

الاسم:

امتحان نصفي للثانوية العامة - العام الدراسي 2020-2021

الرقم:

(الفرع العلمي)

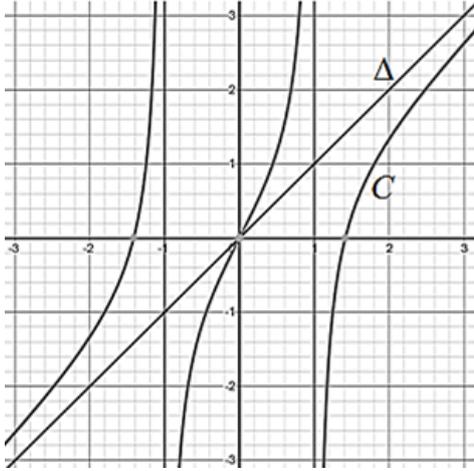
الرياضيات:

المدة: ثلاث ساعات

الصفحة الأولى

الدرجة: ستمئة

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: نجد جانباً الخط البياني C للتابع f المطلوب:

- ١- حدد D مجموعة تعريف التابع f .
- ٢- أوجد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.
- ٣- اكتب معادلة المقارب المائل Δ .
- ٤- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = m$ ؟

السؤال الثاني: أوجد نقطة تقاطع المستويات:

$$P: x - 2y + z = 0$$

$$Q: x + y + z - 3 = 0$$

$$R: x + y - 2 = 0$$

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ و $f(0) = 0$ المطلوب:

- ١- أثبت أن التابع المعطى وفق $g(x) = f(\tan x) - x$ هو تابع ثابت و عيّن قيمته.
- ٢- اكتب معادلة المماس ل C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$.

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(0, -1, 1)$ ، $B(0, 1, -1)$

و المستوي p ذو المعادلة $x + y - 2z = 0$. جد معادلة للمستوي Q المار من A, B ويعامد المستوي p .

السؤال الخامس: نتأمل التابع f المعرف على \mathbb{R} وفق $f(x) = \cos x - x$. المطلوب:

- ١- ادرس نهاية التابع في جوار $+\infty$.
- ٢- أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً في المجال $]0, \frac{\pi}{2}[$.

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق $\begin{cases} u_0 = 0, u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2u_{n-1}}{3} \end{cases}$ المطلوب:

١- احسب u_2 و u_3 .

٢- نعرّف المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ وفق $v_n = u_{n+1} - u_n$ ، أثبت أن المتتالية v_n هندسية، و اكتب عبارة v_n بدلالة n .

٣- احسب بدلالة n المجموع $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$.

٤- أثبت أن $S_n = u_n$ ، استنتج عبارة u_n بدلالة n و احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثاني: لتكن النقاط $A(1, -1, 1)$ ، $B(0, 1, -2)$ ، $C(-1, 0, 1)$ ، $D(1, 1, -3)$ و المطلوب:

١- عيّن إحداثيات النقطة G مركز الأبعاد المنتاسبة للنقاط المثقلة $(A, 1)$ و $(B, 1)$ و $(C, -2)$ و $(D, 1)$.

٢- حدّد S مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = 1$.

٣- جد معادلة للمجموعة S .



التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق : $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$. المطلوب :

- 1- ادرس تغيّرات $f(x)$ و نظّم جدولاً بها .
- 2- احسب العددين الحقيقيين a و b حيث : $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ و $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax)$.
- 3- استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للخط البياني C و اكتب معادلته الديكارتيّة .

التمرين الرابع : نتأمّل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ المستقيمين d و d' الممثلين بالمعادلات الوسيطة :

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad d': \begin{cases} x = s \\ y = 3 - s \\ z = 1 + 2s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$$

- 1- أثبت أنّ المستقيمين d و d' يتقاطعان في نقطة I يُطلب تعيين إحداثياتها .
- 2- اكتب المعادلات الوسيطة للمستقيم Δ المار من I و يعامد كلياً من d و d' .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: نتأمّل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط $A(1,0,1)$, $B(2,1,-1)$, $C(0,1,1)$, $D(1,1,3)$

- 1- أثبت أنّ النقاط A , B , C ليست على استقامة واحدة .
- 2- أثبت أنّ المثلث ABC قائم و احسب مساحته .
- 3- اكتب معادلة المستوي ABC .
- 4- احسب بعد النقطة D عن المستوي ABC .
- 5- احسب حجم رباعي الوجوه $D-ABC$.
- 6- اكتب معادلة الكرة التي مركزها D و تمسّ المستوي ABC .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق : $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ و المطلوب :

- 1- أثبت أنّ التابع f فرديّ و استنتج صفته التناظرية .
- 2- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه و اكتب معادلة كل مقارب وجدته .
- 3- ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً بها و دل على القيم الحدية .
- 4- اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$.
- 5- احسب قيمة تقريبية ل $f(0.1)$.
- 6- في معلم متجانس ارسم المماس T و الخط البياني C .
- 7- استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع : $g(x) = \frac{-x}{1+x^2}$.

-انتهت الأسئلة-

من (3) نجد : $x = 2 - y$

نعرض في (2) :

$$2 - y + y + z - 3 = 0$$

$$z - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{z = 1} \text{ (*)}$$

نعرض (*) في (1) :

$$x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow x = 2y - 1$$

ولكن من (3) وجدنا أن :

$$x = 2 - y$$

$$2 - y = 2y - 1 \quad \text{إذن :}$$

$$3y = 3$$

$$\boxed{y = 1}$$

$$x = 2 - (1) = 1$$

فالمستويات P, Q, R تتقاطع في

$$\boxed{I(1, 1, 1)}$$

نقطة وحيدة وأما إنهما

BAC MATHS حل النموذج النهائي "C"

السؤال الأول :

$$D =]-\infty, -1[\cup]-1, 1[\cup]1, +\infty[\quad (1)$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \quad \text{أو}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$$

Δ يمر بالنقطتين : (3)

$$A(-1, -1), B(1, 1)$$

$$m_{\Delta} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - (-1)}{1 - (-1)} = \frac{2}{2} = 1$$

معادلة المستقيم Δ من الشكل :

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

$$y - (-1) = (1)(x - (-1))$$

$$\boxed{\Delta : y = x}$$

للمعادلة $f(x) = m$ ثلاث حلول $\forall m \in \mathbb{R}$ (4)

السؤال الثاني :

$$x - 2y + z = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$x + y + z - 3 = 0 \quad \text{--- (2)}$$

$$x + y - 2 = 0 \quad \text{--- (3)}$$

$$f'(x) = (\tan x)' f'(\tan x) - 1$$

$$g'(x) = (1 + \tan^2 x) \frac{1}{1 + \tan^2 x} - 1$$

$$g'(x) = 1 - 1 = 0$$

فإن g ثابتة وقيمتها :

$$g(x) = g(0) = f(\tan(0)) - 0$$

$$g(x) = f(0) = 0$$

السؤال الخامس:

• $-1 \leq \cos x \leq 1$ (1)

$+1-x \leq \cos x - x \leq 1-x$

$-1-x \leq f(x) \leq 1-x$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (1-x) = -\infty$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

بم برهنة المقارنة.

$f'(x) = -\sin x - 1 < 0 \quad \forall x \in]0, \frac{\pi}{2}[$ (2)

f متزفة و مترو مطرد عماداً على المجال $]0, \frac{\pi}{2}[$

كما ان: $f(0) = 1, f(\frac{\pi}{2}) = -\frac{\pi}{2}$

$f(0) \cdot f(\frac{\pi}{2}) < 0$

فالمعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً

في المجال $]0, \frac{\pi}{2}[$ (القيمة الوسطى)

ثانياً المتريين الأول:

$u_2 = \frac{u_1 + 2u_0}{3} = \frac{3}{3} = 1$ (1)

$u_3 = \frac{u_2 + 2u_1}{3} = \frac{1+6}{3} = \frac{7}{3}$

$v_n = u_{n+1} - u_n$ (2)

$= \frac{u_n + 2u_{n-1}}{3} - \frac{3u_n}{3}$

$v_n = \frac{-2u_n + 2u_{n-1}}{3}$

(2) معادلة المماس من الشكل:

$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

حيث: $f(0) = 0, f'(0) = 1$

ومن معادلة المماس:

$\mathcal{T}: y = x$

السؤال الرابع:

يكن $\vec{n}_2(a, b, c)$

لياً: $\vec{n}_m(1, 1, -2), \vec{AB}(0, 2, -2)$

$\vec{n}_2 \cdot \vec{n}_m = 0 \rightarrow$

$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$

$\Rightarrow a + b - 2c = 0$ (1)

$\vec{n}_2 \cdot \vec{AB} = 0 \rightarrow$

$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$

$0 + 2b - 2c = 0$

$b = c$ (2)

بفرض $a = 1$ عندئذ $c = 1$ و $b = 1$

$a + 1 - 2 = 0 \Rightarrow a = 1$

ومنه: $\vec{n}_2(1, 1, 1)$

معادلة المستويين الشكل:

$a(x-x_A) + b(y-y_A) + c(z-z_A) = 0$

$\mathcal{P}: x + y + z = 0$

$$u_n = \frac{9}{5} \left(1 - \left(-\frac{2}{3} \right)^n \right) \quad \text{وهذه}$$

$$-1 < q = -\frac{2}{3} < 1 \quad \text{بما أن}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0 \quad \text{فإننا}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{9}{5} \quad \text{وهذه}$$

التمرين الثاني :

$$x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C + \delta x_D}{\alpha + \beta + \gamma + \delta} \quad (1)$$

$$x_G = \frac{(1)(1) + (1)(0) + (-2)(-1) + (1)(1)}{1 + 1 - 2 + 1}$$

$$x_G = 4$$

$$y_G = \frac{(1)(-1) + (1)(1) + (-2)(0) + (1)(1)}{1 + 1 - 2 + 1}$$

$$y_G = 1$$

$$z_G = \frac{(1)(1) + (1)(-2) + (-2)(1) + (1)(-3)}{1 + 1 - 2 + 1}$$

$$z_G = -6$$

$$G(4, 1, -6)$$

(2) صيغة الخاصية :

$$\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} + \gamma \overrightarrow{MC} + \delta \overrightarrow{MD} = (\alpha + \beta + \gamma + \delta) \overrightarrow{MG}$$

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = (1+1-2+1) \overrightarrow{MG} \\ = \overrightarrow{MG}$$

$$v_n = -\frac{2}{3} (u_n - u_{n-1})$$

$$v_n = -\frac{2}{3} v_{n-1}$$

فالتسلسلة $(v_n)_{n \geq 0}$ هندسية أساسها

$q = -\frac{2}{3}$ وهرها لأول :

$$v_0 = u_1 - u_0 = 3$$

$$v_n = v_0 q^n \Rightarrow v_n = 3 \left(-\frac{2}{3} \right)^n$$

(3)

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$$

جميع حدود متتالية هندسية أساسها

$q = -\frac{2}{3}$ وهرها لأول $v_0 = 3$ وعدد

الحدود : $(n-1) - (0) + 1 = n$

$$S_n = v_0 \frac{1 - q^n}{1 - q} = 3 \frac{1 - \left(-\frac{2}{3} \right)^n}{1 + \frac{2}{3}}$$

$$S_n = \frac{9}{5} \left(1 - \left(-\frac{2}{3} \right)^n \right)$$

$$v_0 = u_1 - u_0$$

$$v_1 = u_2 - u_1$$

$$v_2 = u_3 - u_2$$

⋮

$$v_{n-1} = u_n - u_{n-1} +$$

$$S_n = u_n - u_0$$

$$u_0 = 0 \quad \text{إذن}$$

$$S_n = u_n \quad \text{إذن!}$$



$$\Rightarrow a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (1)(x))$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 2} - x)$$

بالمضروب بالمعكوس:

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(\sqrt{x^2 - 2x + 2} - x)(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + x)}{\sqrt{x^2 - 2x + 2} + x} \right)$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 2 - x^2}{\sqrt{x^2 - 2x + 2} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(-2 + \frac{2}{x})}{|x| \sqrt{\frac{x^2 - 2x}{x^2} + \frac{2}{x^2} + 1}}$$

$$|x| = +x ; x > 0$$

$$\Rightarrow b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2 + \frac{2}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

3 C بقيد "معاً" معاً "بأنك" في جواب

معادلتها $y = ax + b$

$$y = x - 1$$

تصبح العلاقة:

$$\| \vec{MG} \| = 1$$

وهي معادلة كرة مركزها G

ونصف قطرها $r = 1$

$$(x - x_G)^2 + (y - y_G)^2 + (z - z_G)^2 = r^2 \quad (3)$$

$$S: (x - 4)^2 + (y - 1)^2 + (z + 6)^2 = 1$$

المقرن الثالث

$$D_f =] -\infty, +\infty [\quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 2}} = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$f(1) = \sqrt{1 - 2 + 2} = 1$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	$+\infty$	1	$+\infty$

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}{x} \quad (2)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}}}{x}$$

$$|x| = +x ; \text{ في هور } +\infty$$

$$\vec{v}_\Delta \cdot \vec{v}_\Delta = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow a - b + 2c = 0 \quad \dots (2)$$

من (2) نجد أن:

$$a = b - 2c$$

نعوض في (1):

$$b - 2c + 2b + c = 0$$

$$3b = c$$

$$\text{نعوض } b = 1 \text{ في } c = 3$$

$$a = b - 2c = 1 - 6 = -5$$

$$\vec{v}_\Delta (-5, 1, 3)$$

$$\Delta: \begin{cases} x = x_1 + ak = 1 - 5k \\ y = y_1 + bk = 2 + k \\ z = z_1 + ck = 3 + 3k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

نأخذ المماس الأخرى:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{AB} (1, 1, -2) \\ \vec{AC} (-1, 1, 0) \end{array} \right\} \frac{1}{-1} \neq \frac{1}{1}$$

المركبات غير متناسبة. فالمساعان AB و AC غير مرتبطين خطياً، فالنقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة.

$$AB = \|\vec{AB}\| = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{6}$$

$$AC = \|\vec{AC}\| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$$

التعريف الرابع:

بالحل المشترك:

$$1 + t = 5 \quad \dots (1)$$

$$2 + 2t = 3 - s \quad \dots (2)$$

$$3 + t = 1 + 2s \quad \dots (3)$$

نعوض (1) في (2):

$$2 + 2t = 3 - 1 - t$$

$$3t = 0 \Rightarrow t = 0$$

وعليه:

$$s = 1 + 0 = 1$$

نعوض $t = 0$ و $s = 1$ في (3):

$$3 + t \stackrel{?}{=} 1 + 2s$$

$$3 + 0 \stackrel{?}{=} 1 + 2(1)$$

$$3 = 3 \quad \text{محققة.}$$

فالمستقيمان d و d' يتقاطعان في نقطة

وحيدة I بإحداثياتها:

$$\left. \begin{array}{l} x = 1 + 0 = 1 \\ y = 2 + 2(0) = 2 \\ z = 3 + 0 = 3 \end{array} \right\}$$

$$I(1, 2, 3)$$

$$\vec{v}_\Delta (a, b, c)$$

نعوض

$$\vec{v}_\Delta \cdot \vec{v}_\Delta = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow a + 2b + c = 0$$

(1)

$$\beta = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}z - x \quad \text{ومن}$$

مفوض في (2):

$$y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}z + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}z - x$$

بالمضاد:

$$\boxed{ABC: x + y + z - 2 = 0}$$

$$\text{dist}(P, ABC) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (4)$$

$$= \frac{|1 + 1 + 3 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{\text{dist}(P, ABC) = \sqrt{3}}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h \quad (5)$$

$$S_{ABC} = \sqrt{3}, \quad h = \text{dist}(P, ABC) = \sqrt{3} \quad \text{حيث}$$

$$V = \frac{1}{3} \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{3}$$

$$\boxed{V = 1}$$

(6) معادلة الكرة من المركز:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$$

$$r = h = \sqrt{3} \quad \text{حيث}$$

$$\boxed{(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 3}$$

$$BC = \sqrt{(x_c - x_b)^2 + (y_c - y_b)^2 + (z_c - z_b)^2}$$

$$BC = \sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

نلاحظ ان:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$8 = 6 + 2$$

فالمثلث ABC قائم السب على فيا فورت.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \sqrt{6} \sqrt{2} = \sqrt{3} \quad (3)$$

لكن $M(x, y, z)$ نقطة من المستوي ABC

وهي كقوة:

$$\vec{AM} = \alpha \vec{AB} + \beta \vec{AC}$$

$$\begin{pmatrix} x-1 \\ y \\ z-1 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x-1 \\ y \\ z-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha - \beta \\ \alpha + \beta \\ -2\alpha \end{pmatrix}$$

بالمطابقة:

$$x-1 = \alpha - \beta \quad (1)$$

$$y = \alpha + \beta \quad (2)$$

$$z-1 = -2\alpha \quad (3)$$

من (3):

$$\alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}z$$

مفوض في (1):

$$x-1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}z - \beta$$

المسألة الثانية

$$\forall x \in \mathcal{D} = \mathbb{R} \leftrightarrow -x \in \mathcal{D} \quad (1)$$

$$f(-x) = \frac{-x}{1+(-x)^2} = -\frac{x}{1+x^2}$$

$$f(-x) = -f(x)$$

فالدالة f فردية وفقط البياني متناظر
بلنسبة لمبدأ الإحداثيات $(0,0)$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \quad \text{بالمثل}$$

نتنتج أن المنحنى ذو المعادلة $y=0$
مقارب أخفى لـ C في $+\infty$ و $-\infty$.

f صرّف مستمر واستقائي على \mathbb{R} (3)

$$f'(x) = \frac{(1)(1+x^2) - (2x)(x)}{(1+x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \iff$$

$$1-x^2 = 0$$

$$\iff x^2 = 1$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = -1 \Rightarrow f(-1) = -\frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

$f(-1) = -\frac{1}{2}$ قيمة هدية صغيرة

$f(1) = \frac{1}{2}$ قيمة هدية كبرى

(4) معادلة التماس من الشكل:

$$T: y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

حيث $a=0$

$$f'(0) = 1, f(0) = 0$$

$$T: y = x$$

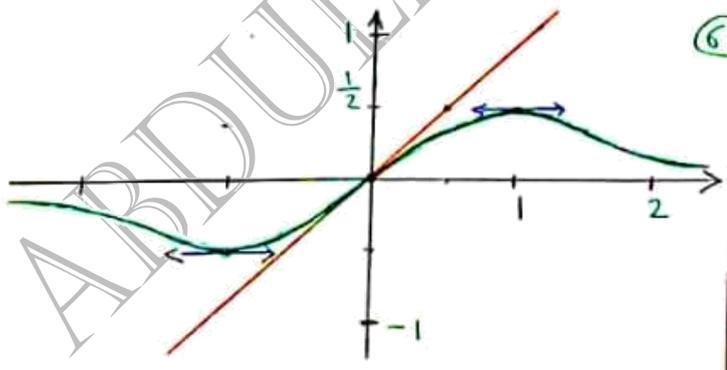
(5) طبق دستور التقريب التآلفي المحلي:

$$f(a+h) \approx f(a) + f'(a) \cdot h$$

نضع $a=0$ و $h=0.1$

$$\Rightarrow f(0.1) \approx 0 + (1)(0.1)$$

$$f(0.1) = 0.1$$



(7) نظير C_1 بنسبة $g(x) = f(-x)$

نظير C_2 بنسبة $g(x) = -f(x)$

انتهى حل النموذج النصفي

مع أطيب التمنيات بالتفوق والنجاح