

السؤال الأول:

(د40)

$(U_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية تحقق $U_{15} = 31$ و $U_3 = -5$ عين r و U_n بدلالة n و U_{25} ثم احسب $S = U_3 + U_4 + \dots + U_{25}$

السؤال الثاني:

(د120)

نعبر عن المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $\begin{cases} u_0 = 0, u_1 = 1 \\ u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n \end{cases}$ ونامل المتتاليتان v_n, w_n المعرفتان وفق:

$$w_n = 5^n u_n, \quad v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$$

(1) بين ان المتتالية v_n هندسية وعين أساسها وحدها الأول ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

(2) احسب بدلالة n المجموع $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

(3) بين ان w_n حسابية وعين أساسها وحدها الأول ثم اكتب عبارة w_n بدلالة n

(4) احسب المجموع $x_n = w_1 + w_2 + \dots + w_{100}$

(5) اكتب u_n بدلالة n

السؤال الثالث:

(د80)

برهن انه من اجل عدد طبيعي n ان:

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{4^n} = \frac{4}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} \right]$$

السؤال الرابع:

(د70)

لتكن $(U_n)_{n \geq 0}$ متتالية المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} U_0 = 16 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n + 20} \end{cases}$$

(1) برهن بالتدريج انه من اجل عدد طبيعي n فان: $U_n \geq 5$

(2) بين ان المتتالية متناقصة

السؤال الخامس:

(د110)

لتكن $(U_n)_{n \geq 0}$ متتالية المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \sqrt{\frac{1 + U_n}{2}} \end{cases}$$

(1) برهن بالتدريج انه من اجل عدد طبيعي n فان: $0 \leq U_n \leq 1$

(2) برهن بالتدريج انه من اجل عدد طبيعي n فان: $U_n = \cos\left(\frac{\pi}{3 \times 2^n}\right)$

انتهت الأسئلة بالتوفيق

فالمتتالية w_n حسابية أساسها $r = 5$ وحدها الأول:

$$w_0 = 5^0 u_0 = 0$$

$$w_n - w_0 = (n - 0)r \Rightarrow w_n = 5n$$

$$x_n = w_1 + w_2 + \dots + w_{100}$$

$$= \frac{n}{2}(a + l) = \frac{100 - 1 + 1}{2}(5(1) + 5(100))$$

$$x_n = \frac{100}{2}(505) = 25250$$

(5) اكتب u_n بدلالة n :

$$w_n = 5^n u_n \Rightarrow u_n = \frac{w_n}{5^n} = \frac{5n}{5^n}$$

السؤال الثالث:

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{4^n} = \frac{4}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} \right]$$

سنبرهن ذلك عن طريق الاثبات بالتدريج:

نبرهن صحة العلاقة من اجل $n = 0$:

$$l_1 = 1 \Rightarrow l_2 = 1 \Rightarrow l_1 = l_2$$

نفرض صحة العلاقة من اجل n :

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{4^n} = \frac{4}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} \right]$$

نبرهن صحة العلاقة من اجل $n + 1$:

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{4^{n+1}} = \frac{4}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+2} \right]$$

ننطلق من الطرف الأول وصولاً للطرف الثاني:

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{4^n} + \frac{1}{4^{n+1}} = \frac{4}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} \right] + \frac{1}{4^{n+1}}$$

$$\frac{4}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} \right] + \frac{1}{4^{n+1}} = \frac{4}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4^{n+1}} \right]$$

$$= \frac{4}{3} \left[1 - \frac{1}{4^{n+1}} \left(1 - \frac{3}{4} \right) \right] = \frac{4}{3} \left[1 - \frac{1}{4^{n+2}} \right]$$

$$\text{ومنه العلاقة } 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{4^{n+1}} = \frac{4}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+2} \right] \text{ محققة}$$

السؤال الرابع:

$$\begin{cases} U_0 = 16 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n + 20} \end{cases}$$

(1) نبرهن العلاقة من خلال الاثبات بالتدريج:

$$U_n \geq 5$$

• نبرهن صحة العلاقة من اجل $n = 0$:

$$U_0 \geq 5 \Rightarrow 16 \geq 5$$

• نفرض صحة العلاقة من اجل n :

$$U_n \geq 5 \quad *$$

السؤال الأول:

بما ان المتتالية حسابية نستخدم القانون:

$$U_m - U_p = (m - p) \cdot r$$

$$U_{15} - U_3 = (15 - 3)r$$

$$31 + 5 = 12r \Rightarrow r = \frac{36}{12} = 3 \Rightarrow r = 3$$

لايجاد U_n بدلالة n نستخدم نفس القانون ونعوض:

$$U_m - U_p = (m - p) \cdot r$$

$$U_n - U_3 = (n - 3) \cdot 3$$

$$U_n + 5 = 3n - 9 \Rightarrow U_n = 3n - 14$$

لايجاد U_{25} نعوضها بالعلاقة $U_n = 3n - 14$:

$$U_{25} = 3(25) - 14 = 75 - 14 = 61$$

لحساب المجموع:

$$S = U_3 + U_4 + \dots + U_{25}$$

$$S = n \cdot \frac{a + l}{2}$$

يلزمنا عدد الحدود:

$$n = 25 - 3 + 1 = 23$$

$$S = 23 \cdot \frac{-5 + 61}{2} = 644$$

السؤال الثاني:

$$v_{n+1} = u_{n+2} - \frac{1}{5}u_{n+1} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n - \frac{1}{5}u_{n+1} \quad (1)$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\frac{1}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n}{u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n} = \frac{\frac{1}{5}(u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n)}{u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n} = \frac{1}{5} = q$$

فالمتتالية v_n هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$ وحدها الأول:

$$v_0 = u_{0+1} - \frac{1}{5}u_0 = 1 - 0 = 1$$

كتابة عبارة v_n بدلالة n :

$$\frac{v_n}{v_0} = q^{n-0} \Rightarrow v_n = 1 \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^n = \left(\frac{1}{5} \right)^n$$

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1} = a \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (2)$$

$$a = v_0 = 1$$

$$S_n = 1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right)$$

(3) نبرهن ان w_n حسابية:

$$w_{n+1} - w_n = 5^{n+1}u_{n+1} - 5^n u_n = 5^{n+1} \left(u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n \right)$$

$$w_{n+1} - w_n = 5^{n+1}v_n = 5 \cdot \frac{5^n}{5^n} = 5 = r$$

- $0 \leq U_n \leq 1$ *
- نبرهن صحة العلاقة من اجل $n + 1$:
- $0 \leq U_{n+1} \leq 1$
- ننطلق من *:
- $0 \leq U_n \leq 1$
- نضيف 1 لجميع الأطراف:
- $1 \leq U_n + 1 \leq 2$
- نقسم الأطراف على 2:
- $\frac{1}{2} \leq \frac{U_n + 1}{2} \leq 1$
- نجذر الأطراف:

$$\sqrt{\frac{1}{2}} \leq \sqrt{\frac{U_n + 1}{2}} \leq \sqrt{1}$$

وهو المطلوب $0 \leq U_{n+1} \leq 1$

(2) نبرهن العلاقة الاتية: $U_n = \cos\left(\frac{\pi}{3 \times 2^n}\right)$ من خلال الاثبات

بالتدريج:

- نبرهن صحة العلاقة من اجل $n = 0$:
- $U_0 = \cos\left(\frac{\pi}{3 \times 2^0}\right) = \frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$
- نفرض صحة العلاقة من اجل n :
- $U_n = \cos\left(\frac{\pi}{3 \times 2^n}\right)$
- نبرهن صحة العلاقة من اجل $n + 1$:
- $U_{n+1} = \cos\left(\frac{\pi}{3 \times 2^{n+1}}\right)$
- لدينا $U_{n+1} = \sqrt{\frac{1+U_n}{2}}$
- نعوض $U_n = \cos\left(\frac{\pi}{3 \times 2^n}\right)$ في $U_{n+1} = \sqrt{\frac{1+U_n}{2}}$
- $U_{n+1} = \sqrt{\frac{1 + \cos\left(\frac{\pi}{3 \times 2^n}\right)}{2}}$
- $= \sqrt{\frac{1 + 2\cos^2\left(\frac{\pi}{3 \times 2^n \times 2}\right) - 1}{2}}$
- $= \sqrt{\frac{2\cos^2\left(\frac{\pi}{3 \times 2^{n+1}}\right)}{2}} = \left|\cos\left(\frac{\pi}{3 \times 2^{n+1}}\right)\right|$
- لكن $U_n > 0$ ومنه $U_{n+1} = \cos\left(\frac{\pi}{3 \times 2^{n+1}}\right)$
- لذا U_{n+1} محققة

انتهى الحل

- نبرهن صحة العلاقة من اجل $n + 1$:
- $U_{n+1} \geq 5$
- الان نقوم بعمليات على ال U_n حتى تصبح U_{n+1} :
- ننطلق من *:
- $U_n \geq 5$
- نضيف 20 للطرفين:
- $U_n + 20 \geq 25$
- نجذر الطرفين:
- $\sqrt{U_n + 20} \geq \sqrt{25}$
- $U_{n+1} \geq 5$
- لنبرهن ان المتتالية متناقصة نبرهن ان $U_{n+1} \leq U_n$ من

خلال الاثبات بالتدريج:

- نبرهن صحة العلاقة من اجل $n = 0$
- $U_1 \leq U_0$
- $6 \leq 16$ محققة
- نفرض صحة العلاقة من اجل n :
- $U_{n+1} \leq U_n$ *
- نبرهن صحة العلاقة من اجل $n + 1$:
- $U_{n+2} \leq U_{n+1}$
- ننطلق من *:
- $U_{n+1} \leq U_n$
- نضيف 20 للأطراف:
- $U_{n+1} + 20 \leq U_n + 20$
- نجذر الأطراف:
- $\sqrt{U_{n+1} + 20} \leq \sqrt{U_n + 20}$
- وهو المطلوب $U_{n+2} \leq U_{n+1}$

السؤال الخامس:

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \sqrt{\frac{1+U_n}{2}} \end{cases}$$

(1) سنبرهن العلاقة التالية من خلال الاثبات بالتدريج:

- نبرهن صحة العلاقة من اجل $n = 0$
- $0 \leq U_0 \leq 1$
- $0 \leq \frac{1}{2} \leq 1$
- نفرض صحة العلاقة من اجل n :

بكالوجيا

أهلاً بكم أصدقاء فريق بكالوجيا

الخدمات التي يقدمها فريقنا لطلاب البكالوريا في سوريا من:

- 1- منصة تعلم عن بعد
- 2- فيديوهات لشرح المادة وحل التمارين.
- 3- نوط شاملة لمواد البكالوريا وبنوك أسئلة.

تنويه هام: يُمنع نسخ أو مسح أو استعمال أي جزء من هذا الكتاب بأي وسيلة تصويرية أو إلكترونية أو ميكانيكية، بما فيها النسخ الفوتوغرافي والتسجيل على أشرطة أو أقراص الكترونية، أو أي وسيلة أخرى أو حفظ المعلومات واسترجاعها دون الحصول على موافقة خطية من الناشر. كل من يساهم أو يشارك أو يباشر في عملية تصوير هذا الكتاب أو استنساخه بأي وسيلة كانت يعرض نفسه للمساءلة والملاحقة القانونية، وسيتوفر هذا العمل بشكل كامل على تطبيق بكالوجيا bacalogia بشكل الكتروني ملف (PDF)

تأكد من شراء النسخة الأصلية بطباعة ملونة ممتازة ذات جودة عالية ووضوح الكلمات الممتاز فيها



كل الملفات التي
يحتاجها طالب البكالوريا
أصبحت في مكان واحد

اضغط على شعارات وسائل التواصل...
لنبدأ معاً

