التمرين الأول :

تأمل الجدول المجاور الذي يمثل جدول تغيرات التابع f المعرف على R المطلوب:

1- أوجد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2- هل التابع f اشتقاقي عند الصفر، ولماذا

3- اكتب معادلة خط المماس لأحد فروع الخط البياني في النقطة التي فاصلتها $x=0$

4- أوجد $f(D_f)$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+2$	$\|\|$ -3	$-$	
$f(x)$	-2	↗	3	↘	2

الحل :

1- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -2$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$

2- التابع f غير اشتقاقي عند الصفر لأن

$f'(0^+) = -3 \neq f'(0^-) = +2$

3- $m = f'(0^+) = -3$ ، $f(0) = 3$

وبالتالي: $y - 3 = -3(x-0)$ أي

معادلة خط المماس لأحد فروع الخط البياني من اليمين $y = -3x + 3$

4- $f(D_f) :=]-2,3] \cup]2,3] =]-2,3]$

التمرين الثاني :

تأمل الجدول المجاور الذي يمثل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]-\infty,3[$:

1- ما عدد القيم الحدية وما نوعها ؟

2- اكتب معادلة المماس الأفقي .

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

4- هل يملك الخط البياني للتابع f مقارباً مائلاً في جوار $-\infty$ ولماذا؟

x	$-\infty$		-1		3
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$\|\|$	
$f(x)$	0	↘	-3	↗	$+\infty$

الحل :

1- قيمة حدية واحدة وهي قيمة صغرى $f(-1) = -3$

2- معادلة المماس الأفقي $y = -3$

3- المعادلة $f(x)=0$ حل وحيد

4- ليس للخط البياني للتابع f مقارباً مائلاً في جوار $-\infty$ وذلك لوجود مقارب أفقي $y=0$ في جوار $-\infty$

التمرين الثالث:

تأمل الجدول المجاور الذي يمثل جدولاً لتغيرات التابع f الذي خطه البياني C والمطلوب:

1- أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد a

2- استنتج إشارة $f(x)$

3- دل على المقارب الأفقي وادرس وضعه النسبي مع الخط البياني للتابع

4- هل يوجد للخط التابع مماسات أفقية؟ ولماذا؟

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$	$-$		
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4

الحل:

1- التابع f مستمر ومتناقص تماماً على $]-\infty,+\infty[$ و $]-4,+\infty[=f(]-\infty,+\infty[)$ وبالتالي $0\in]-4,+\infty[$ للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد $a\in]-\infty,+\infty[$

2- $f(x)>0 ; x\in]-\infty,a[$,
$f(x)<0 ; x\in]a,+\infty[$

3- المقارب الأفقي $y=-4$ ومن جدول التغيرات بما أن $f(x)>-4$ فالخط يقع كاملاً فوق المقارب

4- لا يوجد لخط التابع مماسات أفقية لأن المشتق لا ينعدم.

التمرين الرابع:

نجدنا يلي جدولاً لتغيرات التابع f المعرف على R

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع

3- ماعدد حلول المعادلة $f(x)=0$

4- دل على إشارة الحدية الصغرى للتابع f

x	$-\infty$		2		$+\infty$
f'(x)	+	0	−	0	+
f(x)	2 ↗	4	↘	−1	↗ $+\infty$

الحل:

1- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2- $y=2$

3- حلين

4- $f(2)=-1$

التمرين الخامس:

نجد فيما يلي جدولاً لتغيرات التابع f المعرف على R

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني للتابع

3- دل على إشارة الحدية الصغرى للتابع f

4- احسب $f(]-1,2[)$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
f'(x)		−	0	+	0	−	
f(x)	$+\infty$	↘	-2	↗	4	↘	3

الحل:

1- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$

2- $y=3$

3- $f(-1)=-2$

4- $f(]-1,2[)=]-2,4[$

التمرين السادس:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على R ومنحنى البياني C المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2- دل على القيم الحدية للتابع f مبيناً نوعها

3- ماعدد حلول المعادلة $f(x)=0$

4- جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
f'(x)		−	‖	+	0	−	
f(x)	$+\infty$	↘	2	↗	6	↘	$-\infty$

الحل:

1- $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

2- $f(0) = 2$ قيمة صغرى محلية ، $f(4) = 6$ قيمة كبرى محلية

3- حل وحيد.

4- $]0,4[$

التمرين السابع:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع والمطلوب

1- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

2- ما عدد القيم الحدية محلياً للتابع f ؟

3- اكتب معادلة مماس منحنى التابع عند نقطة فاصلتها $x = 1$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

الحل:

1- حل وحيد

2- قيمة واحدة

3- $m = f'(1) = 0$ ، $f(1) = 1$ بالتالي

معادلة المماس $y = f(1) \Rightarrow y = 1$

التمرين الثامن:

نجد جانبياً جدول تغيرات التابع f والذي

منحنه البياني C والمطلوب:

1- اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني C

2- هل توجد مقاربات مائلة للخط البياني C

3- هل توجد للخط البياني C مماسات أفقية

4- أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]-1,1[$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	3	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	3

الحل:

1- $y = 3$ مقارب أفقي في جوار $-\infty$ و $+\infty$

و $x = -1$ مقارب شاقولي و $x = 1$ مقارب شاقولي

2- لا، بسبب وجود مقارب أفقي في جوار $-\infty$ و $+\infty$

3- التابع f مستمر ومتناقص تماماً على $]-1,1[$

و $0 \in]-\infty,+\infty[= f(]-1,1[)$

وبالتالي للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد

$x \in]-1,1[$

التمرين التاسع:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع المعرف على

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2- اذكر قيمة حدية للتابع f وبين نوعها

3- هل $f(5) = 4$ قيمة حدية للتابع ؟

4- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط البياني للتابع

5- اكتب مجموعة تعريف التابع g حيث

$g(x) = \ln(f(x))$

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\nearrow$	6

التمرين الثامن:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f والذي

منحنه البياني C والمطلوب:

1- اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني C

الحل:

1- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 6$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2$

2- $f(2) = 0$ قيمة صغرى محلية

3- 8

4- $y = 6$ ، $y = 2$

5- التابع g معرف بشرط $f(x) > 0$ بالتالي

$D =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

التمرين 10:

فيما يلي جدول تغيرات التابع المعرف على $I =]-\infty, 3]$ والمطلوب:

1- جد $f(I)$

2- ما عدد القيم الحدية

3- ما عدد المماسات الأفقية، اكتب معادلاتها

4- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

5- ادرس إشارة f تبعاً لقيم x

6- ليكن التابع g المعرف على $I =]-\infty, 3]$ وبحيث

$g'(x) = f(x)$ ، $g(1) = 1$ ، $g(3) = 2$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$

نظم جدولاً بتغيرات g(x)

x	$-\infty$		1		2		3
f'(x)		+	0	+	0	−	0
f(x)	-1	↗	0	↗	3	↘	1

الحل:

1- $f(]-\infty, 3]) =]-1, 3]$

2- قيمتين

3- ثلاث مماسات $y = 0$ ، $y = 1$ ، $y = 3$

4- حل وصير

5 $f(x) < 0 : x \in]-\infty, 1[$ و $f(x) > 0 : x \in]1, 3[$

و $f(x) = 0$ $x = 1$

6- التابع g(x) معرف على $I =]-\infty, 3]$

وجدول تغيراته:

x	$-\infty$		1		3
g'(x)		−	0	+	
g(x)	$+\infty$	↘	1	↗	2

التمرين 11:

ليكن لدينا جدول تغيرات التابع f المعرف على $]-\infty, 3]$ خطه البياني C:

1- جد $f(3)$ ، $f(]-\infty, 3])$

2- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 1$

3- ما حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$

4- اكتب معادلة للمقارب الأفقي للخط C_f

5- عين القيم الحدية للتابع f مبيناً نوع كل منها.

x	$-\infty$		0		1		3
f'(x)		−	0	+	0	−	
f(x)	5	↘	0	↗	2	↘	-1

الحل:

1- $f(3) = -1$ ، $f(]-\infty, 3]) = [-1, 5[$

2- ثلاثة حلول

3- $S =]0, 1[$

4- $y = 5$ مقارب أفقي عند $-\infty$

5- $f(0) = 0$ قيمة صغرى محلياً

$f(1) = 2$ قيمة كبرى محلياً و $f(3) = -1$ قيمة صغرى محلياً

التمرين 12 :

نجد فيما يأتي جدولاً بتغيرات التابع f والذي منحنى البياني C والمطلوب :

1- اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط C

2- هل يوجد مقاربات مائلة للخط C

3- هل يمكن رسم مماس أفقي للخط C في إحدى نقاطه

4- هل f اشتقاقي عند 3 ؟

5- عين القيم الحدية للتابع f ؟

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	‖	$-$	
$f(x)$	1	↘	$-\infty$ | $-\infty$	↗	0	↘	-3

الحل :

1- $x=-2$ مقارب شاقولي للخط C

لأن $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = -\infty$

$y=1$ مقارب أفقي للخط C

لأن $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$

$y=-3$ مقارب أفقي للخط C

لأن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -3$

2- لا يوجد مقاربات مائلة للخط C

3- لا يمكن رسم مماس أفقي للخط C لأنه لا توجد نقاط ينعدم عندها المشتق

4- التابع f ليس اشتقاقياً عند $x=3$ لأن $f'(3) \neq f'(3^+)$

5- $f(3)=0$ قيمة كبرى محلية

التمرين 13 :

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ منحنى البياني C المطلوب :

1- جد $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي

2- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

3- دل على القيمة الحدية للتابع f مبيناً نوعها.

4- جد حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

الحل :

1- $y=0$ ومنه $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 0$

مستقيم مقارب للخط C منطبق على $x'x$ في جوار $+\infty$

2- عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ هو واحد

3- $f(1)=\frac{1}{e}$ قيمة كبرى محلية

4- حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$ هي : $]0,1[$

التمرين 14 :

نتأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ منحنى البياني C:

1- جد $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط البياني C

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

4- ما هي حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2

الحل:

1- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

2- $y=2$ مقارب أفقي عند $+\infty$

$x=1$ مقارب شاقولي عند $+\infty$ و $-\infty$

3- عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ، حلان .

4- حلول المتراجحة $]-\infty,1[\cup]1,2[$

التمرين 15:

ليكن f تابعاً معرفاً واستمرارياً على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وخطه البياني C_f جدول تغيراته هو الآتي:

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	e	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

1- جد نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه، ثم استنتج معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي لخط البياني C_f وهل يوجد للخط C_f مستقيم مقارب مائل في جوار $-\infty$؟ علل إجابتك؟

2- استنتج حلول كلاً من المتراجحات الآتية:

$f(x)<0$ و $f(x)\geq 0$ و $f(x)\leq 0$

3- جد كلاً من النهايات الآتية:

$\lim\limits_{x\to-\infty} \ln(f(x))$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(f(x))$ و $\lim\limits_{x\to 3} \frac{1}{f(x)}$

4- قارن بين $f(2022)$ و $f(2023)$

الحل:

1- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=e$ ومنه المستقيم $y=e$ مستقيم مقارب أفقي للخط C_f في جوار $-\infty$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=+\infty$

ومنه $x=1$ مستقيم مقارب شاقولي

وبما كان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ وبما كان $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=e$

فليس للخط C_f مستقيم مقارب مائل في جوار $-\infty$ ،

2- مجموعة حلول المتراجحة $f(x)<0$ هي

$x\in\ ]1,+\infty[\setminus\{3\}$

مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\geq 0$

$x\in\ ]-\infty,1[\cup\{3\}$

مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\leq 0$

$x\in\ ]-\infty,0]\cup[3,+\infty[$

3- $\lim\limits_{x\to 3} \frac{1}{f(x)}=\frac{1}{0^-}=-\infty$

بما كان $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=1^+$ كان $\lim\limits_{x\to 0} f(f(x))=\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=-\infty$

وبما كان $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=e$ كان $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln(f(x))=\lim\limits_{x\to e} \ln(x)=1$

4- بما كان f متناقصة تماماً على المجال $[3,+\infty[$

وكان $2022<2023$ كان $f(2022)>f(2023)$

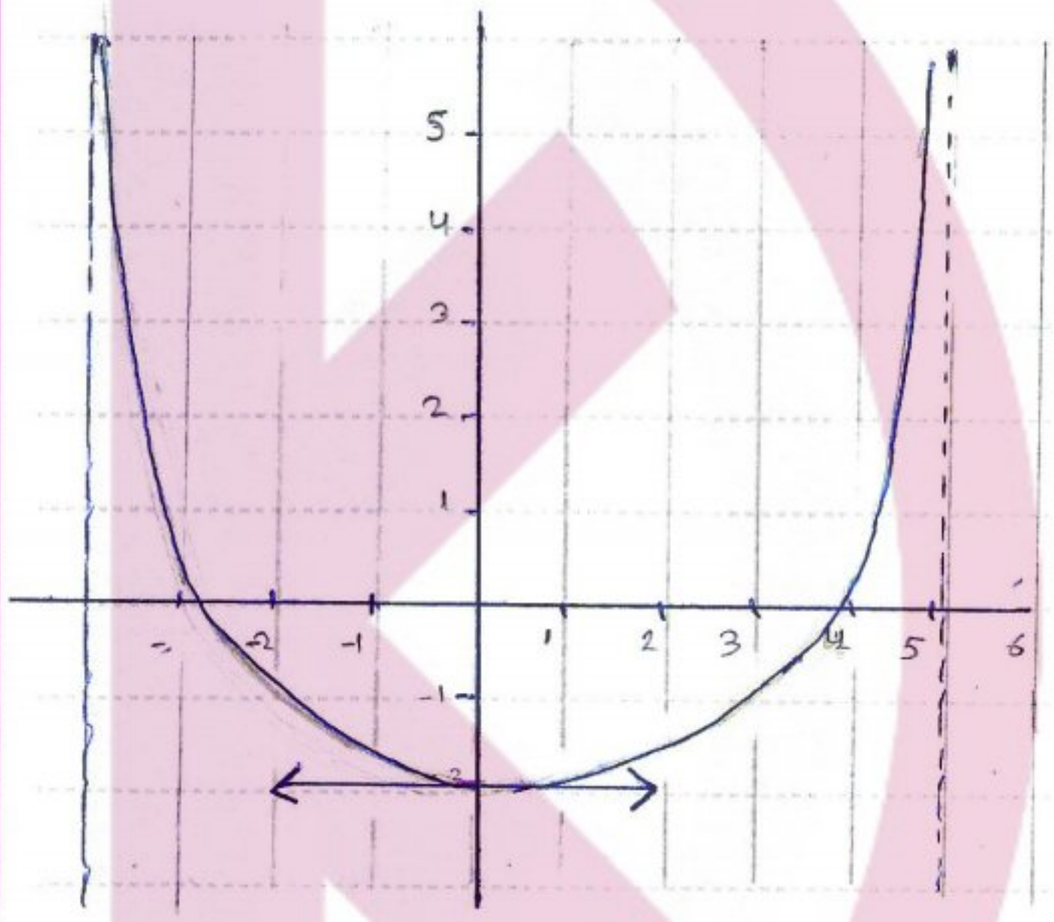
التمرين 16:

في الشكل المجاور C هو تمثيلها البياني للتابع f المعرف على المجال $I=]-4,4[$ والمطلوب:

1- احسب $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$ $\lim\limits_{x\to -4} f(x)$

2- احسب $f(0)$ و $f'(0)$

3- جد حلول المعادلة $f(x)=0$



الحل:

1- $\lim\limits_{x\to -4^+} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)=+\infty$

2- $f(0)=-2$ $f'(0)=0$

3- حلول المعادلة $f(x)=0$ هي $x=-3$, $x=3$

التمرين 17:

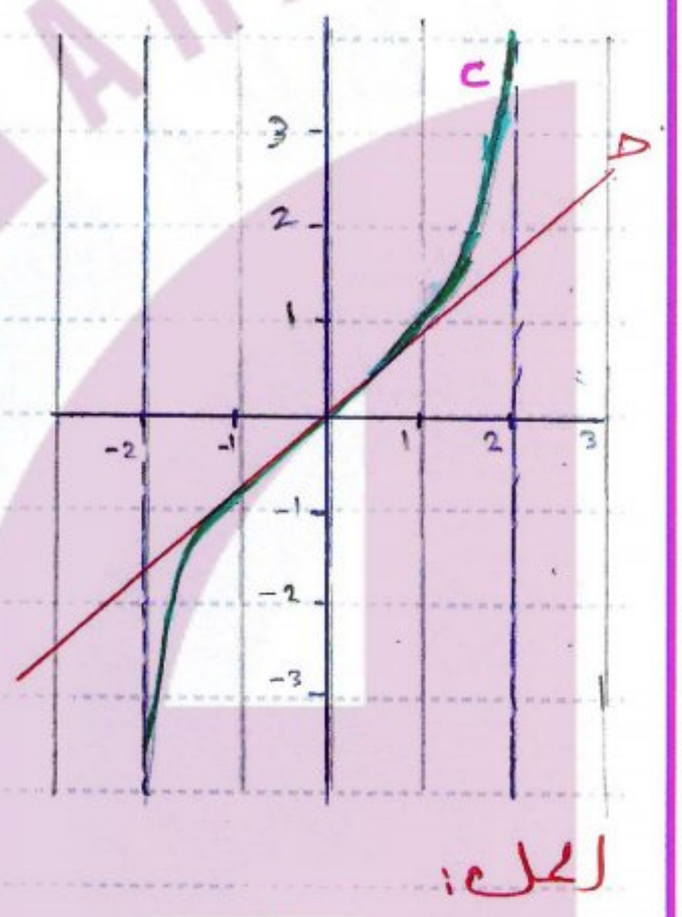
تأمل الشكل المرسوم جانباً حيث C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I=]-2,2[$ والمطلوب:

1- احسب $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

2- أوجد $f(0)$ $f'(0)$

3- هل التابع f فردي أم زوجي

4- اكتب معادلة المماس d



الحل:

1- $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=-\infty$ $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=+\infty$

2- $f(0)=0$ ، $f'(0)=1$

3- التابع فردي

4- من الرسم نلاحظ أن المماس d يمر بالنقطة $(1,1)$ وهو منصف الربع الأول والثالث ومعادلته $y=x$

إعداد المدرسين
أحمد حسن 0932 847 372
خليل شيخو 0991 736 954

التمرين 18:

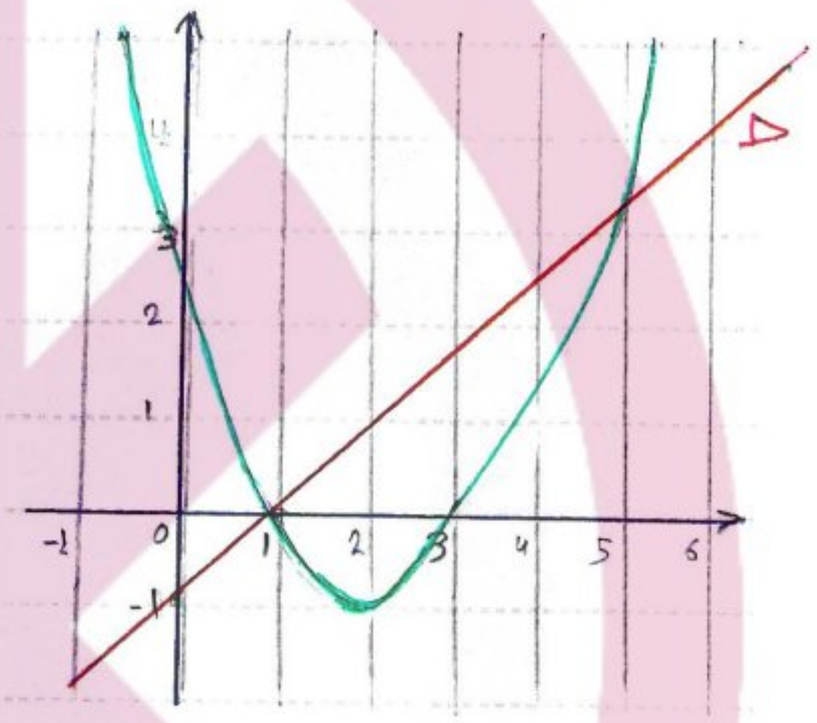
نتأمل الشكل المرسوم جانباً ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على R والمطلوب:

1. دل على القيم الحدية المحلية للتابع f

2- جد $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

3- ماحلول المعادلة $f(x) = y_\Delta$

4- اكتب معادلة المستقيم Δ



الحل:

1- $f(2) = -1$

2- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

3- $x = 4$ ، $x = 1$

4- المستقيم Δ مار من $(1,0)$ وميله 1 بالتالي:

$y = x - 1$

التمرين و1:

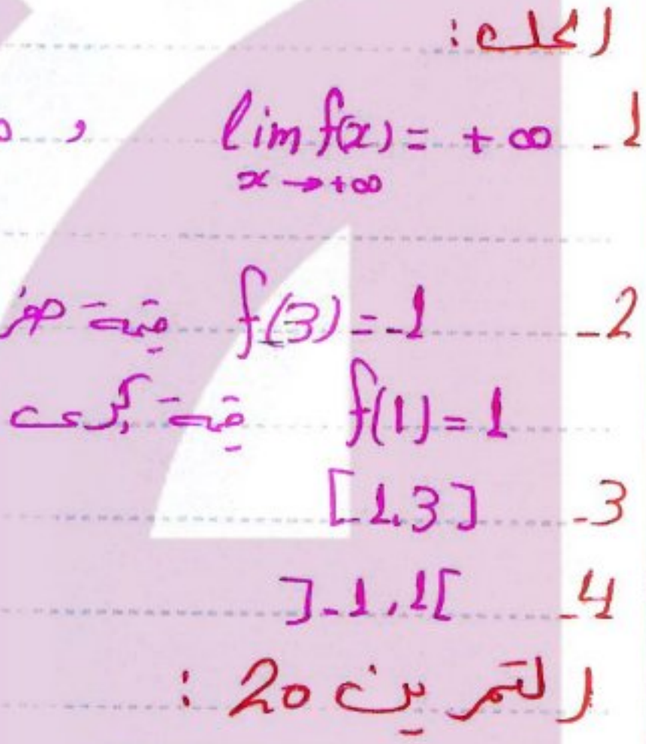
في الشكل المرسوم جانباً ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ والمطلوب:

1- جد $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ $\lim_{x \to 0^+} f(x)$

2- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

3- جد حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$

4- جد $f(]1,3[)$



الحل:

1- $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2- قيمة صغرى عليه $f(3) = -1$

قيمة كبرى عليه $f(1) = 1$

3- $[1,3]$

4- $]-1,1[$

التمرين 20:

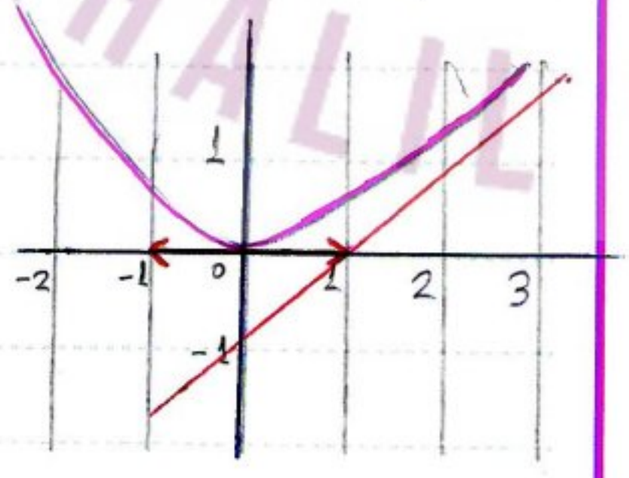
نتأمل جانباً الخط البياني c للتابع f المعرف على R والمستقيم Δ مقارب مائل لـ c والمطلوب:

1- جد $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة المستقيم Δ

3- جد $f(0)$ ، $f'(0)$

4- جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$



الحل:

1- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2- المستقيم Δ مار من $(1,0)$ و $(0,1)$ وميله 1 بالتالي
$y - y_1 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 0 = 1(x+1) \Rightarrow y = x+1$

3- $f(0) = 0$ $f(0) = 0$

4- $]-\infty, 0[$

التمرين 21:

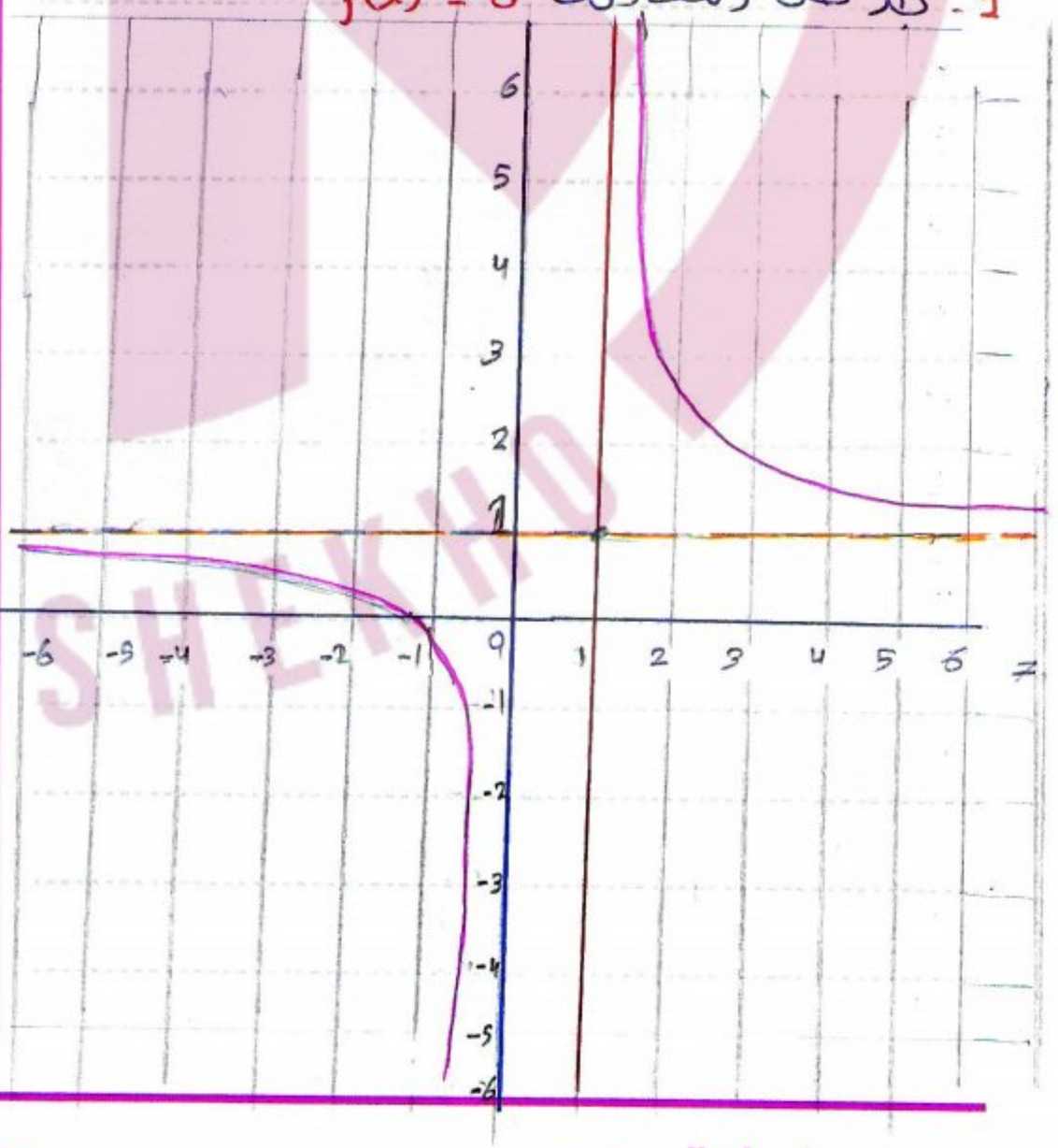
نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$ والمطلوب:

1- أوجد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ $\lim_{x\to 1} f(x)$ $\lim_{x\to 0} f(x)$

2- أوجد معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C.

3- حل حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$

4- حل المعادلة $f(x) = 0$



الحل:

1- $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

$\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$

2- معادلة المقارب الأفقي $y = 1$

معادلة المقاربين الشاقوليين $x = 1$ و $x = 0$

3- حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$ هي $]-\infty, 0[\cup [1, +\infty[$

4- حل المعادلة $f(x) = 0$ هو $x = -2$

التمرين 22:

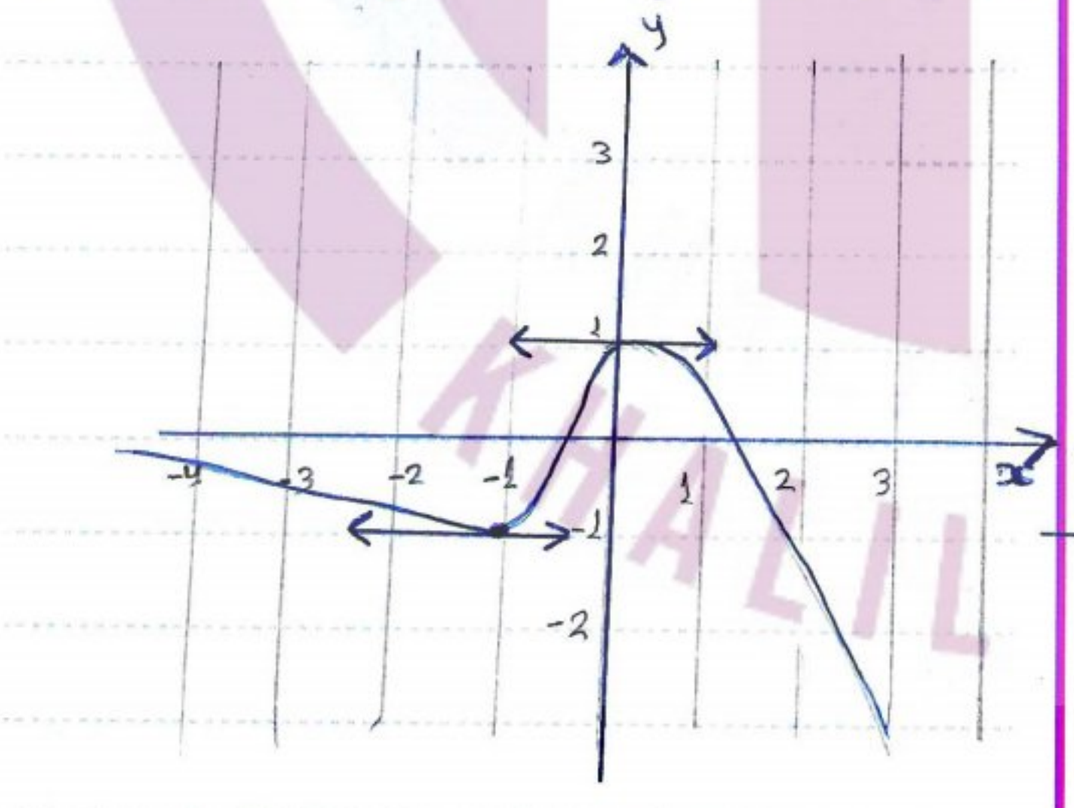
نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب:

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2- أوجد معادلة كل مقارب أفقي للخط C

3- اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$

4- عين القيم الحدية للتابع f مبيناً نوع كل منها



الحل:

1- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

2- $y = 0$ مقارب أفقي للخط C

3- مجموعة حلول المراجحة $f(x) > 0$ هي:
$]-1, 0[$

4- القيم الحدية للتابع
قيمة صغرى محلياً $f(-1) = -1$
و $f(0) = 1$ قيمة كبرى محلياً

التمرين 23:

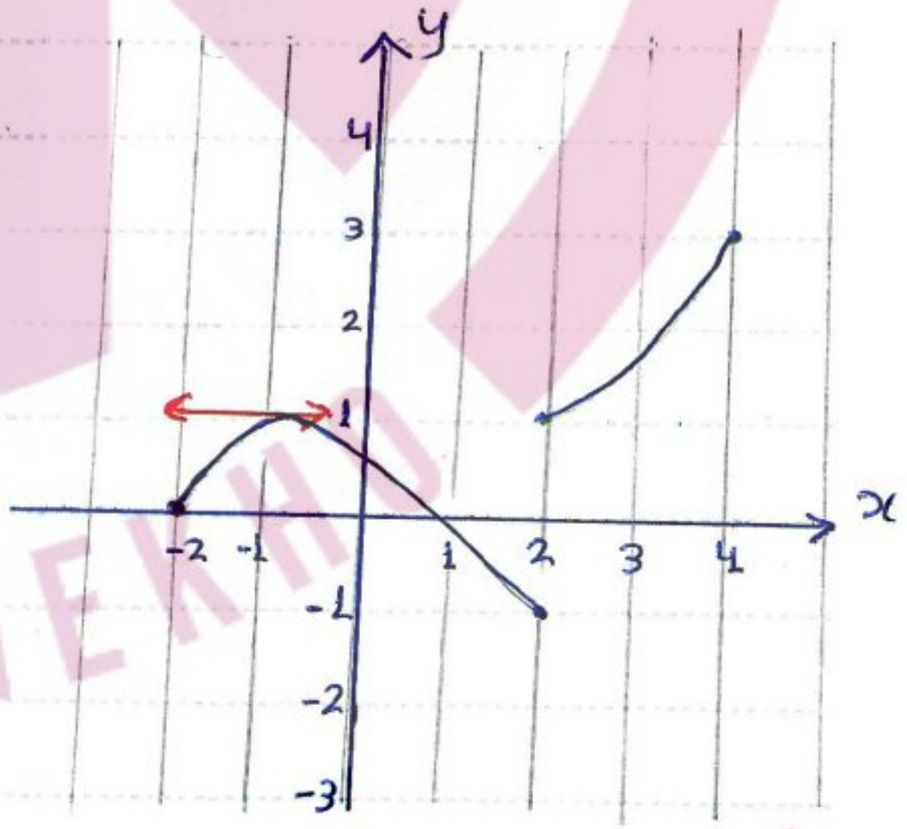
في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $[-2, 4]$ والمطلوب:

1- ما عدد القيم الحدية للتابع f

2- احسب $f(2)$ و $f'(-1)$

3- ما حلول المراجحة $f(x) > 1$

4- جد $f([-2, -1])$



الحل:

1- عدد القيم الحدية للتابع f : (4)

2- $f(2) = -1$ و $f(-1) = 0$

3- حلول المراجحة $f(x) > 1$ هي: $S =]2, 4]$

4- $f([-2, -1]) = [0, 1]$

التمرين 24:

الشكل المقابل هو الخط البياني الممثل لتابع عددي $f(x)$ والمطلوب:

1- جد مجموعة تعريف هذا التابع

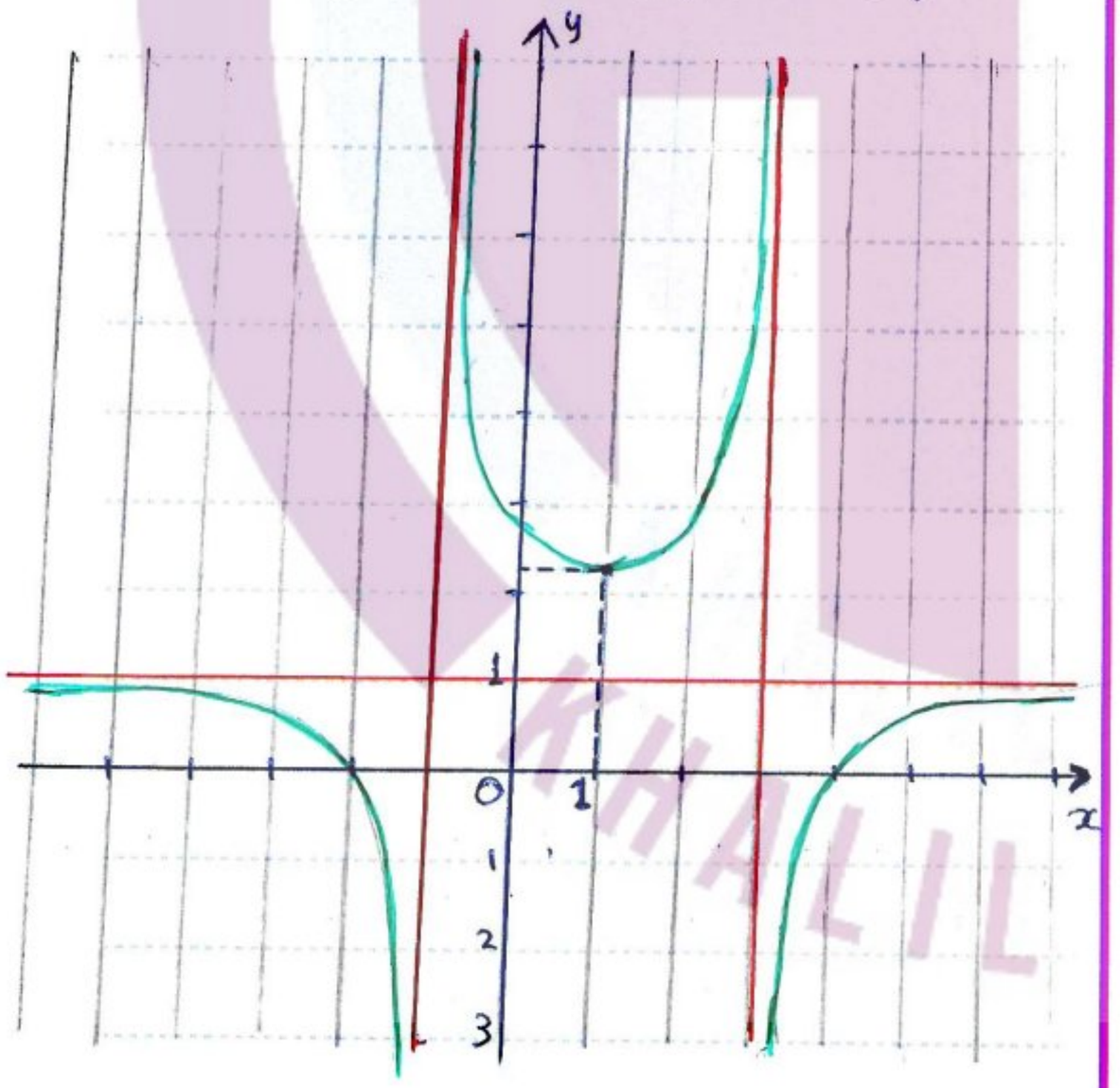
2- حدد معادلات المستقيمات المقاربة

3- حدد القيم الحدية للتابع وبين نوعها

4- حدد المجالات التي يكون فيها
$f(x) > 0$ ، $f(x) < 0$

5- أوجد عدد حلول المعادلة
$f(x) = k : k \in R$

6- نظم جدول التغيرات المناسب.



AHMAD HASSAN
KHALIL SHEKHO

الحل:

1- $R / \{-1, 3\}$

2- $x = 3$, $y = 1$ $\quad x = -1$

3- قيمة حدية حقرى واحدة $f(1) = \frac{5}{4}$

4- المجالات

$f'(x) > 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} x \in]+1, 3[\\ x \in]+3, +\infty[\end{bmatrix}$

$f'(x) < 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} x \in]-\infty, -1[\\ x \in]-1, +1[\end{bmatrix}$

5- عدد حلول المعادلة $f(x) = k \; ; k \in R$

حلين مختلفين $k \in]-\infty, +1[$

وجد حلول $k \in]+1, \frac{5}{4}[$

حل وحيد $k = \frac{5}{4}$

حلين مختلفين $k \in]\frac{5}{4}, +\infty[$

6-

x	$-\infty$		-1		$+1$		$+3$		$+\infty$
f'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	
f	$+1$	$\searrow$	$+\infty \; \\ -\infty$	$\searrow$	$\frac{5}{4}$	$\nearrow$	$+\infty \; \\ -\infty$	$\nearrow$	$+1$

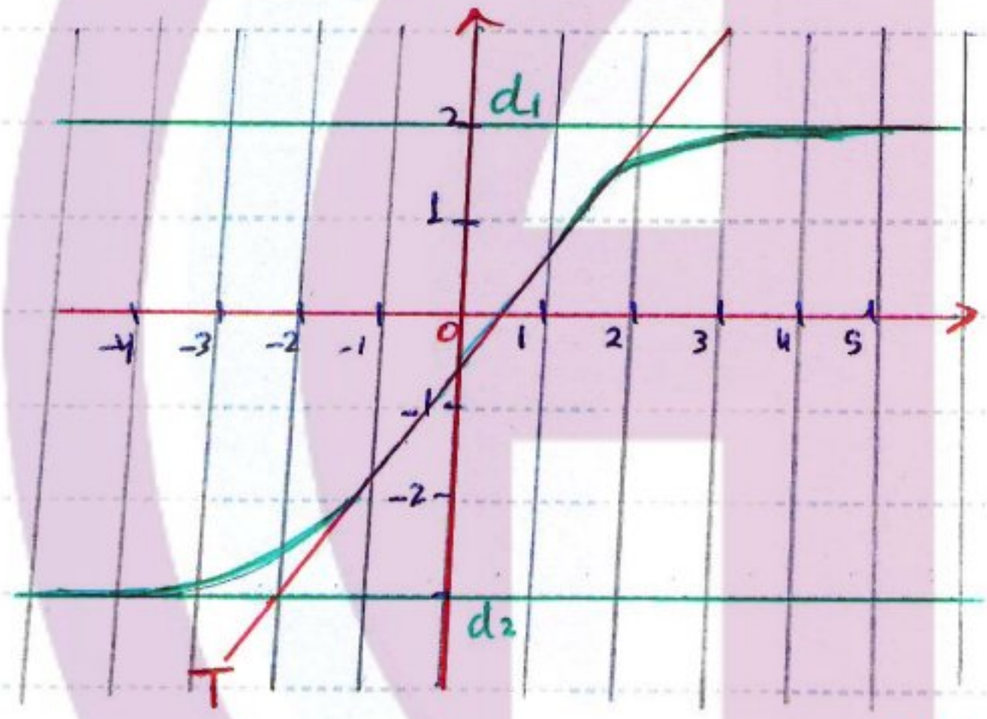
التمرين 35:

إذا كان c الخط البياني للتابع f المعرف على R و المستقيمين d_1 و d_2 متقاربين للخط C و المستقيم T مماس للخط C:

1- احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ $\quad$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة كل متقارب من المتقاربين d_1 و d_2

إذا علمت أن المستقيم المرسوم في الشكل يمس المنحني في النقطة $(0, -\frac{1}{2})$ احسب $f'(0)$ ثم اكتب معادلته.



الحل:

1- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -3$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$

2- $d_2 : y = -3$ و $d_1 : y = 2$

المستقيم يمر من النقطتين $(2, 2)$ و $(0, -\frac{1}{2})$

بالتالي $f'(0) = \frac{2 + \frac{1}{2}}{2 - 0} = \frac{5}{4}$

معادلته: $y - y_1 = m(x - x_0) \Rightarrow$

$y + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}$

AHMAD HASSAN KHALIL SHEKHO

التمرين 26:

ليكن C الخط البياني للتابع f المرسوم جانباً والمعرف على المجال $]-2,+\infty[$ والذي يقبل المستقيم $y=1$ مقارباً أفقياً في جوار $+\infty$

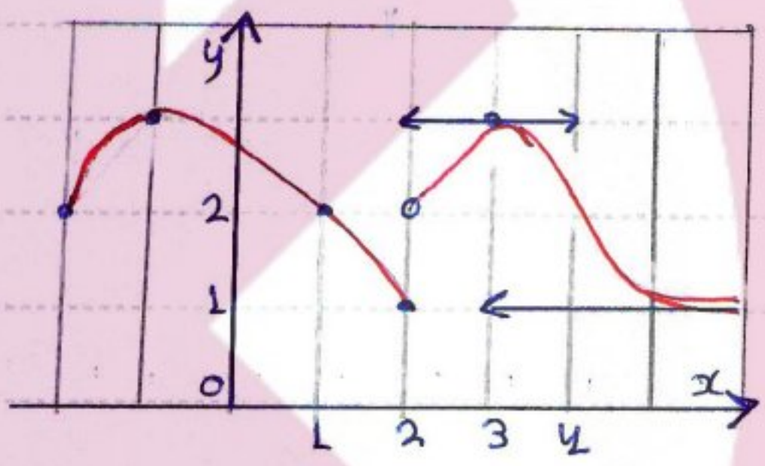
1- جد $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ ، $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$

2- هل f اشتقاقي عند 2 ؟

3- جد $f(3)$ ، $f'(3)$ وجد معادلة المماس عند 3

4- دل على القيم الحدية المحلية للتابع f



الحل:

1- $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$ ، $\lim_{x\to 2^-} f(x)=1$

$\lim_{x\to+\infty} f(f(x))=2$ $\lim_{x\to 2^+} f(x)=2$

2- f غير اشتقاقي عند 2 لأنه غير مستمر عند 2

3- $f'(3)=0$ $f(3)=3$

ومعادلة المماس عند 3 هي $y=3$

4- $f(2)=2$ قيمة حدية عليا

$f(2)=1$ قيمة حدية محلية

$f(-1)=3$ قيمة كبرى عليا

$f(3)=4$ قيمة كبرى محلية

التمرين 27:

في الشكل المجاور خط بياني C لدالة f ومن خلال قراءة بيانية للشكل أجب عن الأسئلة التالية:

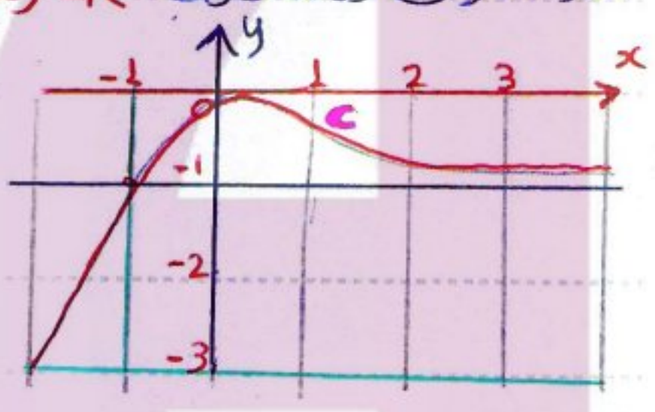
1- جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$

2- ما معادلة المستقيم المقارب للخط C ؟

3- ما الوضع النسبي للخط C مع المقارب ؟

4- يقبل f قيماً حدية عليا عينها وعين نوعها

5- في حالة عدد حقيقي k عين بدلالة k عدد حلول المعادلة $f(x)=k$



الحل:

1- $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-1$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))=f(-1)=-1$

2- $y=-1$

3- الخط C يقع تحت المقارب $x\in]-\infty,-1[$

و الخط C يقع فوق المقارب $x\in]-1,+\infty[$

4- $f(0)=0$ قيمة كبرى عليا

5- المعادلة $f(x)=k$ حل $k\in]-\infty,-1]\cup\{0\}$

و حيد و $k\in]-1,0[$ للمعادلة حلين و $k\in]0,+\infty[$ ليس للمعادلة حلول.

التمرين 28: (نموذج وزاري)

نجد جانباً الخط البياني للتابع f معرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب:

1- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=5$ ؟

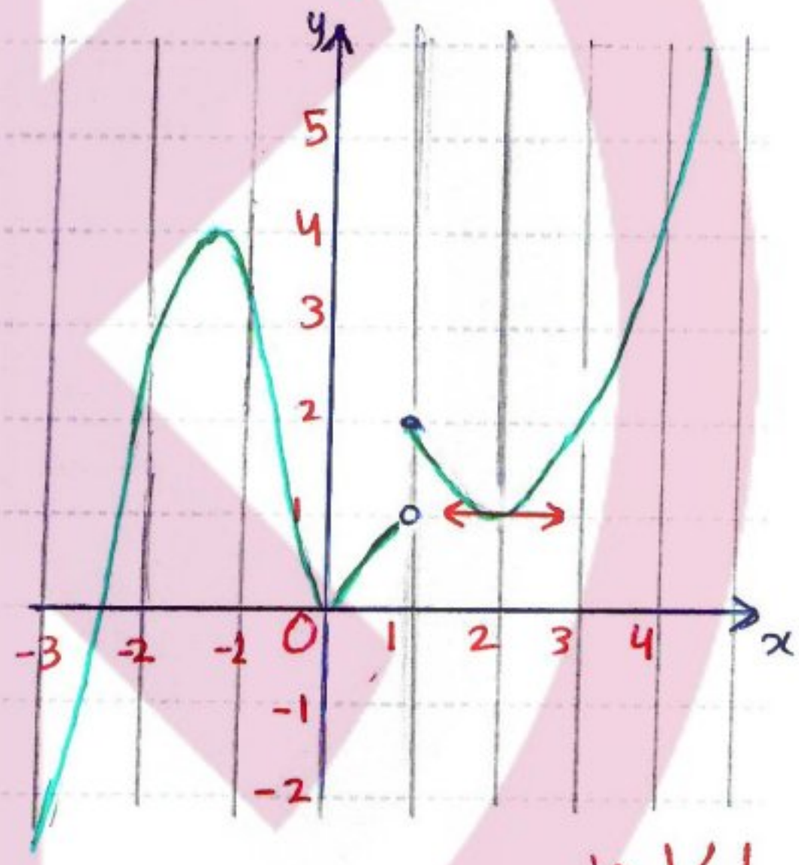
2- ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\geq 5$ ؟

3- هل $f(1)$ قيمة محلية كبرى أو صغرى للتابع علل ذلك ؟

4- ما عدد القيم الحدية للتابع f ؟

5- ما قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها $x=2$ ؟

6- أيكون التابع f اشتقاقياً عند $x=1$ ؟



الحل:

1- حل وحيد

2- $[4,+\infty[$

3- $f(1)$ قيمة محلية كبرى لأنه يوجد جوار I يحقق $\forall x\in I\cap\mathbb{R}\Rightarrow f(x)\leq f(1)$

4- أربعة

5- $f'(2)=0$

6- التابع f غير مستمر عند $x=1$ فهو غير اشتقاقي

التمرين 29: (نموذج وزاري)

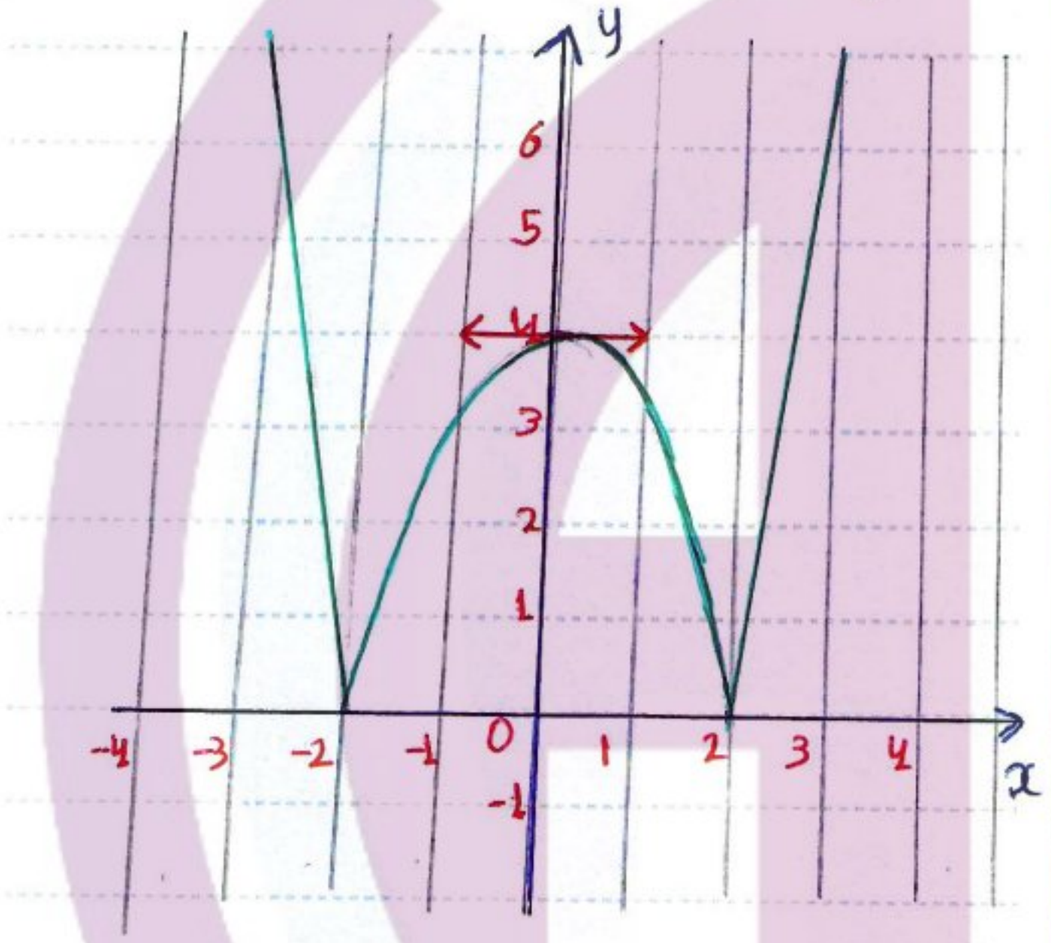
نجد جانباً الخط البياني للتابع f معرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب:

1- كم حلاً للمعادلة $f(x)=2$ ؟

2- احسب قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها $x=0$ ؟

3- عين صورة المجال $I=[-2,2]$ وفق f

4- كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع f



الحل:

1- أربعة

2- $f(0)=0$

3- $f([-2,2])=[0,4]$

4- صغرى محلية: قيمتان $f(-2)=0$ ، $f(2)=0$

وكبرى محلية: قيمة واحدة $f(0)=4$

AHMAD HASSAN KHALIL SHEKHO

التمرين 30: (نموذج وزاري)

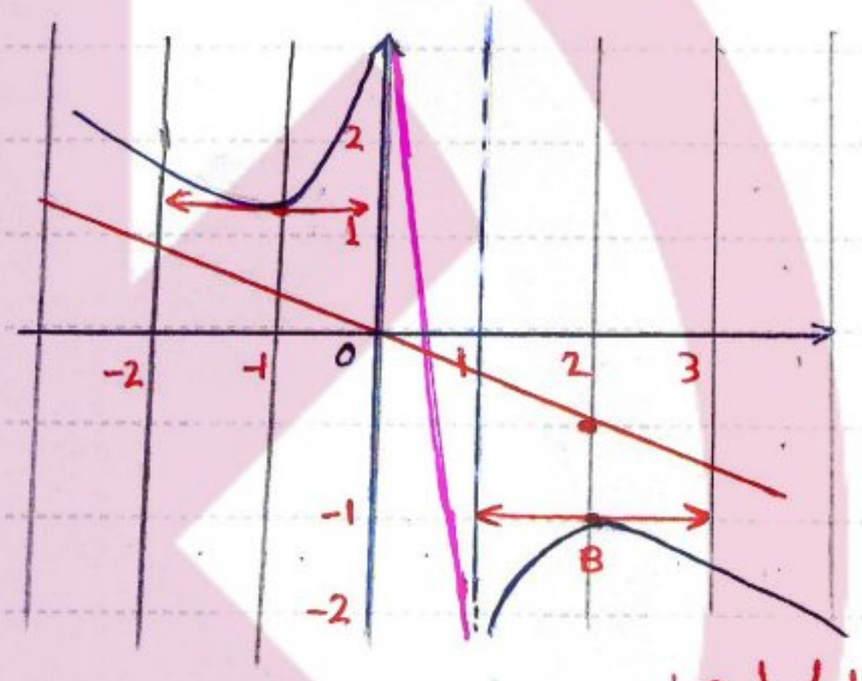
تأمل الشكل المرسوم جانباً
الذي يمثل الخط البياني للتابع المعرف
على $\mathbb{R}\setminus\{0,1\}$ والمطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

2- جد $f'(2)$ ، $f'(-1)$

3- جد حلول المتراجحة $f'(x)<0$

4- اكتب معادلة المقارب المائل d



الحل:

1- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=-\infty$

2- $f'(2)=0$ و $f'(-1)=0$

3- حلول المتراجحة $f'(x)<0$ هي
$]-\infty,-1[\cup]0,1[\cup]2,+\infty[$

4- المقارب المائل d مار من المبدأ $(0,0)$
والنقطة $(2,-1)$.
وبالتالي ميله $m=\frac{-1-0}{2-0}=\frac{-1}{2}$
وبالتالي معادلته $y=\frac{-1}{2}x$

التمرين 31: (نموذج وزاري)

في الشكل المرسوم جانباً ليكن C_f الخط
البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ والمطلوب:

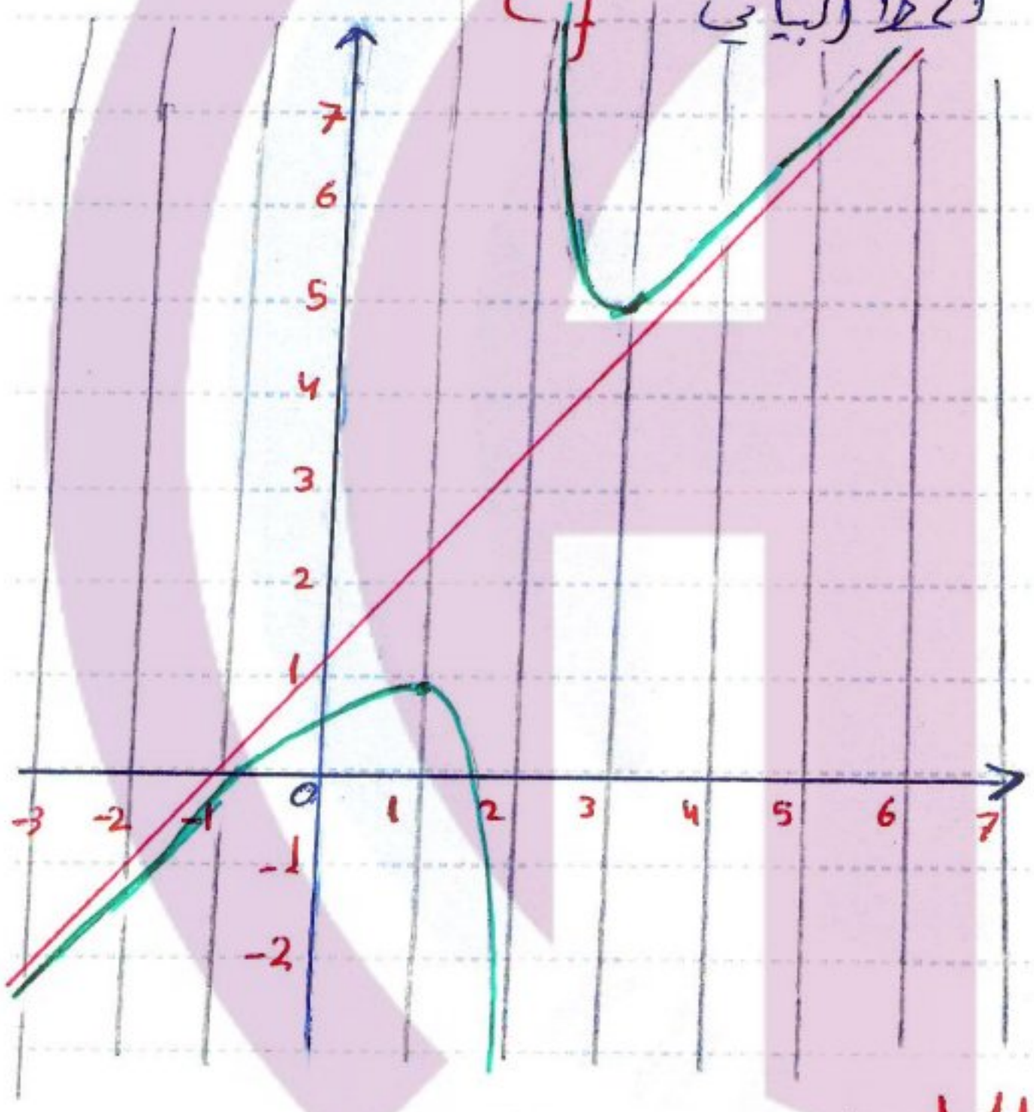
1- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2- دل على القيم الحدية للتابع f وبين نوعها.

3- ماعدد حلول المعادلة $f(x)=0$

4- اكتب معادلة المقارب المائل

5- اذكر احداثيات النقطة I مركز تناظر
الخط البياني C_f



الحل:

1- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2- $f(3)=5$ قيمة عظمى محلية
$f(1)=1$ قيمة كبرى محلية

3- ثلاث

4- المقارب المائل مار من النقطة $(0,1)$ ونقطة $(-2,0)$
وبالتالي ميله $m=\frac{-1-0}{0-1}=1$ ومعادلته $y=x+1$

5- $I(2,3)$

KHALIL SHEKHO

التمرين 32: (محور ومركز)

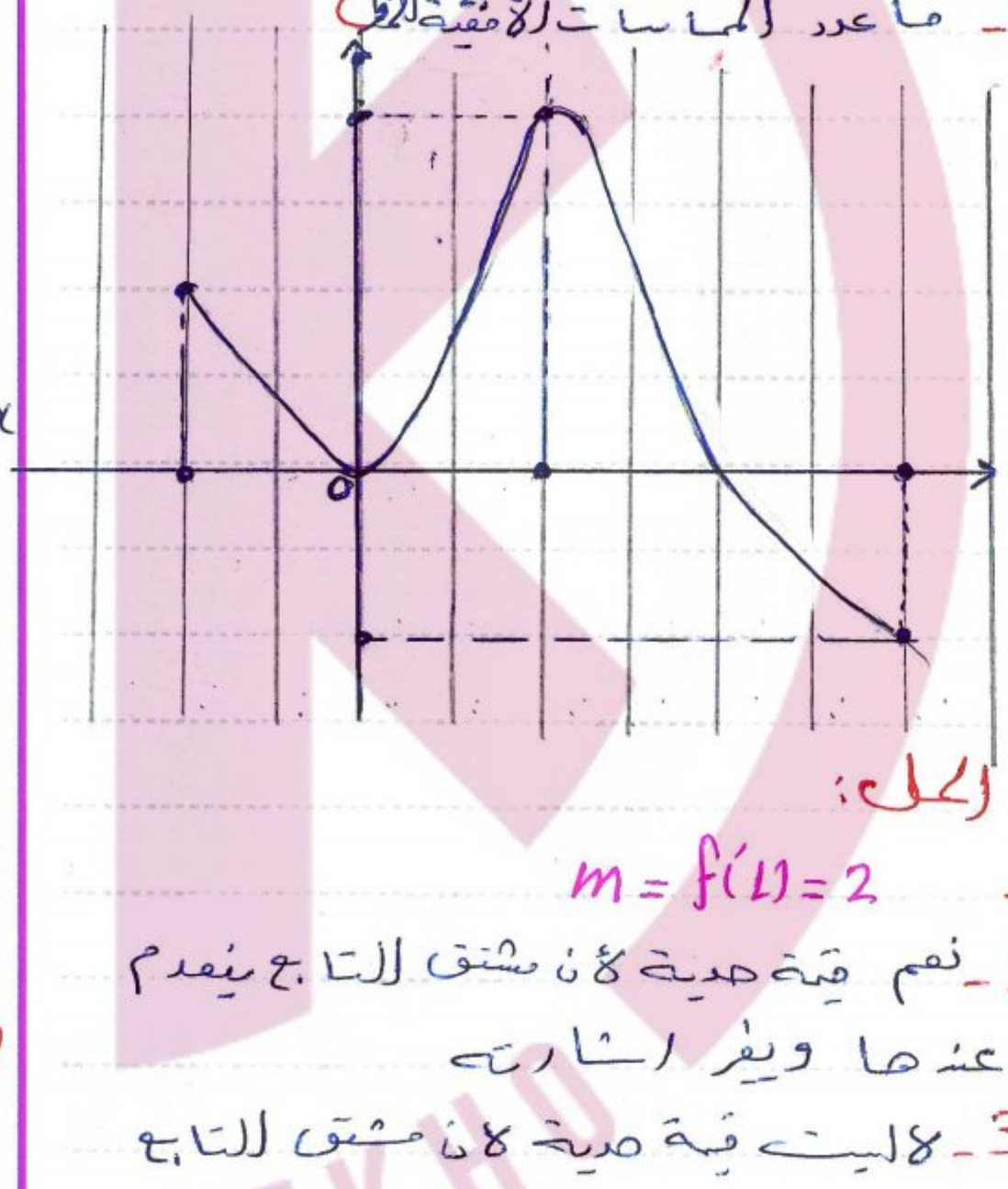
ليكن التابع f المعرف على المجال $[-1,3]$ واشتقاقي عليه و C خطه البياني في الشكل المرسوم جانباً يمثل الخط البياني للتابع المشتق f':

1- ما هو ميل المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها $x=1$

2- هل $f(2)$ قيمة حدية للتابع f؟ علل اجابتك

3- هل $f(0)$ قيمة حدية للتابع f؟ علل اجابتك

4- ما عدد المماسات الأفقية للخط C



الحل:

1- $m = f'(1) = 2$

2- نعم قيمة حدية لأن مشتق التابع ينعدم عندها ويغير اشارته

3- لا ليست قيمة حدية لأن مشتق التابع لا ينعدم عندها دون أن يغير اشارته

4- لا يوجد

التمرين 33:

f تابع معرف على $]-\infty,1]$ خطه البياني C_f المرسوم في الشكل المجاور:

1- هل f اشتقاقي عند $x=1$؟ علل اجابتك؟

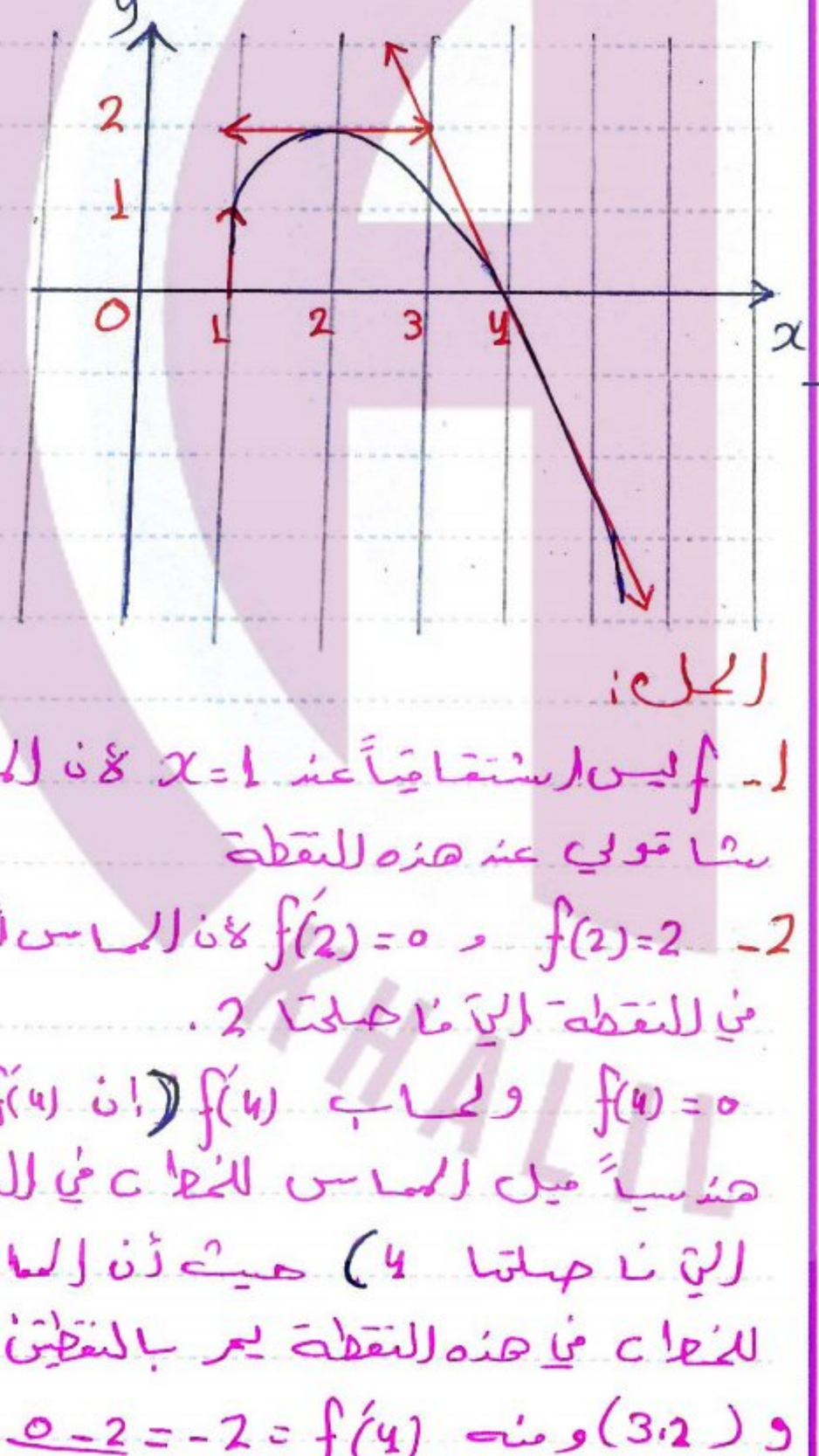
2- احسب كلاً من $f(2)$ و $f'(2)$ و $f(4)$ و $f'(4)$

3- اكتب معادلة للمماس للخط C_f في نقطة منه فاصلتها $x=4$

4- ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x)>0$؟

5- ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x)<0$؟

6- نظم جدولاً بتغيرات التابع f



الحل:

1- f ليس اشتقاقياً عند $x=1$ لأن المماس شاقولي عند هذه النقطة

2- $f(2)=2$ و $f'(2)=0$ لأن المماس أفقي في النقطة التي فاصلتها 2.

$f'(4)$ ولحساب $f'(4)=0$ (إن $f'(4)$ تعني هندسياً ميل المماس للخط c في النقطة التي فاصلتها 4) حيث أن المماس للخط c في هذه النقطة يمر بالنقطتين $(4,0)$ و $(3,2)$ ومنه $m = \frac{0-2}{4-3} = -2 = f'(4)$

Join us on Telegram
@BAC_MATH_AK

إعداد المدرسين
أحمد حسن 0932 847 372
خليل شيخو 0991 736 954

3- معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها $x=4$ هي :

$y = f'(4)(x-4) + f(4)$

ومنه $y = -2(x-4)+0$ أي $y = -2x+8$

4- $f(x)>0$ عندما $x \in]1,4[$

5- مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$ هي $x \in [2,+\infty[$

6-

x	1		2		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$