

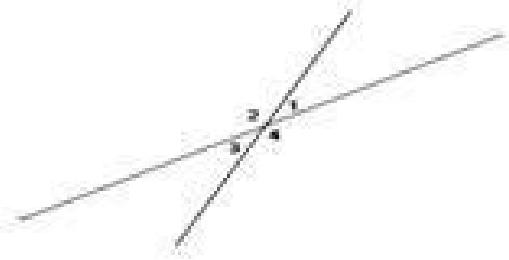


2- زاويتان متقابلتان بائراس : زاويتان أضلاعهما على استقامة واحدة.

ينتج عن تقاطع مستقيمين أربع زوايا - نسبي كل زاويتان غير متاليتان :

متقابلتين بائراس وهما متساويتان : $\hat{1} = \hat{3}$ ، $\hat{2} = \hat{4}$.

وكل زاويتان متاليتان : متكاملتان .

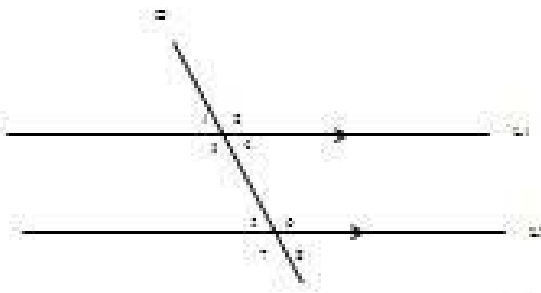


3- زوايا ناتجة من تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين

المستقيمان L_1, L_2 متوازيان والمستقيم D قاطع لهما

بالنسبة للمستقيمين المتوازيين : نميز منطقتين (داخل وخارج)

بالنسبة للقاطع : نميز تبادلاً بالجهة : يمين ويسار .



أعداد المدرس

يمكن تصنيف العلاقة بين الزوايا الناتجة من تقاطع D مع L_1 و الزوايا الناتجة من تقاطع D مع L_2 كما يلي :

(1) زاويتان متبادلتان داخلاً : داخل المستقيمين وبجهتين مختلفتين بالنسبة للقاطع :

وهما زاويتان متساويتان مثل : $\hat{5} = \hat{4}$ و $\hat{3} = \hat{6}$

(2) زاويتان متبادلتان خارجاً : خارج المستقيمين وبجهتين مختلفتين بالنسبة للقاطع :

وهما زاويتان متساويتان مثل : $\hat{2} = \hat{7}$ و $\hat{1} = \hat{8}$

(3) زاويتان متناظرتان : إحداهما داخل والأخرى خارج المستقيمين وبفس الجهة بالنسبة للقاطع :

وهما زاويتان متساويتان مثل : $\hat{1} = \hat{5}$ و $\hat{2} = \hat{6}$ و $\hat{3} = \hat{7}$ و $\hat{4} = \hat{8}$

(4) زاويتان داخليتان : كلاهما داخل المستقيمين وبفس الجهة بالنسبة للقاطع :

وهما زاويتان متكاملتان مثل : $\hat{3} + \hat{5} = 180$ و $\hat{4} + \hat{6} = 180$

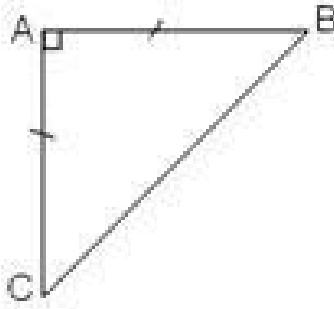
(5) زاويتان خارجيتان : كلاهما خارج المستقيمين وبفس الجهة بالنسبة للقاطع :

وهما زاويتان متكاملتان مثل : $\hat{1} + \hat{7} = 180$ و $\hat{2} + \hat{8} = 180$

أيضاً : إذا قطع مستقيم مستقيمان وتساوت زاويتان متبادلتان داخلاً أو متبادلتان خارجاً أو متناظرتان :

كان المستقيمان متوازيين

مثلث قائم ومتساوي الساقين



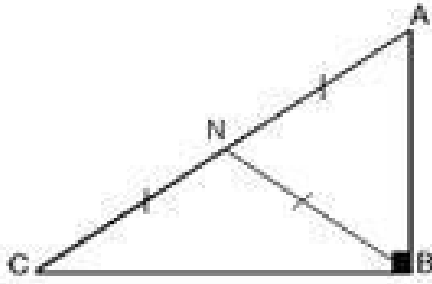
رأس الزاوية القائمة هو رأس المثلث و وتره هو القاعدة .

قياس كل من زواياه الحادة $= 45^\circ$

ABC قائم في A ومتساوي الساقين إذن :

$$\hat{B} = \hat{C} = 45$$

متوسط متعلق بالوتر



طول الخط المتوسط المتعلق بالوتر = نصف طول الوتر .

BN متوسط متعلق بالوتر AC إذن : $BN=AN=CN=\frac{1}{2}AC$

العكس : (لإثبات أن المثلث قائم)

إذا كان طول متوسط في مثلث = نصف طول الضلع المتعلق بها :

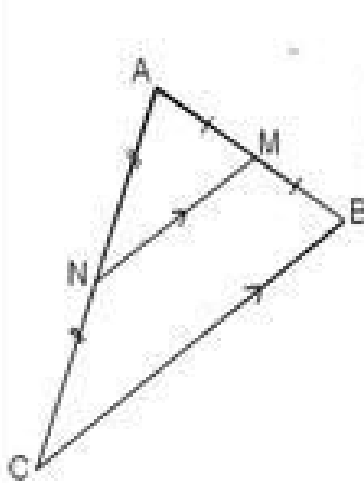
فإن المثلث قائم وتره تلك الضلع

نتائج في المثلث :

مبرهنة مستقيم المنتصفين

القطعة المستقيمة المحدودة بمنتصفي ضلعين في مثلث

توازي الضلع الثالث وتساوي نصف طولها .



M منتصف AB

إذن MN يوازي CB و $MN = \frac{1}{2}CB$

N منتصف AC

العكس : المستقيم المار من منتصف ضلع في مثلث ويوازي ضلع آخر :

يقطع الضلع الثالث في منتصفها .

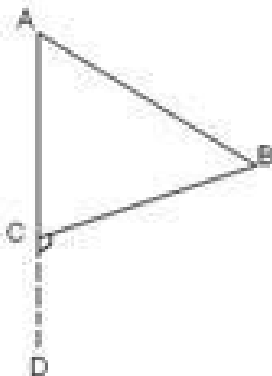
زاوية خارجية في المثلث

هي الزاوية المحصورة بين ضلع في المثلث و امتداد الضلع المجاورة وتكمل الداخلية .

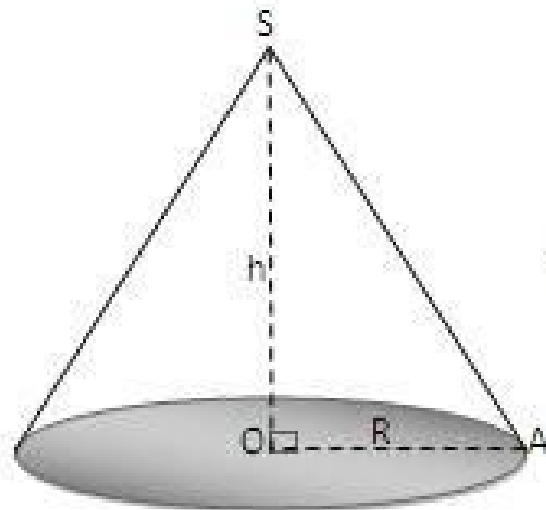
(CD) امتداد للضلع AC إذن \hat{BCD} زاوية خارجية للزاوية \hat{BCA} .

الزاوية الخارجية في المثلث = مجموع الزاويتين غير المجاورة لها

$$\hat{BCD} = \hat{A} + \hat{B}$$



المخروط الدوراني



مجسم له قاعدة واحدة على شكل دائرة . S رأس المخروط .
ينتج المخروط من دوران مثلث قائم حول أحد أضلاعه القائمة .

- يدور المثلث SOA حول الضلع SO فينتج المخروط الذي

رأسه S وقاعدته دائرة مركزها O

نسمي :

SO : ارتفاع المخروط .

SA : المولد .

OA : نصف قطر قاعدة المخروط .

حجم المخروط = $\frac{1}{3} \times \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$

$$V = \frac{1}{3} \times S \times h = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h$$

إعداد المدرس

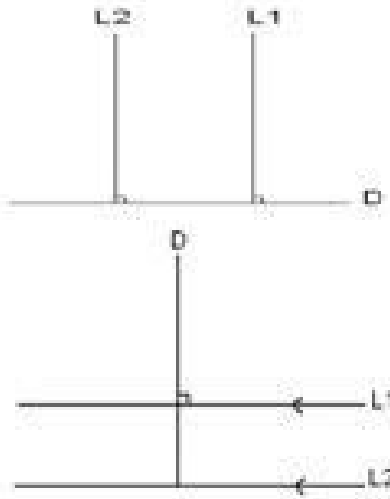
مساحات ومحيطات

ملاحظات	المساحة	المحيط	الشكل
تصلح لأي مثلث	$\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$	مجموع أطوال أضلاعه	المثلث
	$\frac{1}{2} \times \text{جاء ضلعيه القائمون}$	مجموع أطوال أضلاعه	المثلث قائم الزاوية
a : طول ضلعه ارتفاعه : $\frac{a\sqrt{3}}{2}$	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	3a	المثلث متساوي الأضلاع
	القاعدة \times الارتفاع المتعلق بها	مجموع أطوال أضلاعه	متوازي الأضلاع
	جاء بعينه	$2 \times (\text{مجموع بعينه})$	المستطيل
a : طول ضلعه	القاعدة \times الارتفاع المتعلق بها أي : $\frac{1}{2} \times \text{جاء قطريه}$	4a	المعين
a : طول ضلعه	a^2	4a	المربع
	$\frac{1}{2} \times \text{مجموع قاعدتيه} \times \text{ارتفاعه}$	مجموع أطوال أضلاعه	شبه المنحرف
r : نصف لقطر	πr^2	$2\pi r$	الدائرة

النهاية

إعداد المدرس : عيسى داود 09340606077.....033 7676202

نتائج ومبرهنات شامة



العمودان على مستقيم واحد : متوازيان .

L_1, L_2 عمودان على D . إذن : L_1 يوازي L_2

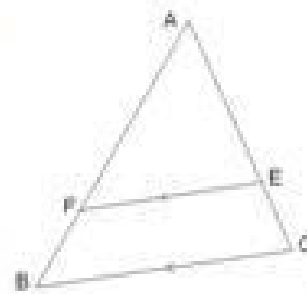
العمود على أحد مستقيمين متوازيين : عمود على الآخر

L_1, L_2 متوازيين ، D عمود على L_1 إذن D عمود على L_2

المضلعات الرباعية

<ul style="list-style-type: none"> - كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين - كل زويتان متقابلتان متساويتان ($\hat{A} = \hat{C}$, $\hat{B} = \hat{D}$) - قطراه متناصفان ونقطة تقاطعهما مركز تناظر له . - نقطة تقاطع قطريه مركز تناظر له ، ليس له محاور تناظر . - لا يمكن أن تمر برؤوسه دائرة . 		<p>متوازي الأضلاع</p>
<ul style="list-style-type: none"> - هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة . له جميع خواص متوازي الأضلاع ويضاف لها : - زواياه الأربعة قائمة . - قطراه متساوية الطول . - نقطة تقاطع قطريه هي مركز تناظر له ومركز لدائرة تمر برؤوسه . - له محوري تناظر هما محاور أضلاعه . 		<p>المستطيل</p>
<ul style="list-style-type: none"> - هو متوازي أضلاع تسوية طول لا ضلعين متجاورين فيه . له جميع خواص متوازي الأضلاع ويضاف لها : - أضلاعه الأربعة متساوية الطول . - قطراه متعامدان . - نقطة تقاطع قطريه هي مركز تناظر له . - له محوري تناظر هما قطريه . - لا يمكن أن تمر برؤوسه دائرة . 		<p>المعين</p>
<ul style="list-style-type: none"> - هو متوازي أضلاع : - أضلاعه الأربعة متساوية الطول (معين) - زواياه الأربعة قائمة (مستطيل) - قطراه متناصفان ومتعامدان ومتساويين - نقطة تقاطع قطريه هي مركز تناظر له ومركز لدائرة تمر برؤوسه . - له 4 محاور تناظر هي قطراه ومحاور أضلاعه . 		<p>المربع (مضلع منتظم)</p>
<ul style="list-style-type: none"> - هو مضلع رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان (سميها فاعدتئين) - $AB \parallel DC$ إذن AB : قاعدة صغيرة ، DC : قاعدة كبرى - سمي : AD, BC ضلعين مثلين . - أي عمود على القاعدتين هو ارتفاع مثل BF 		<p>شبه المتحرف</p>
<p>لايات أن مضلع رباعي هو : (متوازي أضلاع أو مستطيل أو معين أو مربع) تثبت تحقق إحدى الخواص</p>		

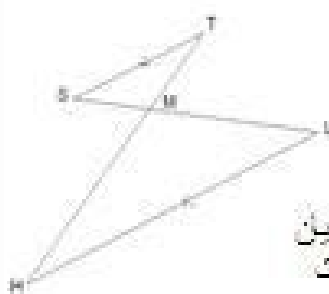
حالة أولى



E نقطة من AC
F نقطة من AB
- المستقيمان CA , BA
مقاطعان في A
- والمستقيمان EF , BC متوازيين
إذن حسب مبرهنة النسب الثلاث
في المثلثين : ABC , AFE :

$$\frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{FE}{BC}$$

حالة ثانية



- المستقيمان SL , TH
مقاطعان في M
- والمستقيمان LH , ST متوازيين
إذن حسب مبرهنة النسب الثلاث
في المثلثين : MHL , MST :

$$\frac{MS}{ML} = \frac{MT}{MH} = \frac{ST}{HL}$$

نتيجة : بسوط النسب يجب أن تكون أطوال أضلاع مثلث والمقامات أطوال أضلاع المثلث الاخر .

تستخدم مبرهنة النسب الثلاث لحساب أطوال الأضلاع .

مثلثين متطابقين

يتطابق مثلثان إذا : تساوت أطوال أضلاع الأول مع أطوال أضلاع الثاني و تساوت قياسات زوايا الأول مع زوايا الثاني .

➤ إثبات تطابق مثلثين : ثبت إحدى الحالات :
1- تساوت أطوال أضلاع الأول مع أطوال أضلاع الثاني (ضلع - ضلع - ضلع)

2- تساوى ضلعان وزاوية محصورة بينهما من الأول مع مقابلاتها من الثاني (ضلع - زاوية - ضلع)

3- تساوى ضلع وزاوية متجاورتا من الأول مع مقابلاتها من الثاني (زاوية - ضلع - زاوية)

➤ إثبات تطابق مثلثين قائمين:

1. تساوى وتر وزاوية حادة من الأول مع مقابلاتها من الثاني .

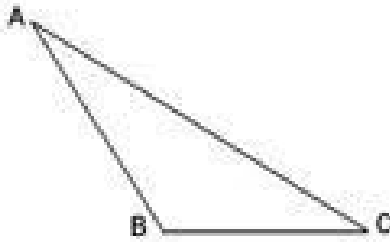
2. تساوى وتر وضلع قائمة من الأول مع مقابلاتها من الثاني .

ملاحظة : عند تطبيق مثلثين : تتساوى الارتفاعات والمتوسطات والمنصفات الداخلية المرسومة من رؤوس الزوايا

المساوية . ويتساوى محورا الضلعين المتساويين .

أنواع المثلث بالنسبة لزاياه

1- حاده الزاوية: زواياه الثلاث حادة



2- منفرجه الزاوية: فيه زاوية منفرجة والزويتان البقيتان حادتان

الزاوية \hat{B} منفرجة والزويتان \hat{A} ، \hat{C} حادتان .

((في أي مثلث يوجد زويتان حادتان على الأقل))

المثلث قائم الزاوية



إحدى زواياه قائمة والزويتان البقيتان حادتان ومقتامتان .

$$\hat{B} = 90 , \hat{A} + \hat{C} = 90$$

تسمى AB ، BC : ضلعان قائمان .

و تسمى AC : الوتر (أطول ضلع ويقابل الزاوية القائمة)

يمكن رسم ارتفاع وحيد هو المتعلق بالوتر والأرتقاعان الباقين

هما الضلعان القائمان

نتيجة هامة في المثلث القائم:

مبرهنة فيثاغورث

مربع طول الوتر = مجموع مربعي طولتي الضلعين القائمين .

$$(AB)^2 + (BC)^2 = (AC)^2$$

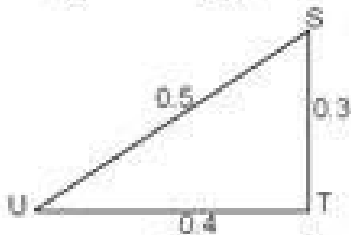
(تستخدم لحساب طول ضلع إذا علم طولا الضلعين الباقيتين .)

عكس مبرهنة فيثاغورث

إذا كان مربع طول ضلع في مثلث مساوياً لمجموع مربعي طولتي الضلعين الآخرين كان المثلث قائم وكره تلك الضلع .

(تستخدم للتحقق فيما إذا كان المثلث قائم)

مثال: نحقق أن المثلث STU قائم:



$$(SU)^2 = (0.5)^2 = 0.25$$

تربيع طول الوتر:

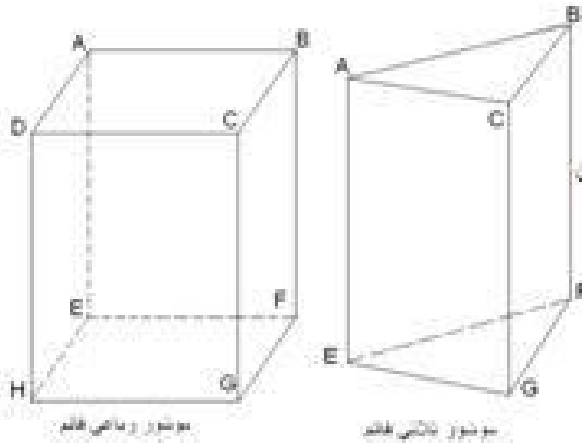
$$(ST)^2 + (UT)^2 = (0.3)^2 + (0.4)^2 = 0.09 + 0.16 = 0.25$$

نتستنج أن $(ST)^2 + (UT)^2 = (SU)^2$ إذن حسب عكس فيثاغورث المثلث قائم

الجسمات

أولاً - مجسمات ذات قاعدتين متوازيتين

$S_L = P \times h$	المساحة الجانبية = محيط القاعدة \times الارتفاع	<u>قوانين:</u>
$S_T = S_L + 2S_B$	المساحة الكلية = الجانبية + $2 \times$ مساحة قاعدة	
$V = S_B \times h$	الحجم = مساحة القاعدة \times الارتفاع	



الموشور القائم:

هو مجسم متعدد السطوح فيه مصلحين متوازيين وطبوقين تسميهما:

قاعدتين، والأوجه الجانبية على شكل مستطيلات عمودية على القاعدتين

- يسمى الموشور بحسب عدد أضلاع قاعدته

- $ABCEFG$ موشور ثلاثي قائم فيه:

المثلث ABC يوازي المثلث EFG

..... $ACGE$, $CBFG$ أوجه جانبية

AE , CG , BF أحرف جانبية

- $ABCDEFGH$ موشور رباعي قائم قاعدتيه مربع: $EFGH$ يوازي $ABCD$.

- أي عمود على القاعدتين هو الارتفاع للموشور ((كل حرف جانبي هو ارتفاع للموشور))

من أشكال الموشور القائم

متوازي المستطيلات

أوجهه الستة على شكل مستطيلات، وكل وجهين متقابلين طبوقين.

له 3 أبعاد: طول - عرض - ارتفاع.

حجمه = جداء أبعاده الثلاثة.



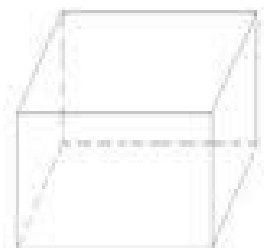
المكعب

أوجهه الستة مربعات طبوقة. أحرفه جميعها متساوية الطول

بفرض طول حرفه a إذن: حجمه: $V = a^3$

مساحته الجانبية: $S_L = 4a^2$

مساحته الكلية: $S_T = 6a^2$



4- محور ضلع: مستقيم عمود على الضلع في منتصفها

M منتصف AB
 إذن MY محور AB
 MY عمود على AB في M

وكذلك FZ محور CB ، NX محور AC

يمكن رسم 3 محاور تلتقي في نقطة واحدة تقع :

- داخل المثلث : إذا كان حاد الزوايا .

- خارج المثلث : إذا كان منفرج الزاوية .

- منتصف الوتر : إذا كان قائم الزاوية . ((وتر المثلث القائم هو قطر الدائرة تمر برؤوسه))

نتائج هامة :

نقطة تقاطع محاور المثلث هي مركز الدائرة تمر برؤوسه .

مركز الدائرة الخارجة برؤوس المثلث القائم هو منتصف الوتر .

إذا مرت دائرة من رؤوس مثلث وكان أحد أضلاعه قطرًا فيها : كان المثلث قائم وتره تلك الضلع (مستخدم لإثبات أن المثلث قائم)

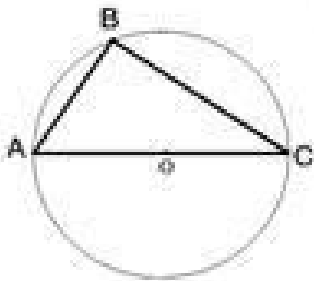
اعداد المدرس

عيسى داود

0934060677

مثال : ما نوع المثلث ABC؟ حلل .

المثلث ABC قائم في B لأن رؤوسه على الدائرة وأحد أضلاعه قطر فيها .



خاصة نقاط محور قطعة مستقيمة

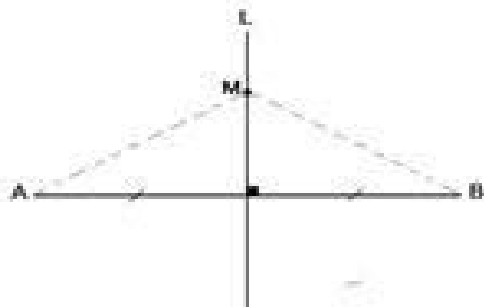
كل نقطة من محور قطعة مستقيمة تكون متساوية البعد عن طرفي تلك القطعة .

المستقيم L محور القطعة AB ، M نقطة من L إذن :

$$MA = MB$$

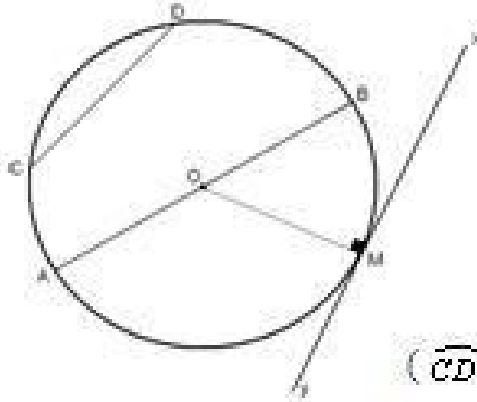
((نريد هذه الخاصة في رسم مثلث متساوي الساقين))

- من ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة تمر دائرة وحيدة .



الدائرة

هي مجموعة نقط المستوي التي تبعد كل منها بحداً ثابتاً عن نقطة داخلها تسمى : مركز الدائرة (O)



تعريف

نصف القطر: قطعة مستقيمة محدودة بنقطة من الدائرة ومركز الدائرة

نرمزه: R مثل OM, OB, OA

الوتر: قطعة مستقيمة محدودة بنقطتين من الدائرة ولا تمر بالمركز.

مثل: CD . وكل وتر في الدائرة يحصر قوساً مثل (الوتر CD يحصر القوس \widehat{CD})

قطر الدائرة: هو وتر يمر بالمركز (قطعة مستقيمة محدودة بنقطتين من الدائرة وتمر بالمركز) مثل AB

نرمز للقطر d ، ($d=2R$) . كل قطر في الدائرة هو محور تناظر لها ، إذن للدائرة

عدة غير متشابهة من محاور التناظر . مركز الدائرة هو مركز تناظر لها .

قوس في الدائرة: هو جزء من قوس الدائرة محدودة بنقطتين . مثل: $\widehat{CD}, \widehat{AB}, \widehat{AC}$

قياس قوس الدائرة = 360 درجة

كل قوس في الدائرة له قياس (بالدرجات) يرتبط بقياس الزاوية التي تحصر القوس .

قطر الدائرة يقسمها إلى قوسين متساويين وقياس كل منهما = 180 درجة .

مماس الدائرة: هو المستقيم الذي يتركب مع الدائرة بنقطة واحدة تسمى نقطة التماس

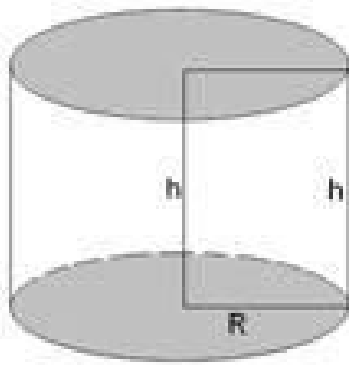
للمماس عمود على نصف القطر في نقطة التماس .

- المستقيم xy يتركب مع الدائرة في النقطة M إذن xy مماس للدائرة في M وتسمى M نقطة التماس .

- xy مماس إذن : xy عمود على OM في M

من ثلاث نقاط غير واقعة على استقامة واحدة تمر دائرة وحيدة مركزها نقطة تقاطع محاور التقاطع المستقيمة المحدودة بتلك النقاط .

الاسطوانة الدورانية القائمة



لها قاعدتين متوازيتين كل منهما دائرة . أي عمود على القاعدتين هو ارتفاع .

تنتج الاسطوانة من دوران مستطيل حول أحد أضلاعه .

محور الاسطوانة : هو مستقيم يصل بين مركزي القاعدتين .

حجمها : $V = \pi R^2 \times h$

مساحتها الجانبية : $S_L = 2\pi R \times h$

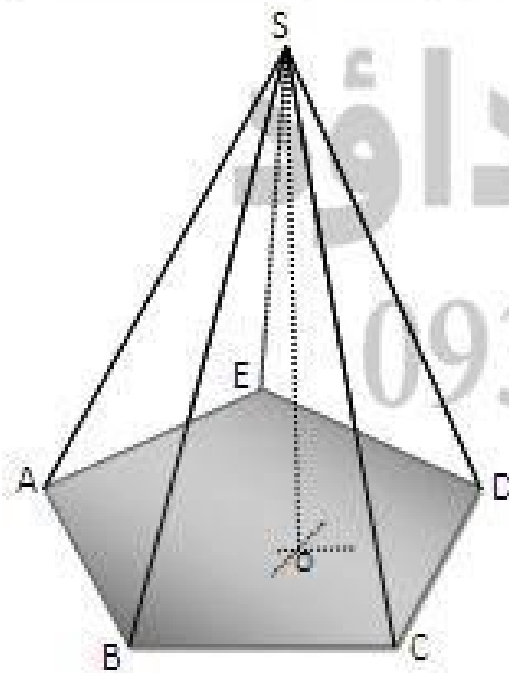
مساحتها الكلية : $S_T = \text{الجانبية} + 2 \times \text{مساحة قاعدة}$.

ثانياً - مجسمات ذات قاعدة واحدة

مطلوب فقط قانون الحجم:

$$V = \frac{1}{3} \times S_B \times h$$

الحجم = $\frac{1}{3} \times \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$



الهرم

مجسم له قاعدة واحدة و رأس (يسمى الهرم حسب عدد أضلاع قاعدته) .

أوجهه الجانبية متقاطعات .

تسميته : - القطعة S : رأس الهرم .

- المضلع ABCDE : قاعدة الهرم .

- SO : ارتفاع الهرم (عمود من الرأس على مستوي القاعدة)

- SA , SB , SC , SD , SE : أحرف جانبية .

الهرم المنتظم

هرم تحقق فيه شرطين : 1- قاعدته مضلع منتظم (مثلث متساوي الأضلاع - مربع - مخمس منتظم) .

2- ارتفاعه يصل رأسه بمركز قاعدته .

$$\text{حجم الهرم} = \frac{1}{3} \times \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} .$$

ملاحظة : المساحة الجانبية والكلية للهرم والمخروط غير مطلوبة في الصف التاسع .

أنواع المثلث بالنسبة لأضلاع



1- مختلف الأضلاع :

أضلاعه مختلفة الطول . $AB \neq BC \neq AC$

2- متساوي الساقين :

- فيه ضلعان متساويا الطول نسميهما ساقين ($LM = LN$)

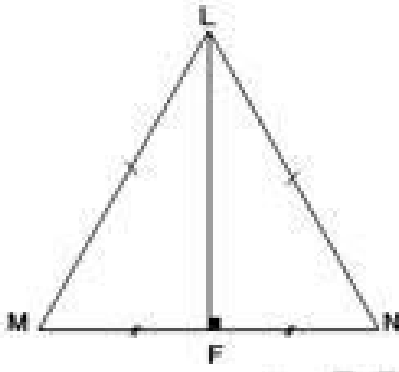
- تسمى MN : القاعدة ، L : رأس المثلث والزاوية \hat{L} زاوية الرأس

- زاويتا القاعدة متساويتان $\hat{M} = \hat{N} = \frac{180 - \hat{L}}{2}$

- أي مستقيم مميز مرسوم من الرأس (نقطه) هو ارتفاع و منصف ومتوسط ومحور.

LF ارتفاع متعلق بالقاعدة إذن LF متوسط و منصف ومحور

- له محور تناظر وحيد هو محور قاعدته .



3- متساوي الأضلاع :

أضلاعه متساوية الطول . وقياسات زواياه متساوية وقياس كل منها 60°

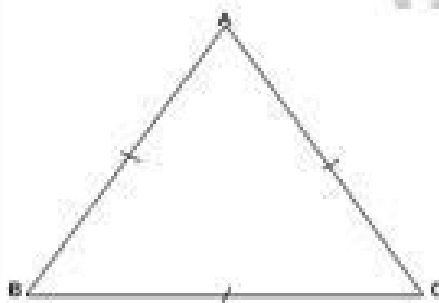
$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$ ، $AB = BC = AC$

أي مستقيم مميز مرسوم من أحد رؤوسه هو ارتفاع و منصف ومتوسط ومحور

- مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه a إذن :

طول ارتفاعه $= \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ، مساحته $= \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

- للمثلث متساوي الأضلاع ثلاث محاور تناظر هي محاور أضلاعه . (ليس له مركز تناظر)

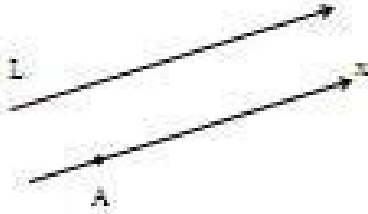


أساسيات الهندسة للصف التاسع وفق المنهاج الحديث

مفاهيم أساسية

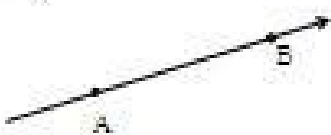
1- المستقيم: هو مجموعة غير منتهية من النقاط غير محدودة من الجهتين (ليس له بداية أو نهاية وطوله غير محدود)

نرمز له عادة بحرف : مثل المستقيم L



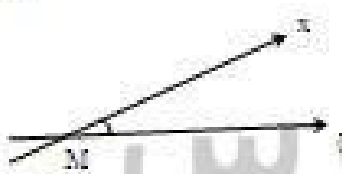
2- نصف المستقيم: جزء من المستقيم محدود من جهة واحدة (له بداية وليس له نهاية)

مثل نصف المستقيم Ax



3- القطعة المستقيمة: جزء من المستقيم محدود من الجهتين (لها بداية و لها نهاية)

مثل القطعة المستقيمة AB



4- الزاوية: هي المنطقة المحصورة بين نصفي مستقيمين متقاطعين

تسمى نصفا المستقيمين (Mx , My) : ضلعا للزاوية

وتسمى نقطة تقاطعهما (M) : رأس الزاوية

ونرمز للزاوية : \widehat{XMY}

أنواع الزوايا

محدومة	حادّة	قائمة	منفرجة	مستقيمة
قياسها 0	قياسها : من 1 حتى 89	قياسها 90	قياسها : من 91 حتى 179	قياسها 180
ضلعاها متطابقان	من 1 حتى 89	ضلعاها متعامدان	من 91 حتى 179	ضلعاها على استقامة واحدة

زاويتان متتامتان: مجموع قياسهما = 90 مثل : مكتملة زاوية قياسها 43 = 47

زاويتان متكاملتان: مجموع قياسهما = 180 مثل : مكتملة زاوية قياسها 15 = 165

أوضاع الزوايا

1- زاويتان متجاورتان : تتشارك بضلع ورأس

AMC ، AMB زاويتان متجاورتان وغير متكاملتان لأن ضلعاها MB, MC ليسا على استقامة واحدة	AMC ، AMB زاويتان متجاورتان ومتكاملتان لأن ضلعاها MB, MC على استقامة واحدة

المثلث

مضلع ثلاثي مؤلف من 6 عناصر :

ثلاثة أضلاع : AB, BC, CA

ثلاثة زوايا : $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ ولكل زاوية رأس هو نقطة

- طول أي ضلع في مثلث أصغر من مجموع طولي الضلعين
الباقيين .

- لا يوجد في المثلث مركز تنظر .

- مجموع قياسات زوايا أي مثلث $= 180^\circ$

$$\hat{C} + \hat{B} + \hat{A} = 180$$

مستقيمات مميزة في المثلث :

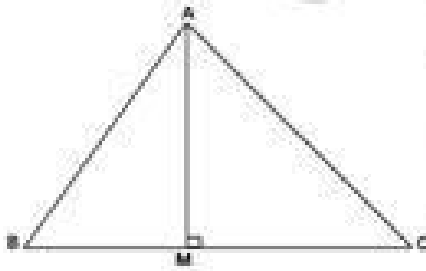
1- الارتفاع : عمود مرسوم من أحد رؤوس المثلث على الضلع المقابلة

AM عمود من الرأس A على الضلع BC إذن : AM ارتفاع

يمكن رسم 3 ارتفاعات في المثلث تلتقي في نقطة واحدة تقع :

داخل المثلث (في المثلث حاد الزوايا) - خارج المثلث (في المثلث منفرج الزاوية)

على رأس الزاوية القائمة (في المثلث قائم الزاوية)

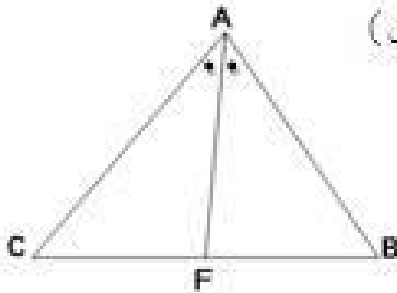


2- المنصف الداخلي : ينصف زاوية الرأس المرصوم منها (يقسمها إلى زاويتين متساويتين)

$$\hat{B} \hat{A} \hat{F} = \hat{C} \hat{A} \hat{F}$$

يمكن رسم 3 منصفات داخلية تلتقي في نقطة واحدة داخل المثلث مهما كان نوعه .

نقطة تلاقي المنصفات هي مركز لدائرة تمس أضلاع المثلث داخلاً .



3- المتوسط : قطعة مستقيمة محوذة برأس في المثلث ومنتصف الضلع المقابل

M منتصف AB ، N منتصف CB إذن : AN ، CM متوسطات

يمكن رسم 3 متوسطات في كل مثلث تلتقي في نقطة داخله تسمى : مركز ثقل المثلث

يُعد مركز ثقل المثلث عن الرأس = ضعفي بعده عن منتصف الضلع

$$OC = 2(OM) \cdot OA = 2(ON)$$

$$OC = \frac{2}{3} CM \cdot OM = \frac{1}{3} CM$$

