر $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$ $P_2^7 = \frac{7!}{5!} = \frac{7\times6\times5!}{5!}$ $= 7\times6$ $= 42$	
٨٠) ارادت 4 نوادي إقامة مباريات لكرة القدم بينها بحيث تلعب هذه النوادي مثنى مثنى ، فبكم طريقة يمكن إتمام ذلك • 12 • 10 • 6 • 5	باستخدام التوافيق التوافيق: (١.لا يهم الترتيب ، ٢.عدم التكرار) $C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ $C_2^4 = \frac{4!}{2!\times2!}$ $= \frac{4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1}$ $= \frac{24}{4}$ $= 6$	

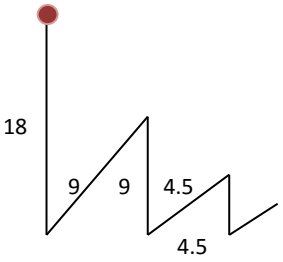
السؤال	الحل	هامش
٨١) إذا كانت $f(x)=\sqrt{2x}$ ، و $g(x)=2x^2$ ، فإن $f\circ g(x)$ تساوي : • $4x$ • $2x$ • x • $8x$	$f\circ g(x))=f(g(x))$ $=f(2x^2)$ $=\sqrt{2(2x^2)}$ $=\sqrt{4x^2}$ $=2x$	
٨٢) إذا كان عددين مركبين مختلفين هما $(2\ ,\ 30^o)$ ، $(3\ ,\ 20^o)$ فما قيمة العدد المركب z_1z_2 • $(5\ ,\ 50^o)$ • $(5\ ,\ 60^o)$ • $(6\ ,\ 50^o)$ • $(6\ ,\ 60^o)$	فكرة الحل السريعة: (الزاوية,نصف القطر) الزاوية= نجمع الزاويتين للمركبتين نصف القطر= نضرب نصفي القطر في بعضهما $Z_1Z_2=r_1r_2[\cos(\varphi_1+\varphi_2)+i\sin(\varphi_1+\varphi_2)]$ $=6[\cos 50^\circ+i\sin 50^\circ]$ $(r=6,\varphi=50^\circ)\Rightarrow(6,50^\circ)$	
٨٣) ما قيمة x التي تحقق $\log_2(x+2)=3$ • 2 • 4 • 6 • 8	$y=\log_a x\Rightarrow a^y=x$ $2^3=x+2$ $8=x+2$ $\Rightarrow x=6$	
٨٤) أي المتباينات التالية تصف مجموعة الأعداد التي تبتعد أقل من 5 وحدات عن العدد 3 • $\lvert x+3\rvert<5$ • $\lvert x-3\rvert<5$ • $\lvert x+5\rvert<3$ • $\lvert x-5\rvert<3$	أقل من 5 وحدات يعني: <5 تبعد عن العدد x بمقدار معين(قيمة ما وهنا هي 3 وحدات) يعني: $x-3$ إذاً تصبح المتباينة المطلوبة: $\lvert x-3\rvert<5$	
٨٥) إذا كان احتمال أن يرمي محمد الكرة و يصيب الهدف هو $1/3$، و احتمال أن يرمي أحمد الكرة و يصيب الهدف هو $1/4$ ، فما احتمال أن يصيبا الهدف كليهما معاً : • $1/12$ • $7/12$ • $5/12$ • $9/12$	احتمال الحدث الأول $P(A)$ (رمي محمد الكرة و اصابته الهدف) = $\frac{1}{3}$. احتمال الحدث الثاني $P(B)$ (رمي أحمد الكرة و اصابته الهدف) = $\frac{1}{4}$. احتمال أن يصيبا الهدف كليهما معاً (تقاطع الحدث الأول مع الحدث الثاني) $P(A)\cap P(B)=P(A)\times P(B)$ $=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$	

السؤال	الحل	هامش
٨٦) ما أصغر عدد يقبل القسمة على 4 و 6 و 9 معاً : • 18 • 36 • 24 • 72	إذا الأعداد كبيرة نستخدم طريقة التحليل . هنا الأعداد صغيرة نتعامل معها بأسلوب بسيط. 18 لا تقبل القسمة على 4 . 36 يقبل القسمة على 4 و 6 و 9 معاً . 24 لا تقبل القسمة على 9 . 72 يقبل القسمة على 4 و 6 و 9 معاً . 36 اجابة صحيحة للسؤال لإنها أصغر من 72	
٨٧) اذا كان $2^x = 6$ ، فإن 2^{2x} تساوي : • 2 • 6 • 12 • 36	فكرة الحل: تربيع المعادلة الأولى لنستنتج قيمة 2^{2x} : $2^x = 6 \Rightarrow (2^x)^2 = 36$ $\Rightarrow 2^{2x} = (2^x)^2 = 36$	
٨٨) بسط العبارة النسبية $\frac{x^2y^2-1}{(xy-1)^2}$ • $\frac{xy-1}{(xy-1)^2}$ • $\frac{x^2y+1}{(xy+1)^2}$ • $\frac{xy+1}{(xy-1)}$ • $\frac{xy-1}{(xy+1)}$	$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ أساسيات: $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ $(a^2-b^2) = (a+b)(a-b)$ نلاحظ البسط عبارة عن مفكوك فرق مربع قيمتين ، و المقام عبارة عن تربيع فرق قيمتين $\frac{(xy+1)(xy-1)}{(xy-1)(xy-1)} \Rightarrow \frac{(xy+1)}{(xy-1)}$ حل آخر: $\frac{(x^2y^2-1)}{(xy-1)^2} \Rightarrow \frac{(xy+1)(xy-1)}{x^2y^2-2xy+1} \Rightarrow \frac{(xy+1)(xy-1)}{(xy-1)(xy-1)} \Rightarrow \frac{(xy+1)}{(xy-1)}$	
٨٩) إذا كانت $2^x.2^y = 32$ ، فإن $x+y$: • 4 • 5 • 6 • 7	$2^x \times 2^y = 32$ $\Rightarrow 2^{x+y} = 2^5$ الآن الأساس = الأساس إذاً الأسس متساوية: $x+y=5$	
٩٠) المعادلة التي جذراها $(\sqrt{3}+2)$, $(\sqrt{3}-2)$ هي : • $x^2+\sqrt{3}x-1=0$ • $x^2+\sqrt{3}x+1=0$ • $7x^2+2\sqrt{3}x+1=0$ • $x^2+2\sqrt{3}x-1=0$	بما أن جذور المعادلة المجهولة عددها ٢ ، فإذاً هي معادلة من الدرجة الثانية ، و الصورة العامة لمعادلة من الدرجة الثانية هي : $Ax^2+Bx+C=0$ وليكن الجذر الأول نسميه a ، و الجذر الثاني نسميه b . وبما أن فكرة السؤال هي الرجوع للمعادلة الأصلية باستخدام حلولها . إذا نستخدم الصيغة $x^2+(a+b)x+(a\times b)=0; \forall\{a=(\sqrt{3}+2), b=(\sqrt{3}-2)\}$ $\Rightarrow x^2+((\sqrt{3}+2)+(\sqrt{3}-2))x+((\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2))=0$ $\Rightarrow x^2+(2\sqrt{3})x-1=0$	

السؤال	الحل	هامش
٩١) عدد موجب إذا أضيف مربعه إلى أربعة أمثاله كان الناتج 12 ، فما هو العدد : • 12 • 8 • 6 • 2	نعيد صياغة السؤال إلى معادلة: $x^2+4x=12$ ثم نجرب عليها الاختيارات أيها صحيح $12:12^2+4\times12\neq12$ $8:8^2+4\times8\neq12$ $6:6^2+4\times6\neq12$ $2:2^2+4\times2=12$	
٩٢) مجال $f(x)=\frac{x^2-4x-5}{x^2-x-2}$ هو : • $(-\infty,-1)\cup(2,\infty)$ • $(-\infty,-2)\cup(1,\infty)$ • $(-\infty,-1)(-1,2)\cup\cup(2,\infty)$ • $(-\infty,-2)\cup(-2,1)\cup(1,\infty)$	مجال الدالة الكسرية هو $\forall b=0:R-\left\{\frac{a}{b}\right\}$ أي يعني جميع الأعداد الصحيحة ما عدا التي تحقق أصفار المقام (المقام يساوي الصفر). نبدأ في ايجاد أصفار المقام: $x^2-x-2=0\Rightarrow(x+1)(x-2)=0$ إذاً $x=2$ وَ $x=-1$ $R-\{-1,2\}$	
٩٣) عدد أقطار مضلع منتظم له 123 ضلع هو : • 7180 • 7280 • 7380 • 7480	عدد الأقطار = $\frac{n(n-3)}{2}$ $\frac{n(n-3)}{2}\Rightarrow\frac{123\times120}{2}=7380$	
٩٤) المضلع المنتظم الذي زاويته 108 هو : • خماسي • سداسي • سباعي • ثماني	عدد الأضلاع= $\varphi=\frac{(n-2)\times180°}{n}$ $\Rightarrow108°=\frac{180°n-360°}{n}$ $\Rightarrow108°n=180°n-360°$ $\Rightarrow108°n-180°n=-360°$ $\Rightarrow-72°n=-360°$ $\Rightarrow n=\frac{-360°}{-72°}=5$	
٩٥) إذا كان x = 3 هو حل للمعادلة $x^3-6x^2+ax-6=0$ ، فإن : • الحلول الأخرى غير معروفة لإن a مجهولة . • يوجد ما لا نهاية من الحلول لهذه المعادلة في R . • في كل الأحوال x=3 هو الحل الوحيد . • مجموعة حل هذه المعادلة هي { 1 , 2 , 3 }	المعادلة من الدرجة الثالثة يعني يوجد لها ثلاثة حلول . $x=1\Rightarrow1-6+a-6=0\Rightarrow a=11$ $x=2\Rightarrow8-24+2a-6=0\Rightarrow a=11$ $x=3\Rightarrow a=11$	

السؤال	الحل	هامش
٩٦) مجموعة حل المعادلة $x^2-49=0$ في R هي : • { -49 , 49 } • { -7 , 7 } • (-7 , 7) • [-7 , 7]	$x^2-49=0 \Rightarrow 0$ $\Rightarrow x^2=49$ $\Rightarrow x=\pm 7$ $\{-7,7\}$	
٩٧) مجموعة حل المعادلة tan2x – 3 = 0 في الفترة [0 , $\frac{\pi}{2}$ [: • $\{\frac{\pi}{3}\}$ • $\{\frac{\pi}{6}\}$ • $\{\frac{-\pi}{3}\}$ • $\{\frac{-\pi}{3}\}$	$\tan^2 x=3 \Rightarrow \tan x=\pm\sqrt{3}$ $-\sqrt{3}$ مرفوض $\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{\sqrt{3}}{1}$ $\Rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{1}$ $\therefore \theta=60\times\frac{\pi}{180^\circ}=\frac{\pi}{3}$	
٩٨) رميت قطعة عملة 8 مرات ، فما احتمال ظهور الصورة مرتين : • 7/32 • 7/64 • 1/8 • 5/16	فراغ العينة = $2^8=256$ ، وعدد الحوادث $n=8, r=2$ $\binom{n}{r}=\binom{8}{2}$ $\Rightarrow \frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{8!}{2!\times 6!}=28$ احتمال صورتين =عدد الحوادث÷فراغ العينة $\Rightarrow \frac{28}{256}=\frac{7}{64}$	
٩٩) حل المعادلة $\sqrt{2x}+1=\sqrt{2x+2}$ هو : • 1/2 • 1/4 • 1/8 • 1/16	بالتربيع نحصل على: $(\sqrt{2x+1})^2=(\sqrt{2x+2})^2$ $\Rightarrow (\sqrt{2x})^2+2\sqrt{2x}+1=2x+2$ $\Rightarrow (2x)+(2\sqrt{2x})-(2x)=2-1$ $\Rightarrow 2\sqrt{2x}=-1$ $4\times 2x=1$ وبتربيع المعادلة الأخيرة نحصل على: $\Rightarrow x=\frac{1}{8}$	
١٠٠) إذا كانت x = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 } ، وكانت y = { 1 , 3 , 5 , 7 } فإن متممة y بالنسبة إلى x هي : • { 1 , 3 , 5 } • { 2 , 4 , 6 } • { 6 , 7 } • {1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6, 7 }	$\overline{y}=\{2,4,6\}$	

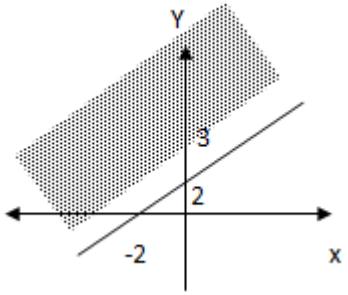
السؤال	الحل	هامش
١٠١) معادلة الدائرة التي تمس محور الصادات ، و مركزها (3,2) هي : • $X^2 + y^2 = 9$ • $X^2 + y^2 = 4$ • $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$ • $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$	فقرة a و b مستحيلة لأن المركز ليس نقطة الأصل . $r^2 = a \Rightarrow r = 3$ معادلة الدائرة هي: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r : \forall (a,b)$ $\Rightarrow (x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$	
١٠٢) إذا كانت $5^x = 10$ ، فإن x تساوي : • $\frac{\log 10}{\log 5}$ • $\frac{-\log 10}{\log 5}$ • $\frac{\log 5}{\log 10}$ • $\log \frac{1}{2}$	$5^x = 10$ $\log 5^x = \log 10$ $\Rightarrow x \log 5 = \log 10$ $\Rightarrow x = \frac{\log 10}{\log 5}$	
١٠٣) أوجد قيمة التكامل $\int_1^2 (x-1)dx$ • 1/4 • 1/3 • 1/2 • 1/5	$\int_1^2 (x-1)dx = \frac{x^2}{2} - x\Big\|_1^2$ $\Rightarrow \left[\frac{2^2}{2} - 2\right] - \left[\frac{1}{2} - 1\right] = \frac{1}{2}$	
١٠٤) لدينا 10 قراءات احصائية مجموع مربعاتها 520 ، فإذا كان متوسط هذه القراءات هو 4 ، فإن الانحراف المعياري لها : • 5 • 6 • 16 • 20	قوانين الانحراف المعياري: ١. للعينة $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}{n-1}}$ ، أو $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ ٢. للمجتمع $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}}{N}}$ ، أو $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i - \overline{x})^2}{N}}$ نستخدم القانون الأول للانحراف في المجتمع . $\Sigma x^2 = 520, \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = 4 \Rightarrow \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2 = 16$ ، أضفنا $\left(\frac{n}{n}\right)$. $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2 - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2 n}{n}} \Rightarrow \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2}$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{520}{10} - 16} = \sqrt{36} = 6$	
١٠٥) $\int_0^3 ax = 9$ اوجد قيمة a dx • 1 • 2 • 3 • 4	$\int_0^3 axdx = \frac{ax^2}{2}\Big\|_0^3 = 9$ $a\left[\frac{3^2}{2} - 0\right] = 9$ $\Rightarrow a\left[\frac{9}{2}\right] = 9$ $\Rightarrow a = 2$	

السؤال	الحل	هامش
١٠٦) كرة كاوتشوك ترتد بمقدار نصف المسافة التي تسقط منها ، فإذا سقطت هذه الكرة من سطح على ارتفاع 18m ، فما هي المسافة التي تكون قد قطعتها عندما ضربت الأرض للمرة الثالثة : • 31.15 • 40.5 • 45 • 63	المسافة $18+9+9+4.5+4.5=45$	
١٠٧) أوجد قيمة التكامل $\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2}dx$ • 0 • 1 • ∞ • غير معرف	$\frac{-1}{2}\int -2xe^{-x^2}dx$ $\Rightarrow \frac{-1}{2}\left[e^{-x^2}\right]_{-\infty}^{\infty}$ $\Rightarrow \frac{-1}{2}\left[e^{-\infty}-e^{-\infty}\right]$ $\Rightarrow \frac{-1}{2}(0)=0$	
١٠٨) $\begin{pmatrix}1&0&a\\0&1&1\\1&0&0\end{pmatrix}$ تكون غير قابلة للانعكاس عندما تكون قيمة a : • 0 • 1 • 2 • 3	تكون غير قابلة للإنعكاس عندما تكون قيمة المحدد تساوي $\Delta=0\Rightarrow[1\times0-1\times0]-0[0-1]+a[-1]=0$ $\Rightarrow -a=0$ $\Rightarrow a=0$	
١٠٩) n^2+2n+5 أي من مجموعة الأعداد يكون الناتج عدد أولي : • الأعداد الحقيقية • الأعداد الفردية • الأعداد الزوجية • الأعداد الفردية	نعلم الاجابة بالتجريب ، أي نفرض أعداد: $n=\frac{1}{2}\Rightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^2+2\left(\frac{1}{2}\right)+5=6.25$ $n=1\Rightarrow 4^2+2(4)+5=29$ $n=2\Rightarrow 2^2+2(2)+5=13$ $n=7\Rightarrow 7^2+2(7)+5=60$ 13 عدد اولي .	
١١٠) $3^{3y}=27^3$ فما قيمة y : • 3 • 2 • 1/3 • 1/2	$3^3=27$ $(27)^y=(27)^3\Rightarrow y=3$	

السؤال	الحل	هامش
١١١) إذا قطع المستقيم y = mx+1 القطع الناقص $x^2+4y^2=1$ في نقطة و احدة فقط ، فما قيمة m^2 : • 1/2 • 1/3 • 1/3 • 3/4	$y=mx+1\rightarrow(1)$ $x^2+4y^2=1\rightarrow(2)$ بالتعويض عن y في معادلة القطع الناقص . $x^2+4(mx+1)^2=1$ $x^2+4(m^2x^2+2mx+1)=1$ $x^2+(4m^2x^2+8mx+4)-1=0$ $(1+4m^2)x^2+8mx+3=0$ وهي معادلة من الدرجة الثانية . وبما أن المستقيم يتقاطع من القطع في نقطة واحدة ، فهذا يعني أن المميز يساوي الصفر $\Delta=0\Rightarrow b^2-4ac=0$ $(8m)^2-4(1+4m^2)\times3=0$ $64m^2-12-48m^2=0$ $\Rightarrow16m^2=12$ $m=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$	
١١٢) متوسط درجات سلطان في أول خمسة اختبارات قصيرة هو 92 ، فإذا أراد تحسين متوسط درجاته ليصبح 93 ، فما الدرجة التي يجب أن يحصل عليها في الاختبار القصير التالي : • 95 • 98 • 97 • 100	نرمز للاختبار بالرمز m. $a_1=\frac{m_1+m_2+m_3+m_4+m_5}{5}$ مجموع الاختبارات الخمسة= $92\times5=460$ الآن نوجد مجموع درجات الاختبارات الستة ثم نطرح منها مجموع درجات الاختبارات الخمسة التي أوجدناها . $93=\frac{m_1+m_2+m_3+m_4+m_5+m_6}{6}$ مجموع الاختبارات الستة $93\times6=558$ درجة الاختبار الأخير هي: $558-460=98$	
١١٣) A | l | d B | n | m C | f | e في الشكل $A\|\|B\|\|C$ $\|me\|=6,\|ln\|=3.5,\|dm\|=3$ فإن $\|nf\|$ • 18 • 10.5 • 7 • 3	$\frac{3}{6}=\frac{3.5}{\|nf\|}$ $\Rightarrow\frac{3.5\times6}{3}=7$	
١١٤) إذا كان $\int_0^1(kx^2+\sqrt{x})dx=1$ ، فما قيمة k : • -2 • 0 • -1 • 1	$\int_0^1kx^2dx+\int_0^1\sqrt{x}dx=1$ $\Rightarrow\frac{kx^3}{3}\Big]_0^1+\frac{x^{3/2}}{\frac{3}{2}}\Big]_0^1=1$ $\Rightarrow x\left[\frac{1}{3}-0\right]+\frac{2}{3}=1$ $\Rightarrow k+2=3$ $\Rightarrow k=1$	

السؤال	الحل	هامش

١١٥) أي من المتباينات المعطاة يمثلها الجزء المظلل من المستوى الموضح بالشكل



- $y \le x-2$
- $y \le x+2$
- $y \ge x-2$
- $y \ge x+2$

نختار نقطة تنتمي لمنطقة الحل ← (-2،2)
نختار نقطة لا تنتمي لمنطقة الحل ← (0،0)
نعوض في المتباينات الاربع

	$y \le x-2$	$y \le x+2$	$y \ge x-2$	$y \ge x+2$
(-2،2)	$2 \le -4$ ×	$2 \le 0$ ×	$2 \ge -4$ ✓	$2 \ge 0$ ✓
(0،0)	$0 \le -2$ ×	$0 \le 2$ ✓	$0 \ge -2$ ✓	$0 \ge 2$ ×
	×	×	×	✓

المتباينة المختارة هي التي تمثل الرسم بحيث (-2،2) تنتمي لمجموعة حلها و (0،0) لا تنتمي لمجموعة حلها

---

١١٦) لنفرض أن $x+y=xy=1$ مجموع قيم x التي تحقق المعادلتين :

- 1
- $2\sqrt{3}$
- $2-\sqrt{3}i$
- $2+\sqrt{3}i$

$$x_1 + y = 1$$
$$x_2 y = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{y} \Longrightarrow y = \frac{1}{x_2}$$
$$\xrightarrow{\text{بالتعويض بقيمة y}} x + \frac{1}{x} = 1 \xrightarrow{\text{بالضرب في x}} x^2 - x + 1 = 0$$
$$\xrightarrow{\text{باستخدام القانون العام}} x_{1\&2} = \frac{1 \mp \sqrt{1-4}}{2} = \frac{1 \mp i\sqrt{3}}{2}$$
$$\xrightarrow{\text{بجمع قيم x}} \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} = 1$$

---

١١٧) المقدار $\dfrac{\frac{1}{x}-y}{\frac{1}{y}-x}$ يساوي :

- x/y
- y/x
- $-x/y$
- -1

$$\frac{\frac{1}{x}-y}{\frac{1}{y}-x} = \frac{\frac{1-yx}{x}}{\frac{1-xy}{y}}$$
$$\Longrightarrow \frac{1-yx}{x} \times \frac{y}{1-xy} = \frac{y}{x}$$

---

١١٨) لعب نادي 12 مباراة ودية ، فاز في 6 و خسر في 4 و تعادل في 2 ، بقي أمامه مباراة واحدة ، فما احتمال أن يتعادل فيها استناداً إلى نتائجه السابقة :

- 1/12
- 1/10
- 1/5
- 1/6

احتمال التعادل هو: $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

---

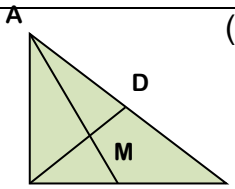
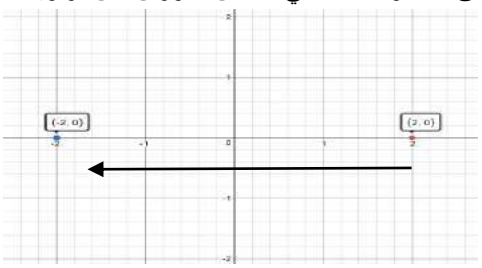
١١٩) أوجد جميع قيم k التي تجعل للنظام الآتي حلول غير تافهة :

$(k+1)x + (k+3)y = 0$
$2x + ky = 0$

- -2
- 3
- 1
- 2

تكون الحلول غير تافهة إذا كان المحدد=٠

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} k+1 & k-3 \\ 2 & k \end{vmatrix} = 0$$
$$\Rightarrow k(k+1) - 2(k-3) = 0$$
$$\Rightarrow k^2 - k - 6 = 0$$
$$\Rightarrow (k-3)(k+2) = 0$$
$$\Rightarrow k = 3 \; or \; k = -2$$
$$k_1 + k_2 = 3 - 2 = 1 \quad \Longrightarrow \; k = 1$$

السؤال	الحل	هامش
١٢٠)اشترى أحمد x من الدفاتر قيمة كل منها 5 ريالات ، و y من الأقلام قيمة كل منها ريالان ، فكان مجموع ما دفعه للبائع 36 ريال ، فإنه : • هناك عدد غير منتهٍ من الحلول . • $y = 8 ، x = 4$ هو الحل الوحيد . • يوجد حلان غير الذي ورد في الأعلى . • لا شيء مما ذكر	36 ↓ 20+16=36 10+26=36 25+1=36 5x+2y=36 ↓ 5*4+2*8=36 5*2+2*13=36 5*5+2*1=36 ∴ يوجد حلان غير الذي ورد في الاعلى	
١٢١) ما الحد الثابت في مفكوك $(x^2+\frac{1}{x})^9$ • 64 • 74 • 84 • 94	من القانون $(a+b)^n = \binom{n}{r}a^{n-r}b^r$ نبحث ع الحد الثابت (أي عندما قيمة $(x^2)^{9-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r = 1$ ذلك أن الاساس في الحد الاول هو المعكوس الضربي للأساس في الحد الثاني) $\Rightarrow 2(9-r) = r \Rightarrow 18 = 3r \Rightarrow 6 = r$ $\xrightarrow{\text{الحد الثابت}} \binom{9}{6} = \frac{9!}{6!\,(9-6)!}$ $= \frac{9\times 8\times 7\times 6!}{(3\times 2\times 1)\times 6!} = 84$	
١٢٢)  المثلث ABC قائم الزاوية في C فإذا كانت M نقطة التقاء القطع المتوسطة |CD| , |AH| فإن طول $|AB|$هو • 2|DM| • 3|DM| • 5|DM| • 6|DM|	من تعريف القطع المتوسطة $|DC|\frac{1}{3} = |DM| \leftarrow$ $\Longrightarrow |DC| = 3|DM|$ $\xrightarrow{\Delta CDB \text{ متطابق الاضلاع}} |AB| = 2|DC| = 2[3|DM|]$ $\Longrightarrow |AB| = 6|DM|$	
١٢٣) إذا انتقلت النقطة (2,0) إلى النقطة (-2,0) بدوران مركزه نقطة الأصل و اتجاهه مع عقارب الساعة ، فإن زاوية الدوران هي : • 90 • 180 • 270 • 360	باستخدام الرسم على المستوى الاحداثي نجد ان الدوران كان بزاوية ١٨٠ درجة 	
١٢٤) إذا كان $a = \log 2$ ، $b = \log 3$ ، فإن $\frac{1}{2}\log\left(\frac{9}{4}\right)$ تساوي : • $b-a$ • b/a • $\frac{5}{6}\frac{b}{a}$ • $\frac{5}{6}(b-a)$	$\frac{1}{2}\log\frac{9}{4} = \log(\frac{9}{4})^{\frac{1}{2}}$ $\Longrightarrow \log\sqrt{\frac{9}{4}} = \log\frac{3}{2} = \log 3 - \log 2$ = b-a	

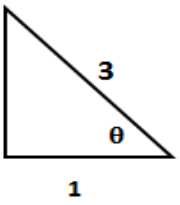
السؤال	الحل	هامش
١٢٥) $\lim_{x\to 1}\frac{x^4-1}{x^2-1}$ • 0 • 1/2 • 1 • 2	$\lim_{x\to 1}\frac{x^4-1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x^2-1)(x^2+1)}{x^2-1}$ $\xrightarrow{\text{بالتبسيط}} \lim_{x\to 1}(x^2+1)=1^2+1=2$	
١٢٦) المسافة بين النقطتين (0,3) ، (4,0) بالوحدات : • 3 • 4 • 5 • 7	المسافة باستخدام قانون المسافة بين نقطتين نجد ان $D=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$	
١٢٧) $\int\frac{\sin x}{\cos^2 x}dx$ • $\frac{3\sin^2 x}{2\cos^2 x}+c$ • $\frac{1}{\cos^3 x}+c$ • $\frac{1}{\cos x}+c$ • $\ell n\lvert\cos x\rvert$	$\int\frac{\sin x}{(\cos x)^2}=\int \sin x\,(\cos x)^{-2}$ حيث ان الدالة $\cos x$ مشتقتها هي $-\sin x$ $\xrightarrow{\text{ناتج التكامل}} =\frac{-(\cos x)^{-2+1}}{-2+1}+c$ $=\frac{-(\cos x)^{-1}}{-1}+c$ $=\frac{1}{\cos x}+c$	
١٢٨) مجموعة حل المعادلة $\frac{x}{x^2-x}=\frac{1}{x-1}$ هي : • {0,1} • {-1} • {1} • Φ	اولا نستبعد اصفار المقام : $X-1=0\ \to X=1$ $X^2-X=0\ \to X(X-1)=0\ \to X=0\ OR\ X=1$ الاصفار هي $\{0,1\}$ ثانيا نحل المعادله : $X^2-X=X^2-X$ $X^2-X^2=X-X$ $X^2(1-1)=0$ $X^2(0)=0$ جميع الاعداد الحقيقيه ماعدا اصفار المقام لانها لاتنتني لمجال الداله اي ان 1- غير مستبعد	
١٢٩) للنظام التالي : $x-y+z=4$ $2x+y+z=7$ $-x-2x+z=-1$ إذا علمت أن $\begin{vmatrix}1&-1&1\\2&1&1\\-1&-2&2\end{vmatrix}=6$ و أن $x=3$ فإن $\begin{vmatrix}4&-1&1\\7&1&1\\-1&-2&2\end{vmatrix}$ تساوي • 3/6 • 6/3 • 6×3 • 6	$\because x=\frac{\Delta x}{x}\Rightarrow \Delta x=3\times 6$	

السؤال	الحل	هامش
١٣٠) ما معادلة المستقيم الذي يوازي المستقيم $-2x+y=-4$ ، و يمر بالنقطة $(5,3)$: • $y=2x-7$ • $y=\frac{x}{2}-7$ • $y=2x+13$ • $y=\frac{x}{2}+13$	$-2x+y=-4 \Rightarrow m_1=\frac{-a}{b}=\frac{2}{1}=2$ M_2 يوازي M_1 $M_2=2$ $y-y_1=m(x-x_1)$ $y-3=2(x-5)$ $y=2x-7$	
١٣١)إذا ألقي حجر نرد مرتين مستقلتين ، فما احتمال أن يكون مجموع العددين يساوي 9 : • $1/6$ • $1/4$ • $1/9$ • $1/18$	فراغ العينة = 36 مجموع العددين 6+3 , 3+6 4+5 , 5+4 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$	
١٣٢) إذا كان المتوسط الحسابي للأعداد الطبيعية $1, x, x^2, x^3$ هو 10 ، فما قيمة x : • 1 • 2 • 3 • 4	$\frac{1+x+x^2+x^3}{4}=10$ $1+x+x^2+x^3=40$ $x+x^2+x^3=39$ بالتجريب $1+1+1=3$ × $2+4+8=14$ × $3+9+27=39$ √	
١٣٣) الحد الأوسط في مفكوك $(2x+\frac{y}{2})^4$: • $12x^2y^2$ • $6x^2y^2$ • $12xy^3$ • $12x^3y$	من القانون $(a+b)^n=\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$ نبحث على الحد الاوسط (حيث أن n=4) r=0 | r=1 | r=2 | r=3 | r=4 الحد الاوسط $\Rightarrow \binom{4}{2}(2x)^{4-2}\left(\frac{y}{2}\right)^2=\frac{4!}{2!\,(4-2)!}\,2^2\,x^2\frac{y^2}{2^2}$ $=\frac{4\times3\times2!}{(2)!\times2!}\,x^2y^2=6x^2y^2$	
١٣٤) يقف 5 طلاب في دائرة ، و يلعبون لعبة تمرير الكرة ، فإذا مرر كل طالب الكرة لكل زميل من زملائِه مرة واحدة فما مجموع التمريرات : • 5 • 4 • 12 • 20	نستخدم تباديل بدون تكرار والترتيب مهم $^5p_2=5\times4=20$ كل زميل مرر 4 تمريرات لزملائه .. مجموع عدد التمريرات 5×4=20	
١٣٥) المقدار $9\times3^3+2\times3^3$ يساوي : • 3^4 • 10×3^3 • 11×3^3 • 2×3^3	$3^3(9+2)=11\times3^3$ عامل مشترك	

السؤال	الحل	هامش
١٣٦) مجموعة حل المعادلة $x^4-1=0$ في R هي : • {1} • {-1} • {-1 , 1} • ∅	$(x^2-1)(x^2+1)=0$ $X^2-1=0$ or $x^2+1=0$ $X^2=1$ or $x^2=-1$ $X=\pm 1$	
١٣٧) إذا كانت $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 8\end{bmatrix}$ ، فإن A^2 • $\begin{bmatrix}1 & 4\\ 19 & 64\end{bmatrix}$ • $\begin{bmatrix}9 & 18\\ 36 & 72\end{bmatrix}$ • $\begin{bmatrix}5 & 20\\ 20 & 80\end{bmatrix}$ • $\begin{bmatrix}1 & 5\\ 4 & 9\end{bmatrix}$	$A^2=A\times A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 8\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 8\end{bmatrix}$ $=\begin{bmatrix}(1\times1)+(2\times4) & (1\times2)+(2\times8)\\ (4\times1)+(8\times4) & (4\times2)+(8\times8)\end{bmatrix}$ $=\begin{bmatrix}9 & 18\\ 36 & 64\end{bmatrix}$	
١٣٨) قيمة العدد المركب i^{43} : • -1 • 1 • $-i$ • i	$i^{43}=i^{40}i^3=1x\,i^3=-i$ ملاحظة: $i^1=i$ $i^2=-1$ $i^3=i^2x\,i=-i$	
١٣٩) احتمال اصابة الهدف لنوع من الصواريخ تساوي0.8 ، و تم اطلاق صاروخين على هدف معين . بفرض أن اصابة الصاروخ الأول مستقلة عن اصابة الصاروخ الثاني ، فما احتمال أن الهدف قد أصيب : • 0.96 • 0.92 • 0.84 • 0.8	$p(A)=0.8$ $p(B)=0.8$ $p(A)\cup p(B)=p(A)+p(B)-p(A)\cap p(B)$ $=0.8+0.8-(0.8\times0.8)$ $=1.6-0.64$ $=0.96$	
١٤٠) قيمة المقدار $1.\overline{33}$ هي : • 1/3 • 4/3 • 5/3 • 7/3	$x=1.\overline{33}$ $10\,x=13.\overline{33}$ $10\,x-x=13.\overline{33}-1.\overline{33}$ $9\,x=12$ $x=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$	

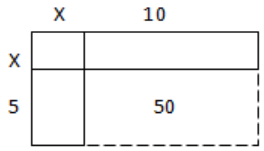
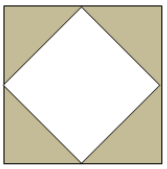
السؤال	الحل	هامش
١٤١) إذا كان $\frac{3x-4}{y+15}$ عدداً ثابتاً ، و قيمة $x=2$ ، فإذا كانت $y=3$ فما قيمة x عندما تكون $y=12$ • $5/3$ • $7/3$ • $8/3$ • $10/3$	اولا : نوجد قيمة الحد الثابت بالتعويض بقيم x=2 ,y=3 $\frac{3(2)-4}{(3)+15}=\frac{6-4}{18}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$ ثانيا: لإيجاد قيمة x عندما y=12 نعوض في المعادلة التالية: $\frac{3x-4}{12+15}=\frac{1}{9} \Rightarrow \frac{3x-4}{27}=\frac{1}{9} \Rightarrow 3x=\frac{27}{9}+4$ $\Rightarrow 3x=3+4 \Rightarrow x=\frac{7}{3}$	
١٤٢) $(-\sqrt{4})^2$ يساوي : • -4 • -2 • 2 • 4	$(-\sqrt{4})^2=(-1)^2(\sqrt{4})^2=2^2=4$	
١٤٣) إذا علمت أن 7 هو وسيط البيانات $3,11,2,13,x,1,3,8,9$ ، فما هي قيمة x : • $x=3$ • $x=6$ • $x=7$ • $x=8$	نرتب البيانات ترتيب تصاعدي : 1,2,3,3,7,8,9,11,13 ↓ الوسيط	
١٤٤) قيمة x في حل النظام التالي هي : $x+2y=13$ $2x+y=11$ • $x=1$ • $x=3$ • $x=-1$ • $x=-3$	بضرب 2- في المعادلة الثانية X +2y = 13 - 4x -2y = -22 -3x = -9 $x=\frac{-9}{-3}=3$	
١٤٥) إذا كانت $f(x)=x^2+3x+k$ ، و $k\neq 0$ ، و $f(k)=0$ ، فإن $f(1)$ تساوي : • $k-4$ • 4 • k • 0	$F(k)=0 \Rightarrow k^2+3k+k=0$ $k^2+4k=0$ $k(k+4)=0$ K=0 or k+4=0 ↙ مرفوض ↘ K=-4 $f(1)=x^2+3x-4=1+3-4=0=k$	

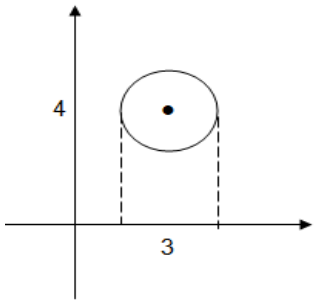
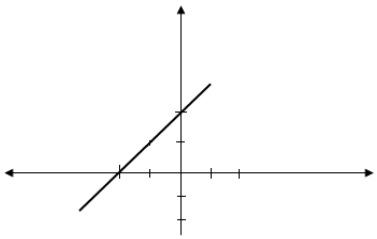
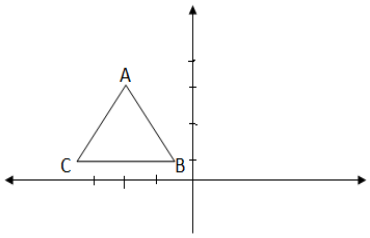
السؤال	الحل	هامش
١٤٦) إذا كان x عدداً حقيقياً ، فما العبارة المكافئة للعبارة $1\le\|x-2\|\le 7$: • $-5\le x\le 1$ أو $3\le x\le 9$ • $x=3$ أو $x=3$ • $1\le x\le 3$ • $-5\le x\le 9$	$1\le\|x-2\|\le 7=\begin{cases}\|x-2\|\le 7\\ \|x-2\|\ge 1\end{cases}$ عندما $\|x-2\|\le 7$ فإن مجموعة الحل هي: $\Rightarrow -7\le x-2\le 7\Rightarrow -5\le x\le 9$ عندما $\|x-2\|\ge 1$ فإن مجموعة الحل هي: $\Rightarrow x-2\ge 1 \quad or \quad x-2\le -1$ $\Rightarrow x\ge 3 \quad or \quad x\le 1$ يمكن كتابة مجموعة الحل على الصيغة: $[-5,1]\cup[3,9]$ و التي يمكن كتابتها على الشكل $-5\le x\le 1$ أو $3\le x\le 9$	
١٤٧) إذا أجرينا انسحاباً لمستقيم $y=x-1$ بمقدار 5 وحدات إلى اليمين ، فما معادلة المستقيم الجديد : • $y=x-5$ • $y=x+5$ • $y=x-6$ • $y=5x-1$	X= +5 Y+5 = x-1 Y= x-1-5 Y=x-6	
١٤٨) بكم طريقة يمكن لمدير مدرسة اختيار لجنة مكونة من 4 أعضاء من 10 معلمين : • 40 • 210 • 1260 • 5040	الترتيب غير مهم ، نستخدم التوافيق $\binom{10}{4}=\frac{10!}{4!\,(10-4)!}=\frac{10!}{4!\,6!}=210$	
١٤٩) حصل نواف على متوسط درجات 76% في ثلاثة اختبارات . ما أقل درجة يجب أن يحصل عليها في الاختبار الرابع فيكون تقديره B .(علماً بأن التقدير B يعني الحصول على 80% حد أدنى) • 96% • 94% • 92% • 84%	*الاختبار الأول : $\frac{x_1+x_2+x_3}{3}=76$ $x_1+x_2+x_3=76\times 3=228$ *الاختبار الثاني : $\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4}=80$ $x_1+x_2+x_3+x_4=80\times 4=320$ *الدرجة المطلوبة هي : 320-228=92%	
١٥٠) إذا كانت القيمة العددية لمساحة دائرة 5 أضعاف القيمة العددية لمحيطها ، فإن نصف قطر الدائرة يساوي : • 5 • 10 • 15 • 20	من المعطى نجد ان: $\pi r^2=5(2\pi r)$ $\Longrightarrow \pi r^2=10\pi r$ $\xrightarrow{\text{بالقسمة على}\ \pi r} r=10$	

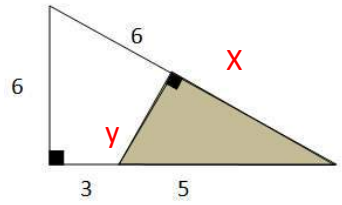
السؤال	الحل	هامش
١) إذا كان $\int_0^3 ax\,dx = 9$ فإن a تساوي : • 1 • 2 • 3 • 4	a عدد ثابت يخرج خارج اشارة التكامل $a\int_0^3 x\,dx = 9 \iff a\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^3 = 9$ $\frac{a}{2}(3^2-0) = 9 \iff \frac{9a}{2} = 9$ $a = 9 \div \frac{9}{2} = 9 \times \frac{2}{9} = 2$	
٢) 1 -2 +3 -4 +5 ..... -998 +999 -1000 +1001 = • -1001 • 501 • 500 • -501	1 -2 +3 -4 +5 -6+.....+999-1000 +1011 = (-1) + (-1) +(-1) + ...+(-1) + 1001 = - 500 + 1001 = 501	
٣) إذاكان باقي قسمة العدد n على 7 يساوي 3 ، فإن باقي قسمة العدد 8n على 7 يساوي : • 2 • 3 • 4 • 5	معطى $\frac{n}{7} = c + \frac{3}{7}$ $\frac{8n}{7} = 8(\frac{n}{7})$ ∵ $\therefore 8\left(\frac{n}{7}\right) = 8\left(c + \frac{3}{7}\right)$ $= 8c + \frac{24}{7} = 8c + 3 + \frac{3}{7}$ ∴ الباقي 3	
٤) أوجد قيمة $\sin\theta$:  	$sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ ∵ وطول الوتر =3 وطول الضلع المجاور للزاوية θ = 1 ∴ يجب ان نوجد طول الضلع المقابل باستخدام نظرية فيثاغورس حيث x هي الضلع المقابل $x^2 = 3^2 - 1^2$ $\Longrightarrow x^2 = 8 \xrightarrow{\text{لأن الطول موجب}} x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $\Longrightarrow sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	
٥) إذا علمت أن محيط الدائرة 44 ، فما هي مساحة الدائرة (إذا كان $\pi = \frac{22}{7}$) :	$2\pi r = 44 \Leftrightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$ $\Rightarrow r = \frac{44 \times 7}{22 \times 2} = 7$ مساحة الدائرة = πr^2 $= 7^2 \times \frac{22}{7}$ = 154	

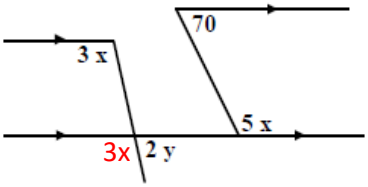
السؤال	الحل	هامش
٦) تقسم الدرجة الكلية في مادة الرياضيات الى قسمين : 60 درجة للأعمال الفصلية و 40 درجة للإختبار النهائي . اذا حصل احمد على 95% في الاعمال الفصلية ، فما الدرجة التي يجب أن يحصل عليها في الاختبار النهائي لكي يحصل على معدل 90% في المقرر ؟ • 31 • 32 • 33 • 34	العدد الممثل للنسبة 95% من $a = 60$ العدد الممثل للنسبة 90% من 100 (المجموع الكلي)=$(x+a)$ و نحل المعادلة لنوجد قيمة x و نكون قد حسبنا القيمة المطلوبة $a = 60 \times \frac{95}{100} = 57$ $57 + x = 100 \times \frac{90}{100}$ $\Longleftrightarrow x = 90 - 57 = 33$	
٧) زرع مزارع 540 نخلة وأثمر منها 420 نخله، فما نسبة الشجر المثمر ؟ • 25% • 50% • 75% • 100%	النسبة المئوية= $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 100 = \frac{420}{540} \times 100 = 77\%$ نأخذ أقرب قيمة لـ 77% و نعتبرها الاجابة	
٨) رميت قطعة نقدية 4 مرات، ما احتمال ان تظهر الصوره في 4مرات معاً ؟	احتمال الحدث = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{1}{2}$ (ظهور صورة عند رمي النقود مرة واحدة) احتمال الحدث = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ (ظهور صورة في كل مرة عند رمي النقود ٤ مرات)	
٩) بكم طريقة يمكن كتابة أحرف كلمة (خالد) ؟	كلمة خالد تتكون من ٤ احرف عدد التراتيب المختلفة لها هي $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$	
١٠)صندوق فيه 9 كرات ، إذا كان 4زرقاء و 5 حمراء ، سحبنا منها 2 معاً ، ما احتمال ان تكون كلها زرقاء ؟ • $\frac{1}{9}$ • $\frac{1}{6}$ • $\frac{4}{9}$ • $\frac{6}{9}$	احتمال حدثين A و B معا يساوي حاصل ضرب احتمال الحدث الاول P(A) في احتمال الحدث الثاني P(B) ∵ السحب سيكون بدون احلال ∴ فراغ العينة للحدث B سيقل بواحد عن فراغ العينة الحدث A و كذلك عدد الكرات الزرقاء في الحدث B سيقل بواحد عدد الكرات الزرقاء في الحدث A $\Longrightarrow P(A \cap B) = P(A).P(B)$ $= \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{6}$	

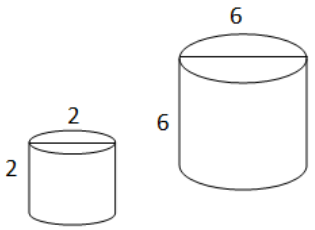
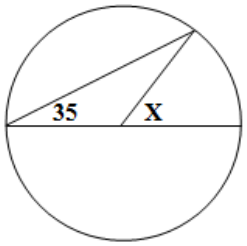
السؤال	الحل	هامش
١١)إذا كان المتوسط الحسابي للعددين (2x+7) ، (3-2x) يساوي y فإن 5y يساوي : • 30 • 25 • 20 • 15	المتوسط الحسابي للعددين $\frac{3-2x+2x+7}{2} = y$ $\xrightarrow{\text{بالتبسيط}} y = \frac{3+7}{2} = 5$ $\Longrightarrow 5y = 25$	
١٢)إذا كان $f(x) = \sqrt{x+1}$ ، $g(x) = \frac{1}{x+1}$ فإن $[\frac{f}{g}](3)$ تساوي : • $\frac{1}{2}$ • 1 • 2 • 8	$[\frac{f}{g}](x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\frac{1}{1+x}} = (1+x)\sqrt{x+1}$ $[\frac{f}{g}](3) = (1+3)\sqrt{3+1} = 4\sqrt{4} = 4 \times 2 = 8$	
١٣)إذا كان $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ، فإن A^2 :	$A^2 = A.A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} (1\times1)+(2\times2) & (1\times2)+(2\times4) \\ (2\times1)+(4\times2) & (2\times2)+(4\times4) \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{bmatrix}$	
١٤)أي الاعداد التاليه لا تمثل اضلاع مثلث : • 1,2,3 • 3,4,5 • 5,6,7 • 7,8,9	∵ مجموع أي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث و لنسهل البحث عن الاجابة نكتفي بجمع أصغر العددين ونقارن المجموع بالعدد الثالث 3=2+1 : لا يمثل مثلث ✓ 5<4+3 : يمثل مثلث × 7<6+5 : يمثل مثلث × 9<8+7 : يمثل مثلث ×	
١٥) $\ln \frac{e^a}{e^b}$ تساوي : • ln (a-b) • a-b	∵ $\ln \frac{e^a}{e^b} = \ln e^{a-b}$ ∵ $\ln e^x = x$ $\Longrightarrow \ln \frac{e^a}{e^b} = \ln e^{a-b} = a-b$	

السؤال	الحل	هامش
١٦) بكم طريقة يمكن كتابة عدد فردي مكون من خانتين من الأرقام {1,2,3,4,5,6} ؟	∵ العدد فردي ∴ منزلة الآحاد يجب ان يحتلها عدد فردي بينما منزلة العشرات يمكن ان يحتلها أي عدد وعلى ذلك فإن عدد الطرق التي يمكن كتابة عدد فردي مكون من خانتين من الارقام [1,2,3,4,5,6] 6 x 3 = 18طريقة	
١٧) $e^{-5x}e^{x}=e^{2}$ ، فإن x تساوي : • 2 • -2 • $\frac{1}{2}$ • $\frac{-1}{2}$	لأن الاساس واحد نجمع الاسس في حالة الضرب $e^{-5x}.e^{x}=e^{2}$ $e^{-5x+x}=e^{2}$ $\Longrightarrow -5x+x=2 \Longrightarrow -4x=2$ $\Longrightarrow x=\frac{2}{-4}=\frac{-1}{2}$	
١٨)  الشكل السابق يمثل : • العلاقه بين المربع والمستطيل • معادلة من الدرجة الثانية • معادلة من الدرجة الأولى • مساحة المربع	مساحة الشكل المعطى : (x+10) . (x+5) $= x^2+15x+50$ وهي معادلة من الدرجة الثانية	
١٩) إذا كان $\int_1^6 f(x)dx=2$ ، $\int_3^6 f(x)dx=5$ ، فإن $\int_1^3 2f(x)$ يساوي :	من خواص التكامل $\int_a^c f(x)dx=\int_a^b f(x)dx+\int_b^c f(x)dx$ $\therefore \int_1^3 2f(x) = 2\int_1^3 f(x)$ $= 2\left(\int_1^6 f(x)dx - \int_3^6 f(x)dx\right)$ $= 2(2-5) = 2(-3) = -6$	
٢٠)  رسم مربع داخل المربع الكبير بحيث تكون رؤوسه في منتصف اضلاع المربع الكبير ، اذا وضعنا نقطه عشوائيه فما احتمال ان تكون في الجزء المظلل : • 0.25 • 0.5 • 0.125 • 0.75	∵ احتمال ان تقع نقطة في الجزء المظلل = $\frac{\text{مساحة الجزء المظلل}}{\text{مساحة المربع الخارجي}}$ ∵ أي رأس من رؤوس المربع الداخلي يقسم ضلع المربع الخارجي بنسبة 1 : 1 ∴ باستخدام نظرية فيثاغورس يمكن لنا ايجاد طول ضلع المربع الداخلي و من ثم ايجاد مساحته بفرض ان ضلع المربع الخارجي= x $\Longrightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2=2\frac{x^2}{4}$ $\xrightarrow{\text{بأخذ الجذر الموجب}}$ ضلع طول المربع الداخلي $=\frac{1}{\sqrt{2}}x$ مساحة المربع الداخلي = $\frac{x^2}{2}$ مساحة المنطقة المظللة = مساحة المربع الخارجي – مساحة المربع الداخلي $= x^2 - \frac{x^2}{2} = \frac{x^2}{2}$ ∴ احتمال ان تقع نقطة في الجزء المظلل = $\frac{\frac{x^2}{2}}{x^2}=\frac{1}{2}$	

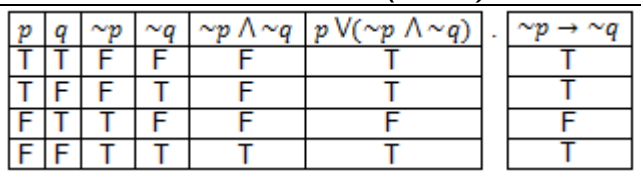
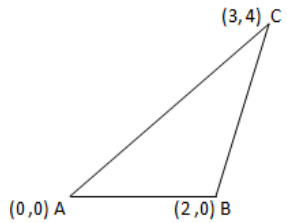
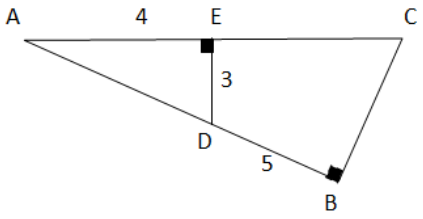
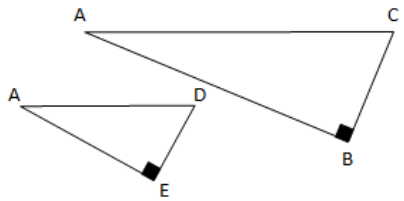
السؤال	الحل	هامش
(٢١  معادلة الدائرة هي : • $x^2 + y^2 - 3x - 4y = 1$ • $x^2 + y^2 + 3x - 4y = 1$ • $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 1$ • $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$	∵ معادلة الدائرة التي مركزها (h ، k) هي $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ ومن الرسم h=3 و k=4 $\Rightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$	
(٢٢  الرسم يمثل المعادلة : • y = x + 2 • y = -x + 2 • y = x^2 + 2 • y = x – 2	من الرسم واضح ان الحل هومعادلة من الدرجة الاولى حيث أنها تمثل هندسيا بخط مستقيم . و لإيجاد المعادلة نعوض في التالي : $y - y_1 = m(x - x_1)$ حيث $(x_1, y_1) = (0, 2)$ $(x_2, y_2) = (-2, 0)$ نقطتان تقعان على الخط المستقيم $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{2-0}{0-(-2)} = \frac{2}{2} = 1$ $\Longrightarrow y - 2 = 1(x - o) \Rightarrow y - 2 = x$ $\Rightarrow y = x + 2$	
(٢٣  انعكاس النقطة A حول محور السينات : • (2,3) • (-2,3) • (2,-3) • (-2,-3)	بشكل عام : صورة (x, y) بالانعكاس حول محور السينات هي $(x, -y)$ و حيث ان النقطة A=$(-2, 3)$ $\xrightarrow{\text{انعكاس } A} (-2, -3)$	
٢٤)مضلع يتكون من 20 ضلع و رتبة أحد رؤوسه 5 ، فكم رأس له ؟ • 4 • 5 • 6 • 8	ضعف عدد الاضلاع = مجموع رُتب الرؤوس $5 \times 8 = 20 \times 2$ $40 = 40$ عدد الرؤوس 8	

السؤال	الحل	هامش
٢٥) أوجد مساحة المنطقة المظلله :  	لايجاد المساحة المظللة يجب ان نوجد اطوال اضلاع المثلث القائم الداخلي و نرمز للضلع الواقع على وتر المثلث الخارجي بـ x و الضلع الآخر بـ y لإيجاد طول x نوجد طول وتر المثلث الخارجي باستخدام نظرية فيثاغورس $\Rightarrow (AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2$ $= 36 + 64 = 100$ $\Rightarrow X = 10 - 6 = 4$ و لإيجاد طول y نطبق نظرية فيثاغورس للمثلث الداخلي $\Rightarrow y^2 = 5^2 - 4^2$ $\Rightarrow$ مساحة المثلث الداخلي $= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$	
٢٦) إذا كان $f(x) = \frac{7}{2}\sqrt[3]{x^5}$ أوجد $f'(x)$: • $\frac{21}{10x^{\frac{2}{5}}}$ • $\frac{35x^{45}}{10}$ • $\frac{35}{6x^{\frac{2}{3}}}$ • $\frac{35x^{\frac{2}{3}}}{6}$	$f(x) = \frac{7}{2}\, x^{\frac{5}{3}}$ $\therefore f`(x) = \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{3}\, x^{\frac{5}{3}-1}$ $= \frac{35}{6}\, x^{\frac{2}{3}}$	
٢٧) $4 + 8 \div 2 \times 4 =$	ترتيب اسبقية العمليات الحسابية بالطريقة التاليه : من اليسار الى اليمين ١. العمليات داخل الاقواس ٢. الضرب والقسمه ٣. الجمع والطرح $\therefore 4 + 8 \div 2 \times 4$ $= 4 + 4 \times 4$ $= 4 + 16 = 20$	
٢٨) إذا كان $x>0$ فإن العددين المتساويين في المجموعة : $\left(\sqrt{(x+1)^2}\right.$ ، $\sqrt{(x-1)^2}$ ، $\sqrt{x^2+1}$ ، $\sqrt{x^2+1}$ ، $\left.\sqrt{x^2}+1\right)$ • $\sqrt{x^2+1}$, $\sqrt{x^2}+1$ • $\sqrt{(x-1)^2}$, $\sqrt{x^2}+1$ • $\sqrt{(x+1)^2}$, $\sqrt{x^2}+1$ • $\sqrt{(x-1)^2}$, $\sqrt{(x+1)^2}$	التربيع يلغي الجذر : $\sqrt{(x+1)^2} = x+1$ $\sqrt{(x-1)^2} = x-1$ $\sqrt{x^2} + 1 = x+1$	

السؤال	الحل	هامش
٢٩) $(7+i)(7-i) =$	$(7+i)(7-i) = 49 - 7i + 7i - i^2$ $= 49 + 1 = 50$ ملاحظه $i^2 = -1$	
٣٠) قيمة $x + y$:  	زاويتان متحالفتان مجموع قياسهما 180° 70+5x=180 5x=110 → x = 22 بما ان لدينا زاويتان متناظرتان ، ينتج لنا زاويتان متجاورتان مجموع قياسهما 180° : 3x + 2y = 180 66 + 2y = 180 2y = 114 y = 57° $\therefore x + y = 22 + 57 = 79$	
٣١)إذا كان $f(x) = \tan x$ ، $g(x) =$ $\sqrt{x}$ فإن $fog(x)$ يساوي : • $\sqrt{\tan x}$ • $x \tan x$ • $\tan \sqrt{x}$	$= f(g(x))fog(x)$ $= f(\sqrt{x}) = \tan \sqrt{x}$	
٣٢) اذا كانت النقطة (0,4) تقع على محيط الدائرة ومركز الدائرة (3,0) ، فان نصف قطر الدائرة :	نصف قطر الدائرة = المسافة بين النقطه ومركز الدائرة $= \sqrt{(3-0)^2 + (0-4)^2}$ $= \sqrt{25} = 5 = \sqrt{9+16}$	
٣٣) اذا كان الحد الثاني من متتابعة هندسية يساوي 6- وحدها الخامس 162 فأن الحد العام لهذه المتتابعه يساوي : • $a_n = 2(-3)^{n-1}$ • $a_n = 2(3)^{n-1}$ • $a_n = 3(-2)^{n-1}$ • $a_n = 3(2)^{n-1}$	المتتابعه الهندسية بالصورة $a_n = a_1 r^{n-1}$ $\frac{a_5}{a_2} = \frac{a_1 r^{5-1}}{a_1 r^{2-1}}$ $\frac{162}{-6} = \frac{a_1 r^4}{a_1 r} \rightarrow -27 = r^3 \rightarrow -3 = r$ الحد العام $a_n = 2(-3)^{n-1}$	
٣٤) $\frac{(\sqrt{-1})(\sqrt{-1})^2(\sqrt{(-1)^2})(\sqrt{-6})(\sqrt{2})}{\sqrt{3}}$ • 2 • -2 • $2i$ • $-2i$	$\frac{i \times -1 \times 1 \times \sqrt{-1 \times 3 \times 2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ $= \frac{-i \times \sqrt{-1} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ $= -i \times i \times 2$ $= -i^2 \times 2 = -(-1) \times 2 = 2$	

السؤال	الحل	هامش
٣٥) $= \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}}$	$= \frac{\frac{2}{4}+\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{3}{4} \div \frac{1}{8}$ $= \frac{3}{4} \times \frac{8}{1} = 6$	
٣٦) كم إسطوانة صغيره نحتاج لتمتلئ الأسطوانة الكبيره :  	مساحة الأسطوانة = مساحة القاعدة xالارتفاع مساحة الأسطوانة الكبيرة : $6x\Pi(3)^2 \Rightarrow 54\Pi$ مساحة الأسطوانة الصغيرة : $2x\Pi(1)^2 \Rightarrow 2\Pi$ نحتاج إلى : $\frac{54\Pi}{2\Pi} = 27$	
٣٧)بكم طريقة يستطيع 7 اشخاص الجلوس على طاولة دائرية : • 7! • 6! • 7x6	(n-1)! = (7-1)!=6!	
٣٨) مجموعة حل المعادلة : $\sqrt{4x+1} = \sqrt{2x+2}$ في مجموعة الأعداد الحقيقية تساوي : • $\{\frac{-1}{2}\}$ • $\{\frac{-1}{4}\}$ • $\{\frac{1}{4}\}$ • $\{\frac{1}{2}\}$	$4x+1 = 2x+2$ $4x-2x = 2-1$ $2x = 1$ $x = \frac{1}{2}$	
٣٩)أوجد قياس x :  	الزاوية المركزية = ضعف الزاوية المحيطية $x = 2 \times 35 = 70°$	

السؤال	الحل	هامش
٤٠)مجال الداله $f(x)=\sqrt{x-4}$ هو • $[4,\infty)$ • $[-4,4]$ • $(-\infty,4]$ • $[-4,\infty)$	لابد ماتحت الجذر يكون≤ 0 $x-4 \geq 0$ $x \geq 4$ $\therefore x \in [4,\infty)$	
٤١)إذا كانت $y=(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{x})$ فإن y ' تساوي : • - 1 • 1 • $\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}+1\right)\left(1-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ • $\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}+1\right)+\left(1-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$	$y=\sqrt{x}-x+1-\sqrt{x}$ $=-x+1$ $y'=-1$	
٤٢) اذا كانت $f(x)=$ $\begin{cases}\frac{x^2-1}{x+1} & ,x\neq -1\\ a & ,x=-1\end{cases}$ ، ماهي قيمة a التي تجعل الداله f متصله : • -1 • 2 • 1 • -2	تكون الدالة f متصلة $\lim_{x\to -1} f(x)=f(-1)$ $\lim_{x\to -1}\frac{x^2-1}{x+1}=\frac{2x}{1}$ $\lim_{x\to -1} 2x=2(-1)=-2$ $\therefore f(-1)=-2$	
٤٣) مركز الدائرة التي معادلتها x^2+ $y^2+4x-6y-23=0$: • (-2,3) • (2,-3) • (3,-2) • (-3,2)	إذا كانت معادلة الدائرة $x^2+y^2+ax+bx+c=0$ فإن مركز الدائرة $\left(\frac{-a}{2},\frac{-b}{2}\right)$ المركز $=\left(\frac{-4}{2},\frac{6}{2}\right)$ $=(-2,3)$	
٤٤) اذا كان متوسط درجات اربع طلاب يساوي 12 ، اذا حذفنا اعلى درجة يصبح المتوسط 11 فما قيمة اعلى درجه ؟	$\frac{X}{4}=12 \rightarrow X=48$ $\frac{48-Y}{3}=11 \rightarrow 48-Y=33$ $Y=48-33=15$	
٤٥)قيم x التي تجعل محدد المصفوفه $\begin{bmatrix}x & 5 & 7\\ 0 & 1+x & 6\\ 0 & 0 & \frac{2x-1}{3}\end{bmatrix}$ يساوي صفراً : • $0,1,\frac{1}{2}$ • $0,-1,\frac{-1}{2}$ • $0,-1,\frac{1}{2}$ • $0,1,\frac{-1}{2}$	هي القيم التي تعطيني القطر (صفر) • $x=0$ • $1+x=0 \rightarrow x=-1$ • $\frac{2x-1}{3}=0 \rightarrow 2x-1=0$ $\rightarrow 2x=1$ $\rightarrow x=\frac{1}{2}$	

السؤال	الحل	هامش
٤٦)أوجد مجموعة حل المتباينه $\frac{2}{x^2+2x-3} < 0$	نضرب الطرفين في مربع المقام : $(x^2+2x-3)^2 \times \frac{2}{x^2+2x-3} < 0 \times (x^2+2x-3)^2$ $2(x^2+2x-3) < 0$ $2(x-1)(x+3) < 0$ $x = 1 \; or \; x = -3$ + مع -3 - ضد 1 + مع إشارة x^2 إشارة x^2 إشارة x^2 نختار الفتره السالبه لانه أقل من صفر مجموعة الحل (1 , -3)	
٤٧)$p \vee (\sim p \wedge \sim q))$ • صائبة دائما • $\sim p \rightarrow \sim q$ • مكافئ	 p q $\sim p$ $\sim q$ $\sim p \wedge \sim q$ $p \vee (\sim p \wedge \sim q)$ $\sim p \rightarrow \sim q$ T T F F F T T T F F T F T T F T T F F F F F F T T T T T	
٤٨)  في الشكل أعلاه، طول $\overline{AC}$ يساوي : • 5 • 7 • 16 • 25	البعد بين التقطتين $\overline{AC} = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2}$ $= \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$	
٤٩)أوجد قيمة $\lim_{x \to \infty} \frac{x^4+3}{x^3-2}$	نلاحظ ان درجة البسط اكبر من درجة المقام $= \infty \lim_{x \to \infty} \frac{x^4+3}{x^3-2}$	
٥٠)  (الرسم ليس على المقياس) أوجد طول $\overline{BC}$: • 4 • 5 • 6 • 7	المثلثان متناسبان : لان قياس زاويتان من المثلث الاول تساوي قياس زاويتان من المثلث الاخر  $\overline{AD} = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5$ $\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{ED}}{\overline{BC}}$ $\frac{4}{10} = \frac{3}{\overline{BC}}$ $\overline{BC} = \frac{30}{4} = 7.5$	

السؤال	الحل	هامش
٥١)أي من الآتي لا يعد من عناصر المعرفه الرياضيه : • المفاهيم • التعاميم • العمليات • المهارات		
٥٢)تحديد الاستيراتيجية المناسبة للحل تقع في اي مرحله عند العالم بوليا : • فهم المسأله • وضع الخطة • تنفيذ الخطة • التحقق من الحل		
٥٣) اذا نجح سعد في اختباراته فسيسافر مع زملائه ، إذا سافر مع زملائه فسيذهب الى ابها ، هذه العباره توافق العباره الشرطية : • اذا سافر سعد ، فإنه نجح في اختباراته • اذا ذهب سعد الى ابها ، فسيذهب مع زملائه • اذا نجح سعد في اختباراته ، فسيذهب الى ابها • اذا ذهب سعد الى ابها ، فإنه نجح في اختباراته		
٥٤)عدد أرجل الخراف والطيور معاً هي 64، فكم خروف وكم طائر ؟ الاستراتيجية التي تستخدم لحل هذه المسألة هي : • الرسم • التخمين والتحقق • النمط • الاستنتاج الرياضي		
٥٥)أي مما يلي لايعد من طرق البرهان الرياضي : • الاستدلال الرياضي • الاستقراء الرياضي • المثال المضاد • نقض الفرض		
٥٦) اذا قام المعلم بإعطاء طلابه عدداً من المثلثات ، وطلب منهم قياس زواياها، ثم جمع القياسات لكل مثلث ، وبعد ذلك اخبرهم ان "مجموع زوايا المثلث يساوي 180" فما طريقة التدريس التي طبقها المعلم ؟ • التركيبية • التحليلية • الاستقرائيه • الاستنتاجية		
٥٧)الخطوة الأولى في حل المسألة عن جورج بوليا : • الحل • الفهم • التحقق • التخطيط		
٥٨)قدرة الطالب على شرح مفهوم بإسلوبه الخاص يعتبر من أساليب : • الاستنتاج الرياضي • الترابط الرياضي • التمثيل الرياضي • التواصل الرياضي		

إنتهت ..

استثنائي 1438

اختبار كفايات رياضيات

السؤال	الإجابة
(1) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} =$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$ $\left(\frac{3}{1}\right)^{2} \times \sqrt{\frac{4}{9}} = 9 \times \frac{2}{3} = 6$
(2) أيهما أكبر $\frac{10}{11}$ ، $\frac{9}{10}$ ، $\frac{8}{9}$ ، $\frac{7}{8}$	١ : الكسور المقارن بين بسط ومقام واحد ومتتالية فإن صاحب البسط والمقام الأكبر هو الأكبر ⇐ $\frac{10}{11}$ ٢ عكس نقارن بين كل كسرين على حدى $\frac{10}{11} \times \frac{8}{9}$: $90 > 88$ ، $\frac{10}{11} \times \frac{9}{10}$: $100 > 99$ ، $\frac{8}{9} \times \frac{7}{8}$: $64 > 63$
(3) رجل طوله 2 m وطول ظله $\frac{1}{2}$ m إذا كان طول ظل الجدار 4 m فكم طول الجدار ؟	$\frac{\text{طول الرجل}}{\text{طول ظله}} = \frac{\text{طول الجدار}}{\text{طول ظله}}$ $\frac{x}{4} = \frac{4}{1} \Leftarrow \frac{x}{4} = \frac{2}{\frac{1}{2}}$ $\therefore x = 16$
(4) $\frac{2i - i}{i} =$ 1 * -1 * 0 * 2 *	ملاحظة : إذا وُجد كسر مقامه وحدة تخيلية يجب التخلص منه $\frac{2i - i}{i} \times \frac{i}{i} = \frac{2i^2 - i^2}{i^2}$ $= \frac{-2+1}{-1} = \frac{-1}{-1} = 1$
(5) العدد الذى يقبل القسمة على 3 , 4 , 9	ملاحظة : فى مثل هذه الأسئلة نوجد دائماً المضاعف المشترك الأصغر $9 = 3^2$ $4 = 2^2$ $3 = 3^1$ $3^2 \times 2^2 = 9 \times 4 = 36$

Scanned by CamScanner

اختبار كفايات رياضيات

السؤال	الإجابة
(6) $\sqrt{2^4+2^6} =$	نأخذ عامل مشترك بأصغر أس 2^4 $\sqrt{2^4(1+2^2)} = \sqrt{(16)(5)} = 4\sqrt{5}$
(7) $\frac{x^2y^2-1}{(xy-1)^2} =$	البسط عبارة عن فرق بين مربعين $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ $\frac{(xy-1)(xy+1)}{(xy-1)(xy-1)} = \frac{xy+1}{xy-1}$
(8) قيمة a التى $\begin{bmatrix} -2 & 6 \\ a & 4 \end{bmatrix}$ غير قابلة للإنعكاس * $\frac{4}{3}$ * 2 * $-\frac{1}{2}$ * $-\frac{4}{3}$	غير قابلة للانعكاس (ليس لها نظير ضربي) بمعنى آخر لديها ناتج المحددة بالصفر $\begin{vmatrix} -2 & 6 \\ a & 4 \end{vmatrix} \Rightarrow (-2\times4)-(a\times6)=0$ $-8-6a=0 \Rightarrow -8=6a$ $\therefore a=\frac{-8}{6}=\frac{-4}{3}$
(9) أوجد المنوال للقيم 8 , 2 , 3 , 7 , 2 , 2	المنوال هو القيمة الأكثر تكراراً $\therefore$ المنوال = 2
(10) أوجد الوسيط للأعداد إذا كان $x > 2$ $2x+3$, $3x$, x , $2x+2$	نرتب أولاً إما تصاعدياً أو تنازلياً $3x$ ، $2x+3$ ، $2x+2$ ، x ∵ عدد القيم زوجي نجمع قيمتين المتوسطتين ونقسم على 2 $\frac{2x+2+2x+3}{2} = 2x+\frac{5}{2}$

Scanned by CamScanner

اختبار كفايات رياضيات

السؤال	الإجابة
(11) المتوسط الحسابى للأعداد : 11 , 12 , 13 , 14 , 15 , 16	* إذا كانت القيم متتابعة فإن المتوسط = (أصغر قيمة + أكبر قيمة) / 2 = (16+11)/2 = 27/2 = 13.5
(12) اعتبر الدالة : $f(x) = \sqrt{\frac{1}{4}x + 1}$, $g(x) = 4x^2 + 3$ فأوجد $g \circ f(x)$	$g \circ f(x) = g[f(x)] = g(\sqrt{\frac{1}{4}x+1})$ ما جوة الجذر تربيع وتضرب فى 4 وتضاف له 3 $4(\sqrt{\frac{1}{4}x+1})^2 + 3 =$ $4(\frac{1}{4}x+1)+3 = x+4+3 = x+7$
(13) حل المتباينة التالية : $\lvert 2x - 3 \rvert \leq 1$	$\lvert x \rvert \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$ $-1 \leq 2x-3 \leq 1$ $2 \leq 2x \leq 4$ $1 \leq x \leq 2$ $\therefore x \in [1,2]$
(14) $\lim_{X \to 0} \frac{e^x - 1}{1}$	* بالتعويض المباشر عند $x = 0$ $\lim_{x \to 0} \frac{e^0 - 1}{1} = \frac{1-1}{1} = \frac{0}{1} = 0$
(15) $\lim_{X \to 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$	* بالتعويض المباشر عند $x = 1$ $\lim_{x \to 1} \frac{(1)^2 + (1) - 2}{1-1} = \frac{0}{0}$ عكس بالتحليل وإيد هتصغر وبالتعويض أو بقاعدة لوبيتال (نشتق البسط والمقام) $\lim_{x \to 1} \frac{2x+1}{1} = \frac{2(1)+1}{1} = 3$

Scanned by CamScanner

السؤال	الإجابة
(16) $\lim_{x \to 2} \frac{\lvert x-2 \rvert}{x-2}$	نوجد صفر المقدار $x-2=0 \Rightarrow x=2$ $-\infty$ — 2 — ∞ البسط: $-x+2$ | $x-2$ المقام: $x-2$ | $x-2$ -1 | 1 النهاية اليمنى $=1$ ، النهاية اليسرى $=-1$ $\therefore$ النهايتان لا تتساويان $\therefore$ لا توجد نهاية
(17) أوجد مجموعة حل المعادلة $\sqrt{x^4+1} = \sqrt{2x}$ * 1 * -1 * ± 1 * غير ذلك	نأخذ تربيع الطرفين (ملاحظة: طرفين فقط) $x^4+1=2x$ $x^4-2x+1=0$ $(x^2-1)(x^2-1)=0$ $(x^2-1)^2=0 \Rightarrow x^2-1=0$ $\Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$ (-1 مرفوض لأنه لا يحقق المعادلة) $\therefore x=1$
(18) $\int (x-1)^2 dx =$ * $\frac{1}{x-2}+C$ * $2(x-2)^3+C$ * $\frac{(x-2)^3}{3}+C$ * x^2-x+C	$\int (x-1)^2 dx$ $\Rightarrow \frac{(x-1)^3}{3}+C$
(19) إذا كانت العبارة الشرطية $A \longrightarrow \sim B$ فإن * $\sim A \longrightarrow B$ * $\sim A \longleftrightarrow B$	لو عملنا جداول نجد $A \to \sim B \equiv \sim A \to B$ وعلى وجه العموم $A \to \sim B \equiv \sim A \to B$

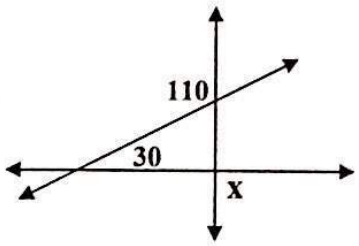
Scanned by CamScanner

اختبار كفايات رياضيات

السؤال	الإجابة
(20) أى التقارير التالية صائبة * $A \longrightarrow \sim B$ * B A A * $B \longrightarrow \sim A$ * $\sim B \longleftrightarrow B$	هذا السؤال يعتمد على قيم A, B وهنا ليست معطاة فإذا كانت A و B كلاهما صائبة فأي خيار الثاني يكون صحيح.
(21) مجموعة حل المعادلة : $3x^2 - 7x + 2 = 0$	توجد ٢ طرق [١] بالتحليل [٢] باستخدام المميزات والتعويض فالمعادلة $(3x - 1)(x - 2) = 0$ $-6x$ $-x$ $x = 1/3$ OR $x = 2$
(22) جدول الصواب الآتى يُمثل : * B A A * $A \rightarrow B$ * $B \rightarrow A$ * $A \leftrightarrow B$	* الرابط (∧) صائب في حالة واحدة إذا كانت الأولى والثانية كلاهما صائبة T,T,T * الرابط (∨) خاطئ في حالة واحدة إذا كانت الأولى والثانية كلاهما خاطئة F, F, F * الرابط ($\rightarrow$) إذا كان طرفاه خاطئين في حالة واحدة فقط إذا كانت الأولى T والثانية F * الرابط ($\leftrightarrow$) إذا وفقط إذا يكون صائب إذا كانت العبارات متشابهة (إما خاطئة معاً أو صائبة معاً) كلا تعطيني صواب.
(23) إذا كان : $X = 2$ حلاً للمعادلة $x^2 - 3x + d = 0$ فإن الحل الآخر هو : * 1 * -2 * 2 * -5	$\because x = 2$ حلة للمعادلة إذاً يحققها نعوض عن $x = 2$ فالمعادلة $(2)^2 - 3(2) + d = 0 \Rightarrow 4 - 6 + d = 0$ $\Rightarrow d = 2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$ نوجد الآن الحل الآخر (الحذر - الآخر) $(x - 1)(x - 2) = 0$ $x = 1$ OR ~~$x = 2$~~ (معطى)

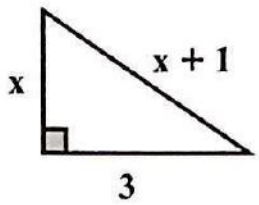
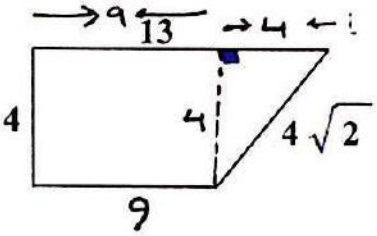
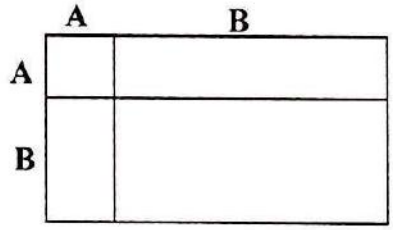
Scanned by CamScanner

اختبار كفايات رياضيات

السؤال	الإجابة
(24) متجه نقطة بدايته (0, 0) ونقطة نهايته (1, 1)، المتجه الذى يساويه هو الذى نقطة بدايته * (1, 1) ونقطة نهايته (0, 0) * (1, 1) ونقطة نهايته (3 , 3) * (1, 1) ونقطة نهايته (1 , 0) * (1 , 0) ونقطة نهايته (2 , 1)	$\overrightarrow{AB} = B - A$ (النهاية - البداية) $(1,1) - (0,0) = (1-0, 1-0) = (1,1)$ نبحث في الأرباع الكربية المعطاه عن الزوج الذي يطرح ناتجه بعد الطرح = (1,1) فنجده في الخيار الأخير لأن: $(2,1) - (1,0) = (2-1, 1-0)$ $= (1,1)$
(25) إذا أجرينا انسحابا لمستقيم معادلته $y = x -$ بمقدار 5 وحدات للأعلى ، فما معادلة المستقيم الجديد $y = x - 6$ $y = x + 4$ $y = 5x - 1$	معادلة المستقيم الأصلية $y = x - 1$ $y = x - 1 + 5$ $y = x + 4$
(26) أوجد قياس الزاوية x  * 60 * 70 * 80 * 90	حل رقم [1] بمعلومية الزاوية المجاورة 110° وتساوي مجموع الزاويتين ما عدا المجاورة لها $110° = 30° + 80°$ والزاوية 80° تقابل الزاوية x بالرأس ∴ تساوي $x = 80°$ حل رقم [2] الزاوية المكملة لـ 110° هي 70° ∴ $180° - (30° + 70°) = 80°$ وبما أن الزاوية x تقابل الزاوية 80° بالرأس ∴ متطابقتان $x = 80°$

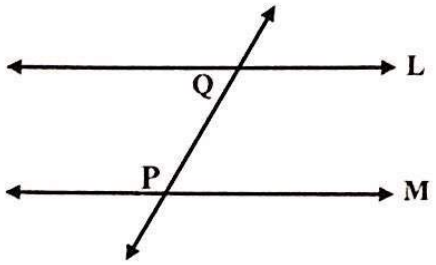
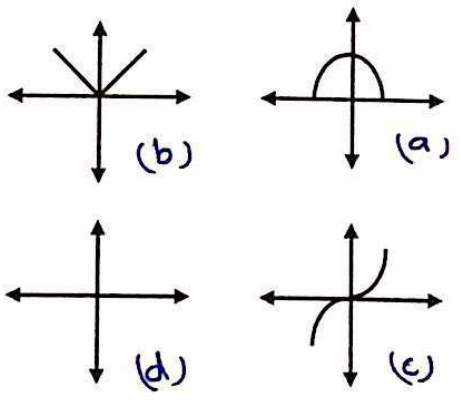
Scanned by CamScanner

اختبار كفايات رياضيات

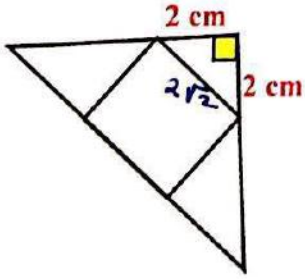
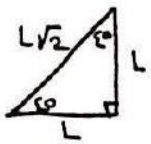
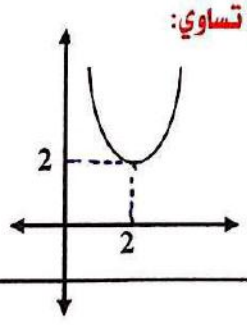
السؤال	الإجابة
(27) أوجد محيط المثلث كقيمة عددية 	بتطبيق نظرية فيثاغورس نجد أن $(x+1)^2 = (x)^2 + (3)^2$ $x^2 + 2x + 1 = x^2 + 9$ $2x = 8 \Rightarrow x = 4$ ∴ المحيط يساوي $3+4+5 = 12$
(28) إذا كان الشكل أدناه مساحة غرفة ، فكم متر نحتاج لفرشها بالسجاد : 	حل [1] عن طريق مساحة شبه المنحرف مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع × $\frac{1}{2}$ $= 4 \times (13+9) \times \frac{1}{2}$ $= 44$ م^2 حل [2] عن طريق تقسيم الشكل إلى مربع ومثلث مساحة المستطيل $= 4 \times 9 = 36$ م^2 مساحة المثلث $= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ م^2 مساحة الشكل كاملاً $= 8 + 36$ $= 44$ م^2
(29) الشكل المقابل يمثل  * نظرية فيثاغورس * فرق بين مربعين * مربع كامل * مجموع مربعين	مربع كامل $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Scanned by CamScanner

اختبار كفايات رياضيات

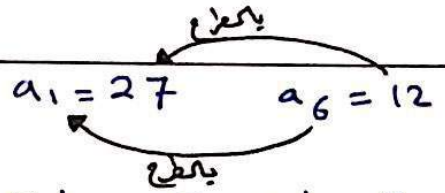
السؤال	الإجابة
(30) فى الشكل أدناه المستقيمان L , M متوازيان ، إذا كان : $p = 4x + 5$ ، $m < Q =$ ، $2x - 11$ ، فما قياس الزاوية p ؟ 	متحالفة $m<P + m<Q = 180^\circ$ $4x + 5 + 2x - 11 = 180^\circ$ $6x - 6 = 180^\circ \Rightarrow x = \frac{186}{6} = 31^\circ$ $m<P = 4x + 5$ $m<P = 4(31) + 5 = 129^\circ$
(31) كم سنتيمتر لكل 0.00064 Km	$64 = \frac{64}{100000} \times 1000 \text{ متر} \times 100 \text{ سم}$
(32) ميل المستقيم : $2y - x = 0$ * 1 * -1 * $\frac{1}{2}$ * $-\frac{1}{2}$	* مباشرة $\frac{\text{معامل } x}{\text{معامل } y} = \frac{-(-1)}{2} = \frac{1}{2}$ * أو بوضعها على الصورة $y = mx + b$ ← الميل $2y = x \Rightarrow y = \frac{1}{2}x$ الميل معامل x $\therefore m = \frac{1}{2}$
(33) أى الأشكال التالية يمثل دالة زوجية 	هذا السؤال ليس دقيقا لأنه أعطانا بالتعبير كلها زوجية (a) و (b) وعلى العموم إذا كان أطراف الشكل في اتجاه واحد تكون زوجية وإذا في اتجاهين مختلفة مثل (c) تكون فردية

Scanned by CamScanner

السؤال	الإجابة
(34) إذا تم رسم مربع داخل مثلث الضلعين ، فما مساحة المربع بالسنتيمتر المربع ؟ 	من المثلث متطابق الضلعين وقائم الزاوية نجد أن طول الضلع المائل في المثلث $= 2\sqrt{2}$  مساحة المربع $=$ (طول الضلع)^2 $(2\sqrt{2})^2 = 4(2) = 8$
(35) ثلاث صنابير ماء ، إذا فتح الصنبور الثاني ساعة من الأول ، وفتح الثالث نصف ساعة ، اختر الرسم البياني المناسب :	لا يوجد رسم مرفق وصيغة السؤال ناقصة .
(36) إذا كان العدد المركب $z_1(3, 20^\circ)$ $z_2(4, 40^\circ)$ بالتمثيل القطبي ، أوجد $z_1 z_2$	$z_1(3, 20^\circ)$; $z_2 = (4, 40^\circ)$ $z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1+\theta_2) + i \sin(\theta_1+\theta_2)]$ $= 3 \cdot 4 [\cos(60) + i \sin(60)]$ $= 12 [\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}]$ $= 6 + 6\sqrt{3}\, i$
(37) إذا كان الرسم التالي للدالة $f(x)$ فإن مشتقتها تساوي: 	$f(x) = (x-2)^2 + 2$ $f(x) = x^2 - 4x + 4 + 2$ $f(x) = x^2 - 4x + 6$ $\therefore f'(x) = 2x - 4$

Scanned by CamScanner

اختبار كفايات رياضيات

السؤال	الإجابة
(38) صندوق يحتوى على 3 كرات بيضاء و 4 كرات حمراء ، إذا سُحبت كرتان ما إحتمال أن تكون الكرتان بيضاء والأخرى حمراء * $\frac{3}{7}$ * $\frac{4}{7}$ * $\frac{3}{12}$ * $\frac{4}{12}$	فراغ العينة = عدد طرق سحب كرتين من بين 7 كرات من الصندوق (لا تهتم بالترتيب) $^7C_2 = \frac{7\times6}{2\times1} = 21$ A حادثة سحب كرتين واحدة بيضاء والأخرى حمراء $^3C_1 \times {}^4C_1 = 3\times4 = 12$ (العامل ضرب) $\therefore P(A) = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$
(39) علبة ألوان فيها 11 لون ، إذا لونين ، كم لون جديد يظهر لنا ؟ * 121 * 110 * 68	هنا لدينا الترتيب ليس مرغوب للوثيقين متلازمان (الأول أحمر ، الأول أزرق) هم نفسهم (الأول أزرق ، الأول أحمر) ∴ تواضيعهم $^{11}C_2 = \frac{11\times10}{2} = 55$
(40) متتابعة حسابية حدها الأول 27 ، حدها السادس 12 ما هو الحد الرابع ؟	 $5d = -15 \Rightarrow d = -3$ $a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow a_4 = 27 + 3(-3) = 18$
(41) إذا ألقى حجرا نرد ، فما إحتمال أن يكون ضرب العددين الظاهرين 9 ؟	فراغ العينة لحجرا نرد = $6^2 = 36$ عنصر والذي يوجد سوى زوج مرتب واحد (3،3) يعطي حاصل ضربه العدد 9 $\therefore$ الاحتمال = $\frac{1}{36}$
(42) مدرسة فيها 15 فصل ، وكل فصل فيه 40 طالب ، إذا تم اختيار وفد * $\frac{1}{600}$ * $\frac{4}{600}$	المعطيات غير كافية

Scanned by CamScanner

السؤال	الإجابة
(43) ما الاستراتيجية الأنسب لحل المسألة التالة " إذا كان كل صندوق صغير يحتوى على 4 كرات ، وكل صندوق متوسط يحتوى على 6 صناديق صغيرة وكان لدى المحل 50 صندوقاً متوسط الحجم ، فما عدد الكرات الموجودة " * الحل العكسى * التبرير المنطقى * حل مسألة أسهل * التخمين والتحقق	
(44) المعرفة الرياضية التى تُعرف بأنها (علاقة ثابتة بين مفهومين رياضيين أو أكثر) تسمى : * تعميما رياضيا * مهارة رياضية * مشكلة رياضية * مصطلحاً رياضياً	
(45) أيهما صحيحة * كل علاقة تطبيق وكل تطبيق تقابل * كل تطبيق تقابل وكل علاقة تطبيق * كل تقابل تطبيق وكل تطبيق علاقة * كل علاقة تقابل وكل تطبيق تقابل	
(46) قطع شخص مسافة A إلى B ، ثم قطع نصف ما قطع ، ثم قطع نصف الأخر ، ما نوع المتتابعة * تايلور * هندسية * حسابية * متذبذبة	

Scanned by CamScanner

اختبار كفايات رياضيات

السؤال	الإجابة
(47) إذا قُذف جسم لأعلى ، يتم حساب أعلى نقطة يصل إليها المقذوف بإستخدام : * التفاضل * التكامل * الدالة الأسية * الدالة اللوغاريتمية	ملاحظة هامة : إذا أعطاك المسافة نستخدم التكامل وإذا أعطاك السرعة نستخدم التفاضل . (وهنا أعطانا أعلى نقطة يعني مسافه إذاً نختار التكامل)
(48) عندما تبتكر طرق حل جديدة ، تنمى لديك مهارة * المرونة * الأصالة * الطلاقة * الإفاضة	المرونة : هي قدرة الفرد على تغيير تفكيره بتغير الموقف الطلاقة : هي قدرة الفرد على الوصول إلى إنتاج أكبر عدد ممكن من الأفكار عن الموضوع الذي تناقشه الأصالة : هي قدرة الفرد على إنتاج أفكار أو حلول جديدة غير مألوفة للمشكلة.
(49) إذا قام مُعلم بإعطاء طلابه منقلة وطلب منهم قياس زوايا دائرة وأخبرهم أن مجموع زوايا الدائرة 360 ما طريقة التدريس التى طبقها المعلم * التركيبية * التحليلية * الإستقرائية * الإستنتاجية	
(50) أى من الأتى ليس له علاقة * ميل المستقيم * الدالة * المنحنى	
(51) قدرة الطالب على شرح مفهوم بأسلوبه الخاص يعتبر من أساليب * الإستنتاج الرياضى * الترابط الرياضى * التمثيل الرياضى * التواصل الرياضى	

Scanned by CamScanner

السؤال	الإجابة
(52) أعتبر الدالة : $f(x) = a x^2 + b x + c$ إذا علمت أنه يوجد x_0 وحيدة $f(x_0) = 0$ فيمكن إستنتاج أن * الدالة f تمس محور x * الدالة f تقع كاملة فوق محور x * الدالة f تقع كاملة تحت محور x * الدالة f تقطع محور x فى نقطتين	x إذا كان لا يوجد للدالة إلا جذر وحيد فإن الدالة تمس محور x

Scanned by CamScanner

أسئلة متنوعة من أعوام سابقة

١٤٣. إذا علمت أن 7 هو وسيط البيانات
3,11,2,13,x,1,3 ,8,9

- $x=3$
- $x=6$
- $x=7$
- $x=8$

١٤٤. قيمة x في حل هذا النظام

$$x+2y=13$$
$$2x+y=11$$

- $x=1$
- $x=3$
- $x=-1$
- $x=-3$

١٤٥. إذا كانت $f(x)=x^2+3x+k$ و $k\neq 0$ و $f(k)=0$ فإن $f(1)$

- $k-4$
- 4
- k
- 0

١٤٦. إذا كان x عددا حقيقيا، فما العبارة المكافئة للعبارة $1\leq|x-2|\leq 7$

- $-5\leq x\leq 1$ او $3\leq x\leq 9$
- $x\leq 1$ او $3\leq x$
- $1\leq x\leq 3$
- $-5\leq x\leq 9$

١٤٧. إذا اجرينا انسحابا للمستقيم $y=x-1$ بمقدار 5 وحدات الى اليمين. فما معادلة المستقيم الجديد

- $y=x-5$
- $y=x+5$
- $y=x-6$
- $y=5x-1$

١٤٨. بكم طريقة يمكن لمدير مدرسة اختيار لجنة مكونة من 4 أعضاء من 10 معلمين.

- 40
- 210
- 1260
- 5040

١٤٩. حصل نواف على متوسط درجات 76% في ثلاثة اختبارات. ما اقل درجة يجب أن يحصل عليها في الاختبار الرابع فيكون تقديره B.(علما بأن القدير B يعني الحصول علي 80% حد ادني)

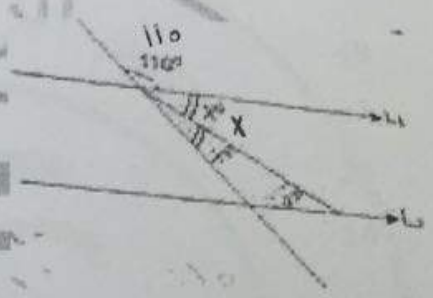
- 96%
- 94%
- 92%
- 84%

1396 هـ - 1976

١٥٠. إذا كانت القيمة العددية لمساحة دائرة 5 اضعاف القيمة العددية لمحيطها، فإن نصف قطر الدائرة يساوي

- 5
- 10
- 15
- 20

١٥١. إذا كان المستقيمان l_1, l_2 متوازيان، فما قيمة الزاوية x.

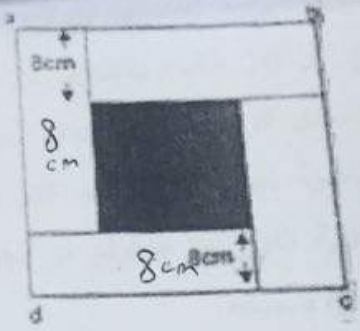


- 30
- 35
- 40
- 45

١٥٢. $\lim_{x\to 2} \frac{x^5-32}{x^2-4}$

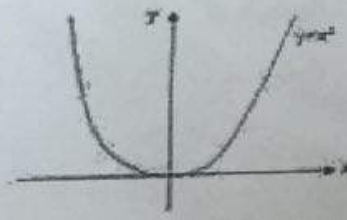
- 10
- 20
- 15
- 25

١٥٣. المربع $abcd$ طول ضلعه 28cm، ما مساحة المربع المظلل.



- 100
- 121
- 144
- 400

١٥٤. إذا تم عمل انسحاب للقطع المكافئ في الشكل التالي ليكون رأسه (-1,2)، فما معادلة القطع الجديد



- $y-1=(x+2)^2$
- $y+1=(x-2)^2$
- $y+2=(x-1)^2$
- $y-2=(x+1)^2$

الرياضيين
1396 هـ - 1976
الجامعة

١٥٥. المثلث abc مثلث متطابق الضلعين $ab = ac$. إذا كانت مساحة الجزء المظلل $8cm^2$، فما مساحة المثلث abc

- 40
- 32
- 24
- 16

١٥٦. كم عدداً طبيعيا مكون من 3 ارقام يمكن تكوينه باستعمال الارقام 1,4,6 دون تكرار الرقم الواحد اكثر من مرة.

- 3
- 6
- 11
- 24

١٥٧. قرأ احمد 70% من كتاب، فإذا تبقي له 42 صفحة ،فكم عدد صفحات الكتاب

- 60
- 70
- 100
- 140

١٥٨. اظهرت دراسة إحصائية أن 22 طالباً من كل 30 طالباً، يخطئون في حل المسائل الرياضية. إذا قدمت مسألة رياضية لعدد 600 طالب، فكم عدد الطلبة الذين من المتوقع ان يجيبوا اجابة صحيحة

- 80
- 160
- 220
- 420

١٥٩. إذا كان عدد الساعات التدريبية لمحمد خلال 5 ايام متتالية 1,2,2,3,4 ، فإذا تدرب في الاول ساعتين بدلاً من ساعة، فأي القيم التالية ستقل

- المدي
- المنوال
- الوسيط
- المتوسط الحسابي

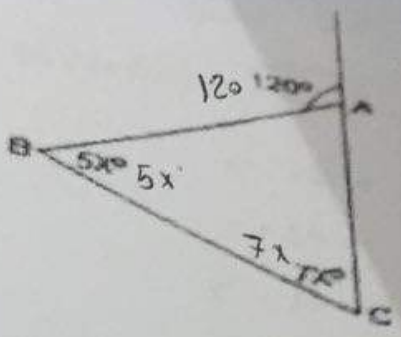
١٦٠. إذا كانت $A = \{a, d, e, f\}$, $B = \{b, c, e\}$ ، $C = \{a, f, l\}$ فإن $(B \cup C) \cap A$

- {a, e, f}
- {a, e, f, l}
- {a, d, e, f}
- {a, b, c, e, f, l}

قسم الرياضيات
1396 هـ - 1976
الجامعة الاسلامية

١٦٠. إذا كان $(7k+1)$ عدداً زوجياً حيث $k \epsilon N$ فأن $(7k+1)^2$ هو عدد

- زوجي مؤلف
- فردي مؤلف
- فردي اولي
- زوجي اولي

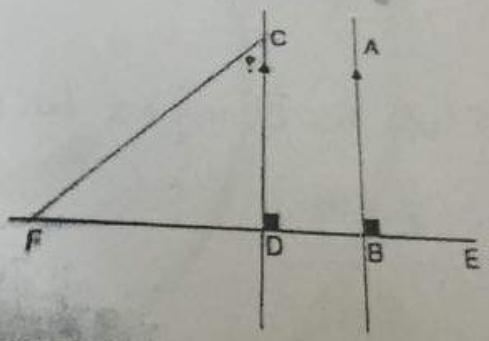


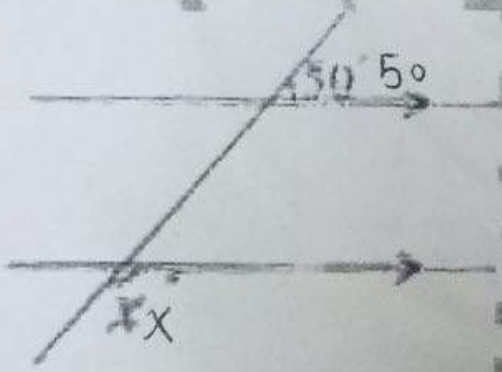
١٦١. اوجد قياس الزاوية C في الشكل.

- 10
- 20
- 60
- 70

١٦٤. إذا كانت $g(x) = -3x - 4$، $f(x) = 5x - 6$، فإن $[fog](-2)$

- -4
- -2
- 2
- 4





١٦٢. إذا علمت أن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ و $\overline{AB} \perp \overline{EF}$، $\angle CFD = 70^o$، فإن قياس الزاوية $\angle DCF$

١٦٥. قيمة الزاوية x

- 20
- 30
- 40
- 50

- 100
- 110
- 120
- 130

قسم الرياضيات
L396 هـ - 976

١٦٦. الدالة العكسية f^{-1} للدالة $f(x) = \sqrt{x-16}$ حيث $x \geq 16$

- $x - 16$ ○
- $x + 16$ ○
- $x^2 - 16$ ○
- $x^2 + 16$ ○

١٦٧. قيمة $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{2^n}$

- 2 ○
- 5 ○
- 10 ○
- 20 ○

١٦٨. إذا كان $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ فما قيمة $x^6 + \frac{1}{x^6}$

- 18 ○
- 25 ○
- 125 ○
- 96 ○

١٦٩. مجال الدالة $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x^2+9}}$

- $(0, \infty)$ ○
- $(3, \infty)$ ○
- $(9, \infty)$ ○
- $(-\infty, \infty)$ ○

١٧٠. قيمة $\int \sin x^2 \; x dx$

- $-\frac{\cos x^2}{2} + c$ ○
- $\frac{x^2 \cos x^2}{2} + c$ ○
- $\frac{\cos x^2}{2} + c$ ○
- $\frac{\sin^2 x^2}{2} + c$ ○

١٧١. قيمة $\int_0^1 \int_0^1 xy \, dx \, dy$

- 1/4 ○
- 1/2 ○
- 2 ○
- 1 ○

١٧٢. قيمة النهاية $\lim_{n \to \infty} \frac{|x|}{x}$

- 0 ○
- 1 ○
- -1 ○
- غير موجود ○

١٧٣. قيمة c التي تجعل الدالة متصلة $f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 2 \\ cx+6, & x > 2 \end{cases}$

- -1/2 ○
- 0 ○
- 1/2 ○
- 1 ○

قسم الرياضيات
1396 هـ - 1976 م

١٧٤. اوجد مركز ونصف قطر الكرة

$(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=64$

- (1,0,-1) ، 8 وحدة طول
- (-1,0, 1) ، 8 وحدة طول
- (1,0,-1) ، 4 وحدة طول
- (-1,0, 1) ، 4 وحدة طول

١٧٥. مجال الدالة $f(x)=\frac{x-1}{x+3}$

- $R\backslash\{1\}$
- $R\backslash\{-3\}$
- $(-3,\infty)$
- $(1,\infty)$

١٧٦. الدالة العكسية f^{-1} للدالة

$f(x)=3x-4$

- $\frac{x}{3}+4$
- $\frac{x+4}{3}$
- $\frac{x-4}{3}$
- $\frac{x}{3}-4$

١٧٧. اذا كانت (x,y) جميع النقاط في المستوي التي تحقق $x\le 0, xy\ge 0$ فإن هذه النقاط تمثل الربع.

- الاول
- الثاني
- الثالث
- الرابع

١٧٨. نصف قطر الدائرة

$x^2+y^2+8y=9$.

- 3
- 4
- 5
- 6

١٧٩. إذا كان $x=2$ حلاً للمعادلة $x^2+3x+d=0$، فإن الحل الاخر

- -10
- -5
- 5
- 10

١٨٠. اذا القي حجر نرد مرة واحدة، فما احتمال ظهور عدد فردي او العدد 6

- 1/2
- 1/6
- 2/3
- 3/2

١٨١. قيمة النهاية

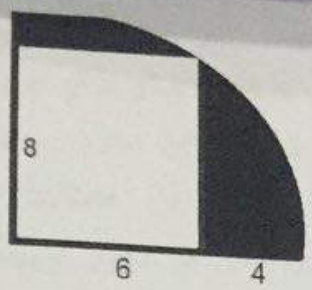
$\lim_{n\to\infty}\{ln(n+1)-ln(n)\}$.

- Ln 2
- 2
- 1
- 0

الرياضيين
1396 هـ - 1976

١٨٢. إذا كانت $y = 2cos\,x - 3$، فما اكبر قيمة ممكنة y

- -3
- -1
- 1
- 2



١٨٣. إذا كان a, b عددين صحيحين موجبين، فأي مما يلي عدد نسبياً

- $\sqrt{ab}$
- a^b/b^a
- b^a
- a^b

١٨٤. إذا قطع المستقيم $y = mx + 1$ القطع الناقص $x^2 + 4y^2 = 1$ في نقطة واحدة فقط. فإن قيمة m^2

- 1/4
- 1/2
- 3/2
- 3/4

١٨٥. مجموع المتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2^n+5^n}{7^n}\right)$

- 14/10
- 7/6
- 49/10
- 49/11

١٨٦. مساحة الجزء المظلل في الشكل

- $25\pi - 24$
- $25\pi - 36$
- $25\pi - 48$
- $25\pi - 24$

١٨٧. اوجد مساحة الجز المظلل في الشكل إذا كان نصف قطر الدائرة 10cm

- $50\pi - 25$
- $50\pi - 50$
- $50\pi - 75$
- $50\pi - 100$

١٨٨. ما الكسر الذي يساوي $0.\overline{135}$

- 71/495
- 64/495
- 63/495
- 67/495

1396 هـ - 1976

١٨٩. مبنى A طوله 100m، وكل شهر يتم بناء 1/4m يضاف الى طوله، ومبنى B طوله 80m وكل شهر يتم بناء 1/2m يضاف الى طوله. بعد كام شهر يصبح طول المبنيين متساوياً.

- 60
- 70
- 80
- 90

١٩٠. نظام التكلفة في سيارة اجرة كما يلي: تكلفة اول نصف كيلومتر او جزء منه 3 ريال، ثم بعد ذلك 0.6 ريال بعد ذلك لأي نصف كيلومتر او جزء منه. أي من الدوال الاتية تمثل التكلفة الاجمالية لمسافة m كيلومتر بالريال، حيث m عدد صحيح موجب

- $3 + 0.6(m - 1)$
- $3 + 0.6(\frac{m}{2} - 1)$
- $3 + 0.6(2m - 1)$
- $3 + 0.6[2(m - 1)]$

١٩١. ما العدد الصحيح الذي يحقق $log_x 729 = 2x$

- 1
- 2
- 3
- 4

١٩٢. إذا كان $y = f(x)$ مستقيماً ميله 1- ويتقاطع مع محور y عند 2، وكان $y = g(x)$ مستقيماً ميله 3- ويتقاطع مع محور y عند 2-، فما تمثيل الدالة $y = f(g(x))$

- $y = -3x$
- $y = -3x - 8$
- $y = 3x + 4$
- $y = (2x - 1)(-2x - 3)$

١٩٣. صندوق أبعاده اعداد صحيحة فردية ومساحته السطحية A، أي من الاعداد التالية يمكن المساحة السطحية للصندوق

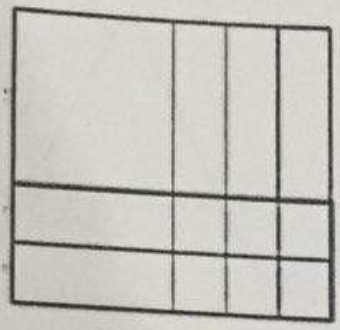
- 125
- 85
- 55
- 66

١٩٤. إذا كان عدد البالغين في صالة رياضية 6 أمثال عدد الاطفال، فأي مما يلي لا يمكن أن يكون عدد الاشخاص في هذه الصالة.

- 105
- 90
- 84
- 70

١٩٥. المقدار $\frac{\frac{1}{x}-y}{\frac{1}{y}-x}$

- x/y
- $-x/y$
- -1
- y/x



١٩٦. ما مجموعة قيم k التي تجعل النظام

$$\begin{pmatrix} 5-k & -12 \\ 2 & -5-k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

عدد غير منته من الحلول.

- $\{1\}$
- $\{-1\}$
- $\{1,-1\}$
- $R-\{-1,1\}$

١٩٧. ما اول مرتبتين للعدد 11^{52}

- 15
- 21
- 25
- 35

١٩٨. إذا كان المستقيم $2x+3y=6$ عمودياً على المستقيم $3x+ky=9$ فما قيمة k.

- -2
- -3
- -4
- 3/2

١٩٩. إذا كانت مساحة المربع الصغير y^2 ، ومساحة المربع الكبير x^2 فإن مساحة المستطيل.

- $12x^2y^2$
- $2x^2+5y^2$
- $x^2+3xy+6y^2$
- $x^2+5xy+6y^2$

٢٠٠. إذا كان $P(x)=Ae^{bt}$ وكان $P(0)=150$ و $P(10)=450$ فما قيمة b.

- $\ln 10-\ln 3$
- $\ln 3/\ln 10$
- $\ln 3/10$
- $\ln\frac{1}{3}$

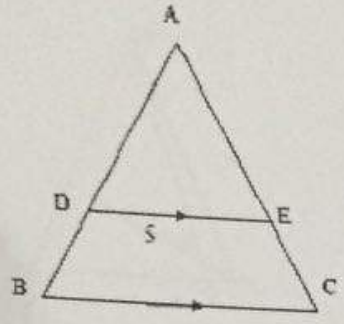
٢٠١. حل المعادلة $\sqrt{3x+7}+4=0$

- ϕ
- {-3}
- {3}
- {9}

1396 هـ - 1976

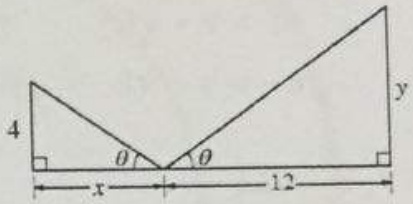
٢٠٢. إذا كانت $f(x) = x^2 + 8x = 10$ دالة معرفة على مجموعة الاعداد الحقيقية فإن

- الدالة لها رأس عند النقطة (-4,-6)
- الدالة تمثل تقاطع مستقيمين.
- الدالة ليس لها رأس أي جذور حقيقية.
- الدالة تتقاطع مع محمور x عند النقطتين (-10,0)، (-8,0).



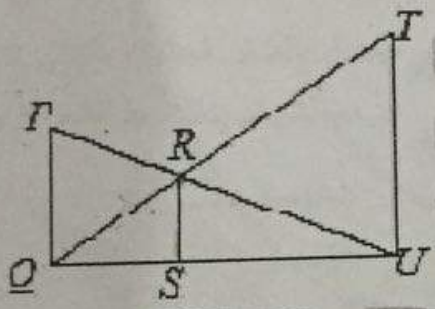
٢٠٥. المثلث ΔABC, $\Delta ABC = 75$, $BC = 7, DE = 5$. مساحة الشكل الرباعي $BCED$.

- 30
- 120
- 72
- 45



٢٠٣. أي العبارات صائبة

- y تتناسب طرديا مع x
- y تتناسب عكسياً مع x
- y^2 تتناسب طرديا مع x
- y^2 تتناسب عكسياً مع x

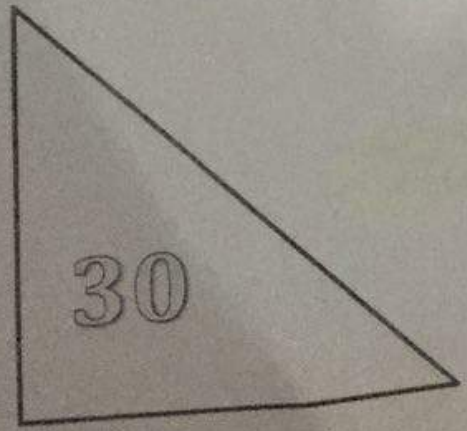


٢٠٦. إذا كان $TU = 6, RS = 2$ و $TU||RS||PQ$. فإن طول PQ.

- 2
- 3
- 5/2
- 7/2

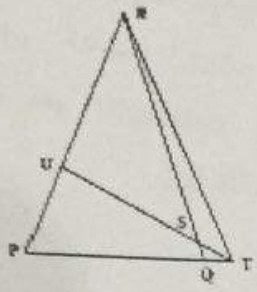
٢٠٤. انعكاس النقطة (7,-6) حول المستقيم $y = -x$

- (6,7)
- (-7,6)
- (7,6)
- (6,-7)



٢٠٧. $3^{81^x} = 27^{3^x}$، قيمة x

- 1/3
- 2
- 1/2
- 3



٢١١. $m\angle PRQ = 40^o, PR = QR$، $m\angle QTU = 25^o$ فإن قياس $m\angle RSU$

- 25^o
- 35^o
- 45^o
- 55^o

٢٠٨. معادلة المستقيم المار بالنقطة (3,5) وعمودي علي المستقيم $y + 3x = 6$

- $3y + x = 6$
- $3y - x = 12$
- $3y + x = 18$
- $3y + x = -6$

٢٠٩. قيمة المقدار $\frac{3-i}{1+i} + \frac{1+i}{3-i} - \frac{1}{5} - \frac{2i}{5}$

- 0
- 1-2i
- 1+2i
- 2-2i

٢١٢. قام طالب بأخذ 9 قياسات، ثم الغي اكبر قيمتين واصغر قيمتين، فتبقي 5 قيم أي مما يلي لن يتأثر بحذ القيم الاربع.

- المتوسط الحسابي
- الوسيط
- المدي
- الانحراف المعياري

٢١٠. $[p \wedge (p \wedge (\sim p \vee q))] \vee q$ التقرير يكافئ

- $p \wedge q$
- $p \vee q$
- $\sim p \vee q$
- $\sim p \wedge q$

٢١٣. قيمة $\frac{x+1}{x+2} + \frac{x}{x+3}$

- $\frac{2x+1}{2x+5}$
- $\frac{x^2+x}{x^2+6}$
- $\frac{2x^2+6x+3}{x^2+5x+6}$

1976 - 1396

- $\frac{2x+1}{x^2+5x+6}$

٢١٤. إذا كانت $P(1,-2)$ تقع في منتصف القطعة المستقيمة AB، وكانت $A(-3,4)$، فإن B.

- (-1,1)
- (-1/2,1/2)
- (3,4)
- (5,-8)

٢١٥. يعمل خالد في احدى الشركات، فإذا عمل الاسبوع الاول أقل 10% من الساعات المطلوبة منه اسبوعياً، وفي الأسبوع الثاني عمل 45 ساعة هو اكثر مما عمل في الاسبوع الاول بـ 25% فما العدد التقريبي للساعات المطلوبة منه اسبوعياً.

- 30
- 34
- 40
- 42

٢١٦. مكعب طول حرفه 1cm، فما اطول مسافة بين رأسين من رؤوسه.

- $\sqrt{2}$
- $\sqrt{3}$
- $\sqrt{5}$
- $\sqrt{7}$

٢١٧. عداءان يجريان باتجاهين متعاكسين حول مضمار دائري محيطه 600m يجري الاول بسرعة 80m/min والثاني 70m/min بعد كم دقيقة يلتقيان العدائين.

- 2
- 3
- 4
- 5

٢١٨. $(3^2+2^4)^3=5^x$، قيمة x.

- 5
- 6
- 7
- 8

٢١٩. قيمة $(i-1)^8$.

- 16
- 16i
- -16
- -16i

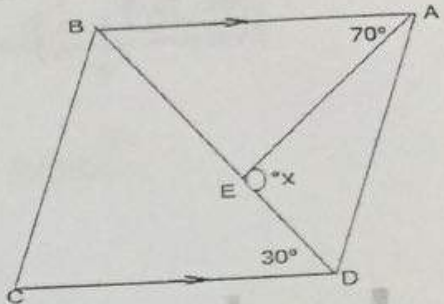
٢٢٠. تصدر صحيفة 7000 عدد اسبوعياً، فكم تصدر في السنة.

- 35500
- 35000
- 355000
- 400000

٢٢١. إذا انطلقت سيارتان من نقطة واحدة، واتجهت الاولي في اتجاه الشمال بسرعة 60m/h والأخرى في اتجاه الغرب 80m/h. فما اقصر مسافة بين السيارتين.

- 90m
- 100m
- 110m
- 120m

٢٢٢. قيمة الزاوية x.



- 90^o
- 100^o
- 110^o
- 120^o

٢٢٣. حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y}$.

- $y = \frac{x^3}{2} + c$
- $y = \frac{x^3}{6} + c$
- $3y^2 = \frac{x^3}{2} + c$
- $3y^2 = 2x^3 + c$

٢٢٤. كرة نصف قطرها 13cm، قطعها مستوى يبعد عن المركز بمقدار 5cm. ما محيط الدائرة الناتجة.

- 6π
- 12π
- 18π
- 24π

٢٢٥. صندوق يحتوي على 3 كرات حمراء 2 بيضاء، سحب كرتين معاً، فما احتمال ان تكونا حمراوان.

- 0.2
- 0.3
- 0.4
- 0.5

قسم الرياضيات
1396 هـ - 1976 م

لا أحلل ولا أنبع من لا يقوم بتدريب أو ينبذ الغش

السؤال (١٥٧) :-

قرأ أحمد ٧٥٪ من كتاب لذلك ما تبقى هو ٣٠٪ من الكتاب

٣٠٪ ← ٤٢ صفحة

١٠٠٪ ← ؟

عدد الصفحات : $\frac{100 \times 42}{30} = \frac{420}{3} = 140$ صفحة

الحل (ج)

السؤال (١٥٨) :-

عدد الذين يحبون من ٣٠ طالب = ٣٠ - ٢٢ = ٨ طلاب

عدد الذين يحبون من ٦٠٠ طالب :-

٨ ← ٣٠ طالب

؟ ← ٦٠٠ طالب ← $\frac{600 \times 8}{30}$ = ١٦٠ طالب

الحل (ب).

السؤال (١٥٩) :-

يقل المدى حيث المدى من مقاييس الارتفاع أطول في مقاييس خزعة مركونة

جد ساعتين بدل ساعة : 4 - 2 = 2 ، 4 - 1 = 3.

السؤال (١٦٠) :-

$(B \cup C) = \{a, f, l, b, c, e\} \cap A = \{a, d, e, f\}$

$= \{a, e, f\}$ الحل (أ).

السؤال (١٦١) :-

$5x + 7x = 120$

$12x = 120$

$x = 10$

قياس الزاوية $c = 7x = 7(10) = 70$

← من نظرية الزاوية الخارجية في مثلث تساوي مجموع الزاويتان الداخليتان البعيدتين

الحل (د).

لا أحلل ولا أنبح من يقوم بتبديل أو تنسيخ لدسي

سؤال (١٦٢) :-

نلاحظ أن AB // CD و AB ⊥ EF ← CD ⊥ EF

المثلث CFD فيه $m\angle CFD = 70$ ← معطى

المطلوب DCF = ؟ لأن CD ⊥ EF ← $m\angle FDC = 90$

$180 - (70 + 90)$

$180 - 160 = 20$ ← ك

الحل (P).

سؤال (١٦٣) :-

إذا كان $(7K+1)$ عدد زوجياً حيث $K \in N$ (عدد طبيعي) فإن $(7x+1)^2$ هو

$(7K+1)\cdot(7K+1) = (7k+1)^2$

عدد زوجي × عدد زوجي = عدد زوجي مؤلف

الحل (P).

سؤال (١٦٤) :- أكمل تركيب دالتين

$fog(-2) \Rightarrow f(-3x-4)(-2) \Rightarrow 5(-3x-4) - 6$

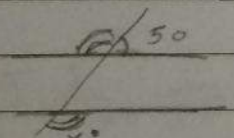
$-15x - 20 - 6 \quad (-2 = x)$

$-15(-2) - 26$

$+30 - 26 = 4$

الحل (S).

سؤال (١٦٥) :-



متبادلة خارجياً

توجد تكملة زاوية $50° = 180 - 50 = 130°$

$x°$ متبادلة خارجياً مع تكملة زاوية $50°$

$x = 130°$

الحل (S)

سؤال (١٦٦) :-

$f(x) = \sqrt{x-16} \Leftarrow y = \sqrt{x-16} \Leftarrow y^2 = x - 16 \Leftarrow y^2 + 16$

(+16 +16)

الحل (S) ، $x^2 + 16 \leftarrow x$ استبدال y بـ

لا حلول لا أبيح من يقوم بيدي أو يسبب لي ضرر

سؤال (١٦٨) :-

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

تربيع الطرفين

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \sqrt{5}$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 5$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 5 - 2$$

① $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 3$ ← تربيع الطرفين ← $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 3^2$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 \cdot \frac{1}{x^2} \cdot x^2 = 9$$

② $x^4 + \frac{1}{x^4} = 7$ ← $x^4 + \frac{1}{x^4} = 9 - 2$

بالضرب ↓

$$x^6 + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \frac{1}{x^6} = 21$$

نعوض معادلة ١ في ٢

$$x^6 + \frac{1}{x^6} = 21 - 3 = 18$$ بعوض

الحل (A)

سؤال (١٦٧) :-

فرضنا أن المتسلسلة هندسية وغير منتهية

(لكي التقارب حدودها تضرب بوضعية الحسابية تكون بالمقام)

فسنستخدم المجموع

$$S_n = \frac{a_1}{a_1 - r}$$

$$5 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 5 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 5 \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow 5 \times 2 = 10$$

الحل (A)

سؤال (١٦٩) مجال الدالة :- $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x^2+9}}$

الحل عندما يكون جذر مابد اخل الجذر ≥ 0 فيكون

$$x^2 + 9 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq -9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-3} \Rightarrow x = \pm 3i \notin \mathbb{R}$$

الحل (S) $(-\infty, \infty)$ هو المجال

لا أحلل ولا أبيع ما يقوم بيدي أو ينبض لنفسي

Date. No.

سؤال (١٧٠):

$$\int \sin x^2 dx = -\frac{1}{2}\cos x^2 + C$$

(نقسم على الزاوية)

$$= -\frac{\cos x^2}{2} + C$$

كل ①

سؤال ١٧١:

$$\int_0^1 \int_0^1 xy\,dx\,dy =$$

هذا تكامل ثنائي ←

$$\int_0^1 \int_0^1 xy\,dx\,dy \Rightarrow \int_0^1 \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 y\,dy \Rightarrow \int_0^1 \frac{1}{2} y\,dy$$

$$\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{y^2}{2}\right]_0^1 \Rightarrow \left[\frac{1}{4}y^2\right]_0^1 \Rightarrow \frac{1}{4}(1)^2 \Rightarrow \frac{1}{4}$$ كل ①

سؤال ١٧٢:

تكون الدالة موجودة إذا كان

$$\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a^-} f(x)$$

$$\lim_{x\to\infty^+} \frac{|x|}{x} = \frac{1}{1} = 1 \quad \& \quad \lim_{x\to\infty^-} = \frac{|x|}{x} = \frac{-x}{x} = \frac{-1}{1} = -1$$

بإعطاء قاعدة لوسال

$1 \neq -1$ الدالة غير موجودة كل ⑤

سؤال ١٧٣: حاد سؤال سنايا في الاختبار

تكون الدالة متصلة إذا كان

$$\lim_{x\to 2} f(x) = f(2)$$

$$C(x)+6 \xrightarrow{\text{أعوض بـ } x} 2C+6 = 2+3 \quad \Leftarrow \quad x+3$$

$$2C+6=5 \Rightarrow 2C = 5-6$$

$$2C = -1 \Rightarrow C = -\frac{1}{2}$$

كل ①

لا أحلل ولا أنصح من يقوم بتحليل أو نصح الناس

Date. No.

سؤال ١٧٤ :-

المعادلة الأساسية
$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$

$(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=64$

مطلوب مركز ونصف قطر الكرة

المركز هو $(a,b,c) \Leftarrow (1,0,-1)$

نصف القطر $=\sqrt{64}=8$ وحدة طول

الحل (ب)

سؤال ١٧٥ :-

مجال الدالة نفترضه في (ح) بالدالة الكسرية

$\frac{x-1}{x+3} \longrightarrow x+3=0 \Longrightarrow x=-3$

المجال $=R\setminus\{-3\}$ الحل فقرة (ب).

سؤال ١٧٦ :-

$f(x)=3x-4 \longrightarrow y=3x-4$

نضع x طرف

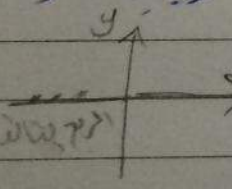
$y+4=3x \longrightarrow \frac{y+4}{3}=x \Rightarrow \frac{x+4}{3}$ نبدل x و y

الحل (ب)

سؤال ١٧٧ :-

إذا كان $x\le 0$ و $xy\ge 0$ (يعني $y\le 0$)

الربع الذي يكون فيه x سالب و y سالبا وحاصل ضربهما موجب هو



هو الربع الثالث الحل (د)

سؤال ١٧٨ :-

$x^2+y^2+8y=9 \longrightarrow (x^2+0)+(y^2+8y)=9$

$x^2+y^2+\underset{2}{8y}=9+4^2+0^2$ بإضافة نصف معامل y / x لطرفي المثال

$=9+16=25 \Longrightarrow r^2=25$ ربع

$r=5$ الحل (د).

لا أعلم ، لا أنبح من يقوم ببيع أو شراء الذهب

Date No.

سؤال (١٨٠) :

$x=2$ حل للمعادلة

$x^2+3x+d=0$

$4+6+d=0$ ← d الكمية

$10-=d$

$x^2+3x-10=0$

$(x-2)(x+5)=0$

$x=2$ أو $x=-5$ ← حل المعادلة التي بالسؤال

الإجابة (أ) صح كله

سؤال ١٨١ :

ظهور عدد فردي أو العدد 6 ، $\{1,3,5,6\}$

فراغ العينة لحجر النرد = 6

$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$. كل (أ) 1

سؤال ١٨١ :

$$\lim_{n\to\infty}(\ln(n+1)-\ln(n))=\lim_{n\to\infty}\ln\frac{n+1}{n}$$

$$\lim_{n\to\infty}\ln\left(\frac{n}{n}+\frac{1}{n}\right)=\lim_{n\to\infty}\ln 1+\ln\frac{1}{\infty}=0+0=0$$

سؤال ١٨٢ :

حتى تصل مع البوقية لـ y نضع $x=0$

$y=2\cos x-3 \Longrightarrow y=2\cos(0)-3$

$y=2(1)-3=-1$

الكل (أ) أبوقية لـ $y=-1$

سؤال ١٨٣ :

نفرض أن $a=2$ ← عدد صحيح موجب $b=3$ عدد صحيح موجب

$\sqrt{2\cdot3}=\sqrt{6}\neq$ عدد غير نسبي ، عدد نسبي

$\frac{2}{3^2}=\frac{8}{9}\Rightarrow$ عدد نسبي

a^b/b^a (أ) إذن كل

لا أحلل ولا أبيع من يقوم ببيع أو يشتري لنفسه

Date No.

سؤال ١٨٥ :-

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2^n + 5^n}{7^n}\right)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2^n}{7^n} + \frac{5^n}{7^n}\right)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{7}\right)^n + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{5}{7}\right)^n$$

متطابقة هندسية على الشكل $a_1 = \left(\frac{2}{7}\right)^0 = 1$ و $r = \frac{2}{7}$ بالمتطابقة

$$= \left(\frac{1}{1-\frac{2}{7}}\right) + \left(\frac{1}{1-\frac{5}{7}}\right)$$

$$= \frac{1}{\frac{5}{7}} + \frac{1}{\frac{2}{7}} = \frac{7}{5} + \frac{7}{2} = \frac{49}{10}$$

الحل (A)

سؤال ١٨٦ :-

مساحة الجزء المظلل من الرسم

نصف قطر الدائرة = $4 + 6 = 10$ ⟸ مساحة ربع الدائرة = $\frac{\pi (10)^2}{4}$

$$\Longrightarrow \frac{\pi 100}{4} \Longrightarrow 25\pi$$

مساحة المستطيل = طول × العرض = $8 \times 6 = 48$

المنطقة المظللة = $25\pi - 48$ الحل (A) .

سؤال ١٨٧ :-

نصف القطر = $r = 10$ ⟸ مساحة نصف الدائرة = $\frac{(10)^2 \pi}{2} = 50\pi$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$. الارتفاع . القاعدة

$$= \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10 = 100$$

مساحة المنطقة المظللة = $50\pi - 100$ الحل (S)

سؤال ١٨٨ :-

العدد الذي سأكتبه $0.\overline{135}$

العدد لا يتكرر إلا بعد طرحه من 135 العدد نفسه

لأنه لا يتكرر إلا بعد ثلاث أرقام العدد نفسه

ولأن العدد 1000 طرحه من 10 يعطي 990

$$x = \frac{135 - 1}{990} = \frac{134}{990} = \frac{67}{495}$$

الحل (S) .

لا أحلل ولا أنصح من يقوم بسبب أو بغير سبب

Date. No.

سؤال ١٨٩:-

طول المبنى A بعد x شهراً $= 100 + \frac{1}{4}x$

وطول المبنى B بعد x شهراً $= 80 + \frac{1}{2}x$ ← يكون طول المبنيان متساويان

$$100 + \frac{1}{4}x = 80 + \frac{1}{2}x$$

$$(100 - 80) = (\frac{1}{2} - \frac{1}{4})x$$

$$20 = \frac{1}{4}x \longrightarrow x = 80$$ شهراً ← بضرب الطرفين في 4

الحل (A).

سؤال ١٩٠:-

الدالة التي تمثل التكلفة الإجمالية لسلعة m كيلومتر حيث m عدد صحيح موجب

$$6(2m - 1) + 3 +$$

الحل (A).

سؤال ١٩١:-

$$\log_x 729 = 2x \Longrightarrow 729 = x^{2x}$$

$$3^6 = x^{2x} \Longrightarrow 6 = 2x \Rightarrow x = 3$$

عدد التحليل

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
	3
	1

الحل = (3) . (A)

سؤال ١٩٢:-

معادلة المستقيم بدلالة الميل والجزء المقطوع =

$$y = mx + b$$

$$y = -x - 2 = f(x)$$

$$y = -3x + 2 = g(x)$$

$$f(g(x)) = -(-3x + 2) - 2 \Longrightarrow y = -3x$$

الحل (E)

لا أحلل ولا أبيع من يقوم بتدريسي لسنة

Date. No.

سؤال ١٩٣ :-

ما الله الوجوه المتقابلة في المساحة تشترك فيه مجموع مساحتي أي وجهين متقابلين هو عدد زوجي مجموع ثلاثة أعداد زوجية هو عدد زوجي

اي الاجابة الصحيحة : 66 ، الكل (د)

سؤال ١٩٤ :-

عدد أصدقاء الأطفال = 6 + 1 = 7 فنصف عدد عدد لا يقل لنصفها عن 7
صو 90 لا يمكن انه يمثل عدد الأشخاص

الكل (أ) = 90

سؤال ١٩٥ :-

$$\begin{vmatrix} 5-k & -12 \\ 2 & -5-k \end{vmatrix} = (5-k)\cdot(-5-k) - (-12)\cdot 2$$

$$-25 + 5k - 5k + k^2 + 24$$

$$k^2 - 1 = 0$$

$$k^2 - 1 = 0 \Rightarrow k^2 = +1 \Rightarrow k = \pm 1 \longrightarrow \{-1, 1\}$$

الكل (د)

سؤال ١٩٦ :-

حصلوا أول مرتبتين للعدد 11^{52}
العدد 11 مرفوع لاي اس أول مرتبة صفر = 1 والثانية تساوي احاد اس
مثلا $11^2 = 121$ ، $11^3 = 1331$

11^{52} = أول مرتبتين = 21 الإجابة (د)

سؤال ١٩٧ :-

$$2x + 3y = 6 \longrightarrow y = \frac{-2x}{3} + 6 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + 2$$

$$3x + ky = 9 \longrightarrow y = \frac{1}{k} - 3x + 9$$

متعامدين اذ
$m_1 \times m_2 = -1$

$$\frac{-3}{k} \cdot \frac{-2}{3} = -1 \longrightarrow \frac{+6}{3k} = -1 \Rightarrow -3k = +6 \Rightarrow k = -2$$

الكل (ج)

لا أحلل ولا أبيع من يقوم بتوزيع أوراق الامتحان

Date No.

سؤال 199 :

المربع الكبير = x^2 ، مساحة المربع الصغير = y^2 ← عدد 6 مربعات مساحة = $6y^2$

5 مستطيلات = $5xy$

مساحة المستطيل الكامل =

$x^2 + 5xy + 6y^2$ ← (S) فقط

سؤال 2.1 :

$P(x) = Ae^{bt}$ ، $P(10) = 450$ ، $P(0) = 150$

أوجد b

$P(x) = Ae^{bt}$

$P(0) = Ae^0 \rightarrow 150 = Ae^0$ $\quad \because e^0 = 1$

$150 = A$ *

$P(10) = 450 \Rightarrow \frac{450}{150} = \frac{150e^{10b}}{150}$

$3 = e^{10b}$ ← فقط ln

$\ln 3 = 10b$

$\frac{\ln 3}{10} = b$ *

الحل (D)

سؤال 2.1 :

$\sqrt{3x+7} + 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{3x+7} = -4$

تربيع الطرفين

$\sqrt{3x+7}^2 = (-4)^2 \Rightarrow 3x+7 = 16 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$

نعوض بالمعادلة

$\sqrt{3\cdot(3)+7} + 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{9+7} + 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{16} + 4 = 0$

$4 + 4 = 8$

مجموعة الحل = $\emptyset$ (P)

لا أحلى ولا أبيح من يوم بيبدأ بسم الله

Date No.

سؤال ٢.٣.١ — $f(x) = ax^2 + bx + c$

* $x = \frac{-b}{2a}$ ← الاحداثي السيني لرأس المنحنى

المعادلة في السؤال ← $f(x) = x^2 + 8x - 10$ ← الاحداثي السيني ← $x = \frac{-8}{2(1)} = -4$

لإيجاد الاحداثي الصادي نعوض في المعادلة بالاحداثي السيني

$$f(-4) = (-4)^2 + 8(-4) - 10$$
$$= 16 - 32 - 10 = -26$$ *

المفروض الناتج يكون 6- «صح اخطأ بالسؤال»

المفروض دكوه المعادلة:

$x^2 + 8x + 10$

عند التعويض في صفه المعادلة $x = -4$ يكون في الاحداثي الصادي = 6-

الحل (أ)

الدالة لها راس عند النقطة (6-, 4-)

سؤال ٣.٣.١

صه الرسم : y تتناسب عكسياً مع x

الحل (ب)

سؤال ٣.٣.٤

$y = -x$

(7, -6) ← اضرب بالاصداشيده ← (7, 6-)

(6, -7) ← اقلب الاماكن ← (6, -7) *

الحل (ج)

سؤال ٣.٣.٥

$\Delta ABC = 75$

$BC = 7$ ، $DE = 5$

$$\frac{\text{مساحة } \Delta ABC}{\text{مساحة } \Delta ADE} = \frac{5^2}{(7)^2}$$

$$\frac{75}{\Delta ADE} = \frac{25}{49}$$

مساحة $\Delta ADE = \frac{75 \times 49}{25}$

$\Delta ADE = 147$

$\Delta ABC - \Delta ADE =$

$147 - 75 = 72$

الحل (د)

لا أحلل ولا أبيع منتجات بيدي أزينب لتنسه

Date. No.

سؤال ٦: ~

PQ موازي لـ $TU \parallel RS \parallel PQ$ ⇐ $RS = 2$ ، $TU = 6$

$$PQ = \frac{TU}{RS} = \frac{6}{2} = 3$$

الحل (ب).

سؤال ٧: ~

$$81^x = 3^{4x} = (3^4)^x \qquad 3^{81^x} = 27^{3^x}$$

$$27^{3^x} = (3^3)^{3^x} = 3^{3 \cdot 3^x} = 3^{3^{1+x}}$$

$$3^{1+x} = 3^{4x}$$ ← نتساوى الأسس

$$1 + x = 4x \Rightarrow 4x - x = 1 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

الحل (ج).

سؤال ٨: ~

$y + 3x = 6 \Rightarrow y = -3x + 6$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم أعلاه ⇐ $y - y_1 = \frac{1}{3}(x - x_1)$

المار بالنقطة $(3, 5)$ ⇐ $(y - 5) = \frac{1}{3}(x - 3)$

$3y - x = 12 \xleftarrow{\times 3} y = \frac{1}{3}x - 4 \leftarrow y - 5 = \frac{1}{3}x - 1$

الحل (أ).

سؤال ٩: ~

$$\frac{3-i}{1+i} + \frac{1+i}{3-i} \Rightarrow \frac{(3-i)^2 + (1+i)^2}{(1+i)(3-i)}$$

$$\frac{9 - 6i + 2i}{4 + 2i} = \frac{8 - 4i}{4 + 2i} = \frac{2(4-2i)}{2(2+i)}$$

$$\frac{4-2i}{2+i} \cdot \frac{2-i}{2-i} = \frac{8 - 4i - 4i - 2}{5}$$

← الضرب بالمرافق

$$\frac{6-8i}{5} + \frac{(-1-2i)}{5}$$

$$= \frac{5 - 10i}{5} \qquad \frac{5(1-2i)}{5}$$

$= 1 - 2i$ الحل (أ).

لا أحلل ولا أنبح من يقوم بيدي أو بلساني

Date No.

سؤال ٢١٤ :-

$\frac{x_1+x_2}{2} \longrightarrow \frac{-3+x}{2} = 1 \Rightarrow -3+x=2 \Rightarrow x=5$ تمام، لمنتصف

$\frac{y_1+y_2}{2} \longrightarrow \frac{4+y}{2} = -2 \Rightarrow 4+y=-4 \Rightarrow y=-8$

$(x,y) = (5,-8)$ الحل (ج)

سؤال ٢١٥ :-

إذا عمل بالاسبوع الاول أقل من المطلوب بـ 10٪ (حيث اشتغل 90٪ من ساعات الاسبوع الثاني اشتغل أكثر من الاول بـ 25٪ ($90 + 25 = 115$)

الحد التقريبي للساعات المطلوبة في الاسبوع .

$115 \overline{)4500} \quad 39.1$

345

150

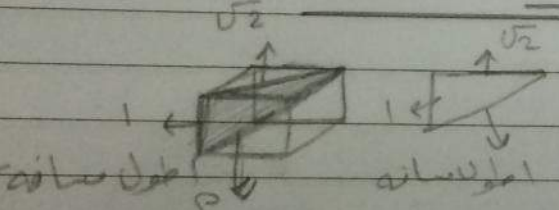
$x = \frac{45 \times 100}{115} \Leftarrow x = 100$

$115 = 45$ ساعة

$x = 39.1 \simeq 40$ ساعة

الحل (ب) .

سؤال ٢١٦ :-



القاعدة = ١ ، الارتفاع = $\sqrt{2}$ 1^2+1^2

أطول مسافة بين رأسين من رؤوس

من نظرية فيثاغورث $1^2 + \sqrt{2}^2 = x^2$

$1 + 2 = 3 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{3}$

الحل (ب)

سؤال ٢١٧ :-

الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{مجموع السرعتين}} = \frac{600}{(80+70)} = \frac{600}{150} = 4$ دقائق

بما أن السرعتين لا يتغيران فالسرعة متناقصة

الحل (ب)

لأحلل ما أبيع من يوم بيوم أوبيع النت

Date No.

سؤال ١٨ :-

$(3^2+2^4)^3 = 5^x \Longrightarrow (9+16)^3 = 5^x$

$(25)^3 = 5^x \Longrightarrow (5^2)^3 = 5^x$

$(5^2)^3 \rightarrow 5^6 = 5^x \Longrightarrow 6 = x$ كذا تعرف لاس

الحل (ب) .

سؤال ١٩ :-

$(i-1)^8 = [(i-1)^2]^4 \Longrightarrow (i^2-2i+1)^4 \Rightarrow (-1-2i+1)^4$

$(-2i)^4 = (-2)^4 \cdot (i)^4 = 16(1) = 16$

الحل (أ) .

سؤال ٢٠ :-

قدر صيفة 7000 إسبوعياً ⟸ فاليوم قدر = $\frac{7000}{7}$ = 1000 يومياً

قدر بالسنة = 355 × 1000 يوماً = 355000 صيفة

الحل (د) .

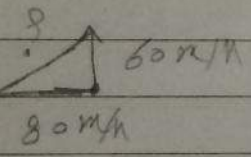
سؤال ٢١ :-

صه نظرية فيثاغورس :

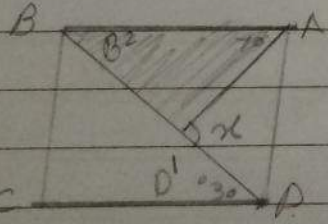
$(60)^2 + (80)^2 = x^2 \Longrightarrow 3600 + 6400 = x^2$

$10000 = x^2$

الحل (ب) $100 = x$



سؤال ٢٢ :-



نلاحظ من الرسم ان متوازي اضلاع فيه $B^2 \cong D' = 30$

ومن نظرية الزاوية الخارجية للمثلث :

الزاوية الخارجية في مثلث تساوي الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها .

الحل (ب) $70 + 30 = 100$

لا أحلى ولا أبهج من يوم بيبدأ بتوشيح النفس

Date No.

سؤال ٢٢٣ :

حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y}$$

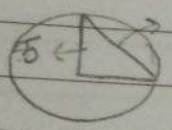
$$\int y\,dy = \int x^2\,dx$$

$$\frac{y^2}{2} = \frac{x^3}{3} + C$$

$$3y^2 = 2x^3 + C$$

الحل (ج)

سؤال ٢٢٤ :



قانون محيط الدائرة = $2\pi r$

من نظرية فيثاغورس :

(الضلع الأول)^2 + (الضلع الثاني)^2 = الوتر

$$(13)^2 = (5)^2 + x^2$$

$$169 = 25 + x^2$$

$$x^2 = 169 - 25 \Rightarrow x^2 = 144$$

$$x = 12$$

بتعويض x في $2\pi r$

الحل (ج) $2\pi = 2 \cdot \pi \cdot 12$

سؤال ٢٢٥ :

احتمال أن يكونا عوراوان ؟

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = .3$$

الحل (ب)

أرجو لكم التوفيق والنجاح

لا أحلل ولا أبيع من يقوم ببيع أوبيعك النت

Date. No.

سؤال ١٠: $[p \wedge (p \wedge (\sim p \vee q))] \vee q$

$p \wedge (q \vee q)$

$[p \wedge (p \wedge q)] \vee q$

$(p \wedge p) \wedge q$

$(p \wedge q) \vee q$

$p \vee q \wedge (q \vee q) \rightarrow (p \vee q) \wedge q$

$p \vee (q \wedge q)$

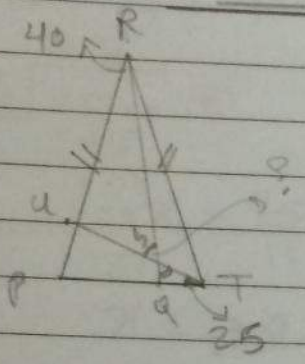
$p \vee q$

$\sim p = q$

$\sim q = p$

خواص الاقواس

الحل (ب)



سؤال ١١: $m\angle PRQ = 40^\circ$, $QR = PR$

$180 - 40 = 140^\circ$

$m\angle PQR = \frac{140}{2} = 70^\circ$

حيث قياس الزاوية الخارجية في المثلث تساوي مجموع الزاويتين البعيدتين

$70 - 25 = 45^\circ$

وبما انه S تقابل بالرأس زاوية المثلث الصغيرة فهما متطابقتين $= 45^\circ$

الحل (د)

سؤال ١٢: الوسيط لم يتأثر لحذف القيم لأربع لأنه يهتم فقط بقيمة المتصف.

الحل (ب) الوسيط

سؤال ١٣: $\frac{x+1}{x+2} + \frac{x}{x+3} \Rightarrow \frac{(x+1)\cdot(x+3) + x(x+2)}{(x+2)\cdot(x+3)}$

$\frac{x^2 + x + 3x + 3 + x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 3x + 6} = \frac{2x^2 + 6x + 3}{x^2 + 5x + 6}$

الحل (ج)

اختبار 1438

بسم الله الرحمن الرحيم

1) إذا كانت درجات طالب في أربع مواد 87، 90، 84، 100
فكم درجة في المادة الخامسة حتى يصبح متوسط درجاته في المواد الخمس 90 درجة

a) 85 b) 89 c) 93 d) 95

الحل

$$\frac{100+84+90+87+X}{5} = 90 \Rightarrow 361+X=450$$

$$\therefore X = 450 - 361 = 89$$

الفقرة (b)

2) بكم طريقة يمكن كتابة اسم خالد؟

a) 4 b) 8 c) 24 d) 36

الحل

عدد حروف كلمة خالد = 4 ⇐ عدد الطرق = $4! = 24$

الفقرة c

3) ليكن n عدداً طبيعياً إذا كان: $\binom{2}{n} = 3\binom{n}{2} = x$ فإن x تساوي

a) n^3 b) n^2 c) n d) 1

الحل

n عدد طبيعي وأقل من أو يساوي 2 $\Rightarrow n \in \{1,2\} \in 2$

لأنه في $\binom{n}{r}$ يكون $r \leq n$

$n=1 \Rightarrow \binom{2}{n} = \binom{2}{1} = 2$ و $3\binom{n}{2} = 3\binom{1}{2}$ غير معرفة

$n=2 \Rightarrow \binom{2}{n} = \binom{2}{2} = 1$ و $3\binom{n}{2} = 3\binom{2}{2} = 3$

⇐ الجواب الصحيح لقيمة n هي 2

$\Rightarrow x = \binom{n}{2} = \binom{2}{2} = 1$

الفقرة (d)

٤ إذا كان: $\left(\left((27)^{\frac{1}{2}}\right)^{4}\right)^{\frac{2}{3}} = 9^{a}$ فإن $a =$ ...

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

الحل

$$\left(\left((27)^{\frac{1}{2}}\right)^{4}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\left((3^{3})^{\frac{1}{2}}\right)^{4}\right)^{\frac{2}{3}} = 3^{3\times\frac{1}{2}\times 4\times\frac{2}{3}} = 9^{2}$$

$\therefore 3^{4} = 3^{2a} \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$

فقرة b

٥ المقدار: $xy(xy+1)^{2} - x^{2}y^{2}$ يساوي:

(a) $x^{3}y^{3} + x^{2}y^{2} + xy$

(b) $x^{3}y^{3} - x^{2}y^{2} + xy$

(c) $x^{3}y^{3} + 3x^{2}y^{2} + xy$

(d) $x^{3}y^{3} - 3x^{2}y^{2} + xy$

الحل

$$xy(xy+1)^{2} - x^{2}y^{2} = xy(x^{2}y^{2} + 2xy + 1) - x^{2}y^{2}$$
$$= x^{3}y^{3} + 2x^{2}y^{2} + xy - x^{2}y^{2}$$
$$= x^{3}y^{3} + x^{2}y^{2} + xy.$$

فقرة a

٦ $(7+i)(7-i)$ تساوي

(a) 50 (b) 48 (c) $49+i$ (d) $49-i$

الحل

$$(7-i)(7+i) = (7)^{2} + (1)^{2}$$
$$= 49 + 1 = 50$$

فقرة a

حاصل ضرب العددين المترافقين
$(a+ib)(a-ib)$
$= a^{2} + b^{2}$

٧) أ) إشترك الأكبر الممكن 333 ، 777 هو

a) 121 ● b) 111 c) 21 d) 11

الحل

$333 = 3 \times 111$ ، $777 = 7 \times 111$

والعددان 7 ، 3 أوليان

∴ أ) إشترك الأكبر هو 111

فقرة b

٨) $4 + 8 \div 2 \times 4$ تساوي :

a) 3 b) 6 c) 20 ● d) 24

الحل

$4 + 8 \div 2 \times 4 = 4 + (8 \div 2) \times 4$

$= 4 + 4 \times 4 = 4 + 16 = 20$

فقرة c

٩) مجموعة حل المتباينة $|x-3| > 1$ هي :

a) $(1,3)$ b) $(2,4)$ c) $(-\infty,1) \cup (3,\infty)$ ● d) $(-\infty,2) \cup (4,\infty)$

الحل

$|x-3| > 1 \iff$ ① $x-3 < -1$ أو $x-3 > 1$

$x < -1+3$ ∴ $x > 1+3$

∴ $x < 2$ ∴ $x > 4$

فقرة d

⇒ مجموعة الحل $= (-\infty, 2) \cup (4, \infty)$

١٠) $\frac{a^2-b^2}{ab} + \frac{b^2-ab}{ab-a^2}$ تساوي :

a) $\frac{a}{b}$ ● b) $\frac{b}{a}$ c) a d) b

الحل

$\frac{a^2-b^2}{ab} + \frac{b^2-ab}{ab-a^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{ab} + \frac{b(b-a)}{a(b-a)} = \frac{a^2-b^2}{ab} + \frac{b}{a}$

(توحيد المقامات)

$= \frac{a^2-b^2+b^2}{ab} = \frac{a^2}{ab} = \frac{a}{b}$

فقرة a

٤

ii) $\frac{\sin x(\sin x - \cos x) + \cos^2 x(\tan x + 1)}{\sec x} = $ ـــ

a) $\cos x$ b) $\sin x$ c) $\tan x$ d) $\cot x$

المقدار $= \frac{\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right) + \cos^2 x}{\sec x}$ الحل

$= \frac{\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos x \sin x + \cos^2 x}{\sec x}$

$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sec x} = \frac{1}{\sec x} = \cos x$ فقرة (a)

١٣) اذا وضع سياج حول حديقة على شكل معين طولا قطراه 16m ، 12m

فما طول السياج بالمتر

a) 10 b) 28 c) 40 d) 96

طول ضلع المعين $= \sqrt{\left(\frac{16}{2}\right)^2 + \left(\frac{12}{2}\right)^2}$ الحل

$= \sqrt{(8)^2 + (6)^2} = \sqrt{64+36} = 10$

محيط المعين $= 4$ (طول الضلع) $= 4(10) = 40$. فقرة (c)

محيط المعين = مجموع أطوال أضلاعه

ومطلوب محيط المعين

١٤) اوجد مجموعة حل المعادلة: $4x^2 - 3x - \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln(2)$

$\ln \frac{1}{a} = -\ln a$

المعادلة: $4x^2 - 3x - (-\ln(2)) - \ln(2) = 0$ الحل

$\Rightarrow 4x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(4x-3) = 0$

$\therefore x = 0$ أو $4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow$ مجموعة الحل $= \left\{0, \frac{3}{4}\right\}$.

١٤ ثلث أطوال أضلاعه x, y, z تحقق لاختيار الصحيح دائماً مما يلي :

ⓐ $x > z$ ⓑ $x > y$ ⓒ $y < x - z$ ⓓ $z > y$

الحل

متباينة المثلث : في اي مثلث تكون الفرعية الطويلة > طول الضلع > الفرعية القصيرة

$$\Rightarrow \quad y > x - z$$

أو $x - z < y$

الفقرة ⓒ

---

١٥ $p \leftrightarrow q \equiv p \vee q$ اذا كان :

ⓐ p صائب ، q صائب ⓑ p صائب ، q خاطئ

ⓒ p خاطئ ، q صائب ⓓ p خاطئ ، q خاطئ

الحل

p	q	$p \vee q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T	T
T	F	T	F
F	T	T	F
F	F	F	T

فقرة ⓐ

من الجدول : $p \leftrightarrow q \equiv p \vee q$ اذا كانت $p : T$ ، $q : T$

---

١٦ العدد $\frac{\sqrt{33}}{2}$ يقع بين :

ⓐ $2, 3$ ⓑ $3, 4$ ⓒ $4, 5$ ⓓ $1, 2$

الحل

خذ الجذر

$$\therefore 25 < 33 < 36$$

اقسم ÷ 2

$$5 < \sqrt{33} < 6$$

$$2,5 < \frac{\sqrt{33}}{2} < 3$$

$\Leftarrow$ العدد $\frac{\sqrt{33}}{2}$ يقع بين العددين الطبيعيين $2, 3$

فقرة ⓐ

١٧ إذا كان k عدداً حقيقياً، A مصفوفة مربعة من النوع $n \times n$ فإن $|kA| =$

ⓐ $k|A|$ ⓑ $nk|A|$ ⓒ $k^n|A|$ ⓓ $k|A|^n$

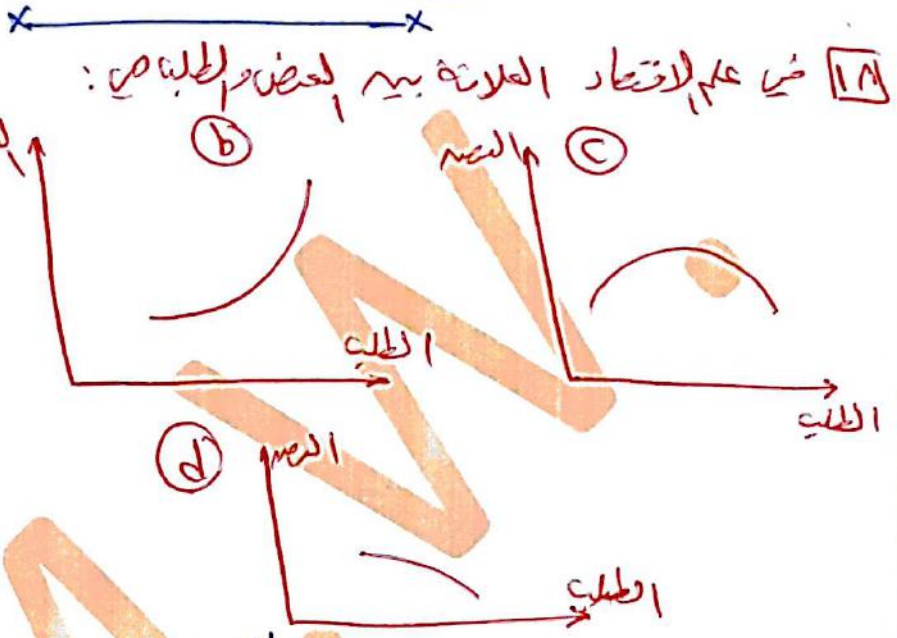
الحل

$$|kA| = k^n |A|$$

راجع المذكرات

١٨ في علم الاقتصاد العلاقة بين العرض والطلب هي:

منحنى ⓒ



الحل

من الملحوظ أنه كلما زاد العرض قلّ الطلب وكلما قل العرض زاد الطلب

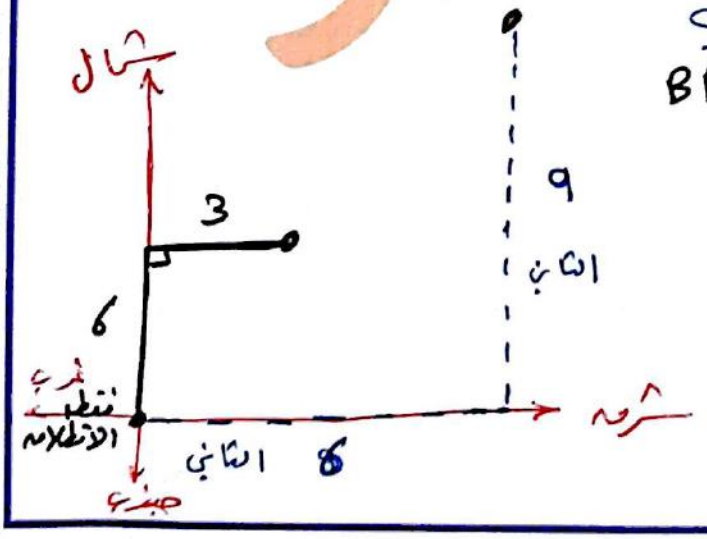
⇐ العلاقة بين العرض والطلب علاقة عكسية

والشكل في منحنى ⓐ صريح يمثل العلاقة العكسية

∴ الفائدة: الشكل في منحنى ⓑ يمثل علاقة طردية.

منحنى ⓐ

١٩ انطلق رجلان: الأول شرقاً 6 كم شمالاً ثم اتجه شرقاً مسافة 3 ثم انطلق رجل آخر شرقاً 6 واتجه شمالاً 9. ما المسافة بينهما



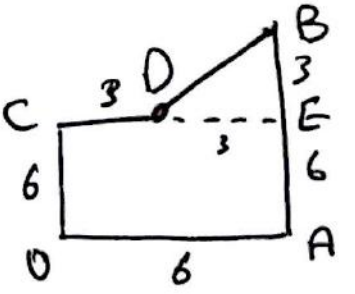
الحل

المسافة بينهما BD

بتطبيق فيثاغورس

$$BD = \sqrt{9+9}$$

$$= 3\sqrt{2}$$



٧

٢٠) تكفيه حل معادلة الدرجة الثانية : I. المميز ، II. الحل ، III. الخاصية

a) I ، II b) I ، III c) II ، III d) I ، II ، III

الحل

من طرق حل المعادلة التربيعية (معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد) $ax^2+bx+c=0$ بالإضافة إلى طريقة المثلثية.

مثلث (d)

٢١) بكم طريقة يمكن ترتيب 6 كراسي في صف واحد اذا علم أن ثلاثة كراسي حمراء وكرسيين أخضر وكرسي واحد أبيض

a) 60 b) 90 c) 120 d) 720

الحل

الكراسي : أحمر ، أحمر ، أحمر ، أخضر ، أخضر ، أبيض

ثلاثة كراسي متشابهة

فقرة (a)

$$\Leftarrow \text{عدد الطرق} = \frac{\text{عدد التباديل}}{\text{جداء عدد تباديل الكراسي المتشابهة}} = \frac{6!}{3!\times 2!\times 1!}$$

$$\Rightarrow \text{عدد الطرق} = \frac{6!}{3!\times 2!\times 1!} = \frac{6\times 5\times 4\times 3!}{3!\times 2\times 1} = 60$$

ماعدا الخبر > ضد

٢٢) عين مجال الدالة : $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-2}}$

$x^2-2>0 \Rightarrow x^2>2$ الحل ← ضد الجذر التربيعي ← $|x|>\sqrt{2}$

$\Rightarrow x<-\sqrt{2}$ أو $x>\sqrt{2}$

المجال $= (-\infty,-\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2},\infty) = \mathbb{R}-[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$

٢٣) $\left(\frac{16}{9}\right)^{-1} = \cdots$

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ b) $\left(\frac{4}{3}\right)^2$ c) $\frac{4}{3}$ d) $--$

$$\left(\frac{16}{9}\right)^{-1} = \left(\frac{4^2}{3^2}\right)^{-1} = \left(\left(\frac{4}{3}\right)^2\right)^{-1} \overset{\text{الحل}}{=} \left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

فقرة (a)

٤) $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = $ ---

2 (d) 1 (c) 0 (b) ∞ (a)

الحل

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots$$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots$$

مجموع متسلسلة هندسية غير منتهية حدها الأول $a_1 = 1$

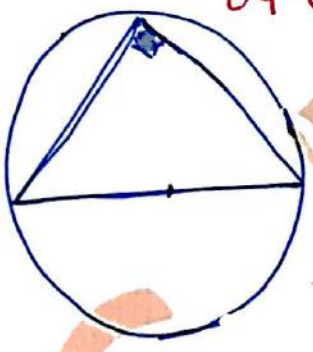
والأساس $r = \frac{1}{2}$ ، حيث $|r| < 1$

$\Leftarrow$ المتسلسلة تقاربية ويحسب مجموعها $S = \frac{a}{1-r}$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$$ (d) صحيحة

٥) دائرة مساحتها 16π أوجد محيطها :

64 (d) 16 (c) 8 (b) 4 (a)



الحل

مساحة الدائرة $= \pi r^2 = 16\pi$

$\therefore r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$

طول وتر المثلث $= 2r = 8 =$ القاعدة.

وطول الارتفاع المناظر لأساس القاعدة $= r = 4$

$\Leftarrow$ مساحة $\Delta = \frac{1}{2} \times$ طول القاعدة $\times$ الارتفاع

مساحة $\Delta = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = \underline{16}$ (c) صحيحة

٦) اوجد طول المحور الأكبر للقطع : $x^2 + 4y^2 = 4$

الحل

① ضع المعادلة في الصورة القياسية : $x^2 + 4y^2 = 4 \xrightarrow{(\div 4)} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$

② استنتج a^2 :

$\Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$

③ جد طول المحور الأكبر (2a) :

$\Rightarrow$ طول المحور الأكبر $= 2a = \underline{4}$

٢٧ العدد $\frac{2}{3}$ ينتمي لمجموعة الأعداد:

a) الكلية ● b) الصحيحة c) النسبية d) الطبيعية

الحل

لاحظ أنه: ① العدد $\frac{2}{3}$ عدد نسبي

② مجموعة الأعداد الكلية هي المجموعة الشاملة لجميع مجموعات الأعداد

⇐ $\frac{2}{3}$ عدداً نسبياً وحقيقياً وصحيحاً (فقرة a)

---

٢٨ أوجد a إذا كان $9 = \int_0^3 ax\,dx$

$$\int_0^3 ax\,dx = 9 \Rightarrow \left[a\frac{x^2}{2}\right]_0^3 = 9$$

الحل

$$\Rightarrow a\left(\frac{9}{2} - \frac{0}{2}\right) = 9$$

$$\therefore \frac{9a}{2} = 9 \Rightarrow \frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = 2$$

---

٢٩ ما معادلة القطع المكافئ بالشكل

a) $y = x^2 - 1$ ● $x = y^2 + 1$

b) $y = (x-1)^2$ d) $x = (y-1)^2$

الحل

لاحظ: الرأس $(h,k) = (1,0)$، وحدة القطع موجبة X ⇐ التربيع على y

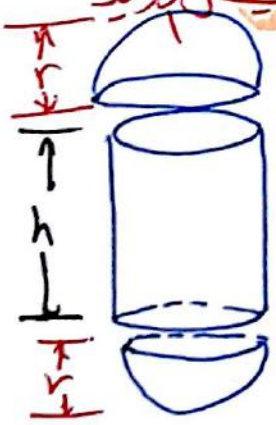
، فتحة القطع إلى اليمين ⇐ إشارة موجبة

$$\Rightarrow (y-0)^2 = (x-1) \Rightarrow y^2 = x-1 \Rightarrow x = y^2+1$$

(فقرة c)

---

٣٠ كرة قسمت نصفيها وتم الفاصل بطريق السطحان مساويين لقطر الكرة، ارتفاع الكرة = h، نصف القطر = r، جد الارتفاع الشكل الجديد



الحل

ارتفاع الشكل الجديد = $r + h + r$

$= h + 2r$.

٤١ اذا كانت $5 < x < 19$ ، فما قيمة x اذا كان العدد بين الوسيط والمتوسط للعدد 3, 5, 7, 11, x, 19 حسابيا ؟

(a) 10 (b) 15 (c) ب (d)

الحل

① احسب المتوسط : $\text{المتوسط} = \frac{3+5+7+11+x+19}{6} = \frac{45+x}{6}$

② بتجربة الخيارات :

① $x = 10$: 3, 5, 7, 10, 11, 19

الوسيط $= \frac{7+10}{2} = \frac{17}{2} = 8.5$

والمتوسط $= \frac{45+10}{6} = \frac{55}{6} \approx 9.2$

العدد ليس بينهما

② $x = 15$: 3, 5, 7, 11, 15, 19

الوسيط $= \frac{7+11}{2} = 9$

والمتوسط $= \frac{45+15}{6} = \frac{60}{6} = 10$

العدد بينهما $\Leftarrow x = 15$

نقطة (b)

---

٤٢ احسب : $\lim_{x \to \infty} \sin\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)$

الحل

$$\text{Limit} = \sin\left[\lim_{x \to \infty}\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)\right] = \sin(0) = 0$$

---

٤٣ صندوق به 10 كرات متشابهة ، اذا سحبت 3 كرات على التوالي مع الارجاع فكم طريقة يمكن السحب

(a) -- (b) -- (c) 1000 (d) 720

الحل

عدد طرق سحب 3 من العناصر على التوالي مع الارجاع من مجموعة بها n عنصر $= n^3$

$\Rightarrow$ عدد الطرق $= (10)^3 = 1000$

نقطة (b)

٣٤ بناء طوله 12m وعرضه 8m وارتفاعه 5m به 10 شبابيك مساحة الواحد منها $1,5m^2$ وباب مساحته $5m^2$ اذا أردنا طلاء جدرانه وسقفه كل $1,5m^2$ يستهلك اللتر. كم لترا يستهلك طلاء البناء

الحل

① احسب المساحة الجانبية للبناء (متوازي مستطيلات) كالتالي:

المساحة الجانبية كاملة = محيط القاعدة × الارتفاع = $2(12+8) \times 5$

$= 40 \times 5 = 200 m^2$

② احسب مساحة الباب والشبابيك (الفوارغ)

مساحة الفوارغ = مساحة الباب + مساحة 10 شبابيك

$= 5 m^2 + 10(1,5) m^2 = 5 + 15 = 20 m^2$

③ احسب مساحة الجزء المراد دهانه = المساحة الجانبية الكلية − مساحة الفوارغ

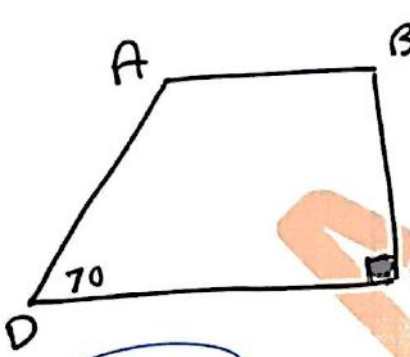
$\Rightarrow$ مساحة الجزء المراد دهانه $= 200 - 20 = 180 m^2$

④ احسب عدد اللترات:

عدد اللترات $= \frac{\text{مساحة الجزء المطلوب}}{\text{ما يغطيه اللتر الواحد}} = \frac{180}{1,5} = \frac{1800}{15} = \underline{120}$ Litr

٣٥ في شبه المنحرف المجاور إذا علمت أن $m\angle C = 90°$ ، $m\angle D = 70°$ أوجد قياس الزاوية A

(a) 70 ● 110 (c) (d)



الحل

∵ الشكل شبه منحرف $\Leftarrow m\angle B = m\angle C = 90°$

$\Rightarrow m\angle A = 360 - (90+90+70) = 360 - 250 = \underline{110°}$ (b) نقطة

٣٦ اوجد مشتقة كل مما يلي:

① $y = (x^2+1)^6$

$\frac{dy}{dx} = 6(x^2+1)^5 \cdot 2x = 12x(x^2+1)^5$

② $y = \sqrt[3]{x^7}$ $\Rightarrow y = x^{\frac{7}{3}}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} x^{\frac{7}{3}} = \frac{7}{3} x^{\frac{7}{3}-1} = \frac{7}{3} x^{\frac{5}{3}}$

$= \frac{7}{3} \sqrt[3]{x^5}$.

٢٧ إذا كانت درجات أطلاب فصل 44 ، 42 ، 38 ، 36 فإن الانحراف المعياري =

١٢ (a) 10 (b) $2\sqrt{10}$ (c) $\sqrt{10}$ (d) 40

هنا: عينة (ذكر: الطلاب ولم يذكر الله طلاب فصل مثلاً ...)

① أحسب المتوسط بحساب $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{44+42+38+36}{4} = \frac{160}{4} = 40$$

② أكتب قانون الانحراف المعياري للعينة وعوض:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x-\bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(44-40)^2+(42-40)^2+(38-40)^2+(36-40)^2}{4}}$$

$$\therefore \sigma = \frac{1}{2}\sqrt{16+4+4+16} = \frac{1}{2}\sqrt{40} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} = \sqrt{10}.$$

ج

٢٨ $\left(\frac{-2a^5}{a^2b^2}\right)^3 = \frac{(-2)^3 (a^3)^3}{(b^2)^3} = \frac{-8a^9}{b^6}$. (الله اكبر)

٢٩ $(2n+1)^2 + (n+1)^2 = [(2n)^2 + 2(2n)\cdot 1 + 1^2] + [n^2 + 2(n)\cdot 1 + 1]$ (الله اكبر)

$$= 4n^2 + 4n + 1 + n^2 + 2n + 1$$
$$= 5n^2 + 6n + 2.$$

٣٠ إذا كان $\frac{x}{5} = \frac{5}{x}$ فما العينة الممكنة لـ x

$$\therefore \frac{x}{5} = \frac{5}{x} \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5.$$ (الله اكبر)

١١ حل المعادلة: $12x^2 + 3x + 1 = 0$ (الله اكبر)

$12x^2 + 3x + 1 = 0$

$a=12,\ b=3,\ c=1$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-4(12)(1)}}{2(12)} = \frac{-3 \pm \sqrt{-39}}{24}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3}{24} \pm \frac{\sqrt{39}}{24}i \Rightarrow \text{مجموعة الحل} = \left\{\frac{-1}{8} \pm \frac{\sqrt{39}}{24}i\right\}.$$

٤٥) إذا كان $\binom{2n}{2} = 2\binom{n}{2} + x$ فإن $x =$ ـــ

ⓐ n^3 ● n^2 ⓒ n ⓓ 1

الحل

① $\binom{2n}{2} = \frac{(2n)!}{2!\,(2n-2)!} = \frac{2n(2n-1)(2n-2)!}{2\cdot(2n-2)!} = n(2n-1)$

$\Rightarrow \binom{2n}{2} = 2n^2 - n.$

② $2\binom{n}{2} = 2\cdot\frac{n!}{2!\,(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = n(n-1) = n^2-n$

$\because \binom{2n}{2} = 2\binom{n}{2} + x \Rightarrow 2n^2 - n = n^2 - n + x$

$\Rightarrow x = n^2$ (فقرة ⓑ)

٤٦) العبارة: $\forall x \in \mathbb{Z}^+, \exists y \in \mathbb{Q} : y^2 = x$

تصبح صحيحة إذا استبدلنا:

ⓐ $\mathbb{Q} \to \mathbb{R}$ ● $\mathbb{Z} \to \mathbb{Q}$ ⓒ $\mathbb{Z}^+ \to \mathbb{Z}$ ⓓ $\mathbb{R} \to \mathbb{Z}$

الحل

تصحة العبارة: لكل عدد x صحيح موجب يوجد عدد نسبي y يحقق $y^2 = x$

حيث إن مربع العدد الصحيح هو عدد صحيح موجب

$\Leftarrow$ الاختيار الأقرب إلى الصح هو فقرة ⓑ

رغم تناسي واضع السؤال أن الصفر ليس موجباً ولا سالباً

تذكير: مربع العدد الصحيح هو عدد صحيح موجب أو صفر

ومربع العدد النسبي هو عدد نسبي موجب أو صفر

وبصفة عامة:

$$\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\} : x^2 = y$$

بمعنى مربع أي عدد حقيقي دائماً الترسم أو يساوي الصفر

والله تعالى أعلى وأعلم

هكذا وصلتني الكاميرا والخيارات،

وإنه كان صائل فظ غليظ القلب والشيطان.

أخوكم / م. سيد محمود صادق S.M.W.

٤٢ إذا رميا قطعة نرد (مكعب أرقام) مرة واحدة فما احتمال ان يظهر عدد قاسما للعدد 11010

$\frac{5}{6}$ ● $\frac{2}{3}$ ⓒ $\frac{1}{2}$ ⓑ $\frac{1}{6}$ ⓐ

الحل

① عدد عناصر فضاء العينة = 6

② عدد حالات وقوع الحادثة: العدد 11010 عدد أحاده صفر (أو زوجيا)، رقم آحاده تقبل القسمة على 3

⇐ الاعداد التي تقسم العدد 11010 هي 1، 2، 3، 5، 6

⇐ عدد عناصر الحادثة = 5

③ الاحتمال: الاحتمال = $\frac{5}{6}$

مقتك ⓓ

٤٣ لدينا الجمل الخبرية p، q كما يلي:

p: $\sqrt{-1} = -1$ و $(-1)^2 = 1$

q: كل عدد صحيح اذا قسم على عدد صحيح ناتجه عدد صحيح

ⓐ p صحيحة و q خاطئة ⓑ p صحيحة و q صحيحة

ⓒ p خاطئة و q خاطئة ● p خاطئة و q خاطئة

الحل

لاحظ: $\sqrt{-1} \neq -1$ ⇐ الجملة p خاطئة (لاحظ الرابط و)

q ليس كل عدد صحيح اذا قسم على عدد صحيح آخر كان الناتج عددا صحيحا

مثلا $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ ليس عددا صحيحا

⇐ الجملة q خاطئة

مقتك ⓓ

٤٤ $\frac{\sqrt{2}}{3} \div \frac{\sqrt{7}}{8} = ?$

الحل

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \div \frac{\sqrt{7}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{8}{\sqrt{7}} = \frac{8\sqrt{2}}{3\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{8\sqrt{14}}{21}$$

واذا كانت $\frac{\sqrt{2}}{5} \div \frac{8}{\sqrt{7}}$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \div \frac{8}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{7}}{8} = \frac{\sqrt{14}}{24}$$

* أوجد ناتج: $\left(\left((729)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^2$

* حل المتباينة $|2x-3| \geq 1$

* حل المعادلة $x^2 = 4$

* معين طولا قطراه 16cm ، 12cm أوجد محيطه

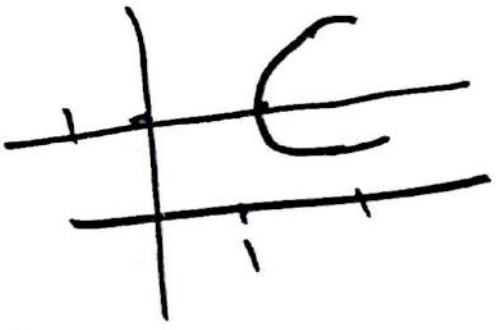
* بين مجال الدالة $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-9}}$

* أوجد مشتقة الدالة $y = (3x^2+1)^6$

* أوجد طول المحور الكبير للقطع الناقص $9x^2+16y^2=144$

* إذا كانت $\underline{A}$ مصفوفة مربعة من النوع 3×3 وكان $|\underline{A}|=4$ فأوجد $|2\underline{A}|$

* معادلة القطع الناقص المرسوم



* أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (2,3) ويوازي المستقيم $y=4x+7$

٤٧ الدالة $f(x)=2x^2-1$ فإن $f(1)+f(2)+f(3)$:.

a) 1 b) 7 c) 17 d) 25

الحل

$\because f(x)=2x^2-1$

$\Rightarrow f(1) + f(2) + f(3)$

$=[2(1)^2-1]+[2(2)^2-1]+[2(3)^2-1]$

$=[2\cdot1-1]+[2\cdot4-1]+[2\cdot9-1]=[2-1]+[8-1]+[18-1]$

$=1+7+17=\underline{25}.$

(d) صحيحة

٤٨ افرض أن $f(x)=2x-5$ ، $g(x)=4x$ اوجد $(gof)(5)$

الحل

$(gof)(5)=g[f(5)]=g[2(5)-5]$

$=g[10-5)=g(5)$

$=4(5)=\underline{20}$

a) 0 b) 20 c) 5 d) 35

(b) صحيحة

٤٩ اوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين $(3,2)$ و $(5,2)$

a) 2 b) 0 c) 5 d) ∞

الحل

الميل $=\frac{2-2}{3-5}=\frac{0}{-2}=0$

(b) صحيحة

حل آخر: المستقيم المار بالنقطتين $(3,2)$ ، $(5,2)$

هو مستقيم افقي (لاحظ ثبات الاحداثي الصادي)

وميل المستقيم الافقي صفر

٥٠ حل المتباينة: $|2x-5|>3$

a) $(4,\infty)$ b) $(-\infty,1)\cup(4,\infty)$ c) $(-\infty,1)$ d) $[1,4]$

الحل

$|2x-5|>3$

$\Rightarrow 2x-5<-3$ or $2x-5>3$

$\because 2x<2$ $\because 2x>8$

$\Rightarrow x<1$ $\Rightarrow x>4$

$\Rightarrow (-\infty,1)$ $(4,\infty)$

$\Rightarrow$ مجموعة الحل $=(-\infty,1)\cup(4,\infty)=R-[1,4]$

(b) صحيحة

س14 اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة $(1,1)$ وميله $2=$

ⓐ $y=2x-2$ ⓑ $y=2x+1$ ● $y=2x-1$ ⓓ $y=2x-3$

الحل

$(x_1,y_1)=(1,1)$, $m=2$

المعادلة: $y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y-1=2(x-1)$

$\therefore y=2x-2+1$

$\Rightarrow y=2x-1$

منتج ⓒ

س15 اوجد m ، b لمقطع المستقيم الصادي b لمستقيم $3x+5y=15$

ⓐ $m=\frac{3}{5}$, $b=3$ ⓑ $m=3$, $b=5$ ⓒ $m=5$, $b=3$ ● $m=3$, $b=\frac{-3}{5}$

الحل

$3x+5y=15$

$5y=-3x+15$

$\therefore y=\frac{-3}{5}x+\frac{15}{5}$

$\Rightarrow y=\frac{-3}{5}x+5$

$\Rightarrow m=\frac{-3}{5}$, $b=5$

منتج ⓓ

* تذكر:

معادلة المستقيم $y=mx+b$

حيث: m = الميل

b = مقطع المستقيم الصادي

س16 اوجد مجال الدالة: $f(x)=\sqrt[3]{x-2}$

ⓐ $(2,\infty)$ ● R ⓒ $R-\{2\}$ ⓓ $(-\infty,2)$

الحل

$f(x)=\sqrt[3]{x-2}$

دليل الجذر عدد فردي ← المجال R

منتج ⓑ

* تذكر:

مجال الدالة الجذرية التي دليل الجذر عدد فردي والجذر هي البسط هو R

س17 كيف يحصل على منحنى الدالة $f(x)=(x+4)^3$ بإزاحة منحنى الدالة $f(x)=x^3$ لمقدار:

● 4 وحدات يسار ⓑ 4 وحدات يمين ⓒ 4 وحدات لأعلى ⓓ 4 وحدات لأسفل

الحل

$f(x)=x^3 \xrightarrow[\text{وحدات يسار}]{\text{إزاحة } 4} f(x)=(x+4)^3$

منتج ⓐ

4 وحدات يسار

* تذكر:

الإزاحة الأفقية للدالة $f(x-h)$:

① جذر x بالجمع الطرح وعكس إشارة h مؤشر الدالة

② تحالف في الإشارة

٥٥ أحد نقطة الانقلاب للدالة: $f(x)=x^3-12x^2+36x$

(a) (16,4) (b) (2,7) (c) (3,18) (d) (4,16)

تذكير:
① نقطة الانقلاب (الانطواء): هي نقطة على منحنى الدالة f عندها يتغير اتجاه التقعر أو يتغير اتجاه التقعر.
② عندها المشتقة الثانية تساوي صفر أو غير معرفة

الدالة ① $f(x)=x^3-12x^2+36x$

المشتقة الأولى ② $f'(x)=3x^2-24x+36$

المشتقة الثانية ③ $f''(x)=6x-24$

$6x-24=0$

$\therefore 6x=24 \Rightarrow x=4$

$f''(x)=0$ عند

x		4	
f''	−	0	+

عند $x=4$ في ① $f(4)=4^3-12(4)^2+36(4)=64-192+144=16$

$\Rightarrow$ نقطة الانقلاب $(4,16)$ (d) الجواب

٥٦ أحد: $\lim_{x\to 2}(3x^3+5x^2-7)$

(a) 9 (b) 37 (c) 149 (d) 51

الحل: بالتعويض مباشر

$\text{Limit}=3(2)^3+5(2)^2-7=3(8)+5(4)-7$

$=24+20-7=37$ (b) الجواب

٥٧ أحد: $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}$

(a) 3 (b) 0 (c) 6 (d) −6

الحل: حالة عدم تعيين $\frac{0}{0}$ ← بالتحليل لبسط

$\text{Limit}=\frac{3^2-9}{3-3}=\frac{0}{0}$

$\Rightarrow \text{Limit}=\lim_{x\to 3}\frac{2x}{1}=2(3)=6$ (c) الجواب

٥٨ أحد: $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^4-5x^2+2}{7x^5+6x^3-3x+1}$

(a) $\frac{3}{7}$ (b) 0 (c) ∞ (d) $\frac{-5}{6}$

الحل:

درجة البسط = 4 ، درجة المقام = 5

درجة البسط أقل من درجة المقام

$\Rightarrow \text{Limit}=0$ (b) الجواب

٥٩ أوجد : $\lim_{x \to 2} e^{x+2}$

(a) 0 (b) e^4 (c) 1 (d) e^3

بتعويض مباشر

$\text{Limit} = e^{2+2} = e^4$

الحل

فقرة (b)

٦٠ أوجد قيمة y إذا كان $(6, 3y) = (6, 21)$

(a) 3 (b) 6 (c) 7 (d) 21

الحل

$\because (6, 3y) = (6, 21)$

فقرة (c)

$\Rightarrow 3y = 21 \Rightarrow y = \frac{21}{3} = 7$

تذكر: إذا كان $(x, y) = (a, b)$ فإن $x = a, y = b$

٦١ أوجد $\frac{dy}{dx}$ إذا كان

1) $y = (x^3 + 1)(2x^3 - 2)$

(a) $2x$ (b) $12x^5$ (c) $10x^4 + 6x^2 - 4x$ (d) $6x^2$

1) $y = (x^3+1)(2x^3-2) = 2x^6 - 2$

الحل

$\Rightarrow y' = 12x^5$

فقرة (b)

2) $y^2 = xy + 2x^2$

(a) $\frac{2y - x}{y + 4x}$ (b) $2y - x$ (c) $\frac{y + 4x}{2y - x}$ (d) $y + 4x$

الحل

$\because y^2 = xy + 2x^2 \Rightarrow y^2 - xy = 2x^2$

بالاشتقاق

$\therefore 2y \cdot \frac{dy}{dx} - x\frac{dy}{dx} - y = 4x$

$\therefore \frac{dy}{dx}[2y - x] = 4x + y$

فقرة (c)

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{y + 4x}{2y - x}$.

3) $y = e^2$

(a) $2e^2$ (b) e^3 (c) $2e$ (d) 0

الحل

لأن e^2 مقدار ثابت

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$

فقرة (d)

11) إذا كان $z = xy + x^2y + y^2x$ فإن $\frac{\partial z}{\partial y}$ =

a) $x + x^2 + 2xy$ ● b) $1 + x^2 + 2y$ c) $y + 2xy + y^2$ d) $1 + 2xy + x^2$

الحل

$\because z = xy + x^2y + y^2x$

استعمل جزئيا بالنسبة لـ y

$\therefore \frac{\partial z}{\partial y} = x + x^2 + 2yx$

(فقرة a)

12) إذا كان: $\int_2^2 (x^2+1)^3 x\,dx$

a) 156,25 b) 125 ● c) 0 d) 625

الحل

بما أن: $\int_a^a f(x)\,dx = 0$

$\int_2^2 2x(x^2+1)^3\,dx = 0$

(فقرة c) بما أن التكامل

13) حل المتباينة التالية:

a) $(-5,1)$ b) $(-1,1)$ ● c) $(-\infty,5)$ d) $[-1,1]$

① $-5 < 3x-2 < 1$

الحل

$-5 < 3x-2 < 1 \Rightarrow 2-5 < 3x < 1+2$

$-3 < 3x < 3 \Rightarrow -1 < x < 1$

$\Rightarrow$ مجموعة الحل $= (-1,1)$

(فقرة b)

---

② $|2x-2| \le 4$

a) $(-\infty,3)$ b) $(-1,3)$ c) $[-1,3]$ ● d) $(-1,\infty)$

الحل

$\because |2x-2| \le 4 \Rightarrow -4 \le 2x-2 \le 4$

$2-4 \le 2x \le 4+2$

$-2 \le 2x \le 6 \Rightarrow -1 \le x \le 3$

$\Rightarrow$ مجموعة الحل $[-1,3]$.

(فقرة c)

٧٥ أحد مجال كل من الدوال :

① $f(x)=\frac{3x+5}{x+1}$

● $R-\{-1\}$ ⓑ $(-1,\infty)$ ⓒ R ⓓ $(-\infty,-1)$

الحل

نساوي المقام بالصفر

$x+1=0$

$x=-1$

$\Rightarrow$ المجال $= R-\{-1\}$ صح ⓐ

تذكر: مجال الدالة النسبية = R ماعدا أصفار المقام

② $f(x)=\begin{cases} x+7 & , 1<x\leq 4 \\ 3x-5 & , 4<x\leq 8 \end{cases}$

ⓐ $(1,4]$ ⓑ R ● $[1,8]$ ⓓ $[4,8]$

الحل

نمثل كل من الدالة على خط الأعداد

المجال $=(1,4]\cup(4,8]=(1,8]$ صح ⓒ

٧٧ يمثل الرسم التالي منحنى الدالة $f(x)=|x|-5$ بازاحة منحنى الدالة $f(x)=|x|$

ⓐ وحدة يسار ⓑ وحدة يمين

ⓒ وحدة لأعلى ● وحدة لأسفل

الحل

$|x|-5$ $\xrightarrow[\text{لأسفل}]{\text{إزاحة } 5 \text{ وحدات}}$ $f(x)=|x|$

صح ⓓ

تذكر:

الإزاحة الرأسية:

① مع المطرح خارج مؤثر الدالة

② تشابه ↑ (+)

↓ (−)

والله تعالى أعلى وأعلم

م/ سعيد محمد وصدان

انتهت ,,, والله الموفق

لاتنسونا من دعائكم