- اختبار لوغاريتم -

السؤال الأول: حل المعادلات:

1) $\ln\left(\frac{1-x}{3+x}\right)=0$

2) $\ln(-3x)=\ln(x^2-4)$

3) $\ln(x^2-2x+1)=0$

4) $\begin{cases} \ln x-\ln y=\ln 5 \\ 2x+9y=95 \end{cases}$

السؤال الثاني: احسب نهاية f عند a:

1) $a=+\infty, 0 \; ; \; f(x)=\frac{\ln x}{x}$

2) $a=0^+ \; ; \; f(x)=\frac{1}{x}+\ln x$

3) $a=+\infty \; ; \; f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x+3}\right)$

4) $a=0 \; ; \; f(x)=\frac{\ln(1+2x)}{3x}$

السؤال الثالث: حل المسألة التالية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفقاً:

$$f(x)=\ln\left(\frac{x-2}{2+x}\right)$$

1- أوجد D_f

2- أوجد معادلة كل مقارب للخط البياني C يوازي المحور $x'x$ أو يوازي المحور $y'y$.

3- برهن أن f تابع فردي، واستنتج الصفة التناظرية للخط C

4- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها

5- ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C

انتهت الأسئلة

الحل: السؤال الأول:

1) $\ln\left(\frac{1-x}{3+x}\right)=0$

مجموعة التعريف $]-3,1[$

نأخذ e الطرفين

$$\frac{1-x}{3+x}=\frac{1}{1}$$

$$1-x=3+x$$

$$1-3=x+x$$

$$2x=-2 \Rightarrow \boxed{x=-1}$$

الأستاذ: أحمد عيد تكروري

2) $\ln(-3x)=\ln(x^2-4)$

$D_1=]-\infty,0[$; $D_2=]-\infty,-2[\,\cup\,]2,+\infty[$

$$D=D_1\cap D_2=]-\infty,-2[$$

$$\Rightarrow \ln(-3x)=\ln(x^2-4)$$

$$\xRightarrow{e} -3x=x^2-4$$

$$x^2+3x-4=0$$

تحليل مباشر $(x+4)(x-1)=0$

إما: $x+4=0 \Rightarrow \boxed{x=-4}$ مقبول

أو: $x-1=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$ مرفوض

3) $\ln(x^2-2x+1)=0$

$$D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$$

نأخذ e الطرفين:

$$x^2-2x+1=1$$

$$x^2-2x=0$$

$a = 0^+ \quad ; \quad f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$ ②

* $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{x} + \ln x\right) = +\infty - \infty$ عدم

$= \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x}\left(1 + \frac{\ln x}{\frac{1}{x}}\right) \Rightarrow \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x}(1 + x\ln x)$

$= +\infty(1+0) = +\infty$

$a = +\infty \quad , \quad f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+3}\right)$ ③

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{x-1}{x+3}\right)$

$= \ln\left(\lim_{x\to+\infty} \frac{x-1}{x+1}\right) \Rightarrow \ln\left(\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x}\right)$

$= \ln(1) = 0$

$a = 0 \quad ; \quad f(x) = \frac{\ln(1+2x)}{3x}$ ④

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+2x)}{3x} = \frac{0}{0}$ عدم

$= \lim_{x\to 0} \frac{1}{3} \frac{\ln(1+2x)}{x} \Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{2}{3} \frac{\ln(1+2x)}{2x}$

$= \frac{2}{3} \lim \frac{\ln(1+2x)}{2x} = \frac{2}{3} \cdot 1 = \boxed{\frac{2}{3}}$

تذكرة: $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+ax)}{ax} = 1$

السؤال الثالث:

$f(x) = \ln\left(\frac{x-2}{2+x}\right)$

① f معرف عندما $\frac{x-2}{2+x} > 0$

ندرس البسط

$\boxed{x=2} \Leftarrow x-2=0$

ندرس المقام

$\boxed{x=-2} \Leftarrow 2+x=0$

عامل مشترك $x(x-2) = 0$

اما: $\boxed{x=0}$ مقبول

أو: $\boxed{x=2} \Leftarrow x-2=0$

④

$\ln x - \ln y = \ln 5$ ----(1)

$\ln x + 9y = 95$ ----(2)

شروط الحل: $y > 0 \; , \; x > 0$

من (1): $\ln x - \ln y = \ln 5$

$\cancel{\ln} \frac{x}{y} = \cancel{\ln} 5 \Rightarrow \frac{x}{y} = 5$

$x = 5y$ ----(3)

نعوض في (2):

$2(5y) + 9y = 95$

$10y + 9y = 95$

$19y = 95 \Rightarrow \boxed{y=5}$

نعوض في (3): $x = 5(5) \Rightarrow \boxed{x=25}$

السؤال الثاني:

① $a = 0, +\infty \qquad f(x) = \frac{\ln x}{x}$

* $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{x} = \frac{-\infty}{0} = -\infty$

* $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ (قاعدة)

نشكل الجدول:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$2+x$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{x-2}{2+x}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$\frac{x-2}{2+x}>0$		محققة		//////		محققة	

$$D_f =]-\infty,-2[\,\cup\,]2,+\infty[$$

② نحسب النهايات عند $+\infty$, $-\infty$, 2 , -2

$$* \lim_{x\to\mp\infty} f(x) = \lim_{x\to\mp\infty}\left(\ln\left(\frac{x-2}{2+x}\right)\right)$$

$$= \ln\left(\lim_{x\to\mp\infty}\frac{x-2}{2+x}\right) = \ln(1) = 0$$

$y = 0$ مقارب أفقي للخط C في جوار $\mp\infty$

$$* \lim_{x\to -2^-} f(x) = \lim_{x\to -2^-}\left(\ln\left(\frac{x-2}{2+x}\right)\right)$$

$$= \ln\left(\frac{-4}{0^-}\right) = \ln(+\infty) = +\infty$$

$x = -2$ مقارب شاقولي للخط C و C في جوار $+\infty$

$$* \lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+}\left(\ln\left(\frac{x-2}{2+x}\right)\right)$$

$$= \ln\left(\frac{0^+}{4}\right) = \ln(0^+) = -\infty$$

$x = 2$ مقارب شاقولي للخط C و C في جوار $-\infty$

③ حتى يكون f تابع فردي يجب ان يتحقق الشرطين:

$\boxed{1}$ $\forall x \in D_f \Rightarrow -x \in D_f$

$$x \in]-\infty,-2[\,\cup\,]2,+\infty[$$

$$-x \in]+\infty,2[\,\cup\,]-2,-\infty[$$

فالشرط الاول محقق

$\boxed{2}$ $f(-x) = -f(x)$

$$* f(-x) = \ln\left(\frac{-x-2}{2-x}\right)$$

عامل مشترك

$$= \ln\frac{-(x+2)}{2-x} = \ln\left(\frac{x+2}{x-2}\right)$$

$$= \ln(x+2) - \ln(x-2)$$

عامل مشترك

$$= -\left(\ln(x-2) - \ln(x+2)\right)$$

$$= -\ln\left(\frac{x-2}{x+2}\right) = -f(x)$$

$\Leftarrow$ $f(-x) = -f(x)$ فالشرط الثاني محقق

$\Leftarrow$ التابع فردي وهو متناظر بالنسبة للمبدأ

④ f معرف ومستمر واشتقاقي في المجال

$$]-\infty,-2[\,\cup\,]2,+\infty[$$

* الاشتقاق:

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{x-2}{2+x}\right)'}{\frac{x-2}{2+x}} = \frac{\frac{1.(2+x)-1(x-2)}{(2+x)^2}}{\frac{x-2}{2+x}}$$

$$= \frac{\frac{2+x-x+2}{(2+x)^2}}{\frac{x-2}{2+x}} = \frac{4}{(x-2)(2+x)} > 0$$

المشتق لا ينعدم

الأستاذ: أحمد عبيد تكروري

Scanned by CamScanner

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\Vert$	//////	$\Vert$	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty \Vert$	//////	$\Vert -\infty$	$\nearrow$	0

الرسم: قسم المسودة:

$(-\infty, 0)$

$(-2, +\infty)$ فرع

$(2, +\infty)$

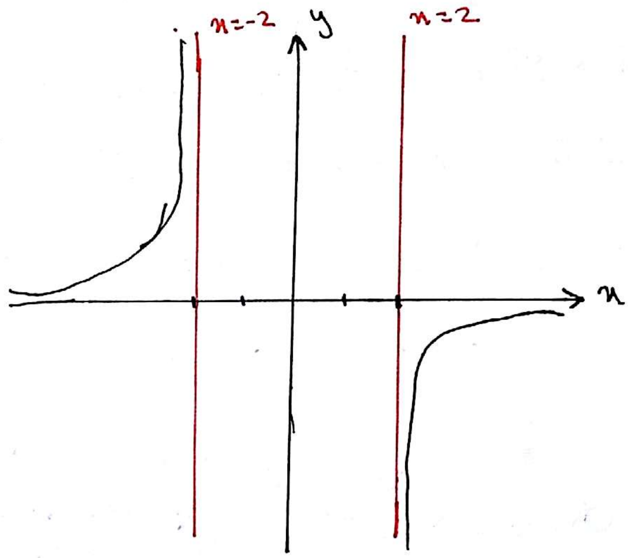
$(+\infty, 0)$

المقاربات:

$y = 0$

$x = 2$

$x = -2$



~~[illegible]~~ الأستاذ: أحمد تاكروري

ترقبوا النماذج الامتحانية

الشاملة مع سر النجاح

انضموا إلى القناة على التلغرام