

إدارة المناهج والكتب المدرسية

إجابات و حلول الأسئلة

الصف: الثامن الأساسي الكتاب: الرياضيات الجزء: الأول

إجابات الوحدة الأولى: الأعداد والعمليات

الدرس الأول: الأعداد الحقيقية

تدريب ١

صنف الأعداد الآتية إلى طبيعية وصحيحة ونسبية وغير نسبية:

$$٦٥ ، \frac{13-}{22} ، \sqrt[3]{١-} ، -١٣،٨ ، ٠،٠٤٣ ، ٠،٠٤٣٦٩٦٨... ، \sqrt{٧} ، ٠$$

(ارشاد: يمكنك رسم جدول)

طبيعية	صحيحة	نسبية	غير نسبية
٦٥	٠،٦٥	$\frac{13-}{22}$ ، ٦٥	$\sqrt{٧}$
		-١٣،٨ ،	٢٣،٦٤٦٩٦٨...
		٠،٠٤٣ ، ٠،٠٤٣	
		$\sqrt[3]{١-}$	

تدريب ٢

أ) أي العددين ٨ ، ٥ غير نسبي، مبررًا إجابتك؟

$$\sqrt[3]{٨} = ٢ \text{ إذن هو عدد نسبي بينما } \sqrt[3]{٥} = ١،٢٤٥٧٣... \text{ إذن}$$

فهو عدد غير نسبي.

ب) أي العددين ، - $\sqrt{٤}$ عدد حقيقي، مبررًا إجابتك؟

$$- \sqrt{٤} = -٢ \text{ إذن هو عدد حقيقي، بينما } -\sqrt{٤} \text{ لا يوجد عدد}$$

حقيقي يساويه لعدم وجود جذور تربيعية للأعداد السالبة.

تحدث

ما الفرق بين العدد النسبي والعدد غير النسبي؟

العدد النسبي يمكن كتابته على صورة $\frac{أ}{ب}$ أما العدد غير النسبي فلا يمكن.

ابحث

هل π عدد نسبي أم غير نسبي؟

$\pi = 3,142857 \dots$ إذن فهي عدد غير نسبي لأن قيمتها كسر عشري غير منتهي وغير دوري.

تمارين ومسائل

(١) صنف الأعداد الآتية إلى نسبية وغير نسبية :

(أ) - ٢٥٤ نسبي (ب) $\frac{11}{69}$ نسبي (ج) $\sqrt{49}$ نسبي

(د) $2,131518\dots$ غير نسبي (هـ) $\overline{16,902}$ نسبي (و) ٧٠٠ نسبي

(ز) $\sqrt[3]{1000}$ نسبي (ح) $\frac{\sqrt{36}}{8}$ نسبي (ط) $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$ غير نسبي

(٢) أي العبارات الآتية صحيحة وأيها خاطئة مع التبرير:

(أ) كل عدد طبيعي هو عدد صحيح. ✓

مجموعة الأعداد الطبيعية مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الصحيحة

(ب) مجموعة الأعداد الصحيحة هي اتحاد لمجموعتي الأعداد الصحيحة الموجبة والصحيحة السالبة. \times

لأن الصفر عدد صحيح لكنه ليس بموجب ولا سالب.

(ج) كل عدد نسبي هو عدد صحيح. \times

لأن $\frac{1}{2}$ عدد نسبي لكن ليس صحيح.

(د) كل عدد غير نسبي هو عدد حقيقي. \checkmark

مجموعة الأعداد الحقيقية هي اتحاد مجموعتي الأعداد النسبية وغير النسبية

(هـ) الصفر عدد طبيعي. \times مجموعة الأعداد الطبيعية = $\{1, 2, 3, \dots\}$

(٣) أعط مثالا على الحالات الآتية:

(أ) عدد نسبي غير صحيح. $1,6$

(ب) عدد نسبي غير الأعداد الكسرية. 7

(ج) عدد حقيقي غير نسبي. $6,45632098\dots$

الدرس الثاني: خواص العمليات على الأعداد الحقيقية

تدريب ١

أ) اكتب مثالا على كل من الخاصية الإبدالية و الخاصية التجميعية.

$$\text{الخاصية الإبدالية: } ٥,٧ \times ٤ = ٤ \times ٥,٧$$

$$\text{التجميعية: } ٨ + (٠,٠٠٤ + ٥) = (٨ + ٠,٠٠٤) + ٥$$

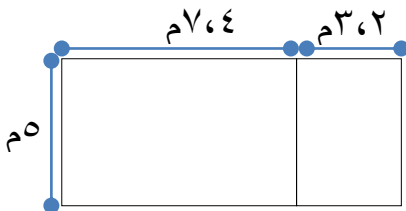
ب) بائع جملة يبيع صناديق من أقلام الحبر، كل صندوق فيه ١٠ دزينات من الأقلام، اشترى عامر ٧ صناديق منها. احسب عدد الأقلام التي اشتراها عامر، موضعا الخاصية التي تستخدمها في الحل. علما بأن الدزينة من الأقلام تساوي ١٢ قلم.

$$\text{عدد الأقلام} = ١٢ \times ١٠ \times ٧$$

$$= ١٢ \times ٧٠ \quad \text{أو} \quad ١٢٠ \times ٧$$

$$= ٨٤٠ \text{ قلم}$$

تدريب ٢



احسب مساحة الشكل المجاور بطريقتين.

الطريقة الأولى

$$(7,4 + 3,2) \times 5$$

الطريقة الثانية $(3,2 \times 5) + (7,4 \times 5)$

ونتيجة كل منها = 53

تدريب ٣

ما قيمة s في المعادلات الآتية:

$$\frac{2-}{39\sqrt{}} = s \quad \text{أ) } 1 = s \times \frac{39\sqrt{}}{2-}$$

$$s = 0 \quad \text{ب) } 2,3245\dots = s + 2,3245\dots$$

$$s = \sqrt{51} \quad \text{ج) } 0 = s + \sqrt{51}$$

تدريب ٤

بين الخطأ في العبارات الآتية:

أ) النظير الجمعي للعدد $\sqrt[3]{-42}$ هو $-\sqrt[3]{42}$.

$$\sqrt[3]{-42} = -\sqrt[3]{42}, \text{ لهذا نظيره الجمعي } = \sqrt[3]{42}$$

ب) النظير الجمعي للعدد $\sqrt{11}$ هو $-\sqrt{11}$.

$-\sqrt{11}$ ليس عدد حقيقي فلا يوجد جذر تربيعي لعدد سالب والنظير

الجمعي للعدد $\sqrt{11}$ هو $-\sqrt{11}$

تمارين ومسائل

(١) جد قيمة س في كل مما يأتي :

$$(أ) (-٦ + س) + ٢,٦ = ٦ - (٤,٧ + ٢,٦) \quad س = \sqrt[٣]{٤٧}$$

$$(ب) س = \frac{\sqrt{١٧}}{٤٢} \times س = ٠$$

$$(ج) س = \frac{\sqrt{١١}}{٨} \times \frac{\sqrt{٨}}{\sqrt{١١}}$$

$$س = ١$$

$$س = ٩٠$$

$$(د) ٩٢ \times ٤ = ٨ + (٤ \times س)$$

(٢) اكتب النظير الجمعي لكل من الآتي:

$$(أ) \sqrt[٣]{١٩} \quad (ب) -\frac{4}{27} \quad (ج) ١٢٣ \quad (د) \sqrt[٣]{٤١}$$

$$- \sqrt[٣]{١٩} \quad -\frac{4}{27} \quad -١٢٣ \quad -\sqrt[٣]{٤١}$$

(٣) اكتب النظير الضربي لكل من الآتي:

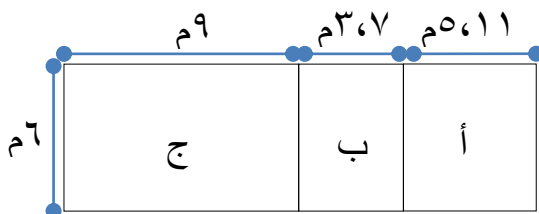
$$(أ) ٦٧ \quad (ب) -\sqrt[٣]{١١} \quad (ج) \frac{15}{32} \quad (د) \sqrt[٣]{\frac{2-}{13}}$$

$$-٦٧ \quad -\sqrt[٣]{١١} \quad -\frac{15}{32} \quad \sqrt[٣]{\frac{2}{13}}$$

(٤) صندوقين في كل منهما ٨ مغلفات، وفي كل مغلف ٢٠٠ ورقة، ما

عدد الأوراق في الصندوقين؟

$$٣٢٠٠ = ٨ \times ٤٠٠ = ٢٠٠ \times ٨ \times ٢$$



(٥) احسب مساحة الشكل الموضح

جانبًا بطريقتين.

$$\text{إما } 6 \times (9 + 3,7 + 5,11)$$

$$\text{أو } (9 \times 6) + (3,7 \times 6) + (5,11 \times 6)$$

الدرس الثالث: قوانين الأسس

تدريب ١

اكتب كل مما يأتي باستخدام الأسس:

(أ) ٨١	(ب) ٨٠٠٠	(ج) ٣١٢٥ -
٤٣	٣٢٠	٥ -

تدريب ٢

$$\text{بين أن } (س^\circ)^2 = س^{\circ 2}$$

الحل:

$$س^\circ \times س^\circ = س^\circ \times س^\circ = س^\circ \times س^\circ = س^\circ \times س^\circ = س^\circ \times س^\circ = س^\circ \times س^\circ = س^\circ \times س^\circ = س^\circ \times س^\circ = س^\circ \times س^\circ = س^\circ \times س^\circ$$

$$= س^{\circ 2}$$

تدريب ٣

بسط كل مما يأتي:

(أ) $ب^3 \times ب^4$	(ب) $ع^2 \times ع^2$	(ج) $(\sqrt[4]{11}) \times (\sqrt[4]{13})$
(أ) $ب^{11}$	(ب) $(ع س)^2$	(ج) $(\sqrt[4]{11} \times \sqrt[4]{13})$

تدريب ٤

بسّط كل مما يأتي:

$$\text{أ) ص}^6 \div \text{ص}^{26} = \text{ص}^{20}$$

$$\text{ب) ع}^{19} \div \text{ع}^{19} = 1$$

$$\text{ج) } \frac{7\text{ص}}{8\text{ص}}$$

$$\text{د) } \frac{12\text{ن}}{12\text{ف}}$$

$$\text{ص}^{-1}$$

$$12 \left(\frac{\text{ن}}{\text{ف}} \right)$$

تدريب ٥

حل المعادلات الآتية:

$$\text{أ) س}^2 = 7^{-2}$$

$$\text{ب) } (3^3)^3 = 3^{18}$$

$$\text{س}^2 = \left(\frac{1}{7}\right)^2$$

$$3^3 = 3^{18}$$

$$3^3 = 18$$

$$\text{س} = \frac{1}{7}$$

$$\text{س} = 6$$

تمارين ومسائل

١) جد قيمة كل مما يأتي:

$$\text{أ) } \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$\text{ب) } (-1, 0)$$

$$\text{ج) } (-1000)$$

$$\frac{1}{81}$$

$$-1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1$$

$$1$$

$${}^{\epsilon}(7) \times {}^{\epsilon}\left(\frac{1}{21}\right) \text{ (و)}$$

$${}^3-(5) \text{ (هـ)}$$

$${}^1-(9) \text{ (د)}$$

$${}^{\epsilon}\left(\frac{1}{3}\right) = {}^{\epsilon}\left(7 \times \frac{1}{21}\right)$$

$$\frac{1}{125}$$

$$\frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{81} =$$

(٢) اكتب كل مما يأتي باستخدام الأسس:

$${}^{2744} \text{ (ج) } \quad {}^{\frac{1-}{8}} \text{ (ب) } \quad 0,0001 \text{ (أ)}$$

$${}^{314} \text{ أو } {}^{37} \times {}^{32}$$

$${}^3\left(\frac{1-}{2}\right)$$

$${}^{\epsilon}(0,1)$$

(٣) بسط كل مما يأتي:

$${}^{11}(\sqrt{8}) \times {}^{11}(\sqrt{5}) \text{ (ج) } \quad {}^8\text{س} \times {}^9\text{س} \text{ (ب) } \quad {}^{20}\text{ف} \times {}^{10}\text{ف} \text{ (أ)}$$

$${}^{11}(\sqrt{8} \times \sqrt{5})$$

$$\text{س}^{-1}$$

$${}^{30}\text{ف}$$

$${}^{14}\text{ص} \times {}^{14-}\text{ص} \text{ (و)}$$

$${}^{19}\text{ع} \div {}^{19}\text{ع} \text{ (هـ)}$$

$${}^3\text{ن} \div {}^{13}\text{ن} \text{ (د)}$$

$$1$$

$$1$$

$${}^{10}\text{ن}$$

$${}^2(\text{ل}^{-\circ}) \text{ (ط)}$$

$$\frac{17\text{ص}}{20\text{ص}} \text{ (ح)}$$

$$\frac{8\text{ص}}{8\text{ص}} \text{ (ز)}$$

$$\text{ل}^{-10}$$

$$\text{ص}^{-3}$$

$$\frac{8\text{ص}}{\text{ص}}^8$$

(٤) حل المعادلات الآتية:

$${}^{3011} = {}^{\circ}(\text{س}11) \text{ (ب)}$$

$$16 = {}^{\epsilon}\text{س} \text{ (أ)}$$

$$3011 = 11^5$$

$$\frac{1}{16} = 2^{-4}$$

$$30 = 5^2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = 2^{-4}$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$\frac{1}{2} = 2^{-1}$$

$$17 = \sqrt{289} \quad (د)$$

$$814 = 714 \div 8 \quad (ج)$$

$$217 = 7^3$$

$$814 = 7^{14}$$

$$17 = 17^1$$

$$8 = 7 - 1$$

$$15 = 3 \times 5$$

٥) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الأميبا كائن حي يتكون من خلية واحدة، ويُرى بالمجهر. يتكاثر الأميبا بالانقسام إلى خليتين كل مرة. ما عدد الأميبا بعد ثلاث انقسامات؟ بعد كم انقسام يُصبح لديك ٦٤ خلية؟

الحل

عدد خلايا الأميبا بعد ثلاث انقسامات = 2^3

$$64 = 2^6$$

$$62 = 2^6$$

$$6 = 2^6$$

الدرس الرابع: الصيغة العلمية

تدريب ١

اكتب كلا من الأعداد الآتية بالصيغة العلمية:

أ) ٧٥٠١

ب) ٠,٠٠٠٠٧٤

ج) $\frac{7}{4}$

${}^3 10 \times 7,501$

${}^4 10 \times 7,4$

$1,75 = \frac{175}{100}$

تدريب ٢

اكتب كلا من العددين الآتيين بالصيغة القياسية:

أ) ${}^2 10 \times 6,9872$

ب) ${}^2 10 \times 1,3$

٦٩٨٧٢٠٠٠

٠,٠١٣

تمارين ومسائل

١) اكتب كلا مما يأتي بالصيغة العلمية:

أ) ٤٠٠٥٦

ب) - ٩٠٠٨٠٠٠

ج) ٦٥٢,٣

$$\begin{array}{ccc}
 {}^2 10 \times 6,523 & {}^6 10 \times 9,008 - & {}^4 10 \times 4,0056 \\
 \frac{3}{1000} \text{ (و)} & \text{(هـ) } -0,00012 & \text{(د) } 0,789 \\
 {}^3 10 \times 3 & {}^4 10 \times 1,2 - & {}^1 10 \times 7,89
 \end{array}$$

(٢) اكتب كلا مما يأتي بالصيغة القياسية:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{(أ) } {}^6 10 \times 2,008 & \text{(ب) } - {}^4 10 \times 1,5033 & \text{(ج) } {}^8 10 \times 5,9 \\
 2008000 & -1503,3 & 0,000000059
 \end{array}$$

(٣) صحح الأخطاء بالعبارتين الآتيتين مُبرراً إجابتك:

(أ) الصورة العلمية للعدد ٧٦١٠٠٠ هي ${}^3 10 \times 7,61$.

الصورة العلمية للعدد ٧٦١٠٠٠ هي ${}^0 10 \times 7,61$.

(ب) الصورة القياسية للعدد ${}^0 10 \times 3,3916$ هي ٣٣٩١٦.

الصورة القياسية للعدد ${}^0 10 \times 3,3916$ هي ٣٣٩١٦٠.

(٤) أطول حبة لقاح في العالم هي حبة لقاح زهرة الكوسا، إذ يبلغ طولها

$\frac{1}{5}$ ملم، بينما يبلغ طول حبة لقاح زهرة شقائق النعمان ٠,٠١٨ ملم. اكتب

هذه الأطوال بالصيغة العلمية.

$${}^1 10 \times 2 = 0,2 = \frac{1}{5}$$

$${}^2 10 \times 1,8 = 0,018$$

الدرس الخامس: تبسيط التعبيرات الجذرية

تدريب ١

بسّط كلا مما يأتي:

$$\begin{array}{l} \text{أ) } \sqrt{4 \times 49} \\ \text{ب) } \sqrt[3]{24} \\ \text{ج) } \sqrt{\frac{16}{25}} \\ \text{د) } \sqrt[3]{\frac{54}{2}} \end{array}$$

$$\text{أ) } 14 = 2 \times 7$$

$$\text{ب) } \sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{2}$$

$$\text{ج) } \frac{4}{5}$$

$$\text{د) } 3$$

تدريب ٢

$$\text{بسّط: } \sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{63} + \sqrt{7} - \sqrt{8}$$

$$\text{الحل: بسّط: } \sqrt{2} - \sqrt{50} + \sqrt{7} + \sqrt{7} - \sqrt{8}$$

$$-\sqrt{2} - \sqrt{50}$$

فكر

$$\sqrt[3]{\dots\dots\dots 7}$$

بسط

$$\sqrt{7} \sqrt{\frac{1}{100}} : \text{الحل}$$

تمارين ومسائل

(١) بسّط كلا مما يأتي:

$$\sqrt{36 \times 100} \quad \sqrt[3]{16000} \quad \sqrt{\frac{81}{64}} \quad \text{(ج)}$$

$$\frac{9}{8}$$

$$\sqrt[3]{2} \sqrt[3]{2}$$

$$60 = 6 \times 10$$

$$\sqrt[3]{\frac{192}{3}} \quad \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{3} \quad \sqrt{2} \times \sqrt{0,125} \quad \text{(د)}$$

$$0,5 = \sqrt{0,25}$$

$$3 = \sqrt[3]{27}$$

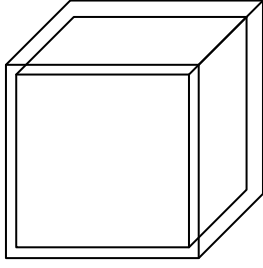
٤

$$\sqrt{5} \sqrt{8} - \sqrt{28} \sqrt{4} - \sqrt{63} + \sqrt{20} \sqrt{6} \quad \text{(ز)}$$
$$\sqrt{5} \sqrt{8} - \sqrt{7} \sqrt{8} - \sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{5} \sqrt{12}$$
$$\sqrt{7} \sqrt{5} - \sqrt{5} \sqrt{20}$$

$$\left(\sqrt[3]{36} - \sqrt[3]{4} \right) \sqrt[3]{6} \quad \text{(ح)}$$

$$\sqrt[3]{6 \times 36} - \sqrt[3]{24}$$

$$6 - \sqrt[3]{3} \sqrt[3]{2}$$



٢) صندوق مكعب الشكل لحفظ المواد المشعة.
إذا كان الحجم الخارجي للصندوق $٠,٠٢٧$ م^٣، أما
الداخلي $٠,٠٠٨$ م^٣. احسب سمك الصندوق.

$$\text{الحل: } \sqrt[3]{٠,٠٢٧} - \sqrt[3]{٠,٠٠٨}$$

$$٠,٣ - ٠,٢ = ٠,١$$

٣) بين صحة الحل الآتي:

$$١٤ = ٢ \times ٧ = \sqrt{٢} \times \sqrt{٢ \times ٤٩} = \sqrt{٢} \times \sqrt{٩٨}$$

الحل:

$$\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٤٩} = \sqrt{٢} \times \sqrt{٢ \times ٤٩}$$

$$١٤ = ٢ \times ٧ = \sqrt{٤} \times ٧ =$$

مراجعة

١) صنف الأعداد الآتية إلى نسبية وغير نسبية:

ج) $٣٥,٧$

ب) $\sqrt[3]{٠,٠٠١}$

أ) $١\frac{3}{8}$

نسبي

نسبي

نسبي

و) $\frac{\sqrt{٤٠}}{\sqrt{١٠}}$

هـ) ١٩٦٨

د) $٥٦,١٠٢٠٣٠\dots$

نسبي

نسبي

غير نسبي

٢) أي العبارات الآتية صحيحة وأيها خاطئة مع التبرير:

أ) كل عدد صحيح موجب هو عدد طبيعي. ✓

ب) الأعداد الحقيقية هي الأعداد غير النسبية. \times عدد حقيقي وهو نسبي

✓ (ج) الكسر العشري الدوري هو عدد نسبي.

✓ (د) العدد $\sqrt{9}$ هو عدد غير حقيقي.

(3) جد قيمة س في كل مما يأتي:

$$\sqrt{7} = س$$

$$(أ) \sqrt{7} + 11 = 11 + س$$

$$\frac{\sqrt{13}}{5} = س$$

$$(ب) 0 = س + \frac{\sqrt{13}}{5}$$

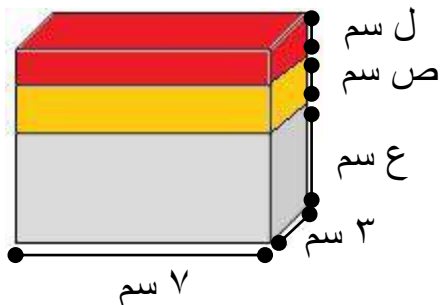
$$س = 1$$

$$(ج) س = \frac{\sqrt{6}}{0,2} \times \frac{0,2}{\sqrt{6}}$$

(4) خزانتان في كل منهما ٤ رفوف، وفي كل رف ١٢ كتاب، ما عدد

الكتب في الخزانتين؟

$$96 = 12 \times 8 = 4 \times 12 \times 2$$



(٥) احسب حجم الجسم المجاور.

$$(ل + ص + ع) \times ٣ \times ٧$$

$$٢١ (ل + ص + ع)$$

٦) بسط كل مما يأتي:

$$(أ) س \div س^{-٤} \quad (ب) (ع^{-٣} \times س^{-٥})^{-٢} \quad (ج) (٩^{-})^٧ \times (٩^{-})^٧$$

١

$$ع^٦ \times س^{-١٠}$$

س^{-٣}

$$(و) \left(\frac{٦}{٨}\right)^{-٤}$$

$$(هـ) (ن^{-٣})^{-٥}$$

$$(د) ص^{١٣} \div ص^{١٥}$$

ف^٨

ن^{-١٥}

ص^{-٢}

٧) اكتب كل مما يأتي بالصيغة العلمية:

$$(ج) \frac{7}{50}$$

$$(ب) - ٠,٠٠٠٨٩$$

$$(أ) ٧٨٩$$

$$١,٤ \times ١٠^{-١}$$

$$٨,٩ - ١٠^{-٤}$$

$$٧,٨٩ \times ١٠^{-٢}$$

٨) اكتب $١,٠٢ \times ١٠^{-٤}$ بالصيغة القياسية.

$$٠,٠٠٠١٠٢$$

٩) بسط كل مما يأتي:

$$(ج) \sqrt{\frac{١٢١}{١٤٤}} \\ \frac{11}{12}$$

$$(ب) \sqrt[٣]{٠,٠١٦} \\ \sqrt[٢]{٠,٢}$$

$$(أ) (\sqrt{٣})^٥ \\ \sqrt[٣]{٩}$$

$$\sqrt[3]{\frac{128}{125}} \quad (د) \quad \sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{0,0001} \quad (هـ)$$

$$\sqrt[3]{\frac{4}{5}} \quad - \quad 0,1$$

$$\begin{aligned} (و) \quad & \sqrt{24} - \sqrt{48} + \sqrt{300} - \sqrt{54} \\ & \sqrt{6} - \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{20} - \sqrt{3} + \sqrt{10} - \sqrt{6} + \sqrt{21} \\ & \quad - \sqrt{3} + \sqrt{10} - \sqrt{6} + \sqrt{23} \end{aligned}$$

حل المعادلات الآتية:

$$\frac{27}{8} = \left(\frac{2}{3}\right)^s \quad (ب)$$

$$s = -3$$

$$\frac{1}{125} = 5^s \quad (أ)$$

$$s = -3$$

$$1610 = 100 \times 10^s \quad (د)$$

$$s = 14$$

$$363 = 81^s \quad (ج)$$

$$s = 9$$

الاختبار الذاتي

(١) اكتب عددًا نسبيًا وآخر غير نسبي.

الحل : ٩ نسبي ، ...٧,٨٩٦٠٤٣ غير نسبي.

(٢) وضح بماذا تختلف مجموعة الأعداد الصحيحة عن مجموعة الأعداد الطبيعية.

مجموعة الأعداد الصحيحة هي ص+ ، ص- ، ٠ بينما مجموعة الأعداد الطبيعية هي ص+ فقط.

(3) وظف خاصية التوزيع لإيجاد ناتج: ١٠٠١×٥٤

$$(١٠٠٠ + ١) \times ٥٤$$

$$٥٤٠٠٠ + ٥٤ = ٥٤٠٥٤$$

(4) تريد سناء السفر بالطائرة، ووزن الحقيبة المسموح لها أن تحمله ٣٠ كغ، وكان وزن حقيبتها ٢٥ كغ. طلبت منها جارتها أن تُرسل

مغلفين لأبنيها، في كل مُغلف علبة من الحلوى وزنها ٢,٥ كغ وكيس من الزعتر وزنه ١ كغ. هل تستطيع سناء حمل المُغلفين معها؟

$$٧ = ٣,٥ \times ٢ = (١ + ٢,٥) \times ٢$$

٥) بسط كلا مما يأتي:

$$\begin{array}{lll} \text{أ) } \text{ع}^٣ \times \text{ع}^{-٤} & \text{ب) } \frac{1}{6^{-٥}} & \text{ج) } \left(\frac{3^{-٢}}{2^{\text{ع}}}\right)^{-٥} \\ \text{ع}^{-١} & \text{س}^٦ & \text{ف}^١٥ \text{ع}^{-١٠} = \frac{15^{\text{ف}}}{10^{-\text{ع}}} \end{array}$$

٧) اكتب ٠,٠٠٠٠٨٩٧٦ بالصيغة العلمية. $٠,٠٠٠٠٨٩٧٦ = ٨,٩٧٦ \times ١٠^{-٥}$

٨) اكتب $٨,٠٠٩ \times ١٠^٥$ بالصيغة القياسية. ٨٠٠٩٠٠

٩) بسط كلا مما يأتي:

$$\begin{array}{lll} \text{أ) } (\sqrt[٣]{٧})^٣ & \text{ب) } \sqrt[٣]{\frac{٤٩}{١٩٦}} & \text{ج) } \sqrt[٣]{\frac{٣٢}{٤}} \\ \sqrt[٣]{٧} & \frac{1}{2} & ٢ \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{د) } \frac{\sqrt[٣]{٠,٠٥٤}}{\sqrt[٣]{٢}} & \text{هـ) } \sqrt[٣]{٢٠} \times \sqrt[٣]{٠,٠٠٠٤} \end{array}$$

٠,٢ -

٣

$$\begin{aligned} & \sqrt{8} + \sqrt{45} - \sqrt{500} - \sqrt{32} \quad \text{و) } \\ & \sqrt{2} + \sqrt{15} - \sqrt{10} - \sqrt{28} \\ & \sqrt{5} - \sqrt{25} - \sqrt{2} - \sqrt{26} \end{aligned}$$

حل المعادلات الآتية:

$$\text{ج) } 107 = 49 \times \text{س} \quad \text{ب) } 214 = \text{س} (64)$$

$$\text{ب) } 27 = \text{س}^3$$

$$\text{س} = \frac{1}{3}$$

$$\text{س} = 8$$

$$\text{س} = 7$$

$$\text{س} = \frac{1}{3}$$

ادارة المناهج و الكتب المدرسية

مادة الرياضيات

الجزء الاول

الصف الثامن

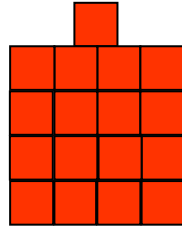
اسم الوحدة: الجبر

رقم الوحدة (٢)

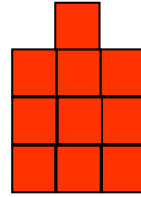
الدرس الأول: الأنماط.

تدريب (١)

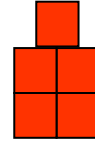
اكتب قاعدة النمط الآتي، ثم جد عدد المربعات في الشكل السادس إن أكملنا الرسم
باتباع النمط نفسه:



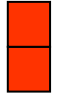
(٤)



(٣)



(٢)



(١)

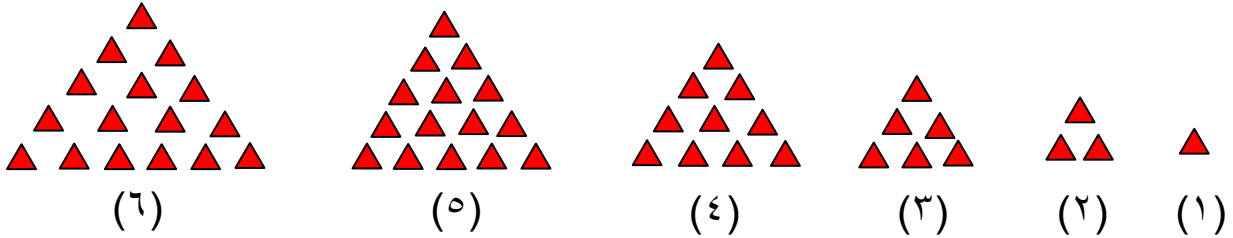
الحل:

(أ) قاعدة النمط هي: $س^٢ + ١$

(ب) عدد المربعات في الشكل السادس = ٣٧ مربع.

تدريب (٢)

أكملت براءة النمط الآتي برسم الشكلين الخامس والسادس:



ما رأيك بحل براءة؟ مبررًا إجابتك.

الحل:

رسمت براءة الشكل الخامس بشكل صحيح، بينما الشكل السادس رسمته بصورة خاطئة؛ حيث يجب أن يحتوي ٢١ مثلثًا بدلا من ١٦ مثلث.

تدريب (٣)

(أ) اكتشف قاعدة كل نمط مما يأتي، ثم اكتب الحد الناقص:

(١) ١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، ١٢٥ ، ...

(٢) ٦ ، ١١ ، ١٦ ، ٢١ ، ٢٦ ، ٣١ ،

(٣) $\frac{5}{2}$ ، ٥ ، $\frac{15}{2}$ ، ١٠ ، $\frac{25}{2}$ ، ...

(ب) اقترح نمطا يعبر عن القاعدة ٢ك - ١ ، ثم قارن إجابتك مع إجابات زملائك.

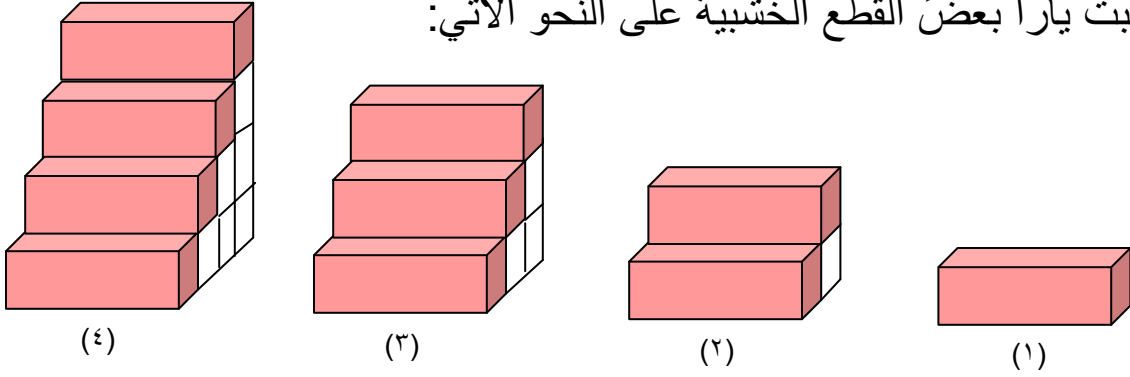
الحل:

(أ) ١- القاعدة (س^٣) ٢- القاعدة (س+١) ٣- القاعدة $(\frac{٥س}{٢})$

(ب) إجابات مختلفة.

فكر وناقش:

رتبت يارا بعض القطع الخشبية على النحو الآتي:



إذا استمرت بترتيب القطع على النمط نفسه، فجد:

(أ) عدد القطع اللازمة لتكوين الشكل السادس.

(ب) اكتب قاعدة النمط التي تعبر عن عدد القطع في الشكل س.

إجابة فكر:

(أ) يلزم يارا (٢١) قطعة خشبية لتكوين الشكل السادس.

(ب) قاعدة النمط $س(س+١) / ٢$

تدريب (٤):

البكتيريا كائن وحيد الخلية، إذا علمت بأن أحد أنواعه يتكاثر بانقسام الخلية

إلى أربع خلايا في الثانية الواحدة، جد:

(أ) عدد الخلايا الناتجة عن انقسام خلية بعد مرور ثانيتين، ثلاث ثوان، أربع ثوان.

(إرشاد: يمكنك رسم نموذج يوضح نواتج عمليات الإنقسام خلال الثوان المطلوبة)

ب) اكتب قاعدة النمط التي تعبر عن عدد الخلايا الناتجة عن إنقسام خلية بعد عدد من الثواني. (إرشاد: يمكنك رسم جدول)

ج) ما عدد الخلايا الناتجة عن الانقسام بعد دقيقة؟ وبعد ساعة؟
الحل:

الزمن ن (ثانية)	١	٢	٣	٤	ن	؟
عدد الخلايا ع (خلية)	٤	١٦	٦٤	٢٥٦	٤^n	٤٠٩٦

ب) قاعدة النمط $ع = ٤^n$ حيث ع: عدد الخلايا بعد ن من الثواني.

ج) ١ دقيقة = ٦٠ ثانية $\leftarrow ع = ٤^{٦٠}$ خلية

١ ساعة = ٣٦٠٠ ثانية $\leftarrow ع = ٤^{٣٦٠٠}$ خلية

فكر وناقش:

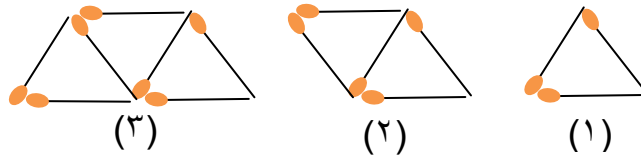
في تدريب (٤)، ما الزمن الذي تستغرقه الخلية الواحدة ليصبح عدد الخلايا الناتجة عن الإنقسام ٤٠٩٦ خلية؟

الحل:

٦ ثواني يلزم ليصبح عدد الخلايا ٤٠٩٦.

تمارين ومسائل

١) * رُتبت أعواد الثقاب في الشكل الآتي وفق نمط معين، اكتب قاعدة النمط.



الحل:

قاعدة النمط: ٢س+ ١ ، حيث س: عدد أعواد الثقاب.

٢) اكتب قاعدة النمط في كل مما يأتي:

أ) ٠ ، ٩ ، ١٨ ، ٢٧ ، ٣٦ ، ،

ب) ٠ ، ٧ ، ٢٦ ، ٦٣ ، ١٢٤ ،

الحل:

أ) القاعدة ٩(س-١) حيث س رقم الشكل.

ب) القاعدة س^٣ - ١ حيث س رقم الشكل.

٣) قصة تتكون من ٢١٧ صفحة، قرأت جنى في اليوم الأول ٩ صفحات، ثم قررت قراءة ٨ صفحات يوميًا. إذا استمرت جنى على هذا النمط في القراءة أجب عن كل مما يأتي:

أ) ما قاعدة النمط التي تعبر عن ص من الصفحات التي تنهي جنى قراءتها بعد س من الأيام؟

ب) كم يوما يلزمها لتنتهي قراءة الرواية؟

الحل:

أ) قاعدة النمط التي تعبر عن ص من الصفحات التي تنهي جنى قراءتها بعد س من الأيام هي ص = ٢٠٨ - ٨س.

(ب) تحتاج إلى ٢٦ يوماً لتنتهي قراءة الرواية.

(٤) مسابقة فنية اشترك فيها ١٢٨ متسابقاً، وبعد نهاية كل جولة من المسابقة يتم الإبقاء على $\frac{1}{2}$ عدد المشاركين:

(أ) ما عدد المشاركين في الجولتين الثالثة، والخامسة؟

(ب) اكتب قاعدة النمط.

(ج) بعد كم جولة تنتهي المسابقة؟

الحل:

(أ) عدد المشاركين في الجولة الثالثة = ٣٢ مشارك.

عدد المشاركين في الجولة الخامسة = ٨ مشاركين.

(ب) قاعدة النمط

ص = ١٢٨ / (٢)^{س-١} حيث س: رقم الجولة، ص: عدد المشاركين

(ج) تنتهي المسابقة بعد ٨ جولات.

(٥) تتبع النمط ثم أكمل الفراغات بالأعداد المناسبة:

$$١١١١١١ = ١٥٨٧٣ \times ٧$$

$$٢٢٢٢٢٢ = ١٥٨٧٣ \times ١٤$$

$$٣٣٣٣٣٣ = ١٥٨٧٣ \times ٢١$$

$$٤٤٤٤٤٤ = ١٥٨٧٣ \times ٢٨$$

$$٥٥٥٥٥٥ = ١٥٨٧٣ \times \dots$$

$$\dots\dots\dots = 10873 \times 42$$

$$\dots\dots \times 9 = 10873 \times \dots\dots$$

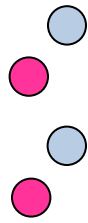
الحل:

$$555555 = 10873 \times 35$$

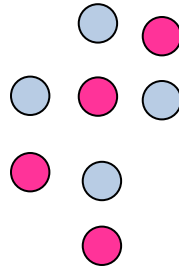
$$(10873 \times 7) \times 6 = 10873 \times 42$$

$$(10873 \times 7) \times 9 = 10873 \times 63$$

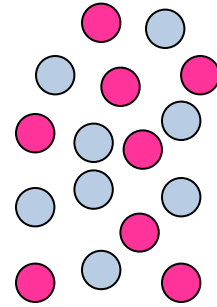
٦) اكتب الأعداد الثمانية الأولى التي تعبر عن النمط الآتي، ثم أجب عما يليه:



(٣)



(٢)



(١)

أ) ما قاعدة النمط؟

ب) إذا استمر رسم الأشكال اعتماداً على النمط نفسه، هل سيتوقف رسمها في مرحلة ما؟ وهل سيتوقف النمط بصورته العددية؟ برّر إجابتك.

الحل:

أ) قاعدة النمط هي (٢)^{٥-٥} س

(ب) لن يتوقف النمط بصورته العددية، سيصبح الأس سالبا.

الدرس الثاني: المقادير الجبرية

تدريب (١): يبلغ سعر سيارة ١٢٠٠٠ دينار، ينقص سعرها بنسبة ٣ % سنويا من سعرها الأصلي.

(أ) اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن سعر السيارة بعد مرور ك من السنوات.

(ب) كم يصبح سعرها بعد مرور سنتان ، ثلاث سنوات ، خمس سنوات ؟

الحل:

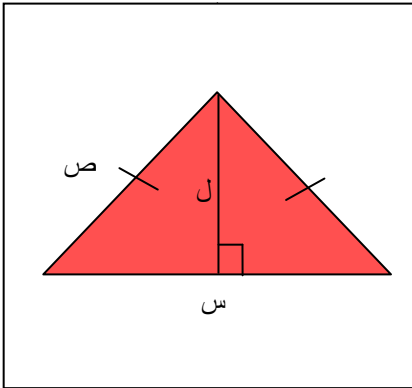
(أ) $(١٢٠٠٠ - ٣٦٠ ك)$ دينار.

(ب) سعرها بعد مرور سنتان $= ١٢٠٠٠ - ٢ \times ٣٦٠$

وبعد ثلاث سنوات $= ١٢٠٠٠ - ٣ \times ٣٦٠$

وبعد خمس سنوات $= ١٢٠٠٠ - ٥ \times ٣٦٠$

تدريب (٢):



مثلث متطابق الضلعين، قاعدته س، ارتفاعه ل، وطول ضلعه ص. كما في الشكل المجاور. اكتب التعبير الجبري الذي يعبر عن:

أ) محيط المثلث.

ب) مساحة المثلث.

الحل:

أ) محيط المثلث يساوي $s + 2ص$ حيث s : طول القاعدة،

ص: طول الضلع المتطابق.

ب) مساحة المثلث تساوي $s \times l / 2$ حيث s : طول القاعدة،

ل: ارتفاع المثلث.

تمارين و مسائل

١) عبر عن كل مما يأتي باستخدام المقادير الجبرية:

أ) ثلاثة أمثال عدد ما مضافا إليه خمسة أمثال عدد آخر.

ب) قُسم عدد طبيعي على العدد ٧ ثم أُضيفَ إليه ٤.

ج) ناتج طرح ٦ هـ من ٤ أمثال ك مضافا إليه ١.

د) صرفت هدى ١٥ دينارًا من مبلغ كانت قد ادخرته سابقًا.

هـ) المبلغ الذي دفعه وليد عند شرائه ٧ كغ من البندورة، و ٣ كغ من البطاطا،

و ٥ كغ من البصل.

الحل:

(ب) $س ÷ ٧ + ٤$

(أ) $٣س + ٥ص$

(د) $س - ١٥$

(ج) $١ + ٦هـ$

(هـ) $٧س + ٣ص + ٥ع$

(٢) تطبع سكرتيرة ٥٥ كلمة في الدقيقة.

(أ) اكتب التعبير الجبري الذي يعبر عن عدد الكلمات التي تطبعها في ن دقيقة.

(ب) جد عدد الكلمات التي تطبعها في ٢٠ دقيقة.

الحل:

(أ) عدد الكلمات التي تطبعها في ن دقيقة هو ٥٥ن

(ب) عدد الكلمات التي تطبعها في ٢٠ دقيقة يساوي ١١٠٠ كلمة

(٣) حديقة منزل مستطيلة الشكل طولها يساوي ثلاثة أمثال عرضها، يُراد إحاطتها بسيياج، إذا علمت أن تكلفة المتر الطولي الواحد ٨ دنانير.

(أ) اكتب التعبير الجبري الذي يعبر عن تكلفة السياج الذي يحيط بالحديقة.

(ب) احسب تكلفة السياج الذي يحيط بالحديقة إذا علمت أن عرض الحديقة ٣٠م.

الحل:

(أ) تكلفة السياج = ٦س دينار ، حيث س: عرض الحديقة.

(ب) ٤٨٠ دينار.

٤) عبرت أسماء عن العبارة (ناتج طرح ٥ أمثال عدد من ٩٣) بالمقدار الجبري
٥س-٩٣ . هل توافقها على ذلك؟ برر إجابتك.

الحل:

إجابتها خاطئة، والإجابة الصحيحة ٩٣-٥س

٥) مشفى به بئر مملوء بالماء سعته ٤٠٠ م^٣، إذا كان معدل الاستهلاك اليومي
١٦٠ م^٣.

أ) ما كمية الماء المتبقية في البئر بعد مرور يوم، ١٢ ساعة؟

ب) إذا استمر استهلاك الماء بهذا المعدل، فكم يوماً يكفي البئر المشفى؟

الحل:

أ) ٢٤٠ م^٣، ٣٢٠ م^٣

ب) ٢,٥ يوماً.

٦) اكتب مسألة تعبر عن المقدار الجبري ٢ع - ٣.

الحل:

هناك مسائل مختلفة تعبر عن المقدار الجبري ٢ع - ٣.

٧) يؤجر رجل منزله بأجرة سنوية، قدرت دائرة الضرائب الأجرة السنوية بقيمة، وتسمى القيمة التخمينية للإيجار، ثم فرضت عليه مجموعة ضرائب بنسب محددة كما هو موضح في الجدول الآتي:

الضريبة	نسبة الضريبة من قيمة التخمين	قيمة الضريبة (بالدينار)
المعارف	٢٪	٥٠
المُسَقَّفات	١٠٪	
الصرف الصحي		٧٥

اعتمادا على الجدول:

أ) احسب القيمة التخمينية للمنزل.

ب) أكمل الفراغ في الجدول.

الحل:

أ) قيمة التخمين = ٢٥٠٠ دينار

ب) قيمة المسقّفات = ٢٥٠ دينار، نسبة الصرف الصحي = ٣٪.

٨) يملك أحمد مثلي ما يملكه سعيد من الكتب، ويملك خليل ٦ كتب زيادة عما يملكه سعيد. إذا كانت س تمثل الكتب التي يملكها سعيد، اكتب التعبير الجبري الذي يمثل مجموع الكتب التي يملكها الأولاد الثلاثة.

الحل:

نفرض ما يملكه سعيد من الكتب س كتابا، اذن مجموع الكتب التي يملكها الثلاثة هو $3س+6$

الدرس الثالث: ضرب حد جبري في مقدار جبري

تدريب (١): جد ناتج - $4أ^2ب^3 - 9أ^3ب^2$ ص.

الحل:

$$36أ^3ب^2 - 9أ^3ب^2$$

تدريب (٢)

حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

نفرض أن س هو عدد الالعب التي لعبها كل فرد من أفراد العائلة.

المبلغ الذي يدفعه الشخص الواحد = $2 + 0,5س$ دينار

المبلغ الذي تدفعه الأسرة بأبسط صورة = $10 + 2,5س$ دينار.

تمارين و مسائل

(١) جد ناتج كل مما يأتي:

(أ) $٧ل٤ (٢ل٢ + ٥ل - ٣)$.

(ب) صفر (٩ل ع) (١٠ ن ع)

(ج) $(٦ل + ٥م) \times ٢م ل$

(د) $٦ع٢ - (٣ع٢ + ٤ع - ٥)$

(هـ) $٣(-٢س٢ ص٢م٤)$

الحل:

(ب) صفر

(أ) $٤ل١٤ + ٦ل١٥ - ٤ل٢١$

(د) $٦ع٢ - ١٨ع٠ - ٢٤ع٤ + ٣٠ع٣$

(ج) $٢ل١٢ + ٢ل١٠$

(هـ) $٤٨س٨ ص٢٠م٤$

(٢) اكتشف الخطأ في ما يأتي واكتب الصواب:

$٧(-٤س٣ص٢ك٢) = -٢٨س٢ + ٧ص٢ + ٧ك٢$

الحل:

العبارة غير صحيحة، الصواب $-٢٨س٣ص٢ك٢$.

٣) قطعة أرض مستطيلة الشكل، طولها (٣س) متر، وعرضها (٢ص) متر، نحتاج لإحاطتها بسور، إذا كان سعر المتر الواحد ٩ دنانير، فاكتب التعبير الجبري الذي يعبر عن تكلفة السياج.

الحل:

$$\text{تكلفة السياج} = ٩ \times ٢ \times (٣س + ٢ص) \text{ دينار.}$$

٤) خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات، مساحة قاعدته (٢س^٢ + ٥س) وحدة مساحة، وارتفاعه (٢س) وحدة طول. جد حجم الخزان بدلالة س.

الحل:

$$\text{حجم الخزان} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= (٢س^٢ + ٥س) \times ٢س = ٤س^٣ + ١٠س^٢ \text{ وحدة حجم.}$$

الدرس الرابع: ضرب مقدار جبري في مقدار آخر

تدريب (١): جد ناتج الضرب في كل مما يأتي بأبسط صورة، وبطرق مختلفة:

أ) $(٧ - ل) (٤ - ل)$.

ب) $(٢ + ٣ن) (٥ن - ٢ن - ٢)$.

ج) $(س - ع) (س + ع)$.

الحل:

$$(أ) ٢ل٢ - ١٥ + ٢٨$$

$$(ب) -٣ن٣ + ٣ن١ + ٤ - ٤$$

$$(ج) س٢ - ع٢$$

فكر وناقش:

أعط مثالا على مقدارين جبريين حاصل ضربهما $٣س٢ + ٦س٣$. هل هناك إجابات أخرى؟

الحل:

$$س (٣س + ٦ص) ، أو ٣س (س + ٢ص).$$

ناقش صحة العبارة الآتية مبرراً إجابتك:

$$(٩س + ٤ص)٢ = ٨١س٢ + ١٦ص٢$$

الحل:

الإجابة خاطئة، والإجابة الصحيحة ($٨١س٢ + ٧٢س٣ + ١٦ص٢$)

تمارين و مسائل

(١) جد ناتج كل مما يأتي:

$$(أ) ٧س٤ (٢س٢ - ٣س + ٥)$$

$$(ب) (س + ٧) (س^٢ - ١)$$

$$(ج) (٣ - ع)^٢$$

$$(د) (س^٢ + س^٣ - ص^٤) (س - ص^٢ + ١)$$

$$(هـ) (س^٣ + ص^٢) (ص - ٨)$$

$$(و) (س^٢ + ٥) (س^٣ - س^٢ + ٤ل - ٢)$$

الحل:

$$(أ) ٤س^٤ - ١س^٢ - ٢س^١ + ٥س^٣$$

$$(ب) ٢س^٢ + ٣س - ٧$$

$$(ج) ٩ + ٦ع - ع^٢$$

$$(د) ٢س^٢ - س - ص - ٢س - ٦ص^٢ - ٥ص - ٤$$

$$(هـ) ٣ص^٣ - ٤ص^٢ - ٦ص$$

$$(و) ٢س^٢ - س^٣ + ٤ل + س - ٢س^٢ + ٥س + ٢٠ل - ١٠$$



٤) ملعب مستطيل الشكل طوله $(س^٢ + ٥س + ٤)$ متراً وعرضه $(س^٣ + ٢)$ متراً، يُراد زراعتها بالنجيل، جد المساحة المزروعة بدلالة س.

الحل:

$$\text{المساحة} = (س + ٢) (س + ٤) = (س + ٢) (س + ٤) \text{ متر مربع.}$$

٥) خزان ماء مكعب الشكل طول حرفه (س + ص) متراً، جد حجم الخزان. بدلالة كل من س ، ص.

الحل:

$$\text{حجم الخزان} = (س + ص)^3 \text{ متر مكعب.}$$

الدرس الخامس: تحليل المقادير الجبرية بإخراج عامل مشترك.

تدريب (١):

جد ع.م.أ للمقادير الجبرية الآتية في كل مما يأتي:

$$\text{أ) } ٢٧ل٢م٤ ، ١٢ل٥م٣ ، ١٨ل٣مك$$

$$\text{ب) } ٨ص٤ ، ٣ه٣ ، ٢أ٣ص$$

الحل:

$$\text{أ) ع.م.أ} = ٣ل٣م$$

$$\text{ب) ع.م.أ} = ١$$

تدريب (٢): حل كلا من المقادير الآتية بإخراج العامل المشترك الأكبر، ثم تحقق من الحل:

$$(أ) \quad ٣٠س٤ص٦ + ٤٥س٧ص٤$$

$$(ب) \quad ١١ع٦٦ - ١١ع٦٦$$

$$(ج) \quad ١٨ب٢ - ١٢ب٥ + ٤ب٤$$

الحل:

$$(أ) \quad ١٥س٤ص٤ (٢ص٢ + ٣س٣)$$

$$(ب) \quad ١١ع٦٦ (١ + ١)$$

$$(ج) \quad ٤ب٢ (٢ب٣ - ١ + ١)$$

ناقش مع زملائك، مبرراً إجابتك:

• كُلفَ خالد وزيد بتحليل المقدار الجبري $٢٠س٢ + ٥س٥$ ، فكانت إجابة خالد $٢٠س٢ + ٥س٥ = ٥س(٤س)$ ،

بينما إجابة زيد $٢٠س٢ + ٥س = ٥س(٤س + ١)$.

من منهما إجابته صحيحة؟

• كُلفَت حنان وريم بتحليل المقدار الجبري $٨-٤ص$ ، فكانت إجابة حنان

$$٨-٤ص = ٤(٢-ص)$$

بينما كتبت ريم ٨ - ٤ ص = ٤ (٢ - ص). ناقش إجابة كل منهما ؟

الحل:

- إجابة زيد هي الصحيحة.
- أصابت كل من ريم وجنان في إجابتهما، لأن؛
 $٤(٢ - ص) = ٤ - (ص - ٢) = ٤ - ٨ = -٤$ ص

تمارين و مسائل

(١) جد ع. م. أ للمقادير الجبرية الآتية:

أ) ٧س^٣هـ ، ٤٩س^٢هـ ، ٦٣س^٥هـل^٣

ب) ٦م (س - ص)^٢ ، ١٥م (س - ص)^٣

الحل:

أ) ع. م. أ = ٧س^٢هـ

ب) ع. م. أ = ٣م (س - ص)^٢

(٢) حل كلا من المقادير الآتية بإخراج العامل المشترك الأكبر:

أ) ١٦ن - ٤٠ل

ب) ٢٠ع^٢س^٣ + ١٠ع^٢س^٢

$$\text{ج) } 12\text{أ}^{\circ}\text{ب}^{\circ} - 18\text{ب}^{\circ}\text{ه}^{\circ}$$

$$\text{د) } 5\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ} - 2\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ} + 10\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ}$$

$$\text{ه) } 9\text{ل}^{\circ} + 18\text{ل}^{\circ} - 24\text{ل}^{\circ} + 3\text{ل}^{\circ}$$

الحل:

$$\text{أ) } 16\text{ان} - 40\text{ل} = 8(2\text{ن} - 5\text{ل})$$

$$\text{ب) } 20\text{ع}^{\circ}\text{س}^{\circ} + 10\text{ع}^{\circ}\text{س}^{\circ} = 10\text{ع}^{\circ}\text{س}^{\circ} (2\text{س}^{\circ} + 5\text{ع}^{\circ})$$

$$\text{ج) } 12\text{أ}^{\circ}\text{ب}^{\circ} - 18\text{ب}^{\circ}\text{ه}^{\circ} = 6\text{ب}^{\circ} (2\text{أ}^{\circ} - 3\text{ه}^{\circ})$$

$$= 6\text{ب}^{\circ} (-2\text{أ}^{\circ} - 3\text{ه}^{\circ})$$

$$\text{د) } 5\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ} - 2\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ} + 10\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ}$$

$$= 5\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ} (1 + 2\text{س}^{\circ} + 10\text{ص}^{\circ})$$

$$\text{ه) } 9\text{ل}^{\circ} + 18\text{ل}^{\circ} - 24\text{ل}^{\circ} + 3\text{ل}^{\circ}$$

$$= 3\text{ل}^{\circ} (1 + 8\text{ل}^{\circ} - 9\text{ل}^{\circ} + 3\text{ل}^{\circ})$$

٣) اعتماداً على الشكل المجاور:

س	س	س	س	س
س	١	١	١	١

أ) اكتب مقداراً جبرياً يعبر عن مساحة الشكل.

ب) حلل المقدار الجبري الذي حصلت عليه في الفرع (أ) إلى عوامله.

ج) اكتب مقداراً جبرياً يعبر عن محيط الشكل، ثم حله إلى عوامله.

الحل:

أ) مساحة الشكل = $س٢ + ٤س$ وحدة مساحة.

ب) $س٢ + ٤س = س(س + ٤)$

ج) محيط الشكل = $٣س + ٩ = ٣(س + ٣)$ وحدة طول.

٤) اكتشف الخطأ واكتب الصواب في ما يأتي:

$$٣٢س٤ص + ٢٤س٢ص = ٨س٢ص (٣ص - ٤س٢)$$

الحل:

الصواب هو :

$$٣٢س٤ص + ٢٤س٢ص = ٨س٢ص (٣ص + ٤س٢)$$

$$= ٨س٢ص (٣ص + ٤س٢)$$

الدرس السادس: تحليل المقادير الجبرية بالتجميع

تدريب (١): حل كلا مما يأتي باستخدام طريقة التجميع، وقارن إجابتك مع زملائك، ثم تحقق من صحة الحل:

$$(أ) ٧س٢ ص٣ - ٤س١٤ ص٢ + ٣ص٣ - ٦س٦.$$

$$(ب) ٧ + ٣ل٢ + ٧ك + ٣ل٢ + ٧.$$

الحل:

$$(أ) ٧س٢ ص٣ - ٤س١٤ ص٢ + ٣ص٣ - ٦س٦$$

$$= ٧س٢ (ص٣ - ٢ص٢) + ٣(ص٣ - ٢ص٢)$$

$$= (٧س٢ + ٣) (ص٣ - ٢ص٢)$$

للتحقق من صحة الحل؛ نجد ناتج ضرب المقدارين الجبريين.

$$(ب) ٧ + ٣ل٢ + ٧ك + ٣ل٢ + ٧$$

$$= ٧ + ٣ل٢ + ٧ك + ٣ل٢ + ٧$$

$$= ٧(١ + ك) + ٣ل٢(١ + ك)$$

$$= (ع^٢ ل^٣ + ٧) (ك + ١)$$

فكر وناقش:

حلل كل من خالد وعادل وحمزة المقدار $٨س^٢ - ٤س + ١٢س - ٦ص$ فكانت إجاباتهم على الترتيب:

$$٨س^٢ - ٤س + ١٢س - ٦ص = (١-س^٢)(٤س+٦ص)$$

$$٨س^٢ - ٤س + ١٢س - ٦ص = (٢-س^٤)(٢ص+٣ص)$$

$$٨س^٢ - ٤س + ١٢س - ٦ص = (١-س^٢)^٢(٢ص+٣ص)$$

ناقش كل إجابة وتحقق من صحة الحل.

الحل:

جميع الإجابات صحيحة، لأن؛

$$(١-س^٢)(٤س+٦ص) = (٢-س^٤)(٢ص+٣ص) = (١-س^٢)^٢(٢ص+٣ص)$$

$$= ٨س^٢ - ٤س + ١٢س - ٦ص$$

تمارين و مسائل

(١) حلل كلا مما يأتي إلى عوامله، وتحقق من صحة الحل:

$$أ) ٢٤ب^٢ - ١٢أب + ٢أ^٢$$

$$ب) ٩نك - ١٨ن - ٢ك$$

$$ج) ٧ل + ٩هـ + ٣٦هـ + ٢٨ف$$

$$(د) \text{ س ن} - \text{س}^9 - \text{ن}^9 + 81$$

$$(هـ) \text{ س}^2 \text{ ص} + \text{س}^3 \text{ ص} + \text{ص}^2 + \text{س}^2 + \text{س}^3 \text{ ص} + \text{ص}^3 + \text{س}^3 \text{ ص} + \text{ص}^9 + \text{ص}^6$$

الحل:

$$(أ) \text{ أ}^2 - \text{أ} \text{ ب} + \text{أ} \text{ ب}^2 - \text{أ}^2 \text{ ب}^2 = (\text{أ} + \text{أ} \text{ ب}^2) (\text{أ} - \text{ب}^2)$$

للتحقق من صحة الحل ؛ نجد ناتج ضرب القوسين فيساوي الطرف الأيمن.

$$(ب) 9 \text{ ن ك} - \text{ك} - 18 \text{ ن} - 2 + \text{ك} = (\text{ك} - 2) (9 \text{ ن} + 1)$$

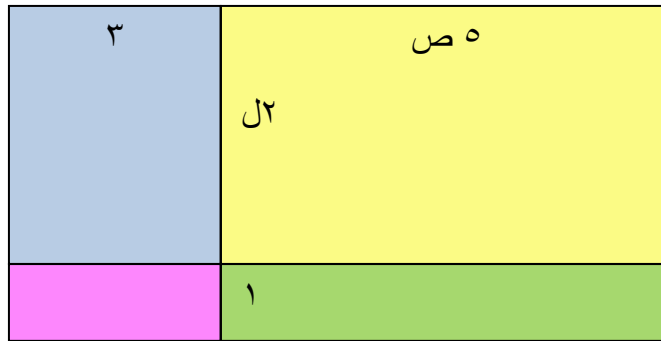
$$(ج) 7 \text{ ل ف} + \text{ف}^9 + \text{ل هـ} + \text{هـ}^36 + \text{ف}^28 = (\text{ل} + 4) (7 \text{ ف} + \text{هـ}^9)$$

$$(د) \text{ س ن} - \text{س}^9 - \text{ن}^9 + 81 = (\text{س} - 9) (9 - \text{ن})$$

$$(هـ) \text{ س}^2 \text{ ص} + \text{س}^3 \text{ ص} + \text{ص}^2 + \text{س}^2 + \text{س}^3 \text{ ص} + \text{ص}^3 + \text{س}^3 \text{ ص} + \text{ص}^9 + \text{ص}^6$$

$$= (\text{س} + 3) (\text{س}^3 + \text{ص}^3 + 2)$$

٢) اكتب مقداراً جبرياً يعبر عن مساحة الشكل الآتي، ثم حله إلى عوامله.



الحل:

$$\text{مساحة الشكل} = 10 \text{ ص ل} + \text{ل} + 6 \text{ ل} + 5 \text{ ص} + 3 \text{ وحدة مساحة.}$$

$$= (٥ ص + ٣) (٢ ل + ١)$$

٣) خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات، حجمه (س ص ع + س ع + ص ع + ع) متر مكعب، وارتفاعه (ع) متر. ما المقداران الجبريان اللذان يعبران عن بعده الأخرين؟

الحل:

$$س ص ع + س ع + ص ع + ع = ع (س ص + س + ص + ١)$$

$$= ع (س (ص + ١) + (ص + ١))$$

$$= ع (ص + ١) (س + ١)$$

إذن البعد الأول للخزان = (ص + ١) متر ، البعد الثاني = (س + ١) متر.

المراجعة

١) جد ناتج ضرب كل مما يأتي بأبسط صورة:

أ) $(٤ س^٢ ص) (٢ س ص^٣ ع)$.

ب) $(٣- ح^٤ هـ)^٣$.

$$(ج) ٥(-٢ ك٦ ل٢ ن)٢ (٣ ن٣ هـ).$$

$$(د) (٢ ع٣ + ٣)٢.$$

$$(هـ) (٢٥\sqrt{+} + ٢س٢)$$

$$(و) (٥ س٢ - ٤) (٣س٢ + ٣ص).$$

$$(ز) (٢- ل٢ + ١) (٣ + ل) (١ - ل).$$

الحل:

$$(أ) (٤ س٢ ص) (٢ س٣ ص٣ ع) = ٨ س٣ ص٣ ع$$

$$(ب) (-٣ ح٤ هـ) = ٢٧- ح٢ هـ٣$$

$$(ج) ٥(-٢ ك٦ ل٢ ن)٢ (٣ ن٣ هـ) = ٦٠ ك٤ ل٤ ن٤ هـ$$

$$(د) (٢ ع٣ + ٣)٢ = ٩ + ١٢ع + ٤ع٢$$

$$(هـ) (٢٥\sqrt{+} + ٢س٢) = ١٠ + ٢٥\sqrt{+}س + ٤س٢$$

$$(و) (٥ س٢ - ٤) (٣س٢ + ٣ص) = ١٥س٢ص + ١٠س٣ - ١٢ص - ١٢ص$$

$$(ز) (٢- ل٢ + ١) (٣ + ل) (١ - ل) = (١ - ل) (٣ + ل) (١ + ل٢ -)$$

$$= ٣- ل٢ + ٣ل - ٣ل٢ + ٣ل٢ - ٣ل٢ =$$

(٢) حل كلا مما يأتي إلى عوامله:

أ) ص - ٦ص^٢

ب) ١٠س^٣ل - ٢٠س^٢ + ١٥س ص^٢.

ج) ٢ هو + ٩ هز - ٨ ب ه - ٣٦ ب ز.

د) ١٥س^٥ - ٢٠س^٣ص + ٣س^٢ - ٤ص.

الحل:

أ) ص - ٦ص^٢ = ص (ص - ٦)

ب) ١٠س^٣ل - ٢٠س^٢ + ١٥س ص^٢ = ٥س (٢س^٢ل - ٤س + ٣ص^٢)

ج) ٢ هو + ٩ هز - ٨ ب ه - ٣٦ ب ز

= ه (٢و + ٩ز) - ٤ب (٢و + ٩ز)

د) ١٥س^٥ - ٢٠س^٣ص + ٣س^٢ - ٤ص = (١ + ٣س^٣) (٤ص - ٢س^٣)

٣) صندوق على شكل متوازي مستطيلات، قاعدته مربعة الشكل، طول ضلعها (٣س - ١) وحدة طول، وارتفاعه (س^٢) وحدة طول. اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن حجم الصندوق.

الحل:

حجم الصندوق = مساحة القاعدة المربعة × الارتفاع

$$= (٣س - ١) \times س^٢ = ٩س^٥ - ٦س^٤ + ٣س^٣ \text{ وحدة حجم.}$$

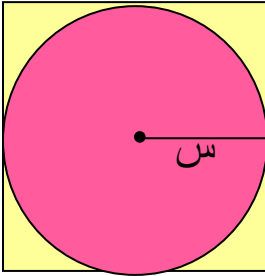
٤) إذا كانت مساحة مربع $(س^2 + ٦س + ٩)$ وحدة مربعة، ما طول ضلعه بدلالة س؟

الحل:

مساحة المربع = (طول الضلع)^٢

$$\text{وبما أن } س^2 + ٦س + ٩ = (س + ٣)(س + ٣) = (س + ٣)^2 \text{ ،}$$

إذن طول الضلع = $(س + ٣)$ وحدة طول.



٥) معتمدا على الشكل المجاور الذي يمثل مربعا بداخله دائرة تمس أضلاعه. أجب عما يأتي:

أ) اكتب مساحة المنطقة المظللة باللون الأصفر .

ب) حلل المقدار الذي حصلت عليه في الفرع (أ) إلى عوامله.

الحل:

أ) مساحة المنطقة المطلوبة = مساحة المربع - مساحة الدائرة

$$= س^2 - \pi س^2 \text{ وحدة مساحة.}$$

$$\text{ب) } س^2 - \pi س^2 = س^2 (\pi - ١)$$

٦) بركة سباحة على شكل متوازي مستطيلات في أحد النوادي الرياضية، طولها (ص+٢) مترًا، عرضها (ص+١) مترًا، ارتفاعها $\frac{1}{3}$ ص مترًا.

أ) اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن كمية الماء اللازمة لملاء البركة.

ب) إذا قررت إدارة النادي دهن جوانب البركة، وكان ثمن دهان المتر المربع الواحد (12) دينار. فما المبلغ الذي يدفعه النادي ثمنًا للدهان؟

الحل:

أ) كمية الماء = حجم البركة = حجم متوازي المستطيلات

$$= \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع} = (ص+٢) (ص+١) \times \frac{1}{3} ص$$

ب) مساحة المنطقة التي سيتم دهنها = المساحة الجانبية للبركة

$$= ٢ \times ((ص+٢) + (ص+١)) \times \frac{1}{3} ص$$

$$\text{تكلفة الدهان} = ١٢ \times ٢ \times ((ص+٢) + (ص+١)) \times \frac{1}{3} ص \text{ دينار.}$$

٧) إذا كانت مساحة مستطيل (س ص + ص + ص + ص) وحدة مربعة، وكان أحد بعديه (ص+٥) وحدة طول، فما البعد الآخر؟

الحل:

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$\text{وبما أن } س ص + ص + ص + ص + ص = (س + ١) (ص + ٥)$$

إذن البعد الآخر = $(س + ١)$ وحدة طول.

الاختبار الذاتي

(١) يتكون هذا السؤال من ٨ فقرات من نوع الاختيار من متعدد، لكل منها ٤

بدائل واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) * دفعت كريمة س دينارًا ثمنًا لـ ٣ صناديق من العصير، ثمن الصندوق الواحد من العصير بالدينار:

(أ) $س + ٣$ (ب) $٣س$ (ج) $\frac{س}{٣}$ (د) $\frac{٣}{س}$

(٢) ناتج ضرب الحدين $٤ص - ٣ص^٢$ ل

(أ) $ص^٢$ ل (ب) $١٢ص^٢$ ل (ج) $١٢ص^٣$ ل (د) $١٢ص^٢$ ل

(٣) العامل المشترك الأكبر للحدين $١٢س^٥ع^٣$ ، $٧ل م$

(أ) ١ (ب) ١٢ (ج) $١٢س^٥ع^٣ل م$ (د) $١٩س^٥ع^٣ل م$

(٤) ناتج $(٥ - ع)$ يساوي:

(أ) $٥ + ع$ (ب) $٥ - ع$ (ج) $٥ - ع$ (د) $٥ع$

(٥) ناتج $(س + ٣)^٢$

(أ) $s^2 + 9$ (ب) $s^2 + 6$ (ج) $s^2 + 3s + 9$ (د) $s^2 + 6s + 9$

٦)* زرع محمود ثلاثة أمثال ما زرعه سعيد من الشجر، وزرع رائد سبعة أشجار
زيادة عن مثلي ما زرعه سعيد.

إذا كانت s تمثل عدد الأشجار التي زرعتها سعيد، أي مما يأتي يمثل مجموع
الأشجار التي زرعتها الأولاد الثلاثة؟

(أ) $s^2 + 6$ (ب) $s^2 + 4$ (ج) $s^2 + 5$ (د) $s^2 + 7$

٧) أي مما يأتي عاملاً للمقدار الجبري $6x^2 - 3x - 2x^2 + 4x$:

(أ) $2x + 1$ (ب) $3x - 2x^2$ (ج) $3x + 2$ (د) $3x - 2$

٨) إذا كانت مساحة المربع $s^2 + 6s + 9$ وحدة مربعة، ما طول ضلعه؟ :

(أ) $(s+3)^2$ (ب) $s+3$ (ج) $s+6$ (د) $s+9$

الحل:

٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
ب	ج	د	د	ج	أ	د	ج

٢) جد ناتج كل مما يأتي بأبسط صورة:

$$(أ) (س^3 + ع^2) (س^2 - ع^2).$$

$$(ب) ٧ل^٣م (٢ل^٢ - م^٣).$$

الحل:

$$(أ) (س^3 + ع^2) (س^2 - ع^2) = س^٥ - س^٢ع - س^٢ع - ع^٤ = س^٥ - ٢س^٢ع - ع^٤$$

$$(ب) ٧ل^٣م (٢ل^٢ - م^٣) = ١٤ل^٥م - ٧ل^٣م^٣$$

(٣) حل كلًّا مما يأتي إلى عوامله:

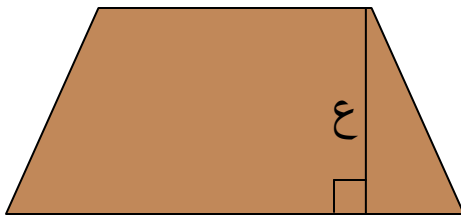
$$(أ) ٢٤ص^٥ك^٣ + ٤٠ص^٢ك^٤$$

$$(ب) ٣هـس + ٥هـص - ١٢الس - ٢٠لص$$

الحل:

$$(أ) ٢٤ص^٥ك^٣ + ٤٠ص^٢ك^٤ = ٤ص^٢ك^٣ (٣ص^٣ + ١٠ك)$$

$$(ب) ٣هـس + ٥هـص - ١٢الس - ٢٠لص = (٣س + ٥ص) (هـ - ٤ل)$$



(٤) معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل

لوحةً خشبياً على شكل شبه منحرف ، ارتفاعه

(ع) وحدة طول ، و طول قاعدته السفلى ثلاثة

امثال ارتفاعه ، و طول قاعدته العليا يقل

بمقدار (٢) عن مثلي ارتفاعه ، فأجب عن ما

(أ) اكتب عبارة جبرية تمثل مساحة اللوح الخشبي .

(ب) إذا كان ارتفاع اللوح الخشبي ١,٥ متراً. فجد مساحته.

الحل:

أ) مساحة شبه المنحرف = (مجموع القاعدتين) × الارتفاع

$$ع × (ع٢ + ٢ - ع٣) =$$

$$ع × (٢ - ع٥) =$$

ب) مساحة اللوح = $(٢ - ١,٥) × ١,٥ =$

$$١,٥ × ٥,٥ =$$

$$٨,٢٥ م٢ =$$

٥) * مصنع للثلاجات والتلفزيونات، يبيع س تلفزيون، ص ثلاجة شهرياً، معتمداً على الجدول الآتي الذي يمثل التكلفة ومقدار الربح لكل قطعة بالدينار:

النوع	التكلفة	الربح
تلفزيون	٢٤٠	٢٥
ثلاجة	٤٥٠	٣٠

أ) اكتب العلاقة التي تعبر عن التكلفة التي يدفعها المصنع شهرياً بدلالة س ، ص.

ب) اكتب العلاقة التي تعبر عن مبلغ البيع في المصنع شهرياً بدلالة س ، ص.

الحل:

النوع	التكلفة	الربح	مبلغ البيع = التكلفة + الربح
تلفزيون	٢٤٠	٢٥	٢٤٠س + ٢٥س
ثلاجة	٤٥٠	٣٠	٤٥٠ص + ٣٠ص

$$\text{أ) التكلفة} = ٢٤٠ \text{ س} + ٤٥٠ \text{ ص}$$

$$\text{ب) } (٢٤٠ \text{ س} + ٢٥ \text{ س}) + (٤٥٠ \text{ ص} + ٣٠ \text{ ص})$$

$$= ٢٦٥ \text{ س} + ٤٨٠ \text{ ص}$$

إدارة المناهج والكتب المدرسية

إجابات و حلول الأسئلة

الصف: الثامن الأساسي

الرياضيات

الجزء: الأول

الوحدة (٣)

الدرس الأول: الاقتران

تدريب ١

اكتب مجال ومدى كل علاقة، ثم حدد أيها تمثل اقتراناً مبرراً إجابتك.

$$\text{أ) } ق = \{(٣-، ٣-)، (٣-، ١٤-)، (٣-، ٠)، (٣-، ٢١)\}$$

$$\text{ب) } ل = \{(٢٥، ٥)، (٤، ٢)، (٣، ٥)، (١، ١-)\}$$

$$\text{ج) } ع = \{(١٠، ١٠)، (٢، ٢)، (١، ١)، (٠، ٠)، (١-، ١-)\}$$

الحل

$$\text{أ) المجال} = \{٣-، ١٤-، ٠، ٢١\}$$

$$\text{المدى} = \{٣-\}$$

$$\text{ب) المجال} = \{٢، ٥، ١-\}$$

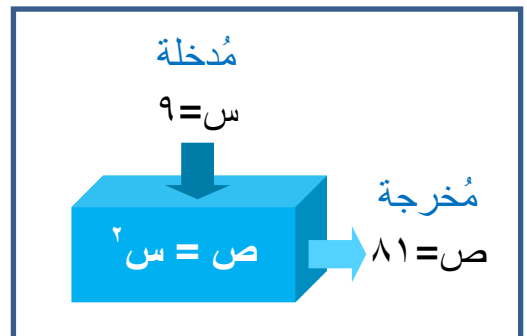
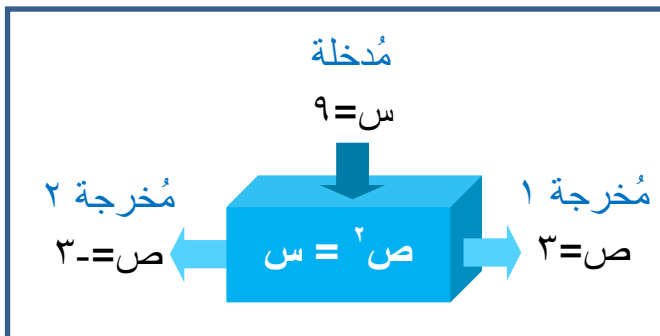
$$\text{المدى} = \{٢٥، ٤، ٣، ١\}$$

$$\text{ج) المجال} = \{١٠، ٢، ١، ٠، ١-\}$$

$$\text{المدى} = \{١٠، ٢، ١، ٠، ١-\}$$

نشاط ٣

لاحظ الشكلين الآتيين، ثم أجب عما يليهما:



أي العلاقتين $ص = س^2$ ، $ص^2 = س$ اقترانا؟ برر إجابتك.

$ص = س^2$ اقتران لأن لكل عنصر في المجال صورة واحدة فقط في المدى.

نشاط ٤: افرض أن ثمن قلم الرصاص الواحد ٢٥ قرشاً، أكمل الجدول الآتي الذي يمثل العلاقة بين عدد الأقلام و ثمنها ثم أجب عما يليه:

- (١) ما ثمن ٦ أقلام؟
 - (٢) وضّح كيف تجد ثمن ١٠ أقلام.
 - (٣) هل يتغير ثمن الأقلام بتغير عددها؟
 - (٤) اكتب قاعدة هذه العلاقة.
 - (٥) هل تمثل العلاقة السابقة اقتراناً؟ برر إجابتك.
- الحل:

عدد الأقلام س	١	٢	٣	٤	٥
ثمن الأقلام ص بالقروش	٢٥	٥٠	٧٥	١٠٠	١٢٥

(١) ثمن ٦ اقلام = $٢٥ \times ٦ = ١٥٠$ قرشاً، أو نكمل الجدول بإضافة

٢٥ إلى ١٢٥ فيكون الناتج ١٥٠.

(٢) ثمن ١٠ أقلام = $٢٥ \times ١٠ = ٢٥٠$ قرشاً

(٣) نعم

(٤) إذا افترضنا عدد الأقلام س و ثمنها ص فإن القاعدة:

ص = ٢٥ س

٥) نعم لأن لكل عدد من الأقلام س ثمن واحد فقط ص.

تدريب ٢

اكتب مدى الاقتران هـ(س) = س + ٣ الذي مجاله {٠، ٢، -١٠}.

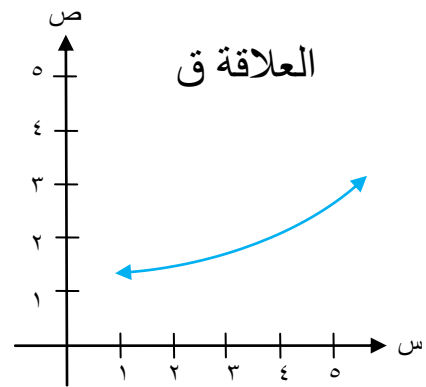
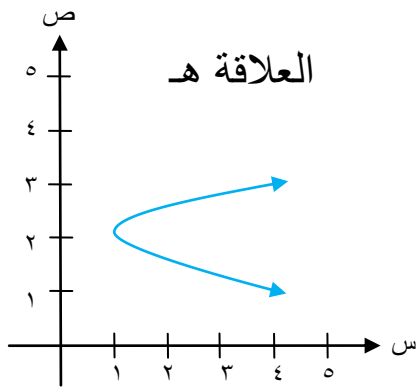
الحل:

$$\begin{array}{l|l} \text{هـ}(-١٠) = -١٠ + ٣ & \text{هـ}(٢) = ٢ + ٣ \\ \text{هـ}(-١٠) = -٧ & \text{هـ}(٢) = ٥ \end{array}$$

مدى الاقتران هـ = {٣، ٥، -٧}

نشاطه

الشكلان الآتيان بياني العلاقتين ق، هـ:



(١) أي العلاقتين تمثل اقتراناً؟ برّر إجابتك.

(٢) كيف تستطيع فحص فيما إذا كانت العلاقة تمثل اقتراناً؟

الحل:

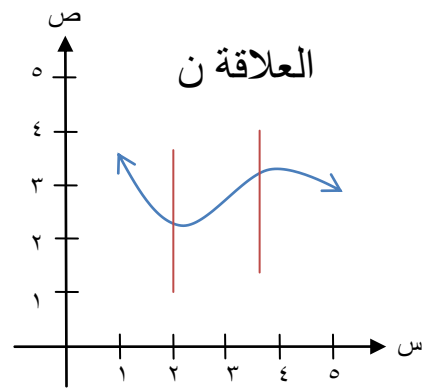
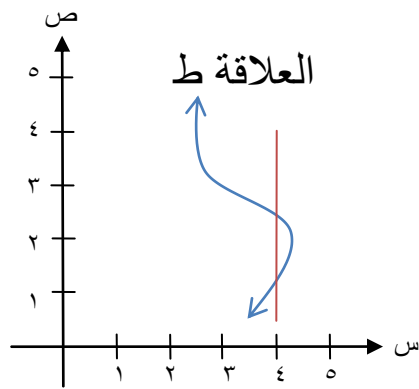
(١) العلاقة ق تمثل اقتران لأن كل عنصر س في المجال له صورة واحدة ص في المدى، بينما العلاقة هـ لا تمثل اقتران لأنه يوجد العنصر ٤ له صورتان في المدى ١ ، ٣ .

(٢) ممكن رسم خط رأسي يقطع منحنى الاقتران فإن قطعه في نقطة واحدة من أي مكان فيه دل هذا أن العلاقة الممثلة اقتران.

تدريب ٣

ارسم علاقتين تمثل إحداهما اقتراناً، ثم اطلب من زميلك التأكد من صحة عملك باستخدام اختبار الخط الرأسي.

الحل:



ن تمثل اقتران بينما ط لا تمثل.

تدريب ٤



يعمل رائد سائقاً لحافلة في شركة براتبٍ مقداره ٣٥٠ ديناراً شهرياً إضافةً إلى ٣ دنائير عن كل ساعة عملٍ إضافيٍّ.

أ) اكتب قاعدة الاقتران الدالة على دخل رائد الشهري.
 ب) احسب دخل رائد في الشهر الأول إذا عمل ٤ ساعاتٍ إضافيَّةً.
 الحل:

أ) $ص = ٣٥٠ + ٣س$ حيث $س$ عدد ساعات العمل خلال الشهر، و $ص$ راتبه الشهري.

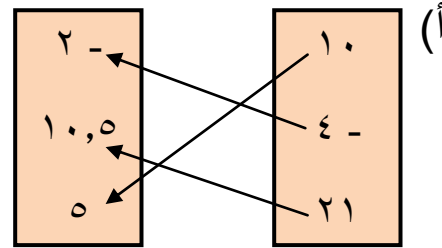
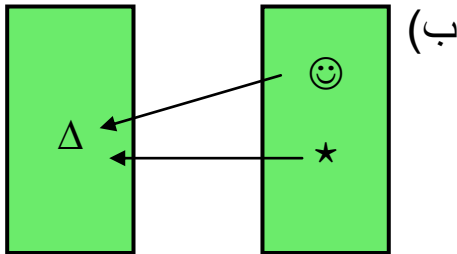
ب) $ص = ٣٥٠ + ٣ \times ٤$

$= ٣٥٠ + ١٢$

$= ٣٦٢$ ديناراً.

تمارين ومسائل

(١) أي العلاقات الآتية تُعد اقتراناً؟ مبرراً إجابتك:



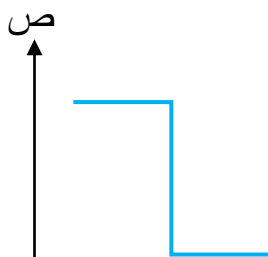
(ي)

١	٠	٠,٣	س
٩	٩	٩	ص

(ج)

P	D	F	D	س
Z	M	A	H	ص

(ف)



(ع)



الحل:

أ ، ب ، ي العلاقات فيها تمثل اقتران لأن لكل عنصر في مجالها صورة واحدة فقط في مداها.

(٢) أكتب مدى كل من الاقترانات الآتية إذا كان المجال { ١ ، ٢- ، ٤ }:

(أ) ق(س) = ٢س^٣ (ب) ه(س) = ٧ (ج) ل(س) = ٥ - س

الحل:

(أ) { ١٢٨ ، ١٦- ، ٢ }

(ب) { ٧ }

(ج) { ١ ، ٧ ، ٤ }

(٣) أجب عن كل مما يأتي:

أ (هل العلاقة التي تحسب مساحة الدائرة بدلالة نصف قطرها اقتراناً؟
برّر إجابتك.

مساحة دائرة نصف قطرها نق = ٢ π نق

نعم اقتران لأن لكل نق صورة واحدة فقط.

(ب) قدّم أمثلة لعلاقات رياضية معروفة تمثل اقترانات.

محيط مربع = ٤ .

٤) يتقاضى موظف راتباً شهرياً ٤٠٠ ديناراً، ويخصم من راتبه ١٠ دنانير عن كل يوم غياب بدون عذر مقبول.

أ) اكتب قاعدة الاقتران الدالة على دخل الموظف.

ب) احسب دخل الموظف إذا تغيب يومين بدون عذر مقبول.

الحل:

أ) $ص = ٤٠٠ - ١٠س$ حيث ترمز $س$ لعدد ساعات الغياب في الشهر ، و $ص$ لراتب الموظف الشهري.

ب) راتب الموظف بعد غياب يومين $= ٤٠٠ - ١٠ \times ٢$

$= ٣٨٠$ ديناراً

الاقتران

الوحدة (٣)

الدرس الثاني: الاقتران الخطي

فكر

ما الصورة العامة للاقتران إذا كان معامل س يساوي صفراً؟ اقترح اسماً لهذا الاقتران.

الحل:

ق(س) = ب ، ويسمى الاقتران الثابت لأن لكل عنصر س في المجال له الصورة ب في المدى، فالصورة ثابتة لكل س.

تدريب ١: أي الاقترانات الآتية يُعد اقتراناً خطياً؟ برّر إجابتك.

- (١) ف(س) = (س - ١) س (٢) ل(س) = س (٣) ت(س) = ٢س + س^٣
(٣) د(س) = -١١ - $\frac{3}{7}$ س (٤) ق(س) = ٩ (٥) و(س) = س^{-٦} + ٢١

الحل:

الاقترانات الخطية هي:

$$\text{ل(س) = س ، د(س) = -١١ - } \frac{3}{7} \text{ س ، ق(س) = ٩}$$

لأن كل منها على صورة ق(س) = أس + ب

ناقش صحة العبارتين الآتيتين مبرراً إجابتك:

(١) ق(ل) = ٢ ل + ١ اقترانٌ خطيٌّ.

(٢) ق(س) = م اقترانٌ خطيٌّ، حيث م ثابت.

كلا العبارتين السابقتين صحيحة لأن الأولى على صورة ق(س) = أس + ب حيث كل من أ و ب فيها ٢ ، ١ على الترتيب. بالمثل الثانية حيث كل من أ و ب فيها ٠ ، م على الترتيب.

تمارين ومسائل

(١) أي الاقترانات الآتية خطي وأيها غير ذلك، مبرراً إجابتك:

(أ) ن(س) = س - ٤ س (ب) ق(س) = س (س - ٢)

(ج) ك(س) = ٣ - (د) م(س) = ٣ - ٢س + س^٢

(هـ) ل(س) = ١٧س - س^١ (و) و(س) = $\frac{٢ + س}{٣}$

الحل:

الخطي منها هو:

(أ) ن(س) = س - ٤ س

(ج) ك(س) = ٣ -

$$و) و(س) = \frac{س + ٢}{٣}$$

لأن كل منها على صورة ق(س) = أ س + ب

(٢) الحل:

الزوج المرتب	صورة س	القاعدة	س
(٩- ، ١٢-)	٩-	ت(س) = ١٥ + س ٢	١٢ -
$(\frac{2}{3} ، \frac{2}{3})$	$\frac{2}{3}$	م(س) = $\frac{1}{2}$ س + $\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
(٠،٣- ، ٠،٢٥ -)	٠،٣-	د(س) = ٠،٧ + س ٤	٠،٢٥ -
(١١- ، ١٣-)	١١-	ط(س) = ١١-	١٣-



(٣) يُنَسَّقُ موقعٌ عبر الإنترنت باقات الورد بحيث

يحسب كلفة كل وردة أياً كان نوعها نصف دينارٍ

وكلفة تنسيق الباقة دينارٌ وأجرة التوصيل ٣

دنانير. بيّن فيما إذا كانت الكلفة النهائية للباقة

تمثل اقتراناً في عدد الوردات. إذا كانت إجابتك

نعم اكتب قاعدة الاقتران إذا علمت أن التنسيق والتوصيل يتم في

عمليات البيع جميعها.

الحل:

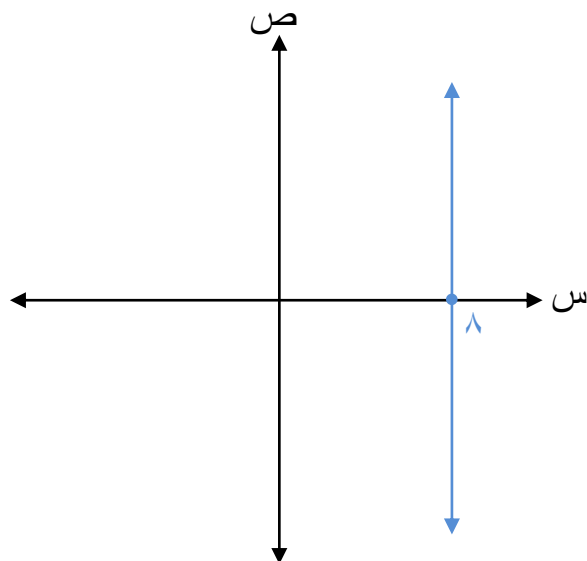
نعم تمثل اقتران قاعدته ق(س) = ٥٠،٥ س + ٤ حيث س عدد الوردات
في الباقية و ق(س) ثمنها.

٤) اشترت عائشة حاسوباً بقيمة ٤٠٠ دينار، إذا انخفض سعر
الحاسوب بقيمة ثابتة سنوياً، فأصبحت قيمته بعد عامين ٣٦٠ ديناراً.
اكتب الاقتران الذي يمثل قيمة انخفاض سعر الحاسوب في عدد
السنوات.

الحل:

$$ق(س) = ٤٠٠ - ٢٠س$$

٦) ادّعت ولاء أنّ الرسم الآتي يمثل اقتراناً ويسمى اقتراناً ثابتاً، ما رأيك
في ذلك؟ برر إجابتك.



الحل:

لا يمثل اقتران لأن للعنصر ٨ في المجال عدد لا نهائي من الصور في المدى ومن هذه الصور -١ ، ٠ ، ١ .

الدرس الثالث: تمثيل الاقتران الخطي بيانياً

فكر

• ما الحد الأدنى من النقاط اللازمة لتمثيل الاقتران الخطي بيانياً؟
برر عدم مد الخط في المسألة في مقدمة الدرس من جهة السينات السالبة

الحل:

نقطتان تكفيان لرسم خط مستقيم والنقطة الثالثة فقط للتحقق من الحل.

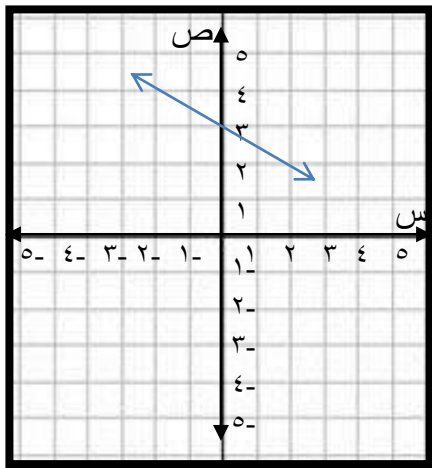
لأن الأجرة لا تكون سالبة فقط موجبة.

تدريب ١

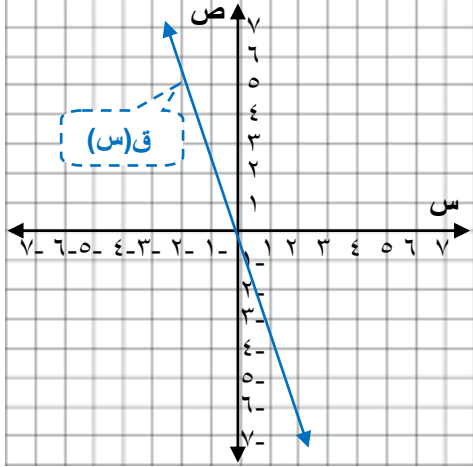
مثل الاقتران ك(س) = $3 - \frac{1}{2}س$.

(إرشاد: فكر في أفضل اختيارٍ لقيم س تساعدك في الحسابات)

الحل:



ص	س
٢	٢
٣	٠
٤	٢-



مسألة: يمثل المستقيم الآتي الاقتران
ق(س)، هل يمر المستقيم بالنقطة
(-١٨، -٥٤)؟

الحل:

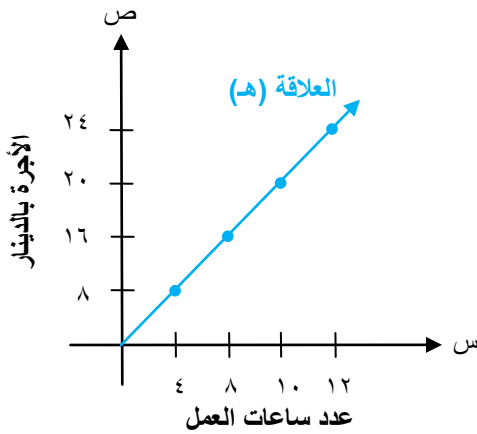
قاعدة الاقتران الممثل بيانياً هي:

$$ق(س) = -٣س$$

ومنه نلاحظ أن ق(-١٨) = ٥٤، إذا المستقيم لا يمر بالنقطة (-١٨، -٥٤)

تدريب ٢

أ) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.



يعمل طالب جامعي في مطعمٍ ويتقاضى
أجره بحسب عدد ساعات عمله، إذا
كانت تكاليف دراسته خلال أحد الفصول
٥٠٠ دينار. معتمداً على التمثيل البياني
الآتي كم ساعةً عليه أن يعمل خلال
الفصل ليجمع تكاليف دراسته؟

الحل:

الاقتران الذي يمثل الأجرة هـ(س) التي يتقاضاها مقابل س من الساعات

هي: هـ(س) = ٢س

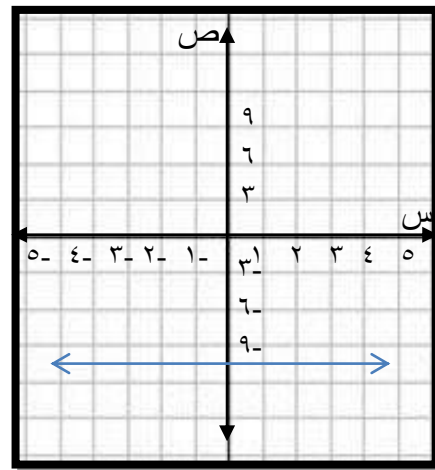
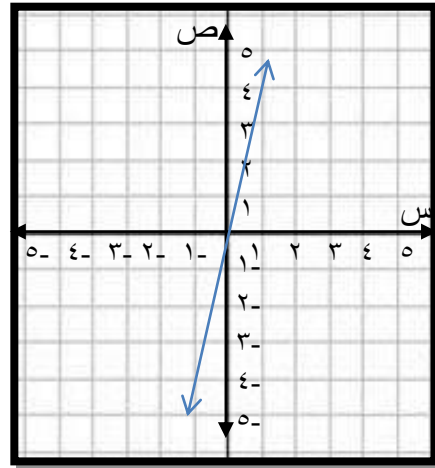
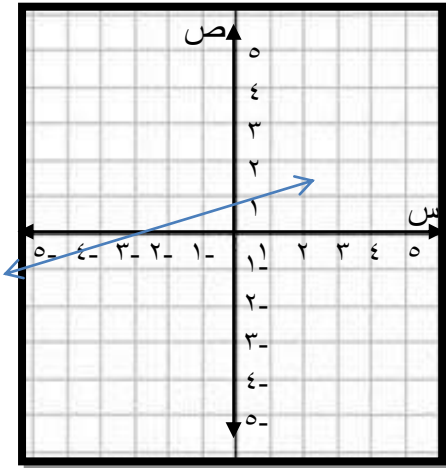
ومنه: ٥٠٠ = ٢س ← س = ٢٥٠ ساعة عليه أن يعمل خلال الفصل.

تمارين ومسائل

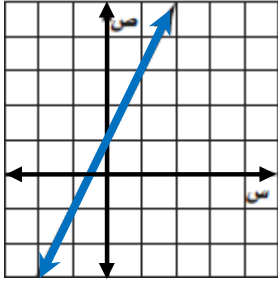
(١) مثل كلاً من الاقترانات الآتية بيانياً:

أ) ق(س) = ٤س ب) ك(س) = $\frac{2+س}{3}$ ج) ل(س) = -٩,٥

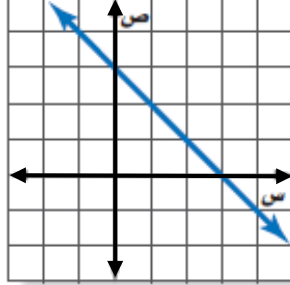
الحل:



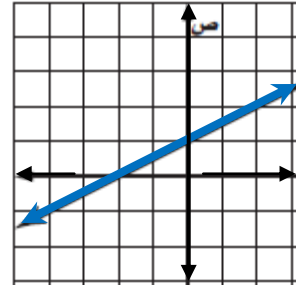
٢) أي المستقيمات الآتية هو تمثيل للاقتران ق(س) = ٢س + ١؟ مبرراً إجابتك.



(أ)



(ب)



(ج)

الحل: ج لأنه نقاطه تحقق قاعدة الاقتران.

٣) اكتب قاعدة الاقتران الخطي الذي يمر مستقيمه بالنقاط الآتية.

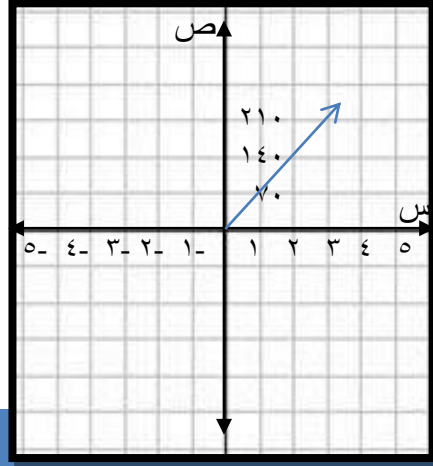
$$(20, 5), (0, 0), (10, 2, 5)$$

الحل:

$$ق(س) = ٤س$$

٤) تقود لمياء سيارتها بسرعة ٧٠ كم/ساعة، وقد لاحظت أنّ هناك علاقة تربط المسافة بالزمن عبّرت عنها بالاقتران ع(س) = ٧٠س، حيث تمثل س الزمن بالساعات. مثل الاقتران ع(س) بيانياً؟

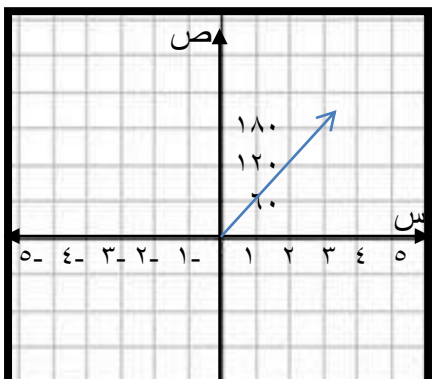
الحل:



(٥) الحل:

س	(س ، ص)
١	ص = ٢ - ٤ = ٢ والصحيح (٢ ، ١) × (١ ، ٢)
٢-	ص = ٢ - ٤ = ٢ × والصحيح ص = ٤ + ٤ = ٨ والصحيح (-٢ ، ٨)
صفر	ص = ٠ - ٤ = ٤ × (٠ ، ٤)

٦) تسير حافلة سياحية متجهة إلى العقبة بمعدل سرعة مقدارها ٦٠ كم/ساعة، إذا كانت الحافلة ستصل وجهتها بعد مضي ٤ ساعات حيث يقوم سائق الحافلة بعد كل نصف ساعة بإبلاغ المحطة التي سيصل إليها عن المسافة التي يقطعها بهدف تطبيق إجراءات أمان متبعة في شركة النقل. أ) كَوّن جدولاً يمثل العلاقة بين الزمن والمسافة التي تقطعها الحافلة كل نصف ساعة، ثم مثلها بيانياً.



الزمن	المسافة
-------	---------

الحل:	بالساعات	كم
	٠,٥	٣٠
	١	٦٠
	١,٥	٩٠

ب) اكتب القاعدة التي تمثل البيانات المعطاة.

$$\text{الحل: ق(س)} = ٦٠ \text{ س}$$

ج) ما مسافة المقطوعة بعد مضي ٨ ساعاتٍ.

$$\text{الحل: ق(٨)} = ٨ \times ٦٠$$

$$= ٤٨٠$$

د) ما الوقت اللازم حتى تسير الحافلة مسافة ٣٠٠ كم.

$$\text{الحل: } ٢٠٠ = ٦٠ \text{ س}$$

$$\text{س} = ٣,٣٣٣٣.....$$

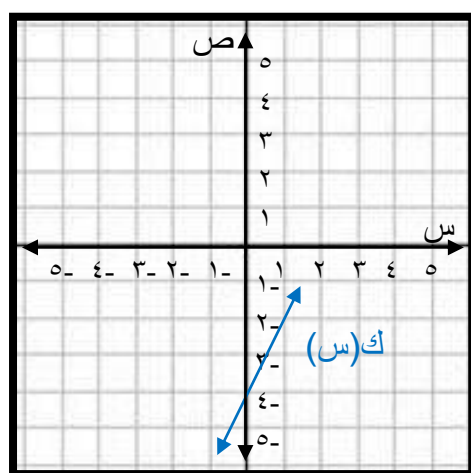
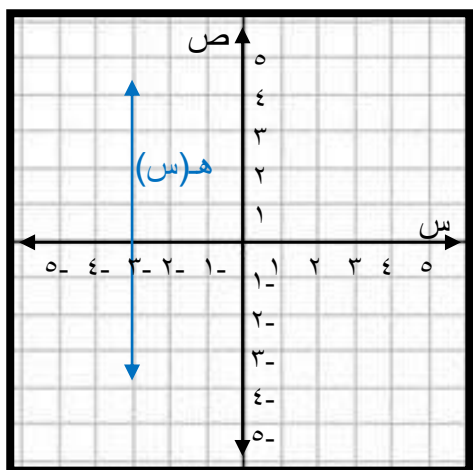
هـ) اختر زوجاً مرتباً يقع على المستقيم عدا الأزواج المستخدمة في التمثيل وقدم وصفاً لفظياً له.

بعد ٨ ساعات يقطع ٤٨٠ كم (٨ ، ٤٨٠)

الدرس الرابع: خصائص الاقتران الخطي

تدريب ١: حدد المقطعين السيني والصادي لكلٍ من الاقترانات الآتية:

(أ) (ب)



(د) و(س) = ٦ - ٩ س

(ج) م(س) = ١١ س

الحل:

(أ) الاقتران هو ق(س) = ٢س - ٤

المقطع السيني = ٢ والصادي = -٤

(ب) المقطع السيني = ٣ ولا يوجد مقطع صادي

ج) المقطع السيني = ٠ ، والصادي = ١١

د) المقطع السيني = $\frac{2}{3}$ ، والصادي = ٦

ناقش صحة كلٍ من العبارتين الآتيتين مبرراً إجابتك:

- للاقتران الخطي مقطَعٌ سينيٌّ واحدٌ على الأكثر ما لم ينطبق على محور السينات، وكذلك مقطَعٌ صاديٌّ واحدٌ على الأكثر ما لم ينطبق على محور الصادات.
- يمكن الاكتفاء بالمقطعين السيني والصادي لرسم منحنى الاقتران الخطي.

محور النقاش:

النقطة الأولى: للاقتران الخطي إما مقطَع سيني واحد أو عدد لانهائي إن انطبق على محور س ، أو لا يوجد مقطَع سيني إذا وازى منحناه محور السينات ، وله مقطَع صادي واحد أو عدد لانهائي إن انطبق على محور ص، أو لا يوجد مقطَع صادي إذا وازى منحناه محور الصادات.

النقطة الثانية صحيحة.

تدريب ٢: أي الاقترانات الآتية متزايد، متناقص، ثابت مبرراً إجابتك:

(١) عدد القمصان التي تنتجها آلة خلال العام إذا كانت تنتج نفس العدد من القمصان يومياً. ثابت لأن الناتج اليومي ثابت

(٢) الاقتران الذي يحسب محيط الدائرة بدلالة نصف قطرها. متزايد كلما زاد طول نصف قطر الدائرة زاد محيطها

(٣) أجره تكسي أثناء تحركه بين منطقتين لإيصال راكب. متزايد كلما زادت المسافة المقطوعة زادت الأجرة.

(٤) تغير ارتفاع غرفة الصف خلال أيام العام الدراسي. ثابت

(٥) المبلغ المتبقي مع طالب يمتلك ٤ دنانير، يصرف منها نصف دينار يومياً. متناقص لأن المبلغ يقل مع الانفاق

(٦) المسافة التي تقطعها سيارة متوقفة مدة أسبوع خلال هذا الأسبوع. ثابت لأن المسافة المقطوعة صفر خلال أيام ذاك لأسبوع

تدريب ٣

أي الاقترانات الخطية الآتية متزايدة، متناقصة، ثابت مبرراً إجاباتك:

$$(أ) \quad ق(س) = ٢,٧ - س \quad (ب) \quad ق(س) = ٣ - (٢ - س)$$

متزايد معامل س < ٠ متناقص معامل س > ٠

$$(ج) \quad ق(س) = ٣٤ - س \quad (د) \quad ق(س) = \frac{٦ + ٤٨}{١٢ - س}$$

ثابت متناقص معامل س > ٠

هـ) ق(م) = س

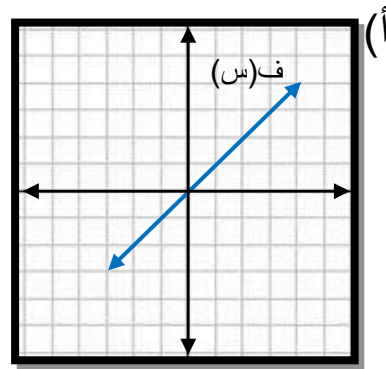
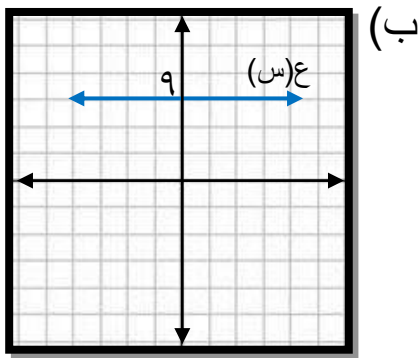
و) ق(س) = ٨ - ٤ س

• متزايد معامل س < ٠

• متناقص معامل س > ٠

تمارين ومسائل

(١) صنّف كلاً من الاقترانات الخطية الآتية إلى متزايد، متناقص، ثابت ثم جد مقطعيها.



ثابت ومقطعه الصادي = ٩

متزايد وكلا مقطعيها = ٠

(د) ط(س) = ٨ - ٤، ٠ س

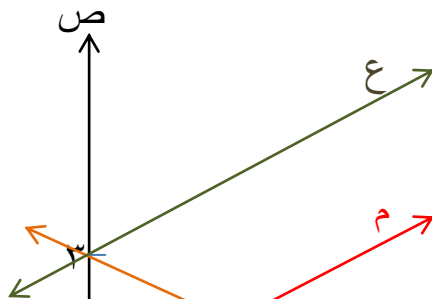
(ج) ت(س) = ٢٨

متناقص ومقطعه الصادي = ٨

ثابت ومقطعه الصادي = ٢٨

والسيني = ٢٠

(٢) حدّد المستقيم الذي يمثل كل اقترانٍ مما يأتي مبرراً إجابتك:



$$\begin{array}{l} \text{ص} = \frac{1}{2} \text{س} + 1 \\ \text{ص} = \frac{1-}{2} \text{س} + 1 \\ \text{ص} = \frac{1}{2} \text{س} + 3 \\ \text{ص} = \frac{1-}{2} \text{س} + 3 \end{array}$$

٣) اكتب قاعدة اقتران يحقق الخصائص الآتية، ثم قارن إجاباتك مع زميلك : (يوجد إجابات أخرى للفرعين أ ، ب)

أ) متزايد، ومقطعه الصادي = ٦- ق(س) = ٦ - س

ب) ثابت، ومقطعه الصادي = ٦- ق(س) = ٦ -

ج) متناقص، ومقطعه الصادي = ٦- ، ومقطعه السيني = ٣-

ق(س) = ٢س - ٦

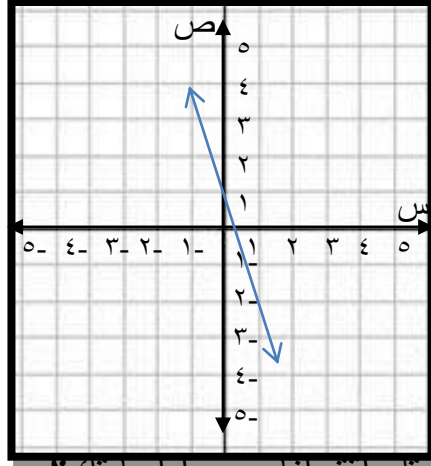
٤) هل يكفي معرفة نقطتين يمر بهما منحنى اقتران لنحكم عليه بأنه خطي؟ برر إجابتك.

الجواب: لا؛ فالنقطتان (٢ ، ٤) ، (٢- ، ٤) تحققان ق(س) = س^٢ وهو

ليس بخطي وتحققان كذلك ق(س) = ٤ وهو خطي لهذا يلزمنا

نقطة ثالثة.

٥) مثل ق(س) = ١ - ٣س بيانياً باستخدام المقطعين السيني والصادي فقط.



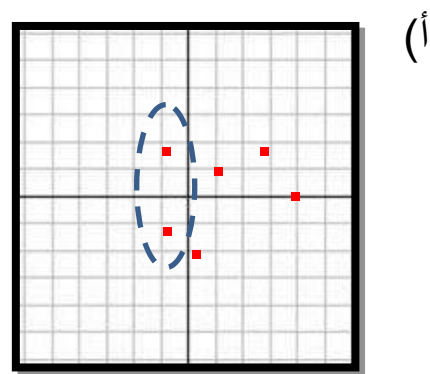
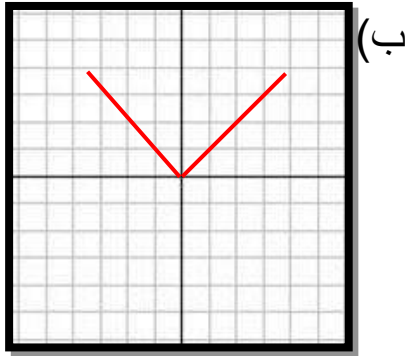
الحل:

المقطع الصادي = ١

والسيني = $\frac{1}{3}$

مراجعة

١) أي من العلاقات الآتية تمثل اقترانا مبررا إجابتك؟



اقتران

ليس اقتران لوجود صورتين

لنقطة واحدة في مجاله.

ج) ك = { (٠ ، ٠) ، (٢- ، ٩-) ، (٢ ، ٩) ، (٥- ، ٧) ، (٥ ، ٤-) }

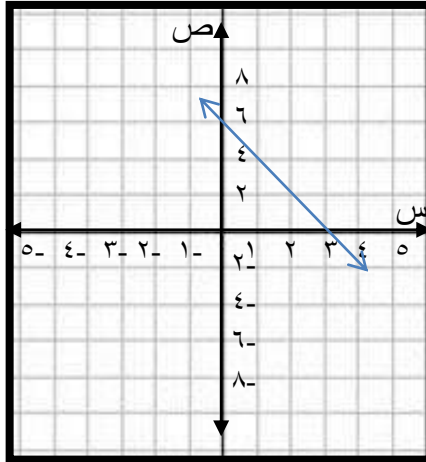
اقتران

د) ه = { (١٠ ، ٨) ، (٨ ، ٣) ، (٦ ، ١) ، (٢ ، ١) }

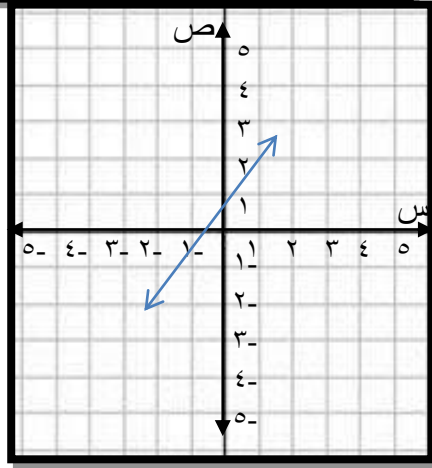
ليس اقتران لأن العنصر ١ في مجاله له صورتان ٢ ، ٦ في المدى.

٢) مثل الاقترانات الآتية بيانياً باستخدام المقطعين السيني والصادي فقط:

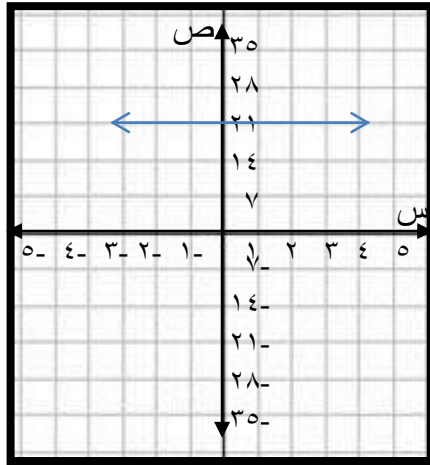
أ) $(ن(س) = ٢(س - ٣))$



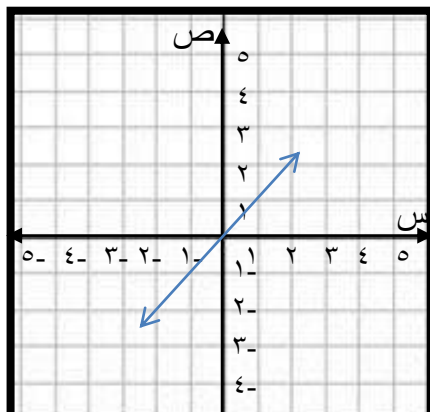
ب) $ط(س) = ٦ + س$



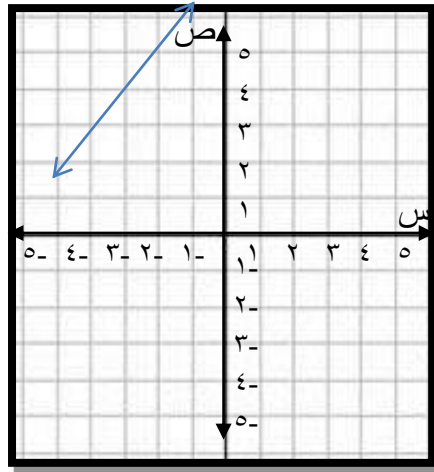
ج) $ك(س) = ٢١$



د) $ص = س$



٣) يدّخر سامي ٧ دنانير ويريد زيادتها بادخار مبلغا محددًا شهريًا. اكتب قاعدة الاقتران الذي يعبر عن قيمة الادخار الشهري لسامي، ثم مثله بيانياً.



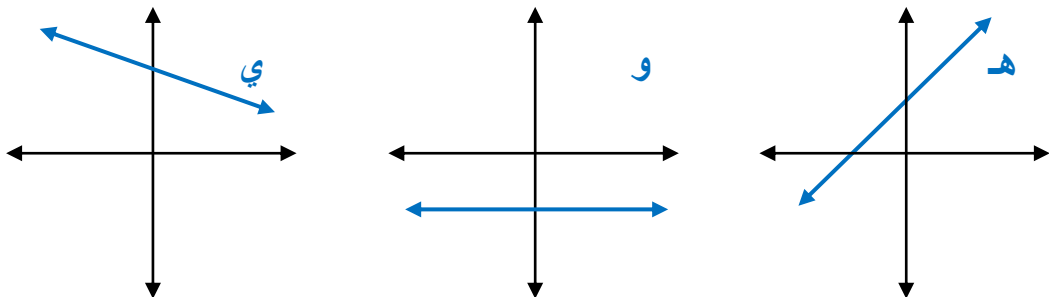
الحل:

$$٧ + س = (س) ق$$

٤) أي مستقيمٍ مما يأتي يُعد أفضل تمثيلٍ للأزواج المرتبة الموضحة في

الجدول، إذا علمت أن أ، ب، ج، د \exists ح حيث $د > ج > ب > أ$.

١	٠	١-	٢-	س
د	ج	ب	أ	ص



الحل: ي

٥) طلب المعلم من طلاب الصف إيجاد المقطع الصادي للاقترانين ق، هـ فكانت إجابات ماجد ومحمد كالتالي:

هـ(س) = ٧ س - ١	ق(س) = ٤ س	
١ -	لا يوجد	إجابة ماجد
١	صفر	إجابة محمد

حدد أيهما أصاب وأيهما أخطأ موضحاً سبب الخطأ.

الحل: ماجد أصاب لأن محمد أخطأ في إجابتيه الاثنتين.

٦) اكتب قاعدة الاقتران ل(س) الذي يحقق الخصائص الآتية:

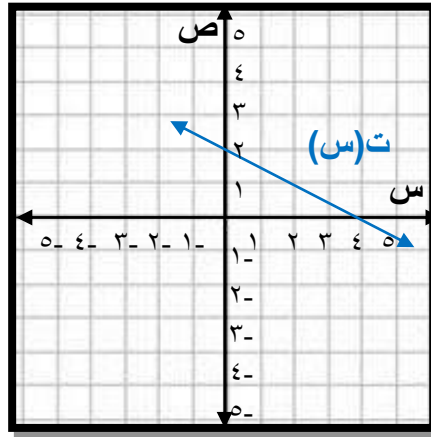
أ) متزايد، ومقطعه الصادي = -٦، ومقطعه السيني = ٣

الحل: ق(س) = ٢س - ٦

ب) متناقص، ومقطعه الصادي = -٦

الحل: ق(س) = -س - ٦ (يوجد إجابات أخرى)

٨) اكتب موقفاً حياتياً يفسر التمثيل المجاور موضحاً قاعدة الاقتران وخصائصه.



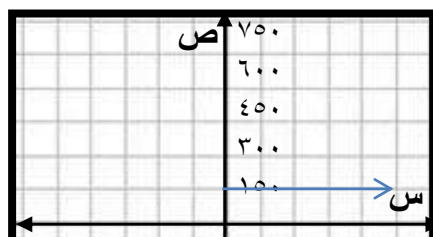
الحل:

ق(س) = $-\frac{1}{2}س + 2$ متناقص ومقطعيه الصادي والسيني على

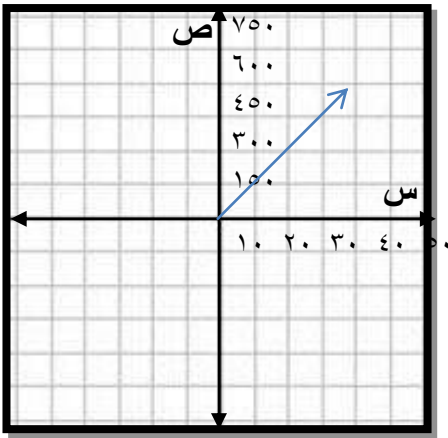
الترتيب ٢ ، ٤ .

٩) يودع تاجرٌ ١٥٠ ديناراً في حساب التوفير كل يومٍ لمدة عشرة أيامٍ متتالية. كَوْنِ جدولاً يوضح قيمة الإيداع اليومي، ورصيد حسابه بعد كل إيداع.

أ) مثل بيانياً العلاقة بين عدد الأيام وقيمة الإيداع اليومي.



الحل:



ب) مَثِّلْ بيانياً العلاقة بين عدد الأيام ورصيدِه.

ج) ما نوع العلاقة في أ؟ وما نوعها في ب؟

في أ ثابت وفي ب متزايد

د) ما الرّابط بين العلاقتين في أ و ب؟

قيمة الإيداع

هـ) اكتب قاعدة كل علاقةٍ.

في أ ق(س) = 150، وفي ب ق(س) = 150س

اختبار ذاتي

(١) يتكون هذا السؤال من ٤ فقراتٍ من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرةٍ منها ٤ بدائلٍ واحدٍ فقط منها صحيحٌ، ضع دائرةً حول رمزِ البديلِ الصحيح:

(١) الاقتران الخطي من بين الاقترانات الآتية هو:

- أ (ق(س) = ٢ س^١ ب (هـ(س) = ٤
ج (و(س) = ٣ س^٣ د (ي(س) = ٣ - س^٢

(٢) أي النقاط الآتية يمر بها منحنى الاقتران ك(س) = س^٢؟

- أ (٣ ، -٩) ب (١ ، ٢) ج (-٢ ، -٤) د (٥ ، ٠)
(٠ ، ٢٥)

(٣) إحدى قواعد الاقترانات الآتية تمثل اقتراناً خطياً متزايداً:

- أ (ع(س) = ٢ - ٥ س ب (ل(س) = ٤ س^٣
ج (م(س) = ١٧ - د (ن(س) = - ٣ - س

٢

(٤) المقطع الصادي للاقتران ق(س) = ٧ - س - ٣ هو:

(د) - ٣

(ج) ٣

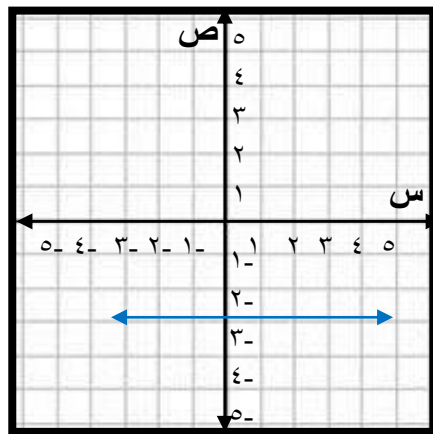
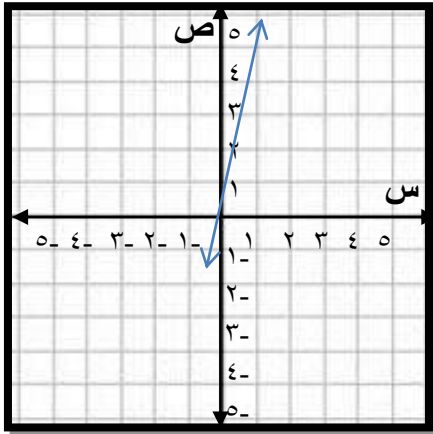
(ب) $\frac{3-}{7}$

(أ) $\frac{3}{7}$

(٢) مثل الاقترانات الآتية بيانياً ثم حدد مقاطعها السينية والصادية:

(ب) لك(س) = ٥ س

(أ) ق(س) = ٣ -

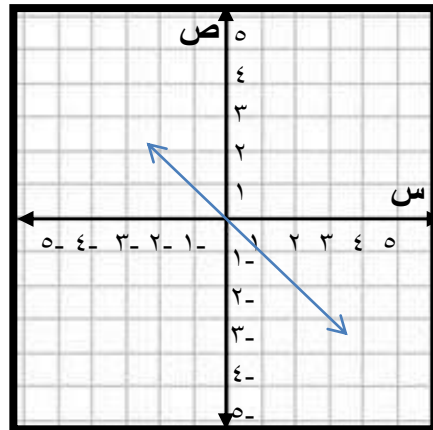
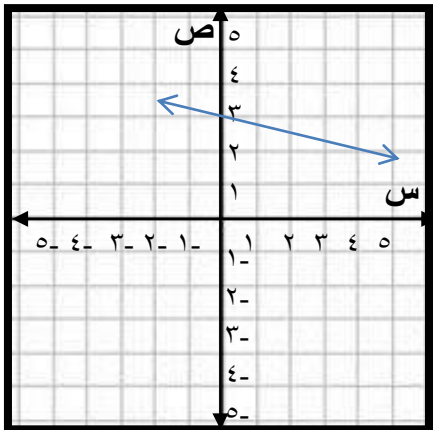


المقطعين الصادي والسيني = ٥

المقطع الصادي = -٣

(د) ت(س) = $\frac{1}{4} - ٣$ س

(ج) د(س) = - س



المقطع الصادي = ٣

المقطعين = ٠

والسيني = ١٢

٣) هل يمر مستقيم الاقتران ط(س) = ٣ س - ١٢ بالنقطة (-٤٠، ٤)؟ برّر إجابتك.

الجواب: لا لأن النقطة لا تحقق قاعدة الاقتران عند التعويض فيها

٤) يُخرج المسلم زكاةً نسبتها ٢،٥٪ من ماله الذي مرّ عليه حولٌ (عامٌ) كامل إذا بلغ النصاب وهو ما يُعادل ثمن ٨٥ غم من الذهب أو ٥٩٥ غم من الفضة.

أ) هل تمثل قيمة الزكاة المُخرَجة من المال اقتراناً في قيمة المال الأصلية؟ برّر إجابتك.

نعم تمثل لأن كل مبلغ يُعادل ثمن ٨٥ غم من الذهب أو ٥٩٥ غم من الفضة أو أكبر له قيمة واحدة للزكاة.

ب) إذا كانت إجابتك نعم اكتب قاعدة الاقتران.

الحل: ق(س) = ٠،٠٢٥ س حيث س قيمة المبلغ الذي يستحق الزكاة.

ج) افترض أن نصاب الزكاة في أحد الأعوام كان ٢٠٨٢،٥ ديناراً أردنياً، ما مقدار الزكاة الواجبة على رجلٍ يملك ٥٠٠٠ ديناراً حال عليها الحول؟

الحل:

$$ق(٥٠٠٠) = ٥٠٠٠ \times ٠,٠٢٥$$

$$= ١٢٥ \text{ دينار}$$

٥) اكتب قاعدتي اقترانين لهما المقطع الصادى نفسه أحدهما متزايداً والآخر متناقصاً ثم مثلها بيانياً على الرسم نفسه.

الحل:

الحلول كثيرة إحداها:

$$ق(س) = ٥ ، م(س) = س + ٥$$

٦) قرّرت ياسمين وصديقاتها جمع تبرعاتٍ لترميم أحد المساجد فوضعت خطةً تقتضى توفير مبلغ ٢٠ ديناراً شهرياً منهن، وكان أهل الحي قد جمعوا مبلغ ٢٨٠ ديناراً.

أ) اكتب قاعدة الاقتران الذي يمثل قيمة المبلغ المتوفر في عدد الأشهر.

$$\text{الحل: ق(س) = } ٢٨٠ + ٢٠ \text{ س حيث س عدد الأشهر}$$

ب) احسب عدد الأشهر الكافية لتوفير المبلغ المطلوب إذا علمت أن الكلفة الكلية لترميم المسجد هي ١٠٠٠ ديناراً.

الحل: $1000 - 280 = 720$ دينار

$$20 \text{ س} + 280 = (س) \text{ ق}$$

$$20 \text{ س} + 280 = 720$$

$$س = 22 \text{ شهر}$$

إدارة المناهج والكتب المدرسية

إجابات و حلول الأسئلة

الصف: الثامن الأساسي الكتاب: الرياضيات الجزء: الأول
رقم الوحدة: (٤) اسم الوحدة: الإحصاء

الدرس الأول: الوسط الحسابي

تدريب (١): نظم البيانات الواردة في مقدمة الدرس في جدول تكراري

فئته الأولى (١ - ٤)، ثم احسب:

أ) الوسط الحسابي لكمية الماء التي تشربها العائلة الواحدة يومياً؟

ب) الوسط الحسابي لكمية الماء التي يشربها الفرد الواحد يومياً؟

الحل:

الفئات	التكرار	مركز الفئة	مركز الفئة × التكرار
١ - ٤	٣	٢,٥	٧,٥
٥ - ٨	٩	٦,٥	٥٨,٥
٩ - ١٢	٨	١٠,٥	٨٤
المجموع	٢٠	—	١٥٠

أ) الوسط الحسابي لكمية الماء التي تشربها العائلة الواحدة يومياً = $20 \div 150 = 7,5$

ب) الوسط الحسابي لكمية الماء التي يشربها الفرد الواحد يومياً = $5 \div 7,5 = 1,5$

أو

الوسط الحسابي لكمية الماء التي يشربها الفرد الواحد يومياً = $100 \div 150 = 1,5$

تدريب (٢): أجريت دراسة إحصائية لأجور (١٠٠) عامل الأسبوعية بالدينار

الأردني، فكانت كما يوضحها الجدول الآتي:

فئات الأجر	عدد العمال
٤٠ - ٤٤	٢٠
٤٥ - ٤٩	٤٠
٥٠ - ٥٤	١٠
٥٥ - ٥٩	٢٠
٦٠ - ٦٤	١٠

جد الوسط الحسابي لأجور العمال الأسبوعية.

الحل:

الفئات	التكرار تر	مركز الفئة سر	مركز الفئة × التكرار سر × تر
٤٤ - ٤٠	٢٠	٤٢	٨٤٠
٤٩ - ٤٥	٤٠	٤٧	١٨٨٠
٥٤ - ٥٠	١٠	٥٢	٥٢٠
٥٩ - ٥٥	٢٠	٥٧	١١٤٠
٦٤ - ٦٠	١٠	٦٢	٦٢٠
المجموع	١٠٠	—	٥٠٠٠

الوسط الحسابي لأجور العمال الأسبوعية = $١٠٠ \div ٥٠٠٠ = ٥٠٠$ دينار

تدريب (٣): يمثل الجدول الآتي أوزان (٥٠) شخصاً لأقرب كغ:

الفئات	٥٤-٥٠	٥٩-٥٥	٦٤-٦٠	٦٩-٦٥	٧٤-٧٠	٧٩-٧٥	٨٤-٨٠
التكرار	٤	٥	٧	١٢	٩	٥	٨

جد الوسط الحسابي لأوزان الأشخاص.

الحل:

الفئات	التكرار تر	مركز الفئة سر	مركز الفئة × التكرار سر × تر
٥٤-٥٠	٤	٥٢	٢٠٨
٥٩-٥٥	٥	٥٧	٢٨٥
٦٤-٦٠	٧	٦٢	٤٣٤
٦٩-٦٥	١٢	٦٧	٨٠٤
٧٤-٧٠	٩	٧٢	٦٤٨
٧٩-٧٥	٥	٧٧	٣٨٥
٨٤-٨٠	٨	٨٢	٦٥٦
المجموع	٥٠	—	٣٤٢٠

الوسط الحسابي لأوزان الأشخاص = $٥٠ \div ٣٤٢٠ = ٦٨,٤$

تمارين ومسائل

(١) يمثل الجدول الآتي كمية الماء التي تستهلكها (٥٠) عائلة أردنية خلال شهر مقربة لأقرب متر مكعب:

الفئات	١٠-١	٢٠-١١	٣٠-٢١	٤٠-٣١	٥٠-٤١	٦٠-٥١	٧٠-٦١
التكرار	٣	٩	١٢	١٠	٧	٥	٤

احسب الوسط الحسابي لكمية الماء المستهلكة.

الحل:

الفئات	التكرار	مركز الفئة سر	مركز الفئة × التكرار سر × تر
١٠-١	٣	٥,٥	١٦,٥
٢٠-١١	٩	١٥,٥	١٣٩,٥
٣٠-٢١	١٢	٢٥,٥	٣٠٦
٤٠-٣١	١٠	٣٥,٥	٣٥٥
٥٠-٤١	٧	٤٥,٥	٣١٨,٥
٦٠-٥١	٥	٥٥,٥	٢٧٧,٥
٧٠-٦١	٤	٦٥,٥	٢٦٢
المجموع	٥٠	—	١٦٧٥

الوسط الحسابي لكمية الماء المستهلكة = $١٦٧٥ \div ٥٠ = ٣٣,٥$ متر مكعب

(٢) يمثل الجدول الآتي علامات (١٠٠) طالب جامعي في مادة رياضيات:

الفئات	٣٦-٣٠	٤٣-٣٧	٥٠-٤٤	٥٧-٥١	٦٤-٥٨	٧١-٦٥	٧٨-٧٢	٨٥-٧٩	٩٢-٨٦	٩٩-٩٣
التكرار	٥	٧	١٠	١٢	١٥	٢٠	١٣	١٠	٦	٢

احسب الوسط الحسابي للعلامات الطلبة.

الحل:

الفئات	التكرار تر	مركز الفئة سر	مركز الفئة × التكرار سر × تر
٣٠ - ٣٦	٥	٣٣	١٦٥
٣٧ - ٤٣	٧	٤٠	٢٨٠
٤٤ - ٥٠	١٠	٤٧	٤٧٠
٥١ - ٥٧	١٢	٥٤	٦٤٨
٥٨ - ٦٤	١٥	٦١	٩١٥
٦٥ - ٧١	٢٠	٦٨	١٣٦٠
٧٢ - ٧٨	١٣	٧٥	٩٧٥
٧٩ - ٨٥	١٠	٨٢	٨٢٠
٨٦ - ٩٢	٦	٨٩	٥٣٤
٩٣ - ٩٩	٢	٩٦	١٩٢
المجموع	١٠٠	—	٦٣٥٩

الوسط الحسابي لعلامات الطالب الجامعي = $6359 \div 100 = 63,59$

٣) تم رصد أوزان أمتعة (٤٠) مسافراً مقربة لأقرب كغ ، على متن إحدى رحلات الملكية الأردنية فكانت كما يلي:

١٥ ، ٢٢ ، ٤٥ ، ٣٢ ، ١٩ ، ٢٤ ، ١١ ، ٢٥ ، ٤١ ، ١٨ ، ٢٢ ، ٣٢ ، ١٠ ، ٢١ ، ٣٧ ،
٤٠ ، ٣٣ ، ٢٨ ، ٤٢ ، ٢٦ ، ٣٣ ، ١٨ ، ٢٨ ، ٢٧ ، ١٥ ، ٣٢ ، ٤٠ ، ٢٦ ، ١٦ ، ٢٩ ،
٤٢ ، ٣٦ ، ١٧ ، ٢٢ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ ، ٢٤ ، ١٤ ، ٤٠ .

أ) احسب الوسط الحسابي لأوزان الأمتعة.

ب) نظم هذه الأوزان في جدول تكراري فئته الأولى ١٠ - ١٤ ، ثم احسب الوسط الحسابي لأوزان الأمتعة؟

ج) نظم هذه الأوزان في جدول تكراري فئته الأولى ١٠ - ١٩ ، ثم احسب الوسط الحسابي لأوزان الأمتعة؟

د) هل وجد اختلاف في قيمة الوسط الحسابي لأوزان الأمتعة؟ مبرراً إجابتك.

الحل: أ) الوسط الحسابي لأوزان الأمتعة = $1092 \div 40 = 27,3$ كغ
ب):

الفئات	التكرار تر	مركز الفئة سر	مركز الفئة × التكرار سر × تر
١٤-١٠	٣	١٢	٣٦
١٩-١٥	٧	١٧	١١٩
٢٤-٢٠	٧	٢٢	١٥٤
٢٩-٢٥	٧	٢٧	١٨٩
٣٤-٣٠	٦	٣٢	١٩٢
٣٩-٣٥	٢	٣٧	٧٤
٤٤-٤٠	٧	٤٢	٢٩٤
٤٩-٤٥	١	٤٧	٤٧
المجموع	٤٠	—	١١٠٥

الوسط الحسابي لأوزان الأمتعة = $1105 \div 40 \approx 27,6$ كغ

ج):

الفئات	التكرار تر	مركز الفئة سر	مركز الفئة × التكرار سر × تر
١٩-١٠	١٠	١٤,٥	١٤٥
٢٩-٢٠	١٤	٢٤,٥	٣٤٣
٣٩-٣٠	٨	٣٤,٥	٢٧٦
٤٩-٤٠	٨	٤٤,٥	٣٥٦
المجموع	٤٠	—	١١٢٠

الوسط الحسابي لأوزان الأمتعة = $1120 \div 40 = 28$ كغ

د) نعم، والسبب الاختلاف في طول الفئة، وبالتالي التغير الناتج في مركز الفئة، والإجابة الدقيقة هي حساب الوسط الحسابي للقيم الأصلية.

٤) يمثل الجدول الآتي الوسط الحسابي لعلامات شعب الصف الثامن في مادة الرياضيات علماً بأن العلامة العظمى (١٠٠)، وعلامة النجاح (٥٠) :

الصف	عدد الطالبات	الوسط الحسابي
الثامن (أ)	٣٧	٦٧
الثامن (ب)	٣٩	٦٤
الثامن (ج)	٣٨	٧٠
الثامن (د)	٣٦	٧٥

احسب الوسط الحسابي لعلامات طالبات الصف الثامن .

الحل:

الصف	عدد الطالبات	الوسط الحسابي	عدد الطالبات x الوسط الحسابي
الثامن (أ)	٣٧	٦٧	٢٤٧٩
الثامن (ب)	٣٩	٦٤	٢٤٩٦
الثامن (ج)	٣٨	٧٠	٢٦٦٠
الثامن (د)	٣٦	٧٥	٢٧٠٠
المجموع	١٥٠	—	١٠٣٣٥

الوسط الحسابي لعلامات طالبات الصف الثامن = $10335 \div 150 = 69,9$

٥) هل يوجد تأثير لطول الفئة على الوسط الحسابي؟ مبرراً إجابتك.

الحل:

نعم، الحلول الواردة في السؤال الثالث

الدرس الثاني: الوسيط للجداول التكرارية

تدريب (١): احسب الوسيط للجداول التكراري الآتي:

٤١ - ٣٧	٣٦ - ٣٢	٣١ - ٢٧	٢٦ - ٢٢	٢١ - ١٧	١٦ - ١٢	الفئات
٩	٦	٥	٧	١٣	١٠	التكرار

الحل:

التكرار التراكمي	الحدود الفعلية العليا
١٠	١٦,٥
٢٣	٢١,٥
٣٠	٢٦,٥
٣٥	٣١,٥
٤١	٣٦,٥
٥٠	٤١,٥

رتبة الوسيط = مجموع التكرارات $\div ٢$

$$٢ = ٢ \div ٥٠ =$$

التكرار التراكمي	الحدود الفعلية العليا
١٠	١٦,٥
٢٣	٢١,٥
٣٠	٢٦,٥
٣٥	٣١,٥
٤١	٣٦,٥
٥٠	٤١,٥

رتبة الوسيط
٢٥
الوسيط
س

$$\frac{٢٣ - ٢٥}{٢٣ - ٣٠} = \frac{٢١,٥ - س}{٢١,٥ - ٢٦,٥}$$

$$\frac{٢ \times ٥}{٧} = س - ٢١,٥$$

$$س - ٢١,٥ = ١,٤٣$$

$$٢٢,٩٣ =$$

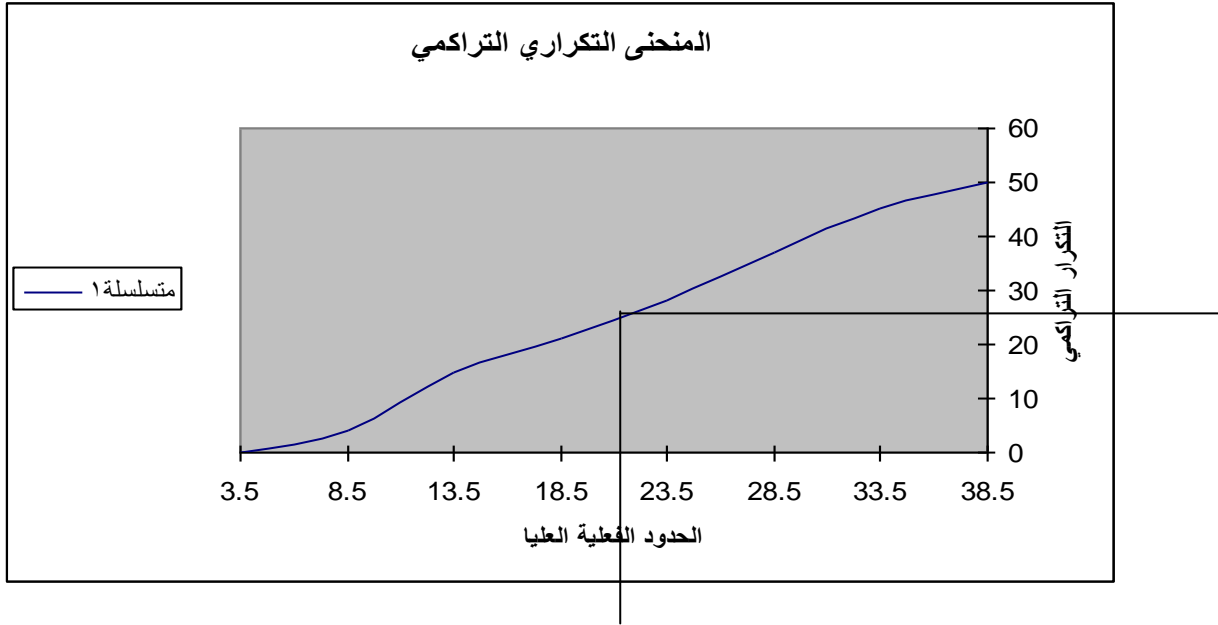
$$٢٢,٩٣ \approx \text{إذن: الوسيط}$$

تدريب(٢): الجدول الآتي يمثل علامات ٥٠ طالب في اختبار مادة الرياضيات من ٤٠

العلامات	٨ - ٤	١٣ - ٩	١٨ - ١٤	٢٣ - ١٩	٢٨ - ٢٤	٣٣ - ٢٩	٣٨ - ٣٤
عدد الطلاب	٤	١١	٦	٧	٩	٨	٥

احسب الوسيط لعلامات الطلاب بالرسم البياني

الحل:



$$٢١,٥ \approx \text{إذن: الوسيط}$$

تمارين ومسائل

(١) تم رصد علامات (٤٠) طالباً من الصف الثامن في التقويم الأول، لمادة الرياضيات فكانت كما يلي:

١٥، ٢٢، ٤٥، ٣٢، ١٩، ٢٤، ١١، ٢٥، ٤١، ١٨، ٢٢، ٣٢، ١٠، ٢١، ٣٧،
٤٠، ٣٣، ٢٨، ٤٢، ٢٦، ٣٣، ١٨، ٢٨، ٢٧، ١٥، ٣٢، ٤٠، ٢٦، ١٦، ٢٩،
٤٢، ٣٦، ١٧، ٢٢، ٢٠، ٣٠، ٤٠، ٢٤، ١٤، ٤٠.

(أ) احسب الوسيط لعلامات الطلبة.

الحل:

١٠، ١١، ١٤، ١٥، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٢، ٢٢، ٢٤،
٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣٢، ٣٢، ٣٢، ٣٣، ٣٣،
٣٦، ٣٧، ٤٠، ٤٠، ٤٠، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٢، ٤٥

$$\text{الوسيط} = (٢٦ + ٢٧) \div ٢ = ٥٣ \div ٢ = ٢٦,٥$$

(ب)

الفئات	التكرار	الحدود الفعلية العليا	التكرار التراكمي
١٠-١٤	٣	١٤,٥	٣
١٥-١٩	٧	١٩,٥	١٠
٢٠-٢٤	٧	٢٤,٥	١٧
٢٥-٢٩	٧	٢٩,٥	٢٤
٣٠-٣٤	٦	٣٤,٥	٣٠
٣٥-٣٩	٢	٣٩,٥	٣٢
٤٠-٤٤	٧	٤٤,٥	٣٩
٤٥-٤٩	١	٤٩,٥	٤٠

$$\text{الوسيط} \approx ٢٦,٦$$

ج) الحل:

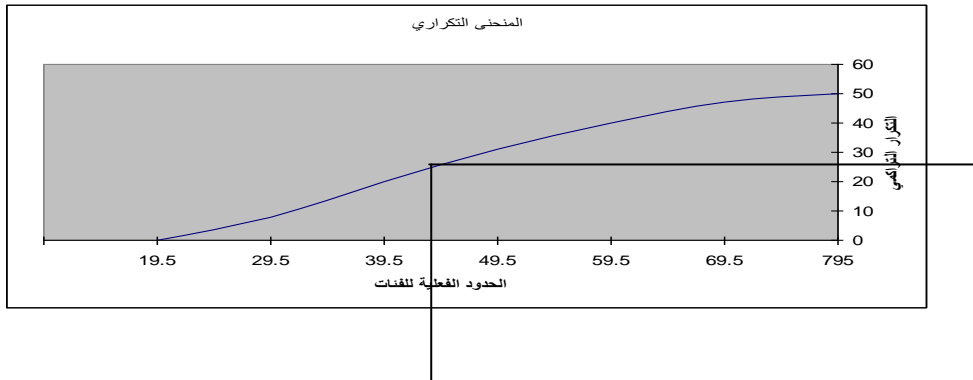
الفئات	التكرار	الحدود الفعلية العليا	التكرار التراكمي
١٩-١٠	١٠	١٩,٥	١٠
٢٩-٢٠	١٤	٢٩,٥	٢٤
٣٩-٣٠	٨	٣٩,٥	٣٢
٤٩-٤٠	٨	٤٩,٥	٤٠

الوسيط $\approx 30,75$

د) هل وجدت اختلافاً في قيمة الوسيط في الحالات الثلاثة؟ مبرراً إجابتك.

الحل: نعم، بالرجوع للسؤال السابق

٢) الرسم البياني الآتي، يمثل أوزان (٥٠) طالباً، في الصف الثامن.



أحسب الوسيط التقريبي من الرسم البياني.

الحل: الوسيط ≈ 44

٣) للجدول التكراري الآتي الذي يمثل المصروف الشهري بالدينار الأردني

لـ (٧٠) طالباً جامعياً:

الفئات	٢٣-٢٠	٢٧-٢٤	٣١-٢٨	٣٥-٣٢	٣٩-٣٦	٤٣-٤٠
التكرار	١٨	١٥	٨	١٤	٩	٦

احسب الوسيط، ثم تحقق من صحة الحل بالرسم البياني.

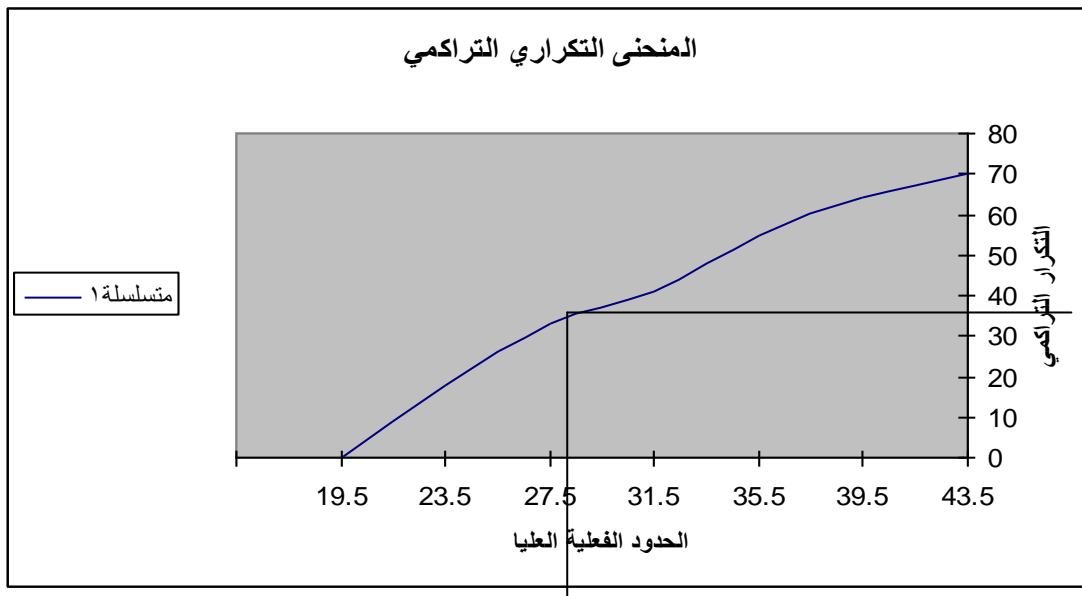
الحل:

الفئات	التكرار	الحدود الفعلية العليا	التكرار التراكمي
٢٣-٢٠	١٨	٢٣,٥	١٨
٢٧-٢٤	١٥	٢٧,٥	٣٣
٣١-٢٨	٨	٣١,٥	٤١
٣٥-٣٢	١٤	٣٥,٥	٥٥
٣٩-٣٦	٩	٣٩,٥	٦٤
٤٣-٤٠	٦	٤٣,٥	٧٠

الحل:

$$\text{الوسيط} \approx ٢٨,٥$$

التحقق:



$$\text{الوسيط} \approx ٢٨,٥$$

(٤) هل يوجد تأثير لطول الفئة على الوسيط؟ مبرراً إجابتك.

الحل: : نعم، بالرجوع للسؤال الأول

الدرس الثالث: المنوال للجداول التكرارية

تدريب (١): احسب المنوال للجداول التكراري الآتي:

الفئات	٩ - ٤	١٥ - ١٠	٢١ - ١٦	٢٧ - ٢٢	٣٣ - ٢٨	٣٩ - ٣٤	٤٥ - ٤٠
التكرار	٩	١٥	١٠	٨	٦	١٥	٧

الحل:

الفئة المنوالية الأولى هي: ١٠ - ١٥، ومركزها ١٢,٥ إذن: المنوال الأول = ١٢,٥

الفئة المنوالية الثانية هي: ٣٤ - ٣٩، ومركزها ٣٦,٥ إذن: المنوال الثاني = ٣٦,٥

تدريب (٢): أجريت دراسة إحصائية للاستهلاك الشهري لـ (١٠٠) عائلة أردنية، من الكهرباء لأقرب كيلو واط. فكانت كما يوضحها الجدول الآتي:

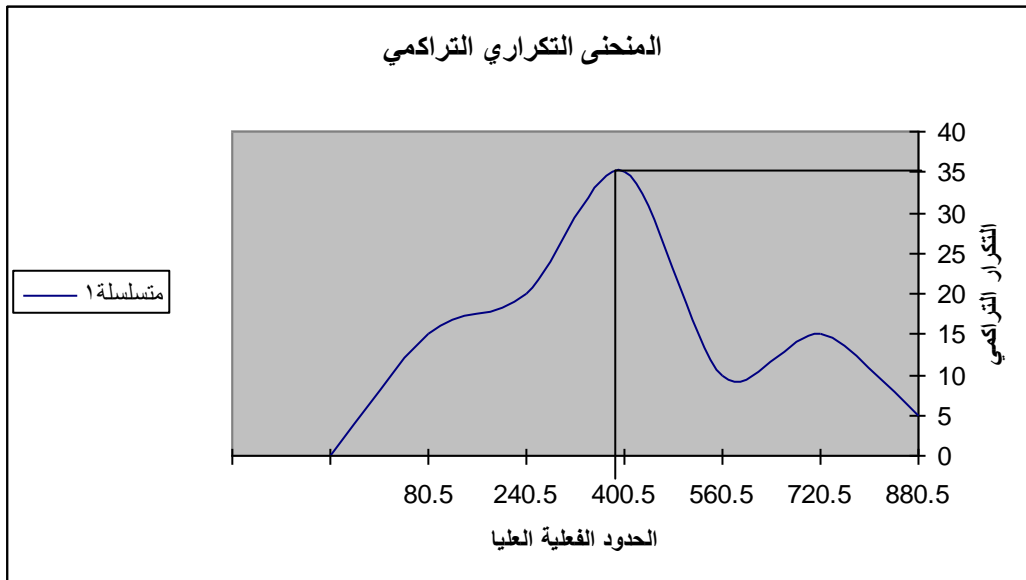
الفئات	١٦٠ - ١	٣٢٠ - ١٦١	٤٨٠ - ٣٢١	٦٤٠ - ٤٨١	٨٠٠ - ٦٤١	٩٦٠ - ٨٠١
التكرار	١٥	٢٠	٣٥	١٠	١٥	٥

احسب المنوال لاستهلاك الكهرباء الشهري، وتحقق من صحة الحل بيانياً.

الحل:

الفئة المنوالية هي: ٣٢١ - ٤٨٠، ومركزها ٤٠٠,٥ إذن: المنوال = ٤٠٠,٥

التحقق:



✓ المنوال $\approx 400,5$

تدريب (٣):

الحل: لا يوجد منوال

تمارين ومسائل

(١) تم رصد الاستهلاك الشهري من الخبز لـ ٤٠ عائلة أردنية مقربة لأقرب كغ، فكانت كما يلي:

١٥، ٢٢، ٤٥، ٣٢، ١٩، ٢٤، ١١، ٢٥، ٤١، ١٨، ٢٢، ٣٢، ١٠، ٢١، ٣٧،
٤٠، ٣٣، ٢٨، ٤٢، ٢٦، ٣٣، ١٨، ٢٨، ٢٧، ١٥، ٣٢، ٤٠، ٢٦، ١٦، ٢٩،
٤٢، ٣٦، ١٧، ٢٢، ٢٠، ٣٠، ٤٠، ٢٤، ١٤، ٤٠.

(أ) جد المنوال للاستهلاك الشهري من الخبز.

الحل: المنوال = ٤٠

(ت) نظم هذه الأوزان في جدول تكراري فنته الأولى ١٠ – ١٤، ثم جد المنوال للاستهلاك الشهري من الخبز.

الحل:

مراكز الفئات	التكرار	الفئات
١٢	٣	١٤-١٠
١٧	٧	١٩-١٥
٢٢	٧	٢٤-٢٠
٢٧	٧	٢٩-٢٥
٣٢	٦	٣٤-٣٠
٣٧	٢	٣٩-٣٥
٤٢	٧	٤٤-٤٠
٤٧	١	٤٩-٤٥

$$\text{المنوال الأول} = (٢٧ + ٢٢ + ١٧) \div ٣ = ٦٦ \div ٣ = ٢٢$$

$$\text{المنوال الثاني} = ٤٢$$

ج) نظم هذه الأوزان في جدول تكراري فنته الأولى ١٠ - ١٩، ثم جد المنوال للاستهلاك الشهري من الخبز.

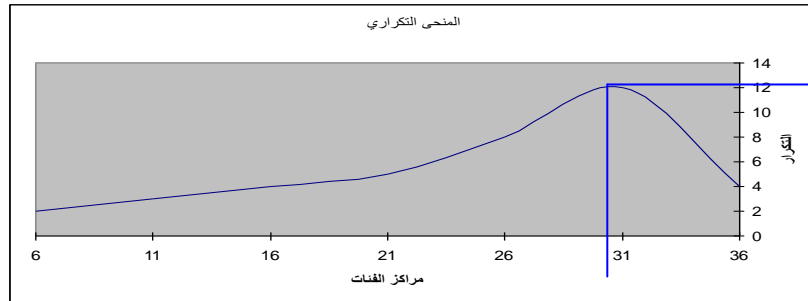
الحل:

مراكز الفئات	التكرار	الفئات
١٤،٥	١٠	١٩-١٠
٢٤،٥	١٤	٢٩-٢٠
٣٤،٥	٨	٣٩-٣٠
٤٤،٥	٨	٤٩-٤٠

الفئة المنوالية هي: ٢٠ - ٢٩، ومركزها ٢٤،٥ إذن: المنوال = ٢٤،٥

د) هل وجدت اختلافاً في قيمة المنوال في الحالات الثلاثة؟ مبرراً إجابتك.
الحل: نعم بالرجوع للسؤال السابق

٢) جد المنوال من الرسم للتوزيع التكراري الآتي :



الحل: المنوال $\approx 29,5$

٣) أجريت دراسة إحصائية للمصرف اليومي لخمسين عائلة أردنية لأقرب دينار فكانت كما يوضحها الجدول الآتي:

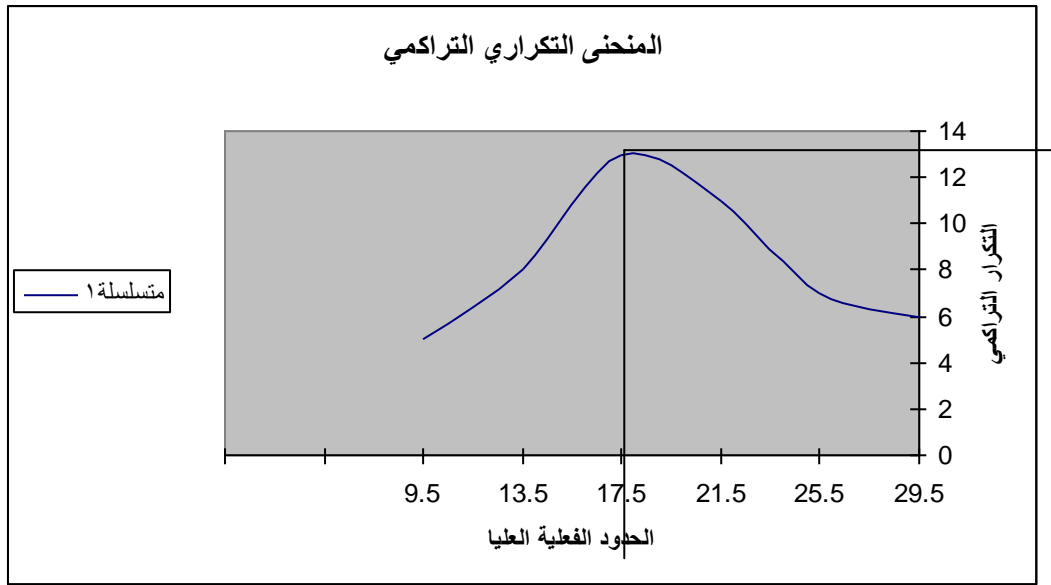
الفئات	١١ - ٨	١٥ - ١٢	١٩ - ١٦	٢٣ - ٢٠	٢٧ - ٢٤	٣١ - ٢٨
التكرار	٥	٨	١٣	١١	٧	٦

جد المنوال للمصرف اليومي للعائلة، وتحقق من صحة الحل بيانياً.

الحل:

الفئة المنوالية هي: ١٦ - ١٩، ومركزها ١٧،٥ إذن: المنوال = ١٧،٥

التحقق:



✓

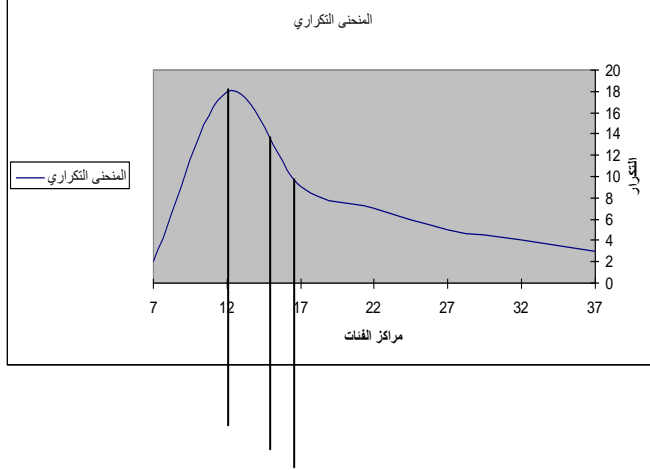
المنوال $\approx 17,5$

٤) تقول سعاد " كلما قل طول الفئة فإن المنوال يقترب من قيمته الحقيقية"
ما رأيك بقول سعاد؟ مبرراً إجابتك.

الحل: نعم، لأن القيمة الحقيقية للمنوال تكون للقيم الأصلية (البيانات الخام)

الدرس الرابع: العلاقات بين مقاييس النزعة المركزية

نشاط (١): أ) احسب الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال (مقاييس الموقع)، وعينها على المنحنى المقابل، لكل جدول من الجداول التكرارية الآتية:



التكرار	الفئات
٢	٩-٥
١٨	١٤-١٠
٩	١٩-١٥
٧	٢٤-٢٠
٥	٢٩-٢٥
٤	٣٤-٣٠
٣	٣٩-٣٥

الوسط

الوسيط

المنوال

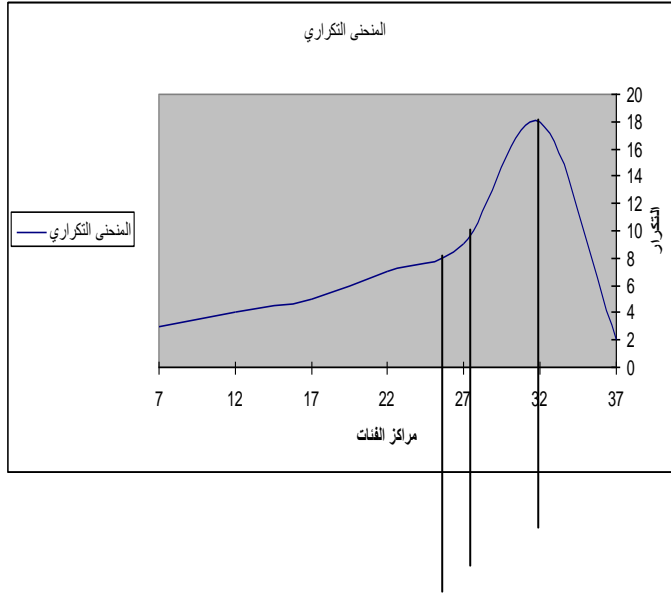
مركز الفئة × التكرار سر × تر	مركز الفئة سر	التكرار تر	الفئات
١٤	٧	٢	٩ - ٥
٢١٦	١٢	١٨	١٤-١٠
١٥٣	١٧	٩	١٩-١٥
١٥٤	٢٢	٧	٢٤-٢٠
١٣٥	٢٧	٥	٢٩-٢٥
١٢٨	٣٢	٤	٣٤-٣٠
١١١	٣٧	٣	٣٩-٣٥
٨١١	—	٤٨	المجموع

الحل:

$$\text{الوسط الحسابي} = 811 \div 48 \approx 16,9$$

$$\text{المنوال} = 12$$

$$\text{الوسيط} \approx 16,7$$



التكرار	الفئات
3	9-5
4	14-10
5	19-15
7	24-20
9	29-25
18	34-30
2	39-35

المنوال

الوسيط

الوسط

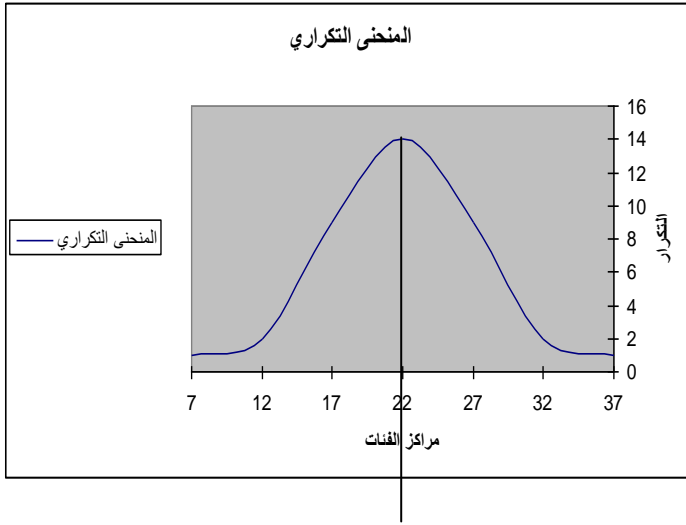
الحل:

مركز الفئة × التكرار سر × تر	مركز الفئة سر	التكرار تر	الفئات
21	7	3	9-5
48	12	4	14-10
85	17	5	19-15
154	22	7	24-20
243	27	9	29-25
576	32	18	34-30
74	37	2	39-35
1201	—	48	المجموع

$$\text{الوسط الحسابي} = 1201 \div 48 \approx 25$$

$$\text{المنوال} = 32$$

الوسيط $\approx 27,3$



التكرار	الفئات
١	٩-٥
٢	١٤-١٠
٩	١٩-١٥
١٤	٢٤-٢٠
٩	٢٩-٢٥
٢	٣٤-٣٠
١	٣٩-٣٥

الوسط
الوسيط
المنوال

مركز الفئة \times التكرار سر \times تر	مركز الفئة سر	التكرار تر	الفئات
٧	٧	١	٩ - ٥
٢٤	١٢	٢	١٤-١٠
١٥٣	١٧	٩	١٩-١٥
٣٠٨	٢٢	١٤	٢٤-٢٠
٢٤٣	٢٧	٩	٢٩-٢٥
٦٤	٣٢	٢	٣٤-٣٠
٣٧	٣٧	١	٣٩-٣٥
٨٣٦	—	٣٨	المجموع

الحل
:

$$\text{الوسط الحسابي} = 836 \div 38 = 22$$

$$\text{المنوال} = 22$$

الوسيط = ٢٢

ب) أكمل الفراغ في الجدول الآتي:

الجدول	الوسيط الحسابي	الوسيط	المنوال
١	١٦,٩	١٦,٧	١٢
٢	٢٥	٢٧,٣	٣٢
٣	٢٢	٢٢	٢٢

ج) قارن بين مقاييس الموقع لكل جدول من الجداول الثلاثة من حيث القيمة:

جدول (١): الوسيط الحسابي <.....< الوسيط <.....< المنوال

جدول (٢): الوسيط الحسابي >.....> الوسيط >.....> المنوال

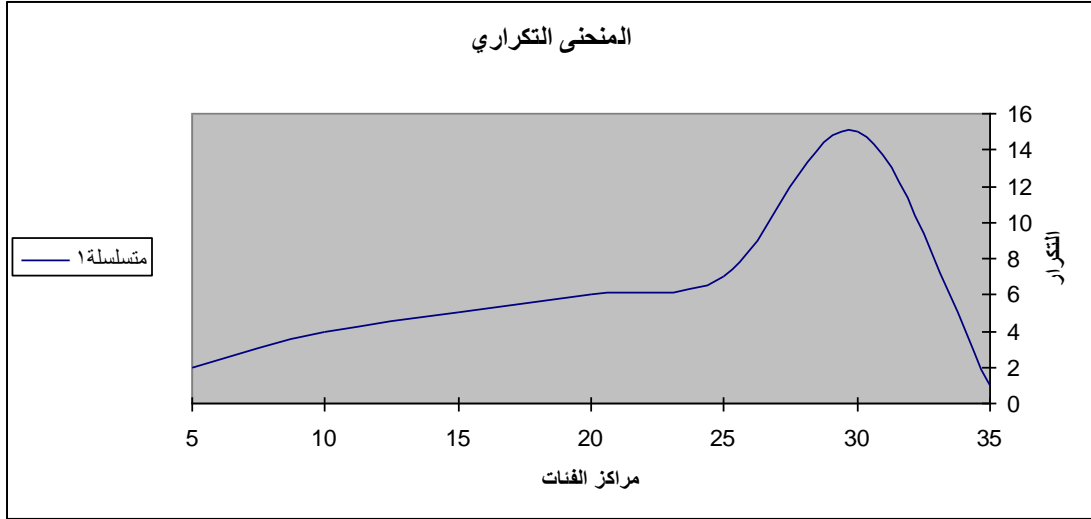
جدول (٣): الوسيط الحسابي =.....= الوسيط =.....= المنوال

تدريب (١): للجدول التكراري الآتي:

الفئات	٧-٣	١٢-٨	١٧-١٣	٢٢-١٨	٢٧-٢٣	٣٢-٢٨	٣٧-٣٣
التكرار	٢	٤	٥	٦	٧	١٥	١

(١) ارسم شكل التوزيع بيانياً.

الحل:



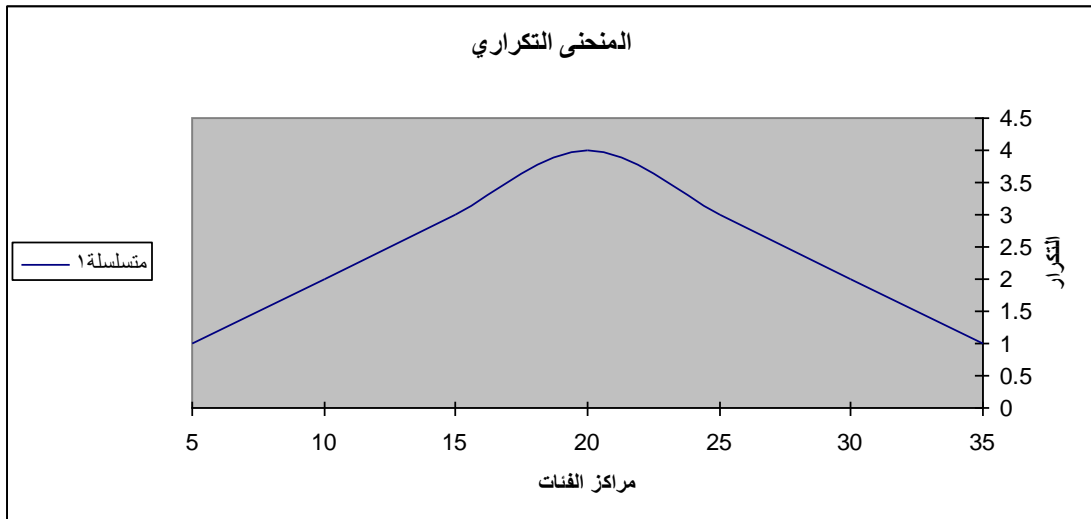
(٢) ما شكل التوزيع؟ ملتو نحو اليسار

تدريب (٢): أكمل الفراغ في الجدول التكراري الآتي بحيث يكون التوزيع متماثلاً:

الفئات	٧-٣	١٢-٨	١٧-١٣	٢٢-١٨	٢٧-٢٣	٣٢-٢٨	٣٧-٣٣
التكرار	١	٢	٣	٤	٣	٢	١

(١) ارسم شكل التوزيع بيانياً.

الحل:



(٢) ماذا تلاحظ؟

التوزيع متماثل: الوسط = الوسيط = المنوال

تمارين ومسائل

(١) أكمل الفراغ في الجدول الآتي:

رقم التوزيع	الوسط الحسابي	الوسيط	المنوال	شكل التوزيع
١	٢٥	٢٧	٣٢	ملتو نحو اليسار
٢	١٠٠	١٠٠	١٠٠	متماثل
٣	٧٠	٥٠	٦٠	لا يجوز
٤	٥٠	٦٠	٧٠	ملتو نحو اليسار
٥	٢٠	١٨	١٥	ملتو نحو اليمين

(٢) ما شكل التوزيع في كل من التوزيعات الواردة في الجداول التكرارية الآتية:

الفئات	٣-١	٦-٤	٩-٧	١٢-١٠	١٥-١٣	١٨-١٦
التكرار	٢	١٠	٦	٥	٤	٣

(أ)

الحل: ملتو نحو اليمين

الفئات	٣-١	٦-٤	٩-٧	١٢-١٠	١٥-١٣	١٨-١٦
التكرار	٢	١٠	٦	٥	٤	٣

التكرار	٣	٤	٥	٦	١٠	٢
---------	---	---	---	---	----	---

(ب)

الحل: ملئو نحو اليسار

٣) يمثل الجدول الآتي علامات (١٠٠) طالب جامعي في مادة رياضيات:

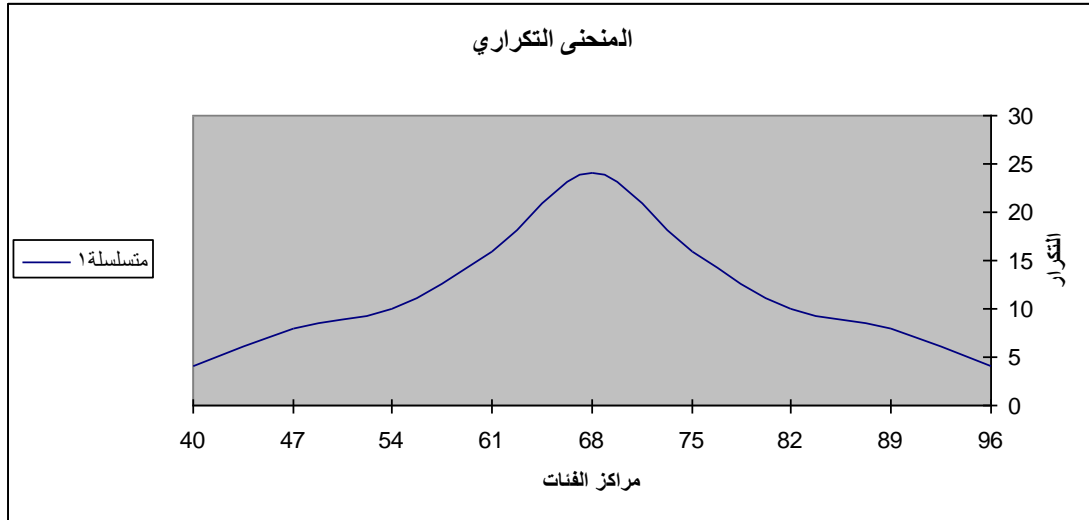
الفئات	٩٩-٩٣	٩٢-٨٦	٨٥-٧٩	٧٨-٧٢	٧١-٦٥	٦٤-٥٨	٥٧-٥١	٥٠-٤٤	٤٣-٣٧
التكرار	٤	٨	١٠	١٦	٢٤	١٦	١٠	٨	٤

(أ) ارسم المنحنى التكراري بيانياً.

(ب) ما شكل التوزيع؟

(ج) احسب كلاً من الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال.

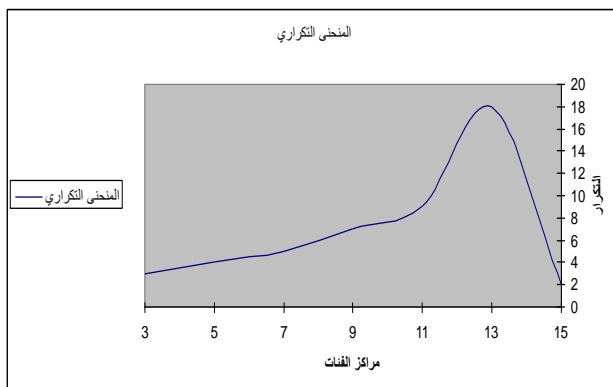
الحل (أ):



(ب) متمثل

(ج) الوسط الحسابي = الوسيط =

المنوال = ٦٨



- ٤) من الرسم، ما شكل التوزيع؟ ثم قدر قيمة كل من:
- (١) الوسط الحسابي
 - (٢) الوسيط
 - (٣) المنوال

الحل: شكل التوزيع ملئو نحو اليسار

- (١) الوسط الحسابي $\approx 10,5$
- (٢) الوسيط ≈ 11
- (٣) المنوال ≈ 13

الدرس الخامس: أثر تعديل البيانات في مقاييس النزعة المركزية

لإيجاد الأجر اليومي للعمال بعد الزيادة أكمل الفراغ في الجدول الآتي:

١٦	١٥	١٤	١٤	١٤	١٣	١٢	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	الأجر قبل الزيادة
١٩	١٨	١٧	١٧	١٧	١٦	١٥	١٣	١٢	١١	١٠	٩	٨	الأجر بعد الزيادة

تدريب (١): احسب الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال لرواتب ٥ موظفين بعد تعديلها حسب المعادلة الخطية الآتية: $ع = ٢ل - ٥٠$ حيث: ل: الراتب قبل التعديل، ع: الراتب بعد التعديل.

علماً بأن رواتب الموظفين هي كما يلي: ٢٢٠، ٢٠٠، ٣٠٠، ١٨٠، ٤٠٠

الحل: راتب الموظف الأول بعد التعديل $= ٢٢٠ \times ٢ - ٥٠$

$$= ٤٤٠ - ٥٠ = ٣٩٠$$

الموظف	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس
الراتب قبل التعديل	٢٢٠	٢٠٠	٣٠٠	١٨٠	٤٠٠

٧٥٠	٣١٠	٥٥٠	٣٥٠	٣٩٠	الراتب بعد التعديل
-----	-----	-----	-----	-----	--------------------

تدريب (٢): إذا كان الوسط الحسابي لعلامات ١٠ طلاب، يساوي ٨٥، تم تعديل علامات بعض الطلبة بحيث زادت علامة طالب بمقدار ١٣ علامة، في حين نقصت علامة طالب آخر بمقدار ٣ علامات، احسب الوسط الحسابي للعلامات بعد التعديل، ثم تحقق من صحة الحل.

$$\text{الحل: مجموع علامات الطلبة قبل التعديل} = ٨٥ \times ١٠ = ٨٥٠$$

$$\text{مجموع علامات الطلبة بعد التعديل} = ٨٥٠ + ١٣ - ٣ = ٨٦٠$$

$$\text{الوسط الحسابي للعلامات بعد التعديل} = ٨٦٠ \div ١٠ = ٨٦$$

التحقق:

مجموع علامات الطلبة زاد بمقدار ١٠ علامات

$$\text{إذن أصبح مجموع علامات الطلبة} = ٨٥٠ + ١٠ = ٨٦٠$$

$$\text{الوسط الحسابي} = ٨٦٠ \div ١٠ = ٨٦$$

$$\text{أو الوسط الحسابي زاد بمقدار} (١٣ - ٣) \div ١٠ = ١$$

$$\text{الوسط الحسابي للعلامات بعد التعديل} = ٨٥ + ١ = ٨٦$$

تمارين ومسائل

(١) تتأثر مقاييس النزعة المركزية بالعمليات الحسابية التي يتم إجراؤها على البيانات وبنفس القيمة، لأنها مقاييس موقع. ما رأيك؟ مبرراً إجابتك.

الحل: نعم، لأن العمليات الحسابية تغير موقع القيم

(٢) حسبت مقاييس النزعة المركزية لرواتب (٢٠) موظف، فكانت كما في الجدول الآتي:

المقاييس	الوسط الحسابي	الوسيط	المنوال
القيمة	١٨٠	١٩٠	٢٠٠

إذا عُدلت الرواتب حسب المعادلة الخطية الآتية: ص ر = ٠,٨ ص ر + ٥٠

حيث: ص ر : الراتب قبل التعديل، ص ر : الراتب بعد التعديل

(أ) احسب الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال لرواتب الموظفين بعد التعديل؟

الحل:

المقاييس	الوسط الحسابي	الوسيط	المنوال
----------	---------------	--------	---------

٢٠٠	١٩٠	١٨٠	القيمة قبل التعديل
٢١٠	٢٠٢	١٩٤	القيمة بعد التعديل

ب) أوجد مجموع رواتب الموظفين بعد التعديل؟

$$\text{الحل: مجموع رواتب الموظفين بعد التعديل} = 194 \times 20 = 3880$$

ج) موظف أصبح راتبه بعد التعديل (١٧٨) ديناراً. كم كان راتبه قبل التعديل؟

$$\text{الحل: } 178 = 0,8 \text{ س} + 50$$

$$128 = 0,8 \text{ س}$$

$$\text{س} = 160$$

$$\text{التحقق: } 178 = 50 + 128 = 50 + 160 \times 0,8 \quad \checkmark$$

٣) إذا كان عدد طالبات الصف الثامن (٣٣) طالبة، تقدم منهم للتقويم الأول في مادة الرياضيات (٣٠) طالبة. وتغيب منهم (٣) طالبات، إذا كان الوسط الحسابي لعلامات الطالبات المتقدمات للتقويم الأول يساوي (٢٨)، وفي اليوم التالي تقدمت الطالبات اللواتي تغيبن عن التقويم الأول في المادة نفسها، فحصلوا على العلامات الآتية: ٢١، ٣٦، ٢٧، فكم يصبح الوسط الحسابي لعلامات طلبة الصف جميعهم؟ ثم تحقق من صحة الحل.

الحل:

$$\text{مجموع علامات الطالبات المتقدمات للتقويم الأول} = 28 \times 30 = 840$$

$$\text{مجموع علامات الطالبات اللواتي تغيبن عن التقويم الأول} = 21 + 36 + 27 = 84$$

$$\text{مجموع علامات طالبات الصف الثامن} = 840 + 84 = 924$$

$$\text{الوسط الحسابي لعلامات طالبات الصف الثامن} = 924 \div 33 = 28$$

التحقق:

$$\text{الوسط الحسابي لعلامات الطالبات اللواتي تغيبن عن التقويم الأول} = 84 \div 3 = 28$$

وهو نفس الوسط الحسابي للمتدمات للتقويم الأول وبالتالي لم يتغير الوسط الحسابي (٤) إذا كان الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال لدرجات الحرارة بمقياس (سلسيوس)، خلال شهر رمضان المبارك من العام (١٤٣٦) هجري. كما يلي:
٢٥، ٣٠، ٣٥ على الترتيب. احسب الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال لدرجات الحرارة بمقياس (فهرنهايت)؟

إرشاد: يتم التحويل من مقياس (سلسيوس) إلى مقياس (فهرنهايت)، حسب العلاقة الخطية الآتية: $F = \frac{5}{9}(C + 32)$.

الحل:

المقياس	الوسط الحسابي	الوسيط	المنوال
سلسيوس	٢٥	٣٠	٣٥
فهرنهايت	٧٧	٨٦	٩٥

الدرس السادس: تطبيقات

أنفذ: أكمل الفراغ في الجدول الآتي:

٩	٩	٩	٧	٧	٥	٤	٢	٢	السعر قبل التعديل
٧,٥	٧,٥	٧,٥	٦,٥	٦,٥	٥,٥	٤	٤	٤	السعر بعد التعديل

الطالبة منال غير مقتنعة بالحل:

وقالت لماذا لا نطبق المعادلة الخطية: $V = 2!S + 3$ على مجموع ما

دفعته ريم ثمناً للكتب التي اشترتها بالشكل الآتي:

مجموع ما سوف تدفعه ريم بعد التعديل = $2! \times$ مجموع ما دفعته ريم قبل

التعديل + ٣

$$3 + 54 \times 2! =$$

$$3 + 27 =$$

= ٣٠ دينار

إذن: الأفضل لريم أن تشتري الكتب بعد تعديل الأسعار.

ما رأيك بما قالته منال؟ مبرراً إجابتك.

الحل: غير صحيح، لأن المجموع ليس مقياس، وتم التعامل معه على أنه سعر.

تدريب (١): يصنف موظفي إحدى الشركات، كما في الجدول الآتي:

نوع العمل	العدد	الراتب (بالدينار الأردني)
إداري	٤	٩٥٠
فني	١٢	٦٠٠
عامل	٨٤	٢٠٠

أ) احسب الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال لرواتب موظفي الشركة؟

الحل:

مجموع رواتب موظفي الشركة = $(٩٥٠ \times ٤) + (٦٠٠ \times ١٢) + (٢٠٠ \times ٨٤)$

$$= ٣٨٠٠ + ٧٢٠٠ + ١٦٨٠٠$$

$$= ٢٧٨٠٠ دينار$$

الوسط الحسابي لرواتب موظفي الشركة = $٢٧٨٠٠ \div ١٠٠ = ٢٧٨$ دينار

الوسيط = ٢٠٠، المنوال = ٢٠٠

ب) ما مقياس النزعة المركزية الأنسب لتحديد مجموع الرواتب التي تدفعها الشركة؟

مبرراً إجابتك.

الحل: الوسط الحسابي، لأن $٢٧٨ \times ١٠٠ = ٢٧٨٠٠$ ✓

لكن $١٠٠ \times ٢٠٠ = ٢٠٠٠٠ \neq$ مجموع رواتب موظفي الشركة

ج) ما مقياس النزعة المركزية الأنسب لتحديد مستوى رواتب موظفي الشركة؟

مبرراً إجابتك.

الحل: الوسيط، لأنه لا يتأثر بالقيم المتطرفة

(د) أيهما أفضل للشركة أن تمنح علاوة شهرية مقدارها (١٠) دنانير لكل عامل ، أم علاوة شهرية مقدارها (١٠٠) دينار لكل فني؟ مبرراً إجابتك.

الحل:

$$\begin{aligned} \text{مجموع رواتب موظفي الشركة} &= 27800 \\ \text{إذا منحت علاوة شهرية مقدارها 10 دنانير لكل عامل} & \\ \text{فإن مجموع رواتب موظفي الشركة} &= 27800 + (10 \times 84) \\ &= 27800 + 840 \\ &= 28640 \text{ ديناراً} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{إذا منحت علاوة شهرية مقدارها 100 دنانير لكل فني} & \\ \text{فإن مجموع رواتب موظفي الشركة} &= 27800 + (100 \times 12) \\ &= 27800 + 1200 \\ &= 29000 \end{aligned}$$

الأفضل للشركة أن تمنح علاوة شهرية مقدارها (١٠) دنانير لكل عامل

تمارين ومسائل

(١) إذا كان الوسط الحسابي، والوسيط لرواتب عدد من أعضاء هيئة التدريس شهرياً بالدينار الأردني في إحدى الجامعات الأردنية ممثلة في الجدول الآتي:

عدد أعضاء هيئة التدريس	الوسط الحسابي للرواتب	الوسيط للرواتب
٨٥	٨٥٠	٨٠٠
١٠٥	٩٥٠	٩٠٠
١١٠	١١٥٠	١٠٠٠

(أ) ما مجموع الرواتب التي تدفعها الجامعة لأعضاء هيئة التدريس سنوياً؟

الحل:

$$\begin{aligned} \text{مجموع الرواتب} &= (850 \times 85) + (950 \times 105) + (1150 \times 110) \\ &= 72250 + 99750 + 126500 \\ &= 298500 \text{ دينار} \end{aligned}$$

ب) إذا منحت الجامعة علاوة إضافية مقدارها (٣٠) ديناراً، لكل عضو هيئة تدريسي. جد الوسط الحسابي، والوسيط بعد منح العلاوة الإضافية؟

الحل:

الوسيط الجديد	الوسط الحسابي الجديد	عدد أعضاء هيئة التدريس
٨٣٠	٨٨٠	٨٥
٩٣٠	٩٨٠	١٠٥
١٠٣٠	١١٨٠	١١٠

ج) ما مجموع الرواتب التي تدفعها الجامعة لأعضاء هيئة التدريس سنوياً بعد منح العلاوة الإضافية؟ ثم تحقق من صحة الحل.

الحل:

$$\text{مجموع الرواتب بعد منح العلاوة} = ٢٩٨٥٠٠ + (٣٠٠ \times ٣٠)$$

$$= ٩٠٠٠ + ٢٩٨٥٠٠$$

$$= ٣٠٧٥٠٠ \text{ دينار}$$

د) ما مقياس النزعة المركزية الأنسب الذي تم استخدامه؟ مبرراً إجابتك.

الحل:

الوسط الحسابي، لأنه يتأثر بكافة القيم

٢) الجدول التالي يمثل علامات (٤٠) طالب في مادة الرياضيات، العلامة العظمى (٤٠)، وعلامة النجاح (٢٠):

العلامات	٨ - ٤	١٣ - ٩	١٨ - ١٤	٢٣ - ١٩	٢٨ - ٢٤	٣٣ - ٢٩	٣٨ - ٣٤
عدد الطلاب	٢	١٢	٨	٦	٥	٤	٣

أ) احسب الوسط الحسابي لعلامات الطلاب.

الحل:

الفئات	التكرار	مركز الفئة	مركز الفئة × التكرار
٨ - ٤	٢	٦	١٢

١٣٢	١١	١٢	١٣-٩
١٢٨	١٦	٨	١٨-١٤
١٢٦	٢١	٦	٢٣-١٩
١٣٠	٢٦	٥	٢٨-٢٤
١٢٤	٣١	٤	٣٣-٢٩
١٠٨	٣٦	٣	٣٨-٣٤
٧٦٠	—	٤٠	المجموع

الوسط الحسابي = $760 \div 40 = 19$

(ب) فسّر قيمة الوسط الحسابي الناتجة.

الحل:

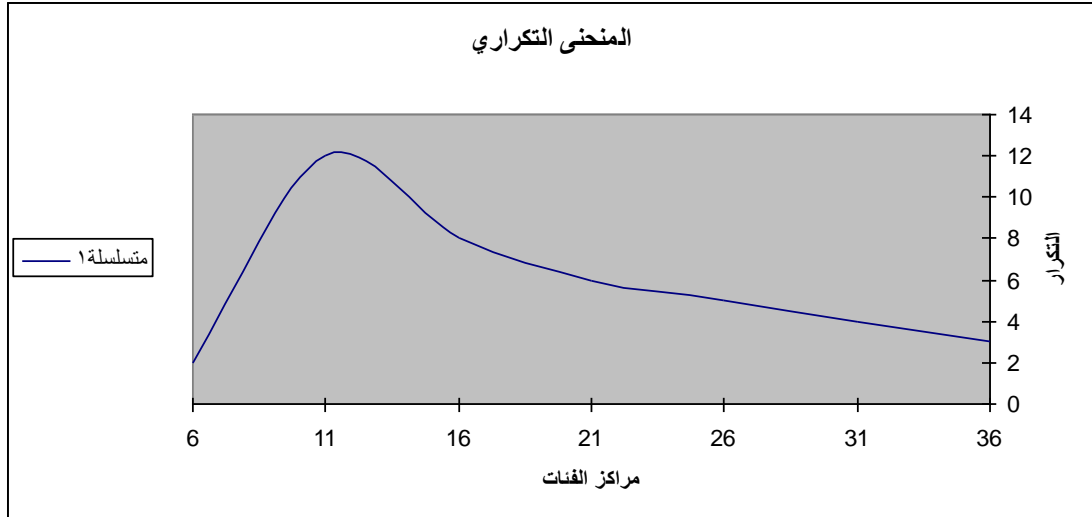
الوسط الحسابي أقل من علامة النجاح، ويعني وجود ضعف عند طلبية الصف، أو أن الامتحان صعب وبالتالي يحتاج لخطة علاجية.

(ج) هل قيمة الوسط الحسابي الناتجة دقيقة ١٠٠%؟ مبرراً إجابتك.

الحل: لا، لأنه أعتبر كل العلامات الواقعة في الفترة ٤ - ٨ وعددها ٢، كل منها يساوي ٦، وكذلك العلامات الواقعة في الفترة ٩ - ١٣ وعددها ١٢، كل منها يساوي ١١، وهكذا لباقي الفترات وجميعها تعتبر قيم تقريبية

(د) ارسم شكل التوزيع بيانياً.

الحل:



هـ) ما شكل التوزيع؟ مبرراً إجابتك.

الحل: ملتو نحو اليمين، لأن الوسط الحسابي أكبر من المنوال

٣) يريد صاحب مصنع للأحذية تحديد مقاس الحذاء الأكثر مبيعاً في السوق ليزيد من الكمية المنتجة. أي مقاييس الموقع يختار؟ مبرراً إجابتك.

الحل:

المنوال، لتوجيه إنتاجية المصنع ليزيد من عدد الأحذية الأكثر مبيعاً.

مراجعة

١) إذا كان الاستهلاك السنوي لـ ٥٠ عائلة أردنية من زيت الزيتون ، مقرباً لأقرب كغ، كما في الجدول التكراري الآتي:

الفئات	٢٠-١٦	٢٥-٢١	٣٠-٢٦	٣٥-٣١	٤٠-٣٦	٤٥-٤١	٥٠-٤٦
التكرار	٦	١٠	٥	٤	٧	١٠	٨

أ) احسب الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال لكمية الزيت التي تستهلكها العائلة الأردنية من الزيت الأردني سنوياً ؟

الحل:

الفئات	التكرار تر	مركز الفئة سر	مركز الفئة × التكرار سر × تر
٢٠-١٦	٦	١٨	١٠٨
٢٥-٢١	١٠	٢٣	٢٣٠
٣٠-٢٦	٥	٢٨	١٤٠
٣٥-٣١	٤	٣٣	١٣٢
٤٠-٣٦	٧	٣٨	٢٦٦
٤٥-٤١	١٠	٤٣	٤٣٠
٥٠-٤٦	٨	٤٨	٣٨٤
المجموع	٥٠	—	١٦٩٠

$$\text{الوسط الحسابي} = 1690 \div 50 = 33,8$$

التكرار التراكمي	الحدود الفعلية العليا
٦	٢٠,٥
١٦	٢٥,٥
٢١	٣٠,٥
٢٥	٣٥,٥

٣٢	٤٠،٥
٤٢	٤٥،٥
٥٠	٥٠،٥

رتبة الوسيط = $2 \div 50 = 25$

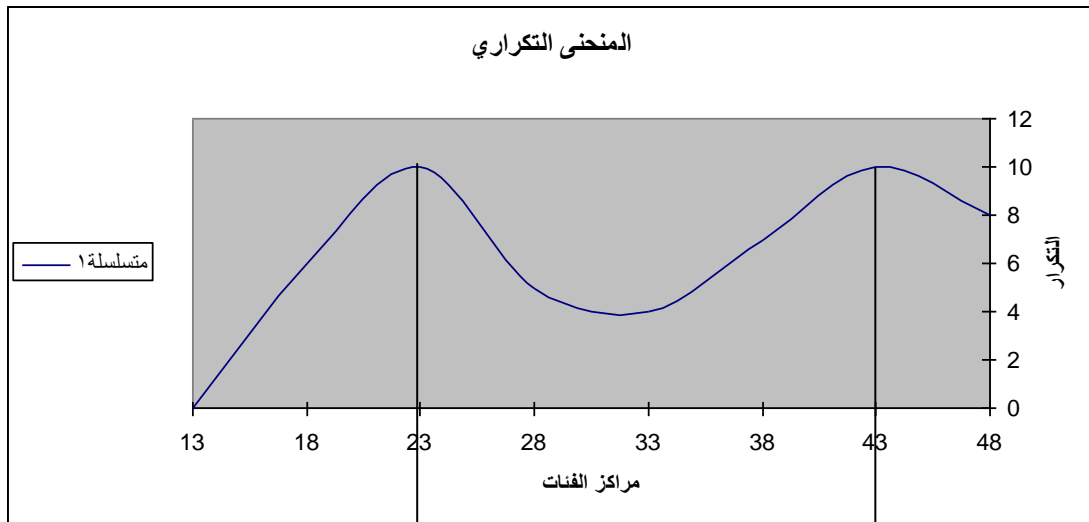
الوسيط = ٣٥،٥

الفئة المنوالية الأولى هي: ٢١-٢٥، ومركزها ٢٣ إذن: المنوال الأول = ٢٣

الفئة المنوالية الثانية هي: ٤١-٤٥، ومركزها ٤٣ إذن: المنوال الثاني = ٤٣

ب) مثل كمية الزيت التي تستهلكها العائلة الأردنية من الزيت الأردني سنوياً بيانياً، ثم احسب الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال.

الحل:



المنوال الأول = ٢٣

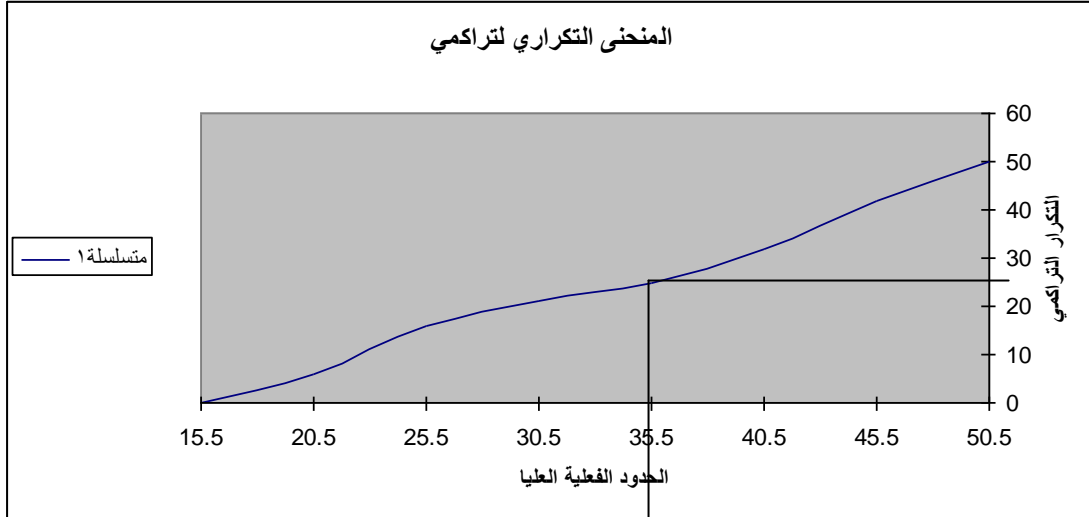
المنوال الثاني = ٤٣

مجموع كميات الزيت التي تستهلكها العائلات

$$(8 \times 48) + (10 \times 43) + (7 \times 38) + (4 \times 33) + (5 \times 28) + (10 \times 23) + (6 \times 18) =$$

$$1690 = 384 + 430 + 266 + 132 + 140 + 230 + 108 =$$

$$33,8 = 50 \div 1690 = \text{الوسط الحسابي}$$



الوسيط $\approx 35,5$

(٢) إذا كان الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال لرواتب موظفي شركتين مختلفتين كما يظهر في الجدول الآتي:

الشركة	عدد الموظفين	الوسط الحسابي	الوسيط	المنوال
الشركة (أ)	٦٠	٢٢٠	٢٤٠	٢٨٠
الشركة (ب)	٤٠	٢٤٠	٢٦٠	٣٠٠

إذا عُدلت رواتب موظفي الشركتين أ، ب وفق المعادلتين الخطيتين الآتيتين:

$$ص_١ = ٢٠ + ر_١ \text{ ، } ص_٢ = ١٠١ + ر_٢ \text{ ، } ص_٣ = ٥٠ + ر_٣ \text{ على الترتيب.}$$

(أ) احسب الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال، لكل من موظفي الشركتين بعد التعديل؟

الحل:

الشركة	عدد الموظفين	الوسط الحسابي بعد التعديل	الوسيط بعد التعديل	المنوال بعد التعديل
الشركة (أ)	٦٠	٢٨٤	٣٠٨	٣٥٦

الشركة(ب)	٤٠	٣١٤	٣٣٦	٣٨٠
-----------	----	-----	-----	-----

ب) إذا تم دمج الشركتين معاً، احسب الوسط الحسابي قبل التعديل، وبعده؟

الحل:

$$\text{الوسط الحسابي قبل التعديل} = (٤٠ + ٦٠) \div ((٢٤٠ \times ٤٠) + (٢٢٠ \times ٦٠)) =$$

$$= ١٠٠ \div (٩٦٠٠ + ١٣٢٠٠) =$$

$$= ١٠٠ \div ٢٢٨٠٠ =$$

$$= ٢٢٨$$

$$\text{الوسط الحسابي بعد التعديل} = (٤٠ + ٦٠) \div ((٣١٤ \times ٤٠) + (٢٨٤ \times ٦٠)) =$$

$$= ١٠٠ \div (١٢٥٦٠ + ١٧٠٤٠) =$$

$$= ١٠٠ \div ٢٩٦٠٠ =$$

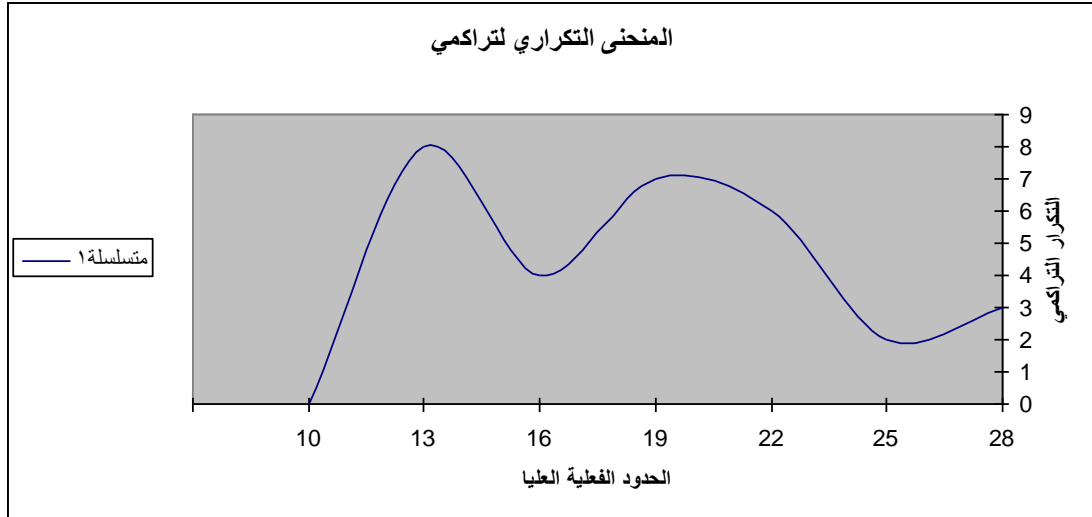
$$= ٢٩٦$$

٣) للجدول التكراري الآتي:

٢٩-٢٧	٢٦-٢٤	٢٣-٢١	٢٠-١٨	١٧-١٥	١٤-١٢	الفئات
٣	٢	٦	٧	٤	٨	التكرار

أ) ارسم المنحنى التكراري بيانياً.

الحل:



المنوال = ١٣

ب) ما شكل التوزيع؟

الحل: ملئو نحو اليمين

ج) احسب كلاً من: الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال.

الحل:

الصفات	التكرار تر	مركز الفئة سر	مركز الفئة × التكرار سر × تر
١٤-١٢	٨	١٣	١٠٣
١٧-١٥	٤	١٦	٦٤
٢٠-١٨	٧	١٩	١٣٣
٢٣-٢١	٦	٢٢	١٣٢
٢٦-٢٤	٢	٢٥	٥٠
٢٩-٢٧	٣	٢٨	٨٤
المجموع	٣٠	—	٥٦٦

الوسط الحسابي = $٥٦٦ \div ٣٠ \approx ١٨,٩$

الحدود الفعلية العليا	التكرار التراكمي
١٤,٥	٨
١٧,٥	١٢
٢٠,٥	١٩
٢٣,٥	٢٥
٢٦,٥	٢٧
٢٩,٥	٣٠

$$\text{رتبة الوسيط} = 30 \div 2 = 15$$

$$\text{الوسيط} = 17,5 - 1,3 \approx 16,2$$

$$\text{الوسيط} \approx 18,8$$

الفئة المنوالية هي ١٢ - ١٤ ومركزها ١٣، المنوال = ١٣

(٤) استطلعت آراء (٥٠) طالباً، و(٥٠) طالبة عن عدد الساعات التي يقضونها للدراسة في اليوم فكانت موزعة كما في الجدولين الآتيين:

الساعات التي يقضيها الطلاب

الساعات التي تقضيها الطالبات

عدد الطلاب	عدد الساعات
٥	١
١٢	٢
١٦	٣
١١	٤
٦	٥
٥٠	المجموع

عدد الطالبات	عدد الساعات
٣	١
٥	٢
١٢	٣
١٠	٤
٢٠	٥
٥٠	المجموع

أيهما يقضي وقتاً أطول للدراسة الطلاب أم الطالبات؟ مبرراً إجابتك.

الحل: الطالبات، يوجد أكثر من طريقة منها إيجاد مجموع الساعات، أو حساب الوسط الحسابي، أو من خلال مقارنة الجدولين.

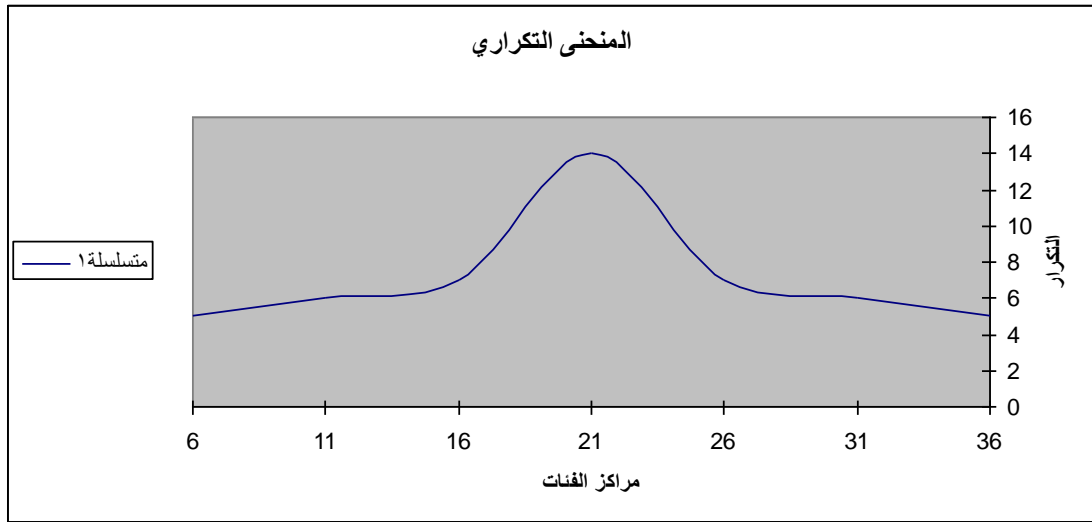
٥) مكتوب على علبة الكبريت "إن متوسط عدد أعواد الكبريت في العلبة هو ٥٠ عوداً" فإذا اشتريت علبة ووجدت فيها ٤٩ عوداً. فهل يحق لك انتقاد ما كتبه الشركة على علبة الكبريت؟ مبرراً إجابتك.

الحل: لا، لأن بعض العلب يمكن أن تزيد عن ٥٠ عوداً، والبعض الآخر يمكن أن ينقص عن ٥٠ عوداً.

٦) ارسم المنحنى التكراري للتوزيعات الواردة في كل من الجداول الآتية، وصنفها وفق الالتواء:

الفئات	٨-٤	١٣-٩	١٨-١٤	٢٣-١٩	٢٨-٢٤	٣٣-٢٩	٣٨-٣٤
التكرار	٥	٦	٧	١٤	٧	٦	٥

جدول (١)



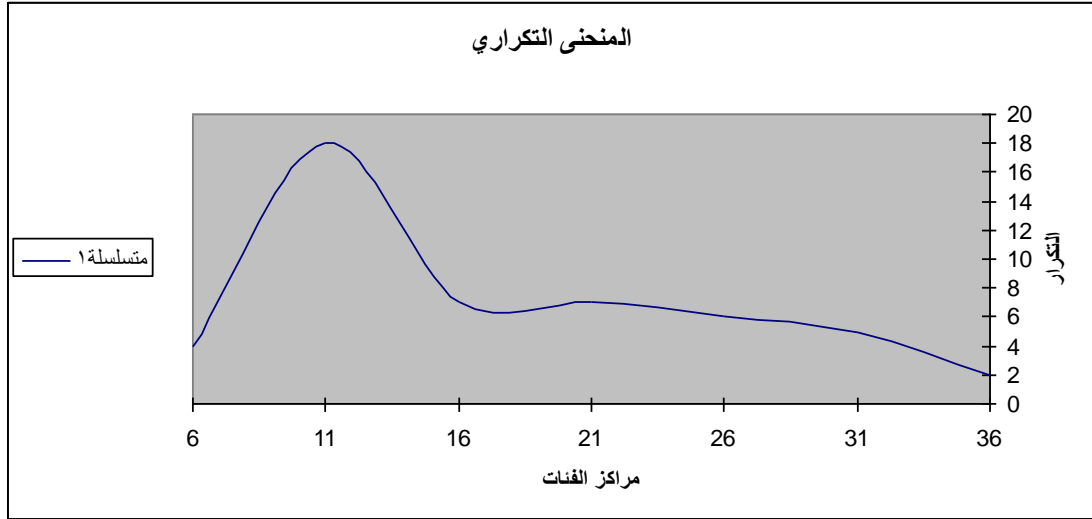
الحل:

التوزيع متمائل

٣٨-٣٤	٣٣-٢٩	٢٨-٢٤	٢٣-١٩	١٨-١٤	١٣-٩	٨-٤	الفئات
٢	٥	٦	٧	٨	١٨	٤	التكرار

جدول (٢)

الحل:

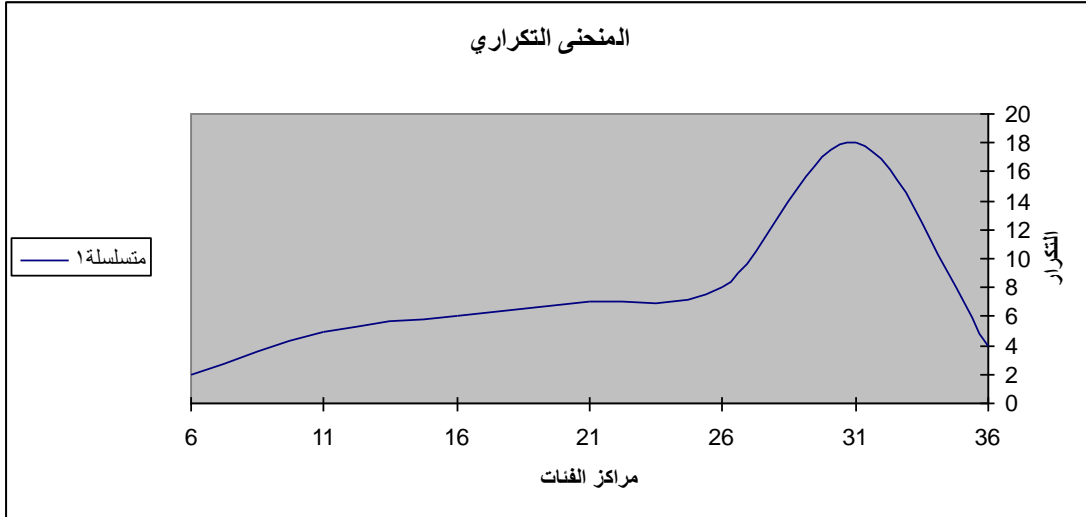


التوزيع ملتو نحو اليمين

٣٨-٣٤	٣٣-٢٩	٢٨-٢٤	٢٣-١٩	١٨-١٤	١٣-٩	٨-٤	الفئات
٤	١٨	٨	٧	٦	٥	٢	التكرار

جدول (٣)

الحل:



التوزيع ملتبس نحو اليسار

اختبار ذاتي

(١) يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات، من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرة منها

(٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح. ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) إذا كان الوسط الحسابي للقيم التالية: ٩، ١٤، ١٨، م، ٨، يساوي ١٢ فإن م =

الإجابة: (ج) ١١

(٢) الوسيط للقيم التالية: ٩، ٥، ٦، ٤، ٧، ١١ يساوي:

الإجابة: (د) ٦،٥

(٣) إذا كان تكرار الفئة المنوالية (١٢ - ١٩) يساوي ٨، فإن المنوال يساوي:

الإجابة: (أ) ١٥،٥

(٤) إذا كان الوسط الحسابي للصف الثامن (أ)، وعددهم (٢٩) يساوي (٢٥)،

والوسط الحسابي للصف الثامن (ب)، وعددهم (٢٩) يساوي (٣٥)، فإن الوسط

الحسابي للشعبتين معاً يساوي:

الإجابة: (أ) ٣٠

(٥) إذا كانت درجة الحرارة بمقياس (سلسيوس)، تساوي ٣٠، فإن قياسها بمقياس

(فهرنهايت) يساوي:

الإجابة: (د) ٨٦

٦) الوسط الحسابي للجدول التكراري الآتي يساوي:

٥٢ - ٤٤	٤٣ - ٣٥	٣٤ - ٢٦	٢٥ - ١٧	١٦ - ٨	الفئات
٦	٩	٢٠	٩	٦	التكرار

الإجابة: (ب) ٣٠

٧) إذا كانت القيم الآتية مرتبة ترتيباً تصاعدياً ٦، ٩، ن، ١٥، ١٦، ١٧، وكان الوسيط لتلك القيم يساوي ١٤، فإن قيمة ن هي:

الإجابة: (ج) ١٣

٨) إذا كان المنوال لمجموعة من القيم يساوي (١٥)، عُذلت القيم حسب المعادلة الخطية الآتية: ص = ١،٢ س + ٣، فإن قيمة المنوال بعد التعديل يساوي:

الإجابة: (ج) ٢١

٢) للجدول التكراري الآتي:

٣٤-٣٠	٢٩-٢٥	٢٤-٢٠	١٩-١٥	١٤-١٠	٩-٥	الفئات
٢	٥	٤	٩	٧	٣	التكرار

أ) احسب كلاً من: الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال؟

الحل:

مركز الفئة × التكرار سر × تر	مركز الفئة سر	التكرار تر	الفئات
٢١	٧	٣	٩-٥
٨٤	١٢	٧	١٤-١٠
١٥٣	١٧	٩	١٩-١٥
٨٨	٢٢	٤	٢٤-٢٠
١٣٥	٢٧	٥	٢٩-٢٥
٦٤	٣٢	٢	٣٤-٣٠
٥٤٥	—	٣٠	المجموع

الوسط الحسابي = $545 \div 30 \approx 18,2$

الحدود الفعلية العليا	التكرار التراكمي
٩,٥	٣
١٤,٥	١٠
١٩,٥	١٩
٢٤,٥	٢٣
٢٩,٥	٢٨
٣٤,٥	٣٠

رتبة الوسيط = $30 \div 2 = 15$

١٠ ١٤,٥

الوسيط رتبة الوسيط = ١٥

١٩ ١٩,٥

الوسيط - ١٤,٥ \approx ٢,٨

الوسيط \approx ١٧,٣

الفئة المنوالية هي ١٥ - ١٩ ومركزها ١٧، إذن المنوال = ١٧

(٣) إذا كان الوسط الحسابي لرواتب موظفي شركة مكونة من (٨٢) موظفاً يساوي (٢٠٠) ديناراً شهرياً. قررت الشركة منح موظفيها علاوة شهرية مقدارها (١٠) ديناراً.

احسب مجموع الرواتب التي تدفعها الشركة للموظفين شهرياً؟

الحل:

مجموع الرواتب قبل منح العلاوة = $200 \times 82 = 16400$ دينار

مجموع الرواتب بعد منح العلاوة = $210 \times 82 = 17220$ دينار

(٤) أجريت إحصائية على (٥٠) شخص أصيبوا بمرض السرطان جراء التدخين وسجلت عدد علب السجائر التي يستهلكها كل شخص أسبوعياً،

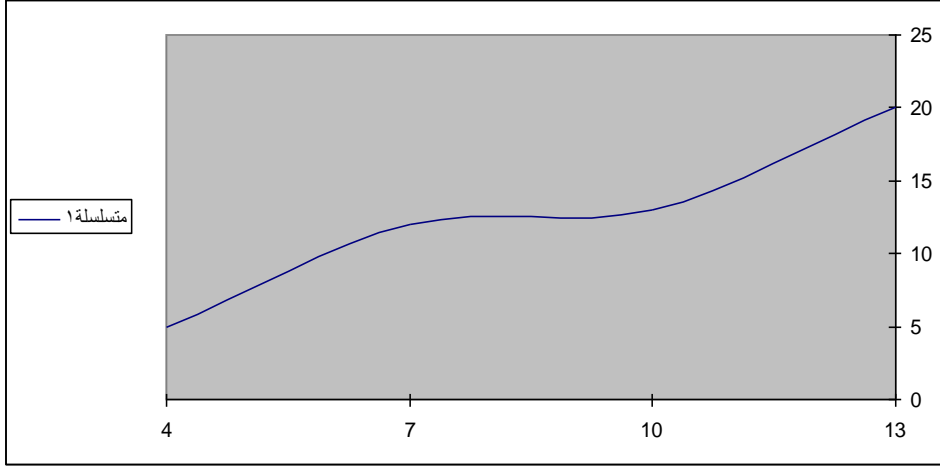
فكانت كما في الجدول الآتي:

الفئات	٥ - ٣	٨ - ٦	١١ - ٩	١٤ - ١٢
--------	-------	-------	--------	---------

عدد المدخنين	٥	١٢	١٣	٢٠
--------------	---	----	----	----

(أ) ارسم المنحنى التكراري للتوزيع؟

الحل:



(ب)

صن

ف التوزيع وفق الالتواء؟

الحل: الوسط الحسابي $\approx 9,88$ ، الوسط $\approx 10,35$ ، المنوال = 13

إذن: التوزيع ملتو نحو اليسار

(٥) إذا كان الوسط الحسابي لعلامات طلبة الصف الثامن في مادة اللغة الانجليزية يساوي (١٢٢). عُدلت العلامات حسب المعادلة الخطية الآتية:

$$ص = ٢! + س + ٩٠$$

(أ) احسب الوسط الحسابي لعلامات الطلبة بعد التعديل؟

الحل:

$$\text{الوسط الحسابي لعلامات الطلبة بعد التعديل} = ٩٠ + (٢ \div ١٢٢)$$

$$= ٩٠ + ٦١$$

$$= ١٥١$$

(ب) أصبحت علامة أحد الطلبة بعد التعديل تساوي (١٦٥). كم علامته قبل التعديل؟

الحل:

$$ص = ٢٤! + ٩٠$$

$$١٦٥ = ٢٤! + ٩٠$$

$$٧٥ = ٢٤! + ٩٠$$

$$١٥٠ = ٢٤!$$

إذن: علامة الطالب قبل التعديل = ١٥٠