$f(x)=\ln(ax+b)$

1) عيّن a و b علماً أن المستقيم $x=\frac{1}{2}$ مقارب شاقولي وأن الخط البياني يقطع محور الفواصل في $A(1,0)$

2) سنعتبر $a=2$ $b=-1$

a) ادرس تغيرات f

b) ارسم واستنتج رسم C_1

$f_1(x)=|\ln(2x-1)|$

3) برهن أن f تقابل وأوجد f^{-1} واستنتج رسم $C_{f^{-1}}$.

$D_f=]-\frac{b}{a},+\infty[$

$\lim\limits_{x\to -\frac{b}{a}} f(x)=-\infty$

$\Rightarrow \begin{cases} x=-\frac{b}{a} & \text{مستقيم مقارب شاقولي} \\ x=\frac{1}{2} & \text{,, ,,} \end{cases}$

①. $\boxed{a=-2b}$ $\Rightarrow -\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$

$A(1,0)\in C$ فهي تحقق معادلته

$0=\ln(a+b)$

$\Leftrightarrow \ln(1)=\ln(a+b)$

$\boxed{a+b=1}$ ... ②

نعوض ① في ②

$-2b+b=1 \Leftrightarrow \boxed{b=-1}$

$\boxed{a=2}$

$f(x)=\ln(2x-1)$

a) مجموعة التعريف:

$2x-1>0 \Rightarrow x>\frac{1}{2}$

$D_f=]\frac{1}{2},+\infty[$

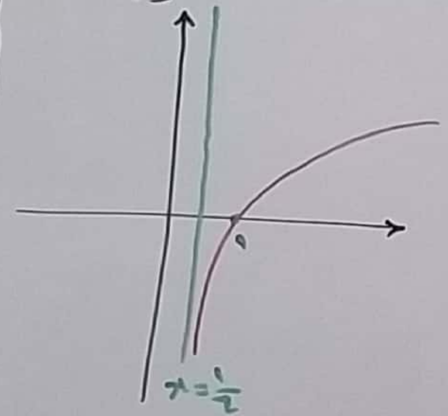
f مستمرة وقابلة للاشتقاق على D_f

$\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}^+} f(x)=-\infty$

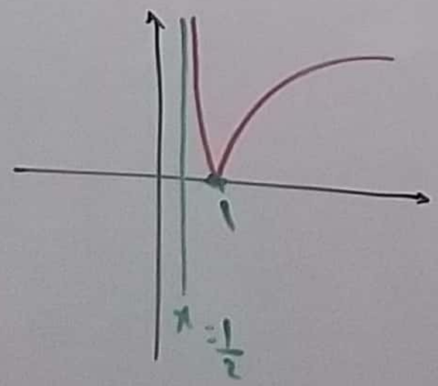
$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$

$f'(x)=\frac{2}{2x-1}>0$

x	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
f'		$+$
f		$-\infty \nearrow +\infty$



$f_1(x)=|\ln(2x-1)|$
$=|f(x)|$



3) لكي يكون f تقابل يجب أن يكون للمعادلة $y=f(x)$ حل وحيد

$\ln(2x-1)=y$

$2x-1=e^{y}$

$2x=1+e^{y} \Rightarrow$

$x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{y}$

والمعادلة حل وحيد إذن f تقابل.

$f^{-1}(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{x}$

C_f ، $C_{f^{-1}}$ متناظران بالنسبة لمنصف الربعين الأول والثالث.