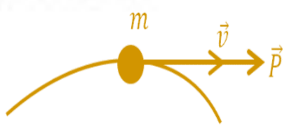
في هذا الدرس سنتعرف على مفهوم جديد وهو كمية الحركة والذي ينتج عند اصطدام جسم بجسم آخر و مدى تأثير الجسمين ببعضهما هو كمية الحركة.

♥ كمية حركة نقطة مادية:

اصطلح على تسمية جداء كتلة النقطة المادية m بشعاع سرعتها $\overrightarrow{v}$ في لحظة ما بشعاع كمية حركة النقطة المادية ويعبر عنه بالعلاقة:

$$\overrightarrow{P} = m\,\overrightarrow{v}$$

♥ عناصر شعاع كمية حركة نقطة مادياً:



الحامل: حامل شعاع السرعة
(المماس المار في تلك النقطة)

الجهة: جهة شعاع السرعة أي جهة الحركة

الشدّة: $P = m\,v$

♥ كمية حركة جملة مادية:

الجملةالمادية: هي جملة مكونة من عدّة نقاط مادية.

ولحساب كمية حركة هذه الجملة المادية نحسب كميات حركة النقاط المادية.

أي أن شعاع كمية حركة جملة مادية في لحظة ما هو المجموع لأشعة كمية حركة جميع النقاط المادية المكونة لها في اللحظة نفسها.

أي يكون:

$$\overrightarrow{P} = \overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{P_3} + \cdots$$
$$= m_1\,\overrightarrow{v_1} + m_2\,\overrightarrow{v_2} + m_3\,\overrightarrow{v_3} + \cdots$$

ولكن جميع النقاط لها نفس السرعة أي أن:

$$\overrightarrow{v_1} = \overrightarrow{v_2} = \overrightarrow{v_3} = \overrightarrow{v}$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{P} = m_1\vec{v} + m_2\vec{v} + m_3\vec{v} + \ \ldots\ldots$$
$$= (m_1 + m_2 + m_3 + \cdots)\overrightarrow{v}$$

ولكن

$$(m_1 + m_2 + m_3) = m$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{P} = m\,\overrightarrow{v}$$

♥تغير شعاع كمية الحركة:

عند تأثير محصلة قوى خارجية $\sum\vec{F}$ على جملة مادية متماسكة خلال فترة زمنية Δt سبب تغيراً في شعاع كمية حركة الجملة المادية $\Delta\vec{P}$.

✓ باستخدام قانون نيوتن الثاني:

$$\sum\vec{F} = m.\vec{a} \quad \checkmark$$
$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$
$$\sum\vec{F} = m.\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$
$$\sum\vec{F} = \frac{\Delta(m\,\vec{v})}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$$
$$\Rightarrow \Delta\vec{P} = \left(\sum\vec{F}\right)\Delta t$$

ويدعى $\Delta\vec{P}$ شعاع الدفع التي تتلقاه الجملة المادية خلال الفترة الزمنية Δt.

♥ مصونية شعاع كمية الحركة:

لنتعرف على نوعين من الجمل المادية

1. الجملة المادية المعزولة: هي الجمل المادية التي لا تخضع لأي قوى خارجية مؤثرة.

2. الجمل المادية بحكم المعزولة: هي الجمل المادية التي تكون محصلة القوى الخارجية المؤثرة فيها معدومة. نأخذ مثالاً نستنتج من خلاله مبدأ مصونية شعاع كمية الحركة.

يمسك شخص كتلته m_1 بكرة كتلتها m_2 حيث أن $m_1 > m_2$ ويقف الشخص فوق لوح مجهز بعجلات عن النقطة A فوق أرض ملساء ليشكل جملة مادية ندعوها جملة مادية بحكم المعزولة (لأن محصلة القوى الخارجية المؤثرة فيها معدومة) وفي لحظة ما يرمي الشخص بالكرة جانباً نلاحظ: الشخص يتحرك بالاتجاه المعاكس لرمي الكرة وبما ان الشخص ساكن أي أن الجملة بحكم المعزولة وحسب قانون نيوتن الثاني:

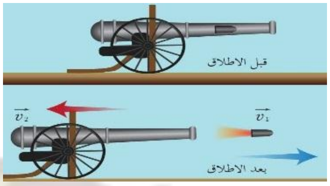
$$\sum\vec{F} = \vec{0}$$
$$m.\vec{a} = \vec{0}$$
$$m.\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{0}$$
$$\Rightarrow \sum\vec{F} = m.\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{0}$$

ولكن $\left(\sum\vec{F}\right).\Delta t = \Delta\vec{P}$

$$\Rightarrow \sum\vec{F}.\Delta t = 0 \Rightarrow \Delta\vec{P} = 0$$
$$\Rightarrow \vec{P_f} - \vec{P_i} = 0 \Rightarrow \vec{P_f} = \vec{P_i} = \overrightarrow{const}$$

أي أن شعاع كمية الحركة ثابت في كل جملة مادية معزولة أو بحكم المعزولة.

♥ تطبيقات مصونية شعاع كمية الحركة:



1. ارتداد سلاح ناري

استنتاج سرعة ارتداد السلاح الناري (المدفع)

لدينا جملة (مدفع كتلته M – قذيفة m) بحكم المعزولة حيث أن v_1 سرعة القذيفة و v_2 سرعة المدفع

شعاع كمية الحركة مصون:

أي أن

$$\vec{P_i} = \vec{P_f}$$

$\vec{P_i}$: قبل اطلاق القذيفة

$\vec{P_f}$: بعد اطلاق القذيفة

$$\left(\text{قذيفة} - \text{مدفع}\right) \ \vec{o} = \vec{P_1} + \vec{P_2} \ \left(\text{المدفع ساكن}\right)$$
$$\vec{o} = m\,\vec{v_1} + M\,\vec{v_2}$$
$$-m\,\vec{v_1} = M\,\vec{v_2}$$
$$\Rightarrow \boxed{\vec{v_2} = -\frac{m}{M}\,\vec{v_1}}$$

وتدل الإشارة السالبة على أن حركة المدفع بعكس حركة القذيفة (المدفع يرتد نحو الخلف والقذيفة نحو الأمام).

2. الصدم

الصدم هو من أحد تطبيقات مصونية شعاع كمية الحركة حيث يكون شعاع كمية الحركة يبقى ثابت قبل الصدم وبعد الصدم (أي أنه مصون).

♥ أنواع الصدم:

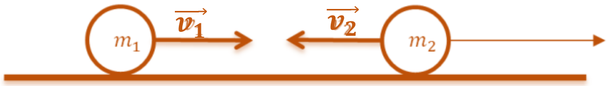
1. الصدم المرن   2. الصدم اللين

1. الصدم المرن: لا يرافق الصدم تشوه بشكل الجسمين المتصادمين أو انتشار حرارة وتكون الطاقة الحركية مصونة للجسيمين قبل وبعد الصدم مثل (اصطدام كرات البلياردو)

2. الصدم اللين: يرافق الصدم تشوه بشكل الجسمين المتصادمين وانتشار حرارة ويسبب ضياع بالطاقة الحركية أي تكون الطاقة الحركية غير مصونة أي الطاقة الحركية قبل الصدم لا تساوي الطاقة الحركية بعد الصدم

ملاحظة: كمية الحركة مصونة في كل من الصدم المرن والصدم اللّين.

1) الصدم المرن على مجرى مستقيم:



شعاع كمية حركة مصون:

$$\vec{P_i}_{\text{قبل}} = \vec{P_f}_{\text{بعد}}$$

$$\vec{P_1} + \vec{P_2} = \vec{P_1'} + \vec{P_2'}$$

$$m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} = m_1\vec{v_1'} + m_2\vec{v_2'}$$

بالإسقاط على محور له منحى وجهة الكتلة الأولى (m_1)

$$\boxed{1} \quad m_1 v_1 + m_2\overline{v_2} = m_1\overline{v_1'} + m_2\overline{v_2'}$$

الطاقة الحركية مصونة:

$$E_{k_i} = E_{k_f}$$

$$\boxed{2} \quad \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1{v_1'}^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

بالحل المشترك للمعادلتين $(1, 2)$ **نجد علاقة سرعة كل من الجسمين بعيد عن الصدم:**

$$\overline{v_1'} = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$\overline{v_2'} = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

مناقشة العلاقتين السابقتين في الحالات الآتية:

1. $v_2 = 0 \, , m_1 > m_2$

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} \, , v_2' = \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

فيكون $v_2' > v_1'$

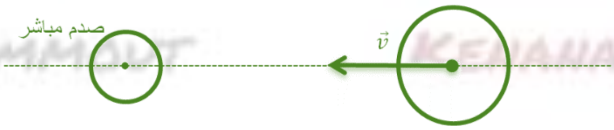
2. $v_2 = 0 \;\; , m_1 < m_2$

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} \, , v_2' = \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

$$v_1' < 0 \quad , v_2' > 0$$

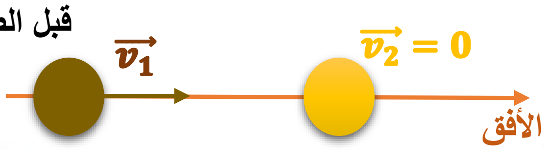
ملاحظة:

إذا تصادم جسمان كان حامل شعاع سرعة أحدهما يمر من مركز عطالة الجسم الأخر، ندعو الصدم بالصدم المباشر.

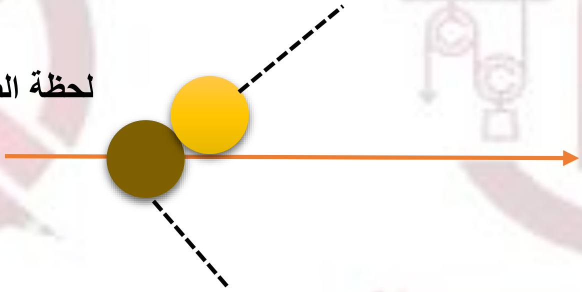


2) الصدم المرن في المستوي:(كرات البلياردو) |الكتل متساوية|

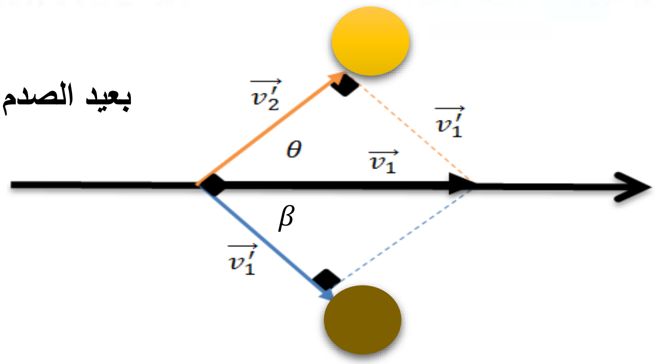
قبل الصدم



لحظة الصدم



بعيد الصدم



شعاع كمية الحركة مصون

$$\overrightarrow{P_i} = \overrightarrow{P_f}$$
$$\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2} = \overrightarrow{P_1'} + \overrightarrow{P_2'}$$
$$m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2} = m_1\overrightarrow{v_1'} + m_2\overrightarrow{v_2'}$$

ولكن $\overrightarrow{v_2} = 0$ **(الكرة الثانية ساكنة)**

$$m_1 = m_2$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{v_1} = \overrightarrow{v_1'} + \overrightarrow{v_2'} \qquad \boxed{1}$$

أيضاً الطاقة الحركية مصونة:

$$E_{k_i} = E_{k_f}$$
$$E_{k_1} + E_{k_2} = E_{k_1'} + E_{k_2'}$$
$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

ولكن $m_1 = m_2 \,, v_2 = 0$

$$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 \qquad \boxed{2}$$

أ. كنانة شموط (0988055790)

نربع العلاقة $\boxed{1}$ للتخلص من الأشعة

$$\overrightarrow{v_1} = \overrightarrow{v_1'} + \overrightarrow{v_2'}$$

متطابقة $v_1^2 = \left(\overrightarrow{v_1'} + \overrightarrow{v_2'}\right)^2$

$$v_1^2 = v'^2_1 + v'^2_2 + 2\overrightarrow{v_1'}\,\overrightarrow{v_2'} \qquad (*)$$

بمقارنة $(*)$ مع $\boxed{2}$ نجد أن:

$$2\overrightarrow{v_1'}.\overrightarrow{v_2'} = 0$$

نلاحظ أن الجداء الداخلي معدوم أي أن الشعاعان $\overrightarrow{v_1'}\,,\overrightarrow{v_2'}$ متعامدان ولنبرهن ذلك

$$2\overrightarrow{v_1'}.\overrightarrow{v_2'^2} = 0 \Rightarrow 2v_1'.v_2'\cos\beta = 0$$

ولكن $2 \neq 0\,, v_1' \neq 0\,, v_2' \neq 0$

$$\Rightarrow \cos\beta = 0 \Rightarrow \left(\beta = \frac{\pi}{2} rad\right)$$

حيث β هي الزاوية بين الشعاعين v_1', v_2'

⟸ الشعاعان $\overrightarrow{v_1'}, \overrightarrow{v_2'}$ متعامدان

قمنا ببرهان التعامد والآن سنحسب كل من v_1', v_2'

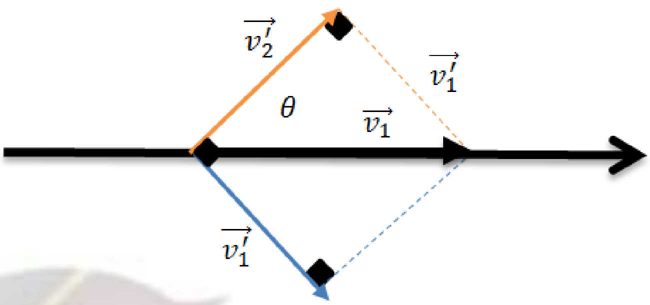
الشكل مستطيل بالتالي زواياه قائمة وكل ضلعين متقابلين متسايريين.

$$\frac{v_1'}{v_1} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \sin\theta$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{v_1' = v_1 \sin\theta}$$

$$\frac{v_2'}{v_1} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \cos\theta$$

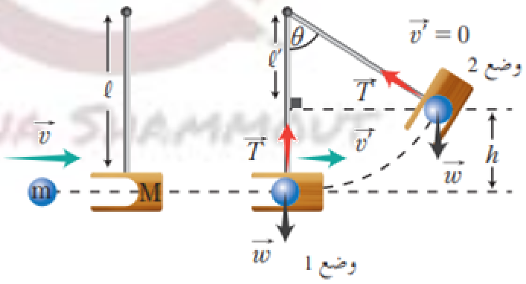
$$\Rightarrow \boldsymbol{v_2' = v_1 \cos\theta}$$



♥الصدم اللّين:

سنقوم بإجراء التجربة الآتية لإيجاد علاقة سرعة القذيفة قبل الصدمة

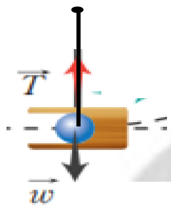
ليكن لدينا جهاز مؤلف من حافظة مع ساق كتلته M و كرة كتلتها m, ندفع بالكرة عن طريق تحرير المكبس لتصدم بالحافظة وتستقر بها.



ولاستنتاج v سرعة القذيفة قبل الصدم نبدأ بما يلي:

1. التأكد من أن الجملة بحكم المعزولة (أي أن محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجملة معدومة)

تؤثر على الجملة قوتان هما:



1- ثقل الجملة $\vec{w}$ تساوي $\vec{w} = (m+M)\vec{g}$

2- توتر خيط التعليق $\vec{T}$

وهما قوتان متساويتان بالشدة ومتعاكستان بالجهة هذا يعني أن محصلتهما معدومة.

⇐ إن الجملة بحكم المعزولة وبالتالي إن شعاع كمية الحركة مصون ⇐ وبما أن شعاع كمية الحركة مصون نكتب:

$$\vec{P_i} = \vec{P_f}$$

$\vec{P_i}$: قبل الصدم

$\vec{P_f}$: بعد الصدم

$$\vec{P_m} + \vec{P_M} = \vec{P'}$$

قبل الصدم: لدينا الكتلة m و الحافظة M، والحافظة ساكنة.

بعد الصدم: الكتلة مع الحافظة (جملة واحدة)

$$m\,\vec{v} + 0 = (m+M)\vec{v'}$$

بالإسقاط على محور له منحى وجهة $\vec{v}$ سرعة الكتلة (m) (سرعة القذيفة)

$$\Rightarrow \boxed{m\,v = (m+M)v'} \ldots\ldots \boxed{1}$$

والآن نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

(الأول – الثاني)

كما في الشكل:

الوضع الأول: الشاقول, تكون السرعة $\vec{v'}$

الوضع الثاني: أعلى ارتفاع تصل اليه الجملة: حيث يصنع الخيط زاوية مع الشاقول وهي θ

وتكون السرعة v' معدومة (لأنها تقف ومن ثم تعود إلى الوضع الأول)

نص نظرية الطاقة الحركية $\Delta \bar{E}_{k1\to2} = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$

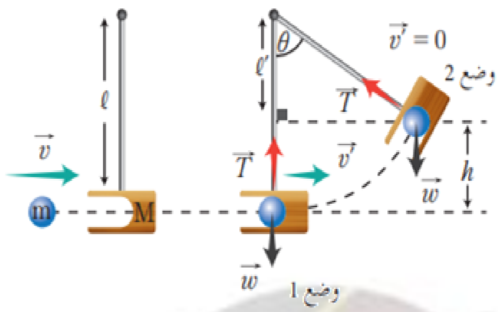
$$E_{k_2} - E_{k_1} = \bar{W}_{\vec{w}} + \bar{W}_{\vec{T}}$$

-عمل قوة رد الفعل معدوم لأن حامل القوة عمودي على الانتقال في كل لحظة. $\bar{W}_{\vec{R}} = 0$

-ويكون عمل قوة الثقل

$$\bar{W}_{\vec{w}} = -(m+M)\,g\,h$$

والاشارة سالبة: لان عمل قوة الثقل عمل مقاوم (لأنها تقاوم الحركة وبالتالي العمل سالب



أيضا لنحسب $h=?$ كما في الشكل:

h هو البعد أو المسافة التي انتقلت اليها مركز عطالة الجملة بين الوضعين:

(البعد بين مسقط الوضع الثاني على الشاقول والوضع الأول)

$$\Rightarrow h = l - l'$$
$$= l - l\cos\theta$$
$$= l(1-\cos\theta)$$
$$\Rightarrow h = l(1-\cos\theta)$$

وتكون الطاقة الحركية في الوضع الأول:

$$E_{k_1} = \frac{1}{2}(m+M)\,v'^2$$

وتكون الطاقة الحركية في الوضع الثاني:

$$E_{k_2} = 0$$

لأن السرعة معدومة

نعوض في $(*)$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = \overline{W}_{\vec{w}} + \overline{W}_{\vec{T}}$$
$$0 - \frac{1}{2}(m+M)\,v'^2 = -(m+M)g\,h$$
$$\Rightarrow v'^2 = 2\,g\,h \Rightarrow v' = \sqrt{2gh} \Rightarrow \boxed{v' = \sqrt{2\,g\,l\,(1-\cos\theta)}} \ldots\ldots \boxed{2}$$

نعوض $\boxed{2}$ في $\boxed{1}$

$$m\,v = (m+M)\,v'$$
$$\Rightarrow m\,v = (m+M)\sqrt{2\,g\,l\,(1-\cos\theta)}$$
$$\Rightarrow v = \frac{m+M}{m}\sqrt{2\,g\,l\,(1-\cos\theta)}$$

وهي سرعة القذيفة قبل الصدم

1. قبل الصدم:

$$E_{k_i} = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

2. بعد الصدم:

$$E_{k_f} = \frac{1}{2}\,(m+M)\,v'^2$$

♥ موازنة الطاقة الحركية قبل الصدم وبعيده:

أي إثبات أن الطاقة الحركية غير مصونة في الصدم اللين

أي أن الطاقة الحركية قبل الصدم لا تساوي الطاقة الحركية بعد الصدم

قبل الصدم:

$$E_{k_i} = \frac{1}{2}\, m\, v^2$$

بعد الصدم:

$$E_{k_f} = \frac{1}{2}\,(m+M)\, v'^2$$

لنحسب v'^2 من العلاقة 1

$$v'^2 = \frac{m^2}{(m+M)^2} v^2$$

$$\Rightarrow E_{k_f} = \frac{1}{2}(m+M)\frac{m^2}{(m+M)^2}\, v^2$$

$$\Rightarrow E_{k_f} = \frac{1}{2}\frac{m^2}{m+M}\, v^2$$

$$E_{k_f} = \frac{1}{2} m\, v^2 \frac{m}{(m+M)}$$

ولكن

$$E_{k_f} = E_{k_i}\frac{m}{m+M}$$

ولكن $(m+M) > m$

البسط < المقام، بالتالي

$$\frac{m}{m+M} < 1$$

فيكون

$$\frac{E_{k_f}}{E_{k_i}} = \frac{m}{m+M}$$

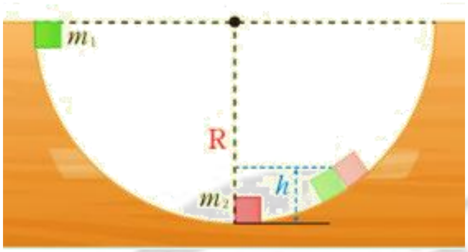
فيكون

$$\frac{E_{k_f}}{E_{k_i}} < 1 \Rightarrow E_{k_f} < E_{k_i}$$

⟸الطاقة الحركية قبل الصدم لا تساوي الطاقة الحركية بعيد الصدم أي أن الطاقة الحركية غير مصونة في الصدم اللين.

حل مسائل الدرس:

المسألة الأولى: ص16



♦ معطيات المسألة:

نصف قطر المسار R , $m_1 = m_2$, من دون احتكاك، الصدم لين.

المطلوب:

إثبات أن $h = \frac{R}{4}$

الحل:

دراسة الصدم اللين:

القوى التي تخضع لها الجملة:

1- قوة الثقل $\vec{w} = (m_1 + m_2)\vec{g}$

2- قوة رد الفعل $\vec{R}$

وهاتان القوتان متساويتان في الشدة ومتعاكستان بالاتجاه فتكون محصلتهما معدومة فالجملة بحكم المعزولة.

ملاحظة: لا يمكننا تطبيق مصونية شعاع كمية الحركة إن لم تكن الجملة بحكم المعزولة أو معزولة، أو ممكن من نص المسألة يذكر نوع الصدم (مرن – لين) عندها نطبق مباشرة مصونية شعاع كمية الحركة.

نطبق مصونية شعاع كمية الحركة:

$$\vec{P_i} = \vec{P_f}$$
$$m_1\vec{v_1} = (m_1 + m_2)\vec{v'}$$

بالإسقاط على محور له منحى وجهة حركة الكتلة الأولى m_1.

$$m_1v_1 = (m_1 + m_2)v'$$

إن ل v , v' نفس الجهة.

$$m_1v_1 = (m_1 + m_2)v'$$

ولكن $m_1 = m_2$ فرضاً $\Leftarrow m_1 + m_2 = 2m_1$

$$m_1v_1 = 2m_1v'$$
$$\Rightarrow v_1 = 2v' \quad (1)$$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين.

الوضع الأول: بعد الصدم مباشرة والالتحام حيث تكون السرعة v'.

الوضع الثاني: عند أعلى ارتفاع تصل إليه الجملة. وتكون السرعة معدومة $v' = 0$

$$\Delta \bar{E}_{k1\to2} = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$
$$E_{k2} - E_{k1} = \bar{W}_{\vec{W}} + \bar{W}_{\vec{R}}$$

-عمل قوة رد الفعل معدوم لأن حامل القوة عمودي على الانتقال في كل لحظة. $\overline{W}_{\vec{R}} = 0$

-الطاقة الحركية عند أعلى ارتفاع معدومة لأن السرعة معدومة $E_{k2} = 0$

-عمل قوة الثقل عمل مقاوم لذلك سالب(الجملة ترتفع نحو الأعلى والثقل يعيدها نحو الأسفل)

$$0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v'^2 = -(m_1 + m_2)gh + 0$$
$$-\frac{1}{2}(2m_1)v'^2 = -2m_1 gh$$
$$m_1 v'^2 = 2m_1 gh$$
$$\Rightarrow v'^2 = 2gh$$
$$\Rightarrow v' = \sqrt{2gh} \quad (2)$$

نعوض (2) في (1)

$$v_1 = 2\sqrt{2gh}$$

نربع الطرفين

$$v_1^2 = 4.2gh$$
$$v_1^2 = 8gh \Rightarrow h = \frac{v_1^2}{8g} \quad (*)$$

ندرس حركة الكتلة m_1 قبل الصدم:

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول: عند بداية الحركة أي عند أعلى ارتفاع قبل الصدم حيث كانت سرعتها $v_1 = 0$

الوضع الثاني: عند الوصول إلى أخفض نقطة قبل الصدم حيث سرعتها $\overrightarrow{v_1}$

$$\Delta\bar{E}_{k1\to2} = \sum \overline{W}_{\vec{F}}$$
$$E_{k2} - E_{k1} = \overline{W}_{\overrightarrow{W}} + \overline{W}_{\vec{R}}$$

-عمل قوة رد الفعل معدوم لأن حامل القوة عمودي على الانتقال في كل لحظة. $\overline{W}_{\vec{R}} = 0$

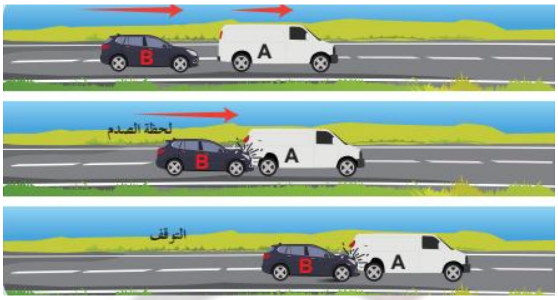
-عمل قوة الثقل $\overline{W}_{\overrightarrow{W}} = +W.h$ ولكن $h = R \Longleftarrow \overline{W}_{\overrightarrow{W}} = m_1 gR$ العمل موجب لأن الكتلة m_1 تنزلق نحو الأسفل والثقل نحو الأسفل فيكون العمل محرك موجب.

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + 0 = m_1 gR + 0$$
$$v_1^2 = 2gR$$

نعوض (3) في (*)

$$h = \frac{2gR}{8g} \Rightarrow h = \frac{R}{4}$$

وهو المطلوب.



المسألة الثانية: ص17

♦ معطيات المسألة:

$v_A = 2m.s^{-1}\ , v' = 4m.s^{-1}\ , F = 1600N\ ,$

الصدم لين , $m_A = 3000kg\ , m_B = 1000kg$

المطلوب:

1- أوجد سرعة السيارة B قبل الصدم.

2- ما قيمة المسافة التي قطعتها الجملة حتى التوقف.

الحل:

الطلب الأول: $v_B = ?$

باختيار مراقب داخلي الجملة تخضع إلى قوتين:

1. قوة الثقل $\vec{w} = (m_A + m_B)\vec{g}$

2. قوة رد الفعل $\vec{R}$

وهاتان القوتان متساويتان في الشدة ومتعاكستان بالاتجاه فتكون محصلتهما معدومة فالجملة بحكم المعزولة.

وشعاع كمية الحركة مصون.

نطبق مصونية شعاع كمية الحركة:

$$\vec{P_i} = \vec{P_f}$$
$$m_A\vec{v_A} + m_B\vec{v_B} = (m_A + m_B)\vec{v'}$$

بالإسقاط على محور له منحى وجهة $\vec{v_A}$

$$\Rightarrow m_A v_A + m_B v_B = (m_A + m_B)v'$$
$$\Rightarrow m_B v_B = (m_A + m_B)v' - m_A v_A$$

نقسم على أمثال v_B

$$v_B = \frac{(m_A + m_B)v' - m_A v_A}{m_B}$$
$$v_B = \frac{4000\,.\,4 - 3000.2}{1000}$$
$$v_B = \frac{10000}{1000} \Rightarrow v_B = 10m.s^{-1}$$

الطلب الثاني: (طلب من الصف العاشر)

إن الحركة هي حركة مستقيمة متباطئة بانتظام نستخدم التابع اللازمني

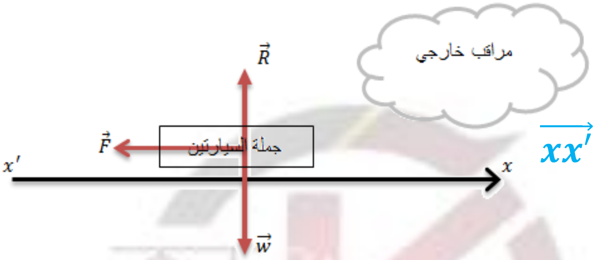
$$v_f^2 - v_i^2 = 2a(x - x_0)$$
$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \qquad (*)$$

لنحسب التسارع نحتاج لتطبيق قانون نيوتن الثاني:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

ولكن $\sum \vec{F}$ القوى الخارجية المؤثرة لمراقب خارجي هي $\vec{F'}\,,\vec{R}\,,\vec{w}$

$\vec{w}$ قوة الثقل $\vec{R}$، قوة رد الفعل ، $\vec{F'}$ قوة الاحتكاك



$$\Rightarrow \vec{W} + \vec{R} + \vec{F'} = (m_A + m_B)\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور $\overrightarrow{xx'}$

$$0 + 0 - F' = (m_A + m_B)a$$

$$\Rightarrow a = -\frac{F'}{m_A + m_B} = -\frac{1600}{4000} = -\frac{4}{10}$$

$$\Rightarrow a = -0.4\,m.s^{-2} \quad (**)$$

التسارع سالب أي أن الحركة متباطئة:

نعوض $(**)$ في $(*)$

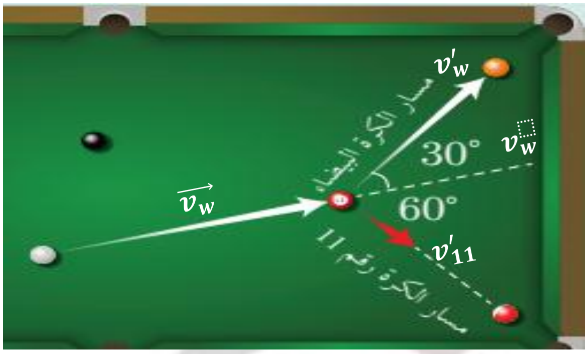
$$-16 = 2(-0.4)\Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = -\frac{16}{-0.8} \Rightarrow \Delta x = \frac{160}{8}$$

$$\Delta x = 20\,m$$

وهو المطلوب.

المسألة الثالثة:



♦ معطيات المسألة:

$v_w = \sqrt{3}$ سرعة الكرة البيضاء.

والمطلوب:

احسب قيمة سرعة كل من الكرات الثلاثة بُعيد الصدم

إذا علمت أن الصدم مرن: $v'_w = ?\,, v'_{11} = ?\,, v'_R = ?$

الحل:

بعد اصطدام الكرة البيضاء بالكرة رقم 11، الكرة رقم 11 تحركت

باتجاه الكرة الحمراء بسرعة v'_{11} والكرة البيضاء تحركت باتجاه

الكرة الصفراء بسرعة v'_w (سرعة الكرة البيضاء بعد صدمها للكرة رقم 11)

من خلال الرسم :

$v'_w = ?$ وأيضاً في المثلث القائم والتي زاويته الحادة تساوي $30°$ يكون v'_w مجاور لهذه الزاوية $30°$ فيكون

$$\text{المجاور} = \text{الوتر} \times \cos 30$$

$$v'_w = v_w \cos 30$$

وأيضاً في المثلث القائم والتي زاويته الحادة تساوي 60 يكون v'_{11} مجاور لهذه الزاوية 60 فيكون

$$v'_{11} = v_w \cos 60$$

$$v'_w = \sqrt{3}\,.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} = 1.5 m.s^{-1}$$

$$v'_{11} = \sqrt{3}.\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} m.s^{-1}$$

عند اصطدام الكرة رقم 11 بالكرة الحمراء التي كانت ساكنة صدماً مباشراً ومن الفرض إن الصدم مرن أي أن شعاع كمية الحركة مصون:

بعيد الصدم $\overrightarrow{P_i} = \overrightarrow{P_f}$ قبل الصدم

$$\overrightarrow{P_{11}} + \overrightarrow{P_R} = \overrightarrow{P'_{11}} + \overrightarrow{P'_R}$$

$$m_{11}\overrightarrow{v'_{11}} + m_R\overrightarrow{v_R} = m_{11}\overrightarrow{v''_{11}} + m_R\overrightarrow{v'_R}$$

بالإسقاط على محور له منحى وجهة $\overrightarrow{v'_{11}}$

$$\boldsymbol{m_{11}v'_{11} + m_R\overline{v_R} = m_{11}\overline{v''_{11}} + m_R\overline{v'_R}} \quad (*)$$

v'_{11} هي السرعة الناتجة عن اصطدام الكرة البيضاء بالكرة رقم 11 حيث أن $v_{11} = 0\ m.s^{-1}$

$v'_{11} = \frac{\sqrt{3}}{2} m.s^{-1}$ و v''_{11} هي سرعة الكرة 11 بعد اصطدامها بالكرة الحمراء.

إن الطاقة الحركية مصونة:

$$E_{ki} = E_{kf}$$

$$\frac{1}{2}m_{11}v'^2_{11} + \frac{1}{2}m_R v_R^2 = \frac{1}{2}m_{11}v''^2_{11} + \frac{1}{2}m_R v'^2_R \quad (**)$$

بالحل المشترك للمعادلتين $(*)$ و$(**)$

$$v''_{11} = \frac{(m_{11} - m_R)v'_{11} + 2m_R\overline{v_R}}{m_{11} + m_R}$$

$$v'_R = \frac{(m_R - m_{11})\overline{v_R} + 2m_{11}v'_{11}}{m_{11} + m_R}$$

$m_1 = m_R$ لأن الكرات متساوية في الكتلة

$$v''_{11} = \frac{(m_{11} - m_R)v'_{11}}{m_{11} + m_R} = 0$$

$$v'_R = \frac{2m_{11}v'_{11}}{m_{11} + m_R} = \frac{2m_{11}v'_{11}}{2m_{11}}$$

$$v'_R = v'_{11} = \frac{\sqrt{3}}{2} m.s^{-1}$$

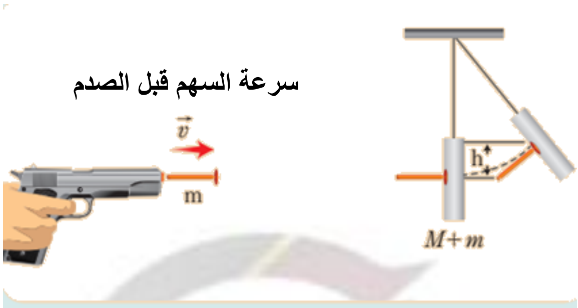
$$\Rightarrow v'_w = 1.5\ m.s^{-1}$$

$$v'_{11} = \frac{\sqrt{3}}{2} m.s^{-1}$$

$$v'_R = v'_{11} = \frac{\sqrt{3}}{2} m.s^{-1}$$

وهو المطلوب.

المسألة الرابعة:



معطيات المسألة:

$$h = 10cm = 10 \times 10^{-2}m$$
$$m = 30g = 30 \times 10^{-3}kg$$
$$M = 90g = 90 \times 10^{-3}kg$$

المطلوب:

استنتج سرعة السهم البلاستيكي حيث أن

$$\boxed{g = 10m.s^{-2}}$$

الحل:

لدراسة الحركة نبدأ: لدينا الجملة (السهم- اللوح) تؤثر عليها قوتين:

1. قوة الثقل $\vec{w} = (M+m)\vec{g}$
2. قوة توتر الخيط $\vec{T}$

وهاتان القوتان متساويتان في الشدة ومتعاكستان بالاتجاه فتكون محصلتهما معدومة فالجملة بحكم المعزولة.

⟸شعاع كمية الحركة مصون.

بعيد الصدم $\vec{P_f} = \vec{P_i}$ قبل الصدم

$$\vec{P_M} + \vec{P_m} = \vec{P'}$$
$$0 + m\vec{v} = (m+M)\vec{v'}$$

بالإسقاط على محور بجهة $\vec{v}$

$$0 + mv = (m+M)v' \quad (1)$$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول: الشاقول حيث يصنع الخيط زاوية مع الشاقول زاوية $\theta = 0$

الوضع الثاني: أعلى ارتفاع يصل إليه مركز عطالة الجملة حيث يصنع الخيط مع الشاقول زاوية θ

ملاحظة:

في الوضع الأول سرعة الجملة بعيد الصدم v'

في الوضع الثاني تنعدم السرعة $v' = 0$

نص نظرية الطاقة الحركية: تغير الطاقة الحركية يساوي إلى مجموع أعمال القوى الخارجية:

$$\Delta \bar{E}_{k1\to2} = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$
$$E_{k2} - E_{k1} = \bar{W}_{\vec{W}} + \bar{W}_{\vec{T}} \quad (*)$$

ولكن:

$(1')$ $\overline{W}_{\vec{T}} = 0$ لأن حامل القوة $\vec{T}$ عمودي على الانتقال في كل لحظة.

$(2')$ $E_{k2} = 0$ لأن السرعة النهائية للجملة معدومة

$(3')$ $\overline{W}_{\vec{w}} = -w.h = -(m+M)gh$ عمل مقاوم بإشارة سالب.

$(4')$ $E_{k1} = \frac{1}{2}(m+M)v'^2$

سرعة الجملة بعيد الصدم.

والآن نعوض $(1'),(2'),(3'),(4')$ في $(*)$

$$0 - \frac{1}{2}(m+M)v'^2 = -(m+M)gh + 0$$
$$\Rightarrow v'^2 = 2gh \Rightarrow v' = \sqrt{2gh} \quad (**)$$

والآن نعوض $(**)$ في (1)

$$mv = (m+M)\sqrt{2gh}$$
$$\Rightarrow v = \frac{m+M}{m}\sqrt{2gh}$$
$$\Rightarrow v = \frac{(30\times10^{-3} + 90\times10^{-3})\sqrt{2\times10\times10\times10^{-2}}}{30\times10^{-3}}$$
$$\Rightarrow v = \frac{120\times10^{-3}\times\sqrt{2}}{30\times10^{-3}} = 4\sqrt{2}\, m.s^{-1}$$

سرعة السهم قبل الصدم.

وهو المطلوب.

أ. كنانة شموط (0988055790)