مركز اونلاين التعليمي

الجلسة الامتحانية لمادة الرياضيات للثالث الثانوي العلمي

لعام 2021

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

جلسة مراجعة التحليل

السؤال الأول: ليكن C الخط البياني للتابع المعرف على R وفق:

$f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ والمطلوب:

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ و الخط C.

السؤال الثاني: حل المعادلة: $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$ في R.

السؤال الثالث: حل المعادلة التفاضلية $2y' + 3y = 0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4, 1)$. (أو يعطى ميل المماس)

السؤال الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R/\{-3\}$ وفق:

$f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3}$

1) اكتب التابع f بالشكل: $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$

2) أثبت أن المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$

3) احسب $\int_0^2 f(x)$

السؤال الخامس: أثبت أن: $1 \le \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} \le \frac{x^2-1}{x^2+1}$

ثم استنتج $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1}$

هام جدا :

راجع شرح تابع الجزء الصحيح و حالات استنتاج خط بياني من مكثفة طريقك نحو ال600 صفحة 39 و 40

السؤال السادس: ليكن التابع : $x \to f(x) = x - \ln x$ المعرف على $I =]0, +\infty[$ والمطلوب:

1) جد $f(1)$، واحسب $f'(x)$ على هذا المجال ثم $f'(1)$.

2) ما نهاية $\lim_{x\to1} \frac{x-\ln x-1}{x-1}$

3) استنتج مشتق التابع $h(x) = \sqrt{x} - \ln\sqrt{x}$ واستنتج مشتق التابع $f(\ln x)$

السؤال السابع: ليكن التابع المعرف على R وفق: $f(x) = \sqrt{x^2+2x+4}$

1) a. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم $\lim_{x\to+\infty} (f(x) - (x+1))$

b. استنتج وجود مقارب مائل Δ للخط البياني C الخط البياني للتابع f في جوار ال $+\infty$

c. ادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C

2) a. احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

b. أثبت وجود عدد حقيقي a يحقق $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = a$ وأن نهاية $f(x) - ax \to x$ عند $-\infty$ عدد حقيقي b.

c. استنتج وجود مقارب مائل Δ' للخط البياني C للتابع f في جوار ال $-\infty$

السؤال الثامن: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R/\{-2,2\}$ وفق:

$f(x) = 1 + \frac{1}{x^2-4}$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الكبرى محلياً ، وأوجد معادلة كل مستقيم مقارب للخط C يوازي المحور xx' أو يوازي المحور yy' .

2) ارسم كل مقارب وجدته للخط C ثم ارسم C.

3) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C والمحور xx' والمستقيمين $x = 1$ و $x = -1$.

السؤال التاسع: ليكن f المعرف على المجال $]2, +\infty[$ وفق:

$f(x) = x - 4 + \sqrt{x-2}$

1) ادرس تغيرات f على المجال $]2, +\infty[$ ونظم جدولاً بها.

2) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً.

3) اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3.

السؤال العاشر: أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x) = \frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$

ثم أعط عدداً حقيقياً α يحقق الشرط إذا كان $x > \alpha$ كان $f(x) \in]2.9, 3.1[$

السؤال الحادي عشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق:

$f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ، واستنتج المقارب الموازي لمحور الفواصل وادرس وضع C بالنسبة إليه.

2) ارسم كل مقارب وجدته، وارسم C.

السؤال الثاني عشر: أثبت أن للمعادلة $x^3 + x + 1 = 0$ حلاً وحيداً α في R ثم بيّن $\alpha \in]-1, 0[$.

السؤال الثالث عشر: ليكن التابع f المعرف على R وفق:

$f(x) = xe^{-x}$ والمطلوب:

1) احسب $\int_0^{\ln 3} f(x)\, d(x)$.

2) أثبت أن التابع $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y' + y = e^{-x}$

السؤال الرابع عشر: حل المعادلة $4^x = 5^{x+1}$.

السؤال الخامس عشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = \sqrt{x^2+4x+5}$

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) اكتب ثلاثي الحدود $x^2 + 4x + 5$ بالصيغة القانونية، (متمماً إلى مربع كامل)

3) استنتج وجود مقارب مائل للخط البياني واكتب معادلته.

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال السادس عشر: ليكن التابع f المعرف على R وفق:

$f(x) = \frac{x^2+|x|}{x^2+1}$ والمطلوب:

1) ما نهاية التابع f عند $-\infty$

2) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين، ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطه البياني C_f في النقطة $A(0,0)$.

السؤال السابع عشر: حل في R :

$\ln(x+1) + \ln x = \ln(x-1)$ و $\ln|x-2| + \ln(x+4) = 3\ln 2$

السؤال الثامن عشر: إذا كان $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$ أياً يكن x من R^* ، أوجد نهاية التابع f عند الصفر.

السؤال التاسع عشر: نفترض وجود تابع f معرف على R واشتقاقي عليها، ويحقق $f(0) = 0$ و $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ عند كل x من R. وليكن C خطه البياني في معلم متجانس (لن نبحث عن عبارة $f(x)$).

1) ليكن g التابع المعرف على R وفق $g(x) = f(x) + f(-x)$.

a. تحقق أن g اشتقاقي على R. واحسب $g'(x)$.

b. احسب $g(0)$ واستنتج ان التابع f فردي.

السؤال العشرون: ليكن التابع $f(x) = e^x - 1$

1) حل المتراجحة $f(x) \leq 0$.

2) احسب $\int_0^{\ln 2} f(x)\, d(x)$.

السؤال الحادي والعشرون: ليكن f التابع المعرف على R وفق:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & : x \neq 0 \\ m & : x = 0 \end{cases}$$

1) جد نهاية التابع f عند الصفر.

2) عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر.

السؤال الثاني والعشرون: ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x) = 3\sin^2 x + 4\cos^3 x$.

1) اوجد كلا من $f(-x)$ و $f(x+2\pi)$،استنتج أنه تكفي دراسة f على $[0,\pi]$.

2) تحقق أن $f'(x) = 6\cos x \cdot \sin x\,(1 - 2\cos x)$، عند كل عدد حقيقي x.

3) ادرس f على $[0,\pi]$

السؤال الثالث والعشرون: اثبت أنه أيا كانت $x > 0$ فإن $\ln x \leq x$

السؤال الرابع والعشرون : أولا :ليكن التابع $f(x) = x\ln x - x$ المعرف على $]0,+\infty[$

1- ادرس التغيرات

2- برهن للمعادلة $x\ln x - x = 1$ حل وحيد في المجال $]0,+\infty[$

3- ارسم الخط البياني للتابع

ثانيا : ليكن التابع $f(x) = \sin x$ المعرف على R وبافتراض أن f اشتقاقية n مرة على R

اثبت بالتدريج أنه أيا كان nعدد طبيعي موجب تماما فإن $f^n(x) = \sin(\frac{\pi}{2}n + x)$

السؤال الخامس والعشرون: حل ما يلي:

1) $(e^x - 4)\,(e^x - 1) \leq 0$

2) $e^{2x^2+3} = e^{7x}$

3) $\frac{e^x}{1-2e^x} = 5$

السؤال السادس والعشرون: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف بالعلاقة $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-d}$. جد الأعداد الحقيقية a و b و c و d علماً أن الخواص الآتية محققة:

- المستقيم الشاقولي الذي معادلته $x = 3$ مقارب للخط C.
- المستقيم المائل الذي معادلته $y = 2x - 5$ مقارب للخط C عند $+\infty$ و $-\infty$.
- تنتمي النقطة $A(1,2)$ إلى الخط C.

السؤال السابع والعشرون: أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$ عند 5، ثم أوجد مجالاً I مركزه 5 يحقق انتمى $f(x)$ إلى المجال $]3.95,4.05[$

السؤال الثامن والعشرون: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = \sqrt{4x^2 - 4x + 3}$

1) ادرس نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$.

2) a. اكتب $4x^2 - 4x + 3$ بالشكل القانوني.

b. ادرس نهاية التابع h المعرف وفق $h(x) = f(x) - \sqrt{(2x-1)^2}$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$

c. استنتج أن الخط C يقبل مستقيمين مقاربين مائلين يُطلب إيجاد معادلتيهما.

3) أثبت أن الخط C يقع فوق كل من هذين المقاربين.

السؤال التاسع والعشرون: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = \sqrt{|4x^2 - 1|}$.

1) ادرس نهاية التابع f عند $-\infty$ وعند $+\infty$

2) a. احسب $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - 3x)$ ما استنتج المقاربين والوضع النسبي

b. احسب $\lim_{x\to-\infty}(f(x) + x)$

السؤال الثلاثون: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = \frac{x}{x^2+2}$.

1) أعط معادلة لمماس C في النقطة التي تساوي فاصلتها 1.

2) هل يقبل C مماساً موازياً للمستقيم الذي معادلته $y = -\frac{1}{4}x$ ؟

3) هل يقبل C مماساً موازياً للمستقيم الذي معادلته $4x - y = 0$ ؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

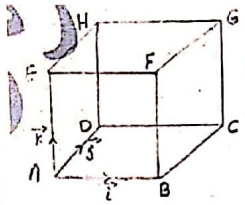
جلسة مراجعة الهندسة

السؤال الأول:

1) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$.
2) تحقق أن المستوي P الذي معادلته : $P:\ X - Y + Z + 3 = 0$ يمس الكرة S.

السؤال الثاني: في الشكل المجاور: ABCDEFGH مكعب طول حرفه 2

نتأمل المعلم المتجانس$(A,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$، $\overrightarrow{AB} = 2\vec{\imath}$ ، $\overrightarrow{AD} = 2\vec{\jmath}$ ، $\overrightarrow{AE} = 2\vec{k}$



1) اكتب معادلة المستوي (GBD).
2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC).
3) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD).
4) جد إحداثيات النقطة M التي تحقق: $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$.
5) أثبت تعامد المستقيمين $(HM),(EC)$.

السؤال الثالث: اكتب شعاعيّ التوجيه للمستقيمين d و d' :

$$d:\begin{cases} X = t + 1 \\ Y = -3t + 2 \\ Z = -3t + 3 \end{cases} \quad ;t \in \mathbb{R}$$

$$d':\begin{cases} X = 5 \\ Y = -3s \\ Z = -s + 1 \end{cases} \quad ;s \in \mathbb{R}$$

وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستوي واحد؟ علل إجابتك.

هام جدا حالة مستقيمان منطبقان

السؤال الرابع: نتأمل في المعلم المتجانس:

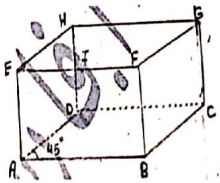
$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقطتين A(2,0,1) و B(1,2,1) والمطلوب: اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

السؤال الخامس: لتكن النقاط $A(1,-1,2)\ ,B(2,1,0)\ ,C(2,3,-1), D(0,0,2)$

1. عين احداثيات G مركز الابعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1),(B,2),(C,2),(D,1)$
2. حدد S مجموعة النقاط التي تحقق $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{2MB} + \overrightarrow{2MC} + \overrightarrow{MD}\| = 6$
3. جد معادلة للمجموعة S

السؤال السادس: $ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه $AB = 2$ و $BC = GC = 1$

وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي 45° والنقطة I منتصف $[FE]$ والمطلوب:



1) احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ 2- عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$

السؤال السابع: في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقاط

A(2,1,3) ، B(1,0,−1) ، C (4,0,0) ، D(0,4,0) ، $E(1,-1,1)$

1) جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$.
2) أثبت أن النقاط C, D, E ليست واقعة على استقامة واحدة.
3) أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE).
4) اكتب معادلة المستوي (CDE).
5) احسب بعد B عن المستوي (CDE).
6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE).

السؤال الثامن: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقاط التالية:

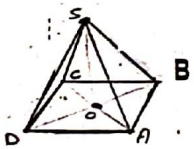
A(0,2,−2) ،B(−1,2,−1) ،C(−2,1,1) ،D(0,3,−3)

1) أثبت أن النقاط A, B, C, D تقع في مستوي واحد. أو (اثبات ارتباط ثلاثة أشعة)
2) أثبت أن النقاط D, C, B تقع على استقامة واحدة.

السؤال التاسع: عيّن طبيعة مجموعة النقاط $M(X,Y,Z)$ التي تحقق:

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - 2X + 6Y - 2 = 0$$

السؤال العاشر: ليكن $S - ABCD$ هرم قاعدته مربع طول ضلعه يساوي 5 وطول كل حرف من حروفه الجانبية يساوي 5 ولتكن O مرتسم S القائم على القاعدة والمطلوب:



1) احسب $\overrightarrow{SD}.\overrightarrow{SC}$
2) احسب طول القطر BD ثمّ احسب $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DS}$
3) عيّن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D,2)$ $(C,3)$ $(S,1)$

السؤال الحادي عشر: في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقطتان

A(2,1,−2) , B(7,−2,0) والشعاعان $\vec{u}(2,-1,0)$, $\vec{v}(-3,1,2)$ والمطلوب:

1) أثبت أن الأشعة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطة خطياً.
2) اكتب معادلة المستوي الذي يقبل $\vec{v}$ و $\overrightarrow{AB}$ شعاعي توجيه له ويمر من A.

السؤال الثاني عشر: لكن النقاط A(1,0,−1) ،B(2,2,3) ،C(3,1,−2)،

D(−4,2,1) بيّن مع التعليل صحة أو خطأ المقولات التالية :

1) المثلث ABC قائم.
2) النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة.
3) المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).

السؤال الثالث عشر: $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB = 4$ و $CG = 2$ و $BC = 2$ والنقطة I منتصف AB والنقطة J منتصف CG ولدينا المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$ والمطلوب:

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

جلسة مراجعة (تحليل توافقي+ احتمالات)

السؤال الأول: في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة.

السؤال الثاني: في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال،بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من رئيس ونائب رئيس وأمين سر؟

السؤال الثالث: في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة:

1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة؟
2) بكم طريقة يمكن الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية؟

السؤال الرابع: في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب، احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة

السؤال الخامس: صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء نسحب عشوائيا ثلاث كرات معاً، نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة صفر فيما عدا ذلك والمطلوب:

1) نظم جدول القانون الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي وتباينه وانحرافه المعياري.
2) أعِد المسألة السابقة في حال السحب على التتالي مع إعادة.
3) أعِد المسألة السابقة في حال السحب على التتالي دون إعادة.

السؤال السادس: عيّن في منشور $(x^2-\frac{2}{x})^{12}$ الحد الذي يحوي x^{12} والحد المستقل عن x.

السؤال السابع: نلقي قطعة نقود غير متوازية ثلاث مرات متتالية، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية يساوي $\frac{1}{3}$ ، نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار.

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X، واكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي وتباينه.

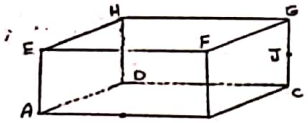
السؤال الثامن: صندوق يحوي 11 كرة متماثلة فيها 7 كرات خضراء و واحدة بيضاء و3 كرات حمراء نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين على التتالي مع إعادة ونتأمل المتحول العشوائي X الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة والمطلوب، عيّن قيم المتحول العشوائي X ثم نظم جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي.

السؤال التاسع: يحوي صندوق 6 بطاقات مرقمة بالأرقام 1,2,3,4,5,6 نسحب منه عشوائيا بطاقتين على التتالي دون إعادة. ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على أصغر رقمي البطاقتين المسحوبتين والمطلوب:

1) عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي.
2) احسب التوقع الرياضي $E(X)$ والتباين $V(X)$.

السؤال العاشر: أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية (X,Y) علما أن المتحولين العشوائيين X، Y مستقلان احتماليا.

X \ Y	0	1	2	قانون X
0				0.4
1			0.04	
2	:			
قانون Y	0.3			



1) اكتب معادلة المستوي (IFH).
2) هل المستقيمان (DG) و (IJ) متعامدان. احسب $\cos\widehat{IJD}$.
3) برهن أن الأشعة $\overrightarrow{AF}$ و $\overrightarrow{AH}$ و $\overrightarrow{DB}$ مرتبطة خطياً.
4) جد إحداثيات M التي تحقق: $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$.
5) احسب بعد G عن المستوي (IFH) ثم أوجد مسقطه القائم على المستوي (IFH)

السؤال الرابع عشر: في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقاط

$A(1,0,-1)$ ، $B(2,2,3)$ ، $C(3,1,-2)$ ، $D(-4,2,1)$

1) أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته.
2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم المستوي (ABC) واستنتج معادلة المستوي (ABC).
3) احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

السؤال الخامس عشر: في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(1,1,0)$ ، $B(1,2,1)$ ، $C(4,0,0)$ والمطلوب:

1) أثبت أن النقاط A,B,C ليست على استقامة واحدة.
2) أثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $X+3Y-3Z-4=0$
3) ليكن المستويان Q و P معادلتهما : $P: X-2Y-Z-4=0$

$$Q: 2X+3Y-2Z-5=0$$

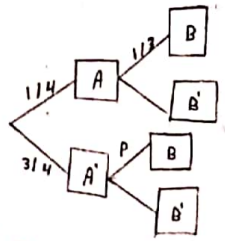
أثبت أن المستويان يتقاطعان في الفصل المشترك d ذو التمثيلات الوسيطية التالية:

$$d:\begin{cases}X=t-2\\Y=3\\Z=t\end{cases};\ t\in R$$

4) ماهي نقطة تقاطع المستويات Q و P و (ABC).
5) احسب بعد A عن المستقيم d.

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال الحادي عشر: ليكن B و A حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية معروضة بالمخطط الشجري المجاور...كيف نختار p حتى يكون الحدثان B و A مستقلين احتماليا.



السؤال الثاني عشر: يشتري أحد المحلات 70% من قطع الغيار التي يحتاجها من المصنع A ويشتري الباقي من المصنع B...نفترض أن نسبة الإنتاج المعيب في المصنع A هي 5% وفي المصنع B هي 8% نختار عشوائيا قطعة غيار من المحل والمطلوب:

1) أوجد احتمال أن تكون القطعة معيبة.
2) إذا كانت القطعة معيبة، فما احتمال أن تكون من إنتاج المصنع B.

السؤال الثالث عشر: نتامل حجر نرد متوازن فيه أربع وجوه ملونة بالأسود و وجهان ملونان بالأحمر نلقي الحجر خمس مرات متتالية وليكن X متغير عشوائي يقرن بنتيجة التجربة عدد الوجوه السوداء والمطلوب:

1) اكتب مجموعة قيم المتغير X.
2) احسب قانون X الاحتمالي ونظم جدولاً به.

السؤال الرابع عشر:

عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق الشرط المعطى في الحالات الآتية:

❶ $\binom{n}{2} = 36$ ❷ $3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2}$ ❸ $\binom{10}{3n} = \binom{10}{n+2}$

السؤال الخامس عشر: ليكن x متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية..الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$ و $P(X=1) = \frac{6}{27}$ و $P(X=0) = \frac{1}{27}$

K	0	1	2	3
P(X=k)	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	...	...

1) جد $P(X=2)$ و $P(X=3)$
2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X ؟
3) احسب تباين المتحول العشوائي X ؟

السؤال السادس عشر: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أيا من القيم :

0,1,2,3,4,5 والمطلوب:

1) ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل.
2) ماهو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى.

السؤال السابع عشر: يحتوي صندوق على خمس كرات مرقمة بالأرقام 1,2,3,4,5 نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة :

1) كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب.
2) كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي.

السؤال الثامن عشر: يحتوي صندوق على خمس كرات،ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0,1,2 وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0,1 نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق:

1) الحدث A: الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته، احسب P(A).
2) نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين.

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي، ثمّ احسب توقعه الرياضي.

السؤال التاسع عشر: تتألف عائلة من أربعة أطفال. نقبل أنه عند كل ولادة احتمال ولادة طفل ذكر يساوي احتمال ولادة طفل أنثى. ونفترض أن الولادات المتتالية هي أحداث مستقلة احتمالياً. نرمز A و B و C إلى الأحداث:

A : (للأطفال الأربعة الجنس نفسه)
B : (هناك طفلان ذكران وطفلتان)
C : (الطفل الثالث أنثى)

1) احسب احتمال وقوع كل من الأحداث A و B و C
2) احسب $P(A \cap C)$ ثم $P(C|A)$ أيكون الحدثان A و C مستقلين احتمالياً؟
3) احسب $P(B \cap C)$ ثم $P(C|B)$ أيكون الحدثان B و C مستقلين احتمالياً؟

السؤال العشرون : عين قيمة n في المعادلة الآتية

$$P_{n+2}^{4} = 14P_{n}^{3}$$

السؤال الواحد و العشرون : راجع المسألة 16 من الكتاب صفحة 203

مخطط حالات السحب

نوع السحب	الترتيب	القانون	المقام	العكس
السحب معاً	لا يوجد أهمية للترتيب	توافيق $\frac{(\ )}{(\ )}$	توافيق	لا يوجد عكس (3,2) هي نفسها(2، 3)
على التتالي دون إعادة	يوجد أهمية للترتيب	المبدأ الأساسي $\overline{5} \times \overline{4}$ الكسور بحسب عدد الأشياء المسحوبة	يتناقص	يوجد عكس (2,3) مختلفة عن (3,2)
على التتالي مع إعادة	يوجد أهمية للترتيب	المبدأ الأساسي $\overline{5} \times \overline{5}$ الكسور بحسب عدد الأشياء المسحوبة	لا يتناقص	يوجد عكس (2,3) مختلفة عن (3,2)

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

جلسة مراجعة المتتاليات

السؤال الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n = 3n + 1$

1) أثبت أنها حسابية وعيّن أساسها ثمّ احسب المجموع $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots u_{14}$

2) برهن أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً.

السؤال الثاني: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = 2u_n - 3$ ، نعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$:

1) أثبت أن (v_n) هندسية ثمّ عيّن أساسها وحدها الأول.

2) اكتب u_n بدلالة n.

السؤال الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n + 1}$

1) أثبت أن $u_n \geq u_{n+1} \geq 1$

2) استنتج أن (u_n) متناقصة.

السؤال الرابع: $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية فيها $u_1 = 6$ و $u_0 = -2$

1) أوجد أساس المتتالية ثمّ اكتب u_n بدلالة n.

2) احسب المجموع $S = u_2 + u_3 + \cdots u_{10}$.

السؤال الخامس: $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية فيها $u_0 = -2$ و $q = 2$

1) احسب u_5 .

2) احسب المجموع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

السؤال السادس: لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفتان كما يلي:

$u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$ و $v_n = u_n + \frac{1}{u_n}$

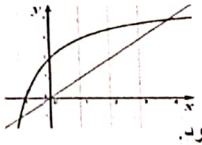
أثبت أن هاتين المتتاليتين متجاورتين.

السؤال السابع: لتكن المتتاليتان المعرفتان وفق:

$u_n = 1 + \frac{1}{n^2}$ و $t_n = 1 - \frac{1}{n}$ ، أثبت أنهما متجاورتان ثمّ بيّن نهايتهما المشتركة.

السؤال الثامن: نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ كما يلي:

$u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n + 4}{u_n + 2}$



1) باستعمال الرسم، مثّل على محور الفواصل ودون حساب الحدود u_1, u_2, u_3:

2) ضع تخميناً حول اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وتقاربها ونهايتها.

*صيغة أخرى للسؤال: يطلب رسم المنصف الأول $y = x$ ورسم C ثمّ تمثيل الحدود.

السؤال التاسع: لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق

$S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots \frac{1}{3^n}$ والمطلوب:

1) أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً.

2) أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^n})$، ثمّ استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبيّن أنها متقاربة.

السؤال العاشر: نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية:

$u_0 = 3$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ عند كل $n \geq 0$ والمطلوب:

1) أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2, +\infty[$.

2) أثبت بالتدريج أن $u_n \geq u_{n+1} \geq 2$ أياً كان العدد الطبيعي n.

3) استنتج أن المتتالية متقاربة واحسب نهايتها.

السؤال الحادي عشر: ليكن التابع $f(x) = \sqrt{2 + x}$ المعرف على $]-2, +\infty[$

1) ادرس تغيرات f على $]-2, +\infty[$ وارسم خطه البياني C.

2) احسب مساحة السطح المحصور بين C و محور xx' والمستقيمين $x = 0$ و $x = 2$.

3) لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة بالعلاقة التدريجية $u_0 = 1$

$u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$: a) أثبت أن $u_n \leq u_{n+1} \leq 2$

b) أثبت أنها متقاربة واحسب نهايتها المحتملة.

السؤال الثاني عشر: ليكن $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ في حالة عدد طبيعي غير معدوم n

1) جد عددين a و b يحققان $u_n = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$

2) لتكن S_n تمثل المجموع $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n = \sum_{k=1}^{n} u_k$. أثبت أن

$S_n = \frac{n}{(n+1)}$

3) ادرس اطراد المتتالية $(S_n)_{n\geq 1}$

السؤال الثالث عشر: ليكن n عدد طبيعي أثبت بالتدريج :

$4^n + 5$ مضاعف للعدد 3 .

أوائل حقل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

جلسة مراجعة العقدية

السؤال الأول: ليكن العددان العقديان : $Z_1 = 1 + \sqrt{3}\,i$ و $Z_2 = 1 + i$ والمطلوب:

1) اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد Z_1 و Z_2 و$\frac{Z_1}{Z_2}$.

2) اكتب بالشكل الجبري $\frac{Z_1}{Z_2}$ ، واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$.

السؤال الثاني: لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $Z = -1 + i$ والمطلوب:

1) اثبت أن Z^8 عدداً حقيقياً.

2) جد العدد Z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه A $(1+i)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$

السؤال الثالث: ليكن α عدد حقيقي من المجال $[0, \pi]$ و Z عدد عقدي و $f(z)$ كثير جدود معرف ب :

$f(z) = z^3 - (1 - 2\sin\alpha)z^2 + (1 - 2\sin\alpha)z - 1$ والمطلوب:

1) تحقق أن العدد 1 جذر لكثير الحدود $f(z)$

2) عيّن العددين العقديين a و b بحيث $f(z) = (z-1)(z^2 + 4z + b)$

3) حل في C المعادلة $f(z) = 0$

السؤال الرابع: في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ نتأمل النقاط A و B و C و M التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $a = -i$ ، $b = 1 - i$

$m = -1 + i$ ، $d = 2i$ والمطلوب:

1) مثّل الأعداد $a = -i$ و $b = 1 - i$ و $m = -1 + i$ و $d = 2i$ في المستوي.

2) احسب العدد العقدي c الممثل للنقطة C صورة النقطة D وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3) أثبت أن النقاط B و O و M تقع على استقامة واحدة.

4) احسب $\arg\left(\frac{d-c}{m}\right)$ واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان.

5) حلل في C ما يلي إلى عوامل خطية من الدرجة الأولى: $Z^3 + 4Z^2 + 29\,Z$

6) عيّن العددين العقديين Z و W المحققان لجملة المعادلتين:

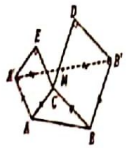
$$\begin{cases} 2Z - W = -3 \\ 2\bar{Z} + \bar{W} = -3 + 2\sqrt{3}\,i \end{cases}$$

7) أوجد e صورة m وفق تحاكي مركزه b ونسبته -3 .

8)أوجد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $Z = 3 + 4\,i$ (حل المعادلة $Z^2 = 3 + 4\,i$)

9) أوجد k ليكون $ABCK$ متوازي أضلاع

السؤال الخامس: ليكن المثلث ABC في المستوي ننشئ على ضلعيه $[AC]$ و $[BC]$ وخارجه المربعين $ACEA'$ ، $CBB'D$ كما في الشكل المجاور:



لتكن الأعداد العقدية a, b, c, a', b' النقاط A , B، C, A', B'

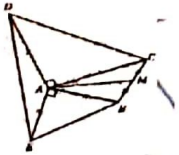
1) B' هي صورة C وفق دوران مركزه B، عيّنه واكتب الصيغة العقدية للعدد b' بدلالة b, c.

2) أثبت أن $a' = i(c - a) + a$

3) عيّن العدد العقدي m الممثل للنقطة M منتصف $[A'B']$.

4) كيف تتغير النقطة M عندما تتحول C في المستوي.

السؤال السادس: نتأمل في المستوي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً،



لتكن M منتصف $[AC]$ وليكن ACD و ABE مثلثين قائمين في A

متساوي الساقين مباشرين، نختار معلماً مبدأه النقطة A،

ونرمز بالرمزين b, c إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين B, C

1) احسب بدلالة b, c الأعداد العقدية m ،d ،e الممثل للنقاط E, D, M بالترتيب.

2) احسب $\frac{d-e}{m-a}$ ثم استنتج أن (AM) هو ارتفاع في المثلث AED وأن $ED = 2AM$

3) نفترض أن A مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D, 2)$،$(E, 3), (C, 1), (E, 3)$ احسب $\frac{c}{b}$ ثم استنتج قياس الزاوية BAC.

السؤال السابع: ليكن لدينا كثير الحدود $p(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$ ... والمطلوب:

1) أثبت أن $p(-1) = 0$

2) اكتب $p(z)$ بالشكل $p(z) = (z+1)Q(z)$

3) حل المعادلة $p(z) = 0$

4) A, B, C ثلاث نقاط تمثل حلول المعادلة، أثبت أن المثلث ABC متساوي الأضلاع.

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

*حلول جلسة الهندسة :

السؤال الأول :

1) $(x-x_{\text{المركز}})^2+(y-y_{\text{المركز}})^2+(z-z_{\text{المركز}})^2 = R^2-1$

$(x-0)^2+(y-0)^2+(z-0)^2=\sqrt{3}^2$

$x^2+y^2+z^2=3$

2) الشرط : $dist(\Omega,P)=R$

$\frac{|0-0+0+3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \sqrt{3}=R$

السؤال الثاني :

1) أنا خذ شعاعين من المستوي :

$\overrightarrow{GB}$, $\overrightarrow{BO}$

$\overrightarrow{GB}=(0,-2,-2)$ } وهما غير مرتبطان لعدم تناسب مركباتهما
$\overrightarrow{BO}=(-2,2,0)$ }

نفرض ناظم : $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n}\perp\overrightarrow{GB} \Rightarrow \vec{n}.\overrightarrow{GB}=0$

$\Rightarrow b\times a+(-2)(b)+(-2)(c)=0$

$\Rightarrow \boxed{-2b-2c=0}$ (1)

$\vec{n}\perp\overrightarrow{BO} \Rightarrow \boxed{-2a+2b=0}$ (2)

نفرض $c=1$ ونعوض في (1)

$-2b-2=0 \Rightarrow -2b=2 \Rightarrow b=-1$

نعوض في (2) :

$-2a+2(-1)=0 \Rightarrow a=-1$

الناظم : $\vec{n}(-1,-1,1)$

معادلة المستوي :

$a(x-x_G)+b(y-y_G)+c(z-z_G)=0$

$\Rightarrow -1(x-2)-1(y-2)+1(z-2)=0$

$\Rightarrow \boxed{-x-y+z+2=0}$

2) قانون :

$x=x_E+at$
$y=y_E+bt$; $t\in\mathbb{R}$
$z=z_E+ct$

نأخذ توجيه المستقيم $Ec=(2,2,-2)$

$x=0+2t$
$y=0+2t$; $t\in\mathbb{R}$
$z=2-2t$

3) نعوض معادلة المستقيم في المستوي :

$-(2t)-(2t)+(2-2t)+2=0 \rightarrow t=\frac{2}{5}$

نعوض في x, y, z :

$\Rightarrow x=\frac{4}{5}$, $y=\frac{4}{5}$, $z=\frac{2}{5}$

4) $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{Ec} \Rightarrow$ نفرض $M(x,y,z)$

$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z-2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow x=\frac{2}{3}$, $y=\frac{2}{3}$

$z-2=-\frac{2}{3} \Rightarrow z=\frac{4}{3}$

5) نضرب شعاعي التوجيه والناتج صفر .

$\overrightarrow{Ec}(2,2,-2)$ $\overrightarrow{HM}(\frac{2}{5},-\frac{4}{5},-\frac{2}{5})$

$\Rightarrow \overrightarrow{Ec}.\overrightarrow{HM}=\frac{4}{5}-\frac{8}{5}+\frac{4}{5}=0$

$\Rightarrow \overrightarrow{Ec}\perp\overrightarrow{HM}$

المستقيمان متعامدان .

السؤال الثالث :

$\vec{u}_d=(1,-3,-3)$
$\vec{u}_d=(1,3,-1)$
$\frac{1}{1}\neq\frac{-3}{3}$

$\Rightarrow$ الشعاعان غير مرتبطان خطياً

$\Rightarrow$ المستويان تقيمان في مستوي واحد

السؤال الرابع :

$\overrightarrow{AB}=(-1,-2,0)=\vec{n}$

$x_I=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{3}{2}$

$y_I=\frac{y_A+y_B}{2}=1$

$z_I=\frac{z_A+z_B}{2}=1$

$\Rightarrow I(\frac{3}{2},1,1)$

$-1(x-\frac{3}{2})-2(y+1)+0(z-1)=0$

$-x+\frac{3}{2}-2y-2=0$

$\Rightarrow \boxed{-x-2y-\frac{1}{2}=0}$

السؤال الخامس :

$x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C+\delta x_D}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}$

$y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C+\delta y_D}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}$

$z_G=\frac{\alpha z_A+\beta z_B+\gamma z_C+\delta z_D}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}$

ثم نعوض

2) $\|6\overrightarrow{MG}\|=6 \Rightarrow \|\overrightarrow{MG}\|=1$

مجموعة النقاط تمثل كرة مركزها G ونصف قطرها $R=1$

3) $(x-\frac{3}{2})^2+(y-\frac{7}{6})^2+(z-\frac{1}{3})^2=1$

السؤال السادس :

1) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$

$=\|\overrightarrow{AB}\|.\|\overrightarrow{AD}\|.\cos 45°$

$=2.1.\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

2) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$

$=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$

$=\overrightarrow{AF}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$

$=\overrightarrow{AF}+\frac{1}{2}\overrightarrow{FE}$

$=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FI}=\overrightarrow{AI}$

$\Rightarrow$ لذن M تنطبق على I .

السؤال السابع :

1) $\overrightarrow{AB}=(-1,-1,-4)$, $\overrightarrow{CE}(-3,-1,1)$

$\overrightarrow{CD}=(-4,4,0)$

2) نأخذ شعاعين : $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{CD}$

$\Rightarrow \frac{-4}{-3}=\frac{-1}{4}=\frac{1}{0}$

$\Rightarrow$ الأعداد غير متناسبة $\Rightarrow$ النقاط ليست على استقامة واحدة .

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

تكملة السؤال السابع :

[3] $\vec{AB} \perp \vec{CE}$

$\Rightarrow (-1,-1,-4)\times(-3,-1,+1)$

$= +3+1-4 = 0$

$\vec{AB} \perp \vec{CD}$

$\Rightarrow (-1,-1,-4)\times(-4,4,0)$

$= +4-4+0 = 0$

$\Leftarrow AB$ عمودي على المستوى (CDE)

[4] $\vec{n} = \vec{AB} = (-1,-1,-4)$

$\Rightarrow a(x-x_c)+b(y-y_c)+c(z-z_c)=0$

$\Rightarrow -1(x-4)-1(y-0)-4(z-0)=0$

$\Rightarrow \boxed{-x-y-4z+4=0}$

[5] $dist(B,CDE)$

$= \frac{|(-1)-(0)-4(-1)+4|}{\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-4)^2}} = \frac{171}{\sqrt{18}}$

$= \frac{7}{\sqrt{18}}$

[6] $(x-x_B)^2+(y-y_B)^2+(z-z_B)^2 = R$

$\Rightarrow (x-1)^2+(y-0)^2+(z+1)^2 = \left(\frac{7}{\sqrt{18}}\right)^2$

السؤال الثامن :

[1] $\vec{AB}(-1,0,1)$ ، $\vec{AC}(-2,-1,3)$

$\vec{AD}(0,1,-1)$

$\Rightarrow \vec{AB} = \alpha\vec{AC} + \beta\vec{AD}$

$$\begin{bmatrix}-1\\0\\1\end{bmatrix} = \alpha\begin{bmatrix}-2\\-1\\3\end{bmatrix} + \beta\begin{bmatrix}0\\1\\-1\end{bmatrix}$$

$-1 = -2\alpha \quad \cdots (1)$

$0 = -\alpha+\beta \quad (2)$

$1 = 3\alpha-\beta \quad (3)$

من (1) $\boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$

$\boxed{\beta = \frac{1}{2}}$: (2) لنعوض في $\Leftarrow$

لنعوض α و β في (3) :

$1 = 3\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow 1 = \frac{3}{2}-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 1 = \frac{2}{2} \Rightarrow \boxed{1=1}$

$\Rightarrow \vec{AB} = 1\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{CD}$

$\vec{AD}$ ، $\vec{AC}$ ، $\vec{AB}$ $\Leftarrow$ الأشعة مرتبطة خطيا

فالنقاط D, C, B, A تقع في مستوى واحد.

[2] $\vec{DC}(-2,-2,4)$ ، $\vec{CB}(1,1,-2)$

$\Rightarrow \frac{-2}{1} = \frac{-2}{1} = \frac{4}{-2} \Rightarrow -2 = -2 = -2$

الأشعة مرتبطة خطيا $\Leftarrow$ النقاط تقع على استقامة واحدة.

السؤال التاسع :

$x^2-2x+y^2+6y+z^2-2=0$

$x^2-2x+1-1+y^2+6y+9-9+z^2-2=0$

$(x-1)^2-1+(y+3)^2-9+z^2-2=0$

$(x-1)^2+(y+3)^2+z^2-12=0$

$(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=12$

وهي معادلة كرة طول نصف قطرها $\sqrt{12}$

ومركزها $(1,-3,0)$

[3]

السؤال العاشر :

[1] $\vec{SD}\cdot\vec{SC}$

$= \|\vec{SD}\|\cdot\|\vec{SC}\|\cdot\cos 60°$

$= 25\times\frac{1}{2} = \frac{25}{2}$

[2] $BD^2 = 5^2+5^2$ $(\vec{DB}\cdot\vec{DO} = \vec{DA}\cdot\vec{DO})$

$\Rightarrow BD^2 = 50 \Rightarrow BD = 5\sqrt{2}$

$\Rightarrow \|\vec{BO}\|\cdot\|\vec{DO}\|\cdot\cos 60$

$= 5\sqrt{2}\times\frac{5\sqrt{2}}{2}\times 1 = 25$

[3] $\vec{CH} = \frac{2}{5}\vec{CO}$

$\vec{SG} = \frac{5}{6}\vec{SH}$

$\Leftarrow (G,6)$ مركز أبعاد متناسبة للنقاط : $(S,1),(C,3),(D,2)$

السؤال الحادي عشر :

[1] الشرط : $\vec{AB} = \alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$; $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$

نفرض ..

① نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n}\perp\vec{v} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{v}=0 \Rightarrow$ --- (1)

$n\perp\vec{AB} \Rightarrow n\cdot\vec{AB}=0 \Rightarrow$ --- (2)

نفرض $c=2$ ونعوض في (1) و (2) ثم نحل الجملة

فنجد $a=-3$ و $b=1$

معادلة المستوي العامة

$x+2y+2z-3=0$

السؤال الثاني عشر :

[1] أثبت أن : $[AC]$ ، $[BC]$ ، $[AB]$

ثم احسب مساحة المثلث .

[2] ② نختبر شرط الارتباط الخطي للشعاعين $\vec{AC}$, $\vec{AD}$

③ نثبت أن الشعاع $(\vec{AD})$ متعامد مع الشعاعين $\vec{AB}$ ، $\vec{BC}$ لنبرر تعليمة السؤال.

السؤال الثالث عشر :

$A(0,0,0)$

$B(4,0,0)$, $C(4,2,0)$, $D(0,2,0)$

$E(0,0,2)$, $F(4,0,2)$, $G(4,2,2)$

$H(0,2,1)$, $I(2,0,0)$, $J(4,2,1)$

[1] $\vec{n}\perp\vec{IF} \Rightarrow 2a+2c=0$ (1)

$\vec{n}\perp\vec{FH} \Rightarrow -4a+2b=0$ (2)

نفرض $c=1$ فنجد $\vec{n}(-1,-2,1)$

$\Rightarrow \boxed{-x-2y+z+2=0}$

[2] $\vec{IJ}\cdot\vec{DJ} = 5\neq 0$ ⇐ ليست متعامدان

[3] $\|\vec{n}\|\cdot\|\vec{IJ}\|\cos\hat{IJO} = \vec{IJ}\cdot\vec{JO}$

$\Rightarrow \cos = \frac{1}{\sqrt{17}}$

[4] الشرط : $\vec{DB} = \alpha\vec{AF}+\beta\vec{AH}$

$\begin{pmatrix}4\\0\\0\end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix}4\\0\\2\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \alpha=1$, $\beta=-1$

$\Rightarrow \vec{DB} = \vec{AF}+\vec{AH}$

[5] $\vec{EM} = \frac{1}{3}\vec{EC} \Rightarrow$ $M(x,y,z)$ مرجح

$\Rightarrow M\left(\frac{4}{3},\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$

[6] $dist = \frac{4}{\sqrt{6}}$

[7] $\vec{n}=\vec{CC'}$ نفرض $C'(x,y,z)$ مستقيمة

CC' : $\begin{cases}x=t+4\\y=2t+2\\z=-t+1\end{cases}$; $t\in\mathbb{R}$ $\Rightarrow C'\left(\frac{11}{3},\frac{8}{3},\frac{5}{3}\right)$ نعوض

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

تصحيح حلول جلسة الهندسة :

السؤال الرابع عشر :

1) أ) نحسب $[AB]$ و $[BC]$ و $[AC]$ ثم نعكس فيثاغورث .

$$\text{مثلث قائم} = \frac{1}{2} \times \text{طول ضلع القائم الأول} \times \text{طول ضلع القائم الثاني}$$

2) يكفي أن يتحقق :

$$\vec{n}.\vec{AB} = 0 \quad , \quad \vec{n}.\vec{AC} = 0$$

ثم : قانون معادلة المستوي وتحويض .

3) $$dist[D,(ABC)] = \frac{1}{\sqrt{1}}$$

$V = \frac{1}{3} S.h$ ← بالطلب الأول .

السؤال الخامس عشر :

1) نوجد سحاميد بنرهن غير مرتبطين خطياً .

2) نعوض A و B و C في المعادلة أو نوجد معادلة المستوي .

3) نعوض المعادلات الوسيطية فنحصل المستقيم في معادلتي المستويين فينتج $1 = 0$ و $0 = 0$

4) نعوض معادلات المستقيم المشترك لـ P و Q في معادلة (ABC) فنتحصل t ثم نعوضها في المعادلات الوسيطية .

5) أ) نوجد معادلة مستوي يمر من A ومتجه سمتي توجيه d $(1,0,1)$ ثم نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي ونحسب t ثم نعوض في معادلات d فينتج المستقيم القائم لـ A وليكن A' ثم نوجد $[AA']$ نقانون بعد نقطة عن مستقيم

السؤال الخامس والعشرون : (تحليل)

$$\frac{e^x}{1-2e^x} = 5 \Rightarrow e^x = 5 - 10e^x \Rightarrow 11e^x = 5$$

$$e^x = \frac{5}{11} \Rightarrow x = \ln\frac{5}{11}$$

$$e^{2x^2+3} = e^{7x} \Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 25 \Rightarrow x_1 = 3 \, , \, x_2 = \frac{1}{2}$$

تصحيل السؤال الخامس $(e^x-1)(e^x-4) < 0$

نحسب الإشارة $(e^x-1)(e^x-4) = 0$

لما $e^x - 1 = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

أو $e^x - 4 = 0 \Rightarrow e^x = 4 \Rightarrow x = \ln 4$

x	$-\infty$		0		$\ln 4$		$+\infty$
الإشارة	$+$	0	$-$	0	$+$		

$$\Rightarrow S =]0, \ln 4[$$

حلول جلسة العشرين :

السؤال الأول :

1) $r = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$

$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{1}{2}$

$\sin\theta = \frac{b}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\theta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow z_1 = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$

$\Rightarrow z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ← الشكل الأسي

$r = \sqrt{1+1} \Rightarrow r = \sqrt{2}$

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ، $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow z_2 = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]$

$\Rightarrow z_2 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ← الشكل الأسي

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]}{\sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]}$$

عند القسمة نطرح الزاويتين ونقسم :

$$= \sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$= \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right]$$

2) $$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$$

$$= \frac{1-\sqrt{3}i\,(1-i)}{1+i(1-i)} = \frac{1-i+\sqrt{3}i+\sqrt{3}i^2}{1-i^2}$$

$$= \frac{1-i+\sqrt{3}i+\sqrt{3}}{1+1} = \frac{1+\sqrt{3}+i(\sqrt{3}-1)}{2}$$

$$= \frac{1-\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}-1}{2}i$$

استنتاج الزاوية :

$$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(1+\sqrt{3})(\sqrt{2})}{(2\sqrt{2})(\sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

$\sin\theta = \frac{b}{r}$

السؤال الثاني :

1) $z^8 = (-1+i)^8$

$r = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ ، $\sin\theta = \frac{b}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\theta = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

$\Rightarrow z = \sqrt{2}\left[\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right]$

دوموافر :

$\Rightarrow z^8 = \sqrt{2}^8\left[\cos 8\frac{3\pi}{4} + i\sin 8\frac{3\pi}{4}\right]$

$= \sqrt{2}^8\left[\cos 6\pi + i\sin 6\pi\right]$

$= \sqrt{2}^8\left[\cos 6\pi + i\sin 6\pi\right]$

$= 2^4\left[1 + i0\right] = 16 \in \mathbb{R}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

2 $z' - (1+i) = e^{i\frac{\pi}{4}}[z-(1+i)]$

$z' - 1 - i = \left[1\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right] \times [-1+i-1-i]$

$\Rightarrow z' - 1 - i = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right][-2]$

$\Rightarrow z' = \sqrt{2} - i\sqrt{2} + 1 + i$

$\Rightarrow z' = -\sqrt{2} + 1 + i(1-\sqrt{2})$

وهو المطلوب .

السؤال الثالث :

1 نفرض العدد (1) ، بدلك z فنجد : $P(1) = 0$ أي العدد 1 جذر .

2 ننشر الطرف الثاني ثم نطابقه مع $P(z)$ المعطاة .

$P(z) = z^3 + (a-1)z^2 + (b-a)z - b$

بالمطابقة نجد :

$-1 + 2\sin\alpha = a - 1 \quad \ldots (1)$

$1 - 2\sin\alpha = b - a \quad \ldots (2)$

$-1 = -b \quad \ldots (3)$

من (3) نجد : $b = 1$

من (1) نجد $a = 1 + 2\sin\alpha$ نعوض في (2) للتأكد $\Leftarrow$ صحيحة .

3 $P(z) = 0 \Rightarrow$

إما $z - 1 = 0 \Rightarrow z = 1$

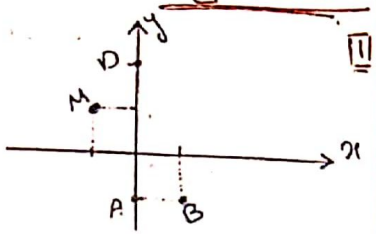
أو $(z^2 + 2\sin\alpha z + 1) = 0$

$\Delta = -4\cos^2\alpha < 0$

$z_1 = \ldots = -\sin\alpha + \cos\alpha\, i$

$z_2 = \ldots = -\sin\alpha - \cos\alpha\, i$

السؤال الرابع :



1

2 $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$

$c - (o) = i(2i - o)$

$\Rightarrow c = -2$

3 $\overrightarrow{Bo}(-1,1)$ ، $\overrightarrow{BM}(-2,2)$

$\Rightarrow \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

المركبات متناسبة فالمستقيمان حريتقان ذهنياً والتقاطع عند استقامة واحدة .

4 $\arg = 0$ ، $\arg = \frac{d-c}{m}$

$\arg = \frac{2i+2}{-1+i} = \frac{2i+2i(-1-i)}{-1+i(-1-i)}$

$= (-2i) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$

$\Rightarrow \overrightarrow{cd} \perp \overrightarrow{oM}$

فالمستقيمان (cd) و (oM) متعامدان .

5 $z^3 + 4z^2 + 29z$

$z(z^2 + 4z + 29) \rightarrow$ نحل بطريقة Δ

$\Delta = b^2 - 4ac = -100$

$\Rightarrow z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-4+10i}{2} = -2+5i$

$z_2 = \overline{z_1} = -2-5i$

$(z-(-2-5i))(z-(-2-5i)) = \times(z+2+5i)$

7

السؤال الخامس :

1 $b' - b = e^{i\theta}(c-b)$

$b' - b = e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}(c-b)$

$b' - b = -i(c-b)$

2 إذن a' صورة c وفق دوران مركزه a وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow a' = a - e^{i\frac{\pi}{2}}(c-a) = a'$

$= i(c-a) + a$

3 نجمع الطرفين ونقسم على 2 :

$m = \frac{a'+b'}{2} \Rightarrow m = \frac{a+i(b-a)}{2}$

4 لاتتغير النقطة m عندما تقول c في المستوي لأنه m غير مرتبطة بـ c .

السؤال السادس :

1 d صورة c وفق دوران مركزه A ، $m = \frac{b+c}{2}$ ، وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

علاقة الدوران :

$d - a = e^{i\frac{\pi}{2}}(c-a)$

$d = ic$

e صورة b وفق دوران مركزه a وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

2 $\frac{d-e}{m-a} = \frac{ic+ib}{\frac{b+c}{2}-o} = \frac{2i(c+b)}{(c+b)}$

$= 2i$ تخيلي موجب

المستقيمان (AM) و (FD) متعامدان

$\Rightarrow$ ارتفاع AM

6

$2z - w = -3 \quad (1)$

$2\overline{z} + \overline{w} = -3 + 2\sqrt{3}\,i \quad (2)$

نأخذ مرافق المعادلة الثانية :

$2z + w = -3 - 2\sqrt{3}\,i \quad (2'')$

نجمع (2'') مع (1) نجد : $4z = -6 - 2\sqrt{3}\,i$

نقسم على العدد 4 : $z = \frac{-6-2\sqrt{3}\,i}{4}$

$= \frac{-3}{2} - \frac{\sqrt{3}\,i}{2}$

ثم نعوضها في (2) ونحسب w .

7 $c - b =$ الأمثلة السنية

$e - b = -3 \times m \Rightarrow e - (1-i)$

$= 3 \times [-1+i-(1-i)] \Rightarrow e = \ldots$

8 نفرض $w = x + iy$ جذر تربيعي

$x^2 + y^2 = \sqrt{a^2+b^2} \quad \ldots (1)$

$x^2 - y^2 = a \quad \ldots (2)$

$x \cdot y = \frac{b}{2} \quad \ldots (3)$

نعوض : $x^2 + y^2 = \sqrt{25} = 5 \quad (1)$

$x^2 - y^2 = 3 \quad (2)$

$x \cdot y = 2 \quad (3)$

نجمع (1) و (2) : $2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4$

$\Rightarrow x = +2$ ، $x = -2$

نعوض في (3) :

$x_1 = 2 \Rightarrow 2 \cdot y = 2 \Rightarrow y = 1$

$w = x + iy$

$\Rightarrow w_1 = 2 + i \Rightarrow w_2 = -w_1$

أو :

$x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = -1$

$\Rightarrow w_2 = -2 - i$

5 $\frac{a+c}{2} = \frac{b+k}{2}$

نعوض ونحسب k .

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

$AB = BC = AC$ [4]

$\Rightarrow \sqrt{12} = \sqrt{12} = \sqrt{12}$

فالمثلث متساوي الأضلاع

$ED = 2AM$

نأخذ طويلة الطرفين :

$\left|\frac{d-e}{m-a}\right| = |2i| \Rightarrow \sqrt{0^2+2^2}$

$= \sqrt{4} = 2$

$\Rightarrow \frac{ED}{AM} = 2 \Rightarrow ED = 2AM$

[3] نحسب A ثم نستنتج منها $\frac{c}{b}$

$$A = \frac{1b + 1c + 2d + 3e}{1+1+2+3} = \frac{b+c+2d+3e}{7}$$

وبالتالي من الطلب الأول :

$$a = \frac{b+c+2ic-3ib}{7}$$

$= \frac{c}{b}$ نجد

$\Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{1-3i}{-1-2i} = 1+i \Rightarrow$

$\theta = \frac{\pi}{4}$

السؤال السابع :

[1] $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

$P(-1) = 0$

[2] بالقسمة الإقليدية أو العطابنة

نجد :

$P(z) = (z+1)(z^2 - 4z + 7)$

[3] $P(z) = 0$

لما $z_1 = -1$

أو $z_2 = \frac{4 + 2\sqrt{3}i}{2} = 2 + \sqrt{3}i$

$z_3 = \overline{z_2} = 2\sqrt{3}i$

مجموعة حلول المعادلة

* تتمة حلول جلسة الممتلئات :

السؤال الحادي عشر :

[1] ندرس إشارات ونتمم جدول

ونرسم خط بياني

[2] $S = \int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^2 \sqrt{2+x}\,dx$ المطلوب

$= \int (2+x)^{\frac{1}{2}} dx = \left\{\frac{2}{3}(2+x)^{\frac{3}{2}}\right\}_0^2$

$= \left\{\frac{2}{3}\sqrt{(2+x)^3}\right\}_0^2 = \ldots\ldots$

[3] (a) : نثبت بالتدريج ونستعمل التقويس الأطراف

(b) من الطلب السابق متزايدة وحدودة من الأسفل فهي متقاربة وبالتالي النهاية حل المعادلة $f(x) = x$

* حلول جلسة القليل :

السؤال الأول :

[1] $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim x + \lim \frac{x}{\sqrt{x^2(1+\frac{1}{x^2})}}$

$= +\infty + \lim \frac{x}{\sqrt{x^2}\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$

$= +\infty + \lim \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$

$= +\infty + \frac{1}{\sqrt{1+0}} = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty + \lim \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$

$= -\infty - \frac{1}{1} = -\infty$

[2] $f(x) - y_\Delta = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - (x+1)$

$= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 \Rightarrow \lim f(x) - y_\Delta =$

$= \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$

$= \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} - 1 = \frac{1}{1} - 1 = 0$

$\Rightarrow y = x + 1$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

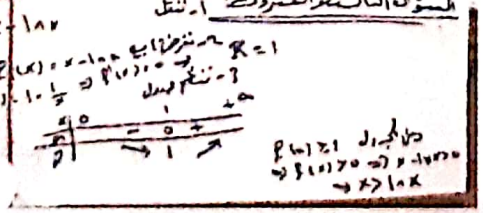
[3] ندرس وضعية الشرف

$\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 < 0$

إذن $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} < 1 \Rightarrow$ الخط C تحت المقارب

السؤال الثاني عشر المشروط : 1- نثبت

$0 \le x < \ln 2$



السؤال الثاني :

$9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$

$(3^x)^2 + 3 \cdot 3^x - 4 = 0$

$(3^x + 4)(3^x - 1) = 0$

ب) $3^x + 4 = 0 \Rightarrow 3^x = -4$

مستحيلة

$\Rightarrow \ln 3^x = \ln -4$

أو : $3^x - 1 = 0 \Rightarrow 3^x = 1$

$\Rightarrow \ln 3^x = \ln 1 \Rightarrow x \ln 3 = 0$

$\Rightarrow x = 0$

السؤال الثالث :

$y' = ay + b$

$y = Ke^{ax} - \frac{b}{a} \Rightarrow 2y' + 3y = 0$

$2y' = -3y$ نشتق : y'

$y' = -\frac{3}{2}y \Rightarrow y' = Ke^{-\frac{3}{2}xy}$

والخط البياني يمر بالنقطة $A(\ln 4, 1)$

$1 = Ke^{-\frac{3}{2}\ln 4}$

نحسب K

$1 = Ke^{\ln(4)\frac{-3}{2}} \Rightarrow 1 = K(4)^{-\frac{3}{2}}$

$K = \frac{1}{4^{-\frac{3}{2}}} = 4^{\frac{3}{2}}$

$= \sqrt{(4)^3} = 8$

$\Rightarrow y = 8e^{-\frac{3}{2}x}$

CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال الرابع :

1) نقسم البسط على المقام ثم نطبق :

$f(x) =$ ناتج القسمة + $\frac{\text{الباقي}}{\text{المقسوم عليه}}$

2) نوجد $f(x) - y$ ثم نبرهن النهاية تؤول الصفر

3) $\int_0^2 f(x)\,dx$

$= \int_0^2 \left[x - 1 + \frac{1}{x+3}\right] dx$

$= \left[\frac{x^2}{2} - x + \ln\frac{1}{-x+3}\right]_0^2 = \dots$

السؤال السادس عشر :

1) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$

2) نشكل التابع $t(x)$ المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{0\}$

$t(x) = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ عند a

$t(x) = \frac{\frac{x^2+|x|}{x^2+1} - f(0)}{x - 0}$

$= \frac{\frac{x^2+|x|}{x^2+1} - 0}{x - 0}$

$= \frac{\frac{x^2+|x|}{x^2+1}}{x} = \frac{x^2 \cdot |x|}{x(x^2+1)}$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0^+} t(x) = \lim \frac{x^2+x}{x^3+x}$

$\Rightarrow \lim \frac{x(x+1)}{x(x^2+1)} = \frac{1}{1} = 1$

السؤال الخامس :

$-1 \le \cos e^x \le +1$

نقسم على x^2 : $x^2 - 1 \le x^2 + \cos e^x \le x^2 + 1$

نقسم على x^2+1 : $\frac{x^2-1}{x^2+1} \le \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} \le \frac{x^2+1}{x^2+1}$

$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = 1$ و $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{x^2+1} = 1$ $\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} = 1$

السؤال السادس :

1) $f(1) = 1 - \ln(1) = 1 - 0 = 1$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x}$

$f'(1) = 1 - \frac{1}{1} = 0$

2) $\lim_{x\to 1} \frac{x - \ln x - 1}{x - 1} = 0$

3) $[f(x)]' = x' \cdot f'(x)$

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال السابع :

1) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+2x+4} = +\infty$ - a

$\lim (f(x) - (x+1)) = 0$

وعنه $y = x + 1$ مقارب مائل

على الخط C فوق Δ

2) a. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$

b. $\lim_{x\to-\infty} (f(x) - ax) = \lim_{x\to-\infty} (f(x) + x) = -1$

c. $\lim_{x\to-\infty} (f(x) - (-x-1)) = 0$

وعنه $y = -x - 1$ مستقيم مقارب للخط البياني C

السؤال الثامن :

1) التابع مستمر واشتقاقي على :

$]-\infty, -2[\cup]-2, +2[\cup]2, +\infty[$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1 + 0 = 1$ ، $y = 1$ مقارب بـ $-\infty$

$\lim_{x\to-2^-} f(x) = 1 + \frac{1}{0^+} = +\infty$

$\lim_{x\to-2^+} f(x) = 1 + \frac{1}{0^-} = -\infty$ مقارب $x = -2$

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = -\infty$ " " $x = 2$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$ " " $x = 2$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$ $y = 1$ مقارب بـ $+\infty$

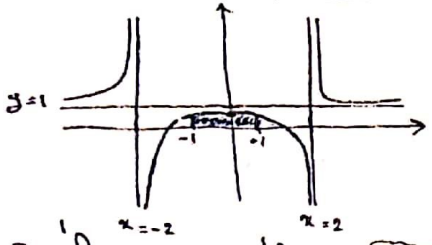
12

نشتق : $f'(x) = \frac{2x}{(x^2-4)^2}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$

$f(0) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+\ 0\ -$	‖	$-$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$ ‖	↗ $\frac{3}{4}$	‖ $+\infty$	↘ 1	



$S = \int_{-1}^{1} f(x)\,dx = \int_{-1}^{1} 1 + \frac{1}{x^2-4}\,dx$ تجزئة

$= \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$

نوحد المقامات ونطابق فنجد $A = \frac{1}{4}$ ، $B = -\frac{1}{4}$

السؤال التاسع : تمرين كامل

التابع مستمر واشتقاقي على $]2, +\infty[$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = -2$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}} > 0$

x	2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	‖ -2	↗	$+\infty$

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

$f(x) = 0$:

- $f(x)$ مستمرة وتزايدية تماماً على $[2, +\infty[$ و

$f(x) = 0 \in f([2, +\infty[) =]-2, +\infty[$

وبالتالي للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد في $[2, +\infty[$

إذا النقطة $(3, f(3))$

$f(3) = 3 - 4 + \sqrt{3-2} = -1 + 1 = 0$

نقطة $(3, 0)$.

الميل: $m = f'(3)$

$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}}$

$f'(3) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{3-2}} = \frac{3}{2}$

$y = \frac{3}{2}(x-3)$

السؤال العاشر:

1) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{3}{1} = 3$

2) $\left| \frac{3x+4}{x+1} - \frac{3}{(x+1)1} \right| < 0,1$

$\left| \frac{3x+4-3x-3}{x+1} \right| < 0,1$

$\left| \frac{1}{x+1} \right| < \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{x+1} < \frac{1}{10}$

$\Rightarrow x+1 > 10 \Rightarrow x > 9$

وهو المطلوب

السؤال الحادي عشر:

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} (x^2 + 2x + 1)e^{-x}$

$= \lim_{x \to +\infty} [e^{-x}x^2 + 2xe^{-x} + e^{-x}] = 0$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \dots\dots$

نكمل الحل ثم نرسم

السؤال الثاني عشر:

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = 3x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 0$

$\Rightarrow 3x^2 = -1 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{2}$

$f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$ متباينة

التابع تزايدية تماماً.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

التابع مستمر وتزايدية تماماً على المجال $]-\infty, +\infty[$ والصفر ينتمي لهذه صورة المجال $]-\infty, +\infty[$ وبالتالي $0 \in F(]-\infty, 0[) \Leftarrow$ المعادلة $f(x) = 0$ لها حل وحيد.

x التابع مستمر وتزايدية تماماً على المجال $]-\infty, +\infty[$ بحيث $f(x)$ تأخذ قيمتين في المجالين $]-1, 0[$

$f(-1) \cdot f(0) = 1 \times -1 = -1 < 0$

$\Rightarrow x \in]-1, 0[$

السؤال الثالث عشر:

1) $f(x) = x \cdot e^{-x}$

$\int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^3 x \cdot e^{-x}$

$\int f(x) = u \cdot v' - \int v \cdot u'$

$= -xe^{-x} + \int e^{-x}\,dx$

$= [-xe^{-x} - e^{-x}]_0^{1+3}$

$= (\quad) - (\quad) = \dots$

السؤال الرابع عشر:

$y' + y = e^{-x}$

1) نوجد حل في المعادلة ونوجد $f(x)$.

السؤال الرابع عشر:

$4^x = 5^{x+1}$

$\ln 4^x = \ln 5^{x+1}$

$x \ln 4 = (x+1) \ln 5$

$x \ln 4 - x \ln 5 = \ln 5$

$x(\ln 4 - \ln 5) = \ln 5$

$x = \frac{\ln 5}{\ln 4 - \ln 5}$

السؤال الخامس عشر: متروك

السؤال الرابع عشر: $f'(x) = \cos x$:II

بيّن $f^{(n)}(x) = f'(x)$ صحيح $\in E(\mathbb{N})$

نبرهن $f(x)$ صحيحة ونبرهن $f(x)$ صحيحة

$f^{(2n)}(x) = [f^{(n)}]' = [\sin(\frac{\pi}{2}x + x)]' = \dots\dots$

السؤال السادس عشر:

$-\ln(x+1) + \ln(x) = \ln(x-1)$

شرط الحل: $D =]1, +\infty[$

$\ln \frac{x}{x+1} = \ln(x-1)$

$\frac{x}{x+1} = x-1 \Rightarrow x = (x-1)(x+1)$

$x = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$

الناتج لا يحقق شرط الحل.

$\ln|x-2| + \ln(x+4) = 3\ln 2$

$D_1 =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

$D_2 =]-4, +\infty[$

$D = D_1 \cap D_2 =]-4, 2[\cup]2, +\infty[$

$\ln[|x-2| - (x+4)] = \ln 8$

$|x-2|(x+4) = 8$

السؤال الرابع عشر: $f'(x) = \cos x - 1$:II

بيّن $f^{(n)}(x) = f'(x)$ صحيح $\in E(\mathbb{N})$

نبرهن $f(x)$ صحيحة ونبرهن $f(x)$ صحيحة

$f^{(2n)}(x) = [f^{(n)}]' = [\sin(\frac{\pi}{2}x + x)]' = \dots\dots$

السؤال السادس عشر:

$-\ln(x+1) + \ln(x) = \ln(x-1)$

شرط الحل: $D =]1, +\infty[$

$\ln \frac{x}{x+1} = \ln(x-1)$

$\frac{x}{x+1} = x-1 \Rightarrow x = (x-1)(x+1)$

$x = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$

الناتج لا يحقق شرط الحل.

$\ln|x-2| + \ln(x+4) = 3\ln 2$

$D_1 =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

$D_2 =]-4, +\infty[$

$D = D_1 \cap D_2 =]-4, 2[\cup]2, +\infty[$

$\ln[|x-2| - (x+4)] = \ln 8$

$|x-2|(x+4) = 8$

السؤال الثاني عشر:

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = 3x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 0$

$\Rightarrow 3x^2 = -1 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{2}$

$f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$ متباينة

التابع تزايدية تماماً.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

التابع مستمر وتزايدية تماماً على المجال $]-\infty, +\infty[$ والصفر ينتمي لهذه صورة المجال $]-\infty, +\infty[$ وبالتالي $0 \in F(]-\infty, 0[) \Leftarrow$ المعادلة $f(x) = 0$ لها حل وحيد.

x التابع مستمر وتزايدية تماماً على المجال $]-\infty, +\infty[$ بحيث $f(x)$ تأخذ قيمتين في المجالين $]-1, 0[$

$f(-1) \cdot f(0) = 1 \times -1 = -1 < 0$

$\Rightarrow x \in]-1, 0[$

السؤال الثالث عشر:

1) $f(x) = x \cdot e^{-x}$

$\int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^3 x \cdot e^{-x}$

$\int f(x) = u \cdot v' - \int v \cdot u'$

$= -xe^{-x} + \int e^{-x}\,dx$

$= [-xe^{-x} - e^{-x}]_0^{1+3}$

$= (\quad) - (\quad) = \dots$

السؤال الرابع عشر:

$y' + y = e^{-x}$

1) نوجد حل في المعادلة ونوجد $f(x)$.

السؤال الرابع عشر:

$4^x = 5^{x+1}$

$\ln 4^x = \ln 5^{x+1}$

$x \ln 4 = (x+1) \ln 5$

$x \ln 4 - x \ln 5 = \ln 5$

$x(\ln 4 - \ln 5) = \ln 5$

$x = \frac{\ln 5}{\ln 4 - \ln 5}$

السؤال الخامس عشر: متروك

السؤال الرابع عشر: $f'(x) = \cos x$:II

بيّن $f^{(n)}(x) = f'(x)$ صحيح $\in E(\mathbb{N})$

نبرهن $f(x)$ صحيحة ونبرهن $f(x)$ صحيحة

$f^{(2n)}(x) = [f^{(n)}]' = [\sin(\frac{\pi}{2}x + x)]' = \dots\dots$

السؤال السادس عشر:

$-\ln(x+1) + \ln(x) = \ln(x-1)$

شرط الحل: $D =]1, +\infty[$

$\ln \frac{x}{x+1} = \ln(x-1)$

$\frac{x}{x+1} = x-1 \Rightarrow x = (x-1)(x+1)$

$x = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$

الناتج لا يحقق شرط الحل.

$\ln|x-2| + \ln(x+4) = 3\ln 2$

$D_1 =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

$D_2 =]-4, +\infty[$

$D = D_1 \cap D_2 =]-4, 2[\cup]2, +\infty[$

$\ln[|x-2| - (x+4)] = \ln 8$

$|x-2|(x+4) = 8$

السؤال الرابع عشر:

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} (x^2 + 2x + 1)e^{-x}$

$= \lim_{x \to +\infty} [e^{-x}x^2 + 2xe^{-x} + e^{-x}] = 0$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \dots\dots$

نكمل الحل ثم نرسم

السؤال الثاني عشر:

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = 3x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 0$

$\Rightarrow 3x^2 = -1 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{2}$

$f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$ متباينة

التابع تزايدية تماماً.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

التابع مستمر وتزايدية تماماً على المجال $]-\infty, +\infty[$ والصفر ينتمي لهذه صورة المجال $]-\infty, +\infty[$ وبالتالي $0 \in F(]-\infty, 0[) \Leftarrow$ المعادلة $f(x) = 0$ لها حل وحيد.

x التابع مستمر وتزايدية تماماً على المجال $]-\infty, +\infty[$ بحيث $f(x)$ تأخذ قيمتين في المجالين $]-1, 0[$

$f(-1) \cdot f(0) = 1 \times -1 = -1 < 0$

$\Rightarrow x \in]-1, 0[$

السؤال الثالث عشر:

1) $f(x) = x \cdot e^{-x}$

$\int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^3 x \cdot e^{-x}$

$\int f(x) = u \cdot v' - \int v \cdot u'$

$= -xe^{-x} + \int e^{-x}\,dx$

$= [-xe^{-x} - e^{-x}]_0^{1+3}$

$= (\quad) - (\quad) = \dots$

السؤال الرابع عشر:

$y' + y = e^{-x}$

1) نوجد حل في المعادلة ونوجد $f(x)$.

السؤال الرابع عشر:

$4^x = 5^{x+1}$

$\ln 4^x = \ln 5^{x+1}$

$x \ln 4 = (x+1) \ln 5$

$x \ln 4 - x \ln 5 = \ln 5$

$x(\ln 4 - \ln 5) = \ln 5$

$x = \frac{\ln 5}{\ln 4 - \ln 5}$

السؤال الخامس عشر: متروك

السؤال الرابع عشر: $f'(x) = \cos x$:II

بيّن $f^{(n)}(x) = f'(x)$ صحيح $\in E(\mathbb{N})$

نبرهن $f(x)$ صحيحة ونبرهن $f(x)$ صحيحة

$f^{(2n)}(x) = [f^{(n)}]' = [\sin(\frac{\pi}{2}x + x)]' = \dots\dots$

السؤال السادس عشر:

$-\ln(x+1) + \ln(x) = \ln(x-1)$

شرط الحل: $D =]1, +\infty[$

$\ln \frac{x}{x+1} = \ln(x-1)$

$\frac{x}{x+1} = x-1 \Rightarrow x = (x-1)(x+1)$

$x = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$

الناتج لا يحقق شرط الحل.

$\ln|x-2| + \ln(x+4) = 3\ln 2$

$D_1 =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

$D_2 =]-4, +\infty[$

$D = D_1 \cap D_2 =]-4, 2[\cup]2, +\infty[$

$\ln[|x-2| - (x+4)] = \ln 8$

$|x-2|(x+4) = 8$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الأول: العشروني

$f(x) = e^x - 1$

شرط الحل: $\mathbb{R}$

I) $f(x) \leq 0 \Rightarrow e^x - 1 \leq 0$

$\ln e^x \leq \ln 1 \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow x \in]-\infty, 0]$

$\int f(x)\,dx = \int (e^x - 1)\,dx = \dots$

السؤال العادي والعشروني:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{x \sin x}{\sqrt{x^2+1} - 1}$$

نضرب بمرافق المقام:

$$\frac{(x\sin x)(\sqrt{x^2+1}+1)}{(\sqrt{x^2+1}+1)(\sqrt{x^2+1}-1)} = \frac{x\sin x \cdot (\sqrt{x^2+1}+1)}{x^2+1-1} = \frac{x\sin x(\sqrt{x^2+1}+1)}{x \cdot x}$$

$$= \sqrt{x^2+1}+1 = \sqrt{0+1}+1 = \sqrt{1}+1 = 2$$

$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} f(x) = f(0)$

$2 = m$

السؤال الثاني العشروني:

I) $\forall x \in \mathbb{R}: -x \in \mathbb{R}$ و $(x+2\pi) \in \mathbb{R}$

$f(-x) = f(x)$

$f(x+2\pi) = f(x)$

وصف f زوجي ودوري ودوره 2π

فلنه رسمه على المجال $[-\pi, \pi]$ ولكنه زوجي نرسمه على المجال $[0, \pi]$

$f'(x) = 6\sin x \cos x - 12\cos^2 x \sin x$

$= 6\cos x \sin x [1 - 2\cos x]$

$f(0) = 4$ ، $f(\pi) = -4$

ينعدم $f'(x)$ عندما $x = \frac{\pi}{2}$ وعندما $x = \frac{\pi}{3}$

x	0		$\frac{\pi}{3}$		$\frac{\pi}{2}$		π
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	4	$\searrow$	$\frac{11}{4}$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4

عندما $x > 2$: $(x-2)(x+4) = 8$

$x^2 + 4x - 2x - 8 = 8$

$x^2 + 2x - 16 = 0$

ونحلها: ....

أو

عندما $x < 2$: $(-x+2)(x+4) = 8$

$-x^2 - 4x + 2x + 8 = 8$

$-x^2 - 2x = 0$

$-x(x+2) = 0$

إما: $-x = 0 \Rightarrow x = 0$ مقبول

أو: $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ مقبول

السؤال التاسع عشر:

I) a. لما كان f استقاقياً على $\mathbb{R}$

نستنتج أن $g: x \to f(x) + f(-x)$ استقاقي على $\mathbb{R}$ ولدينا:

$g'(x) = f'(x) - f'(-x)$

$= \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+(-x)^2} = 0$

b. إذن التابع g تابع ثابت ولدينا

$g(0) = f(0) + f(-0) = 0+0 = 0$

إذن g على $\mathbb{R}$ هذا يبرهن أن التابع f تابع فردي.

لأنه $f(x) + f(-x) = 0$ وصفه

$f(x) = -f(-x)$

$\Rightarrow f(-x) = -f(x)$

* حلول جلسة (قابلية تواصلي + احتمالات)

السؤال الأول:

عدد طرق اختيار مهندس واحد هو $\binom{3}{1}$

عدد طرق اختيار عاملين $\binom{5}{2}$

عدد طرق اختيار اللجنة:

$\binom{5}{2} \times \binom{3}{1} = 30$

السؤال الثاني:

عدد طرق اختيار الرئيس 8

عدد طرق اختيار نائب الرئيس 7

عدد طرق اختيار أمين السر 6

المبدأ الأساسي في العد:

$8 \times 7 \times 6 = 336$

السؤال الثالث:

① $\binom{8}{5} = \frac{8\times7\times6\times5\times4}{5\times4\times3\times2\times1} = 56$

② $\binom{5}{2} \times \binom{3}{3} = 10$

السؤال الرابع:

$\binom{4}{2} \times \binom{5}{2} = \dots$

السؤال الخامس:

I) $X(\Omega) = \{5, 3, 0\}$

$P(X=5) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{10}{84}$

$P(X=3) = \frac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{40}{84}$

$P(X=0) = 1 - \left[\frac{10}{84} + \frac{40}{84}\right] = \frac{34}{84}$

X_i	5	3	0
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{34}{84}$

$E(X) = 5\left(\frac{10}{84}\right) + 3\left(\frac{40}{84}\right) + 0\left(\frac{34}{84}\right)$

$= \frac{170}{84}$

$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$= \left(25 \times \frac{10}{84} + 9 \times \frac{40}{84} + 0\right) - \left(\frac{170}{84}\right)^2$

$=$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} =$

② $P(X=5) = \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} =$

$P(X=3) = \left(\frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{11}{9}\right) \times 3 =$

$P(X=0) =$

③ $P(X=5) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} =$

$P(X=3) = \left(\frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{4}{7}\right) \times 3 =$

السؤال السادس:

$T_r = \binom{12}{r} \cdot (x^2)^{12-r} \cdot \left(\frac{-1}{x}\right)^r$

$= \binom{12}{r} \cdot x^{24-2r} \cdot (-2)^r \cdot \frac{1}{x^r}$

$= \binom{12}{r} x^{24-2r} \cdot (-2)^r \cdot x^{-r}$

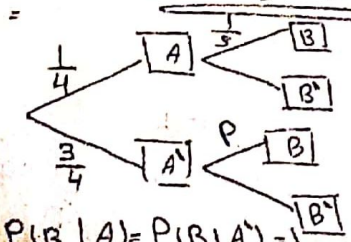
$= \binom{12}{r} \cdot x^{24-3r} \cdot (-2)^r$

$24 - 3r = 12 \Rightarrow r = 4$

$\binom{12}{4} \cdot x^{24-12} \cdot (-2)^4 = \binom{12}{4} x^{12} \cdot (-2)^4$

$=$

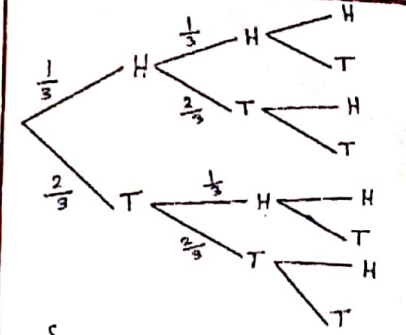
السؤال الحادي عشر:



$P(B|A) = P(B|A') = \frac{1}{5}$

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال السابع:



$X = \{(H,H,H), (H,H,T), (H,T,H), (H,T,T), (T,H,H), (T,H,T), (T,T,H), (T,T,T)\}$

$X(\Omega) = \{0,1,2,3\}$

$P(X=0) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

$P(X=1) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) \times 3 = \frac{12}{27}$

$P(X=2) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}\right) \times 3 = \frac{6}{27}$

$P(X=3) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$

$E(X) = 0 \cdot \frac{8}{27} + 1 \cdot \frac{12}{27} + 2 \cdot \frac{6}{27} + 3 \cdot \frac{1}{27} = \frac{27}{27} = 1$

$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$= 0 + 1 \cdot \frac{12}{27} + 4 \cdot \frac{6}{27} + 9 \cdot \frac{1}{27}$

$= 0 + \frac{12}{27} + \frac{24}{27} + \frac{9}{27} = \frac{45}{27}$

$\Rightarrow V(X) = \frac{45}{27} - (1)^2 = \frac{18}{27}$

السؤال الثامن:

$X(\Omega) = \{0,1,2\}$

$P(X=0) = \frac{10}{11} \times \frac{10}{11} = \frac{100}{121}$

$P(X=1) = \left(\frac{1}{11} \times \frac{10}{11}\right) \times 2 = \frac{20}{121}$

$P(X=2) = \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{1}{121}$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{100}{121}$	$\frac{20}{121}$	$\frac{1}{121}$

$E(X) = 0 \cdot \frac{100}{121} + 1 \cdot \frac{20}{121} + 2 \cdot \frac{1}{121}$

$= 0 + \frac{20}{121} + \frac{2}{121} = \frac{22}{121}$

السؤال التاسع:

الزهر /	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3	3
4	1	2	3	4	4	4
5	1	2	3	4	5	5
6	1	2	3	4	5	6

$X(\Omega) = \{1,2,3,4,5\}$

$P(X=1) = \frac{10}{30}$, $P(X=2) = \frac{8}{30}$

$P(X=3) = \frac{6}{30}$, $P(X=4) = \frac{4}{30}$

$P(X=5) = \frac{2}{30}$

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال الرابع عشر:

I

$\binom{n}{2} = 36$

شرط الحل: $n \geq 2$

$\frac{n(n-1)}{2!} = 36 \Rightarrow n^2 - n = 72$

$n^2 - n - 72 = 0 \Rightarrow (n-9)(n+8) = 0$

إما $n = 9$ مقبول ، أو $n = -8$ مرفوض

② $3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2}$

شرط الحل: $n \geq 4$

$3 \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 14 \frac{n(n-1)}{2 \times 1}$

$\Rightarrow \frac{(n-2)(n-3)}{8} = 7$

$n^2 - 3n - 2n + 6 = 56$

$n^2 - 5n - 50 = 0$

$(n-10)(n+5) = 0 \Rightarrow$ إما $n = 10$ مقبول

أو $n = -5$ مرفوض

③ $\binom{10}{3n} = \binom{10}{n+2}$

شرط الحل: $0 \leq n \leq 3.33$

إما $3n = n + 2 \Rightarrow 2n = 2$

$\Rightarrow n = 1$ مقبول

أو $n + 2 \leq 10 \Rightarrow n \leq 8$

$3n + n + 2 = 10 \Rightarrow n = 2$

مقبول

السؤال الثامن عشر:

① $P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{20}$

②

$X(\Omega) = \{0,1,2,3\}$

$P(X=0) = \frac{2}{20}$ ، $P(X=1) = \frac{8}{20}$

$P(X=2) = \frac{6}{20}$ ، $P(X=3) = \frac{4}{20}$

x	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{2}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{4}{20}$

$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i \cdot p_i = \frac{0+8+12+12}{20} = \frac{32}{20}$

السؤال [illegible]:

نتمة حل 21 (باقي خطأ):

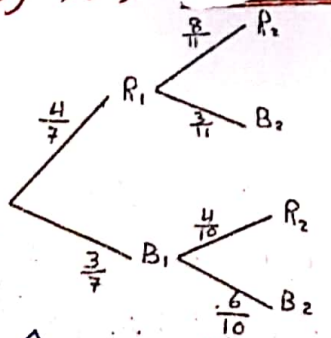
② $P(R_2) = \frac{4}{7} \times \frac{8}{11} + \frac{3}{7} \times \frac{4}{10} = \frac{32}{77} + \frac{12}{70} = \cdots$

③ $P(B_1 / R_2) = \frac{P(B_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{10}}{\frac{4}{7} \cdot \frac{8}{11} + \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{10}} = \cdots$

أكيد خطأ

السؤال [illegible] العشرون:

①



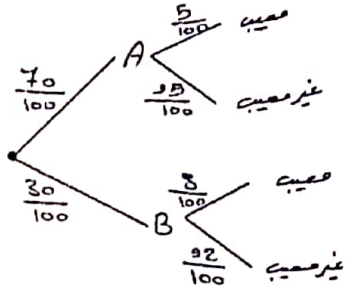
نتمة الحل فوق

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال العاشر :

X \ Y	0	1	2	قانون X
0	0,12	0,2	0,08	0,4
1	0,06	0,1	0,04	0,2
2	0,12	0,2	0,08	0,4
قانون Y	0,3	0,5	0,2	1

* السؤال الثاني عشر :



1) معيبة من A أو B

نفرض D حدث من A أو B معيب

$P(D) = \dots$

$P(D) = \frac{70}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{8}{100} = \square$

2) $P(B/D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)}$

حسب المقام قبل البسط

$= \frac{\frac{30}{100} \times \frac{8}{100}}{\frac{70}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{8}{100}} = \square$

* السؤال الثالث عشر :

$X(\Omega) = \{0,1,2,3,4,5\}$ ، $n = 5$

$P(X=0) = \binom{5}{0}\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)^0 = \dots$

$P(X=1) = \binom{5}{1}\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^1 = \dots$

$\vdots$

$P(X=5) = \binom{5}{5}\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \dots$

1) التوقع : $E = n.p$

$V = n.p.q$

* الرابع عشر :

$q = \frac{1}{3}$ ، $p = \frac{2}{3}$

$P(X=1) = \frac{6}{27}$ ، $P(X=0) = \frac{1}{27}$

X	0	1	2	3
	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$		
$P(X=x)$				

$P(X=0) = \binom{3}{0}.p^0.(1-p)^{3-0}$

$\frac{1}{27} = 1.1.(1-p)^3$

$\frac{1}{3} = 1-p \Rightarrow p = \frac{2}{3} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$

السؤال السادس عشر :

1) عدد الممرات :

$\binom{6}{3} = \dots$

2) عدد طرق اختيار الثانية الأولى: 6

عدد طرق " " الثانية : 5

" " " الثالثة : 4

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال الثاني والعشرون :

$P(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$ ①

$P(B) = \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right) \times 6$

$= \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

$P(C) = \frac{1}{2}$

$P(A \cap C) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ ②

$P(C/A) = \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{8}}$

$= \frac{1}{2}$

$P(A).P(C) = \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

$P(A \cap C) = \frac{1}{16}$

← مستقلة احتمالياً

$P(B \cap C) = \left[\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right] \times 3$ ③

$= \frac{3}{16}$

$P(C/B) = \frac{P(C \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{3}{8}}$

$= \frac{1}{2}$

لنبرهن: $P(B).P(C) = P(C \cap B)$

← مستقلة احتمالياً .

السؤال الثالث والعشرون :

$P^4_{n+2} = 14\,P^3_n$

شرط الحل: $n \geq 3$

$(n+2)(n+1)(n)(n-1) = 14\,n(n-1)(n-2)$

$\Rightarrow n^2 + 3n + 2 = 14n - 28$

$n^2 - 11n + 30 = 0$

$\Rightarrow (n-6)(n-5) = 0$

إما $n = 6$ مقبول

أو $n = 5$ مقبول

نعوض في ①

$\Rightarrow b = -4$

نعوض في ②

$4x - 4 - \frac{\ln x}{x}$

$4x - 4 - \frac{\ln x}{x} - 4x + 4$

$P(x) - D_f = -\frac{\ln x}{x}$

$\lim_{x \to +\infty} = -\frac{\ln(\infty)}{\infty} = 0$

$\lim_{x \to +\infty}\left(-\frac{\ln x}{x}\right) = 0$ ← مقارب

$\lim_{x \to +\infty} = -\frac{\ln x}{x}$

$\ln x = 0 \Rightarrow x = 1$

x	0	1	$+\infty$
$\ln x$	−	0	+
$-\frac{\ln x}{x}$	+	0	−
	الخط تحت P	نقطة تقاطع	الخط تحت P

$(1,0)$

السؤال السابع عشر :

1) $5 \times 5 = 25$

2) $2 \times 3 \times 2 = 12$

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

السؤال الأول: حلول المتتاليات

1) $u_{n+1}-u_n = 3(n+1)+1-(3n+1)$
$= 3n+3+1-3n-1 = 3 = const$
متتالية حسابية أساسها $r=3$

$u_0+u_1+u_2+\dots+u_{14}$
$S = 15 \times \frac{u_0+u_{14}}{2}$
$u_0 = 3(0)+1 = 1$, $u_{14} = 3(14)+1 = 43$
$\Rightarrow S = 15 \times \frac{1+43}{2} = \frac{44}{2} \times 15$
$= 330$

2) $u_{n+1} > u_n$
$3n+4 > 3n+1$
محققة.

السؤال الثاني:

1) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\frac{1}{u_{n+1}-3}}{\frac{1}{u_n-3}} = \frac{\frac{1}{2u_n-6}}{\frac{1}{u_n-3}}$
$= \frac{u_n-3}{2u_n-6} = \frac{u_n-3}{2(u_n-3)} = \frac{1}{2} = const = q$
متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = -1$

2) نكتب v_n بدلالة n ثم u_n
$\frac{v_n}{v_0} = q^{n-0} \Rightarrow \frac{v_n}{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$
$\Rightarrow v_n = -\frac{1}{2^n}$

نبحث عن علاقة بين u_n و v_n
$v_n = \frac{1}{u_n-3} \Rightarrow u_n - 3 = \frac{1}{v_n}$
$\Rightarrow u_n = \frac{1}{v_n} + 3 = \frac{1}{-\frac{1}{2^n}} + 3 = -2^n + 3$

السؤال الثالث:

1) نرمز للقضية $E(n)$.
2) نبرهن صحة $E(n)$ من أجل العدد (0)
$u_0 \geq u_1 \geq 1$; $u_1 = \frac{2u_0}{u_0+1} = \frac{4}{3}$
$2 \geq \frac{4}{3} \geq 1$
محققة

3) لنبرهن صحة $E(n)$
$u_n \geq u_{n+1} \geq 1$

4) نبرهن صحة العلاقة من أجل $n+1$:
أي سنبرهن $u_{n+1} \geq u_{n+1} \geq 1$

البرهان: لنعرف تابع
$f(x) = \frac{2x}{x+1}$
مستمر و متناقص على $]-1;+\infty[$

$f'(x) = \frac{2(x+1)-1(2x)}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$
متزايد تماماً

$u_n \geq u_{n+1} \geq 1$
$\Rightarrow f(u_n) \geq f(u_{n+1}) \geq f(1)$
$u_{n+1} \geq u_{n+2} \geq 1$
وهو المطلوب.

السؤال الرابع:

1) $u_* - u_\heartsuit = (* - \heartsuit)r$
$u_0 - u_1 = (0-1)r$
$-2-6 = -r \Rightarrow -r = -8 \Rightarrow r = 8$
$u_n - u_0 = nr \Rightarrow u_n = u_0 + nr$
$u_n = -2 + 8n$

2) $S = 9 \times \frac{u_2+u_{10}}{2} = +414$
حيث $u_2 = -2+8(2) = 14$, $u_{10} = -2+8(10) = 78$

السؤال الخامس:

1) $\frac{u_5}{u_0} = q^{5-0} \Rightarrow \frac{u_5}{-2} = 2^5 \Rightarrow u_5 = -64$

2) $S = \text{الحد الأول} \times \frac{1-\text{الأساس}^{\text{عدد الحدود}}}{1-\text{الأساس}}$
$= -4 \times \frac{1-2^n}{1-2} \Rightarrow S = 4-4(2)^n$
$\lim_{n\to+\infty} S_n = 4-4(+\infty) = -\infty$
لأن 2^n هندسية أساسها $q > 1$

السؤال السادس:

1) لنبرهن أن أحدهما متزايدة.
2) نبرهن أن الأخرى متناقصة.
$\lim_{n\to+\infty}(u_n - v_n) = 0$ ..

$u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$
$u_{n+1} - u_n = \dots = \frac{1}{(2n+2)(2n+1)} > 0$
موجبة $\Rightarrow$ المتتالية متزايدة تماماً

$v_{n+1} - v_n = \dots = \dots$
سالبة
$\Rightarrow$ متناقصة تماماً.

$\lim_{n\to+\infty} v_n - u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{4n} = 0$
$\Rightarrow$ المتتاليتان متقاربتان.

السؤال السابع:

لنعرف تابع $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$
مستمر و متناقص على $\mathbb{R}^*$

$f'(x) = 0 - \frac{-1}{x^2} = \frac{1}{x^2} > 0$
$\Rightarrow$ التابع f متزايد تماماً $\Rightarrow$ المتتالية متزايدة.

$f(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$
مستمر و متناقص على $\mathbb{R}$

$f'(x) = -\frac{2x}{x^4} = -\frac{2}{x^3} < 0$
بالمجال $x \geq 1$
$\Rightarrow f$ متناقص $\Rightarrow$ المتتالية متناقصة

$\lim_{n\to\infty} t_n = \lim_{n\to\infty} u_n = l$

السؤال الثامن:

1) لنأخذ البداية على $x'x$ 2) لنسقط على $<$
3) لنسقط على $y'y$ فنتج u_1
4) من u_1 لنسقط على المنصف فنسقط للأسفل
$\Rightarrow u_1 <$
من تحت على $<$
من اليسار على المنصف } الأسقاط

5) متزايدة - متناقصة
النهاية هي فاصلة نقطة تقاطعهما $l=1$

السؤال التاسع:

1) $S_{n+1} - S_n =$
$= \left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\dots+\frac{1}{3^n}+\frac{1}{3^{n+1}}\right) -$
$\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\dots+\frac{1}{3^n}\right)$
$= \frac{1}{3^n} + \frac{1}{3^{n+1}} - \frac{1}{3^n} = \frac{1}{3^{n+1}} > 0$
$\Rightarrow$ المتتالية متزايدة.

2) $S_n = \frac{1}{3^0} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$
$S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$
$= 1 + \left[\frac{1}{3} \times \frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1-\frac{1}{3}}\right] = 1 + \left[\frac{1-\frac{1}{3^n}}{2}\right]$
$= 1 + \frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{3^n}}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2.3^n}$
$= \frac{1}{2}\left(3 - \frac{1}{3^n}\right)$

* المتتالية المتزايدة نهايتها تعتبر عنصر رابح أي العنصر الرابح الأبعد نهايتها.
* المتتالية المتناقصة نهايتها عنصر قاصر أي العنصر القاصر الأصغر نهايتها.

$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{2}\left(3 - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{1}{2}(3) = \frac{3}{2}$
بما أنها متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد $\frac{3}{2}$ فهي متقاربة.

السؤال العاشر:

1) لنشئ ونتمم جدول الإشارة.
2) نستعمل النهايات بالتدريج ونحضر الأطراف ونحقق التابع f
3) إحداثيات نقطة التقاطع هي حل المعادلة $f(x) = x$ فنجد $x=2$ وهي النهاية

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

« حلول التخليل »

السؤال الخامس عشر:

1 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2 $f(x) = (x+2)^2 + 1$

3 x كبيرة جداً نهمل العدد 1 أمام $(x+2)^2$

$\sqrt{(x+2)^2} = (x+2)$ ومنه:

ومنه $y = x+2$ مقارب مائل لـ C_f

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) - (x+2) = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{(x+2)^2+1} + x+2} = 0$$

السؤال السادس والعشرون:

• $d = 3$ لأن التابع معرف على $\mathbb{R}\setminus\{d\}$

$\lim_{x\to d^-} f(x) = \lim_{x\to d^+} f(x) = +\infty$ أو $-\infty$

ومنه $x = d$ مقارب شاقولي وبالمقارنة مع الفرض نجد $d = 3$

• $f(x) - y_0 = f(x) - (ax+b) = \frac{c}{x-d} \Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} f(x) - y_0 = 0$

ومنه $y = ax+b$ مقارب مائل لـ C_f

وبالمقارنة مع الفرض $y = 2x-5$ نجد $a = 2$ و $b = -5$.

• نعوض $f(1) = 2$ و a و b و d و $x = 1$ فنجد $c = -10$.

السؤال السابع والعشرون:

$\lim_{x\to 5} f(x) = 4$

$f(x) = 1 + \frac{6}{x-1}$

$3.95 < 1 + \frac{6}{x-1} < 4.05$

نطرح 1 ثم نقلب ثم نضرب بـ 6 ثم نضيف 3 فنجد المجال:

$]4.97, 5.03[$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثامن والعشرون:

1 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2.a $f(x) = 4(x^2 - x) + 3$

$f(x) = 4(x - \frac{1}{2})^2 + 2$

$= (2^2)(x - \frac{1}{2})^2 + 2 = (2x-1)^2 + 2$

b. $\lim_{x\to\pm\infty} h(x) = 0$ (نضرب ونقسم بالمرافق)

c. $\sqrt{(2x-1)^2} = |2x-1| \begin{cases} 2x-1 \\ -(2x-1) \end{cases}$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) - (2x-1) = 0$ ومنه $y = 2x-1$ مقارب

$\lim_{x\to-\infty} f(x) + (2x-1) = 0$ ومنه $y = -2x+1$ مقارب

3 $h(x) = \sqrt{(2x-1)^2+2} - \sqrt{(2x-1)^2}$

$(2x-1)^2 + 2 > (2x-1)^2$

$\sqrt{(2x-1)^2+2} > \sqrt{(2x-1)^2}$

$\Rightarrow \sqrt{(2x-1)^2+2} - \sqrt{(2x-1)^2} > 0$

إذاً $h(x) > 0$ ومنه C_f فوق المقاربين

السؤال التاسع والعشرون:

1 $|4x^2-1| = \begin{cases} 4x^2-1 ; x \in]-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty[\\ -4x^2+1 ; x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \end{cases}$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2.a $\lim_{x\to+\infty} (f(x) - 3x) = \lim_{x\to+\infty} (\sqrt{4x^2-1} - 2x)$

$= \lim_{x\to+\infty} \frac{-1}{\sqrt{4x^2-1} + 2x} = 0$

ومنه $y = 3x$ مقارب.

b. بالمثل: $\lim_{x\to+\infty} (f(x) + x) = 0$

ومنه $y = -x$ مقارب

دراسة الوضع النسبي:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$+\infty$
$f(x)-3x$		$+$ 0 $-$	
C	D_1 فوق		D_1 تحت

نقطة تقاطع $(\frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{3}{2\sqrt{2}})$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$+\infty$
$f(x)+x$	$-$	0 $+$	
C	D_2 تحت		D_2 فوق

نقطة تقاطع $(-\frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}})$

السؤال الثلاثون:

1 $f'(x) = \frac{2-x^2}{(2+x^2)^2}$, $f(1) = \frac{1}{3}$

$f'(1) = \frac{1}{9}$

معادلة المماس:

$\Rightarrow y = \frac{1}{9}(x+2)$

2 يقبل C مماساً موازياً للمستقيم الذي معادلته $y = -\frac{1}{4}x$ أي ميله $-\frac{1}{4}$ إذا وفقط إذا كان للمعادلة $f'(x) = -\frac{1}{4}$ حلول وهذه المعادلة تكافئ بعد الإصلاح $x^4 + 12 = 0$ وهي معادلة مستحيلة الحل

$\Rightarrow$ لا يقبل C مماساً موازياً.

3 بالتالي فإن لا يقبل C مماساً موازياً للمستقيم الذي معادلته $4x - y = 0$

السؤال الحادي عشر (التتاليات)

1 $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$

نوحد المقامات ثم نطابق بين الطرفين فنجد a و b.

2 نعوض u_1 و u_2 في u_n ثم نختصر ونجد المطلوب.

3 نستخدم مبدأ الطرح.

السؤال الثالث عشر (التتاليات):

نرمز للخاصة $E(n)$.

$E(0)$ صحيحة لأن: $4^0 + 5 = 6$ مضاعف للعدد 3.

نفرض $E(n)$ صحيحة أي يوجد عدد طبيعي K بحيث $4^n + 5 = 3K$

نبرهن صحة $E(n+1)$:

$$4^{n+1} + 5 = 4^n \cdot 4 + 5$$
$$= 4(3K-5) + 5$$
$$= 12K - 20 + 5$$
$$= 12K - 15 = 3(4K-5)$$

وهو المطلوب.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner