التجربة الثانية. نتأمّل صندوقاً يحتوي على كرتين سوداوين وأربع كرات حمراء. نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجّل لونها ونعيدها إلى الصندوق ثُمّ نضاعف عدد الكرات من لونها في الصندوق وبعدئذ نسحب من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً. ليكن X عدد الكرات الحمراء المسحوبة في المرة الثانية. نرمز بالرمز R_1 إلى الحدث: «الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون».

① ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X ؟

② احسب القانون الاحتمالي للمتحوّل العشوائي X.

③ احسب التوقّع الرياضي للمتحوّل العشوائي X وتباينه.

تحاول سعاد ادخال الوتد في حلقات تُلقيها، تكسب [illegible]

Scanned by CamScanner

15 نتأمّل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملوّنة بالأسود، ووجهان ملوّنان بالأحمر. نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي.

① ما احتمال أن يظهر وجه أحمر مرة على الأقل عند آخر إلقاء لحجر النرد؟

② ما احتمال أن يظهر وجه أحمر أوّل مرة على الأقل؟

③ ما قانون المتحوّل العشوائي X الذي يعدّ عدد الوجوه السوداء اللون التي نحصل عليها؟

16 نتأمّل صندوقاً يحتوي على ثلاث كرات سوداء وأربع كرات حمراء. نسحب عشوائيّاً كرة من الصندوق نسجّل لونها ونعيدها إلى الصندوق ثُمّ نضاعف عدد الكرات من لونها في الصندوق. وبعدئذ نسحب مجدداً كرة من الصندوق. لنرمز بالرمز R_2 إلى الحدث: «الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون»، وليكن R_1 الحدث : «الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون».

① أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة.

② احسب احتمال الحدث R_2.

③ إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء اللون؟

Scanned by CamScanner

11 نُلقي حجري نرد متوازنين ونرمز بالرمز S إلى مجموع النقاط التي نحصل عليها. ليكن X المتحوّل العشوائي الذي يمثّل باقي قسمة S على 2، وليكن Y المتحوّل العشوائي الذي يمثّل باقي قسمة S على 4.

① عيّن القانون الاحتمالي للمتحوّل العشوائي S.

② عيّن القانونين الاحتماليين للمتحوّلين العشوائيين X و Y.

③ عيّن القانون الاحتمالي للزوج (X,Y).

④ أيكون المتحوّلان العشوائيّان X و Y مستقلّين احتمالياً؟

Scanned by CamScanner

9 يحتوي صندوق على خمس كرات حمراء وخمس كرات خضراء. نسحب عشوائياً وفي آن معاً ثلاث كرات. نتأمّل المتحوّل العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب: ثلاث كرات حمراء (الحدث R_3)، ويأخذ القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب: كرتان حمراوان وكرة خضراء (الحدث R_2)، وأخيراً يأخذ القيمة 0 في بقيّة الحالات.

① احسب $\mathbb{P}(R_3)$ و $\mathbb{P}(R_2)$.

② عيّن القانون الاحتمالي للمتحوّل العشوائي X واحسب توقّعه الرياضي وتباينه.

Scanned by CamScanner

4 يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء، وثلاث كرات خضراء وواحدة صفراء. نسحب عشوائياً وفي آن معاً ثلاث كرات من الصندوق. ليكن X المتحوّل العشوائي الذي يمثّل عدد الألوان المختلفة بين الكرات المسحوبة.

① ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X ؟

② احسب كلاً من $\mathbb{P}(X=1)$ و $\mathbb{P}(X=3)$.

③ استنتج قيمة $\mathbb{P}(X=2)$.

④ احسب توقّع X وانحرافه المعياري.

Scanned by CamScanner

نشاط 3 متحولات عشوائية واحتمالات مشروطة

ليكن X المتحوّل العشوائي الذي يمثّل عدد زبائن محطّة لتوزيع الوقود في فترة خمس دقائق.

نفترض أنّ عدد الزبائن هذا لا يتجاوز 2. أمّا القانون الاحتمالي للمتحوّل العشوائي X فهو كما يأتي:

k	0	1	2
$\mathbb{P}(X=k)$	0.1	0.5	0.4

Scanned by CamScanner

② ليكن Y المتحوّل العشوائي الذي يعطي عدد الزبائن الذين يشترون البنزين في خمس دقائق.

a. ما هي القيم التي يأخذها Y ؟

b. اكتب القانون الاحتمالي للمتحوّل العشوائي Y.

c. اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X,Y).

d. أيكون المتحوّلان العشوائيان X و Y مستقلّين احتمالياً ؟

تكملة تمرين

Scanned by CamScanner

⑤ يضمّ مصنع ورشتين A و B لتصنيع المصابيح الكهربائيّة. عندما ورد طلب لعدد من المصابيح قدره 2000 مصباح، صنّعت الورشة A منها 1200 مصباحاً وصنّعت البقيّة الورشة B. هناك نسبة 4% من مصابيح الورشة A معطوبة، في حين تكون نسبة 3% من مصابيح الورشة B معطوبة. نسحب عشوائياً مصباحاً من الطلب. نرمز بالرمز A إلى الحدث «المصباح مصنوع في الورشة A» وبالرّمز B إلى الحدث «المصباح مصنوع في الورشة B» وبالرمز D إلى الحدث «المصباح معطوب».

❶ أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة.

❷ احسب احتمال أن يكون المصباح معطوباً.

❸ إذا كان المصباح معطوباً فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A.

⑥ في مدرستنا يمارس 30% من الطلاب لعبة كرة المضرب. ونعلم أنّ مدرستنا تضم نسبة 60% من الذكور، وأنّ 55% من هؤلاء لا يلعبون لعبة كرة المضرب. ما احتمال أن تكون طالبة مُختارة عشوائياً من بين طالبات المدرسة من بين اللاتي لا يمارسن لعبة كرة المضرب؟

Scanned by CamScanner