مركز التعليم المفتوح

برنامج مهارات التسويق والبيع

الرياضة المالية

(مستوى أول – فصل دراسى أول)

(كود ٢١٤)

دكتور	دكتور
يحيى موسى حســين الجبالى	محمد ابراهيم خليل

٢٠١١

برنامج مهارات التسويق والبيع

الرياضة المالية

(مستوى أول – فصل دراسى أول)

(كود ٢١٤)

دكتور
يحيى موسى حسـين الجبالى

دكتور
محمد ابراهيم خليل

٢٠١١

مقدمة

لقد أصبح من الضرورى أن يتوافر لدى المهتمين بالنواحى الاستثمارية فى سوق المعاملات المالية والتجارية الأدوات الرياضية اللازمة لتحديد العائد الذى يحصل عليه المستثمر نتيجة استخدام أمواله خلال مدة زمنية معينة ، فإذا أودع شخص مبلغا من المال فى أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه ، فانه يحصل من البنك فى نهاية مدة الاستثمار على المبلغ الذى أودعه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة له من استثمار هذا المبلغ لدى البنك ، وكذلك هى الأجر الذى يدفعه المدين إلى دائنة نتيجة استخدامه لأموال دائنة فى نهاية مدة زمنية معينة ، فإذا اقترض شخص مبلغا من المال من أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه ، فانه يدفع إلى البنك فى نهاية مدة القرض المبلغ الذى اقترضه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من اقتراض هذا المبلغ من البنك ٠

ويتناول هذا الكتاب بالشرح المبسط كيفية استخدام طرق وأساليب الرياضة المالية اللازمة لحساب العائد على الاستثمار سواء كان هذا الاستثمار قصير الأجل أو طويل الأجل ، مدعوما بالأمثلة المتنوعة التى تجعل من هذا الكتاب دليلك لتعلم أصول الرياضة المالية ٠

وأنى إذ أقدم هذا الكتاب كمحاولة متواضعة منى ، أرجو أن يكون عونا لكل طالب و قارئ وأسأل الله أن يعيننى على تطويره فى طبعات تالية ٠

والله ولى التوفيق ،،،،،

المؤلف

د ٠ يحيى موسى حسين الجبالى

القاهرة ٢٠١١

الجزء الأول

الفائدة البسيطة

الفائدة البسيطة

للدكتور يحيى موسى حسين الجبالي

للدكتور يحيى موسى حسين الجبالي

الجزء الثانى

الفائدة المركبة

الفائدة المركبة

للدكتور محمد ابراهيم خليل

للدكتور محمد ابراهيم خليل

٥ *

الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

محتويات الباب الثامن

(٨-١) مقدمة:

الدفعات هي مجموعة من المبالغ التي تدفع بصفة دورية منتظمة على فترات متساوية أي أن الفاصل الزمني بين كل مبلغ والمبلغ الذي يليه ثابت، ويمكن تصنيف الدفعات حسب الأساس المستخدم في التصنيف إلى العديد من الأنواع على حسب أساس التقسيم كما يلي:

١- تأكيد الدفع:

وعلى هذا الأساس يمكن تقسيم الدفعات من حيث حتمية الدفع إلى نوعين من الدفعات.

أ- الدفعات الاحتمالية:

وهي الدفعات غير المؤكدة الدفع والتي يتوقف دفعها على تحقق شرط معين – أو احتمال معين – وإذا تحقق هذا الشرط تم الدفع، وإذا لم يتحقق هذا الشرط توقف الدفع، ومن أمثلة هذا النوع من الدفعات – دفعات المعاش التي يتوقف دفعها على بقاء المستفيد على قيد الحياة حتى يتم دفعها. ولم نتعرض في دراستنا لهذا النوع من الدفعات.

ب- الدفعات المؤكدة السداد:

وهي الدفعات التي يتم دفعها بدون الارتباط بأي شرط من الشروط، حيث يتم سداد مبالغها بدون قيد أو شرط ومن أمثلتها دفعات الأقساط في حالة البيع بالتقسيط، وسوف ندرس هذا النوع من الدفعات بشئ من التفصيل في هذا الباب.

٢- مدة سداد الدفعات:

أ - دفعات دائمة (لانهائية):

وهي الدفعات التي تدفع بانتظام ودون توقف ويستمر دفعها إلى ما لانهاية وهي ليس لها مدة ومن أمثلتها دفعات ريع الأراضي الزراعية، وتعتبر الدفعة الدائمة ليس لها مدة ويرمز لها بالرمز ∞ ما لم ينص على أنها محدودة أو عدد معين من المبالغ ن.

ب - دفعات مؤقتة (محدودة):

وهي الدفعات التي يتم دفعها لفترة محدودة، ويرمز لهذه الفترة بالرمز ن، وهذه الدفعات تكون محدودة، وغالباً ما يكون عددها أيضاً مساوياً لمدة الدفع = ن، ومن أمثلة هذا النوع دفعات الأقساط في حالة شراء سيارة أو شقة تمليك بالقسط.

٣- بدء سريان الدفعات:

أ - دفعات عاجلة (معجلة):

وهي الدفعات التي يبدأ دفع أول مبالغها بمجرد الاتفاق عليها، أي يتم سدادها بدون أي تأجيل ومن أمثلتها سداد أقساط الشراء بالتقسيط بمجرد إتمام عملية الشراء.

ب - دفعات مؤجلة (آجلة):

وهي الدفعات التي يبدأ دفع أول مبالغها بعد فترة من تاريخ الاتفاق عليها وهذه الفترة يطلق عليها فترة التأجيل، ومن أمثلتها دفعات أقساط الشراء بالتقسيط والتي يبدأ سدادها بعد انقضاء فترة سماح معينة، وكذلك في حالة شراء قطعة أرض زراعية لا تعطي عائدها الدوري إلا بعد فترة زمنية

وذلك لوجود رهن على الأرض أو لإصلاح الأرض، والأصل أن تكون الدفعة عاجلة ما لم ينص على أنها مؤجلة (أي أن هناك فترة تأجيل تسبق سداد أول دفعة).

٤- ميعاد سداد الدفعات:

أ- دفعات عادية (مؤخرة السداد):

وهي الدفعات التي يتم سداد مبالغها بصفة دورية منتظمة أخر كل فترة زمنية من فترات دفع الدفعات، ومن أمثلتها دفع أقساط قرض معين في نهاية كل فترة زمنية.

ب- دفعات فورية (مقدمة السداد):

وهي الدفعات التي يتم سداد مبالغها بصفة دورية منتظمة أول كل فترة زمنية من فترات دفع الدفعات، ومن أمثلتها دفع أقساط شراء سلعة معينة بالتقسيط مع دفع أول قسط بمجرد الشراء.

والأصل أن تكون الدفعة عادية ما لم ينص على أنها فورية أي أنها تسدد في أول كل فترة.

٥- مدة الدفعة:

أ- دفعات سنوية:

وهي الدفعات التي سوف يكون الفاصل الزمني بين كل مبلغ دفعة والمبلغ الذي يليه سنة كاملة ومن أمثلتها ريع الأراضي الزراعية السنوية.

ب- دفعات غير سنوية:

وهي الدفعات التي سوف يكون الفاصل الزمني بين كل مبلغ دفعة والمبلغ الذي يليه فترة غير سنوية، وقد تكون هذه الفترة أقل من السنة (مجزأة)، أو فترة أكبر من السنة (مجمدة) وسوف نقتصر في دراستنا الحالية على الدفعات السنوية فقط.

٦- مبلغ الدفعة:

أ- دفعات ذات مبالغ متساوية (ثابتة):

وهي الدفعات التي يكون مبلغ الدفعة فيها ثابت في جميع الدفعات حيث يكون مبلغ الدفعة الأولى مساوياً لمبلغ الدفعة الثانية مساوياً لمبلغ الدفعة الثالثة وهكذا، ويرمز لمبلغ الدفعة الثابت بالرمز أ، ومن أمثلتها الأقساط ذات المبالغ المتساوية في حالة الشراء بالتقسيط.

ب-دفعات ذات مبالغ غير متساوية (متغيرة):

وهي الدفعات التي تتسم بعدم ثبات مبلغ الدفعة وتختلف مبالغ الدفعات بعضها البعض، وتنقسم الدفعات المتغيرة إلى:

١- دفعات متغيرة بانتظام وهي التي تخضع في تغيرها لقانون رياضي معين مثل قوانين المتواليات العددية أو المتواليات الهندسية أو أي نوع أخر من المتسلسلات وقد تكون هذه الدفعات متزايدة أو دفعات متناقصة.

٢- دفعات متغيرة بدون انتظام أي الدفعات التي لا تخضع لقانون ثابت في تغيرها، وهذا النوع من الدفعات يعالج بالقوانين الأساسية لنظرية

الفوائد المركبة، وسوف نقتصر في دراستنا في هذا المقــرر علــى الدفعات السنوية المتساوية المؤكدة السداد.

(٨-٢) القيمة الحالية للدفعات المتساوية:

يمكن تعريف القيمة الحالية لمجموعة من الدفعات المتساوية، ســواء كانت عادية أو غير عادية؛ على أنها مجموع القيم الحالية لمبالغ هذه الدفعات المتساوية بعد خصم كل منها عن مدتها، وبمعدل فائدة مركبة متفــق عليــه، وعلى ذلك تكون القيمة الحالية لهذه الدفعات عبارة عن مجموع هذه الــدفعات المتساوية مطروحاً منه الفائدة المركبة الخاصة بكل منها عن مدة خــصمها، أي أنه يمكن الحصول على القيمة الحالة للدفعات عن طريق إيجــاد القيمــة الحالية لكل دفعة في بداية المدة؛ كل على حدة؛ وتكون القيمة الحاليــة لهــذه الدفعات عبارة عن مجموع هذه القيم الحالية.

في الجزء التالي سوف نناقش كيفية إيجاد القيمــة الحاليــة للأنــواع المختلفة من الدفعات المتساوية بطريقتين هما:

١- الطريقة الرياضية. ٢- طريقة استخدام الجداول المالية.

(٨-٢-١) القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المتساوية:

وسنقوم في هذا الجزء بإيجاد القيمة الحالية للدفعات المؤقتــة ســواء كانت عاجلة أو مؤجلة، فورية أو عادية وهذا يعني أن القيمة الحالية للدفعات المؤقتة يمكن تقسيمها إلى الأنواع التالية:

الرياضة المالية

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة السنوية المتساوية مبلغها أجنبية

دفعات عاجلة | **دفعات مؤجلة**

عادية | فورية | عادية | فورية

دن┐ | د̄ن┐ | م/دن┐ | م/د̄ن┐

الرموز الحسابية المستخدمة:

ن ترمز لمدة الدفع الكلية السنوية (عدد الدفعات السنوية).

دن┐ ترمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة العادية مبلغها واحد جنيه.

م ترمز لمدة تأجيل الدفع قبل دفع أول دفعة بالسنوات أر لمبلغ الدفعة السنوية.

رأ ترمز لمبلغ الدفعة السنوية رقم ر.

ر ترمز لدليل ترتيب الدفعة ويأخذ القيم من ١ إلى ن.

د̄ن┐ ترمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة الفورية مبلغها واحد جنيه.

م/دن┐ترمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة مدة قدرها م سنة العادية مبلغها واحد جنيه.

م/ د̄ن┐ ترمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة مدة قدرها م سنة الفورية مبلغها واحد جنيه.

ع ترمز لمعدل الفائدة السنوي.

أ مبلغ الدفعة المتساوية.

<u>أولاً: أيجاد القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المتساوية باستخدام الطريقة الرياضية:</u>

تسمى هذه الطريقة من الناحية العملية طريقة استخدام الآلـــة الحاســبة، ويتم إيجاد القيم الحالية لتلك الدفعات باستخدام القوانين التالية:

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة العادية =

$$= أ \times \left[\frac{١ - ح^{ن}}{ع} \right] \qquad (١)$$

حيث:

$$ح^{ن} = \frac{١}{(١ + ع)^{ن}} = (١ + ع)^{-ن}$$

وهي ترمز للقيمة الحالية لدفعة مؤقتة عادية مدتها ن ومبلغها واحــد جنيه، ع معدل الفائدة السنوي.

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة الفورية =

$$= أ \times (١ + ع) \times \left[\frac{١ - ح^{ن}}{ع} \right] \qquad (٢)$$

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة العادية =

$$= أ \times ح^{م} \times \left[\frac{١ - ح^{ن}}{ع} \right] \qquad (٣)$$

حيث:

أ ترمز لمبلغ الدفعة. ع ترمز لمعدل الفائدة السنوي.

$ح^{م} = (١ + ع)^{-م}$

$ح^{ن} = (١ + ع)^{-ن}$

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة الفورية =

$$= أ \times ح^{(م-1)} \times \left[\frac{1 - ح^{ن}}{ع} \right] \qquad (4)$$

حيث:

$$ح^{(م-1)} = (1 + ع)^{-(م-1)} \quad ح^{ن} = (1 + ع)^{-ن}$$

<u>ثانياً: إيجاد القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المتساوية باستخدام طريقة الجداول المالية:</u>

يعتمد استخدام الجداول المالية لإيجاد القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المتساوية بأنواعها الأربعة على استخدام الرمز الحسابي التالي:

$د_{\overline{ن|}}$ بمعدل فائدة سنوي ع أو $د_{\overline{ن|}}$ ع٪، وهو يرمز للقيمة الحالية للدفعات المالية المؤقتة المتساوية العادية مبلغها واحد جنيه وعددها يساوي ن دفعة سنوية.

القوانين الحسابية:

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة العادية =

$$= أ \times د_{\overline{ن|}} \text{ ع٪} \qquad (5)$$

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة الفورية =

$$= أ \times (1 + ع) \times د_{\overline{ن|}} \text{ ع٪} \qquad (6)$$

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة العادية =

$$= أ \times ح^{م} \times د_{\overline{ن|}} \text{ ع٪} \qquad (7)$$

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة الفورية =

$$= أ \times ح^{(م-1)} \times د_{\overline{ن|}} \text{ ع٪} \qquad (8)$$

حيث:

$ح^{م} = (1 + ع)^{-م}$

$ح^{(م-1)} = (1 + ع)^{-(م-1)}$

ن عدد الدفعات السنوية المتساوية

م مدة التأجيل الكلية بالسنوات قبل السداد

ع٪ معدل الفائدة المئوي السنوي

أمثلة عامة تطبيقية على كيفية إيجاد القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المتساوية:

سيتم عرض الأمثلة التالية التي توضح كيفية إيجاد القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المتساوية بأنواعها الأربع بطريقة استخدام العمود الخامس من أعمدة الجداول المالية للفائدة المركبة أي عمود الرمز الحسابي $د_{\overline{ن|}}$ ع٪ وثانياً باستخدام الآلة الحاسبة مباشرة.

مثال (١)

اشترى أحمد عرابي شقة تمليك واتفق على سداد ثمنها على ٢٠ قسطاً سنوياً متساوياً قيمة القسط ٨٠٠٠ جنيه، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم ١١٪ سنوياً، أحسب الثمن النقدي للشقة اليوم.

تمهيد للحل:

ن = ٢٠ أ = ٨٠٠٠ ع = ١١٪ $د_{\overline{ن|}}$ ع٪؟

يلاحظ أن السداد سوف يتم على أقساط سنوية متساوية أي مبالغ متكررة أي دفعات سنوية متساوية قيمة كل منها ٨٠٠٠ جنيه، وحيث أن

عددها ٢٠ فهي دفعات مؤقتة، وحيث أنه لم ينص على أنهـا فوريـة فهـي عادية، وأيضاً لم ينص على أنها مؤجلة فهي عاجلة.

الحل

القيمة الحالية لدفعة سنوية متساوية مبلغها ٨٠٠٠ مؤقتة لمدة ٢٠ سنة عاجلة عادية = أ × $د_{\overline{ن|}}$ ع٪

ثمن الشقة النقدي = ٨٠٠٠ × $د_{\overline{ن|}}$

(بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١١٪ العمود الخـامس أمـام ٢٠ سنة)

= ٨٠٠٠ × ٧،٩٦٣٣٢٨١

= ٦٣٧٠٦،٦٢٤٨ جنيه

ثمن الشقة اليوم = ٦٣٧٠٦،٦٢٥ جنيه

<u>ثانيا: باستخدام الآلة الحاسبة:</u>

القيمة الحالية لدفعة سنوية متساوية مبلغها ٨٠٠٠ جنيه مؤقتة لمـدة ٢٠ سنة عاجلة عادية

$$= أ \times \left(\frac{١ - ح^{ن}}{ع} \right) \text{ بمعدل ع٪}$$

$$= ٨٠٠٠ \times \left(\frac{١ - (١،١١)^{-٢٠}}{٠،١١} \right) = ٨٠٠٠ \times ٧،٩٦٣٣٢٨١$$

= ٦٣٧٠٦،٦٢٤٨ = ثمن الشقة اليوم

مـثـال (٢)

مصطفى كامل يرغب في شراء سيارة ثمنها ١٠٠٠٠٠ جنيه نقــداً، واتفق مع البائع على سداد ثمنها على ١٥ قسطاً سنوياً متــساوياً، يــدفع أول قسط بعد سنة من تاريخ الشراء، فإذا علمــت أن معــدل الفائــدة المركبــة المستخدم في عملية الشراء ١٥٪ سنوياً، أحسب قيمة القسط السنوي.

تمـهـيـد لـلـحل:

القيمة الحالية = ١٠٠٠٠٠ ن = ١٥ ع = ١٥٪ أ = ؟؟

يلاحظ أن ثمن السيارة النقدي يعني القيمة الحالية لأنه يعطي القيمــة يوم الشراء، والسداد سوف يتم على أقساط سنوية متساوية أي دفعات ســنوية متساوية يسدد أولها بعد سنة من تاريخ الشراء أي دفعات عادية محدودة بــــ ١٥ قسط أي دفعات مؤقتة، عاجلة لأنه لم ينص على أنها مؤجلة.

الحل

القيمة الحالية لدفعة سنوية متساوية بمبلغ معين مؤقتة لمدة ١٥ ســنة عاجلــة عادية = أ × د$_{\overline{ن}|}$ ع٪

١٠٠٠٠٠ = القسط السنوي × د$_{\overline{ن}|}$ع٪

(بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١٥٪ العمود الخامس أمــام المــدة ١٥ سنة)

١٠٠٠٠٠ = أ × ٥،٨٤٧٣٧٠١

أ = ١٠٠٠٠٠

٥،٨٤٧٣٧٠١

أ = ١٧١٠١،٧٠٥٢٦ جنيه

قيمة القسط السنوي = ١٧١٠١،٧٠٥ جنيه

ثانيا: باستخدام الآلة الحاسبة:

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية بمبلغ معين مؤقتة لمدة ١٥ سنة عاجلة عادية

$$= أ \times \left(\frac{١ - ح^{ن}}{ع} \right) \text{ بمعدل ع٪}$$

$$١٠٠٠٠٠ = أ \times \left(\frac{١ - (١،١٥)^{-١٥}}{٠،١٥} \right) = أ \times ٥،٨٤٧٣٧٠١$$

$$أ = \frac{١٠٠٠٠٠}{٥،٨٤٧٣٧٠١} = ١٧١٠١،٧٠٥ = \text{قيمة القسط السنوي}$$

مثال (٣)

اشترى السيد كريم حق الانتفاع بمنزل يقدر الخبراء ضرورة هدمه في نهاية ١٠ سنوات وذلك بمبلغ ١٦٣٠٩،٠٣١، فإذا علمت أن الإيراد السنوي لهذا المنزل يقدر بـ ٣٠٠٠ جنيه، فاحسب معدل الفائدة المستخدم.

تمهيد للحل:

يلاحظ أن قيمة شراء الأصول التي تعطي عائداً سنوياً يقدر على أساس قيمة هذا العائد السنوي، قيمة شراء المنزل = القيمة الحالية لجميع الإيرادات، وفي هذا المثال فإن الإيرادات هي قيمة الإيراد السنوي لهذا

المنزل، وهذا الإيراد دوري أي عبارة عن دفعات سنوية عادية حيث لم ينص على أنها فورية، المنزل سوف يهدم بعد ١٠ سنوات، أي أن الإيراد محـــدود بـــ ١٠ سنوات فقط وبالتالي فهي دفعات مؤقتة.

القيمة الحالية = ١٦٣٠٩،٠٣١ ن = ١٠ أ = ٣٠٠٠ ع = ؟؟

ا لحـل

القيمة الحالية لدفعة سنوية متساوية مبلغها ٣٠٠٠ مؤقتة لمـــدة ١٠ ســـنوات عاجلة عادية = أ × د$_{\overline{ن|}}$ ع٪

١٦٣٠٩،٠٣١ = ٣٠٠٠ × د$_{\overline{١٠|}}$ ع٪

$$\frac{١٦٣٠٩،٠٣١}{٣٠٠}=\text{د}_{\overline{١٠|}}\text{ ع٪}$$

٥،٤٣٦٣٤٣٧ = د$_{\overline{١٠|}}$ ع٪

بالبحث في الجداول المالية العمود الخامس أمام المدة ١٠ سنوات تحت جميع المعدلات عن الرقم ٥،٤٣٦٣٤٣٧، وتحت معدل ١٣٪ أمام المدة ١٠ سنوات العمود الخامس نجد أنه = ٥،٤٣٦٣٤٣٥ وهذا قريب جداً من الـــرقم الـــذي نبحث عنه، وبالتالي فإن المعدل المطلوب يكون ١٣٪، ع = ١٣٪.

<u>ثانيا: باستخدام الآلة الحاسبة:</u>

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية مبلغها ٣٠٠٠ جنيه مؤقتة لمدة ١٠ سنوات عاجلة عادية

$$= \text{أ} \times \left(\frac{١ - \text{ح}^{\text{ن}}}{\text{ع}}\right) \text{ بمعدل ع٪}$$

$$١٦٣٠٩،٠٣١ = ٣٠٠٠ \times \left(\frac{١ - ح^{١٠}}{ع} \right)$$ بمعدل ع٪

ونظراً لأن المعدل داخل في المقدار ح^{١٠}ع٪ فمن الصعب في هذه الحالة إيجاد قيمة المعدل باستخدام الآلة الحاسبة.

مثال (٤)

يرغب شخص في شراء آلة تعطي إيراداً سنوياً قدره ١٠٠٠٠ جنيه أخر كل سنة، وتقدر مصروفات صيانتها السنوية بـ ٣٠٠٠ جنيه أول كل سنة، يقدر عمرها الافتراضي ٢٠ سنة حيث تبلغ قيمتها كنفاية في هذا الوقت ١٨٠٠٠ جنيه، احسب ثمن الآلة اليوم، إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم ١٤٪ سنوياً.

تمهيد للحل:

ثمن الآلة اليوم = القيمة الحالية للإيرادات – القيمة الحالية للمصروفات

العائد السنوي ١٠٠٠٠	**قيمة النفاية ١٨٠٠٠**	**مصروفات الصيانة ٣٠٠٠**
أخر كل سنة دفعات سنوية متساوية مؤقتة عاجلة وعادية	**مبلغ واحد**	**أول كل سنة دفعات سنوية متساوية مؤقتة عاجلة وفورية**
العائد السنوي	**قيمة النفاية**	**المصروفات السنوية**
أ = ١٠٠٠٠	**ق، س = ١٨٠٠٠**	**أ = ٣٠٠٠**
ن = ٢٠ سنة	**ع = ١٤٪**	**ن = ٢٠**

الحل

ثمن الآلة اليوم = القيمة الحالية للإيرادات – القيمة الحالية للمصروفات

= [١٠٠٠٠ × د $\overline{٢٠|}$ + ١٨٠٠٠ × ح^٢٠] – [٣٠٠٠ × د $\overline{٢٠|}$ × ١،١٤]

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١٤٪ أمام سنة ٢٠ بالعمود الخامس.

ثمن الآلية اليوم = [١٠٠٠٠ × ٦،٦٢٣١٣٠٦ + ١٨٠٠٠ × ٠،٠٧٢٧٦١٧]

- ٣٠٠٠ [٦،٥٥٠٣٦٨٨ × ١،١٤]

= [٦٦٢٣١،٣٠٦ + ١٣٠٩،٧١١] – ٢٢٦٥١،١٠٦ = ٤٤٨٨٩،٩١٠ جنيه

<u>ثانيا: باستخدام الآلة الحاسبة:</u>

بدلاً من إيجاد قيمة د $\overline{٢٠|}$ بمعدل ١٤٪ باستخدام العمود الخامس في الجداول المالية يمكن إيجاد قيمتها باستخدام الآلة الحاسبة وهي تُعطي نفس القيمة.

مثال (٥)

يرغب شخص في شراء سند قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ جنيه يستحق في نهاية ١٥ سنة، فإذا علمت أن الثمن المعروض به ٩٤٥٥،١٣١ جنيه وأن معدل الفائدة المركبة المستخدم ١٢٪ سنوياً، احسب العائد السنوي الذي يدره السند أول كل سنة.

تمهيد للحل:

الإيراد السنوي الذي يدره السند يعتبر دفعات مؤقتة لمدة السند ١٥ سنة، فورية حيث أنه يدفع أول كل سنة.

وحيث أن ثمن شراء السند = القيمة الحالية لجميع الإيرادات

ق.س = ١٠٠٠٠ ن = ١٥ ع = ١٢٪ أ = ؟؟

الحل

ثمن السند اليوم = القيمة الحالة للإيرادات

٩٤٥٥،١٣١ = القيمة الحالية للعائد السنوي + القيمة الحالية للسند

٩٤٥٥،١٣١ = أ × ١،١٢ × د١٥ + ١٠٠٠ × ح١٥

= أ × ١،١٢ × د١٥ + ١٠٠٠ × ح١٥

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١٢٪ العمود الخامس أمام المدة ١٥ سنة [د١٥ × ١،١٢].

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١٢٪ العمود الثالث أمام ١٥ سنة.

٩٤٥٥،١٣١ = أ × ٦،٨١٠٨٦٤٥ × ١،١٢ + ١٠٠٠٠ × ٠،١٨٢٦٩٦٣

٩٤٥٥،١٣١ – ١٨٢٦،٩٦٣ = ٧،٦٢٨١٦٨٢ أ

٧٦٢٨،١٦٢ = ٧،٦٢٨١٦٨٢ أ

∴ أ = ٧٦٢٨،١٦٨ / ٧،٦٨١٦٨٢

أ = ١٠٠٠ جنيه

قيمة العائد السنوي = ١٠٠٠ جنيه

ثانيا: باستخدام الآلة الحاسبة:

د١٥ = (١ – (١،١٢)^-١٥) / ١،١٢ = ٦،٨١٠٨٦٤٥

ح١٥ = (١،١٢)^-١٥ = ٠،١٨٢٦٩٦٣

ثم استكمال باقي العمليات الحسابية السابقة.

مـثـال (٦)

اشترى شخص سيارة ثمنها النقدي ١٥٠٠٠٠ جنيه، واتفق مع البائع على سداد ثمنها على أقساط سنوية يدفع أولها عند الشراء مباشرة وقيمة القسط السنوي ٢٥٩٨٩،٤ جنيه، فإذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم ١٥٪ سنوياً، احسب عدد الأقساط السنوية.

تمهيد للحل:

القسط السنوي يدفع أول كل سنة لأن أول مبلغ يدفع عند الشراء ولمدة محدودة.

∴ نحن أمام دفعات مؤقتة (بعدد الأقساط) عاجلة وفورية.

القيمة الحالية = ١٥٠٠٠٠جنيه أ = ٢٥٩٨٩،٤جنيه ع = ١٥٪ ن = ؟؟

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية مبلغها ٢٥٩٨٩،٤ مؤقتة وعاجلة فورية

= أ × (١ + ع) × د$_{\overline{ن|}}$

١٥٠٠٠٠ = ٢٥٩٨٩،٤ × ١،١٥ × د$_{\overline{ن|}}$

$\frac{١٥٠٠٠٠}{٢٩٨٨٧،٨١}$ = × د$_{\overline{ن|}}$

بالبحث في الجداول المالية تحت المعدل ١٥٪ العمود الخامس أمام جميع المدد نجد هذا الرقم يقع أمام المدة ١٠ سنوات.

∴ ن = ١٠ سنوات

أي أن عدد الأقساط = ١٠ أقساط سنوية

ثانيا: باستخدام الآلة الحاسبة:

حيث أن:

$د_{\overline{ن}}$ بمعدل ١٥٪

قيمة ن فيها غير معلومة

لذلك فإن الاعتماد الأساسي في إيجاد قيمة $د_{ن}$ بمعدل ١٥٪ على استخدام الجداول المالية.

مثال (٧)

اقترض شخص مبلغاً ما من بنك كليبر وتعهد بسداده على ١٥ قسطاً سنوياً متساوياً آخر كل سنة قيمة القسط السنوي ١٠٠٠٠ جنيه، وذلك بعد فترة سماح (عدم سداد) لمدة ٨ سنوات، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم في البنك ١١٪ سنوياً، احسب قيمة المبلغ الذي اقترضه شخص.

تمهيد للحل:

يلاحظ أن أصل القرض هو المطلوب إيجاده هو عبارة عن القيمة الحالية لأقساط سوف تدفع بصفة دورية منتظمة آخر كل سنة لمدة ١٥ سنة، ولذا فهي عبارة عن دفعات سنوية متساوية مؤقتة عادية ولكن هذه الأقساط لن يبدأ دفعها إلا بعد فترة سماح أي تأجيل قدرها ٨ سنوات أي أن الدفعات مؤجلة لمدة ٨ سنوات.

أ = ١٠٠٠٠ جنيه ن = ١٥ م = ٨ ع = ١١٪ القيمة الحالية= ؟؟

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية مبلغها ١٠٠٠٠ مؤقتة لمدة ١٥ سنة مؤجلة ٨ سنوات عادية = أ × ح^{م} × د$_{ن┐ع}$٪

= ١٠٠٠٠ × ح^{٨} × د$_{١٠┐}$بمعدل ١١٪

= ١٠٠٠٠ × ٠،٤٣٣٩٢٦٥ × ٧،١٩٠٨٩٦

= ٣١٢٠٣،٢٠٣ جنيه

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١١٪ العمود الثالث عن قيمة ح^{٨} عند ن = ٨، وبالكشف تحت المعدل ١١٪ عن قيمة د$_{١٠┐}$بمعدل ١١٪ بالعمود الخامس.

أصل القرض = ٣١٢٠٣،٢٠٣ جنيه

مثال (٨)

اشترى شخص شقة تمليك ثمنها النقدي ٣٠٠٠٠٠ جنيه من بنك مصر واتفق مع البنك على أن يقوم بسداد ثمنها على ١٦ قسطاً سنوياً متساوياً يدفع آخر كل سنة بعد فترة سماح (تأجيل) ٥ سنوات، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم في البنك ١٤٪ سنوياً، احسب قيمة القسط السنوي المتساوي.

تمهيد للحل:

الأقساط عبارة عن دفعات سنوية متساوية محدودة، مؤجلة عادية لأنها تدفع أخر كل سنة، الثمن النقدي عبارة عن القيمة الحالية للأقساط السنوية.

القيمة الحالية = ٣٠٠٠٠٠ ن = ١٦ م = ٥ ع = ١٤٪ أ = ؟؟

ا لحـل

القيمة الحالية للدفعات السنوية المحدودة بـ ١٦ قسط ومؤجلة ٥ سنوات عادية = أ × حم × دن┐ع٪

٣٠٠٠٠٠ = أ × ح° × د١٦┐بمعدل ١٤٪

وبالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١٤٪ بالعمود الخامس أمام المدة ١٦ عن د١٦┐ وبالعمود الثالث تحت المعدل ١٤٪ وأمام المدة ٥ عن قيمة ح° نجد أن:

٣٠٠٠٠٠ = أ × [٦،٢٦٥٠٥٩٦ × ٠،٥١٩٣٦٨٧]

$$\text{أ} = \frac{٣٠٠٠٠٠}{٣،٢٥٣٨٧٥٦} = ٩٢١٩٧،٧٤٠ \text{ جنيه}$$

مـثـا ل (٩)

اشترى شخص منزلاً يقدر الخبراء عمره الافتراضي بـ ٢٠ سنة، حيث تبلغ قيمة الأنقاض والأرض المقام عليها المبنى في هذا الوقت ١٠٠٠٠٠٠ جنيه، فإذا علمت أن هذا المنزل يعطي عائداً سنوياً قدره ٣٠٠٠٠ جنيه أول كل سنة، إلا أن المنزل مرهون وللراهن الحق في الحصول على العائد السنوي له لمدة ٧ سنوات، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم في عملية الشراء ١٢٪ سنوياً، احسب ثمن شراء المنزل.

تمـهـيـد لـلـحل:

العائد السنوي لهذا المنزل متكرر لمدة ٢٠ سنة، يدفع أول كل سـنة، للراهن الحق في الحصول على هذا العائد لمدة ٧ سنوات، أي أن المدة التي سوف يحصل فيها على العائد ١٣ سنة مؤجلة ٧ سنوات وفورية.

أ = ٣٠٠٠٠ ن = ١٣ م = ٧ ق.س = ١٠٠٠٠٠٠ ع = ١٢٪ سنوياً

م + ن = ٢٠ سنة

الحـل

ثمن شراء المنزل = القيمة الحالية لجميع الإيرادات

= القيمة الحالية للعائد السنوي + القيمة الحالية للأرض والأنقاض

دفعات سنوية متساوية مبلغها ٣٠٠٠٠ مؤقتة ١٣ سنة مؤجلة لمدة ٧ سنوات وفورية

مبلغ واحد يستحق بعد ٢٠ سنة ق.ح = ق.س × $ح^{ن}$

١) القيمة الحالية للعائد السنوي = أ × $ح^{(م-١)}$ × $د_{\overline{ن}|}$ بمعدل ع٪

= ٣٠٠٠٠ × $ح^{٦}$ × $د_{\overline{١٣}|}$ بمعدل ١٢٪

= ٣٠٠٠٠ × ٠،٥٠٦٦٣١١ × ٦،٤٢٣٥٤٨٤ = ٩٧٦٣١،٠٨١١٧٥

٢) القيمة الحالية للأرض والأنقاض = ١٠٠٠٠٠٠ × $ح^{٢٠}$ بمعدل ١٢٪

القيمة الحالية للأرض والأنقاض = ١٠٠٠٠٠٠ × ٠،١٠٣٦٦٦٨

= ١٠٣٦٦٦،٨

ثمن الشراء للمنزل = ٩٧٦٣١،٠٨١٧٥ + ١٠٣٦٦٦،٨

= ٢٠١٢٩٧،٨٨٨ جنيه

مـثـال (١٠)

اشترى شخص آلات زراعية ثمنها النقدي ٣٠٠٠٠٠٠ جنيه وتعهد بسداد ثمنها على ١٤ قسطاً سنوياً متساوياً أول كل سنة، وذلك بعد فترة سماح ٩ سنوات، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم هو ٨٪ سنوياً، احسب قيمة القسط السنوي.

تمهيد للحل:

القيمة الحالية = ٣٠٠٠٠٠٠ ن = ١٤ م = ٩ ع = ٨٪ أ = ؟؟

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية مؤقتة مؤجلة وفورية

= أ × ح$^{(م-١)}$ × د$_{\overline{ن}|}$بمعدل ع٪

٣٠٠٠٠٠٠ = أ × ح^{٨} × د$_{\overline{١٤}|}$بمعدل ٨٪

= أ × ٠٫٤٥٠٢٦٨٩ × ٨٫٢٤٤٢٣٧٠

= ٤٫٤٥٤١٠٤٨٥٥ × أ

$$أ = \frac{٣٠٠٠٠٠٠}{٤٫٤٥٤١٠٤٨٥٥} = ٦٧٣٥٣٦٫٠١ \text{ جنيه}$$

(٨-٣) القيمة الحالية للدفعات المتساوية الدائمة:

الدفعات المتساوية الدائمة هي الدفعات التي يستمر دفعها إلى مالانهاية (∞).

وتنقسم الدفعات الدائمة إلى نوعين من الدفعات هما كما يلي:

١) **دفعات عاجلة:** وهي تدفع بدون أي تأجيل أو بمجرد الاتفاق على سدادها والتي تنقسم بدورها إلى نوعين هما:

(١-أ) دفعات عاجلة عادية: وهي التي يتم الاتفاق على دفعها في نهاية كل سنة ويرمز لها بالرمز د∞┐ع٪ والذي يمثل القيمة الحالية لدفعة متساوية دائمة عاجلة عادية مبلغها واحد جنيه.

(١-ب) دفعات عاجلة فورية: وهي الدفعات التي تدفع أول كل سنة ويرمز لها بالرمز دً∞┐ع٪ والذي يمثل القيمة الحالية لدفعة متساوية دائمة عاجلة فورية مبلغها واحد جنيه.

٢) **<u>دفعات</u> <u>مؤجلة:</u>** وهي تدفع بعد فترة تأجيل أي يسبق سدادها فترة تأجيل قدرها م سنة وهي تنقسم بدورها إلى نوعين هما:

(٢-أ) دفعات دائمة متساوية دائمة مؤجلة عادية ويرمز لها بالرمز م/د∞┐ ع٪.

(١-ب) دفعات متساوية دائمة مؤجلة فورية ويرمز لها بالرمز م/دً∞┐ ع٪.

وبالتالي فإن رموز القيمة الحالية للدفعات الدائمة تكون كما يلي:

القيمة الحالة للدفعات المؤقتة السنوية المتساوية مبلغها أجنبية

عاجلة ← عادية: د∞┐ع٪ ، فورية: دً∞┐ع٪

مؤجلة ← عادية: م/د∞┐ع٪ ، فورية: م/دً∞┐ع٪

<u>أولاً: أيجاد القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية الدائمة باستخدام الطريقة الرياضية:</u>

تسمى هذه الطريقة من الناحية العملية طريقة استخدام الآلة الحاسبة، ويتم إيجاد القيم الحالية لتلك الدفعات باستخدام القوانين التالية:

القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية الدائمة العاجلة العادية =

$$= أ \times \frac{١}{ع} \qquad (٩)$$

القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية الدائمة العاجلة الفورية =

$$= أ \times (١ + [\frac{١}{ع}]) \qquad (١٠)$$

القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية الدائمة المؤجلة العادية =

$$= أ \times ح^{م} \times (\frac{١}{ع}) \qquad (١١)$$

حيث: $ح^{م} = (١ + ع)^{-م}$

القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية الدائمة المؤجلة الفورية =

$$= أ \times ح^{(م-١)} \times (١ + [\frac{١}{ع}]) \qquad (١٢)$$

حيث: $ح^{(م-١)} = (١ + ع)^{-(م-١)}$

<u>ثانياً: إيجاد القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية الدائمة باستخدام الجداول المالية:</u>

تقوم هذه الطريقة على استخدام العمود الثالث في الجداول المالية في إيجاد قيمة المقدارين $ح^{م}$ ع٪، $ح^{(م-١)}$ ع٪ لقيم ن الصحيحة الموجبة من ١ إلى ٥٠

وتحت المعدلات المختلفة من ١٪ إلى ١٦٪، بدلاً من استخدام الآلة الحاسبة في حاسبها مباشرة.

أمثلة متنوعة على الدفعة السنوية المتساوية الدائمة:

مثال (١١)

اشترى شخص قطعة أرض زراعية تعطي عائداً سنوياً قدره ١٠٠٠٠ جنيه تدفع أخر كل سنة، وذلك بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ سنوياً، احسب ثمن الأرض اليوم.

تمهيد للحل:

أ = ١٠٠٠٠ جنيه   ع = ١٠٪ سنوياً   القيمة الحالية = ؟؟

يلاحظ أن هذه الأرض تعطي عائداً سنوياً، أي أنه عائد متكرر وبالتالي فإن هذا العائد يعتبر دفعات، وحيث أنه لم ينص على مدة دفع معينة لهذه الدفعات، فإنها تعتبر دفعات دائمة، حيث لم ينص على أي فترات تأجيل فإنها تعتبر دفعات عاجلة، وحيث أنها تسدد أخر كل سنة فهي تعتبر دفعات عادية.

الحل

القيمة الحالية لدفعة سنوية دائمة عاجلة عادية

$$\text{القيمة الحالية} = \text{أ} \times \frac{1}{\text{ع}}$$

$$\text{ثمن شراء الأرض اليوم} = ١٠٠٠٠ \times \frac{1}{١٠\%}$$

$$= 10000 \times \frac{100}{10}$$

= ١٠٠٠٠٠ جنيه

مثال (١٢)

يرغب شخص في شراء سند يغل إيراداً سنوياً قدره ٣٠٠٠ جنيه فإذا علمت أن الثمن الذي يباع به السند هو ٣٧٥٠٠ جنيه، احسب معدل الفائدة المستخدم في هذه العملية.

تمهيد للحل:

أ = ٣٠٠٠ القيمة الحالية = ٣٧٥٠٠ ع = ؟؟

يلاحظ أن هذا السند يغل إيراد سنوي، أي إيراد متكرر وبالتالي فإن هذا الإيراد يعتبر مبلغ الدفعة، وحيث أنه لم ينص على تاريخ معين لسداد مبلغ الدفعة فإن الدفعة تعتبر دفعة عادية، ولم ينص على أنها مؤجلة فإنها تعتبر دفعة عاجلة، وحيث أنه لا يوجد لها مدة، فإنها تعتبر دفعة دائمة.

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية دائمة عاجلة عادية:

$$\text{القيمة الحالية} = \text{أ} \times \frac{1}{\text{ع}}$$

$$37500 = 3000 \times \frac{1}{\text{ع}}$$

$$\frac{37500}{} = \frac{1}{}$$

$$\frac{\text{٣٠٠٠}}{} \qquad \frac{}{\text{ع}}$$

$$\text{١٢٫٥} = \frac{\text{١}}{\text{ع}}$$

$$\text{ع} = \frac{\text{١}}{\text{١٢٫٥}} = \text{٠٫٨}$$

∴ ع = ٨٪

مـثـا ل (١٣)

اشترى شخص قطعة أرض زراعية بمبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم في عملية الشراء ٥٪ سنوياً، احسب قيمة العائد السنوي الذي تحققه هذه الأرض.

تمهيد للحل:

القيمة الحالية = ٦٠٠٠٠ جنيه ع = ٥٪ أ = ؟؟

يلاحظ أن العائد السنوي يمثل دفعات (لأنه ينطوي على صفة التكرار)، وهذه الدفعات عادية حيث لم ينص على أنها تدفع أول كل سنة، كذلك فهي دفعات عاجلة حيث لم ينص على أنها مؤجلة، كذلك فهي دائمة حيث لم ينص على مدة محددة للسداد.

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية دائمة عاجلة عادية

$$\text{القيمة الحالية} = \text{أ} \times \frac{١}{\text{ع}}$$

$$٦٠٠٠٠ = \text{أ} \times \frac{١}{٥\%}$$

$$٦٠٠٠٠ = \text{أ} \times ٢٠$$

$$\text{أ} = \frac{٦٠٠٠٠}{٢٠}$$

أ = ٣٠٠٠

مبلغ الدفعة = ٣٠٠٠ جنيه

العائد السنوي للأرض = ٣٠٠٠ جنيه

مـثـــا ل (١٤)

يرغب شخص في منح جائزة سنوية باسمه لأحسن زجال مصري مبلغها ٤٠٠٠٠ جنيه تدفع أول كل سنة، ولقد اتفق مع أحد البنوك التجارية لتنظيم هذا التبرع فإذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم في البنك ١٦٪ سنوياً، احسب المبلغ الذي يجب أن يدفعه المتبرع لتمويل هذا التبرع.

تمـهـيـد لـلـحـل:

أ = ٤٠٠٠٠ ع = ١٦٪ القيمة الحالية = ؟؟

يلاحظ أن مبلغ الجائزة السنوية متكرر، وبالتالي فإن مبلغ الجائزة يعتبر مبلغ الدفعة، ولم يحدد المتبرع مدة معينة يسدد خلالها الجائزة وبالتالي

فإنها تعتبر دائمة وحيث لم ينص على أنها سوف تدفع بعد فترة تأجيل فإنهــا تعتر عاجلة، وحيث أنها سوف تدفع أول كل سنة فهي دفعة فورية.

ا لحـل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية مبلغها ٤٠٠٠٠ دائمة عاجلة فورية

$$= \text{أ} \times \left(\frac{١}{\text{ع}} + ١ \right)$$

$$\text{مبلغ التمويل} = ٤٠٠٠٠ \left(\frac{١}{٠،١٦} + ١ \right)$$

$$= ٤٠٠٠٠ \quad (٦،٢٥ + ١)$$

$$= ٤٠٠٠٠ \times ٧،٢٥$$

$$= ٢٩٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

مـثــا ل (١٥)

يرغب شخص في التبرع بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه أول كل سنة لتمويـــل نفقات إحدى المدارس الخيرية، واتفق مع أحد البنوك التجارية لتنظــيم هــذا التبرع السنوي، فإذا علمت أن المبلغ الذي دفعه لتمويل هذا التبـــرع ٦٠٠٠٠ جنيه، احسب معدل الفائدة المركبة المستخدم في البنك.

تمـهـيـد لــلـحل:

أ = ١٠٠٠٠ القيمة الحالية = ٦٠٠٠٠ ع = ؟؟

يلاحظ أن التبرع أول كل سنة، وبالتالي فإن التبرع يعتبر دفعة فورية، وحيث لم ينص على أن هناك مدة محددة لهذا التبرع وبالتالي فإنها تعتبر دفعات دائمة، وحيث أنه لم ينص على أنها مؤجلة فهي عاجلة.

الحل

القيمة الحالية لدفعة سنوية فورية مبلغها ١٠٠٠٠ جنيه دائمة عاجلة

$$= \text{أ} \times \left(\frac{١}{\text{ع}} + ١ \right)$$

$$٦٠٠٠٠ = ١٠٠٠٠ \times \left(\frac{١}{\begin{matrix} ٠،١ \\ ٦ \end{matrix}} + ١ \right)$$

$$\frac{٦٠٠٠٠}{١٠٠٠٠} = \frac{١}{\text{ع}} + ١$$

$$٦ - ١ = \frac{١}{\text{ع}}$$

$$٥ = \frac{١}{\text{ع}}$$

$$\text{ع} = \frac{١}{٥} = ٠،٢$$

$$\text{ع} = ٢٠\% \text{ سنوياً}$$

الرياضة المالية

مـثـا ل (١٦)

يرغب شخص في التبرع بمبلغ معين أول كل سنة لأحد دور العبادة، ولقد تم الاتفاق مع أحد البنوك على تنظيم هذا التبرع السنوي مقابل دفع مبلغ ١٠٤٠٠٠٠ جنيه، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة في البنك ٤٪ سنوياً، احسب مبلغ التبرع السنوي.

تمـهـيـد لـلـحل :

القيمة الحالية = ١٠٤٠٠٠٠ جنيه ع = ٤٪ أ = ؟؟

مبلغ التبرع السنوي أول كل سنة يعتبر دفعة فورية، ولم ينص على أنها مؤجلة ولذا فإنها تعتبر عاجلة، وحيث أنه لم يتحدد مدة معينة للسداد فهي دائمة.

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية فورية بمبلغ معين دائمة عاجلة

$$= \text{أ} \times \left(\frac{١}{\text{ع}} + ١\right)$$

$$١٠٤٠٠٠٠ = \text{أ}\ [٢٥ + ١]$$

$$\text{أ} = \frac{١٠٤٠٠٠٠}{٢٦}$$

أ = ٤٠٠٠٠ جنيه

مبلغ التبرع السنوي = ٤٠٠٠٠ جنيه

مثال (١٧)

اشترى شخص قطعة أرض زراعية تعطي عائداً سنوياً قدره ٢٠٠٠٠ جنيه فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم ٨٪، احسب ثمن الأرض اليوم، إذا علمت أن الأرض عليها رهن حيازي لمدة ١٠ سنوات وللدائن حق الحصول على العائد السنوي لهذه الأرض خلال تلك الفترة.

تمهيد للحل:

أ = ٢٠٠٠٠ ع = ٨٪ م = ١٠ القيمة الحالية = ؟؟

يلاحظ أن الأرض تعطي عائداً سنوياً أي متكرراً قدره ٢٠٠٠٠ جنيه وبالتالي فإن مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه يعتبر مبلغ الدفعة، وحيث أنه لم ينص على أن دفع الإيراد يدفع أول كل سنة وبالتالي فإن الدفعة تعتبر عادية، ومن المتعارف عليه أن الأرض الزراعية تعطي عائداً سنوياً متكرراً دون انقطاع وبالتالي فهي دفعات دائمة ولكن المشتري لن يحصل على العائد السنوي للأرض قبل مرور فترة الرهن الحيازي وهي ١٠ سنوات، أي أن العائد مؤجل الحصول عليه لمدة ١٠ سنوات لذا فهي دفعات مؤجلة.

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية بمبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه دائمة مؤجلة لمدة ١٠ سنوات عادية =

$$= \text{أ} \times \text{ح}^{\text{م}} \times \left(\frac{١}{\text{ع}} \right)$$

∴ ثمن شراء الأرض اليوم $= ٢٠٠٠٠ \times \text{ح}^{١٠} \times \left(\frac{١}{\quad} \right)$

٠،٠٨

وبالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ٨٪ في العمود الثالث أمام المدة ١٠ سنوات نجد أن:

ثمن شراء الأرض اليوم = ٢٠٠٠٠ × ١٢،٥ × ٠،٤٦٣١٩٣٥

= ١١٥٧٩٨،٣٧٥ جنيه

مثال (١٨)

مستشفى خيري تحت التشييد مخصص لعلاج الغير قادرين مجاناً وسوف يبدأ العمل في المستشفى بعد ٥ سنوات اتفق مع أحد البنوك على تنظيم هذا التبرع مقابل سداد ١٢٤١٨٤٢،٦٤٦ جنيه نقداً، فإذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم في هذا البنك ١٠٪ سنوياً، احسب مبلغ التبرع السنوي لهذه المستشفى.

تمهيد للحل:

ع = ١٠٪ سنوياً م = ٥ أ = ؟؟

يلاحظ أن مبلغ التبرع سنوي ولم ينص على ميعاد سداده وبالتالي يعتبر دفعات عادية، ولكن المستشفى لم تعمل قبل خمس سنوات وبالتالي فإن التبرع لن يدفع إلا بعد خمس سنوات أي دفعات مؤجلة خمس سنوات وهي دفعات دائمة.

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية بمبلغ معين دائمة مؤجلة عادية =

= أ × حم × (١)

$$١٢٤١٨٤٢،٦٤٦ = أ \times ح_{\overline{٥}|}^{\circ} \times \left(\frac{١}{٠،١٠} \right)$$

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١٠٪ العمود الثالث أمـــام المـــدة ٥ سنوات نجد أن:

١٢٤١٨٤٢،٦٤٦ = أ × ١٠ × ٠،٦٢٠٩٢١٣

$$أ = \frac{١٢٤١٨٤٢،٦٤٦}{٦،٢٠٩٢١٣}$$

∴ أ = ٢٠٠٠٠٠،٠٠٧ جنيه

أي أن مبلغ التبرع السنوي = ٢٠٠٠٠٠ جنيه تقريباً

مـثـال (١٩)

مرسي جميل عزيز يرغب في المساهمة في تحمل نفقات تشغيل دار أوبرا جديدة حيث أن التكاليف السنوية للتشغيل تقدر بـــ ٨٠٠٠٠ جنيه تـــدفع أول كل سنة، فإذا علمت أن دار الأوبرا تحت التشييد ويقدر الخبـــراء أنهـــا سوف تعمل في نهاية ٧ سنوات، فاحسب المبلغ الواجب أن يخصصه لتمويل هذا التبرع إذا كان معدل الفائدة السائد هو ٨٪ سنوياً.

تمـهـيـد لــلـحل:

أ = ٨٠٠٠٠ ع = ٨٪ م = ٧ سنوات القيمة الحالية = ؟؟

يلاحظ أن مبلغ التبرع يدفع أول كل سنة، وبالتالي فهو دفعات سنوية فورية، ولكن الدار سوف تعمل بعد ٧ سنوات وبالتالي فإن التبرع سيبدأ بعـــد نهاية هذه المدة فهي مؤجلة ٧ سنوات وهي دفعات دائمة.

ا لحـل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية بمبلغ ٨٠٠٠٠ جنيــه دائمــة مؤجلــة وفورية =

$$= أ \times \frac{١}{ع} \times ح^{(م-١)}$$

المبلغ الواجب تخصيصه لتمويل التبرع = $٨٠٠٠٠ \times \frac{١}{٠،٠٨} \times ح^{٦}$

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ٨٪ العمود الثالث أمام ٦ ســنوات نجد أن:

المبلغ الواجب تخصيصه = ٨٠٠٠٠ × ١٢،٥ × ٠،٦٣٠١٦٩٦

= ٦٣٠١٦٩،٦ جنيه

مـثـا ل (٢٠)

تبرع شخص بمبلغ ٨٢٦٤٤،٦٣ لتمويل جائزة سنوية للطالــب الأول على شعبة المحاسبة بنظام التعليم المفتوح، فإذا علمت أن أول خريج من هذه الشعبة سوف يكون بعد ٣ سنوات من الآن، حيث تدفع له الجائزة فوراً، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم ١٠٪ سنوياً، احسب قيمة الجــائزة السنوية.

تمـهـيـد لــلـحل:

القيمة الحالية = ٨٢٦٤٤،٦٣ ع = ١٠٪ م = ٣ أ = ؟؟

يلاحظ أن التبرع يكون سنوياً وبالتالي فهي دفعات سنوية، بدون تحديد مدة لهذا التبرع وبالتالي فهي دفعات دائمة ولكن بعد ٣ سنوات فهي مؤجلة ٣ سنوات فوراً أي دفعات فورية.

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية بمبلغ معين ودائمة ومؤجلة وفورية =

$$= أ \left[\frac{١}{ع} \times ح^{(م-١)} \right]$$

$$٨٢٦٤٤،٦٣ = أ \left[\frac{١}{٠،١٠} \times ح^{٣-١} \right]$$

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١٠٪ العمود الثالث أمام المدة سنتين

$$٨٢٦٤٤،٦٣ = أ [١٠ \times ٠،٨٢٦٤٤٦٣]$$

$$أ = \frac{٨٢٦٤٤،٦٣}{٨،٢٦٤٤٦٣}$$

أ = ١٠٠٠٠ جنيه

قيمة الجائزة السنوية = ١٠٠٠٠ جنيه

(٨-٤) جملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة:

الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة تنقسم إلى نوعين أساسيين حسب بدء سريان الدفعات هما دفعات مؤقتة عاجلة ودفعات مؤقتة آجلة وهذه

بدورها تنقسم إلى نوعين هما آجلة قبل السداد وهذه الدفعات التأجيل فيهـــا لا يؤثر على حساب الجملة وآجلة بعد السداد وهذه التأجيل فيها يؤثر على قيمة الجملة، كما تنقسم الدفعات المؤقتة حسب ميعاد سداد الدفعات إلى نوعين هما مؤقتة عادية ومؤقتة فورية.

وفي النهاية فإننا سنهتم بإيجاد جملة الأربع أنواع التالية من الـــدفعات المؤقتة:

١ - الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة العاجلة العادية.

٢ - الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة العاجلة الفورية.

٣ - الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة المؤجلة بعد السداد العادية.

٤ - الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة المؤجلة بعد السداد الفورية.

<u>الرموز الحسابية:</u>

جـــدن ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة العاجلة العادية مبلغها أ ومدتها = عددها = ن حيث جـــ تعني جملة، د تعني دفعة.

جَـــدن ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة العاجلة الفورية مبلغها أ ومدتها = عددها = ن حيث: جَـــ تعني جملة، د تعني دفعة.

م/جـــدن ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة المؤجلة قبل الـــسداد العادية مبلغها أ.

م/جَـــدن ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة المؤجلة قبل الـــسداد الفورية مبلغها أ.

جـــدنم/م ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة المؤجلة بعد الـــسداد العادية مبلغها أ.

جَـــدنم/م ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة المؤجلة بعد الـــسداد الفورية مبلغها أ.

جـــن ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة العاجلة العادية مدتها ن ومبلغها واحد جنيه.

جَـــن ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة العاجلة الفورية مدتها ن ومبلغها واحد جنيه.

أ ترمز لمبلغ الدفعة.

ن ترمز لعدد مبالغ الدفعات = المدة الكلية بالسنوات.

م ترمز لمدة تأجيل السداد سواء كان قبل السداد أو بعد السداد.

القوانين الرياضية:

أولاً: القوانين الرياضية التي تعتمد على استخدام الآلة الحاسبة:

$$\text{جـــدن ع٪} = \text{أ} \times \left[\frac{(١ + ع)^{ن} - ١}{ع} \right] \qquad (١٣)$$

$$\text{جَـــدن ع٪} = \text{أ} \times (١ + ع) \left[\frac{(١ + ع)^{ن} - ١}{ع} \right] \qquad (١٤)$$

$$\text{م/جـــدن ع٪} = \text{م/جـــدن ع٪} \qquad (١٥)$$

$$\text{م/جَـــدن ع٪} = \text{م/جَـــدن ع٪} \qquad (١٦)$$

$$\text{جـــدن ع٪/م} = \text{أ} \times (١ + ع)^{م} \left[\frac{(١ + ع)^{ن} - ١}{} \right] \qquad (١٧)$$

$$\text{ع}$$

$$\bar{\text{جـد}}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{ع}\%/\text{م} = \text{أ} \times (1 + \text{ع})^{(\text{م}+1)} \left[\frac{(1 + \text{ع})^{\text{ن}} - 1}{\text{ع}} \right] \qquad (18)$$

<u>ثانياً: إيجاد جملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة باستخدام الجداول الرياضية:</u>

يعتمد إيجاد قيمة المقدار جـد$_{\overline{\text{ن}}|}$ ع٪ مباشرة على جميع القيم الموجودة بالعمود الرابع من أعمدة الجداول المالية بقيم ن الصحيحة الموجبة بدءاً من ن = ١ إلى ن = ٥٠ وتحت المعدلات المختلفة بدءاً من ع٪ = ١ إلى ع = ١٦٪.

<u>قوانين إيجاد جملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة عن طريق الكشف فى الجداول المالية:</u>

$$\text{جـد}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{ع}\% = \text{أ} \times \text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{ع}\% \qquad (19)$$

$$\bar{\text{جـد}}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{ع}\% = \text{أ} \times (1 + \text{ع}) \times \text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{ع}\% \qquad (20)$$

$$\text{جـد}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{ع}\%/\text{م} = \text{أ} \times (1 + \text{ع})^{\text{م}} \times \text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{ع}\% \qquad (21)$$

$$\bar{\text{جـد}}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{ع}\%/\text{م} = \text{أ} \times (1 + \text{ع})^{(\text{م}+1)} \times \text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{ع}\% \qquad (22)$$

$$_{\text{م}}/\text{جـد}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{ع}\% = \text{أ} \times \text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{ع}\% \qquad (23)$$

$$_{\text{م}}/\bar{\text{جـد}}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{ع}\% = \text{أ} \times (1 + \text{ع}) \times \text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}\ \text{ع}\% \qquad (24)$$

<u>أمثلة متنوعة:</u>

مـثـال (٢١)

شخص يودع مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه في بنك القاهرة في آخر كل سنة، لمدة ٢٠ سنة احسب جملة المستحق له في نهاية المدة إذا كان البنك يحسب فوائده بمعدل فائدة مركبة ١٣٪ سنوياً.

تمهيد للحل :

المبلغ الذي يتم إيداعه عبارة عن مجموعة من المبالغ السنوية المتكررة لمدة ٢٠ سنة أي عبارة عن دفعات مؤقتة لمدة ٢٠ سنة، وحيث أن الدفع يتم آخر كل سنة فهذه الدفعات تعتبر دفعات عادية.

أ = ١٠٠٠٠ ن = ٢٠ سنة ع = ١٣٪ جـدن = ؟؟

الحل

جملة دفعات سنوية متساوية مبلغها ١٠٠٠٠ تدفع آخر كل سنة عادية مؤقتة لمدة ٢٠ سنة

جـدن = أ × جـن

جملة المستحق له في نهاية المدة = ١٠٠٠٠ × جـ٢٠

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١٣٪ العمود الرابع أمام ٢٠ سنة

جملة المتكون له في نهاية المدة = ١٠٠٠٠ × ٨٠،٩٤٦٨٢٩٠

= ٨٠٩٤٦٨،٢٩٠ جنيه

مثال (٢٢)

يودع شخص مبلغاً ما أخر كل سنة في بنك العروبة لمدة ١٧ سنة وذلك بمعدل فائدة مركبة ١١٪ سنوياً، فوجد أن جملة المتكون له في نهاية المدة ١٢٣٥٠٢،٥٢٩ جنيه، احسب المبلغ الذي كان يقوم بإيداعه أخر كل سنة.

تمهيد للحل :

المبلغ الدوري الذي كان يودعه آخر كل سنة لمدة ١٧ سنة عبارة عن دفعات سنوية متساوية مؤقتة وعادية.

جـدن = ١٣٣٥٠٢،٥٢٩ جنيه ن = ١٧ سنة ع = ١١٪ أ = ؟؟

الحل

جملة دفعات سنوية متساوية مؤقتة لمدة ١٧ سنة وعادية

جـدن = أ × جـن

١٣٣٥٠٢،٥٢٩ = أ × جـ ١٧

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١١٪ العمود الرابع أمام المدة ١٧ سنة ١٣٣٥٠٢،٥٢٩ = أ × ٤٤،٥٠٠٨٤٣٠

أ = ١٣٣٥٠٢،٥٢٩ / ٤٤،٥٠٠٨٤٣ ∴ أ = ٣٠٠٠ جنيه

مثال (٢٣)

شخص كان يودع مبلغ ٨٠٠٠ جنيه آخر كل سنة في بنك النهضة الذي يحسب فوائده المركبة بمعدل ٦٪ سنوياً، فوجد أن جملة المستحق له في نهاية المدة ٢٩٤٢٨٤،٧٣٠ جنيه، احسب عدد المبالغ التي قام بإيداعها.

تمهيد للحل :

أ = ٨٠٠٠ ع = ٦٪ جـدن = ٢٩٤٢٨٤،٧٣ ن = ؟؟

الحل

جملة دفعات سنوية مبلغها ٨٠٠٠ مؤقتة عادية

جـ$_{\overline{ن|}}$ = أ × حـ$_{\overline{ن|}}$

٢٩٤٢٨٤،٧٣ = ٨٠٠٠ × حـ$_{\overline{ن|}}$

٢٩٤٢٨٤،٧٣ = حـ$_{\overline{ن|}}$

٣٦،٧٨٥٥٩١٢٥ = حـ$_{\overline{ن|}}$

بالبحث في الجداول المالية تحت المعدل ٦٪ العمـود الرابـع عـن الـرقم ٣٦،٧٨٥٥٩١٢٥ أمام جميع المدد.

نجد أن هذا الرقم يقع أمام المدة ٢٠ سنة

عدد المبالغ التي كان يقوم بإيداعها = ٢٠ مبلغاً

مـثـال (٢٤)

شخص كان يقوم بإيداع مبلغ ٢٠٠٠٠ آخر كل سنة في بنك النهضة لمدة ١٥ سنة فوجد أن جملة المتكون له في نهاية المـدة ٦٦٠٠٠٠ جنيـه، احسب معدل الفائدة المركبة المستخدم في هذا البنك.

تمهيد للحل:

أ = ٢٠٠٠٠ ن = ١٥ جـ$_{\overline{ن|}}$ = ٦٦٠٠٠٠ ع = ؟؟

الحل

جملة دفعات سنوية متساوية مبلغها ٢٠٠٠٠ مؤقتة عادية

جـ$_{\overline{ن|}}$ = أ × حـ$_{\overline{ن|}}$

٦٦٠٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ × حـ$_{\overline{١٥|}}$

$$\frac{٦٦٠٠٠٠}{٢٠٠٠٠} = حـ_{\overline{١٥|}}$$

٣٣ = حـ$_{\overline{ن|}}$

بالبحث في الجداول المالية العمود الرابع أمام المدة ١٥ سنة، تحت جميع المعدلات عن الرقم ٣٣.

لا نجد هذا الرقم المطلوب ولكن نجد رقمين أحدهما أصغر منه مباشرة تحت المعدل ١٠٪ والآخر أكبر منه مباشرة تحت المعدل ١١٪ وهي:

تحت المعدل ١٠٪	الرقم المطلوب	تحت المعدل ١١٪
٣١،٧٧٢٤٨١٧	٣٣	٣٤،٤٠٥٣٥٩٠

وحيث أن الرقم المطلوب يقع بين هذين الرقمين فإن المعدل المطلوب يقع بين هذين المعدلين، أي أن المعدل ع المطلوب يقع بين ١٠٪، ١١٪، أي أكبر من ١٠٪ وأقل من ١١٪ وليكن أكبر من ١٠٪ بقيمة معينة ولتكن س٪.

∴ ع = ١٠٪ + س٪

وللحصول على قيمة س فإننا نقوم بإجراء التناسب التالي:

حـ $\overline{15}|$ بمعدل ١١٪	=	٣٤،٤٠٥٣٥٩٠	حـ $\overline{15}|$ بمعدل ١١٪	=	٣٣،٠٠٠٠٠٠٠
حـ $\overline{15}|$ بمعدل ١٠٪	=	٣١،٧٧٢٤٨١٧	حـ $\overline{15}|$ بمعدل ١٠٪	=	٣١،٧٧٢٤٨١٧
Δ ١٪	=	٢،٦٣٢٨٧٧٣	θ س٪	=	١،٢٢٧٥١٨٣

$$\text{س٪} = \frac{\theta \text{ س٪}}{\Delta \text{ ١٪}} \times \text{١٪}$$

$$= \frac{\text{١،٢٢٧٥١٨٣}}{\text{٢،٦٣٢٨٧٧٣}} \times \text{١٪} = \text{٠،٤٦٦٪}$$

ع = ١٠٪ + ٠،٤٦٦٪

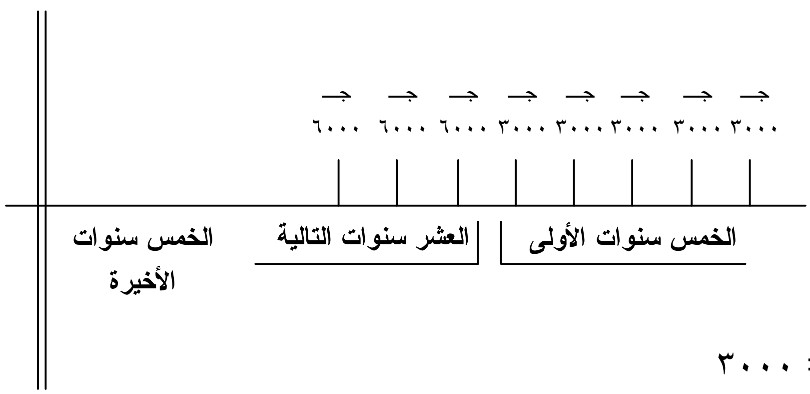
= ١٠،٤٦٦٪

مـثـــال (٢٥)

شخص كان يودع مبلغ ٣٠٠٠ سنه أخر كل سنة لمدة ٥ سنوات في بنك الأندلس ثم قام بإيداع ضعف هذا المبلغ لمدة ١٠ سنوات التالية، احسب جملة المستحق له في نهاية ٢٠ سنة إذا كان معدل الفائدة المستخدم ١٢٪ سنوياً.

تمهيد للحل:

الخمس سنوات الأولى   العشر سنوات التالية   خمس سنوات بدون إيداع



أ$_{١}$ = ٣٠٠٠

ن$_{١}$ = ٥   جـ$_{\overline{ن١}|}$ (١ + ع)^{١٥}

يلاحظ أن لدينا نوعين من الدفعات.

النوع الأول من الدفعات مبلغها ٣٠٠٠ تدفع لمدة ٥ سنوات، ويمكن إيجاد جملتها في نهاية الخمس سنوات حيث يتكون جـ$_{\overline{ن١}|}$ ولكن لم تسحب

إلا في نهاية ٢٠ سنة أي سوف تترك في البنك لمدة ١٥ سنة، وبالتالي فإنها تستثمر لمدة ١٥ سنة كأنها مبلغ واحد وتضرب في $(١ + ع)^{١٥}$.

النوع الثاني من الدفعات مبلغها ٦٠٠٠ تدفع لمدة ١٠ سنوات، ويمكن إيجاد جملتها في نهاية العشر سنوات حيث تكون جـ$_{\overline{ن_٢}|}$ ولكن لم تسحب إلا في نهاية ٢٠ سنة، أي سوف تترك في البنك لمدة ٥ سنة، وبالتالي فإنها تستثمر لمدة ٥ سنوات لمبلغ واحد وتضرب في $(١ + ع)^{٥}$.

الحل

جملة المتكون له في نهاية ٢٠ سنة =

$$جـ_{\overline{ن_١}|}\,(١ + ع)^{١٥} + جـ_{\overline{ن_٢}|}\,(١ + ع)^{٥}$$

$$= أ_١ \times جـ_{\overline{ن_١}|}\,(١ + ع)^{١٥} + أ_٢ \times جـ_{\overline{ن_٢}|}\,(١ + ع)^{٥}$$

$$= ٣٠٠٠ \times جـ_{\overline{٥}|}\,(١ + ١٢\%)^{١٥} + ٦٠٠٠ \times جـ_{\overline{١٠}|}\,(١ + ١٢\%)^{٥}$$

الجداول المالية	الجداول المالية	الجداول المالية	الجداول المالية
العمود الرابع	العمود الثاني	العمود الرابع	العمود الثاني
أمام ٥ سنوات	أمام ١٥ سنة	أمام ١٠ سنوات	أمام ٥ سنوات

تحت المعدل ١٢٪ في جميع الأحوال.

= ٣٠٠٠ × ٦،٣٥٢٨٤٧٤ × ٥،٤٧٣٥٦٥٨ + ٦٠٠٠ × ١٧،٥٤٨٧٣٥١ × ١،٧٦٢٣٤١٧

= ١٠٤٣١٨،١٨٥ + ١٨٥٥٦١،٢٠٦

= ٢٨٩٨٧٩،٣٩١ جنيه

مثال (٢٦)

أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه أول كل سنة في بنك النهضة الذي يحسب فوائدة المركبة بمعدل ٩٪ سنوياً لمدة ١٠ سنوات، احسب جملة المستحق له في نهاية المدة.

تمهيد للحل :

أ = ٨٠٠٠ ع = ٩٪ ن = ١٠سنوات جـ̄ن = ؟؟

الحل

جملة دفعات سنوية متساوية مبلغها ٨٠٠٠ فورية مؤقتة لمدة ١٠ سنوات

جـ̄ن = أ × ح̄ن

جـ̄ن = أ × (١ + ع) حـن ع٪

جـ̄ن = ٨٠٠٠ (١،٠٩) حـ١٠ ٩٪

= ٨٠٠٠ × ١٦،٥٦٠٢٩٣٤

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ٩٪ العمود الرابع أمام المدة ١٠ سنة

جـ̄ن = ٨٠٠٠ × ١٦،٥٦٠٢٩٣٤

= ١٣٢٤٨٢،٣٤٧ جنيه

مثال (٢٧)

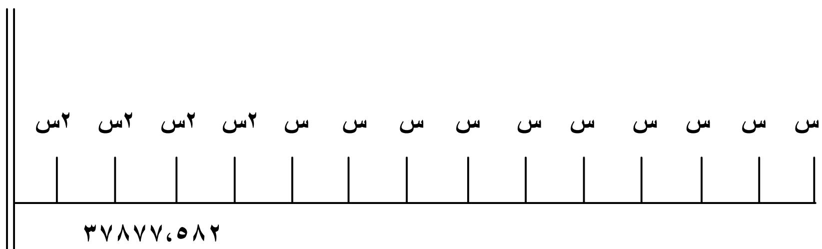
يودع شخص مبلغاً ما أول كل سنة لمدة ١٠ سنوات في بنك الإخلاص ثم قام بإيداع ضعف هذا المبلغ لمدة ٥ سنوات، وفي نهاية ١٥ سنة

سحب جملة ما له في البنك فكان ٣٧٨٧٧،٥٨٢ فإذا كـــان معـــدل الفائـــدة المستخدم في البنك ٩٪ سنوياً، احسب المبلغ الذي كان يودعه.

تمـهيـد لـــلـحل :

بفرض أن مبلغ الدفعة الأول س

∴ مبلـغ الدفعة الثاني ٢س



ا لحل

جملة المستحق له في نهاية المدة = جملة الدفعات الأولى + جملة الدفعات الثانية

جـــد$_{\overline{ن١}|}$ (١ + ع)^{ن} + جـــد$_{\overline{ن٢}|}$

= س × (١ + ع) × جـــ$_{\overline{ن١}|}$(١ + ع)^{ن} + ٢س × (١ + ع) × جـــ$_{\overline{ن٢}|}$

٣٧٨٧٧،٥٨٢ = س × جـــ$_{\overline{١٠}|}$× (١،٠٩)^{٦} + ٢س × (١،٠٩) ×جـــ$_{\overline{٥}|}$

بالكشف في الجداول المالية العمود الرابع أمام ١٠ سنة	بالكشف في الجداول المالية العمود الثاني أمام ٦ سنوات	بالكشف في الجداول المالية العمود الرابع أمام ٥ سنوات

تحت المعدل ٩٪ في جميع الأحوال.

٣٧٨٧٧،٥٨٢ = س × ١٥،١٩٢٩٢٩٧ × ١،٦٧٧١٠٠١ + ٢س × ١،٠٩ × ٥،٩٨٤٧١٠٦

= ٣٨،٥٢٦٧٣٤٠٧ س

$$\therefore \text{س} = \frac{٣٧٨٧٧،٥٨٢}{٣٨،٥٢٦٧٣٤٠٧}$$

س = ٩٨٣،١٥١ جنيه

∴ المبلغ الذي كان يودعه أول كل سنة لمدة ١٠ سنوات

س = ٩٨٣،١٥١ جنيه

المبلغ الذي كان يودعه أول كل خلال الخمس سنوات التالية

٢س = ١٩٦٦،٣٠٢ جنيه

مثال (٢٨)

يودع شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه أول كل سنة في بنك القاهرة الذي يحسب فوائد المركبة بمعدل ١٤٪ سنوياً، فوجد أن جملة المستحق له في البنك في نهاية مدة الإيداع ٤٩٩٠٨٣،٥٢١ جنيه، احسب عدد المبالغ التي أودعها.

تمهيد للحل:

أ = ١٠٠٠٠ ع = ١٤٪ جـَــدنَ = ١٩٩٨٠٣،٥٢١ ن = ؟؟

الحل

جملة دفعات سنوية متساوية مبلغها ١٠٠٠٠ مؤقتة لمدة معينة فورية

جـَــدنَ = أ × (١ + ع) حـــنَ ع٪

٤٩٩٨٠٣،٥٢١ = ١٠٠٠٠ × ١،١٤ × حـــنَ ١٤٪

٤٣،٨٤٢٤١٤١٢ = حـــ$_{\overline{ن}|}$ ١٤٪

بالبحث في الجداول المالية تحت المعدل ١٤٪ العمود الرابع أمام جميع المدد عن الرقم ٤٣،٨٤٢٤١٤١٢

نجد أن هذا الرقم يقع أمام ١٥ سنة

∴ ن = ١٥ سنة

عدد المبالغ = ١٥ مبلغاً سنوياً

مثال (٢٩)

شخص كان يقوم بإيداع مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه أول كل سنة في بنك التجاريين الذي يحسب فوائده المركبة بمعدل ١٥٪ على أن يقوم البنك نيابة عنه بسداد أقساط سنوية مستحقة عليه أخر كل سنة بمبلغ ١٢٠٠٠ جنيه وذلك لمدة ٢٠ سنة، احسب الرصيد المستحق له في نهاية المدة.

تمهيد للحل:

يلاحظ أن الرصيد يتحدد على أساس الفرق بين جملة الإيداعات وجملة المبالغ المسددة لحسابه.

الإيداعات تمثل دفعات سنوية فورية مبلغها ٢٠٠٠٠

المبالغ المسددة لحسابه (المسحوبات) تمثل دفعات سنوية عادية مبلغها ١٢٠٠٠.

الحل

الرصيد المتبقي (المستحق) = جملة الإيداعات – جملة المسددات

= جَـــد$_{\overline{ن}|}$ - جـــد$_{\overline{ن}|}$

= أ١ × (١ + ع) × حـــن┐ أ٢ × حـــن┐

= ٢٠٠٠٠ × ١،١٥ × حـــ٢٠┐ – ١٢٠٠٠ × حـــ٢٠┐

بالكشف في الجداول المالية — بالكشف في الجداول المالية

العمود الرابع تحت المعدل ١٥٪ — العمود الرابع تحت المعدل ١٥٪

أمام ٢٠ سنة — أمام ٢٠ سنة

= ٢٠٠٠٠ × ١،١٥ × ١٠٢،٤٤٣٥٨٢٦ – ١٢٠٠٠ × ١٠٢،٤٤٣٥٨٢٦

= ٢٣٥٦٢٠٢،٤ – ١٢٢٩٣٢٢،٩٩١

= ١١٤٦٨٧٩،٤٠٩ جنيه

(٨-٥) جملة الدفعات السنوية المتساوية الدائمة:

الدفعات السنوية المتساوية الدائمة بأنواعها المختلفة سواء كانت عاجلة أو مؤجلة، فورية أو عادية، جملتها إلى مالانهاية يجب أن تساوي مالانهاية وعلى هذا فإن جملة أي دفعة لا نهائية تساوي مالانهاية، وذلك لأن:

ن = ∞

أي أن:

حـــ∞┐ع٪ = حـَــ∞┐ع٪ = م/ حـــ∞┐ع٪ = م/حـَــ∞┐ع٪ = ∞

<u>تمارين عامة على الدفعات السنوية المتساوية:</u>

<u>أولاً: تمارين على القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية:</u>

١ - اشترى تاجر ما محلاً تجارياً ودفع مبلغ (٣٠٠٠ج) كمقدم ثمـن، وقـام بسداد باقي الثمن على ١٢ دفعة سنوية كل منها (١٥٠٠ج) بحيث تـدفع أول دفعة في نهاية ثمن الشراء، فما هو الثمن الفوري لشراء هذا المحـل التجاري، إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد هو $\frac{1}{2}$ ٣٪ كل ستة أشهر.

٢ - إذا عرض شخص ما عقاراً للبيع فتلقي العروض الآتية:

العرض الأول: أن يدفع له فوراً مبلغ (٢٠٠٠٠ج) ثمناً له.

العرض الثاني: أن يدفع له مبلغ (٨٠٠٠ج) كمقدم للثمن، ثم يدفع له مبلغ (١٣٠٠ج) في نهاية كل سنة لمدة عشر سنوات تالية.

العرض الثالث: أن يقسط الثمن على ثمانية عشرة دفعة سنوية قيمة كـل منها (١٥٠٠ج) يدفع أولها عند تحرير العقد – ثم يدفع له في نهاية السنة الثامنة عشرة مبلغ (٣٠٠٠ج).

فأي العروض يقبل علماً بأن معدل الفائدة المركبـة الـسائد هـو $\frac{1}{2}$ ٥٪ سنوياً؟

٣ - إذا أراد أحد الخيرين أن يوقف مبلغاً من المال على أحد المساجد بحيـث يدر دخلاً سنوياً ثابتاً في بداية كل عام قدره (٤٥٠ج)، فما هـو مقـدار المبلغ، إذا علم أن معدل الفائدة السائدة هو ٥،١٪ سنوياً؟

٤ - إذا أراد أحد أساتذة الجامعة أن يوقف مبلغاً من المال بحيث يدر دخلاً سنوياً في نهاية كل عام قدره: (٥٠٠ج)، وذلك لشراء جوائز وهدايا لتوزيعها على الطلبة الأوائل في الجامعة، فما هو مقدار المبلغ الواجب إيقافه، إذا علم أن معدل الفائدة المركبة السائد هو $\frac{1}{2}$ ٦٪ سنوياً؟

٥ - إذا قام شخص ما باقتراض مبلغ (١٤٨٠ج) من أحد البنوك وكان الاتفاق بينه وبين البنك على أن يسدد قيمة هذا القرض على دفعات قيمة كل منها (١٠٠ج)، وعلى أن تدفع كل دفعة في نهاية كل ستة أشهر ولمدة عشر سنوات، فما هو معدل الفائدة المركبة المحتسبة على هذا القرض، علماً بأن البنك يتقاضى عند تحرير العقد مبلغ (جنيه ٧،٧٤٧ مليم) مقابل التسجيل ودمغات على العقد؟

٦ - إذا قام شخص ما باقتراض مبلغ (١٩٦٠ج)، من بنك ما يحتسب فائدة مركبة قدرها ٣٪ كل نصف سنة، وكان الاتفاق بين المقترض والبنك على أن يقوم بسداد هذا القرض على دفعات نصف سنوية في نهاية كل ستة أشهر قيمة كل منها ١٠٠ جنيهاً فما هو عدد الأقساط الواجب دفعها وما هي مدة القرض؟

ثانياً: تمارين على جملة الدفعات السنوية المتساوية:

٧- يودع شخص ٥٠٠ جنيه في بنك القاهرة في آخر كل عام بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ احسب جملة ماله في نهاية ١٢ سنة، ثم احسب مجموع الفوائد التي يحصل عليها في نهاية الفترة.

٨- احسب الجملة المركبة لدفعات عادية ثلث سنوية مبلغها ٢٥٠جنيه بمعدل فائدة مركبة ٢،٥٪ كل ٤ شهور وذلك في نهاية ١٥ سنة، ثم احسب مجموع الفوائد المركبة.

٩- احسب الجملة المركبة لدفعات عادية ربع سنوية مبلغها ٤٠٠جنيه بمعدل فائدة مركبة ٣،٥٪ كل ٣ شهور وذلك في نهاية ١٨ سنة، ثم احسب مجموع الفوائد المركبة.

١٠- أودع شخص في بنك مصر مبلغ ١٠٠٠جنيه في نهاية كل سنة لمدة ٢٠ سنة، احسب الجملة المركبة للدفعات وكذلك مجموع الفوائد إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة ٧،٥٪، احسب الجملة المركبة في التمارين ١، ٢، ٣، ٤ إذا كان الإيداع أول كل عام.

١١- دفعة سنوية مبلغها ٥٠٠ جنيه استثمرت بمعدل فائدة مركبة ٨٪ سنوياً لمدة ١٠ سنوات، احسب:

أ) جملة الدفعات إذا كانت عادية (سداد).

ب) جملة الدفعات إذا كانت فورية (استثمار).

ج) الفائدة المركبة لمبلغ الدفعة بنفس المعدل والمدة وأثبت أنه يساوي الفرق بين جملتي الاستثمار والسداد لهذه الدفعة.

د)جملة الدفعات (استثمار) لمدة ١٥ سنة.

١٢- بلغت الجملة المركبة لدفعات عادية سنوية بمعدل فائدة ٨٪ ٥٤٩١٤،٣٥٢ جنيه، وذلك في نهاية ٢٠ سنة، احسب مبلغ الدفعة السنوية ومقدار الفوائد.

إذا علمت أن مجموع الفوائد المركبة لدفعات استثمار ربع سنوية بمعدل فائدة مركبة ٣٪ كل ٣ شهور في نهاية ١٠ سنوات هو ٣٠١٣٠،٦٣جنيه، احسب مبلغ الدفعة الربع سنوية.

١٣- اقترض شخص من بنك مصر مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ٩٪ سنوياً وبعد مضي ١٠ سنوات أخذ يسدد للبنك في أول كل عام مبلغاً متساوياً لمدة ثمان سنوات تالية، فإذا علمت أنه في نهاية ٢٠ سنة من تاريخ القرض سدد للبنك ما عليه نقداً ومقداره ١٠٠٠٦٧،١٧٩جنيه، احسب مقدار الدفعة المتساوية.

١٤ - أودع تاجر دفعات متساوية أول كل ٣ شهور بمعدل فائدة مركبة ٢،٥٪ عن كل ٣ شهور، وفي نهاية ١٠ سنوات أصبح مجموع الفوائد ٢١٨١٥،٧١٣ جنيه. احسب مبلغ الدفعة.

١٥ - يودع شخص ١٠٠٠جنيه في آخر كل سنة في بنك القاهرة بمعدل فائدة مركبة ٧٪ سنوياً، فإذا علمت أن جملة المستحق له في نهاية مدة معينة هو ٤٠٩٩٥،٤٩٢ جنيه. احسب عدد المبالغ التي قام بإيداعها (عدد الدفعات).

١٦ - يودع شخص مبلغ ٢٠٠٠ جنيه في أول كل سنة في بنك الإسكندرية الذي يحسب فوائد مركبة بمعدل ١٠٪ سنوياً، فإذا علمت أن جملة المستحق له لدى البنك في نهاية مدة الإيداع بلغت ٦٩٨٩٩،٤٦ جنيه. احسب مدة الإيداع (عدد المبالغ التي أودعها).

١٧ - دفعة سنوية مبلغها ٣٠٠٠ جنيه بلغ الفرق بين جملتها إذا كانت استثمار وجملتها إذا كانت سداد في نهاية مدة معينة ٨٩٨٨،٠٥٨ جنيه. احسب عدد الدفعات إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة هي ٨٪ سنوياً.

١٨ - بلغت الجملة المركبة لدفعات فورية نصف سنوية مبلغ كل منها ٤٠٠ جنيه في نهاية ١٥ سنة ٢٣٣٣١،٣٣٤ جنيه. احسب معدل الفائدة المركبة النصف سنوي الذي استثمرت به الدفعات.

١٩ - دفعات سنوية عادية استثمرت بمعدل فائدة معين لمدة معينة من الـــزمن فبلغت جملتها ٨٥٤٢،١٤ جنيه، فإذا علمت أن الجملة المركبة للدفعات إذا كانت فورية هي ٩٣٩٦،٣٥٤ جنيه. فأوجد معدل الفائـــدة المركبـــة السنوي.

٢٠ - يودع شخص ما مبلغ (٣٠٠ج) في نهاية كل ستة أشـــهر فـــي إحـــدى المصارف، فما هو جملة المستحق له في نهاية السنة الرابعة علماً بأنه يتقاضى على إيداعاته فوائد مركبة بمعدل $\frac{1}{2}$ ٢٪ عن كل ستة أشهر؟

٢١ - إذا قام مستثمر بإيداع مبلغ (٥٠٠ج) في بداية كل ٣ أشهر في إحـــدى المصارف، فما هو جملة المستحق له في نهاية السنة السابقة علماً بأنـــه يتقاضى على إيداعاته فائدة مركبة بمعدل $\frac{1}{4}$١٪ عن كل $\frac{1}{4}$ سنة؟

٢٢ - إذا بلغت جملة قرض في نهاية تسع سنوات مبلغ (٤٦٨٢،٨٨٧ جنيه مليم)، وكان الاتفاق بين المقرض والمقترض على أن يتم سداد هذا القـــرض علـــى أقساط نصف سنوية في نهاية كل ستة أشهر. فما هو قيمة كل قسط إذا كان معدل الفائدة المركبة هو ٣٪ عن نصف السنة؟

٢٣ - إذا اتفق مقترض مع إحدى البنوك على أن يقوم المقترض بدفع مبلـــغ (١٠٠ج) في نهاية كل عام لمدة إحدى عشر سنة سداداً لقرض بلغـــت
مليم جنيه

جملته في نهاية مدة القرض مبلغ (١٣١٤،١٩٩)، فما هو معدل الفائدة الذي يتقاضاه هذا البنك؟

٢٤ - إذا قام مقترض ما بتسديد قرض بلغت جملته في نهاية مدة القرض مبلغ (٣٥٨٦،٤٧٣) على أقساط ربع سنوية قيمة كل منها (٢٠٠ج) فما هو عدد الأقساط التي قام بدفعها سداداً لهذا الغرض، علماً بأنه يقوم بدفع قيمة كل قسط في نهاية كل ثلاثة أشهر، وكان معدل الفائدة المركبة المحسوب على هذا القرض هو $1\frac{1}{2}$٪ عن كل ثلاثة أشهر؟

٢٥ - إذا قام شخص ما بإيداع مبلغ معين في بداية كل عام لمدة ثلاثة عشر عاماً وفي نهاية هذه المدة وجد أن رصيده أصبح (٣٤٥٨،٣٨٢)، فما هو قيمة المبلغ الذي كان يقوم بإيداعه في بداية كل عام. إذا علم أن سعر الفائدة المركبة السائد هو ٤٪ سنوياً؟

٢٦ - إذا قام شخص ما باستثمار مبلغ (٢٠٠ج) دورياً في بداية كل نصف عام بمعدل فائدة قدره $2\frac{1}{2}$٪ كل نصف سنة، فما هو عدد الدفعات اللازم استثمارها حتى يكون جملة استثماراته في آخر عام قام بالاستثمار فيه مبلغ (٤٥٨٩،٢٠١)؟

٢٧ - اشترى مستثمر ما عقاراً ودفع كمقدم لثمن الشراء مبلغ (٧٠٠٠ج)، وتعهد بسداد مؤجل الثمن على إثنى عشر دفعة سنوية قيمة كل منها (٢٠٠٠ج) تدفع كل منها في آخر كل سنة من السنوات الإثنى عشرة التي تلي ثلاث سنوات تأجيل من تاريخ الشراء، فإذا كان معدل الفائدة المركبة المتفق عليه بين البائع والمشتري هو ٧٪ سنوياً. فما هي جملة المبلغ الذي سدده المشتري كمؤجل لثمن الشراء في نهاية مدة الإثنى عشر سنة التي تم فيها السداد؟

٢٨ - إذا تم الاتفاق بين شركة النصر للتجارة الخارجية وشركة جينيرال موتورز على توريد ١٠٠ جرار زراعي خالصة الشحن والتأمين وكان الاتفاق بين شركة النصر وشركة جينيرال موتورز على أن تبدأ شركة النصر في دفع مبلغ (٨٠٠٠ج) ابتداء من أول السنة الثالثة على تاريخ التسليم ولمدة ١٠ سنوات تالية، فما هو سعر تكلفة كل جرار على أساس أن جملة ثمن هذه الجرارات يستحق الدفع في نهاية السنة الثانية عشرة على تاريخ الشراء، إذا كان سعر الفائدة المركبة المتفق عليه $\frac{1}{2}$ ٥٪ سنوياً؟

المقدمـــــة

مقدمة

لقد أصبح من الضرورى أن يتوافر لدى المهتمين بالنواحى الاستثمارية فى سوق المعاملات المالية والتجارية الأدوات الرياضية اللازمة لتحديد العائد الذى يحصل عليه المستثمر نتيجة استخدام أمواله خلال مدة زمنية معينة ، فإذا أودع شخص مبلغا من المال فى أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه ، فانه يحصل من البنك فى نهاية مدة الاستثمار على المبلغ الذى أودعه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة له من استثمار هذا المبلغ لدى البنك ، وكذلك هى الأجر الذى يدفعه المدين إلى دائنة نتيجة استخدامه لأموال دائنة فى نهاية مدة زمنية معينة ، فإذا اقترض شخص مبلغا من المال من أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه ، فانه يدفع إلى البنك فى نهاية مدة القرض المبلغ الذى اقترضه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من اقتراض هذا المبلغ من البنك .

المقدمــــــة

ويتنـاول هـذا الكتـاب بالـشرح المبـسط كيفيـة اسـتخدام طـرق وأسـاليب الرياضـة الماليـة اللازمـة لحـساب العائـد علـى الاسـتثمار سـواء كـان هـذا الاسـتثمار قـصير الأجـل أو طويـل الأجـل ، مـدعوما بالأمثلـة المتنوعـة التـى تجعـل مـن هـذا الكتـاب دليلـك لـتعلم أصـول الرياضة المالية ٠

وأننـا نقدم هذا الكتاب كمحاولة متواضعة منـا ، نرجو أن يكون عونـا لكـل طالـب و قـارئ وأسـأل الله أن يعيننـا علـى تطـويره فـى طبعات تالية ٠

والله ولى التوفيق ،،،،،

المؤلفون

المقدمـــــة

الجزء الأول

الفائدة البسيطة
الفائدة البسيطة

للدكتور يحيى موسى حسين الجبالي
للدكتور يحيى موسى حسين الجبالي

الرياضة المالية

الجزء الثانى

الفائدة المركبة

للدكتور محمد ابراهيم خليل

الباب الأول

جملة مبلغ بفائدة بسيطة

جملة مبلغ بفائدة بسيطة

تعريف الفائدة البسيطة

يمكن تعريف الفائدة البسيطة بأنها العائد الذى يحصل عليه المستثمر نتيجة استخدام أمواله خلال مدة زمنية معينة ، فإذا أودع شخص مبلغا من المال فى أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه ، فانه يحصل من البنك فى نهاية مدة الاستثمار على المبلغ الذى أودعه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة له من استثمار هذا المبلغ لدى البنك ، وكذلك هى الأجر الذى يدفعه المدين إلى دائنة نتيجة استخدامه لأموال دائنة فى نهاية مدة زمنية معينة ، فإذا اقترض شخص مبلغا من المال من أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه ، فانه يدفع إلى البنك فى نهاية مدة القرض المبلغ الذى اقترضه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من اقتراض هذا المبلغ من البنك ٠

وبالتالى يمكن القول أن قيمة الفائدة المستحقة عن استثمار مبلغ ما تتوقف على العوامل الآتية :-

- المبلغ أو الأصل المستثمر وسوف نرمز له بالرمز { م } ٠
- معدل الفائدة وسوف نرمز له بالرمز { ع } ٠
- مدة الاستثمار وسوف نرمز له بالرمز { ن } ٠

وسوف نرمز للفائدة البسيطة بالرمز { ف } ، ويتم حساب الفائدة البسيطة فى العمليات المالية قصيرة الأجل والتى تكون فيها مدة الاستثمار غالبا اقل من سنتين ، وسوف نعتمد فى دراستنا خلال هذا الباب على إيجاد العناصر التالية :-

- الفائدة البسيطة ٠
- الجملة ٠
- الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة ٠

[١-١] الفائدة البسيطة

يمكن حساب مقدار الفائدة المستحقة على مبلغ ما ولمدة زمنية معينة ولمعدل متفق عليه من خلال استخدام الصيغة التالية :-

الفائدة = أصل المبلغ × المعدل × المدة

ف = م × ع × ن

والصيغة السابقة تتضمن أربع متغيرات ، ويمكن إيجاد أحد هذه المتغيرات بمعلومية العوامل الثلاثة الأخرى أى أن :-

$$م = \frac{ف}{ع \times ن}$$

$$ع = \frac{ف}{م \times ن}$$

$$ن = \frac{ف}{م \times ع}$$

ملحوظة :-

يجب أن تتفق المدة مع معدل الاستثمار عند حساب الفائدة لذلك يجب أن نتذكر أن :-

١- المعدل غالبا يكون سنويا وإذا كان معدل الفائدة غير سنوى يفضل تحويله إلى معدل فائدة سنوى ، ويتم التعبير عن المعدل فى صورة نسبة مئوية أو على صورة كسر عشرى ، فمثلا معدل الفائدة ١٢٪ سنويا أو ٠,١٢ ٠

٢- المدة غالبا لا تكون بالسنوات لذلك يجب تحويلها بالسنوات ، فإذا كانت المدة بالشهور تحول إلى سنوات بالقسمة على ١٢ ، أما إذا كانت بالأيام تحول إلى سنوات بالقسمة على ٣٦٠ فى حالة الفائدة التجارية أو بالقسمة على ٣٦٥ فى حالة الفائدة الصحيحة ، والسنة بسيطة [السنة التى يكون فيها شهر فبراير ٢٨ يوما وتكون السنة بسيطة فى حالة إذا تم قسمة السنة على ٤ ووجد أنها لا تقبل القسمة وكان هناك باقى ،

فمثلا سنة ١٩٩٠ إذا قسمت على ٤ ينتج ٤٩٧,٥] ، أو بالقسمة على ٣٦٦ فى حالة الفائدة الصحيحة ، والسنة كبيسة [السنة التى يكون فيها شهر فبراير ٢٩ يوما وتكون السنة كبيسة فى حالة إذا تم قسمة السنة على ٤ ووجد أنها تقبل القسمة على ٤ بدون باقى ، فمثلا سنة ١٩٩٢ إذا قسمت على ٤ ينتج ٤٩٨] ، أما إذا كانت مدة الاستثمار تقع بين سنتين إحداهما بسيطة والأخرى كبيسة فان المدة فى هذه الحالة تحول إلى سنوات حيث يتم قسمة عدد أيام الاستثمار فى السنة البسيطة على ٣٦٥ و يتم قسمة عدد أيام الاستثمار فى السنة الكبيسة على ٣٦٦ .

وبناءا على ذلك فإذا كانت :-

- المدة بالشهور فان $ن = \frac{\text{عدد الشهور}}{١٢}$

- المدة بالأيام فان :-

$ن = \frac{\text{عدد الأيام}}{٣٦٠}$ فى حالة الفائدة التجارية

$ن = \frac{\text{عدد الأيام}}{٣٦٥}$ فى حالة الفائدة الصحيحة والسنة بسيطة

$ن = \frac{\text{عدد الأيام}}{٣٦٦}$ فى حالة الفائدة الصحيحة والسنة كبيسة

مثال [١] :-

أودع شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه فى بنك مصر لمدة سنة و٤ شهور ، وبمعدل فائدة بسيطة ١٢٪ سنويا ، أوجد مقدار الفوائد المستحقة فى نهاية المدة ؟

الحـــل

المدة بالشهور= ١٢ + ٤ = ١٦ شهرا

∵ ف = م × ع × ن

∴ ف = ٥٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{١٦}{١٢}$ = ٨٠٠ جنيه

مثال [٢] :-

أودع شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه فى بنك مصر لمدة ٨ شهور ، فوجد أن الفوائد المستحقة له مقدارها ٤٠٠ جنيه ، فما هو معدل الفائدة السنوى ؟

الحـــل

∵ ف = م × ع × ن

∴ ع = $\frac{\text{ف}}{\text{م × ن}}$

$$= \frac{٤٠٠}{٥٠٠٠ \times \frac{٨}{١٢}} = \frac{٤٠٠ \times ١٢}{٥٠٠٠ \times ٨}$$

∴ ع = ٠,١٢ × ١٠٠ = ١٢٪

مثال [٣] :-

أودع شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه فى بنك مصر بمعدل فائدة سنوى ٩,٥٪ ولمدة معينة ، فوجد أن الفوائد المستحقة له فى نهاية هذه المدة ٢٨٥ جنيه ، فما هى مدة الاستثمار هذا المبلغ ؟

الحــل

∵ ف = م × ع × ن

$$∴ ن = \frac{ف}{م \times ع}$$

$$= \frac{٢٨٥}{٤٠٠٠ \times \frac{٩٥}{١٠٠٠}} = \frac{٢٨٥ \times ١٠٠٠}{٤٠٠٠ \times ٩٥}$$

∴ ن = ٠,٧٥ سنة × ١٢ = ٩ شهور .

مثال [٤] :-

أودع شخص مبلغ ما فى بنك مصر ، لمدة سنة و٣ شهور ، وبمعدل فائدة سنوى ٨,٢٪ ، فوجد أن الفوائد المستحقة له مقدارها ٥١٢,٥ جنيه ، فما هو المبلغ الذى تم استثماره ؟

الحــل

المدة بالشهور= ١٢ + ٣ = ١٥ شهرا٠

$$\because \quad ف = م \times ع \times ن$$

$$\therefore \quad م = \frac{ف}{ع \times ن}$$

$$= \frac{٥١٢,٥}{\frac{٨٢}{١٠٠٠} \times \frac{١٥}{١٢}} = \frac{٥١٢٥ \times ١٠٠٠ \times ١٢}{١٠ \times ٨٢ \times ١٥}$$

$$\therefore \quad م = ٥٠٠٠ \text{ جنيه}$$ ٠

مثال [٥] :-

استثمر شخص مبلغان مجموعهما ٢٠٠٠ جنيه ، الأول تم إيداعه فى بنك مصر لمدة ٦ شهور ، والثانى تم إيداعه فى بنك القاهرة لمدة ٩ شهور ، فبلغت الفائدة الكلية ١٣٠ جنيه ، فإذا كان معدل الفائدة المشترك هو ١٠٪ سنويا ، فأوجد كلا من المبلغين ؟

الحــل

نفرض أن المبلغ الأول = م

∴ المبلغ الثانى = (٢٠٠٠ - م)

∵ فائدة المبلغ الأول[ف١] + فائدة المبلغ الثانى[ف٢] = ١٣٠جنيه

م × $\frac{١٠}{١٠٠}$ × $\frac{٦}{١٢}$ + (٢٠٠٠ - م) × $\frac{١٠}{١٠٠}$ × $\frac{٩}{١٢}$ = ١٣٠

٠.٠٥ م + ١٥٠ - ٠.٠٧٥ م = ١٣٠

- ٠.٠١٧ م = ١٣٠ - ١٥٠

- ٠,٠٢٥ م = - ٢٠

∴ م [المبلغ الأول] = ٨٠٠ جنيه ٠

والمبلغ الثانى = ٢٠٠٠- ٨٠٠ = ١٢٠٠ جنيه ٠

مثال [٦] :-

استثمر شخص مبلغين فى بنك مصر لمدة سنة كاملة وبمعدل فائدة مشترك ، فبلغت الفائدة الكلية على المبلغين ٢٠٠ جنيه ، فإذا علمت فائدة المبلغ الثانى والذى يساوى ١٢٠٠ جنيه ، تزيد على فائدة المبلغ الأول بمقدار ٤٠ جنيه ، فما هو أصل المبلغ الأول وما معدل الفائدة ؟

الحــل

∵ فائدة المبلغ الثانى[ف٢] = فائدة المبلغ الأول [ف١] + ٤٠

، فائدة المبلغ الأول[ف١] + فائدة المبلغ الثانى[ف٢] = ٢٠٠جنيه

فان ف١+ [ف١ + ٤٠] = ٢٠٠جنيه

٢ $ف_١$ = ٢٠٠ - ٤٠

∴ $ف_١$ = ٨٠ جنيه

، $ف_٢$ = ٨٠ + ٤٠ = ١٢٠ جنيه

ويمكن إيجاد المعدل السنوى كما يلى :-

∵ ف = م × ع × ن

$$∴ ع = \frac{ف}{م × ن}$$

$$= \frac{١٢٠}{١٢٠٠ × ١}$$

∴ ع = ٠,١٠ × ١٠٠ = ١٠٪

ويمكن إيجاد المبلغ الأول كما يلى :-

∵ ف = م × ع × ن

$$∴ م = \frac{ف}{ع × ن}$$

$$= \frac{٨٠}{\frac{١٠}{١٠٠} × ١} = \frac{٨٠ × ١٠٠}{١٠ × ١}$$

∴ م [المبلغ الأول] = ٨٠٠ جنيه ٠

مثال [٧] :-

استثمر شخص مبلغين فى بنك مصر وبمعدل فائدة مشترك ، فبلغت الفوائد الكلية على المبلغين ١٥٦ جنيه ، فإذا علمت فائدة المبلغ الثانى والذى يساوى ١٢٠٠ جنيه تزيد على فائدة المبلغ الأول بمقدار ٦٠ جنيه ، فإذا علمت أن المبلغ الأول استثمر لمدة ٦ شهور والمبلغ الثانى استثمر لمدة ٩ شهور ، فما هو أصل المبلغ الأول وما معدل الفائدة ؟

الحـــل

∵ فائدة المبلغ الثانى[$ف_٢$] = فائدة المبلغ الأول [$ف_١$] + ٦٠

، فائدة المبلغ الأول[$ف_١$] + فائدة المبلغ الثانى[$ف_٢$] = ١٥٦جنيه

فان $ف_١$+ [$ف_١$ + ٦٠] = ١٥٦ جنيه

٢ $ف_١$ = ١٥٦ - ٦٠

∴ $ف_١$ = ٤٨ جنيه

، $ف_٢$ = ٤٨ + ٦٠ = ١٠٨ جنيه

ويمكن إيجاد المعدل السنوى بمعلومية المبلغ الثانى كما يلى :-

∵ ف = م × ع × ن

∴ ع = $\frac{ف}{م \times ن}$

= $\frac{١٠٨}{١٢٠٠ \times \frac{٩}{١٢}}$

= $\frac{١٠٨ \times ١٢}{١٢٠٠ \times ٩}$

∴ ع = ٠,١٢ × ١٠٠ = ١٢٪

ويمكن إيجاد المبلغ الأول كما يلى :-

∵ ف = م × ع × ن

∴ م = $\frac{ف}{ع \times ن}$

= $\frac{٤٨}{\frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢}}$ = $\frac{٤٨ \times ١٠٠ \times ١٢}{١٢ \times ٦}$

∴ م [المبلغ الأول] = ٨٠٠ جنيه ٠

مثال [٨] :-

استثمر شخص مبلغين مختلفين فى بنك مصر لمدة سنة كاملة ، الأول استثمر بمعدل ٦٪ سنويا ، والثانى استثمر بمعدل ٨٪ سنويا ، فبلغ دخله السنوى من المبلغين ١٤٤ جنيه ، ولو انه استثمر المبلغ الأول بمعدل الثانى واستثمر المبلغ الثانى بمعدل الأول لنقص دخله بمقدار ٨ جنيهات ، فما هما المبلغين ؟

الحـــل

الحالة الأولى{إذا كان دخل الشخص من المبلغين=١٤٤ جنيه}

نفرض أن المبلغ الأول = $م_{١}$

ونفرض أن المبلغ الثانى = $م_{٢}$

∵ فائدة المبلغ الأول[ف١] + فائدة المبلغ الثانى[ف٢] = ١٤٤جنيه

وحيث أن :-

ف = م × ع × ن

$$\therefore\ م_{١} \times \frac{٦}{١٠٠} \times ١ + م_{٢} \times \frac{٨}{١٠٠} \times ١ = ١٤٤$$

$$٠,٠٦\ م_{١} + ٠,٠٨\ م_{٢} = ١٤٤ \longleftarrow (١)$$

الحالة الثانية{إذا كان دخل الشخص من المبلغين=١٣٦ جنيه}

نفرض أن المبلغ الأول = $م_{١}$

ونفرض أن المبلغ الثانى = $م_{٢}$

∵ فائدة المبلغ الأول[ف١] + فائدة المبلغ الثانى[ف٢] = ١٣٦جنيه

وحيث أن :- ف = م × ع × ن

$$\therefore\ م_{١} \times \frac{٨}{١٠٠} \times ١ + م_{٢} \times \frac{٦}{١٠٠} \times ١ = ١٣٦$$

$$٠,٠٨\ م_{١} + ٠,٠٦\ م_{٢} = ١٣٦ \longrightarrow (٢)$$

وبالتالى يكون لدينا معادلتين كالتالى :-

$$٠,٠٦\ م_{١} + ٠,٠٨\ م_{٢} = ١٤٤ \qquad (١)$$

$$٠,٠٨\ م_{١} + ٠,٠٦\ م_{٢} = ١٣٦ \qquad (٢)$$

ويتم حل المعادلتين السابقتين ، وذلك بضرب طرفى المعادلة الأولى فى (٤) والمعادلة الثانية فى (٣) نحصل على :-

$$٠,٢٤\ م_{١} + ٠,٣٢\ م_{٢} = ٥٧٦ \qquad (٣)$$

$$٠,٢٤\ م_{١} + ٠,١٨\ م_{٢} = ٤٠٨ \qquad (٤)$$

بطرح المعادلة (٤) من المعادلة (٣) نجد أن :-

$$٠,١٤\ م_{٢} = ١٦٨$$

$\therefore$ $م_{٢}$ { المبلغ الثانى } = ١٢٠٠ جنيه

ويتم الحصول على مقدار المبلغ الأول بالتعويض فى المعادلة رقم (١) عن $م_{٢}$ = ١٢٠٠ كما يلى :-

$$٠,٠٦\ م_{١} + ٠,٠٨ \times ١٢٠٠ = ١٤٤$$

$$٠,٠٦\ م_{١} = ٤٨$$

$\therefore$ $م_{١}$ { المبلغ الأول } = ٨٠٠ جنيه

[١-٢] الجملة

الجملة هى عبارة أصل المبلغ المستثمر مضافا إليه الفوائد المستحقة وسوف نرمز للجملة بالرمز { جـ } ، ويمكن إيجاد جملة المبلغ المستثمر من خلال استخدام التالى :-

الجملة = أصل المبلغ + الفائدة المستحقة

$$\boxed{\text{جـ} = \text{م} + \text{ف}}$$

∵ ف = م × ع × ن

∴ جـ = م + م × ع × ن

$$\boxed{\text{جـ} = \text{م} \left[١ + \text{ع} \times \text{ن} \right]}$$

وتستخدم الصيغة السابقة فى إيجاد الجملة ، كما يمكن من خلالها إيجاد أصل المبلغ { م } بمعلومية { جـ ، ع ، ن } كما يلى :-

$$\text{م} = \frac{\text{جـ}}{\left[١ + \text{ع} \times \text{ن} \right]}$$

مثال [٩] :-

أودع شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك لمدة ١٨ شهرا بمعدل ٨,٥ ٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق لهذا الشخص فى نهاية المدة ؟

الحـــل

$\because$ ف = م × ع × ن

$$\therefore \quad ف = ٤٠٠٠ \times \frac{٨٥}{١٠٠٠} \times \frac{١٨}{١٢} = ٥١٠ \text{ جنيه}$$

$\therefore$ جـ = م + ف = ٤٠٠٠ + ٥١٠ = ٤٥١٠ جنيه .

ويمكنك الحصول الجملة باستخدام القانون الجملة مباشرة على الوجه التالى :-

جـ = م [١ + ع × ن]

$$\therefore \quad جـ = ٤٠٠٠ \left[١ + \frac{٨٥}{١٠٠٠} \times \frac{١٨}{١٢} \right]$$

جـ = ٤٠٠٠[١+٠,١٢٧٥]= ٤٠٠٠×١,١٢٧٥ = ٤٥١٠ جنيه.

مثال [١٠] :-

أودع شخص مبلغ ما فى أحد البنوك ، وفى نهاية ١٨ شهرا من الإيداع وجد أن جملة المستحق له ٤٥١٠ جنيه ، فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد البسيطة بمعدل ٨,٥٪ سنويا ، أوجد أصل المبلغ المستثمر ؟

الحــل

∵ جـ = م [١ + ع × ن]

$$\therefore \text{م} = \frac{\text{جـ}}{[\,١ + \text{ع} \times \text{ن}\,]}$$

$$= \frac{٤٥١٠}{[\,١ + \frac{٨٥}{١٠٠٠} \times \frac{١٨}{١٢}\,]}$$

$$\text{أصل المبلغ [م]} = \frac{٤٥١٠}{[\,١,١٢٧٥\,]} = ٤٠٠٠ \text{ جنيه .}$$

مثال [١١] :-

أودع شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك ، وفى نهاية ١٨ شهرا من الإيداع وجد أن رصيده فى البنك ٤٥١٠ جنيه ، أوجد معدل الفائدة البسيطة الذى يحسب البنك على أساسه الفوائد ؟

الحــل

∵ جـ = م + ف

∴ ف = جـ - م

= ٤٥١٠ - ٤٠٠٠ = ٥١٠ جنيه .

$\because$ ف = م × ع × ن

$\therefore$ ع = $\frac{\text{ف}}{\text{م × ن}}$

$= \frac{٥١٠}{٤٠٠٠ \times \frac{١٨}{١٢}}$

$= \frac{٥١٠ \times ١٢}{٤٠٠٠ \times ١٨}$

$\therefore$ ع = ٠,٠٨٥ × ١٠٠ = ٨,٥٪

مثال [١٢] :-

أودع شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك ، وبعد مدة معينة وجد أن رصيده فى البنك ٤٥١٠ جنيه ، فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد بمعدل ٨,٥٪ سنويا ، فالمطلوب تحديد مدة الاستثمار لهذا المبلغ ؟

الحل

$\because$ جـ = م + ف

$\therefore$ ف = جـ - م

= ٤٥١٠ - ٤٠٠٠ = ٥١٠ جنيه .

$\because$ ف = م × ع × ن

$\therefore$ ن = $\frac{\text{ف}}{\text{م × ع}}$

= $\frac{٥١٠}{٤٠٠٠ \times \frac{٨٥}{١٠٠٠}}$

= $\frac{٥١٠ \times ١٠٠٠}{٤٠٠٠ \times ٨٥}$

$\therefore$ ن = ١,٥ × ١٢ = ١٨ شهرا ٠

[١-٣] الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة

ذكرنا فيما سبق ، أن الفائدة التجارية وهى التى تعتبر أن عدد أيام السنة ٣٦٠ يوما وسوف نرمز لها بالرمز نرمز لها بالرمز $\text{ف}_{\text{ت}}$ ، والفائدة التجارية هى التى جرى العرف على استخدامها فى المعاملات المالية ، أما الفائدة الصحيحة وهى التى يكون عدد أيام السنة فيها ٣٦٥ يوما إذا كانت السنة بسيطة حيث يكون شهر فبراير فيها ٢٨ يوما أو ٣٦٦ يوما إذا كانت السنة كبيسة حيث يكون شهر فبراير فيها

٢٩ يوما وسوف نرمز لها بالرمز $ف_{ص}$ ، وبالتالى يمكن القول انه لا يوجد فرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة إذا كانت مدة الاستثمار محسوبة بالشهور أو بالسنوات ٠

وبالتالى يمكن إيجاد الفائدتين التجارية والصحيحة باستخدام الصيغتين التاليتين :-

$$\boxed{ف_{ت} = م \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}}$$

كما أن :-

$$\boxed{ف_{ص} = م \times ع \times \frac{ى}{٣٦٥}}$$

يتضح لنا مما سبق أن الفائدة التجارية اكبر من الفائدة الصحيحة ، حيث أن المقام فى الصيغة الأولى اقل من المقام فى الصيغة الثانية أى أن $ف_{ت} > ف_{ص}$ ٠

العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة

يمكن إيجاد العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة من خلال الآتى :-

$$\frac{ف_{ت}}{ف_{ص}} = \frac{م \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}}{م \times ع \times \frac{ى}{٣٦٥}}$$

$$\frac{ف_{ت}}{ف_{ص}} = \frac{٣٦٥}{٣٦٠}$$

$$\therefore \frac{ف_{ت}}{ف_{ص}} = \frac{٧٣}{٧٢}$$

$$\boxed{\therefore ف_{ت} = \frac{٧٣}{٧٢} ف_{ص}}$$

وتستخدم هذه العلاقة لإيجاد الفائدة التجارية إذا كان معلوما لدينا قيمة الفائدة الصحيحة ٠

كما أن :-

$$\therefore \quad ف_{ص} = \frac{٧٢}{٧٣} \; ف_{ت}$$

وتستخدم هذه العلاقة لإيجاد الفائدة الصحيحة إذا كان معلوما لدينا قيمة الفائدة التجارية ٠

الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة

يمكن استنتاج الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة من العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة على النحو التالى :-

$$ف_{ت} - ف_{ص} = \frac{١}{٧٢} \; ف_{ص}$$

$$ف_{ت} - ف_{ص} = \frac{١}{٧٣} \; ف_{ت}$$

حساب المدة بين تاريخين

يستلزم الأمر فى العديد من تطبيقات الفائدة البسيطة وخاصة عمليات البنوك ومنها عمليات الإيداع والسحب التى نحتاج فيها حساب المدة التى تقع بين تاريخين ، فإذا فرضنا أن شخصا له حساب جارى فى أحد البنوك وقام هذا الشخص بإيداع مبلغ ما فى البنك فى تاريخ معين فان هذا التاريخ يسمى بتاريخ الإيداع ، وإذا قام بالسحب من البنك فى تاريخ معين فان هذا التاريخ يسمى بتاريخ السحب ، ولحساب الفوائد المستحقة لهذا الشخص فيستلزم الأمر حساب المدة بين تاريخ الإيداع وتاريخ السحب ، والمدة تحسب بعدد الأيام التى تقع بين هذين التاريخين ٠

والجدير بالذكر أن حساب المدة بين تاريخين يمكن أن يتم بأحد الطريقتين :-

١- المدة المقربة ٠
٢- المدة الفعلية ٠

أولا :- المدة المقربة

تحسب المدة المقربة على أساس عدد الأيام لكل شهر من السنة ٣٠ يوما ، وبالتالى السنة ١٢ شهرا ، ويلاحظ أنه يتم طرح تاريخ الإيداع من تاريخ السحب فإذا كان المطروح اكبر من المطروح منه فيتم استعارة واحد من الخانة التالية ، فإذا تمت الاستعارة من خانة الشهور فيتم إضافة ٣٠ يوما إلى عدد أيام الموجودة فى خانة المطروح منه ، أما إذا تمت الاستعارة من خانة السنوات فيتم إضافة ١٢ شهرا إلى عدد الشهور الموجودة فى خانة المطروح منه ٠

مثال [١٣] :-

أودع شخص فى ١٠ فبراير سنة ١٩٩٦ مبلغا من المال فى أحد البنوك ، ثم قام بسحب ماله فى ٥ أغسطس من نفس العام ، احسب المدة المقربة التى يستحق عنها الفائدة ؟

الحــل

سوف تلاحظ أن تاريخى الإيداع والسحب فى نفس السنة ، لذلك سوف نقوم بطرح تاريخ الإيداع من تاريخ السحب ، وبالتالى سوف تلاحظ أن المطروح منه [٥] فى خانة الأيام اقل من المطروح [١٠] لذلك سوف يتم استعارة واحد من خانة الشهور وبالتالى يتم إضافة ٣٠ يوما على المطروح منه ليصبح [٥+٣٠= ٣٥] وبعد الطرح نجد أن الناتج لخانة الأيام هو [٣٥-١٠=٢٥] ، أما بالنسبة لخانة الشهور فأصبح المطروح منه [٧] وبعد الطرح نجد أن الناتج لخانة الشهور هو [٧-٢=٥] ، وبالتالى يمكن حساب المدة المقربة كما يلى :-

	يوم	شهر	سنة
تاريخ السحب	٥	٨	١٩٩٦
تاريخ الإيداع	١٠	٢	١٩٩٦
المدة	٢٥	٥	-

يلاحظ أن المدة تحتوى على ٥ شهور ، ٢٥ يوما ، وبالتالى تكون المدة المقربة كما يلى :-

∴ المدة المقربة = ٥ × ٣٠ + ٢٥ = ١٧٥ يوما ٠

ثانيا :- المدة الفعلية

تحسب المدة الفعلية على أساس عدد الأيام الفعلية لشهور السنة الميلادية ، ويلاحظ أن ٧ أشهر فى السنة الميلادية تحتوى كلا منها على ٣١ يوما وهى { يناير ـ مارس ـ مايو ـ يوليو ـ أغسطس ـ أكتوبر ـ ديسمبر } ، كما أن ٤ أشهر فى السنة الميلادية تحتوى كلا منها على ٣٠ يوما وهى { أبريل ـ يونيه ـ سبتمبر ـ نوفمبر } ، هذا بخلاف شهر فبراير فقد يكون ٢٨ يوما فى حالة السنة البسيطة أو ٢٩ يوما فى حالة السنة الكبيسة ، كما يلاحظ أننا عند حساب المدة بين تاريخين نقوم بإهمال يوم الإيداع أو يوم السحب ، وقد جرت العادة على إهمال يوم الإيداع ، وتتم عملية حساب المدة الفعلية بين تاريخين وفقا للخطوات التالية :-

١- نحسب عدد الأيام المتبقية من الشهر الذى تم فيه أل إيداع ، وذلك بطرح يوم الإيداع من عدد الأيام الفعلية للشهر الذى تم فيه الإيداع .
٢- يضاف إلى المدة السابقة جميع الأيام الفعلية فى الشهور التى تقع بين شهرى الإيداع والسحب .
٣- يضاف عدد الأيام فى الشهر الذى تم فيه السحب ، بما فى ذلك يوم السحب نفسه .

مثال [١٤] :-

حل المثال السابق ، إذا كان مطلوب حساب المدة الفعلية التى يستحق عنها الفائدة ؟

الحـــل

سوف تلاحظ أن سنة ١٩٩٦ هى سنة كبيسة أى ٣٦٦ يوما وبالتالى يكون شهر فبراير ٢٩ يوما لأننا لو قمنا بقسمة ١٩٩٦ على ٤ نجد الناتج يساوى ٤٩٩ ، وبالتالى يمكن حساب المدة الفعلية نحسب عدد الأيام المتبقية من الشهر الذى تم فيه الإيداع [شهر فبراير] ، وذلك بطرح يوم الإيداع من عدد الأيام الفعلية للشهر الذى تم فيه الإيداع أى [٢٩ - ١٠ = ١٩] ، ثم يضاف إلى المدة السابقة جميع الأيام الفعلية فى الشهور التى تقع بين شهرى الإيداع والسحب وهى [شهر مارس = ٣١ يوما ، شهر أبريل = ٣٠ يوما ، شهر مايو = ٣١ يوما ، شهر يونيه = ٣٠ يوما ، شهر يوليو = ٣١ يوما ، يضاف عدد الأيام فى الشهر الذى تم فيه السحب ، بما فى ذلك يوم السحب نفسه [٥ أيام من شهر أغسطس] ، وبالتالى تحسب المدة الفعلية كما يلى :-

	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيه	يوليو	أغسطس
المدة =	١٩ +	٣١ +	٣٠ +	٣١ +	٣٠ +	٣١ +	٥

= ١٧٧ يوم

∴ المدة الفعلية = ١٧٧ يوما ٠

ملاحظات :-

١- إذا استلزم الأمر حساب المدة بين تاريخ الإيداع وتاريخ السحب ، ولم يذكر فيما كانت المدة سواء مدة مقربة أو فعلية ففى هذه الحالة يتم حساب المدة فعلية .

٢- إذا كان المطلوب حساب الفائدة والمدة بالأيام ولم يذكر نوع الفائدة هل هى فائدة تجارية أم صحيحة ، ففى هذه الحالة يتم حساب الفائدة التجارية .

٣- إذا كانت المدة بالأيام ولم تحدد السنة ، فتعتبر السنة بسيطة وبالتالى يكون عدد أيام السنة ٣٦٥ يوما وبذلك يكون شهر فبراير ٢٨ يوما .

٤- إذا كان الإيداع فى أول شهر معين والسحب فى أول شهر آخر ، فان المدة فى هذه الحالة يتم حسابها بالشهور وليس بالأيام ، فمثلا :- إذا كان الإيداع قد تم فى أول شهر مايو لعام ٢٠٠٠ والسحب فى أول شهر أكتوبر من نفس العام فان المدة ن = ٥ شهور .

٥- إذا كان الإيداع فى منتصف شهر معين والسحب فى منتصف شهر آخر ، فان المدة فى هذه الحالة يتم حسابها بالشهور وليس بالأيام ، فمثلا :- إذا كان الإيداع قد تم فى منتصف شهر مايو لعام ٢٠٠٠ والسحب فى منتصف شهر أكتوبر من نفس العام فان المدة ن = ٥ شهور .

٦- إذا كان يوم الإيداع يطابق يوم السحب ، فان المدة فى هذه الحالة يتم حسابها بالشهور وليس بالأيام ، فمثلا :- إذا كان الإيداع قد تم فى ٢٠٠٠/٥/٢٢ والسحب فى ٢٠٠٠/١٠/٢٢ فان المدة ن = ٥ شهور .

مثال [١٥] :-

أودع شخص فى ١٠ يناير سنة ١٩٩٧ مبلغا من المال فى أحد البنوك ، ثم قام بسحب ماله فى ٢٣ يوليو من نفس العام ، احسب المدة التى تحسب على أساسها الفائدة ؟

الحــل

نظرا لعدم ذكر طريقة حساب المدة ، فأننا سوف نقوم بحساب المدة الفعلية بين تاريخى أل إيداع والسحب ، سوف تلاحظ أن سنة ١٩٩٧ هى سنة بسيطة أى ٣٦٥ يوما وبالتالى يكون شهر فبراير ٢٨ يوما لأننا لو قمنا بقسمة ١٩٩٧ على ٤ نجد الناتج يساوى ٤٩٩.٢٥ ، وبالتالى يمكن حساب المدة الفعلية نحسب عدد الأيام المتبقية من الشهر الذى تم فيه أل إيداع [شهر يناير] ، وذلك بطرح يوم الإيداع من عدد الأيام الفعلية للشهر الذى تم فيه الإيداع أى[٣١ ـ ١٠ = ٢١] ، ثم يضاف إلى المدة السابقة جميع الأيام الفعلية فى الشهور التى تقع بين شهرى الإيداع والسحب وهى[شهر فبراير = ٢٨ يوما ، شهر مارس = ٣١ يوما ، شهر أبريل = ٣٠ يوما ، شهر مايو = ٣١ يوما ، شهر يونيه = ٣٠ يوما] ، ثم يضاف عدد الأيام فى الشهر الذى تم فيه السحب ، بما فى ذلك يوم السحب نفسه [٢٣ يوم من شهر يوليو] ، وبالتالى تحسب المدة الفعلية كما يلى :-

يناير فبراير مارس أبريل مايو يونيه يوليو

المدة =٢١ + ٢٨ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٢٣ = ١٩٤ يوم

∴ المدة الفعلية = ١٩٤ يوما ٠

مثال [١٦] :-

احسب الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ٥٠٠٠ جنيه استثمر فى بنك مصر فى الفترة من ١٠ فبراير ١٩٩٠ حتى ٢٧ أغسطس من نفس العام إذا كان معدل الفائدة ٨٪ سنويا ٠

الحــل

سوف تلاحظ أن سنة ١٩٩٠ هى سنة بسيطة أى ٣٦٥ وبالتالى يكون شهر فبراير ٢٨ يوما لأننا لو قمنا بقسمة ١٩٩٠ على ٤ نجد الناتج يساوى ٤٩٧.٥ ، وبالتالى يمكن حساب المدة كما يلى :-

فبراير مارس أبريل مايو يونيه يوليو أغسطس

المدة = ١٨ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٢٧= ١٩٨ يوم

$$ف_ت = م \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$$

$$ف_ت = ٥٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١٩٨}{٣٦٠} = ٢٢٠ \text{ جنيه ٠}$$

$$ف_ص = م \times ع \times \frac{ى}{٣٦٥}$$

$$ف_ص = ٥٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١٩٨}{٣٦٥} = ٢١٦,٩٨٦ \text{ جنيه}$$

مثال [١٧] :-

أودع شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه فى بنك مصر لمدة ١٨٠ يوما وبمعدل ٨٪ سنويا ، والمطلوب إيجاد الفائدة الصحيحة ومنها استنتج الفائدة التجارية ؟

الحل

الفائدة الصحيحة [$ف_ص$] = $م \times ع \times \frac{ى}{٣٦٥}$

$ف_ص = ٥٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١٨٠}{٣٦٥} = ١٩٧,٢٦٠$ جنيه .

∵ الفائدة التجارية [$ف_ت$] = $\frac{٧٣}{٧٢}$ $ف_ص$

∴ $ف_ت = \frac{٧٣}{٧٢} \times ١٩٧,٢٦٠ = ٢٠٠$ جنيه.

مثال [١٨] :-

إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ما هو ٥ جنيه ، فأوجد قيمة كلا من الفائدتين والمبلغ المستثمر إذا كانت المدة ١٢٠ يوما والمعدل ١٢٪ سنويا ؟

الحــل

$$\because \text{ف}_{\text{ت}} - \text{ف}_{\text{ص}} = \frac{١}{٧٣}\ \text{ف}_{\text{ت}}$$

$$٥ = \frac{١}{٧٣}\ \text{ف}_{\text{ت}}$$

∴ الفائدة التجارية [$\text{ف}_{\text{ت}}$] = ٥ × ٧٣ = ٣٦٥ جنيه.

والفائدة الصحيحة [$\text{ف}_{\text{ص}}$] = ٣٦٥ - ٥ = ٣٦٠ جنيه.

$$\because \text{ف}_{\text{ت}} = \text{م} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{٣٦٠}$$

$$٣٦٥ = \text{م} \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٢٠}{٣٦٠}$$

$$\therefore \text{م} = \frac{٣٦٥ \times ١٠٠ \times ٣٦٠}{١٢ \times ١٢٠} = ٩١٢٥ \text{ جنيه}$$

مثال [١٩] :-

إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة هو ٥ جنيه لمبلغ قدره ٩١٢٥ جنيها ، فأوجد قيمة كلا من الفائدتين ومدة الاستثمار إذا كان المعدل ١٢٪ سنويا ؟

الحــل

$\because$ فـت – فـص = $\frac{1}{72}$ فـص

٥ = $\frac{1}{72}$ فـص

$\therefore$ الفائدة الصحيحة [فـص] = ٥ × ٧٢ = ٣٦٠ جنيه٠

والفائدة التجارية [فـت] = ٣٦٠ + ٥ = ٣٦٥ جنيه٠

$\because$ فـت = م × ع × $\frac{ى}{٣٦٠}$

٣٦٥ = ٩١٢٥ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{ى}{٣٦٠}$

$\therefore$ ى = $\frac{٣٦٥ \times ١٠٠ \times ٣٦٠}{٩١٢٥ \times ١٢}$ = ١٢٠ يوما ٠

مثال [٢٠] :-

إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة هو ٥ جنيه لمبلغ قدره ٩١٢٥ جنيها ، فأوجد قيمة كلا من الفائدتين ومعدل الاستثمار السنوى ، إذا كانت المدة ١٢٠ يوما ؟

الحــل

∵ $ف_ت - ف_ص = \frac{١}{٧٣} ف_ت$

$٥ = \frac{١}{٧٣} ف_ت$

∴ الفائدة التجارية [$ف_ت$] = ٥ × ٧٣ = ٣٦٥ جنيه٠

والفائدة الصحيحة [$ف_ص$] = ٣٦٥ - ٥ = ٣٦٠ جنيه٠

∵ $ف_ت = م × ع × \frac{ى}{٣٦٠}$

$٣٦٥ = ٩١٢٥ × ع × \frac{١٢٠}{٣٦٠}$

∴ $ع = \frac{٣٦٥ × ٣٦٠}{٩١٢٥ × ١٢٠} = ٠,١٢ × ١٠٠ = ١٢٪$

تمارين الباب الأول

١- أودع شخص مبلغ ٦٠٠٠ جنيه فى بنك مصر لمدة سنة و٣ شهور ، وبمعدل فائدة بسيطة ٨٪ سنويا ، أوجد مقدار الفوائد المستحقة فى نهاية المدة ؟

٢- أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه فى بنك مصر لمدة ٦ شهور ، فوجد أن الفوائد المستحقة له مقدارها ٣٢٠ جنيه ، فما هو معدل الفائدة السنوى ؟

٣- أودع شخص مبلغ ٦٠٠٠ جنيه فى بنك مصر بمعدل فائدة سنوى ١٠,٥٪ ولمدة معينة ، فوجد أن الفوائد المستحقة له فى نهاية هذه المدة ٩٤٥ جنيه ، فما هى مدة الاستثمار هذا المبلغ ؟

٤- أودع شخص مبلغ ما فى بنك مصر ، لمدة سنة و٣ شهور ، وبمعدل فائدة سنوى ٧,٥٪ ، فوجد أن الفوائد المستحقة له مقدارها ٥٦٢,٥ جنيه ، فما هو المبلغ الذى تم استثماره ؟

٥- استثمر شخص مبلغان مجموعهما ٤٠٠٠ جنيه ، الأول تم إيداعه فى بنك مصر لمدة ٦ شهور ، والثانى تم إيداعه فى بنك القاهرة لمدة ٩ شهور ، فبلغت الفائدة الكلية ١٨٠ جنيه ، فإذا كان معدل الفائدة المشترك هو ٨٪ سنويا ، فأوجد كلا من المبلغين ؟

٦- استثمر شخص مبلغين فى بنك مصر لمدة سنة كاملة وبمعدل فائدة مشترك ، فبلغت الفائدة الكلية على المبلغين ٣٢٠ جنيه ، فإذا علمت فائدة المبلغ الثانى والذى يساوى ٣٠٠٠ جنيه تزيد على فائدة المبلغ الأول بمقدار ١٦٠ جنيه ، فما هو أصل المبلغ الأول وما معدل الفائدة ؟

٧- استثمر شخص مبلغين فى بنك مصر وبمعدل فائدة مشترك ، فبلغت الفوائد الكلية على المبلغين ٢٢٠ جنيه ، فإذا علمت فائدة المبلغ الثانى والذى يساوى ٣٠٠٠ جنيه تزيد على فائدة المبلغ الأول بمقدار ١٤٠ جنيه ، فإذا علمت أن المبلغ الأول استثمر لمدة ٦ شهور والمبلغ الثانى استثمر لمدة ٩ شهور ، فما هو أصل المبلغ الأول وما معدل الفائدة ؟

٨- استثمر شخص مبلغين مختلفين فى بنك مصر لمدة سنة كاملة ، الأول استثمر بمعدل ٦٪ سنويا ، والثانى استثمر بمعدل ٨٪ سنويا ، فبلغ دخله السنوى من المبلغين ٣٠٠ جنيه ، ولو انه استثمر المبلغ الأول بمعدل الثانى واستثمر المبلغ الثانى بمعدل الأول لنقص دخله بمقدار ٤٠ جنيهات ، فما هما المبلغين ؟

٩- أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك لمدة ١٥ شهرا بمعدل ١٠,٥ ٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق لهذا الشخص فى نهاية المدة ؟

١٠- أودع شخص مبلغ ما فى أحد البنوك ، وفى نهاية ١٥ شهرا من الإيداع وجد أن جملة المستحق له ٩٠٥٠ جنيه ، فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد البسيطة بمعدل ١٠,٥٪ سنويا ، أوجد أصل المبلغ المستثمر ؟

١١- أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك ، وفى نهاية ١٥ شهرا من الإيداع وجد أن رصيده فى البنك ٩٠٥٠ جنيه ، أوجد معدل الفائدة البسيطة الذى يحسب البنك على أساسه الفوائد ؟

١٢- أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك ، وبعد مدة معينة وجد أن رصيده فى البنك ٩٠٥٠ جنيه ، فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد بمعدل ١٠,٥٪ سنويا ، فالمطلوب تحديد مدة الاستثمار لهذا المبلغ ؟

١٣- أودع شخص فى ١٥ فبراير سنة ١٩٩٢ مبلغا من المال فى أحد البنوك ، ثم قام بسحب ماله فى ٥ أغسطس من نفس العام ، احسب المدة المقربة التى يستحق عنها الفائدة ؟

١٤- حل التمرين السابق ، إذا كان مطلوب حساب المدة الفعلية التى يستحق عنها الفائدة ؟

١٥- أودع شخص فى ١٥ يناير سنة ١٩٩٣ مبلغا من المال فى أحد البنوك ، ثم قام بسحب ماله فى ٢٧ أغسطس من نفس العام ، احسب المدة التى تحسب على أساسها الفائدة ؟

١٦- احسب الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه استثمر فى بنك مصر فى الفترة من ١٠ فبراير ١٩٩١ حتى ٢٧ أغسطس من نفس العام إذا كان معدل الفائدة ١٢٪ سنويا٠

١٧- أودع شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه فى بنك مصر لمدة ١٢٠ يوما وبمعدل ٩٪ سنويا ، والمطلوب إيجاد الفائدة الصحيحة ومنها استنتج الفائدة التجارية ؟

١٨- إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ما هو ٣ جنيه ، فأوجد قيمة كلا من الفائدتين والمبلغ المستثمر إذا كانت المدة ١٢٠ يوما والمعدل ١٢٪ سنويا ؟

١٩- إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة هو ٣ جنيه لمبلغ قدره ٥٤٧٥ جنيها ، فأوجد قيمة كلا من الفائدتين ومدة الاستثمار إذا كان المعدل ١٢٪ سنويا ؟

٢٠- إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة هو ٣ جنيه لمبلغ قدره ٥٤٧٥ جنيها ، فأوجد قيمة كلا من الفائدتين ومعدل الاستثمار السنوى ، إذا كانت المدة ١٢٠ يوما ؟

الباب الثانى

الدفعات المتساوية قصيرة الأجل

الدفعات المتساوية

الدفعات المتساوية هى عبارة عن مبالغ متساوية يتم دفعها بصورة منتظمة وعلى فترات زمنية متساوية .

وتنقسم الدفعات المتساوية إلى نوعين من الدفعات هما :-

أولا:- الدفعات العادية

الدفعات العادية والتى تسمى بدفعات السداد ، وهى الدفعات التى يتم دفعها آخر كل فترة زمنية ، فقد تدفع آخر كل شهر أو آخر كل شهرين أو آخر كل ٣ شهور أو .....الخ .

ثانيا:- الدفعات غير العادية

الدفعات غير العادية والتى تسمى بالدفعات الفورية أو بدفعات الاستثمار ، وهى الدفعات التى يتم دفعها أول كل فترة زمنية ، فقد تدفع أول كل شهر أو أول كل شهرين أو أول كل ٣ شهور أو .....الخ .

وسوف نعتمد فى دراستنا خلال هذا الباب على إيجاد مجموع فوائد وجملة الدفعات المتساوية .

حساب فوائد وجملة الدفعات المتساوية

فإذا فرض أننا أردنا حساب فوائد وجملة دفعة متساوية فأن قيمة الفوائد المستحقة عن استخدام استثمار مبالغ الدفعات تتوقف على الآتى :-

- مبلغ الدفعة وسوف نرمز له بالرمز { م } .
- عدد الدفعات وسوف نرمز لها بالرمز { د } .
- معدل الفائدة وسوف نرمز له بالرمز { ع } .
- جملة الدفعات وسوف نرمز لها بالرمز { جـ } .

وبالتالى يمكن إيجاد جملة الدفعات باستخدام القانون التالى :-

جملة الدفعات= مجموع مبالغ الدفعات + مجموع فوائدها

جـ = مبلغ الدفعة×عدد الدفعات+مبلغ الدفعة×المعدل×مجموع مدد الدفعات

جـ = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

حيث أن :-

مجموع المدد= $\frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$ { مدة الدفعة الأولى+ مدة الدفعة الأخيرة }

أمثلة متنوعة على الدفعات المتساوية

مثال [١] :-

يودع شخص ١٠٠ جنيه كل شهر فى بنك مصر لمدة سنة ، بمعدل فائدة بسيطة ١٠٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق له نهاية السنة ، وذلك إذا كان الإيداع يتم :-

١- أول كل شهر٠

٢- آخر كل شهر٠

٣- فى منتصف كل شهر٠

الحــل

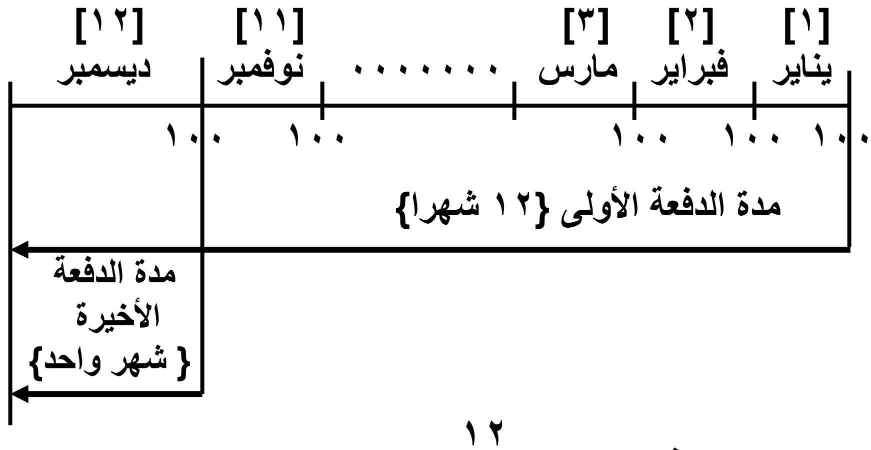
أولا :- إذا كان الإيداع يتم أول كل شهر { دفعات فورية}

جـ = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

مجموع المدد= $\frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$ { مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة }

وحيث أن الإيداعات تمثل دفعة فورية مقدارها ١٠٠جنيه وعدد الدفعات هو ١٢ دفعة ، ومدة الدفعة الأولى هى ١٢ شهرا حيث أن الدفعة الأولى تودع فى البنك فى أول شهر يناير وتظل حتى آخر شهر ديسمبر، كما أن مدة الدفعة الأخيرة هى شهر واحد حيث أن الدفعة الأخيرة تودع فى البنك فى أول شهر ديسمبر وتظل حتى آخر الشهر.

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الدفعات = $\frac{١٢}{٢}$ { ١٢ + ١ } = ٧٨ شهرا .

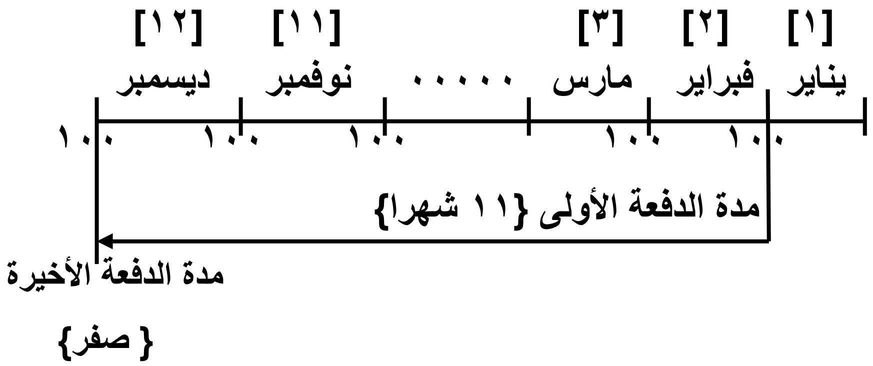
$$\text{ج} = ١٠٠ \times ١٢ + ١٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٧٨}{١٢}$$

$$\text{ج} = ١٢٠٠ + ٦٥ = ١٢٦٥ \text{ جنيه .}$$

ثانيا :- إذا كان الإيداع يتم آخر كل شهر { الدفعات عادية }

وحيث أن الإيداعات تمثل دفعة عادية مقدارها ١٠٠جنيه وعدد الدفعات هو ١٢ دفعة ، ومدة الدفعة الأولى هى ١١ شهرا حيث أن الدفعة الأولى تودع فى البنك فى آخر شهر يناير وتظل حتى آخر شهر ديسمبر، كما أن مدة الدفعة الأخيرة هى صفر حيث أن الدفعة الأخيرة تودع فى البنك فى آخر شهر ديسمبر أى ليس لها مدة .

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



$$\text{مجموع مدد الدفعات} = \frac{١٢}{٢} \{ ١١ + ٠ \} = ٦٦ \text{ شهرا .}$$

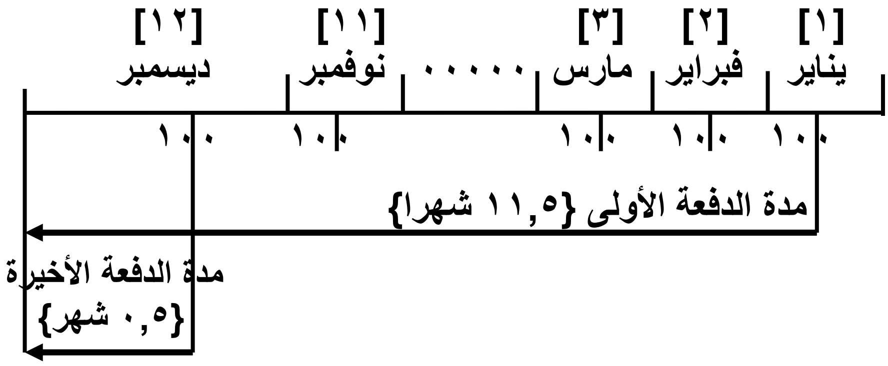
$$جـ = ١٠٠ \times ١٢ + ١٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٦٦}{١٢}$$

$$جـ = ١٢٠٠ + ٥٥ = ١٢٥٥ \text{ جنيه}$$

ثالثا :- إذا كان الإيداع يتم فى منتصف كل شهر

وحيث أن الإيداعات تمثل دفعة تدفع فى منتصف الشهر مقدارها ١٠٠جنيه وعدد الدفعات هو ١٢ دفعة ، ومدة الدفعة الأولى هى ١١,٥ شهرا حيث أن الدفعة الأولى تودع فى البنك فى منتصف شهر يناير وتظل حتى آخر شهر ديسمبر، كما أن مدة الدفعة الأخيرة هى نصف شهر حيث أن الدفعة الأخيرة تودع فى البنك فى منتصف شهر ديسمبر وتظل حتى آخر الشهر ٠

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



$$مجموع\ مدد\ الدفعات = \frac{١٢}{٢} \{ ١١,٥ + ٠,٥ \} = ٧٢ \text{ شهرا}$$

$$ج = ١٠٠ \times ١٢ + ١٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٧٢}{١٢}$$

$$ج = ١٢٠٠ + ٦٠ = ١٢٦٠ \text{ جنيه .}$$

مثال [٢] :-

يودع شخص ١٠٠ جنيه شهريا فى بنك مصر ولمدة سنة ونصف ، فإذا كان معدل الفائدة ٨٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق له نهاية المدة ومجموع الفوائد التى حصل عليها ، وذلك إذا كانت :-

١- الدفعة فورية .

٢- الدفعة عادية.

الحـــل

أولا :-إذا كانت الدفعة فورية

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

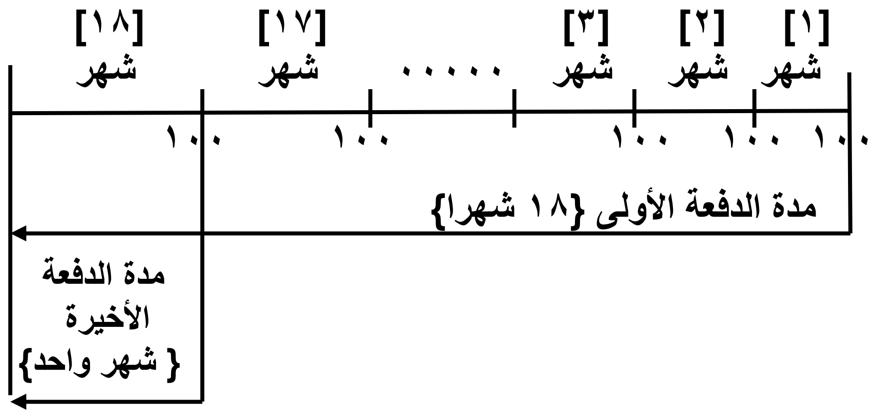
$$\text{مجموع المدد} = \frac{\text{عدد الدفعات}}{٢} \{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}$$

عدد الدفعات = ١٨ دفعة

مدة الدفعة الأولى = ١٨ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ١ شهرا

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الدفعات = $\frac{١٨}{٢}$ { ١٨ + ١ } = ١٧١ شهرا

جملة الدفعات = ١٠٠ × ١٨ + ١٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ × $\frac{١٧١}{١٢}$

جـ = ١٨٠٠ + ١١٤ = ١٩١٤ جنيه

مجموع الفوائد = جملة الدفعات – مجموع مبالغ الدفعات

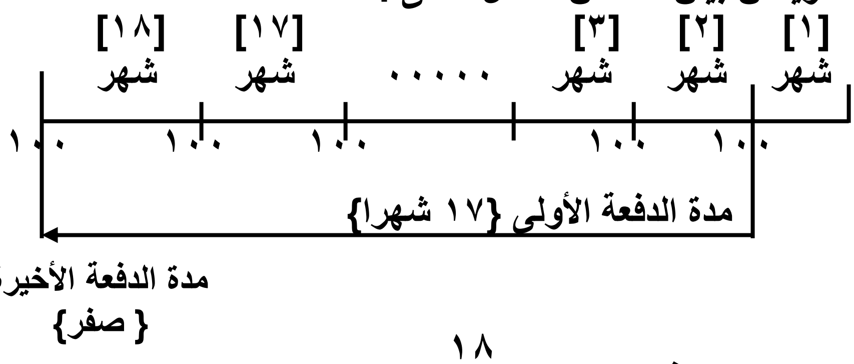
= ١٩١٤ – ١٨٠٠ = ١١٤ جنيه

ثانيا :-إذا كانت الدفعة عادية

جملة الدفعات = م × ن + م × ع × مجموع مدد الدفعات
عدد الدفعات

مجموع المدد= $\frac{\text{ن}}{٢}$ { مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة }

عدد الدفعات = ١٨ دفعة
مدة الدفعة الأولى = ١٧ شهرا
مدة الدفعة الأخيرة = صفر
ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الدفعات = $\frac{١٨}{٢}$ { ١٧ + ٠ } = ١٥٣ شهرا

جملة الدفعات = ١٠٠ × ١٨ + ١٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ × $\frac{١٥٣}{١٢}$

جـ = ١٨٠٠ + ١٠٢ = ١٩٠٢ جنيه
مجموع الفوائد = جملة الدفعات ـ مجموع مبالغ الدفعات
= ١٩٠٢ ـ ١٨٠٠ = ١٠٢ جنيه

مثال [٣] :-

يودع شخص فى بنك مصر دفعة متساوية آخر كل شهر لمدة ٦ شهور قيمة كل منها ١٠٠ جنيه ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ٦٪ سنويا ، فأوجد جملة المستحق لهذا الشخص فى نهاية سنة كاملة ؟

الحــل

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

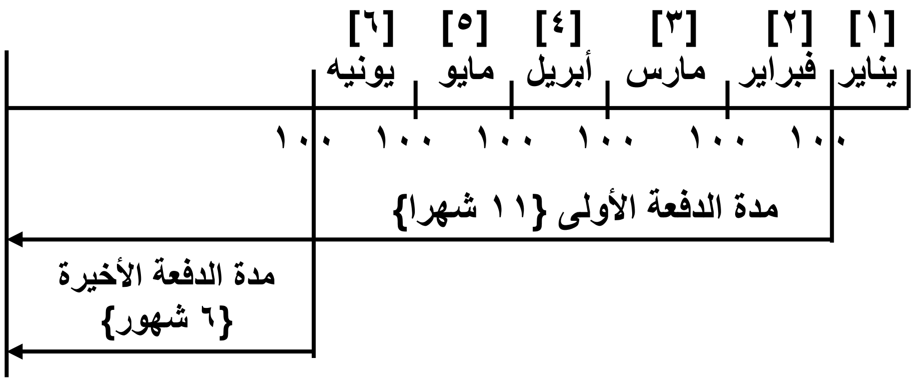
مجموع المدد= $\frac{\text{عدد الدفعات}}{\text{٢}}$ **{ مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة }**

عدد الدفعات = ٦ دفعات

مدة الدفعة الأولى = ١١ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ٦ شهور

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الدفعات $= \frac{٦}{٢}$ { ١١ + ٦ } = ٥١ شهرا

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

$= ١٠٠ × ٦ + ١٠٠ × \frac{٦}{١٠٠} × \frac{٥١}{١٢}$

= ٦٠٠ + ٢٥,٥

∴ جملة الدفعات = ٦٢٥,٥ جنيه

مثال [٤] :-

يودع شخص فى بنك مصر ١٠٠ جنيه كل شهرين ولمدة سنة ونصف ، فإذا كان معدل الفائدة ٦٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق له نهاية المدة ومجموع الفوائد التى حصل عليها ؟

الحــل

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

مجموع المدد= $\frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$ { مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة }

يجب أن نتذكر أن الدفعات المتساوية تدفع كل شهرين وحيث أن مدة دفع الدفعات سنة ونصف أى ١٨ شهرا وبالتالى فان عدد الدفعات تكون على النحو التالى :-

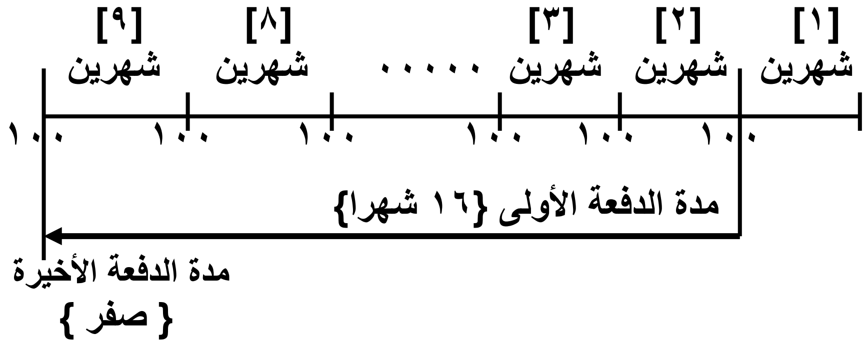
عدد الدفعات = $\frac{\text{مدة الدفعات بالشهور}}{\text{مدة الدفعة الواحدة}}$ = $\frac{١٨}{٢}$ = ٩ دفعات

كمـا أن لـم يـتم ذكـر مـا إذا كانـت الدفعـة يـتم دفعهـا أول أو آخـر كـل شهرين ، لذلك يجب اعتبارها دفعة عادية تدفع فى آخر كل شهرين ٠

مدة الدفعة الأولى = ١٦ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = صفر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الاستثمار = $\frac{٩}{٢}$ { ١٦ + صفر} = ٧٢ شهرا

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

= ١٠٠ × ٩ + ١٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{٧٢}{١٢}$

= ٩٠٠ + ٣٦

∴ جملة الدفعات = ٩٣٦ جنيه

مجموع الفوائد = جملة الدفعات – مجموع مبالغ الدفعات

= ٩٣٦ – ٩٠٠ = ٣٦ جنيه

الباب الثانى الدفعات المتساوية قصيرة الأجل

مثال [٥] :-

يودع شخص فى بنك مصر دفعة متساوية قيمتها ١٠٠جنيه أول ومنتصف كل شهر من نصف السنة الأول ، كما يودع دفعة متساوية قيمتها ٥٠ جنيه آخر كل شهر من نصف السنة الثانى ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المشترك هو ٦٪ سنويا ، فأوجد رصيد هذا الشخص فى نهاية العام ؟

الحـــل

أولا :- جملة الدفعات الأولى { ١٠٠ جنيه}

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

عدد الدفعات

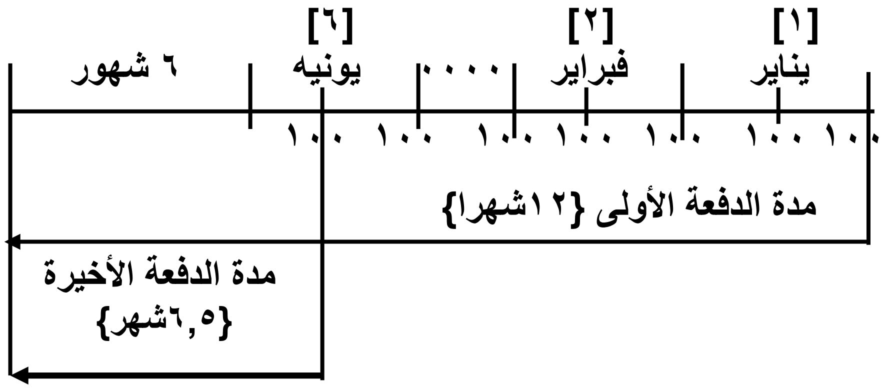
مجموع المدد= $\frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$ { مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة }

عدد الدفعات = ١٢ دفعة

مدة الدفعة الأولى = ١٢ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ٦,٥ شهر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الاستثمار = $\frac{١٢}{٢}$ { ١٢ + ٦,٥ } = ١١١ شهرا

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

= ١٠٠ × ١٢ + ١٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{١١١}{١٢}$

= ١٢٠٠ + ٥٥,٥

∴ جملة الدفعات الأولى = ١٢٥٥,٥ جنيه

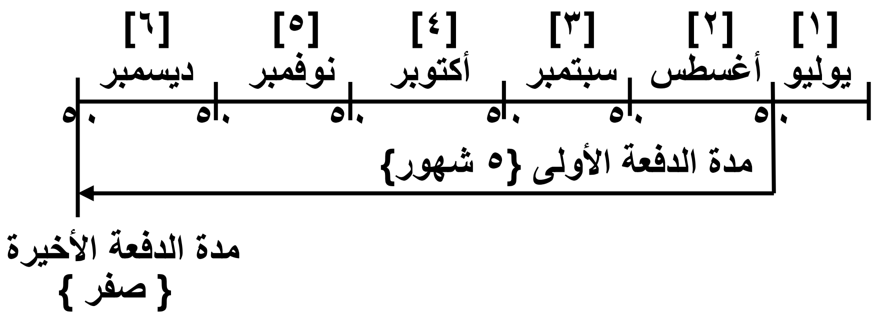
ثانيا :- جملة الدفعات الثانية { ٥٠ جنيه}

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

مجموع المدد= $\frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$ { مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة }

عدد الدفعات = ٦ دفعة
مدة الدفعة الأولى = ٥ شهرا
مدة الدفعة الأخيرة = صفر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الدفعات = $\frac{٦}{٢}$ { ٥ + صفر } = ١٥ شهرا

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

= ٥٠ × ٦ + ٥٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{١٥}{١٢}$

= ٣٠٠ + ٣,٧٥

∴ جملة الدفعات الثانية = ٣٠٣,٧٥ جنيه

الرصيد فى نهاية العام = جملة الدفعات الأولى + جملة الدفعات الثانية

= ١٢٥٥,٥ + ٣٠٣,٧٥ = ١٥٥٩,٢٥ جنيه

مثال [٦] :-

يودع شخص فى بنك مصر دفعة قيمتها ١٠٠ جنيه تدفع كل ٣ شهور ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ٦٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق لهذا الشخص قبل سداد الدفعة السادسة مباشرة ٠

١- إذا كانت الدفعة فورية ٠

٢- إذا كانت الدفعة عادية ٠

الحــل

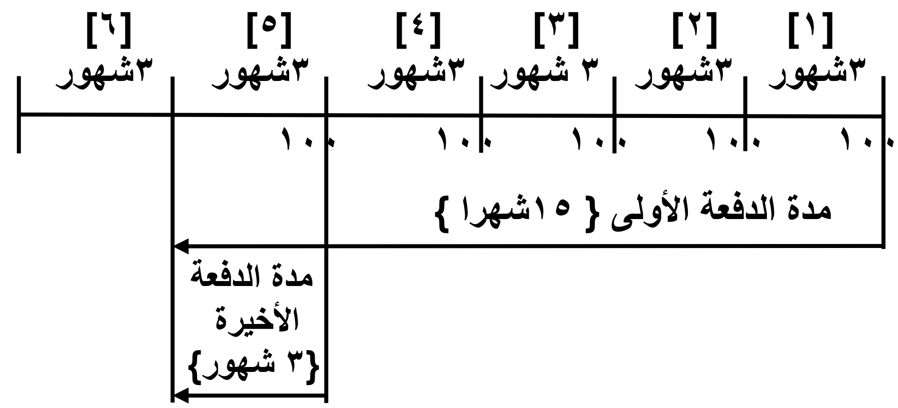
أولا :- إذا كانت الدفعة فورية

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

مجموع المدد= $\frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$ { مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة }

عدد الدفعات = ٥ دفعة
مدة الدفعة الأولى = ١٥ شهرا
مدة الدفعة الأخيرة = ٣ شهر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الدفعات = $\frac{٥}{٢}$ { ١٥ + ٣ } = ٤٥ شهرا

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

= ١٠٠ × ٥ + ١٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{٤٥}{١٢}$

= ٥٠٠ + ٢٢,٥

∴ جملة الدفعات الفورية = ٥٢٢,٥ جنيه

ثانيا :- إذا كانت الدفعة عادية

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

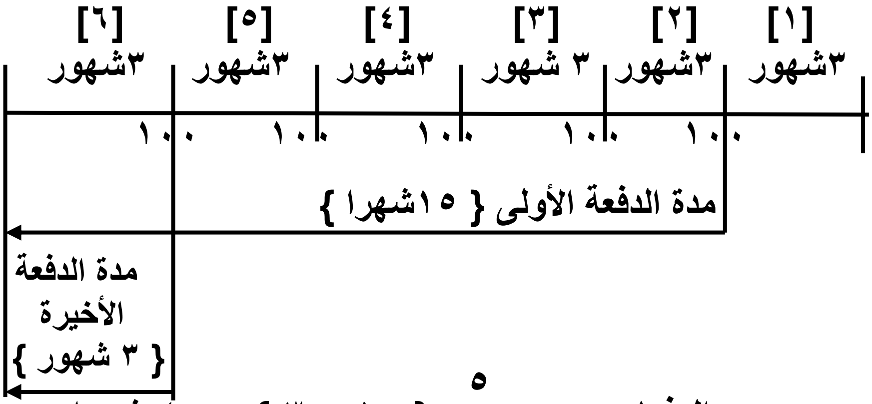
مجموع المدد= $\frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$ { مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة }

عدد الدفعات = ٥ دفعة

مدة الدفعة الأولى = ١٥ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ٣ شهر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الدفعات = $\frac{٥}{٢}$ { ١٥ + ٣ } = ٤٥ شهرا

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

= ١٠٠ × ٥ + ١٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{٤٥}{١٢}$

= ٥٠٠ + ٢٢,٥

∴ جملة الدفعات العادية = ٥٢٢,٥ جنيه

وبناءا على ما سبق فان جملة الدفعات إذا كانت فورية لا تختلف عن جملة الدفعات إذا كانت فورية ، حيث أن جملة الدفعات فى الحالتين ٥٢٢,٥ جنيه ٠

مثال [٧] :-

يودع شخص فى بنك مصر أول ومنتصف كل شهر دفعة متساوية وذلك لمدة عام كامل ، فبلغ رصيده فى نهاية العام ٢٤٧٥ جنيها ، فإذا كان معدل الفائدة ٦٪ سنويا ، أوجد مقدار الدفعة ؟

الحــل

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

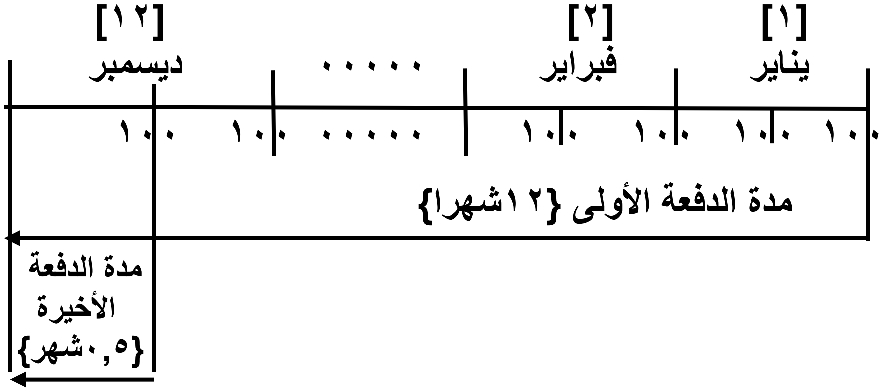
$$\text{مجموع المدد} = \frac{\text{عدد الدفعات}}{٢} \{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}$$

عدد الدفعات = ٢٤ دفعة

مدة الدفعة الأولى = ١٢ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ٠,٥ شهر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الدفعات = $\frac{٢٤}{٢}$ { ١٢ + ٠,٥ } = ١٥٠ شهرا

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

٢٤٧٥ = م × ٢٤ + م × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{١٥٠}{١٢}$

٢٤٧٥ = ٢٤ م + ٠,٧٥ م

٢٤٧٥ = ٢٤,٧٥ م

∴ مبلغ الدفعة [م] = ١٠٠ جنيه

مثال [٨] :-

يودع شخص فى بنك مصر دفعة قيمتها ٣٠٠ جنيه آخر كل شهر ٣ شهور ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ٦٪ سنويا ، وبلغ رصيد هذا الشخص فى نهاية المدة ١٨٦٧,٥ جنيها ، فأوجد مدة دفعات الإيداع وكذلك عدد دفعاتها ؟

الحــل

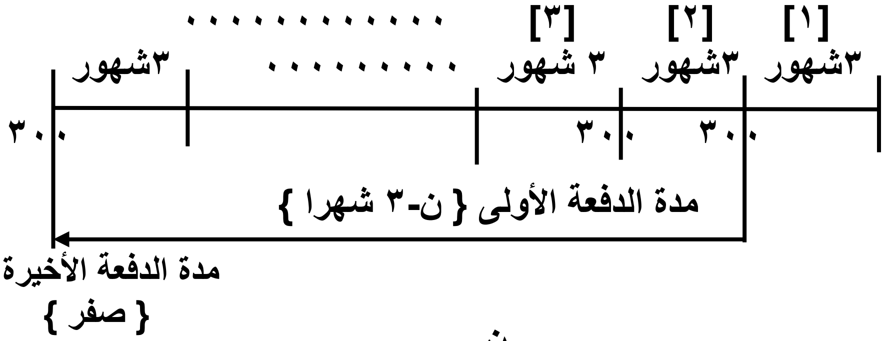
جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

مجموع المدد= $\frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$ { مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة }

نفرض أن مدة الدفعات = ن

عدد الدفعات = $\frac{\text{مدة الدفعات بالشهور}}{\text{مدة الدفعة الواحدة}}$ = $\frac{ن}{٣}$

مدة الدفعة الأولى = { ن - ٣ } شهرا
مدة الدفعة الأخيرة = صفر
ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



$$\text{مجموع مدد الدفعات} = \frac{\text{ن}}{٢\times٣}\ \{\,[\,\text{ن} - ٣\,] + \text{صفر}\,\}$$

$$= \frac{(\text{ن}^{٢} - ٣\,\text{ن})}{٦}$$

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الاستثمار

$$١٨٦٧,٥ = ٣٠٠ \times \frac{\text{ن}}{٣} + ٣٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{(\text{ن}^{٢} - ٣\,\text{ن})}{٦\times١٢}$$

$$١٨٦٧,٥ = ١٠٠\,\text{ن} + ٠,٢٥\,\text{ن}^{٢} - ٠,٧٥\,\text{ن}$$

$$١٠٠\,\text{ن} + ٠,٢٥\,\text{ن}^{٢} - ٠,٧٥\,\text{ن} - ١٨٦٧,٥ = \text{صفر}$$

$$٠,٢٥\,\text{ن}^{٢} + ٩٩,٢٥\,\text{ن} - ١٨٦٧,٥ = \text{صفر}$$

ويتم حل معادلة الدرجة الثانية السابقة باستخدام القانون التالى :-

$$\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ \times أ \times جـ}}{٢أ}$$

حيث أن :-

أ = ٠,٢٥ ، ب = ٩٩,٢٥ ، جـ = - ١٨٦٧,٥

$$ن = \frac{-٩٩,٢٥ \pm \sqrt{(٩٩,٢٥)^{٢} - ٤ \times ٠,٢٥ \times (-١٨٦٧,٥)}}{٢ \times ٠,٢٥}$$

$$ن = \frac{-٩٩,٢٥ \pm \sqrt{١١٧١٨.٠٦٢٥}}{٠,٥}$$

$$ن = \frac{-٩٩,٢٥ \pm ١٠٨.٢٥}{٠,٥}$$

$$\therefore ن = \frac{-٩٩,٢٥ + ١٠٨,٢٥}{٠,٥} = \frac{٩}{٠,٥}$$

∴ ن { مدة الدفعات } = ١٨ شهرا

$$\therefore \text{عدد الدفعات} = \frac{ن}{٣} = \frac{١٨}{٣} = ٦ \text{ دفعات}$$

مثال [٩] :-

يودع شخص فى بنك مصر أول كل شهر من شهور عام ١٩٩٠ مبلغ ١٠٠ جنيه ، كما يقوم بسحب مبلغ ٥٠ جنيه فى نهاية كل شهر من شهور نفس العام ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ٨٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد رصيد هذا الشخص فى نهاية العام ؟

الحــل

أولا :- بالنسبة للإيداعات

جملة دفعات الإيداع = م × د + م × ع × مجموع مدد الاستثمار

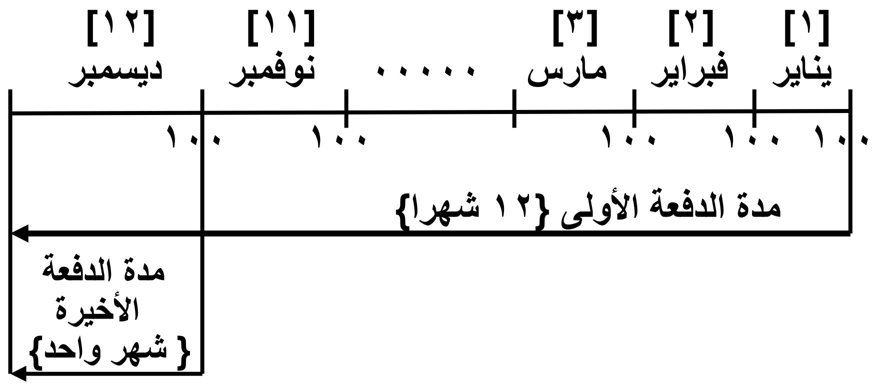
مجموع المدد= $\frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$ { مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة }

عدد الدفعات = ١٢ دفعة

مدة الدفعة الأولى = ١٢ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ١ شهر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الاستثمار = (١٢ / ٢) { ١٢ + ١ } = ٧٨ شهرا ٠

جـ = ١٠٠ × ١٢ + ١٠٠ × (٨ / ١٠٠) × (٧٨ / ١٢)

جـ = ١٢٠٠ + ٥٢ = ١٢٥٢ جنيه ٠

∴ جملة الإيداعات = ١٢٥٢ جنيه ٠

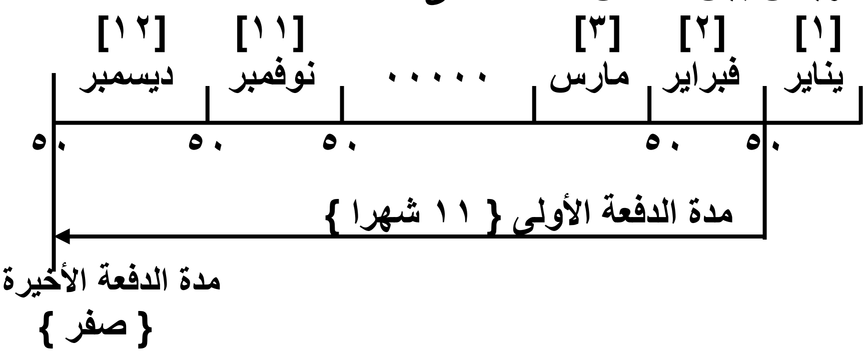
ثانيا :- بالنسبة للمسحوبات

جملة دفعات السحب = م × د + م × ع × مجموع مدد السحب

مجموع المدد= (عدد الدفعات / ٢) { مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة }

عدد الدفعات = ١٢ دفعة
مدة الدفعة الأولى = ١١ شهرا
مدة الدفعة الأخيرة = صفر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد السحب = $\frac{١٢}{٢}$ { ١١ + ٠ } = ٦٦ شهرا ٠

جـ = ٥٠ × ١٢ + ٥٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ × $\frac{٦٦}{١٢}$

جـ = ٦٠٠ + ٢٢ = ٦٢٢ جنيه ٠

∴ جملة المسحوبات = ٦٢٢ جنيه

∴ الرصيد فى نهاية عام١٩٩٠ = جملة الإيداعات – جملة المسحوبات
= ١٢٥٢ – ٦٢٢ = ٦٣٠ جنيه

مثال [١٠] :-

يقوم شخص بإيداع مبلغ ٥٠٠ جنيه أول كل شهر من الشهور الستة الأولى ، كما يقوم بإيداع مبلغ ١٠٠٠ جنيه آخر كل شهر من الشهور الستة التالية ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المشترك هو ٦٪ سنويا ، فأوجد رصيد هذا الشخص فى نهاية سنة ونصف ؟

الحـــل

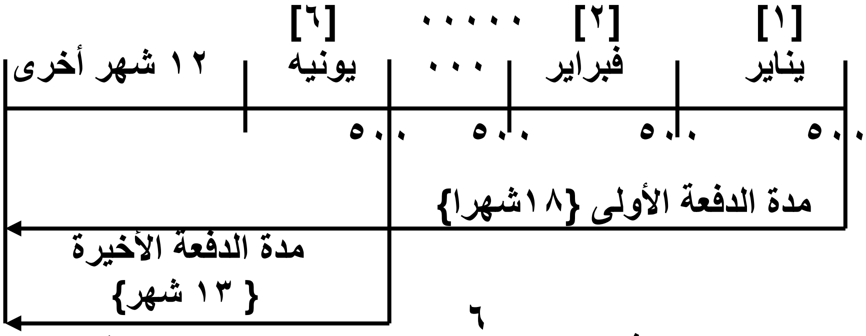
أولا :- بالنسبة للإيداعات الأولى { ٥٠٠ جنيه}

جملة الدفعات = م × ن + م × ع × مجموع مدد الاستثمار

مجموع المدد= $\frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$ { مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة }

عدد الدفعات = ٦ دفعات
مدة الدفعة الأولى = ١٨ شهرا
مدة الدفعة الأخيرة = ١٣ شهر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الاستثمار = $\frac{٦}{٢}$ { ١٨ + ١٣ } = ٩٣ شهرا

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الاستثمار

= ٥٠٠ × ٦ + ٥٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{٩٣}{١٢}$

= ٣٠٠٠ + ٢٣٢,٥

∴ جملة الدفعات الأولى = ٣٢٣٢,٥ جنيه

ثانيا :- بالنسبة للإيداعات الثانية { ١٠٠٠ جنيه}

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الاستثمار

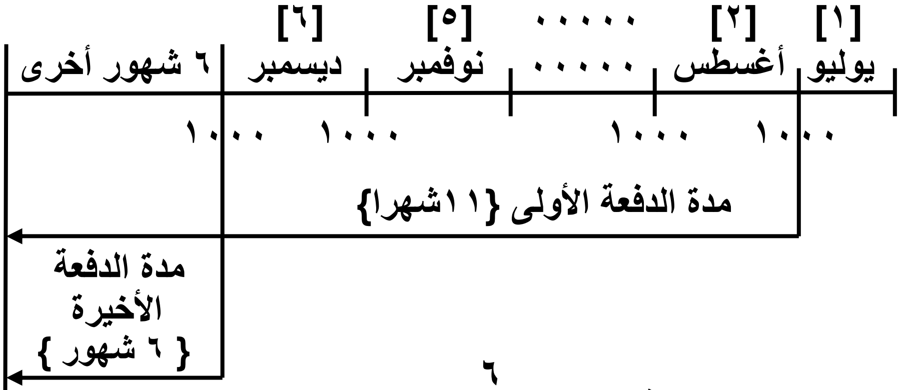
مجموع المدد= $\frac{\text{عدد الدفعات}}{٢}$ { مدة الدفعة الأولى+مدة الدفعة الأخيرة }

عدد الدفعات = ٦ دفعة

مدة الدفعة الأولى =١١ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ٦ شهور

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الاستثمار = $\frac{٦}{٢}$ { ١١ + ٦ } = ٥١ شهرا

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الاستثمار

= ١٠٠٠ × ٦ + ١٠٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{٥١}{١٢}$

= ٦٠٠٠ + ٢٥٥

∴ جملة الدفعات الثانية = ٦٢٥٥ جنيه

الرصيد فى نهاية العام = جملة الدفعات الأولى + جملة الدفعات الثانية

= ٣٢٣٢,٥ + ٦٢٥٥ = ٩٤٨٧,٥ جنيه

تمارين الباب الثانى

١- يودع شخص ٢٠٠ جنيه كل شهر فى بنك مصر لمدة سنة ، بمعدل فائدة بسيطة ١٢٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق له نهاية السنة ، وذلك إذا كان الإيداع يتم :-
١- أول كل شهر .
٢- آخر كل شهر .
٣- فى منتصف كل شهر .

٢- يودع شخص ٢٠٠ جنيه شهريا فى بنك مصر ولمدة سنة ونصف ، فإذا كان معدل الفائدة ١٢٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق له نهاية المدة ومجموع الفوائد التى حصل عليها ، وذلك إذا كانت :-
١- الدفعة فورية .
٢- الدفعة عادية .

٣- يودع شخص فى بنك مصر دفعة متساوية آخر كل شهر لمدة ٦ شهور قيمة كل منها ٢٠٠ جنيه ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ٨٪ سنويا ، فأوجد جملة المستحق لهذا الشخص فى نهاية سنة كاملة ؟

٤- يودع شخص فى بنك مصر ٢٠٠ جنيه كل شهرين ولمدة سنة ونصف ، فإذا كان معدل الفائدة ٨٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق له نهاية المدة ومجموع الفوائد التى حصل عليها ؟

٥- يودع شخص فى بنك مصر دفعة متساوية قيمتها ٢٠٠جنيه أول ومنتصف كل شهر من نصف السنة الأول ، كما يودع دفعة متساوية قيمتها ١٠٠ جنيه آخر كل شهر من نصف السنة الثانى ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المشترك هو ١٢٪ سنويا ، فأوجد رصيد هذا الشخص فى نهاية العام ؟

٦- يودع شخص فى بنك مصر دفعة قيمتها ٢٠٠ جنيه تدفع كل ٣ شهور ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ٨٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق لهذا الشخص قبل سداد الدفعة السادسة مباشرة .
١- إذا كانت الدفعة فورية .
٢- إذا كانت الدفعة عادية .

٧- يودع شخص فى بنك مصر أول ومنتصف كل شهر دفعة متساوية وذلك لمدة عام كامل ، فبلغ رصيده فى نهاية العام ٥٠٠٠ جنيها ، فإذا كان معدل الفائدة ٨٪ سنويا ، أوجد مقدار الدفعة ؟

٨- يودع شخص فى بنك مصر دفعة قيمتها ٦٠٠ جنيه آخر كل شهر ٣ شهور ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ١٢٪ سنويا ، وبلغ رصيد هذا الشخص فى نهاية المدة ٣٨٧٠ جنيها ، فأوجد مدة دفعات الإيداع وكذلك عدد دفعاتها ؟

٩- يودع شخص فى بنك مصر أول كل شهر من شهور عام ١٩٩٠ مبلغ ٢٠٠ جنيه ، كما يقوم بسحب مبلغ ١٠٠ جنيه فى نهاية كل شهر من شهور نفس العام ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ١٢٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد رصيد هذا الشخص فى نهاية العام ؟

١٠- يقوم شخص بإيداع مبلغ ١٠٠ جنيه أول كل شهر من الشهور الستة الأولى ، كما يقوم بإيداع مبلغ ٢٠٠ جنيه آخر كل شهر من الشهور الستة التالية ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المشترك هو ٨٪ سنويا ، فأوجد رصيد هذا الشخص فى نهاية سنة ونصف ؟

١١- يودع شخص فى بنك مصر أول كل شهر من شهور عام ١٩٩٠ مبلغا معينا ، كما يقوم بإيداع ضعف هذا المبلغ فى منتصف كل شهر من شهور نفس العام ، فبلغ رصيده فى نهاية العام ١٨٥٥.٥ جنيها ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المشترك هو ٦٪ سنويا ، فأوجد مقدار المبلغ الذى تم إيداعه فى أول ومنتصف كل شهر ؟

١٢- يودع شخص مبلغ ٥٠ جنيه أول ومنتصف كل شهر من الشهور الستة الأولى ، كما يقوم بإيداع مبلغ ١٠٠ جنيه أول ومنتصف كل شهر من الشهور الستة التالية ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المشترك هو ٨٪ سنويا ، فأوجد رصيد هذا الشخص فى نهاية سنة ونصف ؟

الباب الثالث

خصم الديون قصيرة الأجل

خصم الديون

عندما يقوم الدائن بتقديم الأوراق التجارية [الكمبيالات والسندات الإذنية] إلى البنك للحصول على قيمتها نقدا قبل ميعاد استحقاقها ، فان البنك يقوم بخصم مبلغ معين نظير دفع قيمة هذه الأوراق قبل ميعادها ، وتسمى هذه العملية بخصم الديون أو قطعها ، وبناءا على ذلك فإن المقصود بخصم الديون هو سداد الديون قبل ميعاد استحقاقها .

أولا :- الخصم التجارى

الخصم التجارى هو فائدة القيمة الاسمية { جـ } ، ويمكن إيجاد قيمته باستخدام العلاقة التالية :-

$$خ_ت = جـ \times ع \times ن$$

حيث أن :-

- الخصم التجارى { $خ_ت$ } .
- القيمة الاسمية { جـ } .
- معدل الخصم { ع } .
- مدة الخصم أو القطع { ن } .

كما أننا سوف نرمز للقيمة الحالية التجارية بالرمز { $ح_ت$ } ، وبالتالى يمكن إيجادها كما يلى :-

القيمة الحالية التجارية = القيمة الاسمية ـ الخصم التجارى

$$ح_ت = جـ - خ_ت$$

أى أن :-

$$ح_ت = جـ - جـ × ع × ن$$

$$= جـ [١ - ع × ن]$$

مثال [١] :-

قطع تاجر كمبيالة لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ١٠٠٠ جنيه فى ٢٣ أبريل سنة ١٩٩٠ تستحق الدفع فى ٢٧ أغسطس من نفس العام ، فإذا كان معدل الخصم ٨٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

١- الخصم التجارى ٠

٢- القيمة الحالية التجارية ٠

الحــل

أبريل مايو يونيه يوليو أغسطس

مدة الخصم = ٧ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٢٧ = ١٢٦ يوما

أولا :- ايجاد الخصم التجارى

$$خ_ت = جـ × ع × ن$$

$$= ١٠٠٠ × \frac{٨}{١٠٠} × \frac{١٢٦}{٣٦٠}$$

= ٢٨ جنيها

ثانيا :- ايجاد القيمة الحالية التجارية

$$ح_ت = جـ - خ_ت$$

= ١٠٠٠ ـ ٢٨ = ٩٧٢ جنيها

ويمكن استخدام طريقة أخرى للحل كما يلى :-

أولا :- ايجاد القيمة الحالية التجارية

$$\text{ح}_{\text{ت}} = \text{جـ} - \text{خ}_{\text{ت}}$$

$$= \text{جـ} - \text{جـ} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$= \text{جـ} [١ - \text{ع} \times \text{ن}]$$

$$= ١٠٠٠ \left[١ - \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١٢٦}{٣٦٠} \right]$$

$$= ١٠٠٠ [١ - ٠,٠٢٨]$$

$$= ١٠٠٠ \times ٠,٩٧٢ = ٩٧٢ \text{ جنيها}$$

ثانيا :- ايجاد الخصم التجارى

$$\text{خ}_{\text{ت}} = \text{جـ} - \text{ح}_{\text{ت}}$$

$$= ١٠٠٠ - ٩٧٢ = ٢٨ \text{ جنيها}$$

مثال [٢] :-

قطع تاجر كمبيالة لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ١٢٠٠جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور ، فإذا كانت القيمة الحالية ١١٢٨ جنيه ، فما هو معدل الخصم ؟

الحــل

يجب أن تتذكر انه فى حالة عدم ذكر نوع الخصم ، فأننا نعتبر أن المطلوب هو إيجاد الخصم التجارى الذى جرى العرف على استخدامه فى البنوك عند قطع الأوراق التجارية ٠

∴ $خ_ت$ = جـ - $ح_ت$

= ١٢٠٠ - ١١٢٨ = ٧٢

∵ $خ_ت$ = جـ × ع × ن

$٧٢ = ١٢٠٠ \times ع \times \frac{٩}{١٢}$

٧٢ = ٩٠٠ ع

∴ $ع = \frac{٧٢}{٩٠٠} = ٠,٠٨ \times ١٠٠ = ٨\%$

حل آخر

∵ $ح_ت$ = جـ [١ - ع × ن]

$١١٢٨ = ١٢٠٠ \left[١ - ع \times \frac{٩}{١٢} \right]$

١١٢٨ = ١٢٠٠ — ٩٠٠ ع

٩٠٠ ع = ١٢٠٠ — ١١٢٨

٩٠٠ ع = ٧٢

∴ $ع = \frac{٧٢}{٩٠٠} = ٠,٠٨ \times ١٠٠ = ٨\%$

ثانيا :- الخصم الصحيح

الخصم الصحيح هو فائدة القيمة الحالية الصحيحة{$ح_ص$}، والجدير بالذكر أننا لو استثمرنا القيمة الحالية الصحيحة طوال مدة الخصم أو القطع [وهى المدة من تاريخ التسوية أو تاريخ تقديم الأوراق التجارية للقطع حتى تاريخ الاستحقاق] وبمعدل خصم متفق عليه فان جملتها تصبح مساوية للقيمة الاسمية{جـ}يمكن إيجاد قيمتها باستخدام العلاقة التالية :-

$$جـ = ح_ص [١ + ع × ن]$$

$$\therefore ح_ص = \frac{جـ}{١ + ع × ن}$$

حيث أن :-

- القيمة الحالية الصحيحة { $ح_ص$ } .
- القيمة الاسمية { جـ } .
- معدل الخصم { ع } .
- مدة الخصم أو القطع { ن } .

كما أننا سوف نرمز للخصم الصحيح بالرمز { $خ_ص$ } ، وبالتالى يمكن إيجاده كما يلى :-

الخصم الصحيح = القيمة الاسمية _ القيمة الحالية الصحيحة

$$خ_ص = جـ - ح_ص$$

أى أن :-

الخصم الصحيح { $\text{خ}_{\text{ص}}$ } = جـ - $\text{ح}_{\text{ص}}$

$$= \text{جـ} - \frac{\text{جـ}}{1 + \text{ع} \times \text{ن}}$$

$$= \text{جـ} \left\{ 1 - \frac{1}{1 + \text{ع} \times \text{ن}} \right\}$$

$$\therefore \quad \text{خ}_{\text{ص}} = \text{جـ} \times \frac{\text{ع} \times \text{ن}}{1 + \text{ع} \times \text{ن}}$$

مثال [٣] :-

قطع تاجر كمبيالة لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ٥٠٠٠ جنيه فى ١٠ فبراير سنة ١٩٩٢ تستحق الدفع فى ٢٢ مايو من نفس العام ، فإذا علمت أن معدل الخصم ٦٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

١- الخصم الصحيح ٠

٢- القيمة الحالية الصحيحة ٠

الحــل

فبراير مارس أبريل مايو

مدة الخصم = ١٩ + ٣١ + ٣٠ + ٢٢ = ١٠٢ يوما

<u>أولا :- ايجاد الخصم الصحيح</u>

$$\because \quad \text{خ}_{\text{ص}} = \text{جـ} \times \frac{\text{ع} \times \text{ن}}{1 + \text{ع} \times \text{ن}}$$

$$\therefore\ ص^{خ} = ٥٠٠٠ \times \frac{\frac{٦}{١٠٠} \times \frac{١٠٢}{٣٦٠}}{١ + \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{١٠٢}{٣٦٠}}$$

$$= ٥٠٠٠ \times \frac{٠,٠١٧}{١,٠١٧}$$

= ٨٣,٥٧٩ جنيها

ثانيا :- ايجاد القيمة الحالية الصحيحة

$$ص^{ح} = جـ - ص^{خ}$$

= ٥٠٠٠ ـ ٨٣,٥٧٩ = ٤٩١٦,٤٢١ جنيها

ويمكن استخدام طريقة أخرى للحل كما يلى :-

أولا :- ايجاد القيمة الحالية الصحيحة

$$\therefore\ ص^{ح} = \frac{جـ}{١ + ع \times ن}$$

$$ص^{ح} = \frac{٥٠٠٠}{١ + \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{١٠٢}{٣٦٠}}$$

$$= \frac{٥٠٠٠}{١,٠١٧}$$

= ٤٩١٦,٤٢١ جنيها

ثانيا :- ايجاد الخصم الصحيح

$خ_ص = جـ - ح_ص$

= ٥٠٠٠ – ٤٩١٦,٤٢١ = ٨٣,٥٧٩ جنيها

مثال [٤] :-

قدم تاجر كمبيالة للخصم لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ٨٠٠٠ جنيه وتستحق بعد ٦٠ يوما ، فإذا كان معدل الخصم ٦٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

١- الخصم التجارى والقيمة الحالية التجارية ٠

٢- الخصم الصحيح والقيمة الحالية الصحيحة ٠

الحـــل

أولا :- إيجاد الخصم التجارى والقيمة الحالية التجارية

- إيجاد الخصم التجارى

$خ_ت = جـ \times ع \times ن$

$= ٨٠٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠}$

= ٨٠ جنيها

- إيجاد القيمة الحالية التجارية

$ح_ت = جـ - خ_ت$

= ٨٠٠٠ - ٨٠ = ٧٩٢٠ جنيها

ويمكن استخدام طريقة أخرى للحل كما يلى :-

□ **إيجاد القيمة الحالية التجارية**

$$\text{ح}_{\text{ت}} = \text{جـ} - \text{خ}_{\text{ت}}$$

$$= \text{جـ} - \text{جـ} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$= \text{جـ} [\ ١ - \text{ع} \times \text{ن}\ ]$$

$$= ٨٠٠٠ \left[\ ١ - \frac{}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠}\ \right]$$

$$= ٨٠٠٠ [\ ١ - ٠,٠١\ ]$$

$$= ٨٠٠٠ \times ٠,٩٩ = ٧٩٢٠ \text{ جنيها}$$

□ **إيجاد الخصم التجارى**

$$\text{خ}_{\text{ت}} = \text{جـ} - \text{ح}_{\text{ت}}$$

$$= ١٠٠٠ - ٧٩٢٠ = ٨٠ \text{ جنيها}$$

ثانيا :- إيجاد الخصم الصحيح والقيمة الحالية الصحيحة

□ **إيجاد الخصم الصحيح**

$$\because \quad \text{خ}_{\text{ص}} = \text{جـ} \times \frac{\text{ع} \times \text{ن}}{١ + \text{ع} \times \text{ن}}$$

$$\therefore \quad \text{خ}_{\text{ص}} = ٨٠٠٠ \times \frac{\frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠}}{١ + \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠}}$$

$$= ٨٠٠٠ \times \frac{٠,٠١}{١,٠١} = ٧٩,٢٠٨ \text{ جنيها}$$

- **إيجاد القيمة الحالية الصحيحة**

$$ص^{ح} = جـ - ص^{خ}$$

= ٨٠٠٠ – ٧٩,٢٠٨ = ٧٩٢٠,٧٩٢ جنيها

ويمكن استخدام طريقة أخرى للحل كما يلى :-

- **إيجاد القيمة الحالية الصحيحة**

$$\because ص^{ح} = \frac{جـ}{١ + ع \times ن}$$

$$ص^{ح} = \frac{٨٠٠٠}{١ + \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠}}$$

$$= \frac{٨٠٠٠}{١,٠١}$$

= ٧٩٢٠,٧٩٢ جنيها

- **إيجاد الخصم الصحيح**

$$ص^{خ} = جـ - ص^{ح}$$

= ٨٠٠٠ – ٧٩٢٠,٧٩٢ = ٧٩,٢٠٨ جنيها

العلاقة بين الخصم التجارى والخصم الصحيح

حيث أن :-

$خ_ت = جـ \times ع \times ن$ ،

$خ_ص = ح_ص \times ع \times ن$

وبقسمة الخصم التجارى على الخصم الصحيح نجد أن :-

$$\frac{خ_ت}{خ_ص} = \frac{جـ \times ع \times ن}{ح_ص \times ع \times ن}$$

$$\frac{خ_ت}{خ_ص} = \frac{جـ}{ح_ص} = \frac{\text{القيمة الاسمية}}{\text{القيمة الحالية الصحيحة}}$$

$$\because ح_ص = \frac{جـ}{1 + ع \times ن}$$

$$\therefore \frac{خ_ت}{خ_ص} = \frac{جـ}{\frac{جـ}{1 + ع \times ن}}$$

$$\therefore \quad \frac{خ_{ت}}{خ_{ص}} = (1 + ع \times ن)$$

ومن ثم يمكننا استنتاج الخصم التجارى بمعلومية الخصم الصحيح والمعدل والمدة ، حيث انه يمثل جملة الخصم الصحيح كما يلى :-

$$خ_{ت} = خ_{ص}\ (1 + ع \times ن)$$

كما يمكننا استنتاج الخصم الصحيح بمعلومية الخصم التجارى والمعدل والمدة ، حيث انه يمثل القيمة الحالية للخصم التجارى كما يلى :-

$$خ_{ص} = \frac{خ_{ت}}{(1 + ع \times ن)}$$

مثال [٥] :-

دين يستحق الدفع بعد ٦٠ يوما ، فإذا علمت أن الخصم التجارى لهذا الدين قد بلغ ٨٠ جنيها بمعدل خصم ٦٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

١- الخصم الصحيح ٠

٢- القيمة الاسمية لهذا الدين ٠

الحــل

أولا :- إيجاد الخصم الصحيح

$$\because \quad خ_{ت} = خ_{ص}\ (1 + ع \times ن)$$

فان الخصم الصحيح بمعلومية الخصم التجارى والمعدل والمدة ، يتم إيجاده كما يلى :-

$$\therefore \quad \text{خ}_{\text{ص}} = \frac{\text{خ}_{\text{ت}}}{(\text{١} + \text{ع} \times \text{ن})}$$

$$\text{خ}_{\text{ص}} = \frac{\text{٨٠}}{\text{١} + \frac{\text{٦}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{٦٠}}{\text{٣٦٠}}}$$

$$= \frac{\text{٨٠}}{\text{١,٠١}}$$

= ٧٩,٢٠٨ جنيها

ثانيا :- إيجاد القيمة الاسمية للدين

$$\because \quad \text{خ}_{\text{ت}} = \text{جـ} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$\therefore \quad \text{جـ} = \frac{\text{خ}_{\text{ت}}}{\text{ع} \times \text{ن}}$$

$$= \frac{\text{٨٠}}{\frac{\text{٦}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{٦٠}}{\text{٣٦٠}}}$$

$$= \frac{\text{٨٠}}{\text{٠,٠١}}$$

∴ جـ { القيمة الاسمية للدين } = ٨٠٠٠ جنيها

الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح

$خ_ت - خ_ص$ = فائدة القيمة الاسمية - فائدة القيمة الحالية الصحيحة

$$= جـ \times ع \times ن - ح_ص \times ع \times ن$$

$$= ع \times ن \; (جـ - ح_ص)$$

∴ الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح $= خ_ص \times ع \times ن$

أى أن الفرق بين الخصمين التجارى والصحيح هو فائدة الخصم الصحيح ٠

كما انه يمكن التوصل إلى الفرق الخصم التجارى والخصم الصحيح بطريقة أخرى كما يلى :-

$$خ_ت - خ_ص = خ_ت - \frac{خ_ت}{(١ + ع \times ن)}$$

$$خ_ت - خ_ص = خ_ت \left\{ ١ - \frac{١}{(١ + ع \times ن)} \right\}$$

$$خ_ت - خ_ص = خ_ت \left\{ \frac{١ + ع \times ن - ١}{(١ + ع \times ن)} \right\}$$

$$خ_{ت} - خ_{ص} = خ_{ت} \left\{ \frac{ع \times ن}{(١ + ع \times ن)} \right\}$$

$\because$ $خ_{ت} = جـ \times ع \times ن$

وبالتعويض عن قيمة $خ_{ت}$ فنجد أن :-

$$خ_{ت} - خ_{ص} = جـ \times ع \times ن \left\{ \frac{ع \times ن}{(١ + ع \times ن)} \right\}$$

الفرق بين الخصم التجارى والصحيح$\{خ_{ت} - خ_{ص}\} = \frac{جـ \times ع^{٢} \times ن^{٢}}{(١ + ع \times ن)}$

مثال [٦] :-

إذا كان الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح لدين يستحق الدفع بعد ٦٠ يوما هو ٤ جنيهات ، فإذا علمت معدل الخصم ١٢٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

١- الخصم التجارى والخصم الصحيح٠

٢- القيمة الاسمية لهذا الدين ٠

الحــل

أولا :- إيجاد الخصم التجارى والخصم الصحيح

$\because$ $خ_{ت} - خ_{ص} = خ_{ص} \times ع \times ن$

$$خ_ص = \frac{خ_ت - خ_ص}{ع \times ن}$$

$$= \frac{}{\frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠}}$$

$$= \frac{٤}{٠,٠٢}$$

= ٢٠٠ جنيها

∴ الخصم التجارى { $خ_ت$ } = ٢٠٠ + ٤ = ٢٠٤ جنيها

ثانيا :- إيجاد القيمة الاسمية للدين

∵ $خ_ت$ = جـ × ع × ن

∴ جـ = $\frac{خ_ت}{ع \times ن}$

$$= \frac{٢٠٤}{\frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠}}$$

$$= \frac{٢٠٤}{٠,٠٢}$$

∴ جـ { القيمة الاسمية للدين } = ١٠٢٠٠ جنيها

الأجـــــيو

إذا قدم الدائن كمبيالـة أو سند أذنـى إلـى أحد البنـوك للحصول علـى قيمتهـا نقـدا قبـل ميعـاد اسـتحقاقها ، فـان البنـك يحـل محـل الـدائن فـى الحصول علـى القيمـة الاسمية للورقـة التجاريـة مـن المـدين فـى تـاريخ استحقاقها ، فى نظير أن يقوم بخصم مبلـغ معين مـن الدائن نظير دفـع قيمة هذه الورقة قبل ميعاد استحقاقها ، هذا بالإضافة إلى الحصول على عمولـة معينـة متفق عليهـا من القيمـة الاسمية وتسمى عمولـة البنـك ، وكـذلك مـصروفات تحـصيل علـى القيمـة الاسـمية للورقـة التجاريـة ولا تدخل المدة أو معدل الخصم فى الاعتبـار ، والجدير بالذكر أن قيمـة كل من عمولة البنك ومصاريف التحصيل تحسب كنسبة مئوية من القيمـة الاسمية للورقـة التجاريـة ، وبنـاءا علـى ذلـك فـإن مـصاريف الخصم أو الأجيو تتكون من الخصم التجارى وعمولة البنك ومصاريف التحصيل ٠
وبالتالى يتم حساب ما يلى :-

١- الأجيو={ الخصم التجارى + عمولة البنك + مصاريف التحصيل }

٢- صافى القطع[صافى قيمة الورقة التجارية] = القيمة الاسمية - الأجيو

٣- معدل الخصم الإجمالى السنوى= $\frac{\text{الأجيو}}{\text{القيمة الاسمية[جـ]} \times \text{المدة[ن]}}$

مثال [٧] :-

فـى أول فبرايـر سـنة ١٩٩٠ حـرر ت كمبيالـة بقيمـة اسـمية ٥٠٠٠ جنيـه تـستحق الـدفع فـى ٢٧ أغـسطس مـن نفـس العـام ، وفـى ٢٣ أبريـل مـن نفس العام وقبل ميعاد استحقاق الكمبيالـة قدمت للقطـع لـدى بنـك مـصر ، فـإذا علمـت أن معـدل الخـصم ٦٪ سـنويا ، ويتقاضى البنك عمولة بواقع ٤ فى الألف ، ومصاريف تحصيل ٠,٥ فى الألف بحد ادنـى ٢٥ جنيها ، كما أن البنـك يضيف يوم مهلـة للسداد ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

١- صافى قيمة الكمبيالة ٠

٢- معدل الخصم الإجمالى السنوى ٠

الحــل

تاريخ تحرير	تاريخ القطع [الخصم]	تاريخ الاستحقاق
١٩٩٠/٢/١	١٩٩٠/٤/٢٣	١٩٩٠/٨/٢٧

مدة الخصم

أبريل مايو يونيه يوليو أغسطس {يوم مهلة}

مدة الخصم = ٧ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٢٧ + ١ = ١٢٧يوما

- إيجاد الخصم التجارى

$$خ_ت = جـ \times ع \times ن_1$$

$$= ٥٠٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{١٢٧}{٣٦٠}$$

= ١٠٥,٨٣٣ جنيها

- إيجاد عمولة البنك

عمولة البنك = $٥٠٠٠ \times \frac{٤}{١٠٠٠}$ = ٢٠ جنيه

- إيجاد مصاريف التحصيل

م. التحصيل = $٥٠٠٠ \times \frac{٥}{١٠٠٠٠}$ = ~~٢~~,٥ جنيه

= ٢٥ جنيه

- إيجاد الأجيو

الأجيو={ الخصم التجارى + عمولة البنك + مصاريف التحصيل }

= ١٠٥,٨٣٣ + ٢٠ + ٢٥ = ١٥٠,٨٣٣ جنيها

- إيجاد صافى قيمة الكمبيالة

صافى القطع [صافى قيمة الكمبيالة] = القيمة الاسمية - الأجيو

= ٥٠٠٠ – ١٥٠,٨٣٣ = ٤٨٤٩,١٦٧ جنيها

❑ إيجاد معدل الخصم الإجمالى السنوى

لحساب معدل الخصم الإجمالى السنوى يجب أن تلاحظ انه يحسب على أساس مدة الخصم قبل إضافة يوم المهلة ويتم حسابه كما يلى :-

$$\text{معدل الخصم الإجمالى السنوى} = \frac{\text{الأجيو}}{\text{القيمة الاسمية[جـ]} \times \text{المدة[ن]}}$$

$$\text{معدل الخصم الإجمالى السنوى} = \frac{١٥٠,٨٣٣}{٥٠٠٠ \times \frac{١٢٦}{٣٦٠}}$$

$$= ٠,٠٨٦١٩ \times ١٠٠ = ٨,٦١٩\%$$

تمارين الباب الثالث

١- قطع تاجر كمبيالة لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ٥٠٠٠ جنيه فى ١٠ أبريل سنة ١٩٩٠ تستحق الدفع فى ٨ أغسطس من نفس العام ، فإذا كان معدل الخصم ٩٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

١- الخصم التجارى ٠ ٢- القيمة الحالية التجارية ٠

٢- قطع تاجر كمبيالة لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٨ شهور ، فإذا كانت القيمة الحالية لهذه الكمبيالة ٢٨٤٠ جنيه ، فما هو معدل الخصم ؟

٣- قطع تاجر كمبيالة لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ٨٠٠٠ جنيه فى ٥ فبراير سنة ١٩٩٦ تستحق الدفع فى ٥ مايو من نفس العام ، فإذا علمت أن معدل الخصم ٨٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

١- الخصم الصحيح ٠ ٢- القيمة الحالية الصحيحة ٠

٤- قدم تاجر كمبيالة للخصم لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ٥٠٠٠ جنيه وتستحق بعد ٩٠ يوما ، فإذا كان معدل الخصم ٨٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

١- الخصم التجارى والقيمة الحالية التجارية ٠

٢- الخصم الصحيح والقيمة الحالية الصحيحة ٠

٥- دين يستحق الدفع بعد ٩٠ يوما ، فإذا علمت أن الخصم التجارى لهذا الدين قد بلغ ١٠٠ جنيها بمعدل خصم ٨٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-
١- الخصم الصحيح ٠
٢- القيمة الاسمية لهذا الدين ٠

٦- إذا كان الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح لدين يستحق الدفع بعد ٩٠ يوما هو ٥ جنيهات ، فإذا علمت معدل الخصم ١٠٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-
١- الخصم التجارى والخصم الصحيح٠
٢- القيمة الاسمية لهذا الدين ٠

٧- فى أول مارس سنة ١٩٩١ حرر ت كمبيالة بقيمة اسمية ٨٠٠٠ جنيه تستحق الدفع فى ٢٧ سبتمبر من نفس العام ، وفى ٢٢ مايو من نفس العام وقبل ميعاد استحقاق الكمبيالة قدمت للقطع لدى بنك مصر ، فإذا علمت أن معدل الخصم ٨٪ سنويا ، ويتقاضى البنك عمولة بواقع ٥ فى الألف ، ومصاريف تحصيل ٠,٥ فى الألف بحد ادنى ٢٥ جنيها ، كما أن البنك يضيف يوم مهلة للسداد ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-
١- صافى قيمة الكمبيالة ٠
٢- معدل الخصم الإجمالى السنوى ٠

الباب الرابع

تسوية الديون قصيرة الأجل

تسوية الديون

تسوية الديون قصيرة الأجل يقصد بها اتفاق المدين مع الدائن على استبدال الديون القديمة بديون جديدة ، وبالتالى فان تسوية الديون قصيرة الأجل هى اتفاق كل من المدين والدائن على الطريقة التى يقوم المدين بموجبها باستبدال الديون القديمة الأصلية أو جزء منها بدين أو ديون أخرى جديدة بدلا من سداد المدين للديون القديمة فى ميعاد استحقاقها ، والقاعدة العامة لتسوية الديون قصيرة الأجل هى استخدام معادلة القيمة التى تساوى قيمة الديون القديمة فى تاريخ محدد يسمى تاريخ التسوية بقيمة الديون الجديدة فى نفس التاريخ ، وبالتالى تكون القاعدة العامة كما يلى :-

قيمة الديون القديمة فى تاريخ التسوية = قيمة الديون الجديدة فى تاريخ التسوية

والجدير بالذكر أن قيمة الدين تحسب على أنها جملة مبلغ الدين إذا كان تاريخ التسوية بعد تاريخ استحقاق الدين الأصلى ، كما أن قيمة الدين تحسب على أنها القيمة الحالية لمبلغ الدين إذا كان تاريخ التسوية قبل تاريخ استحقاق الدين الأصلى ، كما أن قيمة الدين تساوى نفس قيمة مبلغ الدين إذا كان تاريخ التسوية هو نفس تاريخ استحقاق الدين الأصلى ، ويجب أن تحسب القيمة الحالية فى تاريخ التسوية على أساس الخصم التجارى ما لم ينص على خلاف ذلك .

✍ مثال [١] :-

شخص مدين بالمبالغ الآتية :-

٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور ٠

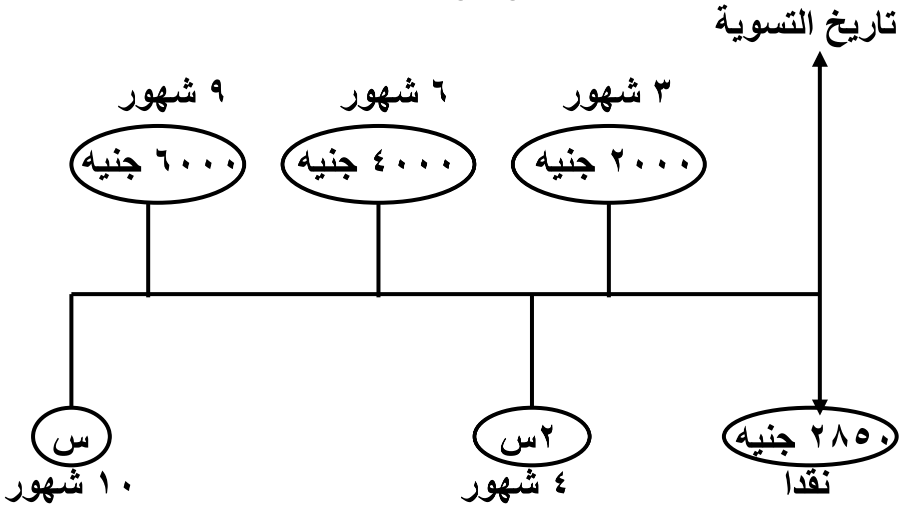
٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور ٠

٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور ٠

وقد اتفق مع الدائن على أن يدفع فورا مبلغ ٢٨٥٠ جنيه ، ويحرر بالباقى كمبيالتين جديدتين القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى ضعف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق الدفع بعد ٤ شهور ، والثانية بعد ١٠ شهور ، احسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة جديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ٦٪ سنويا ٠

الحـــل

نفرض أن القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية هى س ، وبالتالى فان القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى هى ٢س ٠



∵ قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

أولا :- إيجاد قيمة الديون القديمة

❑ قيمة الدين الأول = ٢٠٠٠ [١ - $\frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢}$]

= ٢٠٠٠[١ - ٠,٠١٥]

= ٢٠٠٠ × ٠,٩٨٥

= ١٩٧٠ جنيه

❑ قيمة الدين الثانى = ٤٠٠٠ [١ - $\frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢}$]

= ٤٠٠٠[١ – ٠,٠٣]

= ٤٠٠٠ × ٠,٩٧

= ٣٨٨٠ جنيه

❑ قيمة الدين الثالث = ٦٠٠٠ [١ - $\frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢}$]

= ٦٠٠٠ [١ – ٠,٠٤٥]

= ٦٠٠٠ × ٠,٩٥٥

= ٥٧٣٠ جنيه

∴ قيمة الديون القديمة =١٩٧٠+٣٨٨٠+٥٧٣٠ = ١١٥٨٠ جنيه

ثانيا :- إيجاد قيمة الديون الجديدة

قيمة الدين الأول = ٢٨٥٠ جنيه

قيمة الدين الثانى = ٢س $\left[١ - \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٤}{١٢} \right]$

= ٢س [١ – ٠,٠٢]
= ٢س × ٠,٩٨
= ١,٩٦ س

قيمة الدين الثالث = س $\left[١ - \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{١٠}{١٢} \right]$

= س [١ – ٠,٠٥]
= س × ٠,٩٥
= ٠,٩٥ س

∴ قيمة الديون الجديدة = ٢٨٥٠ + ١,٩٦ س + ٠,٩٥ س
= ٢٨٥٠ + ٢,٩١ س

ثالثا :- قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

١١٥٨٠ = ٢٨٥٠ + ٢,٩١ س

١١٥٨٠ - ٢٨٥٠ = ٢,٩١ س

٢,٩١ س = ٨٧٣٠ ٨٧٣٠

∴ س = $\frac{\quad}{٢,٩١}$ = ٣٠٠٠ جنيه

القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية = { س } = ٣٠٠٠ جنيه
والقيمة الاسمية للكمبيالة الأولى= {٢س}=٢×٣٠٠٠=٦٠٠٠ جنيه

مثال [٢] :-

شخص مدين بالمبالغ التالية :-

٨٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور ٠

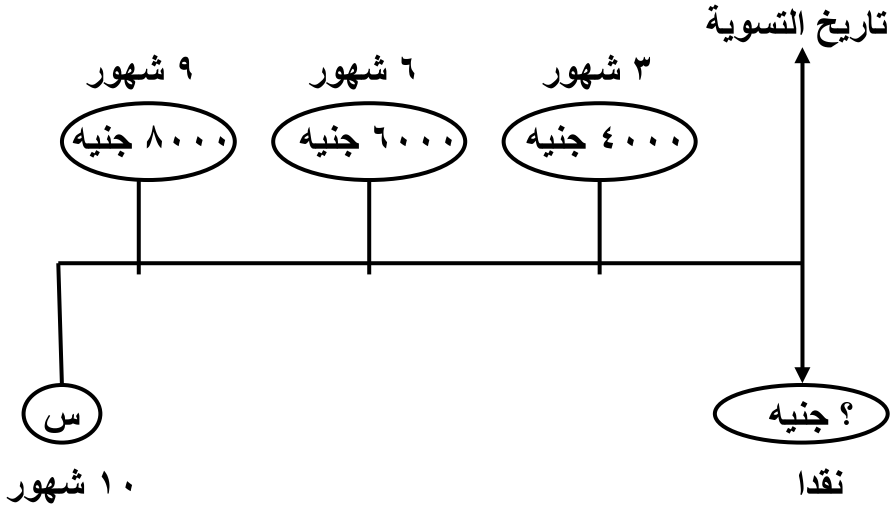
٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور ٠

٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور ٠

وقد اتفق مع الدائن على أن يدفع له نصف المستحق عليه فورا ، ويحرر بالباقى كمبيالة جديدة بعد ١٠ شهور ، والمطلوب إيجاد المبلغ الذى يدفعه المدين للدائن عند التسوية ، وما هى القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ٦٪ سنويا ٠

الحـــل

نفرض أن القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة س ٠



أولا :- إيجاد المبلغ الذى دفعة المدين للدائن فورا

إيجاد قيمة الديون القديمة

قيمة الدين الأول = $٨٠٠٠ \left[١ - \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢} \right]$

= ٨٠٠٠ [١ - ٠,٠٤٥]

= ٨٠٠٠ × ٠,٩٥٥

= ٧٦٤٠ جنيه

قيمة الدين الثانى = $٦٠٠٠ \left[١ - \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢} \right]$

= ٦٠٠٠ [١ – ٠,٠٣]

= ٦٠٠٠ × ٠,٩٧

= ٥٨٢٠ جنيه

قيمة الدين الثالث = $٤٠٠٠ \left[١ - \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} \right]$

= ٤٠٠٠ [١ - ٠,٠١٥]

= ٤٠٠٠ × ٠,٩٨٥

= ٣٩٤٠ جنيه

∴ قيمة الديون القديمة = ٧٦٤٠ + ٥٨٢٠ + ٣٩٤٠ = ١٧٤٠٠ جنيه

المبلغ الذى يدفعه المدين للدائن عند التسوية = ١٧٤٠٠ ÷ ٢

= ٨٧٠٠ جنيه

وبالتالى فإن القيمة الحالية للكمبيالة الجديدة = ٨٧٠٠ جنيه

ثانيا :- إيجاد القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة

القيمة الحالية للكمبيالة = القيمة الاسمية [١ - ع × ن]

$$٨٧٠٠ = س \left[١ - \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{١٠}{١٢} \right]$$

$$٨٧٠٠ = س [١ - ٠,٠٥]$$

$$٨٧٠٠ = ٠,٩٥ س$$

$$\therefore \quad س = \frac{٨٧٠٠}{٠,٩٥} = ٩١٥٧,٨٩٥ \text{ جنيه}$$

القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة = ٩١٥٧,٨٩٥ جنيه

مثال [٣] :-

شخص مدين بالمبالغ التالية :-

٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور .

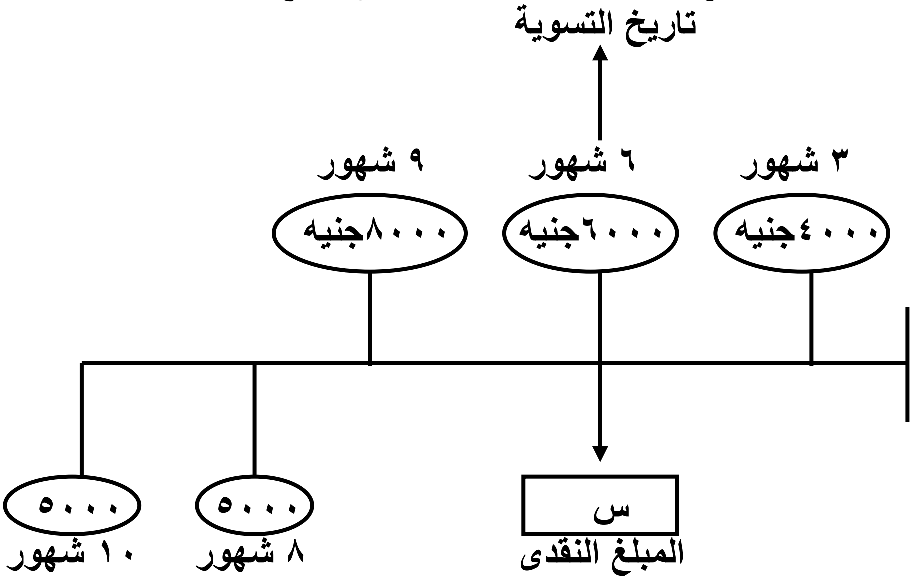
٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور .

٨٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور .

ولم يتمكن من سداد الدين الأول فى موعده ، وقد اتفق مع الدائن فى تاريخ استحقاق الدين الثانى على أن يحرر كمبيالتين جديدتين القيمة الاسمية لكل منهما ٥٠٠٠ جنيها تستحق الأولى بعد ٨ شهور والثانية بعد ١٠ شهور ، وان يدفع للدائن باقى المستحق عليه نقدا ، احسب المبلغ الذى دفعه المدين نقدا ، إذا علمت أن معدل الخصم ٦٪ سنويا .

الحــل

نفرض أن المبلغ الذى يدفعه المدين للدائن فى تاريخ التسوية هو س ٠



∵ قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

أولا :- إيجاد قيمة الديون القديمة

قيمة الدين الأول = ٤٠٠٠ [١ + $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{٣}{١٢}$]

= ٤٠٠٠[١ + ٠,٠١٥]

= ٤٠٠٠ × ١,٠١٥

= ٤٠٦٠ جنيه

قيمة الدين الثانى = ٦٠٠٠ جنيه

قيمة الدين الثالث = ٨٠٠٠ [١ - $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{٣}{١٢}$]

= ٨٠٠٠ [١ - ٠,٠١٥]

= ٨٠٠٠ × ٠,٩٨٥

= ٧٨٨٠ جنيه

∴ قيمة الديون القديمة =٤٠٦٠+٦٠٠٠+٧٨٨٠ = ١٧٩٤٠ جنيه

ثانيا :- إيجاد قيمة الديون الجديدة

قيمة الدين الأول = س

قيمة الدين الثانى = ٥٠٠٠ [١ - $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{٨}{١٢}$]

= ٥٠٠٠ [١ - ٠,٠٤]

= ٥٠٠٠ × ٠,٩٦

= ٤٨٠٠ جنيه

قيمة الدين الثالث = ٥٠٠٠ [١ - $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{١٠}{١٢}$]

= ٥٠٠٠ [١ – ٠,٠٥]

= ٥٠٠٠ × ٠,٩٥

= ٤٧٥٠ جنيه

∴ قيمة الديون الجديدة = س + ٤٨٠٠ + ٤٧٥٠
= س + ٩٥٥٠

ثالثا :- قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة
١٧٩٤٠ = س + ٩٥٥٠
س =١٧٩٤٠ - ٩٥٥٠
∴ س = ٨٣٩٠ جنيه

المبلغ الذى يدفعه المدين فى تاريخ التسوية { س } = ٨٣٩٠ جنيه

مثال [٤] :-

شخص مدين بالمبالغ الآتية :-
٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد شهرين ٠
٥٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ شهور ٠
٧٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور ٠

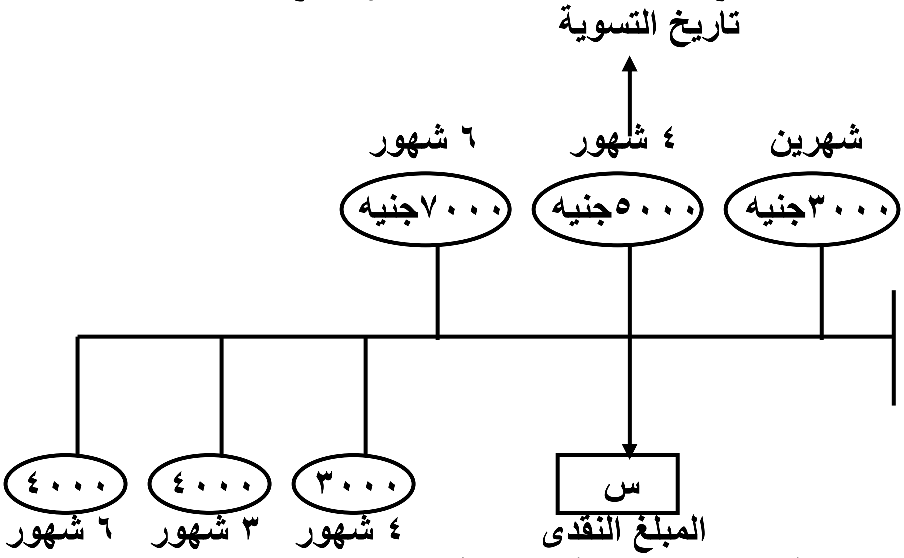
ولم يتمكن من سداد الدين الأول فى موعده ، واتفق مع الدائن فى تاريخ استحقاق الدين الثانى على ما يلى :-

١- أن يظهر له كمبيالة قيمتها الاسمية ٣٠٠٠ جنية تستحق الدفع بعد ٤ شهور ٠
٢- أن يحرر كمبيالتين جديدتين القيمة الاسمية لكل منهما ٤٠٠٠ جنيها تستحق الأولى بعد ٣ شهور والثانية بعد ٦ شهور ٠
٣- أن يدفع للدائن باقى المستحق عليه نقدا ٠

والمطلوب :-
حساب المبلغ الذى يدفعه المدين نقدا ، إذا علمت أن معدل الخصم ١٢٪ سنويا ٠

الحـــل

نفرض أن المبلغ الذى يدفعه المدين للدائن فى تاريخ التسوية هو س ٠



∵ قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

أولا :- إيجاد قيمة الديون القديمة

قيمة الدين الأول = ٣٠٠٠ [١ + $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٢}{١٢}$]

= ٣٠٠٠ [١ + ٠,٠٢]

= ٣٠٠٠ × ١,٠٢

= ٣٠٦٠ جنيه

قيمة الدين الثانى = ٥٠٠٠ جنيه

قيمة الدين الثالث = ٧٠٠٠ [١ - $\frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢}$]

= ٧٠٠٠ [١ – ٠,٠٢]
= ٧٠٠٠ × ٠,٩٨
= ٦٨٦٠ جنيه

∴ قيمة الديون القديمة =٣٠٦٠+٥٠٠٠+٦٨٦٠ = ١٤٩٢٠ جنيه

ثانيا :- إيجاد قيمة الديون الجديدة

قيمة الدين الأول = س

قيمة الدين الثانى = ٣٠٠٠ [١ - $\frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٤}{١٢}$]

= ٣٠٠٠ [١ – ٠,٠٤]
= ٣٠٠٠ × ٠,٩٦
= ٢٨٨٠ جنيه

قيمة الدين الثالث = ٤٠٠٠ [١ - $\frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢}$]

= ٤٠٠٠ [١ – ٠,٠٣]
= ٤٠٠٠ × ٠,٩٧
= ٣٨٨٠ جنيه

قيمة الدين الرابع = ٤٠٠٠ [١ - $\frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢}$]

= ٤٠٠٠ [١ – ٠,٠٦]
= ٤٠٠٠ × ٠,٩٤
= ٣٧٦٠ جنيه

∴ قيمة الديون الجديدة = س + ٢٨٨٠ + ٣٨٨٠ + ٣٧٦٠
= س + ١٠٥٢٠

ثالثا :- قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

١٤٩٢٠ = س + ١٠٥٢٠
س = ١٤٩٢٠ - ١٠٥٢٠
∴ س = ٤٤٠٠ جنيه

المبلغ الذى يدفعه المدين فى تاريخ التسوية { س } = ٤٤٠٠ جنيه

مثال [٥] :-

شخص مدين بالمبالغ الآتية :-

٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور .
٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٥ شهور .
٨٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٧ شهور .

وقد اتفق مع الدائن على ما يلى :-

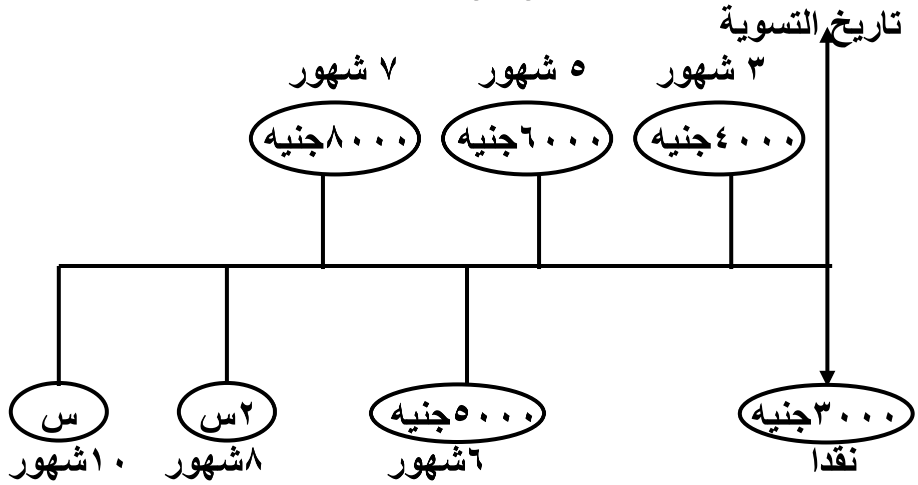
١- أن يدفع فورا مبلغ ٣٠٠٠ جنيه .
٢- أن يظهر له كمبيالة قيمتها الاسمية ٥٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور .
٣- أن يحرر بالباقى كمبيالتين جديدتين القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى ضعف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق الدفع بعد ٨ شهور ، والثانية بعد ١٠ شهور .

والمطلوب :-

حساب القيمة الاسمية لكل كمبيالة جديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ١٢٪ سنويا .

الحــل

نفرض أن القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية هى س ، وبالتالى فان القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى هى ٢س ٠



∵ قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

أولا :- إيجاد قيمة الديون القديمة

قيمة الدين الأول $= 4000 \left[1 - \frac{12}{100} \times \frac{3}{12} \right]$

$= 4000 \left[1 - 0.03 \right]$

$= 4000 \times 0.97 = 3880$ جنيه

قيمة الدين الثانى $= 6000 \left[1 - \frac{12}{100} \times \frac{5}{12} \right]$

$= 6000 \left[1 - 0.05 \right]$

$= 6000 \times 0.95 = 5700$ جنيه

قيمة الدين الثالث = ٨٠٠٠ [١ - $\frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٧}{١٢}$]

= ٨٠٠٠ [١ - ٠,٠٧]

= ٨٠٠٠ × ٠,٩٣ = ٧٤٤٠ جنيه

∴ قيمة الديون القديمة =٣٨٨٠+٥٧٠٠+٧٤٤٠ = ١٧٠٢٠ جنيه

ثانيا :- إيجاد قيمة الديون الجديدة

قيمة الدين الأول = ٣٠٠٠ جنبه

قيمة الدين الثانى = ٥٠٠٠ [١ - $\frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢}$]

= ٥٠٠٠ [١ - ٠,٠٦]

= ٥٠٠٠ × ٠,٩٤

= ٤٧٠٠ جنيه

قيمة الدين الثالث = ٢س [١ - $\frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٨}{١٢}$]

= ٢س [١ – ٠,٠٨]

= ٢س × ٠,٩٢

= ١,٨٤ س

قيمة الدين الرابع = س [١ - $\frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٠}{١٢}$]

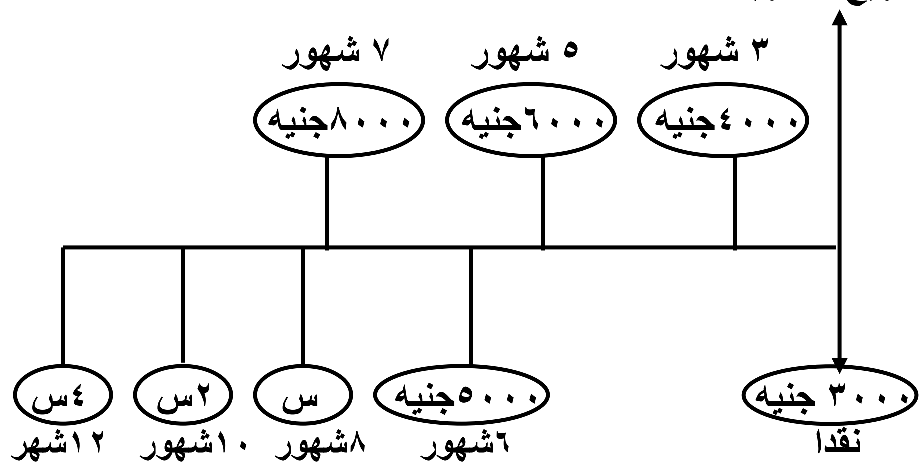
= س [١ – ٠,١٠]

= س × ٠,٩٠
= ٠,٩٠ س
∴ قيمة الديون الجديدة = ٣٠٠٠+٤٧٠٠+٢,٨٤س +٠,٩٠ س
= ٧٧٠٠ + ٢,٧٤ س
ثالثا :- قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة
١٧٠٢٠ = ٧٧٠٠ + ٢,٧٤ س
٢,٧٤ س = ١٧٠٢٠ – ٧٧٠٠
٢,٧٤ س = ٩٣٢٠
∴ س = ٣٤٠١,٤٦ جنيه
القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية { س } = ٣٤٠١,٤٦ جنيه
والقيمة الاسمية للكمبيالة الأولى{٢س}=٢×٣٤٠١,٤٦=٦٨٠٢,٩٢ جنيه

مثال [٦] :-
شخص مدين بالمبالغ الآتية :-
٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور .
٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٥ شهور .
٨٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٧ شهور .
وقد اتفق مع الدائن على ما يلى :-
١- أن يدفع فورا مبلغ ٣٠٠٠ جنيه .
٢- أن يظهر له كمبيالة قيمتها الاسمية ٥٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور .
٣- أن يحرر بالباقى ٣ كمبيالات جديدة القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى نصف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية والقيمة الاسمية للكمبيالة الثالثة ضعف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق الدفع بعد ٨ شهور ، والثانية بعد ١٠ شهور ، والثالثة بعد ١٢ شهر .
والمطلوب :- حساب القيمة الاسمية لكل كمبيالة جديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ١٢٪ سنويا .

الحــل

نفرض أن القيمة الاسمية للكمبيالـة الثانيـة هى ٢س ، وبالتـالى فـان القيمـة الاسمية للكمبيالـة الأولـى هى س وبالتـالى فـان القيمـة الاسـمية للكمبيالة الثالثة هى ٤س ٠



∵ قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

أولا :- إيجاد قيمة الديون القديمة

قيمة الدين الأول = $٤٠٠٠ \left[١ - \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} \right]$

$= ٤٠٠٠ [١ - ٠,٠٣]$

$= ٤٠٠٠ \times ٠,٩٧ = ٣٨٨٠$ جنيه

قيمة الدين الثانى = $٦٠٠٠ \left[١ - \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٥}{١٢} \right]$

= ٦٠٠٠ [١ _ ٠,٠٥]

= ٦٠٠٠ × ٠,٩٥ = ٥٧٠٠ جنيه

قيمة الدين الثالث = ٨٠٠٠ [١ - $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٧}{١٢}$]

= ٨٠٠٠ [١ – ٠,٠٧]

= ٨٠٠٠ × ٠,٩٣ = ٧٤٤٠ جنيه

∴ قيمة الديون القديمة =٣٨٨٠+٥٧٠٠+٧٤٤٠ = ١٧٠٢٠ جنيه

ثانيا :- إيجاد قيمة الديون الجديدة

قيمة الدين الأول = ٣٠٠٠ جنبه

قيمة الدين الثانى = ٥٠٠٠ [١ - $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٦}{١٢}$]

= ٥٠٠٠ [١ – ٠,٠٦]

= ٥٠٠٠ × ٠,٩٤

= ٤٧٠٠ جنيه

قيمة الدين الثالث = س [١ - $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٨}{١٢}$]

= س [١ – ٠,٠٨]

= س × ٠,٩٢

= ٠,٩٢ س

قيمة الدين الرابع = ٢س [١ − $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{١٠}{١٢}$]

= ٢س [١ – ٠,١٠]

= ٢س × ٠,٩٠

= ١,٨ س

قيمة الدين الخامس = ٤س [١ − $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{١٢}{١٢}$]

= ٤س [١ – ٠,١٢]

= ٤س × ٠,٨٨ = ٣,٥٢ س

∴ قيمة الديون الجديدة = ٣٠٠٠ + ٤٧٠٠ + ٠,٩٢ س + ١,٨ س + ٣,٥٢ س

= ٧٧٠٠ + ٦.٢٤ س

ثالثا :- قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

١٧٠٢٠ = ٧٧٠٠ + ٦,٢٤ س

٦,٢٤ س = ١٧٠٢٠ – ٧٧٠٠

٦,٢٤ س = ٩٣٢٠

∴ س = ١٤٩٣,٥٩ جنيه

القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى { س } = ١٤٩٣,٥٩ جنيه

والقيمة الاسمية للكمبيالة الثانية{٢س}=٢×١٤٩٣,٥٩=٢٩٨٧,١٨ جنيه

والقيمة الاسمية للكمبيالة الثالثة{٤س}=٢×١٤٩٣,٥٩=٥٩٧٤,٣٦ جنيه

تمارين الباب الرابع

١- شخص مدين بالمبالغ التالية :-
١٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد شهرين ٠
٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ شهور ٠
٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور ٠
وقد اتفق مع الدائن على أن يدفع فورا مبلغ ١٤٤٧,٥ جنيه ، ويحرر بالباقى كمبيالتين جديدتين القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى ضعف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق الدفع بعد ٣ شهور ، والثانية بعد ٨ شهور ، احسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة جديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ٩٪ سنويا ٠

٢- شخص مدين بالمبالغ التالية :-
٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور ٠
٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور ٠
٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور ٠
وقد اتفق مع الدائن على أن يدفع له نصف المستحق عليه فورا ، ويحرر بالباقى كمبيالة جديدة بعد ١٠ شهور ، والمطلوب إيجاد المبلغ الذى يدفعه المدين للدائن عند التسوية ، وما هى القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ٨٪ سنويا ٠

٣- شخص مدين بالمبالغ التالية :-
٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور ٠
٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور ٠
٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور ٠

ولم يتمكن المدين من سداد الدين الأول فى موعده ، وقد اتفق مع الدائن فى تاريخ استحقاق الدين الثانى على أن يحرر كمبيالتين جديدتين القيمة الاسمية لكل منهما ٥٠٠٠ جنيها تستحق الأولى بعد ٨ شهور والثانية بعد ١٠ شهور ، وان يدفع للدائن باقى المستحق عليه نقدا ، احسب المبلغ الذى دفعه المدين نقدا ، إذا علمت أن معدل الخصم ٨٪ سنويا ٠

٤- شخص مدين بالمبالغ الآتية :-
١٥٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد شهرين ٠
٢٥٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ شهور ٠
٣٥٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور ٠

ولم يتمكن من سداد الدين الأول فى موعده ، واتفق مع الدائن فى تاريخ استحقاق الدين الثانى على ما يلى :-

١- أن يظهر له كمبيالة قيمتها الاسمية ١٥٠٠ جنيها تستحق الدفع بعد ٤ شهور ٠
٢- أن يحرر كمبيالتين جديدتين القيمة الاسمية لكل منهما ٢٠٠٠ جنيها تستحق الأولى بعد ٣ شهور والثانية بعد ٦ شهور ٠
٣- أن يدفع للدائن باقى المستحق عليه نقدا ٠

والمطلوب :- حساب المبلغ الذى يدفعه المدين نقدا ، إذا علمت أن معدل الخصم ١٢٪ سنويا ٠

٥- شخص مدين بالمبالغ الآتية :-
٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ شهور ٠
٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور ٠
٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٨ شهور ٠
وقد اتفق مع الدائن على ما يلى :-
١- أن يدفع فورا مبلغ ١٥٠٠ جنيه ٠
٢- أن يظهر له كمبيالة قيمتها الاسمية ٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٧ شهور ٠
٣- أن يحرر بالباقى كمبيالتين جديدتين القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى ضعف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق الدفع بعد ٩ شهور ، والثانية بعد ١٠ شهور ٠
والمطلوب :- حساب القيمة الاسمية لكل كمبيالة جديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ٦٪ سنويا ٠

٦- شخص مدين بالمبالغ الآتية :-
٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور ٠
٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٥ شهور ٠
٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٧ شهور ٠
وقد اتفق مع الدائن على ما يلى :-
١- أن يدفع فورا مبلغ ٢٠٠٠ جنيه ٠
٢- أن يظهر له كمبيالة قيمتها الاسمية ٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور ٠
٣- أن يحرر بالباقى ٣ كمبيالات جديدة القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى نصف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية والقيمة الاسمية للكمبيالة الثالثة ضعف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق الدفع بعد ٨ شهور ، والثانية بعد ١٠ شهور ، والثالثة بعد ١٢ شهر ٠
والمطلوب :- حساب القيمة الاسمية لكل كمبيالة جديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ٨٪ سنويا ٠

الباب الخامس استهلاك القروض قصيرة الأجل

الباب الخامس

استهلاك القروض قصيرة الأجل

استهلاك القروض قصيرة الأجل

الرياضة المالية

استهلاك القروض

مع انتشار العمليات التجارية يلجا الكثير من المستثمرين والشركات إلى الاقتراض من البنوك لتوفير السيولة اللازمة ، ومع انتشار عمليات البيع بالتقسيط وما يتبعه من عملية سداد القروض ، وهو ما يسمى بعملية استهلاك القروض أو سداد القروض ، فتوجد طرق مختلفة لسداد القروض من أهمها ما يلى :-

[٥-١] سداد القرض وفوائده فى نهاية المدة

تستخدم هذه الطريقة فى حالة اتفاق المدين مع الدائن على أن يقوم المقترض [المدين] بسداد القرض وفوائده فى نهاية المدة القرض مرة واحدة ، وفى هذه الحالة فان المدين يسدد للدائن جملة القرض أى يسدد مبلغ القرض مضافا إليه الفوائد المستحقة ، وتستخدم الصيغة التالية :-

جملة القرض = القرض + الفائدة المستحقة

جـ = م + ف

∵ ف = م × ع × ن

∴ جـ = م + م × ع × ن

جملة القرض = القرض [١ + ع × ن]

$$\boxed{\text{جـ} = \text{م} \; [\, ١ + \text{ع} \times \text{ن} \,]}$$

مثال [١] :-

اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه من أحد البنوك واتفق على سداد هذا القرض وفوائده بعد ٩ شهور وبمعدل ٨٪ سنويا ، فما هو المبلغ الواجب سداده للبنك ، وما مجموع الفوائد التى تحملها هذا الشخص ؟

الحل

∵ جملة القرض = القرض [١ + ع × ن]

$$ج = م \; [\; ١ + ع \times ن \;]$$

$$\therefore \; ج = ٥٠٠٠ \; [\; ١ + \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢} \;]$$

$$= ٥٠٠٠ \; [\; ١ + ٠,٠٦ \;]$$

المبلغ الواجب سداده للبنك =٥٠٠٠×١,٠٦= ٥٣٠٠ جنيه

مجموع الفوائد التى تحملها الشخص=٥٣٠٠ – ٥٠٠٠ = ٣٠٠ جنيه

مثال [٢] :-

اقترض شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه من أحد البنوك فى ٢٠٠١/٤/١ واتفق على سداد هذا القرض وفوائده ٢٠٠١/١٠/١ بمعدل ١٢٪ سنويا ، فما هو المبلغ الواجب سداده للبنك ، وما مجموع الفوائد التى تحملها هذا الشخص ؟

الحــل

مدة القرض من ١/٤/٢٠٠١ حتى ١/١٠/٢٠٠١

مدة القرض = ٦ شهور

∵ جملة القرض = القرض [١ + ع × ن]

جـ = م [١ + ع × ن]

∴ جـ = ٨٠٠٠ [١ + $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٦}{١٢}$]

= ٨٠٠٠ [١+٠,٠٦]

المبلغ الواجب سداده للبنك =٨٠٠٠×١,٠٦= ٨٤٨٠ جنيه٠

مجموع الفوائد التى تحملها الشخص=٨٤٨٠ - ٨٠٠٠ =٤٨٠ جنيه

مثال [٣] :-

اقترض شخص مبلغ ما من أحد البنوك ، واتفق على سداد هذا القرض وفوائده بعد ٩ شهور ، و أن هذا الشخص قام بسداد مبلغ ٥٣٠٠ جنيه فى نهاية مدة القرض ، فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد البسيطة بمعدل ٨٪ سنويا ، أوجد أصل القرض ؟

الحــل

∵ جـ = م [١ + ع × ن]

$$\therefore \text{م} = \frac{\text{جـ}}{[\,١ + \text{ع} \times \text{ن}\,]}$$

$$= \frac{٥٣٠٠}{[\,١ + \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢}\,]}$$

$$\text{أصل المبلغ [م]} = \frac{٥٣٠٠}{[\,١,٠٦\,]} = ٥٠٠٠ \text{ جنيه.}$$

مثال [٤] :-

اقترض شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه من أحد البنوك واتفق على سداد هذا القرض وفوائده فى نهاية مدة القرض ، فإذا علمت أن هذا الشخص قام بسداد مبلغ ٤٢٧٠ جنيه فى نهاية مدة القرض ، وإذا كان معدل ٩٪ سنويا ، فما هى مدة القرض ؟

الحــل

∵ جملة القرض = القرض [١ + ع × ن]

$$٤٢٧٠ = ٤٠٠٠ [\,١ + \frac{٩}{١٠٠} \times \text{ن}\,]$$

٤٢٧٠ = ٤٠٠٠ + ٣٦٠ ن

٤٢٧٠ - ٤٠٠٠ = ٣٦٠ ن

٣٦٠ ن = ٢٧٠

∴ ن = ٠,٧٥ سنة

∴ مدة القرض = ٠,٧٥ × ١٢ = ٩ شهور

[٥-٢] سداد القرض بأقساط متساوية من الأصل والفوائد معا

طبقا لهذه الطريقة يقوم المدين بسداد أصل القرض وفوائده على أقساط متساوية فى نهاية كل فترة زمنية قد تكون فى نهاية كل شهر أو فى نهاية كل شهرين أو فى نهاية كل ثلاث أشهر أو على حسب المتفق علية بين المدين والدائن ، وبصفة عامة فان القسط المتساوى يشتمل على جزء من الأصل والذى يعرف بالاستهلاك والجزء الآخر من الفوائد المستحقة على الرصيد المتبقى من الأصل ، وفى جميع الأحوال يمثل القسط المتساوى دفعة عادية متساوية ، بحيث تكون جملة الأقساط المسددة مساوية لجملة القرض ، ويمكن إيجاد القسط المتساوى بتطبيق القاعدة التالية :-

جملة القرض = جملة الأقساط

القرض[١+ع× ن]=القسط ×عدد الأقساط+ القسط×ع×مجموع مدد الأقساط

وسوف نرمز للقرض بالرمز { م } والقسط المتساوى بالرمز { س } أى أن :-

م [١ + ع × ن] = س× عدد الأقساط+س×ع×مجموع مدد الأقساط

وسوف يتم حساب مجموع مدد الأقساط بنفس طريقة حساب مجموع الاستثمار السابق دراستها الجزء الخاص بالدفعات المتساوية ، وبالتالى تكون كما يلى :-

مجموع مدد الأقساط= $\frac{\text{عدد الأقساط}}{٢}$ {مدة القسط الأول+مدة القسط الأخير}

مثال [٥] :-

اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه من بنك مصر ، وتعهد بسداد القرض على أقساط شهرية متساوية من الأصل والفوائد معا لمدة سنة ونصف ، فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو ٩٪ سنويا ، فالمطلوب حساب كلا من :-

١- القسط المتساوى ٠

٢- مجموع الفوائد التى يتحملها هذا الشخص ٠

الحــل

أولا :- ايجاد القسط المتساوى

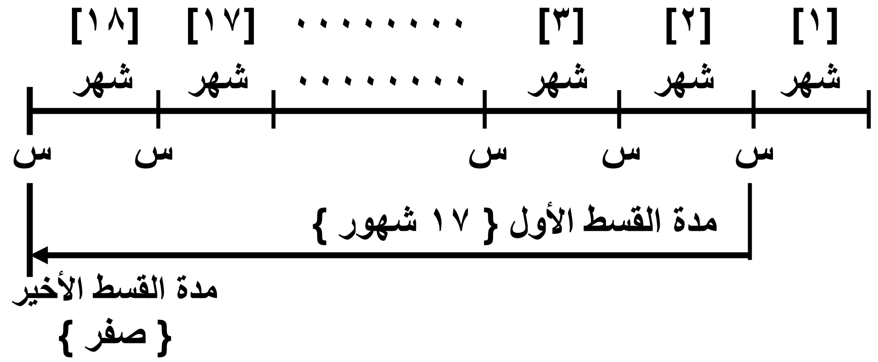
يجب أن تتذكر أن الأقساط المتساوية تدفع فى نهاية كل شهر حيث أن القسط المتساوى يمثل دفعة عادية متساوية ، وبالتالى فأن المدين يقوم بسداد ١٨ قسطا متساويا ، أى أن :-

عدد الأقساط = ١٨

ومدة القسط الأول = ١٧ شهر

مدة القسط الأخير = صفر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الأقساط = $\frac{١٨}{٢}$ { ١٧ + ٠ } = ١٥٣ شهرا

∵ جملة القرض = جملة الأقساط

م [١ + ع × ن] = س× عدد الأقساط+س×ع×مجموع مدد الأقساط

٥٠٠٠ [١+ $\frac{٩}{١٠٠}$ ×١,٥] = س × ١٨+ س × $\frac{٩}{١٠٠}$ × $\frac{١٥٣}{١٢}$

٥٠٠٠ [١,١٣٥] = ١٨ س + ١,١٤٧٥ س

٥٦٧٥ = ١٩,١٤٧٥ س

∴ س { القسط المتساوى } = ٢٩٦,٣٨٣ جنيه

ثانيا :- ايجاد مجموع الفوائد

مجموع الفوائد التى تحملها المدين= مجموع الأقساط المدفوعة – القرض

= القسط المتساوى × عدد الأقساط - القرض

∴ مجموع الفوائد = ٢٩٦,٣٨٣ × ١٨ – ٥٠٠٠

= ٥٣٣٤,٨٩٤ – ٥٠٠٠ = ٣٣٤.٨٩٤جنيه

مثال [٦] :-

اشترى شخص ثلاجة بمبلغ ٢٠٠٠ جنيه ، وتعهد بسداد ثمنها على ٩ أقساط متساوية يتم دفعها كل شهرين { من الأصل والفوائد معا } ، قيمة القسط المتساوى ٢٣٢,٩٠٦ جنيه ، والمطلوب إيجاد معدل الفائدة البسيطة ؟

الحـــل

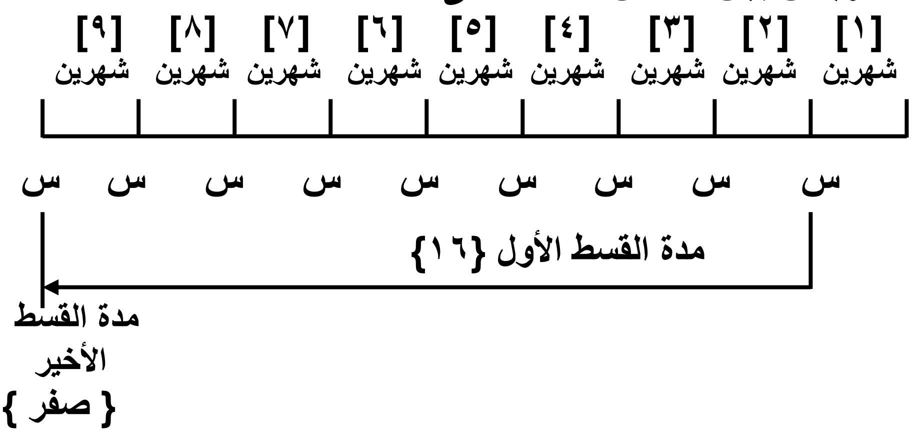
يجب أن تتذكر أن الأقساط المتساوية تدفع كل شهرين ، وحيث أن الشخص المدين يقوم بسداد ٩ أقساط فقط فان عدد الأقساط هو ٩ أقساط متساوية ، وبالتالى فان مدة دفع الأقساط هى سنة ونصف أى ١٨ شهرا ، كما أن القسط المتساوى يمثل دفعة عادية متساوية ، أى أن :-

عدد الأقساط = ٩

ومدة القسط الأول = ١٦ شهر

مدة القسط الأخير = صفر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الأقساط = $\frac{٩}{٢}$ { ١٦ + ٠ } = ٧٢ شهرا

∵ جملة القرض = جملة الأقساط

م [١ + ع × ن] = س× عدد الأقساط+س×ع×مجموع مدد الأقساط

٢٠٠٠[١+ ع ×١,٥] = ٢٣٢,٩٠٦× ٩+ ٢٣٢,٩٠٦ × ع × (٧٢ / ١٢)

٢٠٠٠+ ٢٠٠٠× ع × ١,٥ = ٢٠٩٦,١٥٤ + ١٣٩٧,٤٣٦ ع

٢٠٠٠ + ٣٠٠٠ ع = ٢٠٩٦,١٥٤ + ١٣٩٧,٤٣٦ ع

٣٠٠٠ ع - ١٣٩٧,٤٣٦ ع = ٢٠٩٦,١٥٤ - ٢٠٠٠

١٦٠٢,٥٦٤ ع = ٩٦,١٥٤

ع = ٩٦,١٥٤ / ١٦٠٢,٥٦٤

∴ المعدل { ع } = ٠,٠٦ × ١٠٠ = ٦٪

مثال [٧] :-

اشترى شخص سيارة قيمتها ٦٠٠٠٠ جنيه ، واتفق مع البائع على ان يدفع ربع القيمة فورا ، ويسدد الباقى على أقساط ربع سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا لمدة سنة ونصف ، فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو ١٢٪ سنويا ، فالمطلوب حساب كلا من :-

١- القسط المتساوى ٠

٢- مجموع الفوائد التى يتحملها المشترى ٠

الحــل

المبلغ المدفوع نقدا عند الشراء = ٦٠٠٠٠ × $\frac{١}{٤}$ = ١٥٠٠٠ جنيه

المبلغ الباقى من ثمن السيارة للتقسيط [القرض]= ٦٠٠٠٠ - ١٥٠٠٠
= ٤٥٠٠٠ جنيه

أولا :- إيجاد القسط المتساوى

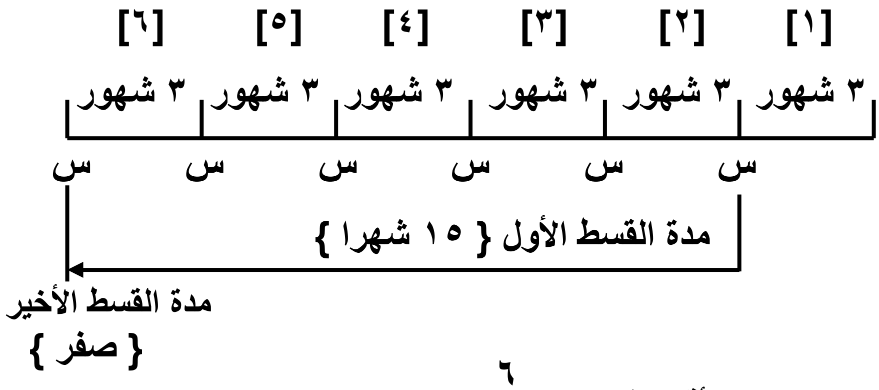
يجب أن تتذكر أن الأقساط المتساوية ربع سنوية أى تدفع كل ٣ شهور ، وحيث أن المشترى يقوم بسداد أقساط لمدة سنة ونصف [١٨ شهر] ، فانه يقوم بدفع ٦ أقساط متساوية فقط خلال تلك المدة ، كما أن القسط المتساوى يمثل دفعة عادية متساوية ، أى أن :-

عدد الأقساط = ٦

ومدة القسط الأول = ١٥ شهر

مدة القسط الأخير = صفر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الأقساط = $\frac{٦}{٢}$ { ١٥ + ٠ } = ٤٥ شهرا

∵ جملة القرض = جملة الأقساط

م [١ + ع × ن] = س× عدد الأقساط+س×ع×مجموع مدد الأقساط

٤٥٠٠٠ [١+ ١٢/١٠٠ × ١,٥] = س × ٦ + س × ١٢/١٠٠ × ٤٥/١٢

٤٥٠٠٠ [١,١٨] = ٦ س + ٠,٤٥ س

٥٣١٠٠ = ٦,٤٥ س

∴ س { القسط المتساوى } = ٨٢٣٢,٥٥٨ جنيه

✍ ثانيا :- إيجاد مجموع الفوائد

مجموع الفوائد التى تحملها المدين= مجموع الأقساط المدفوعة – القرض

= القسط المتساوى × عدد الأقساط - القرض

∴مجموع الفوائد التى يتحملها المشترى=٨٢٣٢,٥٥٨×٦-٤٥٠٠٠

= ٤٩٣٩٥,٣٤٨-٤٥٠٠٠

= ٤٣٩٥,٣٤٨ جنيه

✍ مثال [٨] :-

اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه من بنك مصر ، وتعهد بسداد القرض على ٤ أقساط متساوية ربع سنوية{ من الأصل والفوائد معا } فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو ٩٪ سنويا ، فالمطلوب حساب كلا من :-

١- القسط المتساوى ٠

٢- مجموع الفوائد التى يتحملها هذا الشخص ٠

٣- تصوير جدول الاستهلاك ٠

الحــل

أولا :- إيجاد القسط المتساوى

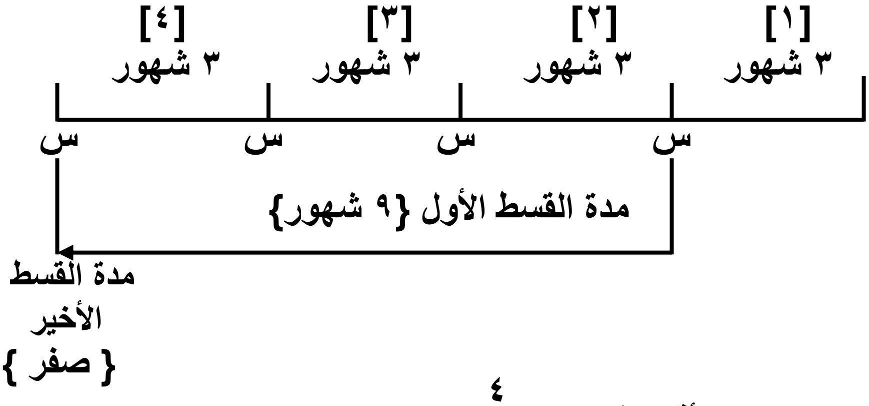
يجب أن تتذكر أن الأقساط المتساوية ربع سنوية أى تدفع كل ٣ شهور ، وحيث أن الشخص المدين يقوم بسداد ٤ أقساط فقط فان عدد الأقساط هو ٤ أقساط متساوية ، وبالتالى فان مدة دفع الأقساط هى سنة كاملة أى ١٢ شهرا ، كما أن القسط المتساوى يمثل دفعة عادية متساوية ، أى أن :-

عدد الأقساط = ٤

ومدة القسط الأول = ٩ شهور

مدة القسط الأخير = صفر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



مجموع مدد الأقساط = $\frac{٤}{٢}$ { ٩ + ٠ } = ١٨ شهرا

∵ جملة القرض = جملة الأقساط

م [١ + ع × ن] = س× عدد الأقساط+س×ع×مجموع مدد الأقساط

٥٠٠٠ [١ + $\frac{٩}{١٠٠}$ × ١] = س × ٤ + س × $\frac{٩}{١٠٠}$ × $\frac{١٨}{١٢}$

٥٠٠٠ [١,٠٩] = ٤ س + ٠,١٣٥ س

٥٤٥٠ = ٤,١٣٥ س

∴ س { القسط المتساوى } = ١٣١٨,٠١٧ جنيه

ثانيا :- إيجاد مجموع الفوائد

مجموع الفوائد التى تحملها المدين= مجموع الأقساط المدفوعة – القرض

= القسط المتساوى × عدد الأقساط - القرض

∴ مجموع الفوائد = ١٣١٨,٠١٧ × ٤ – ٥٠٠٠

= ٥٢٧٢,٠٦٨ – ٥٠٠٠ = ٢٧٢,٠٦٨جنيه

ثالثا :- تصوير جدول الاستهلاك

جدول الاستهلاك هو عبارة عن حساب له جانبين ، يقيد فى الجانب الأيمن منه [المدين] مبلغ القرض مضافا إليه الفوائد المستحقة عليه عن مدة القرض كلها ، أما الجانب الأيسر منه [الدائن] فيقيد فيه الأقساط المتساوية مضافا إليها الفائدة المستحقة على كل قسط على حده ٠

ويمكن بيان الفوائد المستحقة على الأقساط كما يلى :-

فائدة القسط الأول = ١٣١٨.٠١٧× $\frac{٩}{١٠٠}$ × $\frac{٩}{١٢}$ =٨٨,٩٦٦ جنيه

فائدة القسط الثانى = ١٣١٨.٠١٧× $\frac{٩}{١٠٠}$ × $\frac{٦}{١٢}$ =٥٩,٣١١ جنيه

فائدة القسط الثالث = ١٣١٨.٠١٧× $\frac{٩}{١٠٠}$ × $\frac{٣}{١٢}$ =٢٩,٦٥٥ جنيه

فائدة القسط الرابع = ١٣١٨.٠١٧× $\frac{٩}{١٠٠}$ × $\frac{٠}{١٢}$ = صفر

وبالتالى يمكن تصوير جدول الاستهلاك على الوجه التالى :-

جدول الاستهلاك

المبلغ	البيان	المبلغ	البيان
٥٠٠٠	القرض	١٣١٨,٠١٧	القسط الأول
٤٥٠	فائدة القرض لمدة سنة	٨٨,٩٦٦	فائدة القسط الأول لمدة ٩ شهور
		١٣١٨,٠١٧	القسط الثانى
		٥٩,٣١١	فائدة القسط الثانى لمدة ٦ شهور
		١٣١٨,٠١٧	القسط الثالث
		٢٩,٦٥٥	فائدة القسط الثالث لمدة ٣ شهور
		١٣١٨,٠١٧	القسط الرابع
		صفر	لا يستحق القسط الرابع اى فائدة
٥٤٥٠	جملة القرض	٥٤٥٠,٠٠٠	جملة الأقساط

[٥-٣] سداد القرض فى نهاية المدة والفوائد بصورة دورية

تستخدم هذه الطريقة فى حالة اتفاق المدين مع الدائن على أن يقوم المدين بسداد القرض فى نهاية المدة ، ويسدد الفوائد على فترات زمنية متساوية قد تكون آخر كل شهر أو كل شهرين أو كل ٣ شهور أو كل ستة شهور فان الفائدة التى يدفعها المدين فى نهاية كل فترة زمنية تسمى بالفوائد الدورية ٠

ومن الناحية العملية فان هذه الطريقة تحقق فائدة للدائن حيث يكون بإمكانه إعادة استثمار الفوائد الدورية بمجرد الحصول عليها ، هذا بالإضافة إلى تحمل المدين للفوائد التى يتأخر عن سدادها فى مواعيدها بمعدل فائدة أعلى ، كما أنها تحقق فائدة للمدين فبدلا من دفع الفائدة المستحقة عليه مرة واحدة فى نهاية مدة القرض تدفع مجزأة خلال مدة القرض ، ونستخدم الأسلوب التالى فى حساب الفوائد الدورية ، و إجمالى ما يسدده المدين للدائن ، وكذلك إجمالى ما يحصل عليه الدائن من فوائد ، هذا بالإضافة إلى حساب معدل الفائدة الإجمالى السنوى الذى يحققه الدائن من خلال الخطوات التالية :-

١- الفائدة الدورية الواحدة = مبلغ القرض × معدل الفائدة على القرض × الفترة الزمنية الواحدة ٠

٢- جملة فوائد التأخير = الفائدة الدورية الواحدة × عدد فوائد التأخير+ الفائدة الدورية × معدل فائدة التأخير × مجموع مدد التأخير ٠

٣-جملة فوائد الاستثمار = الفائدة الدورية الواحدة × عدد فوائد الاستثمار+ الفائدة الدورية × معدل فائدة الاستثمار × مجموع مدد الاستثمار ٠

٤- معدل الفائدة الإجمالى السنوى

$$= \frac{\text{مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن}}{\text{القرض[م] × المدة [ن]}}$$

مثال [٩] :-

اقترض شخص مبلغ ٣٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ٦٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية أخر كل شهرين ويسدد القرض فى نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الخمس الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، واتفق مع الدائن على سداد الفوائد المتبقية مع مبلغ القرض فى نهاية مدة القرض بمعدل فوائد تأخير ٨٪ سنويا ٠

والمطلوب حساب المبلغ الذى دفعه المدين للدائن فى نهاية مدة القرض ٠

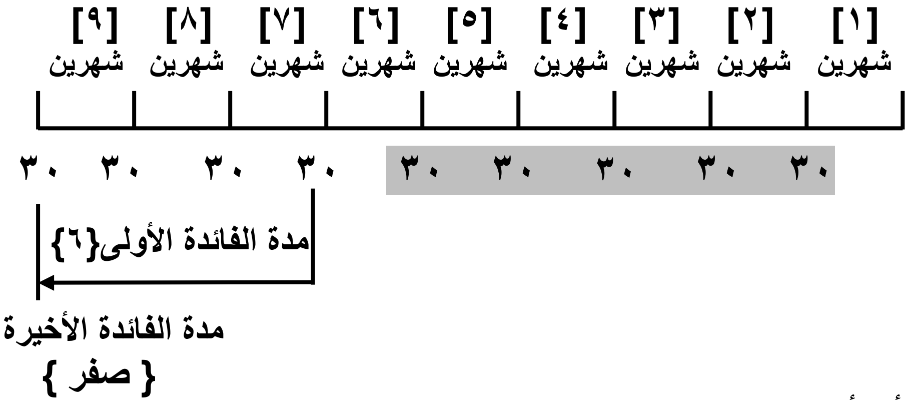
الحـــل

الفائدة الدورية الواحدة = مبلغ القرض × معدل الفائدة على القرض × الفترة الزمنية الواحدة .

$$\text{الفائدة الدورية الواحدة} = ٣٠٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢} = ٣٠ \text{ جنيه}$$

✍ إيجاد المبلغ الذى دفعه المدين فى نهاية مدة القرض

يمكن إيضاح فوائد التأخير من الشكل التالى :-



أى أن :-

عدد الفوائد المتأخرة = ٤

ومدة الفائدة الأولى = ٦ شهور

مدة الفائدة الأخيرة = صفر

مجموع مدد الأقساط $= \frac{٤}{٢} \{ ٦ + ٠ \} =$ **١٢ شهرا**

وحيث أن :-

جملة فوائد التأخير=الفائدة الدورية×عدد الفوائد+الفائدة الدورية×ع×مجموع مدد

$$= ٣٠ \times ٤ + ٣٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١٢}{١٢}$$

= ١٢٠ + ٢,٤ = ١٢٢,٤ جنيه

المبلغ الذى دفعه المدين فى نهاية المدة =القرض+جملة فوائد التأخير

= ٣٠٠٠ + ١٢٢,٤

= ٣١٢٢,٤ جنيه

مثال [١٠] :-

اقترض شخص مبلغ ٣٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ٦٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية أخر كل شهرين ويسدد القرض فى نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الخمس الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، فإذا علمت أن المبلغ الذى دفعه المدين للدائن فى نهاية مدة القرض ٣١٢٢,٤ جنيه ، فما هو معدل فوائد تأخير ؟

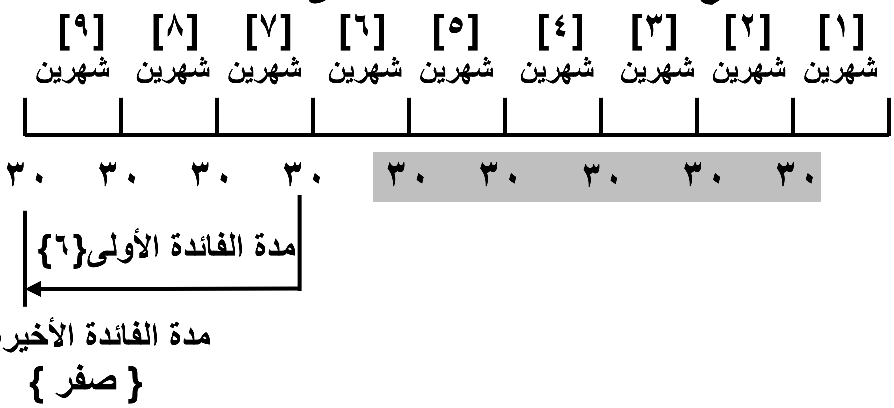
الحــل

الفائدة الدورية الواحدة = مبلغ القرض × معدل الفائدة على القرض × الفترة الزمنية الواحدة .

الفائدة الدورية الواحدة = $٣٠٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢} =$ ٣٠ جنيه

إيجاد المبلغ الذى دفعه المدين فى نهاية مدة القرض

يمكن إيضاح فوائد التأخير من الشكل التالى :-



أى أن :-
عدد الفوائد المتأخرة = ٤
ومدة الفائدة الأولى = ٦ شهور
مدة الفائدة الأخيرة = صفر

مجموع مدد الأقساط = $\frac{٤}{٢}$ { ٦ + ٠ } = ١٢ شهرا

وحيث أن :-
جملة فوائد التأخير=الفائدة الدورية×عدد الفوائد+الفائدة الدورية×ع×مجموع مدد

= ٣٠ × ٤ + ٣٠ × ع × $\frac{١٢}{١٢}$

= ١٢٠ + ٣٠ ع

المبلغ الذى دفعه المدين فى نهاية المدة =القرض+جملة فوائد التأخير

٣١٢٢,٤ = ٣٠٠٠ + ١٢٠ + ٣٠ ع

٣١٢٢,٤ = ٣١٢٠ + ٣٠ ع

٣١٢٢,٤ – ٣١٢٠ = ٣٠ ع

٢,٤ = ٣٠ ع

ع = $\frac{٢,٤}{٣٠}$

∴ معدل فائدة التأخير { ع } = ٠,٠٨ × ١٠٠ = ٨٪

مثال [١١] :-

اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ٦٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية أخر كل شهرين ويسدد القرض فى نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الأربع الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، واتفق مع الدائن على سداد الفوائد المتبقية مع مبلغ القرض فى نهاية مدة القرض بمعدل فوائد تأخير ٩٪ سنويا .

والمطلوب حساب كلا من :-

١- المبلغ الذى دفعه المدين للدائن فى نهاية مدة القرض .

٢- فإذا علمت أن الدائن استثمر الفوائد الدورية بمجرد حصوله عليها بمعدل ٤٪ سنويا ، فما هو مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن.

٣- ما هو معدل الفائدة السنوى الذى حققه الدائن .

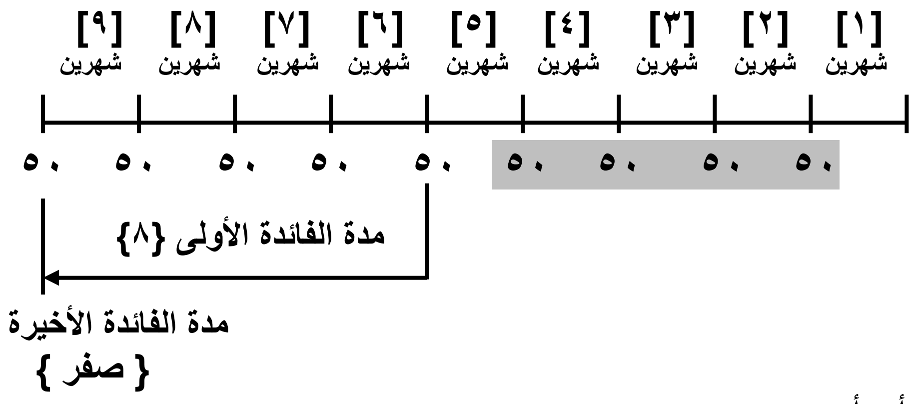
الحــل

الفائدة الدورية الواحدة = مبلغ القرض × معدل الفائدة على القرض × الفترة الزمنية الواحدة .

الفائدة الدورية الواحدة $= ٥٠٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢} = ٥٠$ جنيه

أولا:- إيجاد المبلغ الذى دفعه المدين فى نهاية مدة القرض

يمكن إيضاح فوائد التأخير من الشكل التالى :-



أى أن :-
عدد الفوائد المتأخرة = ٥
ومدة الفائدة الأولى = ٨ شهور
مدة الفائدة الأخيرة = صفر

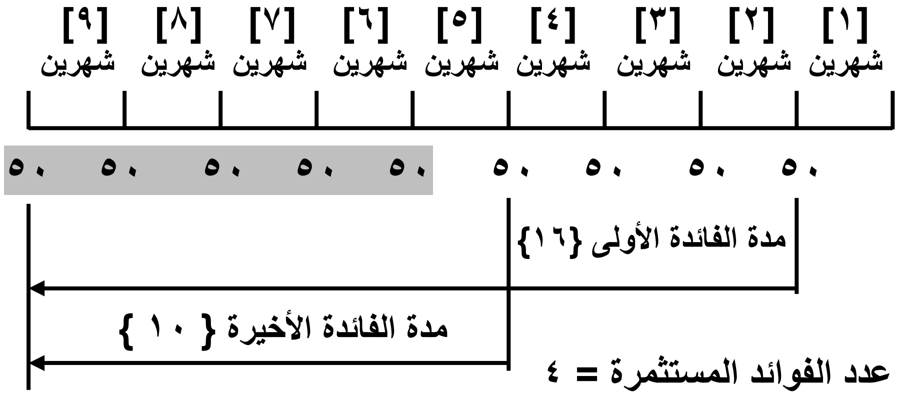
مجموع مدد الأقساط = $\frac{٥}{٢}$ { ٨ + ٠ } = ٢٠ شهرا

وحيث ان :-
جملة فوائد التأخير=الفائدة الدورية×عدد الفوائد+الفائدة الدورية×ع×مجموع مدد
= ٥٠ × ٥ + ٥٠ × $\frac{٩}{١٠٠}$ × $\frac{٢٠}{١٢}$

= ٢٥٠ + ٧,٥
= ٢٥٧,٥ جنيه
المبلغ الذى دفعه المدين فى نهاية المدة =القرض+جملة فوائد التأخير
= ٥٠٠٠ + ٢٥٧,٥ = ٥٢٥٧,٥ جنيه

ثانيا :- إيجاد مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن

يمكن إيضاح فوائد الاستثمار من الشكل التالى :-



عدد الفوائد المستثمرة = ٤

ومدة الفائدة الأولى = ١٦ شهور

مدة الفائدة الأخيرة = ١٠ شهور

مجموع مدد الأقساط = $\frac{٤}{٢}$ { ١٦ + ١٠ } = ٥٢ شهرا

وحيث أن :-

جملة فوائد الاستثمار = الفائدة الدورية × عدد الفوائد+الفائدة الدورية×ع×مجموع مدد

$$= ٤ \times ٥٠ + ٥٠ \times \frac{٤}{١٠٠} \times \frac{٥٢}{١٢}$$

= ٢٠٠ + ٨,٦٦٧

= ٢٠٨,٦٦٧ جنيه

مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن = جملة فوائد التأخير + جملة فوائد الاستثمار

= ٢٥٧,٥ + ٢٠٨,٦٦٧

= ٤٦٦,١٦٧ جنيه

✍ ثالثا:-إيجاد معدل الفائدة الإجمالى السنوى الذى حققه الدائن

معدل الفائدة الإجمالى السنوى= $\frac{\text{مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن}}{\text{القرض[م] × المدة [ن]}}$

$= \frac{٤٦٦,١٦٧}{٥٠٠٠ \times ١,٥}$

$= ٠,٠٦٢١٦ \times ١٠٠$

ع $=$ ٦,٢١٦٪

✍ مثال [١٢] :-

اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ٨٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية أخر كل ٣ شهور ويسدد القرض فى نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الثلاث الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، واتفق مع الدائن على سداد الفوائد المتبقية مع مبلغ القرض فى نهاية مدة القرض بمعدل فوائد تأخير ١٠٪ سنويا ٠

والمطلوب حساب كلا من :-

١- المبلغ الذى دفعه المدين للدائن فى نهاية مدة القرض ٠

٢- فإذا علمت أن الدائن استثمر الفوائد الدورية بمجرد حصوله عليها بمعدل ٦٪ سنويا ، فما هو مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن٠

٣- ما هو معدل الفائدة السنوى الذى حققه الدائن ٠

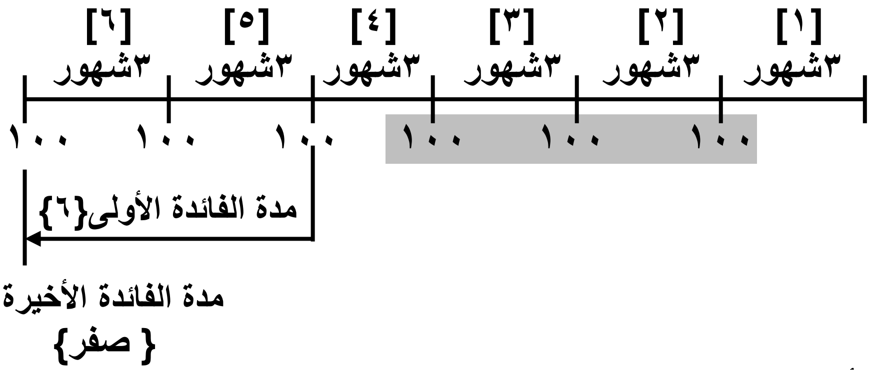
الحـــل

الفائدة الدورية الواحدة = مبلغ القرض × معدل الفائدة على القرض × الفترة الزمنية الواحدة .

الفائدة الدورية الواحدة = ٥٠٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ × $\frac{٣}{١٢}$ = ١٠٠ جنيه

أولا:- إيجاد المبلغ الذى دفعه المدين فى نهاية مدة القرض

يمكن إيضاح فوائد التأخير من الشكل التالى :-



أى أن :-

عدد الفوائد المتأخرة = ٣

ومدة الفائدة الأولى = ٦ شهور

مدة الفائدة الأخيرة = صفر

مجموع مدد الأقساط = $\frac{٣}{٢}$ { ٦ + ٠ } = ٩ شهور

وحيث أن :-

جملة فوائد التأخير=الفائدة الدورية×عدد الفوائد+الفائدة الدورية×ع×مجموع المدد

$= ١٠٠ \times ٣ + ١٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢}$

= ٣٠٠ + ٧,٥

= ٣٠٧,٥ جنيه

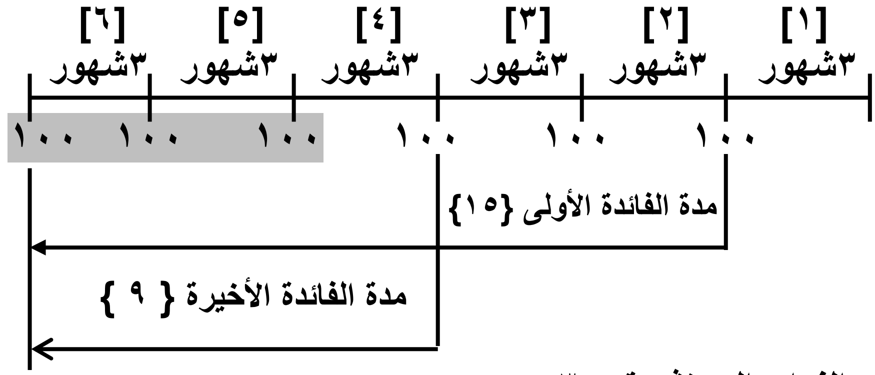
المبلغ الذى دفعه المدين فى نهاية المدة =القرض+جملة فوائد التأخير

= ٥٠٠٠ + ٣٠٧,٥

= ٥٣٠٧,٥ جنيه

ثانيا :- إيجاد مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن

يمكن إيضاح فوائد الاستثمار من الشكل التالى :-



عدد الفوائد المستثمرة = ٣

ومدة الفائدة الأولى = ١٥ شهور

مدة الفائدة الأخيرة = ٩ شهور

مجموع مدد الأقساط = $\frac{٣}{٢}$ { ١٥ + ٩ } = ٣٦ شهرا

وحيث أن :-

جملة فوائد الاستثمار = الفائدة الدورية × عدد الفوائد+الفائدة الدورية×ع×مجموع المدد

$$= ١٠٠ \times ٣ + ١٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٣٦}{١٢}$$

$$= ٣٠٠ + ١٨$$

= ٣١٨ جنيه

مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن = جملة فوائد التأخير + جملة فوائد الاستثمار

$$= ٣٠٧,٥ + ٣١٨$$

= ٦٢٥,٥ جنيه

ثالثا:-إيجاد معدل الفائدة الإجمالى السنوى الذى حققه الدائن

معدل الفائدة الإجمالى السنوى= $\frac{\text{مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن}}{\text{القرض[م] × المدة [ن]}}$

$$= \frac{٦٢٥,٥}{٥٠٠٠ \times ١,٥}$$

$$= ٠,٠٨٣٤ \times ١٠٠$$

ع = ٨,٣٤٪

تمارين الباب الخامس

١- اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه من أحد البنوك واتفق على سداد هذا القرض وفوائده بعد ٨ شهور وبمعدل ١٢٪ سنويا ، فما هو المبلغ الواجب سداده للبنك ، وما مجموع الفوائد التى تحملها هذا الشخص ؟

٢- اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه من أحد البنوك فى ٢٠٠١/٥/١ واتفق على سداد هذا القرض وفوائده فى ٢٠٠١/١١/١ بمعدل ٨٪ سنويا ، فما هو المبلغ الواجب سداده للبنك ، وما مجموع الفوائد التى تحملها هذا الشخص ؟

٣- اقترض شخص مبلغ ما من أحد البنوك ، واتفق على سداد هذا القرض وفوائده بعد ٨ شهور ، و أن هذا الشخص قام بسداد مبلغ ٦٤٨٠ جنيه فى نهاية مدة القرض ، فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد البسيطة بمعدل١٢٪ سنويا ،أوجد أصل القرض ؟

٤- اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه من أحد البنوك واتفق على سداد هذا القرض وفوائده فى نهاية مدة القرض ، فإذا علمت أن هذا قام بسداد مبلغ ٥٣٠٠ جنيه فى نهاية مدة القرض ، وإذا كان معدل ٨٪ سنويا ، فما هى مدة القرض ؟

٥- اقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه من بنك مصر ، وتعهد بسداد القرض على أقساط شهرية متساوية من الأصل والفوائد معا لمدة سنة ونصف ، فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو ٨٪ سنويا ، فالمطلوب حساب كلا من :-

١- القسط المتساوى .

٢- مجموع الفوائد التى يتحملها هذا الشخص .

٦- اشترى شخص ثلاجة بمبلغ ٣٠٠٠ جنيه ، وتعهد بسداد ثمنها على ٩ أقساط متساوية يتم دفعها كل شهرين { من الأصل والفوائد معا } ، قيمة القسط المتساوى ٣٥٤,٤٣ جنيه ، والمطلوب إيجاد معدل الفائدة البسيطة ؟

٧- اشترى شخص سيارة قيمتها ٨٠٠٠٠ جنيه ، واتفق مع البائع على أن يدفع ربع القيمة فورا ، ويسدد الباقى على أقساط ربع سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا لمدة سنة ونصف ، فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو ٨٪ سنويا ، فالمطلوب حساب كلا من :-
١- القسط المتساوى ٠
٢- مجموع الفوائد التى يتحملها المشترى ٠

٨- اقترض شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه من بنك مصر ، وتعهد بسداد القرض على ٤ أقساط متساوية ربع سنوية{ من الأصل والفوائد معا } فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو ١٢٪ سنويا ، فالمطلوب حساب كلا من :-
١- القسط المتساوى ٠
٢- مجموع الفوائد التى يتحملها هذا الشخص ٠
٣- تصوير جدول الاستهلاك ٠

٩- اقترض شخص مبلغ ٣٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ١٢٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية أخر كل شهرين ويسدد القرض فى نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الخمس الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، واتفق مع الدائن على سداد الفوائد المتبقية مع مبلغ القرض فى نهاية مدة القرض بمعدل فوائد تأخير١٦٪ سنويا ٠ والمطلوب حساب المبلغ الذى دفعه المدين للدائن فى نهاية مدة القرض ٠

١٠- اقترض شخص مبلغ ٣٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ١٢٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية أخر كل شهرين ويسدد القرض فى نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الخمس الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، فإذا علمت أن المبلغ الذى دفعه المدين للدائن فى نهاية مدة القرض ٣٢٤٩,٦ جنيه ، فما هو معدل فوائد تأخير ؟

١١- اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ١٢٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية أخر كل شهرين ويسدد القرض فى نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الأربع الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، واتفق مع الدائن على سداد الفوائد المتبقية مع مبلغ القرض فى نهاية مدة القرض بمعدل فوائد تأخير ١٥٪ سنويا ، فالمطلوب حساب كلا من :-

١- المبلغ الذى دفعه المدين للدائن فى نهاية مدة القرض ٠

٢- فإذا علمت أن الدائن استثمر الفوائد الدورية بمجرد حصوله عليها بمعدل ٨٪ سنويا ، فما هو مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن٠

٣- ما هو معدل الفائدة السنوى الذى حققه الدائن ٠

١٢- اقترض شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ١٢٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية أخر كل ٣ شهور ويسدد القرض فى نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الثلاث الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، واتفق مع الدائن على سداد الفوائد المتبقية مع مبلغ القرض فى نهاية مدة القرض بمعدل فوائد تأخير ١٥٪ سنويا ٠

والمطلوب حساب كلا من :-

١- المبلغ الذى دفعه المدين للدائن فى نهاية مدة القرض ٠

٢- فإذا علمت أن الدائن استثمر الفوائد الدورية بمجرد حصوله عليها بمعدل ١٠٪ سنويا ، فما هو مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن٠

٣- ما هو معدل الفائدة السنوى الذى حققه الدائن ٠

٨ ـ ٥

الجملة والفائدة المركبة لمبلغ

الرياضة المالية

محتويات الباب السادس

(٦-١) مقدمة:

يعتبر المال أساس الحياة الاقتصادية وهو الأساس المنطقي والمتفق عليه للتبادل التجاري سواء كان سلعياً أو خدمياً، وكذلك فهو الأساس المقبول لتقدير قيم السلع والخدمات ويظهر استخدام الأموال المملوكة للأشخاص سواء كانوا طبيعيين أو اعتباريين في صورتين أساسيتين هما:

الاستهلاك:

ويعرف الاستهلاك بأنه استخدام الأموال المملوكة للأشخاص في إشباع الحاجات المختلفة لهم حسب سلم التفضيل الخاص بكل منهم، وذلك بالحصول على ما يحتاجونه من سلع وخدمات مختلفة من الغير مقابل التنازل عن هذه الأموال.

الادخار:

ويعرف الادخار بأنه عدم استخدام الأموال المملوكة في الاستهلاك بل يتم الاحتفاظ بها لوقت الاحتياج إليها، والادخار غالباً ما يأخذ إحدى الصورتين التاليتين:

الاكتناز: أي الاحتفاظ بالأموال المملوكة لدى الشخص المالك لها دون أي توظيف لها.

الاستثمار: أي توظيف وتشغيل هذه الأموال في المجالات الاقتصادية المختلفة.

وحيث أننا نحيا في ظل اقتصاد متحرك فمما لاشك فيه أن الصورة الثانية من أشكال الادخار تعتبر بحق أفضل صور الادخار لما تحققه من فائدة لكل صاحب الأموال الذي سوف نطلق عليه المستثمر وكذلك ما سوف يستفيده الغير

من المتعاملين من تلك الأموال المستثمرة، وكذلك ما يمثله من قيمة مضافة للناتج القومي طالما أحسن المستثمر توظيف أمواله.

تعرف الفائدة المركبة:

بأنها عائد رأس المال المستثمر الذي يتم حسابه في نهاية مدة الاستثمار، ويتم حساب هذا العائد في نهاية كل فترة زمنية على أساس أصل المبلغ المستثمر مضافاً إليه الفوائد المحققة في الفترات الزمنية السابقة.

ومن هذا التعريف نستنتج أن:

١- الفائدة المركبة هي ثمن تشغيل رأس المال كعامل من عوامل الإنتاج.

٢- الفائدة المركبة تحسب على أساس المبلغ الأصلي المستثمر بالإضافة للفوائد التي تم حسابها عن الفترات السابقة. ومن هذا التعريف نجد أن المبلغ الذي يحسب على أساسه الفائدة المركبة في تزايد مستمر بقيمة الفوائد المحققة عن الفترات السابقة بعكس الفائدة البسيطة التي تتسم بثبات المبلغ الذي يحسب على أساسه الفائدة وهو أصل المبلغ المستثمر فقط.

ويلاحظ ما يلي:

١- في حالة ما إذا كانت مدة الاستثمار فترة استثمارية واحدة، فإن أصل المبلغ الذي سوف تحسب على أساسه الفائدة سواء كانت بسيطة أو مركبة واحد في الحالتين حيث أنه يساوي أصل المبلغ المستثمر حيث لم تتكون أي فوائد بعد في حالة الفائدة المركبة، فمع ثبات هذا الأصل وثبات المعدل المستخدم في حساب الفائدة فإن الفائدة البسيطة = الفائدة المركبة.

٢- في حالة إذا كانت مدة الاستثمار أكبر من فترة استثمارية واحدة وحتى ولو بكسر فترة زمنية، فمع ثبات العوامل الأخرى المؤثرة في حساب الفائدة، فإن الفائدة المركبة المحسوبة تكون أكبر من الفائدة البسيطة المحسوبة, وذلك لأن أصل المبلغ الذي تحسب على أساسه الفائدة المركبة يكون أكبر من أصل المبلغ الذي تحسب على أساسه الفائدة البسيطة بقيمة الفوائد المحققة عن الفترات السابقة.

٣- الفائدة المركبة المستحقة عن مبلغ معين وبمعدل محدد تكون في زيادة مستمرة من فترة استثمارية لأخرى ودون توقف حيث أن أصل المبلغ الذي تحسب على أساسه الفائدة المركبة في زيادة مستمرة من فترة استثمارية لأخرى بقيمة الفوائد المحققة عن الفترات السابقة، في حين أن الفائدة البسيطة تكون ثابتة من فترة لأخرى في حالة ثبات العوامل المؤثرة في حسابها لثبات أصل المبلغ المحسوب على أساسه الفائدة البسيطة.

ولذا، فإن من وجهة نظر الاستثمار الكفء أن الفائدة المركبة يفضل استخدامها في حالة الاستثمارات طويلة الأجل نسبياً والتي تتعدى فيها مدة الاستثمار فترة استثمارية واحدة.

(٦-٢) الرموز المستخدمة:

أ الأصل أو المبلغ المستثمر

جـ جملة المبلغ المستثمر في نهاية مدة الاستثمار

ف مجموع الفوائد المستحقة خلال مدة الاستثمار

ع معدل الفائدة الحقيقي السنوي

$\bar{ع}$ معدل الفائدة الحقيقي الغير سنوي

$ع_{س}$ معدل الفائدة الاسمي السنوي

ن المدة الكلية بالسنوات الصحيحة

ل عدد مرات إضافة الفائدة خلال السنة

ت عدد مرات إضافة الفائدة خلال المدة الكلية ن

(٦-٣) القانون الأساسي للجملة بفائدة مركبة:

بفرض أن أصل المبلغ المستثمر أ يستثمر بمعدل فائدة مركبة حقيقي سنوي ع ولمدة ن من السنوات الصحيحة حيث يتم حساب الفائدة في نهاية كل سنة من السنوات وعلى ذلك نجد أن:

$ف_{١} = أ \times ع \times ١$

حيث:

$ف_{١}$ ترمز لفائدة السنة الأولى

أ ترمز لأصل المبلغ المستثمر

ع ترمز لمعدل الفائدة الحقيقي السنوي

١ مدة الاستثمار

أي أن:

$ف_{١} = أ ع$

وبالتالي فإن:

الجملة في نهاية السنة الأولى = أصل المبلغ المستثمر + الفائدة المستحقة عن السنة الأولى

أي أن:

$$\text{حـ}_{١} = \text{أ} + \text{أع} = \text{أ}\ (١ + \text{ع})$$

فائدة السنة الثانية = جملة المتكون في نهاية السنة الأولى × معدل الفائدة الحقيقي السنوي × مدة الاستثمار

أي أن:

$$\text{ف}_{٢} = \text{أ}\ (١ + \text{ع}) \times \text{ع} \times ١ = \text{أع}\ (١ + \text{ع})$$

ومن ثم تصبح الجملة في نهاية السنة الثانية كما يلي:

جملة المتكون في نهاية السنة الثانية = جملة المتكون في نهاية السنة الثانية + الفائدة المستحقة عن السنة الثانية

أي أن:

$$\text{جـ}_{٢} = \text{أ}\ (١ + \text{ع}) + \text{أع}\ (١ + \text{ع}) = \text{أ}\ (١ + \text{ع})^{٢}$$

فائدة السنة الثالثة = جملة المتكون في نهاية السنة الثانية × المعدل × المدة

أي أن:

$$\text{ف}_{٣} = \text{أ}\ (١ + \text{ع})^{٢} \times \text{ع} \times ١ = \text{أع}\ (١ + \text{ع})^{٢}$$

جملة المتكون في نهاية السنة الثالثة = جملة المتكون في نهاية السنة الثانية + الفائدة المستحقة عن السنة الثالثة

أي أن:

$$\text{جـ}_{٣} = \text{أ}\ (١ + \text{ع})^{٢} + \text{أع}\ (١ + \text{ع}) = \text{أ}\ (١ + \text{ع})^{٣}$$

وهكذا نجد أن:

$$\text{جـ}_{٤} = \text{أ}\ (١ + \text{ع})^{٤}$$

ثم حاول أن توجد قيمة جـ٥ بنفس الطريقة فسوف تجد أنها تــساوي ما يلي:

$$جـ_{٥} = أ\ (١ + ع)^{٥}$$

وفي النهاية نجد أن:

$$جـ_{ن} = أ\ (١ + ع)^{ن}$$

حيث:

$جـ_{ن}$ ترمز للجملة في نهاية مدة الاستثمار الكلية

أ ترمز لأصل المبلغ المستثمر

ع ترمز لمعدل الفائدة الحقيقي السنوي

ن: مدة الاستثمار الكلية بالسنوات الصحيحة

وللحصول على قيمة الفائدة المركبة الكلية المـستحقة خـلال المـدة الكلية ن فإنه يمكن إيجادها كما يلي:

الفائدة المركبة الكلية المستحقة خلال المدة الكلية ن هي الفرق بين ما حصل عليه المستثمر في نهاية مدة الاستثمار وبين أصل المبلغ في بداية مدة الاستثمار.

أي أن:

$$ف = جـ - أ = أ\ (١ + ع)^{ن} - أ = أ\ [(١ + ع)^{ن} - ١]$$

أي أن:

$$ف = جـ - أ$$

$$ف = أ\ [(١ + ع)^{ن} - ١]$$

(٦-٤) العلاقة بين الفائدتين البسيطة والمركبة:

للتعرف على طبيعة العلاقة بين الفائدتين البسيطة والمركبة سنعرض المثال التالي:

مثال (١)

أودع شخص ١٠٠٠ جنيه في أحد البنوك لمدة ٤ سنوات بمعدل فائدة ١٠٪، أحسب الفائدة المستحقة وجملة ما يصير له في نهاية كل سنة من السنوات الأربعة:

(أ) بنظام الفائدة البسيطة.

(ب) بنظام الفائدة المركبة.

الحل

(أ) بنظام الفائدة البسيطة:

الفائدة في نهاية كل سنة = $١٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١٠$ = ١٠٠ جنيه

الجملة في نهاية أي سنة = المبلغ + فائدة السنة (ثابت) × ترتيب السنة

أو جملة المبالغ في السنة السابقة + فائدة السنة (ثابت)

الجملة في نهاية السنة الأولى = ١٠٠٠ + ١٠٠ = ١١٠٠ جنيه

الجملة في نهاية السنة الثانية = ١٠٠٠ + ١٠٠ × ٢ = ١٢٠٠ جنيه

أو = ١١٠٠ + ١٠٠ = ١٢٠٠ جنيه

الجملة في نهاية السنة الثالثة = ١٠٠٠ + ١٠٠ × ٣ = ١٣٠٠ جنيه

أو = ١٢٠٠ + ١٠٠ = ١٣٠٠ جنيه

الجملة في نهاية السنة الرابعة = ١٠٠٠ + ١٠٠ × ٤ = ١٤٠٠ جنيه

أو = ١٣٠٠ + ١٠٠ = ١٤٠٠ جنيه

(ب) بنظام الفائدة المركبة:

الفائدة في نهاية السنة الأولى = ١٠٠٠ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ١ = ١٠٠جنيه

الجملة في نهاية السنة الأولى = ١٠٠٠ + ١٠٠ = ١١٠٠ جنيه

= (الأصل في بداية السنة الثانية)

الفائدة في نهاية السنة الثانية = ١١٠٠ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ١ = ١١٠جنيه

الجملة في نهاية السنة الثانية = ١١٠٠ + ١١٠ = ١٢١٠ جنيه

= (الأصل في بداية السنة الثالثة)

الفائدة في نهاية السنة الثالثة = ١٢١٠ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ١ = ١٢١جنيه

الجملة في نهاية السنة الثالثة = ١٢١٠ + ١٢١ = ١٣٣١ جنيه

= (الأصل في بداية السنة الرابعة)

الفائدة في نهاية السنة الرابعة = ١٣٣١ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ١ = ١٣٣،١ جنيه

الجملة في نهاية السنة الرابعة = ١٣٣١ + ١٣٣،١ = ١٤٦٤،١ جنيه

وعلى ذلك يتضح أن قيمة الفوائد المركبة التي يحصل عليها المودع وهي ٤٦٤،١ جنيهاً أكبر من تلك الفوائد البسيطة التي يحصل عليها خـــلال

نفس الفترة الزمنية وهي ٤٠٠ جنيه والجدول الآتي يوضح مقارنة بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة.

السنة	الفائدة البسيطة			الفائدة المركبة		
	أصل المبلغ أ	الفائدة ف	الجملة حـ	أصل المبلغ أ	الفائدة ف	الجملة حـ
الأولى	١٠٠٠	١٠٠	١١٠٠	١٠٠٠	١٠٠	١١٠٠
الثانية	١٠٠٠	١٠٠	١٢٠٠	١١٠٠	١١٠	١٢١٠
الثالثة	١٠٠٠	١٠٠	١٣٠٠	١٢١٠	١٢١	١٣٣١
الرابعة	١٠٠٠	١٠٠	١٤٠٠	١٣٣١	١٣٣،١	
المجموع		٤٠٠			٤٦٤،١	

ملاحظات على الجدول:

١- لا تختلف الفائدة البسيطة عن الفائدة المركبة في السنة الأولى وكذلك الجملة.

٢- المبلغ الذي تحسب عليه الفائدة البسيطة هو دائماً أصل المبلغ المودع، أما المبلغ الذي تحسب عليه الفائدة المركبة فهو الرصيد المستحق في نهاية السنة السابقة (أي جملة السنة السابقة).

٣- مع ثبات العوامل المؤثرة في حساب الفائدة، وفي حالة مدة إيداع (استثمار) أو اقتراض أكبر من فترة واحدة فإن الفائدة المركبة تكون أكبر من الفائدة البسيطة لأن أصل المبلغ الذي تحسب على أساسه الفائدة المركبة يكون أكبر من أصل المبلغ الذي تحسب على أساسه الفائدة البسيطة بقيمة الفوائد المحققة عن الفترات السابقة.

٤- الرصيد المستحق في نهاية أي سنة = رصيد السنة السابقة + فائدة هـــذه السنة (في كل من الفائدة البسيطة والمركبة).

٥- الرصيد المستحق في نهاية المدة = أصل المبلغ + مجموع الفوائد (فـــي كل من الفائدة البسيطة والمركبة).

٦- الفائدة البسيطة متساوية في جميع السنوات، وعليه:

(أ) مجموع الفوائد لأي عدد من السنوات (ن) = فائدة السنة × ن

$$\text{(ب) فائدة السنة} = \frac{\text{الفرق بين جملة المبالغ في أي سنين}}{\text{الفرق بين ترتيب السنين}}$$

٧- الفائدة المركبة تزداد في كل سنة بمقدار فائدة السنة السابقة:

$\text{ف}_{٢} - \text{ف}_{١}$ = ١١٠ − ١٠٠ = ١٠ جنيه = فائدة $\text{ف}_{١}$ = ١٠٠ × ٠،١٠ = ١٠ جنيه

$\text{ف}_{٣} - \text{ف}_{٢}$ = ١٢١ − ١١٠ = ١١ جنيه = فائدة $\text{ف}_{٢}$ = ١١٠ × ٠،١٠ = ١١ جنيه

وهكذا .....

أي أن الفائدة في أي سنة = جملة فائدة السنة السابقة

فمثلاً:

$\text{ف}_{٢} = \text{ف}_{١} \times \text{ع}$ ١،٠٠

= ١٠٠ (١،١٠) = ١١٠ جنيه

$\text{ف}_{٣} = \text{ف}_{٢}$ (١،١٠) = ١٢١ جنيه

= $\text{ف}_{١}$ $(١،١٠)^{٢}$ = ١٢١ جنيه

$\text{ف}_{٤} = \text{ف}_{٣}$ (١،١٠) = $\text{ف}_{٢}$ $(١،١٠)^{٢}$ = $\text{ف}_{١}$ $(١،١٠)^{٣}$ = ١٣٣،١ جنيه

٨- الفرق بين أي جملتين متتاليتين بنظام الفائدة المركبة يعتبر فائدة الجملة الأولى منهما بنفس المعدل والمدة سنة أي يساوي الفائدة البسيطة للجملة الأولى منهما.

يمكن الاستفادة من الملاحظات السابقة على الفائدة البسيطة والمركبة في الوصول إلى عدد من العلاقات بينهما نذكر منها كما يلي:

$$(١)\quad \text{المعدل} = \frac{\text{الفرق بين أي فائدتين مركبتين (متتاليتين)}}{\text{الفائدة الأولى منها}} \times ١٠٠$$

فمثلاً:

$$\text{ع} = \frac{\text{ف}_{٢} - \text{ف}_{١}}{\text{ف}_{١}} \times ١٠٠ \text{،}\quad \text{ع} = \frac{\text{ف}_{١٠} - \text{ف}_{٩}}{\text{ف}_{٩}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{\text{الفرق بين أي جملتين مركبتين (متتاليتين)}}{\text{الجملة الأولى منهما}} \times ١٠٠$$

فمثلاً:

$$\text{ع} = \frac{\text{جـ}_{٢} - \text{جـ}_{١}}{\text{جـ}_{١}} \times ١٠٠ \text{،}\quad \text{ع} = \frac{\text{جـ}_{١٠} - \text{جـ}_{٩}}{\text{جـ}_{٩}} \times ١٠٠$$

$$(٢)\quad \text{المبلغ} = \frac{\text{ف}_{١} \times \text{ف}_{١}}{\text{ف}_{٢} - \text{ف}_{١}}$$

حيث $\text{ف}_{١}$، $\text{ف}_{٢}$ فائدتا السنة الأولى والثانية بنظام الفائدة المركبة.

مثال (٢)

إذا علمت أن الفائدة البسيطة لمبلغ ما في أربع سنوات هـي ٢٠٠٠ جنيه وأن الفائدة المركبة في السنة الثانية ٥٥٠ جنيهاً.

(أ) فائدة السنة الأولى = ٢٠٠٠ ÷ ٤ = ٥٠٠ جنيه

وهي تساوي فائدة السنة الأولى بنظام الفائدة المركبة ($ف_1$)

$$\text{المعدل} = \frac{ف_2 - ف_1}{ف_1} \times ١٠٠$$

$$\therefore \text{المعدل} = \frac{٥٥٠ - ٥٠٠}{٥٠٠} \times ١٠٠$$

$$= \frac{٥٠}{٥٠٠} \times ١٠٠ = ١٠\%$$

(ب) $$\text{المبلغ} = \frac{ف_1 \times ف_1}{ف_2 - ف_1}$$

$$\therefore \text{المبلغ} = \frac{٥٠٠ \times ٥٠٠}{٥٥٠ - ٥٠٠} = \frac{٢٥٠٠٠٠}{٥٠} = ٥٠٠٠ \text{ جنيه}$$

مثال (٣)

أودع تاجر مبلغ ما في بنك مصر بنظام الفائدة البسيطة، فإذا علمت أن الفائدة البسيطة في نهاية سنتين بلغت ١٤٤٠ جنيها، وقد لاحظ أنه لو حاسبه البنك بنظام الفائدة المركبة لزاد مجموع الفوائد المستحقة له في نهاية السنتين بمقدار ٦٤،٨ جنيهاً، أحسب كلاً من المبلغ والمعدل.

الحل

الفائدة البسيطة (أو المركبة) في نهاية السنة الأولى:

$ف_1$ = ١٤٤٠ ÷ ٢ = ٧٢٠ جنيهاً

مجموع الفوائد المركبة في نهاية السنتين:

(ف$_{١}$ + ف$_{٢}$) = ١٤٤٠ + ٦٤،٨ = ١٥٠٤،٨ جنيهاً

∴ الفائدة المركبة في نهاية السنة الثانية فقط

= ١٥٠٤،٨ − ٧٢٠ = ٧٨٤،٨ جنيهاً

□ المعدل = $\frac{\text{ف}_{٢} - \text{ف}_{١}}{\text{ف}_{١}}$ × ١٠٠

∴ المعدل = $\frac{٧٨٤،٨ - ٧٢٠}{٧٢٠}$ = $\frac{٦٤،٨}{٧٢٠}$ × ١٠٠ = ٩ ٪

□ المبلغ = $\frac{\text{ف}_{١} \times \text{ف}_{١}}{\text{ف}_{٢} - \text{ف}_{١}}$

∴ المبلغ = $\frac{٧٢٠ \times ٧٢٠}{٧٨٤،٨ - ٧٢٠}$ = $\frac{٥١٨٤٠٠}{٦٤،٨}$ = ٨٠٠٠ جنيه

مثال (٤)

أودع شخص مبلغ ما في بنك القاهرة فكانت جملته بفائدة بسيطة في نهاية السنة الأولى ٦٦٠٠ جنيهاً بينما بلغت جملته المركبة بنفس المعدل في نهاية السنة الثانية ٧٢٦٠ جنيها، أحسب المعدل والمبلغ.

الحل

الجملة في نهاية السنة الأولى بفائدة بسيطة = الجملة في نهاية السنة الأولى بفائدة مركبة.

□ المعدل = $\frac{\text{جـ}_{٢} - \text{جـ}_{١}}{}$ × ١٠٠

$$\text{حـ}_{1}$$

$$\therefore \text{المعدل} = \frac{٧٢٦٠ - ٦٦٠}{٦٦٠٠} \times ١٠٠$$

$$= \frac{٦٦٠}{٦٦٠٠} \times ١٠٠ = ١٠ \%$$

□ حـ_{1} = أ (١ + ع،٠٠)

∴ ٦٦٠ = أ (١،١٠)

$$\therefore \text{المبلغ} = \frac{٦٦٠٠}{١،١٠} = ٦٠٠٠ \text{ جنيهاً}$$

مثال (٥)

بلغت جملة مبلغ ما بفائدة بسيطة في نهاية السنة الثالثة ١٤٨٨٠ جنيهاً بينما بلغت جملته البسيطة في نهاية السنة الثامنة ١٩٦٨٠ جنيهاً، ومجموع فوائده المركبة في نهاية السنة الثانية ١٩٩٦،٨ جنيهاً، أحسب كلاً من المبلغ والمعدل.

الحل

$$\text{الفائدة البسيطة لمدة سنة } (\text{ف}_{1}) = \frac{\text{حـ}_{8} - \text{حـ}_{3}}{٨ - ٣}$$

$$= \frac{١٩٦٨٠ - ١٤٨٨٠}{٥} = \frac{٤٨٠٠}{٥} = ٩٦٠ \text{ جنيهاً}$$

الفائدة في السنة الثانية (ف_{2}) = ١٩٩٦،٨ – ٩٦٠ = ١٠٣٦،٨ جنيهاً

□ المعدل $= \frac{ف_٢ - ف_١}{ف_١} \times ١٠٠$

∴ المعدل $= \frac{١٠٣٦٫٨}{٩٦٠} \times ١٠٠$

$= \frac{٧٦٫٨}{٩٦٠} \times ١٠٠ = ٨ \%$

□ المبلغ $= \frac{ف_١ \times ف_١}{ف_٢ - ف_١}$

∴ المبلغ $= \frac{٩٦٠ \times ٩٦٠}{٧٦٫٨} =$ ١٢٠٠٠ جنيهاً

ملخص ما سبق:

أولاً: في الفائدة البسيطة:

١) مجموع الفوائد البسيطة لأي عدد من السنوات

= فائدة السنة (الثانية) × عدد السنوات

ومنها يمكن إيجاد فائدة السنة الأولى ($ف_١$)

٢) الجملة في نهاية أي سنة = المبلغ + (فائدة السنة × ترتيب هذه السنة)

فمثلاً $حـ_ن$ = أ + (ف × ن)

٣) فائدة السنة (ف) $= \dfrac{\text{الفرق بين جملة المبلغ في نهاية أي سنين}}{\text{الفرق بين ترتيبهما}}$

ثانياً: في الفائدة المركبة:

١) المعدل $= \dfrac{\text{الفرق بين فائدتين أو أي جملتين (متتاليتين)}}{\text{الفائدة أو الجملة الأولى منهما}} \times ١٠٠$

أو ع ١،٠٠ = الفائدة في أي سنة ÷ الفائدة في السنة السابقة.

= الجملة في أي سنة ÷ الجملة في السنة السابقة.

٢) المبلغ $= \dfrac{ف_١ \times ف_١}{ف_٢ - ف_١}$

٣) $ف_٢ = ف_١$ (ع ١،٠٠)،

$ف_٣ = ف_٢$ (١،٠٦)،

$= ف_١$ $(ع\ ١،٠٠)^{٢}$،

$ف_٤ = ف_٣$ (ع ١،٠٠)،

$= ف_٢$ $(ع\ ١،٠٠)^{٢}$،

$= ف_١$ $(ع\ ١،٠٠)^{٣}$،

وبصفة عامة:

$ف_ن = ف_ر\ (ع\ ١،٠٠)^{ن-ر} = ف_١\ (ع\ ١،٠٠)^{ن-١}$

(٦-٥) طرق حساب معامل التجميع $(١ + ع)^{ن}$:

من الواضح أنه لإيجاد الجملة المركبة في نهاية الفترة الزمنية ن فإن المشكلة التي تقابلنا هي كيفية الحصول على قيمة $(١ + ع)^{ن}$ أو $(ع\ ١،٠٠)^{ن}$.

وتوجد عدة طرق لحساب معامل التجميع $(١ + ع)^{ن}$ نذكر منها ما يلي:

(١) طريقة الضرب البسيط:

وتصلح هذه الطريقة في حالة ما تكون ن صغيرة ولكنها لا تصلح إذا كانت ن كبيرة. وعلى العموم فهذه الطريقة معقدة، فضلاً عن أنها مضيعة للوقت وتعرضنا للأخطاء الحسابية، ومن ثم فلا ينبغي استخدامها.

(٢) طريقة اللوغارتمات:

إذ يمكن باستخدام اللوغارتمات ذات الستة أو السبعة أرقام الحصول على نتائج دقيقة، وتحتاج هذه الطريقة إلى دراية باستخدام الدوال اللوغارتيمة.

(٣) طريقة الجداول:

وهي الطريقة الشائعة الاستخدام في جميع المصارف والبيوت المالية، ويعطي الجدول قيمة $(١ + ع)^{ن}$ لقيم ن، ع المختلفة.

(٤) طريقة الاستكمال:

وذلك حينما يتعذر وجود قيمة ع في الجدول لوقوعها بين قيمتين متتاليتين للفائدة.

(٥) طريقة الضرب المختصرة:

وتستخدم هذه الطريقة إذا كانت ن خارج نطاق الجدول، وتقوم هــذه الطريقة على أساس نظرية الأسس:

$$س^{أ + ب} = س^{أ} \times س^{ب}$$

(٦) طريقة نظرية ذات الحدين:

وتساعد هذه الطريقة في إيجاد مفكوك $(١ + ع)^{ن}$ وقد سبق دراســتها ضمن مقررات الثانوية العامة.

(٧) طريقة استخدام الآلات الحاسبة.

وسيتم التركيز في هذا المقرر على استخدام طريقة الجداول الماليــة وطريقة استخدام الآلات الحاسبة.

أولاً: طريقة الجداول المالية:

نظراً لطول آجال القروض في عمليات الفائدة المركبة فإنه يترتــب عليها تعدد عمليات الضرب واحتمال الوقــوع فــي خطــأ فــي اســتخراج $(١،٠ع)^{ن}$، لذلك تم إعداد جداول يمكن منها إيجاد نواتج المقــادير المختلفــة التي يحتاجها كل من يعمل في الشئون المالية والتجارية وسميت هذه الجداول "جداول الفائدة المركبة والدفعات" وهي خمسة مقادير خــصص لكــل منهــا جدول أعطى رقماً مسلسلاً للتمييز بينها، وأول هذه المقادير $(١،٠ع)^{ن}$ وهــو يمثل الجملة المركبة لوحدة النقود (أي الجنيه) بمعدل فائدة ع٪ ولفترة زمنيــة ن وقد خصص لهذا المقدار العمود الثاني.

إيجاد الجملة المركبة باستخدام جداول الفائدة المركبة (الجدول الأول):

العمود الثاني يعطي الجملة المركبة للجنيه بالمعدلات ١% إلى ١٦٪ ولوحدات زمن من ١ إلى ٥٠ ورمزه الرياضي (ع،٠١)^{ن}، ورمزه الحسابي ج^{ن} ع٪.

وعلى ذلك فإن الجملة المركبة لمبلغ مقداره أ يستثمر بمعدل فائدة مركبة ع٪ ولفترة زمنية ن يحسب كما يلي:

حـ$_{ن}$ = أ (ع،٠١)^{ن} = أ × **ج^{ن} ع٪**

أي أن الجملة المركبة للمبلغ = المبلغ × الجملة المركبة للجنيه.

= المبلغ × العدد المستخرج من العمود الثاني الذي يقع أسفل المعدل (ع٪) وأمام وحدات الزمن المعلومة (ن).

مثال (٦)

أوجد جملة مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه يستثمر بفائدة مركبة لمدة ٦ سنوات بمعدل ١٠٪، ثم أوجد مقدار الفائدة المركبة.

الحل

أ = ١٠٠٠٠ جنيه، ن = ٦ سنوات، ع = ١٠٪

حـ$_{ن}$ = أ (ع،٠١)^{ن} = أ × ج^{٦} ١٠٪

= ١٠٠٠٠ (١،١٠)^{٦} (جداول الفائدة المركبة – العمود الثاني)

= ١٠٠٠٠ (١،٧٧١٥٦١٠٠٠٠)

= ١٧٧١٥،٦١ جنيهاً

مقدار الفائدة المركبة (ف) = $ح_ن$ – أ = ($ج_ن$ ع٪ – ١)

ف = ١٧٧١١٥،٦١ – ١٠٠٠ = ٧٧١٥،٦١ جنيهاً

مثال (٧)

أودع تاجر ٥٠٠٠ جنيه في بنك القاهرة بمعدل بفائدة مركبة ٨٪ لمدة ١٥ سنة، أحسب:

(أ) الجملة المركبة المستحقة للتاجر.

(ب) الفوائد المركبة المستحقة له.

(ج) الفوائد المستحقة له عن السنة العاشرة فقط.

(د) مجموع الفوائد المركبة في السنوات الخمس الأخيرة.

(هـ) مجموع الفوائد للسنوات الثلاثة الأولى.

(و) مجموع الفوائد للسنوات ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢.

الحل

$ح_ن$ = أ × $ج^{١٥}$ ١٠٪

(أ) الجملة المركبة للمبلغ = ٥٠٠٠ × $ج^{١٥}$ ٨٪

= ٥٠٠٠ × ٣،١٧٢١٦٩١١٤٢

= ١٥٨٦٠،٨٥ جنيه

(ب) الفوائد المركبة للمبلغ = $ج_ن$ – أ

= ١٥٨٦٠،٨٥ – ٥٠٠٠٠ = ١٠٨٦٠،٨٥ جنيه

(ج) الفوائد المستحقة له عن السنة العاشرة فقط (ف$_{١٠}$) تحسب كما يلي:

ف$_{١٠}$ = جـ$_{١٠}$ – جـ$_{٩}$

= ٥٠٠٠ × ج^{١٠} ٨٪ - ٥٠٠٠ × ج^{٩} ٨٪

= ٥٠٠٠ (٢٫١٥٨٩٢ ٤٩٩٧٣ – ١٫٩٩٩٠٠ ٤٦٢٧١)

= ٥٠٠٠ × ٠٫١٥٩٩٢ ٢٠٣٧

= ٧٩٩٫٦٠ جنيه.

(د) مجموع الفوائد المركبة في السنوات الخمس الأخيرة = جـ^{١٥} – جـ^{١٠}

= أ (ج^{١٥} ٨٪ – ج^{١٠} ٨٪)

= ٥٠٠٠ (٣٫١٧٢١٦ ٩١١٤٢ – ٢٫١٥٨٩٢ ٤٩٩٧٣)

= ٥٠٠٠ × ١٫٠١٣٢٤ ٤١١٧ = ٥٠٦٦٫٢٢ جنيه.

(هـ) مجموع الفوائد في السنوات الثلاث الأولى:

= جـ^{٣} – أ

= أ (ج^{٣} ٨٪ – ١)

= ٥٠٠٠ (١٫٢٥٩٧١٢٠٠٠٠ – ١)

= ٥٠٠٠ (٠٫٢٥٩٧١ ٢٠٠٠٠)

= ١٢٩٨٫٥٦ جنيه.

(و) مجموع الفوائد للسنوات ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢:

= جـ^{١٢} – جـ^{٧}

= أ (ج^{١٢} ٨٪ – ج^{٧} ٨٪)

= ٥٠٠٠ (٢٫٥١٨١٧ ٠١١٦٨ – ١٫٧١٣٨٢ ٤٢٦٨٨)

= ٥٠٠٠ × ٠،٨٠٤٣٤٥٨٤٨

= ٤٠٢١،٧٣ جنيه.

ملحوظات:

١) $جـ_ن$ = أ × $ج^ن$ ع٪

= $جـ_١$ × $ج^{ن-١}$ ع٪

= $جـ_٢$ × $ج^{ن-٢}$ ع٪

.... وهكذا

٢) يمكن استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة المقدار $(١ + ع)^ن$ مباشرة دون الحاجة لاستخدام الجداول المالية مهما كانت قيمتي ع، ن وذلك عن طريق الضغط على مفتاح الأس X^y.

فمثلاً: $جـ_{١٠}$ = $جـ_٣$ × $ج^٧$ ع٪

= $جـ_٦$ × $ج^٤$ ع٪

.... وهكذا

٣) $ف_ن$ = $ف_ر$ × $ج^{ن-ر}$ ع٪

$ف_{١٥}$ = $ف_٤$ × $ج^٦$ ع٪

= $ف_٣$ × $ج^٧$ ع٪

وهكذا ....

(٦-٦) تعلية الفائدة أكثر من مرة خلال العام:

قد يتفق المتعاقدان على تعلية أو إضافة الفائدة أكثر من مرة خـلال العام الواحد، وفي هذه الحالة لا يذكر المعدل عن سنة كاملة وإنما يذكر عـن جزء من السنة.

فمثلاً:

إذا كان المعدل ٥٪ عن كل ٦ شهور فإن الفائدة تعلي مـرتين فـي السنة (١٢ ÷ ٦ = ٢).

وإذا كان المعدل ٥٪ عن كل ٤ شهور فإن الفائدة تعلى ثلاث مـرات في السنة (١٢ ÷ ٤ = ٣).

وإذا كان المعدل ٢٪ عن كل ٣ شهور فإن الفائدة تعلى أربع مـرات في السنة (١٢ ÷ ٣ = ٤).

ولا يختلف الحال عما سبق إلا في أننا نحول المدة إلى وحدات زمنية أو فترات تتفق مع معدل الفائدة المذكور وذلك بضرب المدة بالـسنوات فـي عدد مرات تعلية الفائدة في السنة أي أن:

عدد الفترات = المدة بالسنين × عدد مرات التعلية في السنة

مثال (٨)

أحسب الجملة المركبة لمبلغ ٣٠٠٠ جنيه استثمر بفائدة مركبة معدلها ٤٪ كل ٣ شهور لمدة ١٠ سنوات.

الحل

أ = ٣٠٠٠ جنيه، ع = ٤٪ كل ٣ شهور، عدد السنوات = ١٠

عدد مرات تعلية الفائدة في السنة ١٢ ÷ ٣ = ٤ مرات.

عدد الفترات الزمنية التي تتفق مع المعدل = ١٠ × ٤ = ٤٠ فترة

∴ جـــن = أ × ج^{ن} ٤٪

= ٣٠٠٠ (١،٠٤)^{٤٠} العمود الثاني أسفل ٤٪ وأمام ن = ٤٠

= ٣٠٠٠ × ٤،٨٠١٠٢٠٦٢٨

= ١٤٤٠٣،٠٦ جنيه

مثال (٩)

أودع تاجر ٨٠٠٠ جنيه في بنك مصر وكان المعدل الربع سنوي ٢% وبعد ٤ سنوات تغير المعدل وأصبح ١،٥٪ عن كل شهرين، وبعد ٣ سنوات أخرى تغير المعدل وأصبح ١٠٪ سنوياً، أحسب الجملة المستحقة له بعد ١٠ سنوات من تاريخ الإيداع.

الحل

٨٠٠٠ جنيه

ربع سنوي ٢٪	١،٥٪ كل شهرين	١٠٪ سنوياً
٤ سنوات	٣ سنوات	٣ سنوات
(١٦ وحدة زمن)	(١٨ وحدة زمن)	(٣ وحدات زمن)

الجملة

الجملة المستحقة = ٨٠٠٠ × ج^{١٦} ٢٪ × ج^{١٨} ١،٥٪ × ج^{٣} ١٠٪

= ٨٠٠٠ (١،٣٧٢٧٨٥٧٥) (١،٣٠٧٣٤٠٦٣٦) (١،٣٣١)

= ١٩١٠٩،٩٥ جنيه

مثال (١٠)

اقترض تاجر ١٠٠٠٠ جنيه من بنك بمعدل فائدة ٢،٥٪ عن كل شهرين. احسب جملة ما يسدده في نهاية ١٠ سنوات.

الحل

المعدل عن كل شهرين، فإن الفائدة تعلي ٦ مرات في السنة (١٢ ÷ ٢)

عدد وحدات الزمن = ١٠ × ٦ = ٦٠ وحدة زمن

جـــن = أ × ج^{٦٠} ٢،٥٪

= أ × ج^{٥٠} ٢،٥ × ج^{١٠} ٢،٥٪ (من العمود الثاني)

= ١٠٠٠٠ (٣،٤٣٧١٠٨٧٢) (١،٢٨٠٠٨٤٥٤)

= ٤٣٩٩٧،٩٠ جنيه

ويمكن تجزئة ج^{٦٠} ٢،٥٪ إلى أي عددين مجموعهما ٦٠ فمثلاً:

ج^{٦٠} ٢،٥٪ = ج^{٣٠} ٢،٥٪ × ج^{٣٠} ٢،٥٪

= ج^{٤٠} ٢،٥٪ × ج^{٢٠} ٢،٥٪

ومن الأمثلة السابقة يتضح سهولة الحصول على الجملة باستخدام جداول الفائدة المركبة (العمود الثاني)، ولكن يلاحظ على هذا الجدول ما يلي:

(أ) المعدلات به هي معدلات صحيحة في أو بفارق واحدة في المائة وتتباعد بفارق نصف في المائة بدءاً من ٦٪، ولهذا لا يوجد بالجدول الجملة المركبة للجنيه بمعدلات بينيه لهذه المعدلات.

(ب) وحدات الزمن به أعداد صحيحة من ١ إلى ٥٠ أي لا يوجد به الجملة المركبة للجنيه لعدد كسري (أي عدد صحيح وكسر) من وحدات الزمن.

ورغم أن هناك عدة طرق يمكن استخدامها في مثل هذه الحالات للوصول إلى الجملة المركبة للمبلغ مثل طريقة اللوغاريتمات أو باستخدام حساب الاستكمال إلا أننا سنركز هنا على الحل باستخدام حاسبة الجيب العادية حيث أنها تعطي قيماً أدق.

وفيما يلي عدد من الأمثلة لحساب الجملة المركبة في الحالتين السابقتين:

١ - <u>في حالة المعدلات البينية غير الواردة في الجدول</u>:

مثال (١١)

أودع تاجر ١٠٠٠٠ جنيه في بنك مصر بمعدل فائدة مركبة ١٠،٧٥٪ سنوياً، أحسب جملة ما يصير له في نهاية ١٠ سنوات.

الحل

جـن = أ × جَن ع٪

= أ (١،٠ع)ن

= ١٠٠٠٠ (١،١٠٧٥)١٠

= ١٠٠٠٠ (٢،٧٧٦١١٤٣٣٧)

= ٢٧٧٦١،١٤ جنيه

وكي نصل إلى قيمة المقدار (١،١٠٧٥)١٠ باستخدام حاسبة الجيب اتبعنا ما يلي:

نكتب العدد (١،١٠٧٥) ثم نضغط على مفتاح الضرب [×] مرتين ثم مفتاح [=] ٩ مرات فيظهر على الشاشة ٢،٧٧٦١١٤٣٣٦ وهي قيمة المقدار $(١،١٠٧٥)^{١٠}$.

ملحوظة

في بعض حاسبات الجيب يوجد المفتاح [X^y] ويمكن الوصول للجملة المركبة لمبلغ باستخدام هذا المفتاح مباشرة كالآتي:

نكتب العدد (١،١٠٧٥) ثم نضرب المفتاح [X^y] ثم نكتب العدد ١٠ ثم [=] تنتج $(١،١٠٧٥)^{١٠}$ = ٢،٧٧٦١١٤٣٣٦

مثال (١٢)

أودع شخص في بنك القاهرة ٥٠٠٠ جنيه بفائدة مركبة لمدة ٥ سنوات بمعدل ٣،٢٪ كل ٣ شهور، والمطلوب حساب الجملة المركبة للمبلغ في نهاية المدة.

الحل

عدد وحدات الزمن (الربع سنوية) = ٥ × ٤ = ٢٠ وحدات زمن (ربع سنوية)

$جـ_{ن}$ = أ $(١،٠٣٢)^{ن}$

= ٥٠٠٠ $(١،٠٣٢)^{٢٠}$

= ٥٠٠٠ (١،٨٧٧٥٦٠٥٢٥) = ٩٣٨٧،٨٠٣ جنيه

ملحوظة

المقدار $(١،٠٣٢)^{٢٠}$ أمكن الحصول عليه كما يلي:

(١،٠٣٢) [X^y] [٢٠] [=]

أو (١،٠٣٢) [×] [×] [=] ١٨ مرات [×] [=]

٢- في حالة المدد البينية غير الواردة بالجدول:

مثال (١٣)

أودع تاجر ٢٠٠٠ جنيه في بنك القاهرة الذي يحسب الفوائد المركبة بمعدل ١٠٪ سنوياً، أحسب جملة المستحق له في نهاية خمس سنوات و ٤ شهور.

الحل

جـن = أ (١،٠ع)^ن

جـ٥،٣٣ = ٢٠٠٠ × (١،١٠)^٥،٣٣

= ٢٠٠٠ × (١،١٠)^٥ × (١،١٠)^٠،٣٣

= ٢٠٠٠ (١،٦١٠٥١) (١،٠٣٢٢٨٠١) = ٣٣٢٤،٩٩٥ جنيه

مثال (١٤)

أودع شخص مبلغ ١٠٠٠ جنيه في بنك بمعدل فائدة مركبة ٩٪ سنوياً، أحسب جملة المستحق له في نهاية ١٠ سنوات وتسعة أشهر.

الحل

جـن = أ (١،٠ع)^ن

جـ١٠،٧٥ = ١٠٠٠٠ (١،٠٩)^١٠،٧٥

= ١٠٠٠٠ (١،٠٩)^١٠ (١،٠٩)^٠،٧٥

= ١٠٠٠٠ (٢،٣٦٧٣٣٦٧٥) (١،٠٦٦٧٦٧٧٢٩)

= ٢٥٢٥٣،٩٨ جنيه

ملحوظة

يمكن إيجاد المقدار $(١،٠٩)^{١٠،٧٥}$ مباشرة من الآلة الحاسبة كما يلي:

(١،٠٩) $[X^y]$ ١٠،٧٥ =

أو بتجزئة المقدار $(١،٠٩)^{١٠،٧٥}$ إلى $(١،٠٩)^{١٠}$ $(١،٠٩)^{٠،٧٥}$

كما هو في الحل.

مثال (١٥)

اقترض شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة ٨،٥٪ أوجد جملة المستحق له في نهاية ٩ سنوات وثلاثة أشهر.

الحل

$جـ_ن$ = أ $(١،٠ع)^{ن}$

$جـ_{٩،٢٥}$ = ٤٠٠٠ $(١،٠٨٥)^{٩،٢٥}$

= ٤٠٠٠ $(١،٠٨٥)^{٩}$ × $(١،٠٨٥)^{٠،٢٥}$

= ٤٠٠٠ (٢،١٢٦٧٩٢٢٩٥)

= ٨٥٠٧،١٧ جنيه

ملحوظة

المقدار $(١،٠٨٥)^{٩،٢٥}$ يمكن إيجاده من حاسبة الجيب كما يلي:

= ٩،٢٥ $[X^y]$ (١،٠٨٥)

أو

(١،٠٨٥)$^{٩،٢٥}$ = (١،٠٨٥)^{٩} × (١،٠٨٥)$^{٠،٢٥}$ =

<u>ثانياً: طريقة استخدام الآلات الحاسبة لحساب معامل التجميع (١ + ع)ن:</u>

وتعتمد هذه الطريقة على إيجاد معامل التجميع (١ + ع)ن باستخدام الآلة الحاسبة مباشرة دون الحاجة لاستخدام الجداول المالية وذلك عند أي قيمة للمعدل ع ولأي قيمة للمدة ن سواء كانت صحيحة أو تحتوي على كسر وذلك عن طريق الضغط على $[X^y]$ مباشرة وذلك كما بينا في الأمثلة ١١، ١٢، ١٣، ١٤ على الترتيب.

(٦-٧) إيجاد الجملة إذا كانت المدة تحتوي على كسر:

للحصول على قيمة (١ + ع)ن سواء كانت ن عدد صحيح موجب أو عدد صحيح وكسر أو كسر فقط باستخدام الجداول المالية التي تعطي جملة الجنيه بفائدة مركبة في نهاية أحد عشر شهراً وعشرة شهور وتسعة شهور وهكذا إلى أن يُعطي جملة الجنيه في نهاية شهر واحد، ويلاحظ أن وصف الكسور بهذه الصفة شهر أو أكثر يكون صحيحاً فقط في حالة معدل الفائدة السنوي، أما في حالة معدل الفائدة النصف سنوي مثلاً فإن كسر مثل $\frac{3}{12}$ لا يعني ثلاثة شهور بل يعني $\frac{1}{4}$ من وحدة الزمن النصف سنوية أي $\frac{1}{8}$ وعلى ذلك فإنه يجب التنبيه إلى طبيعة المعدل إذ أنها هي التي تحدد طبيعة الكسر.

كذلك يمكن الحصول على قيمة $(١ + ع)^{ن}$ إذا كانت (ن) تحتوي على كسر باستخدام الآلة الحاسبة أيضاً وذلك بتحويل الكسر الاعتيادي إلى كسر عشري وتسجيل قيمة (ن) بكاملها بما تتضمنه من كسر عشري.

والمثال التالي يوضح طريقة استخدام ملحق جدول جملة الجنيه من ناحية واستخدام الآلة الحاسبة من ناحية أخرى.

مثال (١٦)

أودع شخص في أحد البنوك مبلغ ٤٠٠٠ جنيه في أحد البنوك لمدة ستة شهور وثلاثة سنوات، وكان البنك يحسب فوائد استثمار مركبة بمعدل ١٣،٥٪ سنوياً، فإذا أراد الشخص سحب جملة ماله في البنك في نهاية المدة فما هي جملة ما يسحبه.

الحل

أ) باستخدام الآلة الحاسبة:

$ح_{ن} = أ (١،٠ع)^{ن}$

$\therefore ح_{٣،٥} = ٤٠٠٠ (١،١٣٥)^{٣،٥} = ٦٢٣٠،٨٢٤$ جنيه

ب) باستخدام الجداول المالية:

$ح_{٣،٥} = ٤٠٠٠ (١،١٣٥)^{٣} (١،١٣٥)^{٠،٥}$

والمقدار $(١،١٣٥)^{٣}$ هي جملة الجنيه بمعدل ١٣،٥٪ لمدة ثلاث سنوات وقيمته من الجداول المالية تساوي ١،٤٦٢١٣٥ أما المقدار $(١،١٣٥)^{٠،٥}$ فهو يمثل جملة الجنيه بمعدل ١٣،٥٪ لمدة نصف سنة ويمكن الحصول عليها من ملحق جدول الجملة وقيمته تساوي ١،٠٦٥٣٦٤

وبالتالي تصبح الجملة المطلوبة تساوي:

$حـ_{٥،٣} = ٤٠٠٠ \times ١،٤٦٢١٣٥ \times ١،٠٦٥٣٦٤ = ٦٢٣٠،٨٢٤$ جنيه

(٦-٨) حساب عوامل الفائدة المركبة:

معادلة الجملة المركبة تتضمن أربعة عوامل هي الجملة المركبة والمبلغ والمعدل والمدة ويمكننا إيجاد أي عامل من هذه العوامل بمعلومية العوامل الثلاث الأخرى وذلك باستخدام القوانين التالية:

قانون إيجاد أصل المبلغ المستثمر:

$$أ = \frac{حـ}{(١ + ع)^{ن}} = \frac{جـ}{جـ^{ن}_{ع\%}}$$

حيث أن:

$جـ^{ن} = (١ + ع)^{ن}$

قوانين حساب المدة:

$$(أ) \quad (١ + ع)^{ن} = \frac{حـ}{أ}$$

وبالبحث في الجداول المالية عن القيمة $\frac{حـ}{أ}$ تحت المعدل ع إلى أن نحصل على تلك القيمة أمام وحدة زمن معينة فتكون هي قيمة ن المطلوبة.

$$(ب) \quad ن = \frac{لوجـ - لو أ}{لو (١ + ع)}$$

قوانين حساب المعدل:

$$(١) \quad (١ + ع)^{ن} = \frac{حـ}{}$$

الرياضة المالية

$\overline{\quad}$
أ

وبالبحث في الجداول المالية عن القيمة $\frac{جـ}{أ}$ أمام وحدة الزمن المعلومة (ن) إلى أن نحصل على تلك القيمة في عمود المعدل ع فيكون هو المعدل المطلوب.

(٢) باستخدام اللوغاريتمات على خطوتين هما:

<u>أ- الخطوة الأولى نوجد قيمة</u>

$$لو\ (١ + ع) = \frac{لوجـ - لو\ أ}{ن}$$

<u>ب- الخطوة الثانية:</u>

(١ + ع) = العدد المقابل للوغاريتم ومنه نجد أن:

ع = العدد المقابل للوغاريتم - ١

ويتم الحصول على العوامل الثلاث الأصل والمدة والمعدل عملياً كما يتضح من الأمثلة التالية:

<u>أولاً: إيجاد المبلغ:</u>

مثال (١٧)

استثمر تاجر مبلغاً لمدة ١٥ سنة في مصرف بمعدل فائدة مركبة ٩٪ فصارت جملته المركبة في نهاية المدة ٩١٠٦،٢١ جنيه فكم كان المبلغ المستثمر؟

الحل

$جـ_{ن} = أ \times ج^{ن}_{ع٪}$

٩١٠٦،٢١ = أ × جـ^{١٥} ٩٪

= أ (٣،٦٤٢٤٨٢٤٥٩)

∴ أ = $\frac{٩١٠٦،٢١}{٣،٦٤٢٤٨٢٤٥٩}$ = ٢٥٠٠ جنيه

ملحوظة يمكن إيجاد المبلغ أيضاً باستخدام حاسبة الجيب العادية كما يلي:

(أ) تحسب قيمة (١،٠٩)^{١٥} ثم نضعها في الذاكرة.

(ب) نقسم الجملة على ما في الذاكرة فنحصل على المبلغ ٢٥٠٠ جنيه.

مثال (١٨)

ما هو المبلغ الذي تبلغ جملته المركبة ٩٦٤٦،٢٩ جنيهاً في نهاية ٢٠ سنة بمعدل ١٢٪ سنوياً وذلك باستخدام:

(أ) جداول الفائدة المركبة. (ب) باستخدام حاسبة الجيب العادية.

الحل

أ) باستخدام جداول الفائدة المركبة:

جـن = أ × جـ^{ن} ع٪

٩٦٤٦،٢٩ = أ × جـ^{٢٠} ١٢٪

= أ (٩،٦٤٦٢٩)

∴ المبلغ = $\frac{٩٦٤٦،٢٩}{٩،٦٤٦٢٩}$ = ١٠٠٠ جنيه

(ب) باستخدام حاسبة الجيب العادية:

١. نحسب قيمة $(١،١٢)^{٢٠}$ = ٩،٦٤٦٢٩ ثم نضعها في الذاكرة.

٢. نقسم الجملة ٩٦٤٦،٢٩ على ما في الذاكرة فنحصل على المبلغ ١٠٠٠ جنيه.

مثال (١٩)

إذا علمت أن فائدة السنة ١٥ لمبلغ بمعدل ٩٪ سنوياً هي ٦٠١٥،١١ جنيه فاحسب أصل المبلغ.

الحل

$$ف_{١٥} = ف_{١} \times ج^{١٤}\ ٩٪$$

$$\therefore ف_{١} = \frac{ف_{١٥}}{ج^{١٤}\ ٩٪} = \frac{٦٠١٥،١١}{٣،٣٤١٧٢} = ١٨٠٠ \text{ جنيه}$$

$$\because ف_{١} = أ \times \frac{ع}{١٠٠} \times ١$$

$$\therefore أ = ف_{١} \times \frac{ع}{١٠٠}$$

$$= ١٨٠٠ \times \frac{١٠٠}{٩} = ٢٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

مثال (٢٠)

احسب أصل المبلغ الذي ينتج في نهاية ١٠ سنوات بمعدل ٨٪ سنوياً بفائدة مركبة قدرها ٩٢٧١،٤٠ جنيه.

الحل

ف = أ [ج^{١٠} ٨٪ - ١]

٩٢٧١،٤٠ = أ [٢،١٥٨٩٢٤٩٩٧٣ − ١]

= أ [١،١٥٨٩٢٤٩٩٧٣]

$$= أ \quad \frac{٩٢٧١،٤٠}{١،١٥٨٩٢٤٩٩٧٣} = ٨٠٠٠ \text{ جنيه}$$

ثانياً: إيجاد المعدل:

مثال (٢١)

استثمر تاجر ١٠٠٠٠ جنيه في أحد البنوك لمدة ٢٠ سنة فصارت جملته المركبة ٥٦٠٤٤،١٠٧٦٧ جنيه، أحسب معدل الفائدة المركبة السنوي.

الحل

أ) باستخدام جداول الفائدة المركبة:

∵ جـن = أ × ج^{ن} ع٪

٥٦٠٤٤،١٠٧٦٧ = ١٠٠٠٠ × ج^{٢٠} ع٪

ج^{٢٠} ع٪ = ٥،٦٠٤٤١٠٧٦٧

وبالبحث في العمود الثاني أمام وحدات الزمن ١٥ نجد أن هذه الجملة تقع أسفل المعدل ٩٪

∴ معدل الفائدة المركبة السنوي ٩٪

مثال (٢٢)

أودع شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه في أحد البنوك لمدة ١٠ سنوات فصارت فائدته المركبة ٥٧٩٤،٦٢٥ جنيه، أحسب معدل الفائدة المركبة السنوي.

الحل

□ ف = أ [ج^{١٠} ع٪ - ١]

٥٧٩٤،٦٢٥ = ٥٠٠٠ [ج^{١٠} ع٪ - ١]

ج^{١٠} ع٪$^{-١}$ = ١،١٥٨٩٢٤٩٩٧

∴ ج^{١٠} ع٪ = ٢،١٥٨٩٢٤٩٩٧

وبالبحث في العمود الثاني أمام وحدات الزمن ١٠ نجد أن هذه الجملة تقع أسفل المعدل ٨٪.

∴ معدل الفائدة المركبة السنوي ٨٪.

مثال (٢٣)

أحسب المعدل الذي بموجبه مبلغ ٤٠٠٠ جنيه يصبح ١٠٧٤٠،٢٥٥ جنيه في نهاية ١٠ سنوات علماً بأن الفائدة تضاف كل ٣ شهور.

الحل

عدد مرات الإضافة في السنة = ١٢ ÷ ٣ = ٤ مرات

عدد الفترات الزمنية = ١٠ × ٤ = ٤٠ فترة

جـ$_{ن}$ = أ × ج^{ن} ع٪

١٠٧٤٠،٢٥٥ = ٥٠٠٠ × ج^{٤٠} ع٪

\ ج^{٤٠} ع٪ = ٢،٦٨٥٠٦٣٨٣٨

وبالبحث في العمود الثاني أمام وحدات زمن ٤٠ نجد أن هذه الجملة تقع أسفل المعدل ٢،٥٪.

∴ المعدل هو ٢،٥٪ عن كل ٣ شهور.

مثال (٢٤)

اقترض تاجر مبلغ ما من أحد البنوك فصارت الجملة المركبة المستحقة عليه في نهاية السنة ١٢ هي ١٥٥٨٣،٩ جنيه، بينما الجملة المركبة المستحقة عليه في نهاية السنة ٢٠ هي ٣٨٥٨٥،١٧ جنيه، أحسب كلاً من:

١- المعدل السنوي للفائدة المركبة.

٢- المبلغ المقترض.

الحل

جـ٢٠ = جـ١٢ ج^٨ ع٪

∴ ج^٨ ع٪ = $\frac{٣٨٥٨٥،١٧}{١٥٥٨٣،٩}$ = ٢،٤٧٥٩٦٣٧

وبالبحث في العمود الثاني أمام وحدات الزمن ٨ نجد أن هذه الجملة تقع أسفل المعدل ١٢٪.

∴ المعدل هو ١٢٪ سنوياً.

ولإيجاد المبلغ يمكن استخدام أي من الجملتين المذكورتين كما يلي:

جـن = أ × جن ع٪	
∴ جـ١٢ = أ × ج^١٢ ١٢٪	جـ٢٠ × ج^٢٠ ١٢٪
∴ المبلغ = $\frac{١٥٥٨٣،٩}{٣،٨٩٥٩٧٥٩٩٢٥}$	المبلغ = $\frac{٣٨٥٨٥،١٧}{٩،٦٤٦٢٩٣٠٩٣٢}$
= ٤٠٠٠ جنيه	= ٤٠٠٠ جنيه

مثال (٢٥)

أودع تاجر مبلغاً في أحد البنوك فبلغت فائدته في السنة السابعة ٣٢٢٥،٨٨ جنيه، بينما بلغت فائدة السنة الثانية عشر ٦٣٦٢،٣٩ جنيه، أحسب كلاً من:

١- المعدل السنوي للفائدة المركبة الذي حاسبه به البنك.

٢- المبلغ المستثمر.

الحل

∵ $ف_{١٢}$ = $ف_{٧}$ $ج^{٥}$ ع٪

٦٢٦١،٣٩ = ٣٥٥٢،٨٨ × $ج^{٥}$ ع٪

∴ $ج^{٥}$ ع٪ = ١،٧٦٢٣٤٢١

وبالبحث في العمود الثاني أمام وحدات الزمن ٥ نجد أن هذه الجملة تقع أسفل المعدل ١٢٪.

أي المعدل السنوي للفائدة المركبة هو ١٢٪.

ولإيجاد المبلغ نتبع إحدى الطريقتين الآتيتين:

$ف_{٧}$ = $ف_{١}$ × $ج^{٦}$ ١٢ع٪

∴ $ف_{١}$ = $\frac{٣٥٥٢،٨٨}{١،٩٧٣٨٢٢٦٨٥١}$

= ١٨٠٠ جنيه

$ف_{١٢}$ = $ف_{١}$ × $ج^{١١}$ ١٢٪

$ف_{١}$ = $\frac{٦٢٦١،٣٩}{٣،٤٧٨٥٤٩٩٩٣٣٠}$

= ١٨٠٠ جنيه

∴ $ف_{١}$ = أ × $\frac{ع}{١٠٠}$ × ١

$$١٨٠٠ = أ \times \frac{١٢}{١٠٠}$$

$$= ١٥٠٠٠ \text{ جنيه}$$

<u>ثالثاً</u>: <u>إيجاد</u> <u>المدة</u>

مثال (٢٦)

استثمر تاجر ٤٠٠٠ جنيه بمعدل ٨٪ سنوياً بعد كم سنة تصبح الجملة المركبة المستحقة له ١٨٦٤٣،٨٢ جنيه.

الحل

جـن = أ × جن ع٪

١٨٦٤٣،٨٢ = ٤٠٠٠ × جن ٨٪

$$جن\ ٨٪ = \frac{١٨٦٤٣،٨٢}{٤٠٠٠} = \frac{٤،٦٦٠٩٥٧١٤}{٣}$$

وبالبحث في العمود الثاني أسفل المعدل ٨٪ نجد أن هذا الرقم يقع أمام المدة ٢٠ أي أن عدد السنوات = ٢٠ سنة.

مثال (٢٧)

اقترض تاجر مبلغ ٦٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بمعدل فائدة ٣٪ عن كل ٤ شهور، بعد كم سنة تصبح الفائدة المركبة المستحقة له ٧٣٢٧،٧٣ جنيه؟

الحل

ف = أ [جن ٣٪ -١]

٧٣٢٧،٧٣ = ٦٠٠٠ [ج^{ن} ٣٪ - ١]

∴ [ج^{ن} ٣٪ - ١] = $\frac{٧٣٢٧،٧٣}{٦٠٠٠}$

= ١،٢٢١٢٨٩٠٠٦

ج^{ن} ٣٪ = ١،٢٢١٢٨٩٠٠٦ + ١

= ٢،٢٢١٢٨٩٠٠٦

وبالبحث في العمود الثاني أسفل المعدل ٣٪ نجد أن هذه الجملة تقـــع أمام المدة ٢٧ وحيث أن المعدل المذكور عن كل ٤ شهور فإن المدة بالسنين:

= $\frac{\text{عدد وحدات الزمن}}{\text{عدد مرات التعلية في السنة}}$ = $\frac{٢٧}{٣}$ = ٩ سنوات

مثال (٢٨)

اقترض تاجر ١٢٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة ٨٪ فإذا علمـــت أن فائـــدة السنة الأخيرة ٣٥٥٢،٠١٧ جنيه، فكم كانت مدة القرض؟

الحل

ف$_{١}$ = ١٢٠٠٠ × ٠،٠٨ = ٩٦٠ جنيه

□ ف$_{ن}$ = ف$_{١}$ × ج$^{ن-١}$ ٨٪

٣٥٥٢،٠١٧ = ٩٦٠ × ج$^{ن-١}$ ٨٪

\ ج$^{ن-١}$ ٨٪ = $\frac{٣٥٥٢،٠١٧}{٩٦٠}$

= ٣،٧٠٠١٨٠٥٤

وبالبحث في الجدول الأول أسفل المعدل ٨٪ نجد أن هذه الجملة تقع أمام المدة ١٧.

ن - ١ = ١٧

∴ ن = ١٧ + ١ = ١٨ سنة

مثال (٢٩)

أودع شخص مبلغ ٣٠٠٠ جنيه في أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة ٤٪ كل ٣ شهور، فبعد كم سنة تصبح جملته المركبة ٦٥٧٣،٣٧ جنيه.

الحل

جـ$_ن$ = أ × ج^ن ٤٪

٦٥٧٣،٣٧ = ٣٠٠٠ × ج^ن ٤٪

$$\text{ج}^{\text{ن}}\ \text{٤٪} = \frac{\text{٦٥٧٣،٣٧}}{\text{٣٠٠٠}} = \frac{\text{٢،١٩١١٢٣١٤}}{\text{٣}}$$

وبالبحث في العمود الثاني أسفل المعدل ٤٪ نجد أن هذه الجملة تقع أمام المدة ٢٠ أي أن عدد السنوات = ٢٠ ÷ ٤ = ٥ سنوات.

مثال (٣٠)

أراد موظف أن يستثمر مبلغ ٥٠٠٠ جنيه بحيث يحقق له جملة قدرها ٨٨١،٧٠٩ جنيهاً في نهاية خمس سنوات، فما هو المعدل الذي يستثمر به أمواله؟

الحل

□ جـ = أ (١ + ع)^ن

□ لو (١ + ع) = لوجـ - لو أ

ن

$$\square\ \text{لو}\ (١ + ع) = \frac{\text{لو}\ ٨٨١١،٧٠٩ - \text{لو}\ ٥٠٠٠}{٥}$$

$$= \frac{٣،٩٤٥٠٦٠١ - ٣،٦٩٨٩٧}{٥}$$

∴ لو (١ + ع) = ٠،٠٤٩٢١٨٠٢

وبإيجاد العدد المقابل للوغاريتم نجد أن:

(١ + ع) = ١،١٢

∴ ع = ١،١٢ – ١ = ٠،١٢ أو ١٢٪

مثال (٣١)

أراد شخص أن يستثمر مبلغ ٦٠٠٠ جنيهاً حيث كان معدل الفائدة السائد في السوق ١٢،٥٪ سنوياً، فما هي المدة التي في نهايتها يحصل الشخص على جملة للمبلغ المستثمر تبلغ ١٢٥٢٧،٢١٥ جنيهاً؟

الحل

$$\square\ ن = \frac{\text{لوجـ} - \text{لو}\ أ}{\text{لو}\ (١ + ع)}$$

$$∴\ ن = \frac{\text{لو}\ ١٢٥٢٧،٢١٥ - \text{لو}\ ٦٠٠٠}{\text{لو}\ ١،١٢٥}$$

$$= \frac{٤،٠٩٧٨٥٤٥ - ٣،٧٧٨١٥١٣}{}$$

الرياضة المالية

٠،٥١١٥٢٥٢٢

= ٦،٢٥ سنة

(٦-٩) المعدل الحقيقي والمعدل الاسمي:

المعدل الحقيقي:

هو المعدل الذي مدته تتساوى مع مدة إضافة الفائدة، ويتم حساب الجملة المستحقة مباشرة باستخدام المعدل الحقيقي مع تغيير مدة الاستثمار لتصبح بالفترات الاستثمارية المساوية لمدة المعدل.

ويرمز للمعدل الحقيقي السنوي بالرمز ع فمثلاً:

المعدل ٩٪ سنوياً والفوائد تضاف كل سنة، نلاحظ أن هذا المعدل حقيقي لأن مدة المعدل سنة ومدة إضافة الفائدة سنة، بالتالي يتم حساب الجملة باعتبار أن مدد الاستثمار بنفس فترات إضافة الفائدة بالسنوات.

وقد يكون المعدل حقيقياً ولكن غير سنوي وفي هذه الحالة يرمز له بالرمز $\bar{ع}$ فعلى سبيل المثال لو أن معدل الفائدة ٨٪ نصف سنوي والفوائد تضاف مرتين في السنة.

نلاحظ أن هذا المعدل أيضاً حقيقي لأن مدته نصف سنة، ومدة إضافة الفائدة نصف سنوية، وبالتالي يمكن إيجاد الجملة المطلوبة باستخدام المعدل الحقيقي المعلوم ولكن بشرط تحويل المدة إلى فترات تابعة لمدة المعدل ويرمز لها بالرمز ت وفي حالة حساب الفائدة أكثر من مرة خلال السنة يرمز لعدد مرات حساب الفائدة خلال السنة بالرمز ل.

ويتم تعديل مدة الاستثمار لتطابق مدة إضافة الفائدة وتحسب فترات الاستثمار وفقاً لما يلي:

$$\boxed{\text{ت} = \text{ن} \times \text{ل}}$$

ت المدة بالفترات تابعة للمعدل

ن مدة الاستثمار بالسنوات

ل عدد مرات إضافة الفائدة خلال السنة

المعدل الاسمي:

هو المعدل الذي لا يتساوى مع مدة إضافة الفائدة، ولذا لا يمكن حساب الجملة باستخدامه ويرمز له بالرمز $\text{ع}_{\text{س}}$، على سبيل المثال المعدلات التالية:

١٢٪ **سنوياً**: والفوائد تضاف كل ٦ شهور، معدل اسمي لأن مدة إضافة الفائدة نصف سنة، ومدة المعدل سنة.

١٦٪ **سنوياً**: والفوائد تضاف ٤ مرات في السنة، وهو معدل اسمي لأن مدة إضافة الفائدة ربع سنة، ومدة المعدل سنة.

١٨٪ **نصف سنوي**: والفوائد تضاف شهرياً، وهو معدل اسمي لأن مدة إضافة الفائدة شهرياً، ومدة المعدل كل ٦ شهور, وفي حالة ما إذا كان المعدل اسمياً يتم تحويله إلى معدل حقيقي، ثم تعدل المدة لتطابق مدة إضافة الفائدة.

$$\boxed{\text{ع} = \frac{\text{ع}_{\text{س}}}{\text{ل}}}$$

$\bar{ع}$ المعدل الحقيقي غير السنوي

$ع_س$ المعدل الاسمي السنوي

ل عدد مرات إضافة الفائدة خلال السنة

$$\boxed{\text{ت} = \text{ن} \times \text{ل}}$$

مثال (٣٢)

اقترض مصطفى مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه من بنك مصر الذي يحسب فوائده بمعدل ١٨٪ سنوياً، على أن تضاف الفوائد كل ٤ شهور لمدة ٧ سنوات، أحسب المستحق عليه في نهاية المدة.

تمهيد للحل:

أ = ٤٠٠٠٠ جنيه　　$ع_س$ = ١٨٪ سنوياً　　ل = ٣　　ن = ٧　　حـ = ؟؟

الحل

المعدل الموجود معدل غير حقيقي فهو اسمي حيث أن مدته سنوية ووحدة إضافة الفائدة $\frac{1}{3}$ سنوية.

يتم تحويل المعدل إلى معدل $\frac{1}{3}$ سنوي، ثم تحويل المدة إلى فترات $\frac{1}{3}$ سنوية، ثم يتم حساب الجملة المطلوبة.

$$\because \bar{ع} = \frac{ع_س}{ل}$$

$$\therefore \bar{ع} = \frac{١٨\%}{٣} = ٦\% \text{ معدل (ثلث سنوي)}$$

ت = ن × ل

= ٧ × ٣ = ٢١ فترة (ثلث سنوية)

حـ = أ (١ + ع)^{ن}

حـ = ٤٠٠٠٠ (١ + ٦٪)^{٢١}

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ٦٪ العمود الثاني أمام المدة ٢١ فترة.

حـ = ٤٠٠٠٠ × ٤،٣٩٩٥٦٣٦

= ١٧٥٩٨٢،٥٤٤ جنيه

مثال (٣٣)

أودع أحمد مبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه في بنك القاهرة لمدة ١٠ سنوات بمعدل فائدة مركبة ١٧٪ سنوياً وتحسب الفوائد مرتين في السنة، أحسب جملة المستحق له في نهاية المدة.

تمهيد للحل:

أ = ٦٠٠٠٠ ن = ١٠ سنوات ع$_{س}$ = ١٧٪ سنوياً ل = ٣

حـ = ؟؟

يلاحظ أن المعدل غير حقيقي فهو معدل اسمي سنوي لأن مدته سنة، ولكن مدة إضافة الفائدة نصف سنوية، فيجب تحويله إلى معدل حقيقي غير سنوي، ثم تحول مدة الاستثمار إلى فترات تابعة لمدة المعدل الحقيقي الجديد.

الحل

$$ع = \frac{ع_{س}}{ل}$$

$$ع = \frac{١٧٪}{} = ٨،٥٪$$ نصف سنوي

٢

ت = ن × ل

= ١٠ × ٢ = ٢٠ فترة نصف سنوية

حـ = أ (١ + ع)^{ن}

= ٦٠٠٠٠ (١ + ٨،٥٪)^{٢٠}

بالرجوع إلى الجداول المالية لا نجد هذا المعدل ضمن المعدلات المعطاة ولكن المعدل ٨،٥٪ يقع بين المعدل ٨٪ والمعدل ٩٪، وبشئ من التفصيل:

فإن جملة وحدة النقود بالمعدل ٨،٥٪ عبارة عن جملة وحدة النقود بمعدل ٨٪ للمدة المطلوبة + الفائدة المستحقة عن المعدل ٠،٥٪ لنفس مدة الاستثمار.

وللحصول على قيمة الفائدة المستحقة عن المعدل ٠،٥٪ لنفس مدة الاستثمار فإنه بطرح جملة وحدة النقود بمعدل ٨٪ عن نفس المدة من جملة وحدة النقود بمعدل ٩٪ عن نفس المدة.

نحصل على فائدة ١٪ عن نفس المدة وبضربها في $\frac{1}{2}$ نحصل على فائدة $\frac{1}{2}$٪ لنفس المدة، وبالتالي فإن:

حـ = ٦٠٠٠٠ × [(١ × ٨٪)^{٢٠} + فائدة فرق كسر المعدل]

(١ + ٩٪)^{٢٠} = ٥،٦٠٤٤١٠٨

(١ + ٨٪)^{٢٠} = ٤،٦٦٠٩٥٧١

فرق ١٪ = ٠،٩٤٣٤٥٣٧

فرق $\frac{1}{2}$٪ = ٠،٩٤٣٤٥٣٧ × $\frac{1}{2}$

= ٠،٤٧١٧٢٦٩

جـ٢٠ = ٦٠٠٠٠ [٤،٦٦٠٩٥٧١ + ٠،٤٧١٧٢٦٩]

= ٣٠٧٩٦١،٠٣٧ جنيه

مثال (٣٤)

أودع محمود مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه في بنك مصر لمدة ١٥ سنة فوجد أن جملة المستحق له في نهاية المدة ٦٠٠٠٠٠ جنيه، أحسب معدل الفائدة المستخدمة في بنك الكرنك.

تمهيد للحل:

أ = ١٠٠٠٠٠ ن = ١٥ سنة حـ = ٦٠٠٠٠٠ ع = ؟؟

الحل

حـ = أ (١ + ع)^{ن}

٦٠٠٠٠٠ = ١٠٠٠٠٠ (١ + ع)^{١٥}

بقسمة طرفي المعادلة على قيمة أ

$$\frac{٦٠٠٠٠٠}{١٠٠٠٠٠} = (١ + ع)^{١٥}$$

٦ = (١ + ع)^{١٥}

بالبحث في الجداول المالية، العمود الثاني أمام المدة ١٥ سنة تحت جميع المعدلات عن الرقم ٦، فإننا لا نجد هذا الرقم مباشرة.

ولكن نجد رقمين أحدهم أصغر منه مباشـــرة، والأخـــر أكبـــر منـــه مباشرة كما يلي:

$(1 + 12\%)^{15}$	$(1 + ع\%)^{15}$	$(1 + 13\%)^{15}$
5.4735658	6	6.2542704

∴ المعدل المطلوب يقع بين ١٢٪، ١٣٪

ع = ١٢٪ + س٪

وللحصول على قيمة س٪ يتم إجراء التناسب التالي:

$(1 + 13\%)^{15} = 6.2542704$ $\qquad$ $(1 + ع\%)^{15} = 6.0000000$

$(1 + 12\%)^{15} = 5.4735658$ $\qquad$ $(1 + 12\%)^{15} = 5.4735658$

Δ فرق ١٪ = ٠.٧٨٠٧٠٤٦ $\qquad$ θ فرق كسر المعدل = ٠.٥٢٦٤٣٤٢

Δ ١٪ = ٠.٧٨٠٧٠٤٦

θ س = ٠.٥٢٦٤٣٤٢

$$س = \frac{\text{فرق كسر المعدل}}{\text{فرق } 1\%} \times 1\%$$

$$س = \frac{0.5264342}{0.7807046} \times 1\%$$

س = ٠.٦٧٤٪

ع = ١٢٪ + ٠.٦٧٤٪

= ١٢.٦٧٤٪

<u>العلاقة الرياضية بين المعدل الحقيقي السنوي ع والمعدل الاسمي السنوي $ع_س$:</u>

$$\text{ع} = \left(\text{١} + \frac{\text{ع}_{\text{س}}}{\text{ل}}\right)^{\text{ل}} - \text{١}$$

حيث:

ع　ترمز للمعدل الحقيقي السنوي

$\text{ع}_{\text{س}}$　ترمز للمعدل الاسمي السنوي

ل　عدد مرات إضافة الفائدة خلال السنة

$$\text{ع}_{\text{س}} = \text{ل}\left(\left[\text{١} + \text{ع}\right]^{\frac{\text{١}}{\text{ل}}} - \text{١}\right)$$

مثال (٣٥)

ما هو المعدل الحقيقي السنوي المقابل للمعدل الاسمي السنوي ٥٪ إذا كانت الفائدة تضاف كل ثلاثة شهور؟

الحل

المعطيات:

ع = ٥٪　　　ل = ٤

$$\because \text{ع} = \left(\text{١} + \frac{\text{ع}_{\text{س}}}{\text{ل}}\right)^{\text{ل}} - \text{١}$$

$$\therefore \text{ع} = \left(\text{١} + \frac{\text{٠،٠٥}}{\text{٤}}\right)^{\text{٤}} - \text{١} =$$

$$= (\text{١،٠١٢٥})^{\text{٤}} - \text{١} =$$

الرياضة المالية

= ١،٠٥٠٩٤٥ – ١ = ٠،٠٥٠٩٤٥ أو ٥،٠٩٤٥٪

مثال (٣٦)

ما هو المعدل الاسمي الذي بموجبه تضاف الفائدة كل ثلث سنة إذا علمت أن المعدل الحقيقي هو ٩،٢٧٢٧٪؟

الحل

المعطيات:

ع = ٩،٢٧٢٧٪ ل = ٤

∵ $ع_س = ل\left([١ + ع]^{\frac{١}{ل}} - ١\right)$

∴ $= ٤\left((١،٠٩٢٧٢٧)^{\frac{١}{٤}} - ١\right) = ٩٪$

مثال (٣٧)

أيهما أفضل من وجهة نظر المقرض، معدل ١٥٪ وتضاف الفائدة ٨ مرات سنوياً، أم معدل ١٦٪ وتضاف الفائدة ٤ مرات سنوياً.

الحل

نبحث عن المعدل الحقيقي في كلا الحالتين والمعدل الأكبر هو الأفضل.

الحالة الأولى:

$ع = \left(١ + \frac{٠،١٥}{٨}\right)^{٨} - ١ = ٠،١٦٠٢$ أو ١٦،٠٢٪

الحالة الثانية:

$ع = \left(١ + \frac{٠،١٦}{٤}\right)^{٤} - ١ = ٠،١٦٩٨٥٩$ أو ١٦،٩٨٥٩٪

$\frac{}{٤}$

إذن من الأفضل أن يُقرض بمعدل ١٦٪ وتضاف الفائدة ٤ مرات سنوياً.

(٦-١٠) تمــــارين:

<u>أولاً: تمارين شفوية:</u>

أولاً: أكمل العبارات الآتية:

١- الجملة المركبة للمبلغ = المبلغ × ....

٢- .... أ [جⁿ٪ - ١]

٣- الجملة المركبة لمبلغ في نهاية السنة الرابعة = ... × $(ع١،٠)^{٤}$

٤- $ف_{١٠}$ = $جـ_{١٠}$ - ....

= ...... [$ج^{١٠}$٪ - $ج^{٩}$٪]

= $ف_{١}$ × ....

= .....× $ج^{٤}$٪

٥- الجملة المركبة في نهاية أي سنة = الجملة المركبة في نهاية سنة سابقة × ....

أي أن $جـ_{ن}$ = $جـ_{ر}$ × ....

٦- مجموع الفوائد المركبة في .... – الأخيرة

= المبلغ [$ج^{١٥}$ ع٪ - $ج^{١٠}$ ع٪]

٧- مجموع الفوائد للسنوات ٤، ٥، ٦, ٧, ٨ = أ [ج ع٪ - ج ع٪]

٨- عدد الفترات التابعة للمعدل = المدة بالسنين × ....

ثانياً: تمارين عامة:

١- اقترض تاجر ٥٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بمعدل فائدة ١٢٪ سنوياً، أحسب كلاً من الجملة المركبة والفائدة المستحقة عليه في نهاية ١٠ سنوات.

٢- أودع تاجر ٨٠٠٠ جنيه في بنك القاهرة بمعدل فائدة ٨٪ سنوياً لمدة ٢٠ سنة، أحسب:

أ) الفائدة عن السنة ١٥.

ب) مجموع فوائد السنوات الخمس الأخيرة.

ج) مجموع فوائد السنوات الثلاث الأولى.

د) مجموع الفوائد للسنوات ١٠، ١١، ١٢, ١٣، ١٤.

٣- احسب الجملة المركبة لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه استثمر بمعدل فائدة مركبة ٢،٥٪ عن كل ٣ شهور لمدة ٨ سنوات، وكذا مجموع الفوائد.

٤- أودع تاجر ٤٠٠٠ جنيه في أحد البنوك وكان معدل الفائدة المركبة ١٠٪ سنوياً وبعد ٦ سنوات تغير المعدل وأصبح ٤٪ عن كل ٦ شهور، وبعد

٥ سنوات أخرى أصبح المعدل ربع سنوي ٣٪، أحسب جملة ما يصير له بعد ٢٠ سنة من تاريخ الإيداع، ومجموع الفوائد المستحقة له.

٥- أحسب الجملة المركبة لمبلغ ١٥٠٠٠ جنيه في نهاية ١٢ سنة إذا كان المعدل الربع سنوي ٣،٥٪.

٦- احسب الجملة المركبة للمبلغ في التمرين السابق في نهاية ١٠ سنوات وثلاثة أشهر.

٧- احسب المبلغ الذي صارت جملته المركبة ٦٤٨٨٤،١٢ جنيه في نهاية ١١ سنة ونصف بمعدل ٥،٢٥٪ عن كل ستة شهور.

٨- احسب المبلغ الذي تصبح فائدته المركبة ٦٠٣٤١،٣٣ جنيه بعد ٣٢ سنة إذا علمت أن الفائدة المركبة ١٠٪ سنوياً.

٩- اقترض تاجر مبلغ ما بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ سنوياً فكانت فائدة السنة العاشرة ١١٧٨،٩٧ جنيه، أحسب مبلغ القرض.

١٠- اقترضت إحدى الشركات ٤٠٠٠٠ جنيه لمدة ٢٠ سنة فصارت الفائدة المركبة المستحقة عليها في نهاية المدة ٣٤٥٨٥١،٧٢٣٧ جنيه، احسب معدل الفائدة السنوي.

١١- احسب معدل الفائدة المركبة الربع سنوي الذي استثمر به مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه فصارت جملته المركبة في نهاية ٧ سنوات ونصف ٢٠٩٧٥،٦٧٦ جنيه.

١٢- إذا كانت الفائدة المركبة لمبلغ ٣٠٠٠ جنيه في نهاية ٧ سنوات وثمانية أشهر ٣٢٦٠, ٢٦٣٩ جنيه، فاحسب المعدل الثلث سنوي.

١٣- أودع تاجر مبلغ ٣٠٠٠ جنيه في أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة ٨٪ سنوياً، أوجد المدة التي تصبح الجملة المركبة المستحقة له ٦٤٧٦،٧٨ جنيه.

١٤- اقترض شخص من أحد البنوك مبلغ ٥٠٠٠ جنيه وبمعدل فائدة مركبة ٧٪ سنوياً، احسب المدة التي بعدها تصير الفائدة المركبة المستحقة له ٨٧٩٥،١٥٨ جنيه.

١٥- اقترض تاجر ٦٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ٤،٧٥٪ عن كل ٦ شهور، بعد كم سنة تصبح الفائدة المركبة المستحقة عليه ١٩٢٨٨،٦٨ جنيه.

١٦- أودع تاجر ١٢٠٠٠ جنيه في أحد البنوك بفائدة مركبة ١١٪ سنوياً، احسب مدة الإيداع إذا علمت أن فائدة السنة الأخيرة ٩٥٨٧،٦١ جنيه.

١٧- اقترض تاجر مبلغاً من أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة ١٥٪ سنوياً، فكانت فائدة السنة الثانية ٣٤٥٠٠ جنيه وفائدة السنة الأخيرة ١٧٢٧٢٦٣،٦٢ جنيه، احسب:

أ)فائدة السنة الأولى.

ب) مدة الإيداع.

ج) المبلغ.

١٨- مبلغ استثمر بمعدل فائدة مركبة ١٤٪ سنوياً فكانت فائدته في السنة الأخيرة ٤٦٣٩٢٤٤،١ جنيه فإذا كان مجموع فوائده البسيطة في الخمس سنوات الأولى بنفس المعدل ١٤٠٠٠٠ جنيه، احسب:

أ)فائدة السنة الأولى.

ب) مدة الإيداع.

ج) المبلغ.

د) ف$_{٧}$.

١٩- أودع شخص مبلغ ما في أحد البنوك فبلغت فائدته المركبة عن السنة الثالثة ١٠٦،٩٢ جنيه، بينما بلغت فائدته المركبة عن السنة الثامنة ١٦٤،٥١ جنيه، احسب:

المعدل السنوي للفائدة المركبة والمبلغ.

& ٥

القيمة الحالية

والخصم المركب لمبلغ

الرياضة المالية

محتويات الباب السابع

(٧-١) مقدمة

في المعاملات المالية أي مبلغ لا يساوي قيمته إلا في تاريخ استحقاقه فإذا تأخر استحقاق المبلغ أي قام المدين بدفعه بعد تاريخ الاستحقاق فإن ذلك يؤدي إلى زيادته بمقدار الفائدة سواء كانت بسيطة أو مركبة وبالعكس إذا قدم ميعاد استحقاق الدين أو المبلغ أي قام المدين بسداده قبل موعد استحقاقه فإن ذلك يؤدي على تخفيض قيمته بمقدار يسمى بالخصم.

وتسمى القيمة المستحقة في نهاية المدة باسم القيمة الاسمية ويلاحظ أن القيمة الاسمية تطابق تماماً الجملة، في حين يُطلق على القيمة المستحقة الآن قبل تاريخ الاستحقاق اسم القيمة الحالية ويطلق على الفرق بين القيمتين الاسمية والحالية اسم الخصم المستحق عن الفترة من تاريخ الخصم حتى تاريخ الاستحقاق.

وخصم الدين أو قطعه يعني سداد قيمته قبل حلول موعد استحقاقه، ويسمى الخصم بفائدة مركبة بالخصم المركب وهو نوعان هما الخصم المركب التجاري والخصم المركب الصحيح.

(٧-٢) الخصم المركب التجاري:

ويُعرف على أنه الفائدة المركبة للقيمة الاسمية للمدة المحصورة بين تاريخ السداد وتاريخ الاستحقاق أي أن:

الخصم المركب التجاري = القيمة الاسمية ($ج^{ن}٪$ - ١)

أو خ$_{ت}$ = ق. س ($ج^{ن}٪$ - ١)

حيث: $خ_{ت}$ ترمز للخصم المركب التجاري

ق. س ترمز للقيمة الاسمية

$ج^{ن}٪ = (١ + ع)^{ن}$

القيمة الحالية التجارية = القيمة الاسمية – الخصم المركب التجاري

أو ق. ح. ت = ق. س – ق. س ($ج^{ن}٪$ - ١)

= ق. س (٢ - $ج^{ن}٪$)

ومن الواضح أنه إذا كانت $ج^{ن}٪$ أكبر من ٢ فتكون القيمة الحالية التجارية سالبة وهذا يعني أن الخصم أكبر من القيمة الاسمية، لذلك لا يستخدم هذا النـــوع من الخصم في الحياة العملية.

(٧-٣) الخصم المركب الصحيح:

ويُعرف بأنه الفائدة المركبة للقيمة الحالية الصحيحة للمدة المحصورة بين تاريخ سداد الدين وتاريخ استحقاقه أي أن:

الخصم المركب الصحيح = القيمة الحالية الصحيحة ($ج^{ن}٪$ - ١)

أو $خ_{ص}$ = ق. ح. ص ($ج^{ن}٪$ - ١)

القيمة الاسمية = القيمة الحالية الصحيحة + الخصم المركب الصحيح

أو ق. س = ق. ح. ص + خ. ص

= ق. ح. ص + ق. ح. ص ($ج^{ن}٪$ - ١)

= ق. ح. ص (١+ $ج^{ن}٪$ - ١)

أي أن:

ق. س = ق. ح. ص × $ج^{ن}٪$

وحيث أننا لن نستخدم الخصم المركب التجاري ومن ثم القيمة الحالية التجارية، فإننا سنكتفي بذكر الخصم المركب ويكون مقصوداً به الخصم المركب الصحيح وسنكتفي بذكر القيمة الحالية ويكون المقصود بها القيمة الحالية الصحيحة.

وقد رأينا في الفصل السابق أن القانون الأساسي للجملة بالفائدة المركبة هو:

$$جـ_{ن} = أ \times ج^{ن}\%$$

فإذا اعتبرنا أن:

$$جـ_{ن} = ق . س$$

$$أ \quad = ق . ح$$

وفي هذه الحالة فإن القيمة الحالية لمبلغ يستحق بعد ن فترة زمنية ويستثمر بمعدل فائدة مركبة ع٪ يتم حسابها من معادلة الجملة كما يلي:

$$أ = \frac{جـ_{ن}}{ج^{ن}\%} = \frac{جـ_{ن}}{(١ + ع\%)^{ن}}$$

ويلاحظ أن:

$\frac{١}{(١ + ع)^{ن}}$ يمثل القيمة الحالية للجنيه الذي يستحق بعد ن سنة من الآن بمعدل ع٪ وإذا عوضنا عن هذا المقدار بالعلاقة التالية:

$$ح^{ن} = \frac{١}{(١ + ع)^{ن}} = (١ + ع)^{-ن}$$

في هذه الحالة يمكن حساب القيمة الحالية الصحيحة من المعادلة الآتية:

ق. ح = ق. س × ح^ن٪

ونحصل على قيمة ح^ن٪ المختلفة من العمود الثالث في جداول الفائدة المركبة للمعدلات من ١٪ إلى ١٦٪ وللمدد المختلفة من ١ إلى ٥٠ وفي حالة المعدلات والمدد الغير واردة بالجدول يمكننا استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد القيمة الحالية وبالتالي الخصم المركب.

والأمثلة التالية توضح كيفية تطبيق هذا القانون:

مثال (١):

شركة التجارة مدينة بمبلغ ٤٠٠٠٠٠ جنيه للسيد أمين سليم تستحق السداد في نهاية ١٠ سنوات، ولدواعي التصفية اضطرت الشركة لسداد جميع ديونها الآن، أحسب المبلغ الذي يجب سداده اليوم إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد في السوق ١٢٪ سنوياً.

تمهيد للحل

يلاحظ أن مبلغ ٤٠٠٠٠٠ تستحق في نهاية ١٠ سنوات أي أن تاريخ السداد بعد ١٠ سنوات ولذا فإن هذا المبلغ يعتبر قيمة اسمية.

ق. س = ٤٠٠٠٠٠ ن = ١٠ سنوات ع = ١٢٪ ق. ح = ؟؟

الحل

ق. ح = ق. س × ح^ن٪

= ٤٠٠٠٠٠ × ح^{١٠}

بالكشف في الجداول المالية العمود الثالث تحت المعدل ١٢٪ أمام ١٠ سنوات.

= ٤٠٠٠٠٠ × ٠،٣٢١٩٧٣٢

= ١٢٨٧٨٩،٢٨

تدريب:

أوجد القيمة الحالية في المثال السابق إذا كان معدل الفائدة ١٥٪.

الجواب (٩٨٨٧٣،٨٨)

مثال (٢):

رضوان خالد مدين بمبلغ ٢٠٠٠٠٠ تستحق السداد في نهاية ١٧ سنة، ولقد طلب ورثة السيد/ رضوان خالد سداد هذا الدين المستحق على تركة مورثهم، فإذا علمت أن معدل الفائدة السائد في السوق عند السداد ٩،٥٪ سنوياً.

احسب المبلغ الذي يجب على الورثه سداده.

تمهيد للحل

ق. س = ٢٠٠٠٠٠ ن = ١٧ ع = ٩،٥٪ ق. ح = ؟؟

راعى دائماً أن هناك تناسباً عكسياً بين القيمة الحالية وكل من معدل الفائدة والمدة، حيث أنه كلما زادت مدة الاستثمار انخفضت القيمة الحالية، وكذلك بالنسبة لمعدل الفائدة، حيث أن ح بمعدل فائدة ٩٪ أكبر من ح بمعدل فائدة ١٠٪.

وبالتالي للحصول على قيمة ح بمعدل ٩،٥٪ يمكن إيجاد قيمة ح بمعدل ٩٪ وطرح مقابل فرق $\frac{1}{2}$ ٪ من هذه القيمة.

أو كان يمكن إيجاد القيمة الحالية (ح) بمعـدل ١٠٪ وإضـافة الفـرق المقابل $\frac{1}{2}$ لهذه القيمة.

الحـــــــــــل

ق. ح = ق. س × $ح^{ن}$٪

= ٢٠٠٠٠٠ × $ح^{١٧}$

= ٢٠٠٠٠٠ [$ح^{١٧}$ - فرق ١٪ × $\frac{1}{2}$]

بالكشف في الجداول المالية العمود الثالث تحت المعدلين ٩٪، ١٠٪ أمام ١٧ سنة.

$ح^{١٧}$= ٠،٢٣١٠٧٣٢

٩٪

$ح^{١٧}$= ٠،١٩٧٨٤٤٧

١٠٪

فرق ١٪ = ٠،٠٣٣٢٢٨٥

ق. ح = ٢٠٠٠٠٠ [٠،٢٣١٠٧٣٢ – ٠،٠٣٣٢٢٧٥ × $\frac{1}{2}$]

= ٤٢٨٩١،٨ جنيه

تـدريـب:

أوجد القيمة الحاليـة فـي المثـال الـسابق إذا كـان معـدل الفائـدة ٩،٢٪ سنوياً. الجواب (٤٤٨٨٥،٣٤ جنيه)

الرياضة المالية

مـثـال (٣):

اشترى أحمد المحمدي شقة تمليك ودفع نصف الثمن فوراً، وتعهد بسداد مبلغ ١٠٠٠٠٠جنيه في نهاية ٨ سنوات.

فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة السائد عند الشراء ١٢٪ سنوياً، على أن تضاف الفوائد كل ٤ شهور، احسب الثمن النقدي لشراء الشقة.

تمـهـيـد لـلـحـل

يلاحظ أن الباقي $\frac{1}{2}$ ثمن الشراء، فإذا استطعنا تحديد القيمة الحالية لنصف ثمن الشراء.

بضربه في اثنين نحصل على ثمن الشقة.

ق. س = ١٠٠٠٠٠ ن = ٨ $ع_{س}$ = ١٢٪ ل = ٣ ق. ح = ؟؟

انتبه دائماً لمعدل الفائدة وتأكد أن مدته متساوية مع مدة إضافة الفائدة فإذا حدث خلاف بينهما فإنه يصبح معدلاً غير حقيقي ويسمى المعدل الأسمى.

الحـــــــــل

$$\bar{ع} = \frac{ع_{س}}{ل}$$

$$= \frac{١٢٪}{٣} = ٤٪ \quad \frac{١}{٣} \text{ سنوي}$$

ن = ٨ × ٣ = ٢٤ فترة (ثلث سنوية)

ق. ح = ق. س × $ح^{ن}$

= ١٠٠٠٠٠ × $ح^{٢٤}$

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ٤٪ العمود الثالث أمام ٢٤ فترة.

= ١٠٠٠٠٠ × ٠،٣٩٠١٢١٥

= ٣٩٠١٢،١٥ جنيه

ثمن الشقة النقدي = القيمة الحالية للدين × ٢

= ٣٩٠١٢،١٥ × ٢

= ٧٨٠٢٤،٣٠ جنيه

تـــدريـــب:

حل المثال السابق إذا كان معدل الفائدة ١٢٪ سنوياً والفوائد تــضاف كل ٦ شهور. الجواب (٧٨٧٢٩،٢٦)

مــثــال (٤):

سلامه مسلم مدين بمبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد في ١٩٩٤/١٢/٣١ وتوفى سلامه مسلم في ١٩٨٨/٦/٣٠ فأضطر ورثته لسداد هذا الدين فور وفاته.

فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم ٩٪ سنوياً، احسب المبلـــغ الذي يلتزم الورثة بسداده.

تمـهيـد لـلـحل

٨٨/٦/٣٠ ——— ٩٤/١٢/٣١

٦،٥ سنوات

ق. س = ٦٠٠٠٠ ن = ٦،٥ ع = ٩٪

الحـــــــــــل

ق. ح = ق. س × $ح^{ن}$

= ٦٠٠٠٠ × $ح^{٦،٥}$

ق. ح = ٦٠٠٠٠ × $ح^{٦}$ × $ح^{٠،٥}$

حيث أنه تم استخدام قاعدة الأسس.

ق. ح = ٦٠٠٠٠ × $ح^{٦}$ × $\frac{١}{(١ + ع)^{\frac{6}{12}}}$

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ٩٪ العمود الثالث أمام ٦ سنوات

بالكشف في ملحق الجداول المالية تحت المدة ٦ شهور أمام ٩٪ سنوياً

ق. ح = ٦٠٠٠٠ × ٠،٥٩٦٢٦٧٣ × $\frac{١}{١،٠٤٤٠٣٠٧}$

ق. ح = ٣٤٢٦٧،٢٢٨

تـــدريـــب:

أوجد القيمة الواجب سدادها إذا كانت الوفاة ١٩٨٨/٣/٣١.

الجواب (٣٣٥٣٦،٨٥٩)

(٧-٤) الخصم المركب:

الخصم المركب = القيمة الاسمية – القيمة الحالية

خ = ق. س – ق. ح

وحيث أن:

$$ق.\ ح = ق.\ س \times ح^{ن}$$

$$خ = ق.\ س - ق.\ س \times ح^{ن}$$

$$خ = ق.\ س\ (١ - ح^{ن})$$

أما الخصم المطلوب هو الخصم عندما تكون القيمة الاسمية وحدة النقود التي تستحق بعد فترة زمنية واحدة أي أن ن = ١، الخصم في هذه الحالة يطلق عليه معدل الخصم والذي يرمز له بالرمز ص.

(٧-٥) العلاقة بين معدل الخصم المركب ومعدل الفائدة:

$$\because ص = ١ - ح$$

$$\therefore ص = ١ - \frac{١}{(١ + ع)}$$

$$\therefore ص = \frac{(١ + ع) - ١}{(١ + ع)}$$

$$\boxed{ص = \frac{ع}{(١ + ع)}}$$

معدل الخصم — معدل الفائدة

الرياضة المالية

$$\because \text{ص} = \frac{\text{ع}}{\text{١ + ع}}$$

$$\text{ص} \times (\text{١ + ع}) = \text{ع}$$

$$\text{ص + ص ع} = \text{ع}$$

$$\text{ص} = \text{ع} - \text{ص ع}$$

$$\text{ص} = \text{ع} (\text{١} - \text{ص})$$

$$\boxed{\text{ع} = \frac{\text{ص}}{\text{١ - ص}}}$$

مـثـال (٥):

أوجد معدل الخصم [illegible] فائدة مركبة ١٢٪ سنوياً.

تـمـهيـد لـلـحل

معدل الفائدة ع = ١٢٪

معدل الخصم ص = ؟؟

الحـــــــل

$$\text{ص} = \frac{\text{ع}}{\text{١ + ع}}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{٠،١٢}}{\text{١ + ٠،١٢}}$$

ص = ١٠،٧١٤٪ سنوياً

تـدريـب:

احسب معدل الخصم المركب المقابل لمعدل فائدة ١٥٪ سنوياً.

الجواب (١٣،٠٤٪)

مثال (٦) :

أوجد معدل الفائدة المركبة المقابل لمعدل خصم مركب ٩٪ سنوياً.

تمهيد للحل

ص = ٩٪ ع = ؟؟

الحل

$$ع = \frac{ص}{١ - ص}$$

$$ع = \frac{٠،٩}{١ - ٠،٩}$$

ص = ٩،٨٩ ٪

تدريب :

احسب معدل الخصم المركب المقابل لمعدل فائدة ٨٪ سنوياً.

الجواب (٨،٧٪)

(٧-٦) إيجاد القيمة الحالية بمعدل خصم مركب:

ص = ١ − ح

ح = (١ − ص)

$ح^{ن} = (١ − ص)^{ن}$

وحيث أن ق. ح = ق. س × $ح^{ن}$

ق. ح = ق. س $(١ − ص)^{ن}$

القيمة القيمة معدل مدة

الحالية الاسمية الخصم الخصم

المركب

مثال (٧):

شركة صلاح الدين عبد الله للعلم والتقدم كانت مدينة بمبلغ ١٠٠٠٠٠جنيه يستحق السداد في نهاية ٨ سنوات بمعدل خصم مركب ١٣٪ سنوياً وأرادت الشركة سداد المبالغ المستحقة عليها الآن، احسب المبلغ الذي تلتزم الشركة بسداده.

تمهيد للحل

ق. س = ١٠٠٠٠٠ جنيه ن = ٨ سنوات ص = ١٣٪ ق.ح = ؟؟

الحل الأول:

ق. ح = ق. س (١- ص)^{ن}

= ١٠٠٠٠٠ (١- ٠،١٣)^{٨}

= ١٠٠٠٠٠ (٠،٨٧)^{٨}

= بالضرب المباشر أو باستخدام الآلات الحاسبة التي بها الأسس.

= ١٠٠٠٠٠ × ٠،٣٢٨٢١١٧ = ٣٢٨٢١،١٦٧ جنيه

الحل الثاني:

$$\because ع = \frac{ص}{١ - ص}$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{٠٫١٣}{١ - ٠٫١٣} = ١٤٫٩٤٣\% = ١٥\% \text{ تقريباً}$$

ق. ح = ق. س × $ح^{ن}$ بمعدل فائدة مركبة ١٥٪

= ١٠٠٠٠٠ × $ح^{٨}$

= ١٠٠٠٠٠ × ٠٫٣٢٦٩٠١٨ = ٣٢٦٩٠٫١٨ جنيه.

يلاحظ أن هناك فرق بين النتيجة في الحالتين وهـذا الفـرق يرجـع للتقريب.

تـدريـب:

احسب القيمة الحالية في المثال الـسابق إذا كـان معـدل الخـصم ١١٪ سنوياً. الجواب (٣٩٣٦٥٫٨٨٨)

احسب القيمة الحالية في المثال السابق إذا كانت مدة الدين ١٥ سنة.

الجواب (١٢٣٨١٫٩٤٣)

مـثـال (٨):

شركة التوفيق لأعمال السلام كانت مدينة بمبلغ ٤٠٠٠٠٠جنيه تـستحق في نهاية ٨ سنوات بمعدل خصم مركب ١٨٪ سنوياً، على أن تحسب الفوائد كل ٦ شهور، احسب المبلغ الذي تسدده اليوم وفاءً لهذا الدين.

تمهيد للحل

ق. س = ٤٠٠٠٠٠ جنيه ن = ٨ سنوات ص = ١٨٪ سنوياً ل = ٢

الحل

$\bar{ص} = \frac{ص}{ل}$

$= \frac{١٨٪}{٢} =$ ٩٪ نصف سنوي

حيث $\bar{ص}$ معدل الخصم الحقيقي النصف سنوي.

ت = ن × ل

= ٨ × ٢ = ١٦ فترة نصف سنوية

ق. ح = ق. س $(١ - \bar{ص})^{ن}$

$= ٤٠٠٠٠٠ \, (١ - ٠٫٠٩)^{١٦}$

= ٤٠٠٠٠٠ × ٠٫٢٢١١٣٧٤٤ = ٨٨٤٥٤٫٩٧٦ جنيه.

تـدريـب:

احسب المبلغ الذي تسدده اليوم وفاءً لهذا الدين إذا كان معدل الخصم المركب ٢٤٪ الفوائد وتضاف كل ٣ شهور. الجواب (٥٥٢٢٦٫٩٨١)

(٧-٧) ملخص قوانين الباب السابع:

١) الخصم المركب = القيمة الاسمية – القيمة الحالية.

٢) ق ح = $\frac{ق س}{}$ = ق س × $\frac{١}{}$

$\overline{\quad\quad}$ $\overline{\quad\quad}$

ج^{ن}٪ ج^{ن}٪

= ق س × ح^{ن}٪

٣) ق.س = ق.ح × ح^{ن}٪

÷ ع ١٠٠ = قيمتها الحالية في السنة التالية

٤) القيمة الحالية لكمبيالة أو دين

× ع ١٠٠ = قيمتها الحالية في السنة السابقة

فــمــثــلاً :

ق ح$_{٢}$ = ق ح$_{١}$ × ح$_{١}$

= ق ح$_{١}$ ÷ (ع١٠٠)،

ق ح$_{١}$ = ق ح$_{٢}$ (ع١٠٠)،

وبـــالمــثــل :

ق ح$_{٣}$ = ق ح$_{١}$ × ح^{٢}٪

(أي أن القيمة الحالية للكمبيالة أو دين قبل استحقاقهما بثلاث ســنوات = القيمة الحالية للكمبيالة أو الدين قبل استحقاقهما في سنة واحدة × ح^{٢}٪)

٥) وبصفة عامة:

القيمة الحالية للكمبيالة أو الدين = قيمتها الحالية في أي سنة تالية × ح٪ $^{\text{فرق السنوات}}$

= قيمتها الحالية في أي سنة سابقة × ح٪ $^{\text{فرق السنوات}}$ ٪

فــمــثــلاً : ق ح$_{١٥}$ = ق ح$_{٧}$ × ح^{٨}٪ ، ق ح$_{٧}$ = ق ح$_{١٥}$ × ج^{٨}٪

الرياضة المالية

حيث ق $\text{ح}_{\text{١٥}}$ ، ق $\text{ح}_{\text{٧}}$ هما القيمة الحالية للكمبيالة أو الدين قبل استحقاقهما بـ ١٥، ٧ سنوات على الترتيب.

٦) قيم العمود الثالث:

أ- تتناقص بزيادة المعدل أمام أي وحدة زمن.

ب-تتناقص بزيادة وحدات الزمن أسفل أي معدل.

٧) قيم العمود الثالث هو مقلوب القيم المناظرة في العمود الثاني.

٨) الخصم المركب = القيمة الاسمية – القيمة الحالية

أو خ = ق. س – ق. ح

$$\text{أو خ = ق. س } (١ - \text{ح}^{\text{ن}})\text{، ح}^{\text{ن}} = (١ + \text{ع})^{-\text{ن}} = \frac{١}{(١ + \text{ع})^{\text{ن}}}$$

$$\text{٩) معدل الخصم} = \frac{\text{معدل الفائدة}}{(١ + \text{معدل الفائدة})}$$

أو

$$\text{ص} = \frac{\text{ع}}{(١ + \text{ع})}$$

معدل الفائدة

معدل الخصم

١٠) معدل الفائدة = معدل الخصم

الرياضة المالية

$$\overline{}$$
(١ - معدل الخصم)

أو

$$ع = \frac{ص}{(١ + ص)}$$

معدل الخصم

معدل الفائدة

١١) ص = ١ – ح

ح = ١ – ص

ومـنـهـا :

$ح^{ن} = (١ - ص)^{ن}$

١٢) القيمة الحالية بمعدل خصم مركب = ق. س $(١ - ص)^{ن}$

حـيـث :

ق. س ترمز للقيمة الاسمية

ص ترمز لمعدل الخصم المركب

ن ترمز لمدة الخصم

(٧-٨) تماريـــــن:

أولاً: تمارين شفوية

(١) أكمل العبارات المقابلة في كل مما يأتي بما يجعل العلاقة صحيحة:

١- $ق ح_{١٠} = ق ح_{٦} \times$ ....

٢- $ق ح_{٢٠} \div ج^{٥} =$ ....

٣- ق ح$_{٢٠}$ × ج^{٥} = ...

٤- ق ح$_{١٢}$ × ع١٠،٠= ....

٥- ق ح$_{١٨}$ + ق ح$_{١٧}$ = ...

٦- ق ح$_{١٢}$ + ق ح$_{١٣}$ بمعدل ١٠٪ سنوياً = ...

٧- ق ح$_{١٠}$ + ق ح$_{٥}$ بمعدل ١٠٪ سنوياً = ...

(٢)ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخطأ في كل مما يأتي:

١- توجد للكمبيالة قيمة اسمية واحدة ولكن لها عدة قيم حالية. ( )

٢- أعداد العمود الثالث تتناقص كلما زاد المعدل أمام وحدة زمن. ( )

٣- القيمة الاسمية للكمبيالة تزداد بزيادة المدة الباقية على استحقاقها. ( )

٤- القيمة الحالية للكمبيالة تقل كلما بعد تاريخ القطع عن تاريخ الاستحقاق. ( )

٥- إذا زاد معدل الخصم تزيد القيمة الحالية. ( )

٦- كلما نقصت المدة الباقية على استحقاق الدين تنقص قيمته الحالية. ( )

ثانياً: تمارين عامة (تحريرية)

١- مبلغ ٣٠٠٠ جنيه يستحق في نهاية ١٠ سنوات من الآن احسب قيمته الحالية ومقدار الخصم المركب إذا علمت أن معدل الخصم المركب ٧٪ سنوياً.

٢- إحدى الشركات مدينة لبنك مصر بمبلغ ١٥٠٠٠٠جنيه تستحق السداد في نهاية ٥ سنوات. احسب المبلغ الذي يجب سداده اليوم إذا علمت أن معدل الخصم المركب هو ١٠٪.

الرياضة المالية

٣- احسب القيمة الحالية لمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد في نهاية ٢٠ سنة إذا عملت أن معدل الخصم المركب ٨،٥٪ سنوياً.

٤- شخص مدين بمبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد في ٢٠٠٠/٨/٣١ فإذا علمت أن هذا الشخص توفى في ١٩٩٠/٥/٣١ فاحسب المبلغ الذي يلزم الورثه بسداده، إذا علمت أن معدل الخصم المركب ٦٪.

٥- كمبيالة تستحق في ١٩٩٨/٣/١ قطعت في يوم ١٩٨٨/٣/١ بمعدل خصم مركب ٢،٥٪ كل ٣ شهور فكانت قيمتها الحالية ١٣٠٣٥،٠٨٥جنيه، احسب قيمتها الاسمية.

٦- كمبيالة قيمتها الاسمية ٢٥٠٠٠جنيه قطعت قبل تاريخ استحقاقها بخمس سنوات فكانت قيمتها الحالية ١٣٨٤١،٩٠جنيه، احسب معدل الخصم المركب الربع سنوي الذي قطعت به الكمبيالة.

٧- كمبيالة بلغت قيمتها الحالية قبل استحقاقها بسبع سنوات ٧٢٣٧،٥٨٧ جنيهاً كما بلغت قيمتها الحالية قبل استحقاقها بخمس عشر سنة ٢٩٢٣،١٤٠جنيهاً.

احسب:

أ- المعدل السنوي للخصم المركب.

ب- القيمة الاسمية للكمبيالة.

ج- القيمة الحالية للكمبيالة إذا قطعت قبل موعد استحقاقها لـ ٢٠سنة.

٨- كمبيالة قيمتها الاسمية ١٢٠٠٠جنيه قطعت في ١٩٩٢/١٠/١ بمعدل خصم مركب ٤٪ عن كل ٣ شهور فكانت قيمتها الحالية ٣٤٢٠،٦٩٦ جنيه. احسب تاريخ استحقاق الكمبيالة.

٩- تاجر مدين لآخر بالمبالغ الآتية:

١٠٠٠ جنيه يستحق بعد ٥ سنوات من الآن.

٢٠٠٠ جنيه يستحق بعد ٧ سنوات من الآن.

٣٠٠٠ جنيه يستحق بعد ٩ سنوات من الآن.

اتفق مع دائنه الآن على أن يسدد له الديون الثلاثة بعد أن يسمح له بخصم مركب بمعدل ٨٪ سنوياً، احسب مجموع ما يسدده الآن.

١٠- اشترى شخص منزلاً دفع نصف ثمنه نقداً وتعهد بسداد الباقي في نهاية ١٠ سنوات وثلاثة شهور، فإذا علمت أن المبلغ الذي يلتزم الشخص بسداده في نهاية المدة هو ٣١٩٥١٠٢،٠٤ جنيه، احسب الثمن النقـدي للمنـزل إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة الذي استخدمه البائع هو ١٢٪ سنوياً.

١١- أوجد معدل الخصم الصحيح إذا كان معدل الفائدة السنوي ٤٪.

١٢- ما هو معدل الفائدة السنوي المقابل لمعدل خصم صحيح قدره ٥٪.

١٣- أوجد مقدار الخصم الصحيح لمبلغ ١٠٠ جنيه يستحق بعد ٥ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٤٪ سنوياً.

١٤- سند قيمته الاسمية ٢٥٠٠ جنيه خصم بمعدل ٦٪ سنوياً فكانت قيمته الحالية ١٠٠٠ جنيه أوجد مدة الخصم.

١٥- القيمة الحالية لسند قيمته الاسمية ١٠٠٠جنيه مخـصوماً بمعـدل خـصم صحيح لمدة ١٥ سنة هي ٤٣٥،٧٨٩ جنيه. أوجد معدل الخصم الصحيح المئوي السنوي؟

١٦- كمبيالة قيمتها الاسمية ٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٥ سنوات خـصمت بمعدل خصم صحيح ٤٪ سنوياً. أوجد قيمتها الحالية؟

١٧- مبلغ ١٠٠٠جنيه يستحق بعد ١٠ سنوات ما هي القيمة الحالية لهذا المبلـغ إذا كان معدل الخصم $\frac{3}{4}$ ٤ سنوياً.

١٨- إذا كانت القيمة الحالية لسند قيمته الاسمية ٥٠٠٠ جنيه هي ٣٥٤٤،٥٩٠ جنيهاً، أوجد معدل الخصم المئوي السنوي لهذا السند إذا علمـت أن مـدة الخصم ١٠ سنوات.